CUARTA EDICIÓN



Fundamentos de Transferencia de Calor

Frank P. Incropera
David P. DeWitt

Prentice Hall ®

Fundamentos de transferencia de calor

Fundamentos de transferencia de calor

CUARTA EDICIÓN

FRANK P. INCROPERA
DAVID P. DEWITT
School of Mechanical Engineering
Purdue University

TRADUCCIÓN
Ricardo Cruz
Investigador Fundación Javier Barros Sierra

REVISIÓN TÉCNICA
Enrique Muñoz Díaz
Ingeniero Mecánico Electricista
Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional Autónoma de México
Director de la Carrera de Ingeniería Mecánica Electricista
Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey
Campus Monterrey

ASESORÍA TÉCNICA
Lourdes Delgado Núñez
Departamento de Energía
Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco

PEARSON Educación ®

México • Argentina • Brasil • Colombia • Costa Rica • Chile • Ecuador
España • Guatemala • Panamá • Perú • Puerto Rico • Uruguay • Venezuela

Datos de catalogación bibliográfica

Incropera, Frank P.
Fundamentos de transferencia de calor, 4a. ed.

PRENTICE HALL, México, 1999

ISBN: 970-17-0170-4
ÁREA: UNIVERSITARIOS

FORMATO: 20 × 25.5 cm PÁGINAS: 912

EDICIÓN EN ESPAÑOL:

EDITOR: PABLO EDUARDO ROIG VÁZQUEZ
SUPERVISOR DE TRADUCCIÓN: ENRIQUE PALOS BÁEZ
SUPERVISORA DE EDICIÓN: REBECA RUIZ ZAMITES BONILLA

EDICIÓN EN INGLÉS:

Acquisitions editor: Cliff Robichaud
Marketing manager: Debra Riegert
Production manager: Lucille Buonocore
Senior production editors: Nancy Prinz, Tracey Kuehn
Text designer: Nancy Field
Cover designer: Karin Kincheloe
Manufacturing manager: Mark Cirillo
Illustration editor: Edward Starr

INCROPERA: FUNDAMENTOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR, 4a. ed.

Traducido del inglés de la obra: **Fundamentals of Heat and Mass Transfer,** 4th ed.

All rights reserved. Authorized translation from English language edition published by John Wiley & Sons, Inc.

Todos los derechos reservados. Traducción autorizada de la edición en inglés publicada por John Wiley & Sons, Inc.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from the publisher.

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o método sin autorización por escrito del editor.

Derechos reservados © 1999 respecto a la primera edición en español publicada por:
PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S. A.
Atlacomulco 500-5to. piso
Industrial Atoto
53519 Naucalpan de Juárez, Edo. de México
ISBN 970-17-0170-4
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial, Reg. Núm. 1524.

Original English Language Edition Published by John Wiley & Sons, Inc.
Copyright © 1996
All rights reserved

ISBN 0-471-30460-3

IMPRESO EN MÉXICO / PRINTED IN MEXICO

Dedicado a nuestras numerosas familias y a sus hijos,

Nicholas DeWitt Bifano, John Wallace, Michael Anthony
y Mallory Renee Dant; Patricia Anu y David Andrew Foley;
Michael DeWitt y Sarah Joanne Frederick;
y Brandon Patrick Tafelski

quienes han incrementado los niveles de amor,
paciencia y comprensión en nuestras vidas.

Prefacio

Con el paso de aproximadamente quince años desde la publicación de la primera edición, este texto ha llegado con toda claridad a ser una representación madura de la enseñanza de la transferencia de calor. No obstante esta madurez, pensamos que, si bien algunos principios básicos siguen siendo válidos, nuestro tratamiento del tema ha estado en evolución constante.

Preparar la primera edición se basó en la convicción de que un primer curso de transferencia de calor debe, sobre todo, propiciar dos cosas: inculcar una apreciación de los orígenes físicos del tema y establecer la relación de estos orígenes con el comportamiento de los sistemas térmicos. Para llevar esto a cabo son necesarias las metodologías que faciliten la aplicación del tema a una amplia variedad de problemas prácticos, y debe fomentarse la facilidad para realizar la clase de análisis de ingeniería que, aunque no exacto, proporcione información útil con respecto al diseño y/o funcionamiento de un sistema o proceso. Los requisitos de este tipo de análisis incluyen la capacidad de distinguir procesos de transporte relevantes y simplificar suposiciones, identificar las variables dependientes e independientes adecuadas, desarrollar las expresiones apropiadas a partir de los principios fundamentales y emplear las herramientas necesarias a partir de la base del conocimiento de la transferencia de calor. En la primera edición, el logro de este objetivo se procuró planteando muchos de los ejemplos y problemas de fin de capítulo en términos de sistemas de ingeniería reales.

La segunda edición también se guió por los objetivos anteriores, así como por consideraciones derivadas de un cuestionario que se mandó a más de cien colegas que usaron la primera edición o se familiarizaron con ella. Una de las principales consecuencias de estas consideraciones fue la publicación de dos versiones del libro: *Fundamentals of Heat and Mass Transfer* (Fundamentos de transferencia de calor y masa) e *Introduction to Heat Transfer* (Introducción a la transferencia de calor). Como en la primera edición, la versión de "Fundamentos" comprendió la transferencia de masa y proporcionó un tratamiento integrado de transferencia de calor, masa y momento mediante convección, así como tratamientos aparte de transferencia de calor y masa por difusión. La versión de "Introducción" del libro se destinó a usuarios que desearan abarcar el tratamiento de la transferencia de calor, pero que no desearan ver los efectos de la transferencia de masa. En ambas versiones, se realizaron mejoras significativas en el tratamiento de los métodos numéricos y de la transferencia de calor con cambio de fase.

En la tercera edición, los cambios estuvieron motivados por el deseo de incrementar el alcance de las aplicaciones y de realzar la exposición de los principios físicos. Se amplió la cobertura del material existente sobre resistencia térmica de contacto, análisis de

resistencia interna despreciable y métodos de diferencias finitas e intercambiadores de calor compactos, además de que se agregó nuevo material sobre convección forzada en chorros sumergidos y convección libre en canales abiertos de placas paralelas. También se incluyeron cerca de 300 problemas nuevos. Con el espíritu de pasados esfuerzos, muchos de los problemas tratan temas contemporáneos de la práctica de la ingeniería, como la conversión y utilización de la energía, la protección térmica, el enfriamiento electrónico, la fabricación y el procesamiento de materiales. Seguimos creyendo que, además de reforzar en el estudiante la comprensión de principios y aplicaciones, los problemas sirven de motivación, pues relacionan el tema con necesidades reales de la ingeniería.

En la preparación de la presente edición, influyó mucho el intenso análisis al que ha estado sujeta recientemente la educación en ingeniería. Por un lado, oímos decir que, si se pone énfasis en el análisis y las ciencias de la ingeniería, se descuidan las capacidades de síntesis e integración de sistemas que por lo general se requieren en la práctica de la profesión. Por el contrario, los defensores de los métodos de educación en ingeniería posteriores a la década de los 50 argumentan que una valoración cuidadosa de los principios básicos de ingeniería es esencial para comprender y mejorar la operación de los dispositivos, procesos y sistemas existentes, así como para el desarrollo de nuevas tecnologías. En nuestro caso, estamos de acuerdo con ambas aseveraciones. Es posible un mejor trabajo en la preparación de nuestros estudiantes para la práctica de la ingeniería, y es importante que comprendan los principios básicos y que sean capaces de aplicarlos. Sin embargo, también consideramos que estos dos objetivos no son mutuamente excluyentes, sino que se pueden acoplar para beneficio mutuo.

Pocos educadores se han salvado de la frustración de ver que muchos de los estudiantes que completaron de forma satisfactoria las ciencias esenciales de la ingeniería cometen errores al intentar aplicar incluso los principios más rudimentarios a problemas en el nivel de diseño y sistemas. Creemos que este tipo de dificultades son resultado de una forma de pensamiento que considera que cada problema tiene una solución única (la correcta) y que existe sólo un camino hacia esa solución. Con el propósito de no equivocarse para encontrar el camino a la solución adecuada, la solución del problema corre el riesgo de llegar a ser un ejercicio restringido al *reconocimiento de patrones*. Es decir, el método de solución de problemas se concentra en la búsqueda de soluciones existentes para problemas similares.

En Purdue, como en muchas otras instituciones, se utiliza la educación por objetivos como medio de enfrentar las anteriores deficiencias. Una importante característica de nuestro método implica el *propósito integrador a lo largo del programa de estudios*, que incluye cursos, como el de transferencia de calor, basados en las ciencias de la ingeniería. En estos cursos, los *problemas de diseño y los problemas abiertos* proveen tierra fértil para relacionar los fundamentos con *modelos de ingeniería* útiles y, a su vez, para relacionar estos modelos con decisiones de diseño. Aunque los problemas pueden ser de alcance limitado y quizá no requieran más de unas cuantas horas fuera del salón de clase, se refieren a necesidades reales y permiten planteamientos alternativos, que incluyen consideraciones del tipo de *qué sucedería si*. De esta manera, proporcionan el contexto necesario para que los estudiantes adquieran confianza en la aplicación de los principios básicos a problemas reales abiertos y utilicen estas aplicaciones como una base para tomar decisiones de diseño. A través del estímulo que proporcionan, los problemas también aumentan el interés y profundizan en la comprensión de los principios básicos.

Por lo tanto, en esta edición agregamos un número significativo de problemas abiertos que aumentarán el interés del estudiante en la transferencia de calor, fortalecerán su capacidad para aplicar el tema a necesidades reales, y lo prepararán mejor para la práctica de la ingeniería. Debido a que muchos de estos problemas implican consideraciones de

tipo *exploratorio*, de *qué sucedería si*, y de *sensibilidad de parámetros*, se recomienda que se traten en computadora con un paquete de software para solución de ecuaciones.

Aunque los estudiantes ciertamente pueden crear y solucionar los modelos con un software con el que ya estén familiarizados, hay software basado en Windows que ofrece algunas ventajas diferentes como herramienta de productividad y aprendizaje. Denominado *Interactive Heat Transfer* (Transferencia de calor interactiva, *IHT*) y diseñado en colaboración con IntelliPro, Inc., de New Brunswick, Nueva Jersey, el software está integrado por completo con el texto, pues emplea las mismas metodologías y nomenclatura.

IHT proporciona un ambiente para construir modelos y solucionar problemas que comprende un *preprocesador*, un *solucionador* y un *posprocesador*. El preprocesador tiene un *espacio de trabajo* en el que se puede introducir ecuaciones y comentarios desde **módulos** preexistentes y/o **herramientas** (así como desde el teclado). Los módulos consisten en *modelos*, que cubren temas más amplios, como balances de energía y circuitos térmicos, mientras que las herramientas proporcionan ecuaciones específicas para procesos de conducción, convección y radiación, así como propiedades termofísicas para sustancias seleccionadas. El solucionador brinda la capacidad de auxiliar en la solución de ecuaciones de forma comprensible, mientras que el posprocesador cuenta con una *opción de exploración* para estudios de sensibilidad de parámetros, un *visor* para tabular resultados y una *opción gráfica* para graficar los resultados. La capacidad de construcción de modelos y solución de problemas del IHT facilita la aplicación de las metodologías que se presentan en el texto, así como la ejecución de problemas de *diseño* y del tipo conjetural de *qué sucedería si*.

Los modelos accesibles desde el preprocesador están contenidos en seis diferentes *módulos*, cada uno de los cuales tiene uno o más modelos. Los **módulos** y *modelos* relacionados, siguiendo el orden en que aparecen en el texto, son los siguientes.

1. **Primera ley:** balances de energía de estado estable para
   - *geometrías isotérmicas planas, cilíndricas y esféricas con efectos multimodales;*
   - *paredes planas no isotérmicas con efectos multimodales;*
   - *flujo por un banco de tubos;*
   - *flujo por un tubo.*
2. **Redes de resistencia térmica:** constructor y solucionador (solver) de circuitos térmicos para
   - *conducción unidimensional en paredes planas, cilíndricas y esféricas en condiciones de superficie convectivas y/o radiativas.*
3. **Conducción unidimensional de estado estable:** distribuciones de temperatura y transferencia de calor con o sin generación uniforme de energía para
   - *conducción unidimensional en geometrías planas, cilíndricas y esféricas con condiciones de frontera de la primera, segunda o tercera clase.*
4. **Superficies extendidas:** modelos para
   - *distribuciones de temperatura y transferencia de calor en una aleta rectangular recta o en forma de alfiler;*
   - *desempeño de una aleta rectangular recta, en forma de alfiler, triangular o parabólica y de una aleta circular de perfil rectangular;*
   - *desempeño de arreglos de aletas rectas de alfiler y circulares.*

5. **Resistencia interna despreciable:** constructor de modelos para
   - *respuesta transitoria de sistemas isotérmicos espaciales en condiciones de superficie de radiación y/o convección, con o sin generación de energía.*
6. **Conducción transitoria:** modelos para conducción transitoria unidimensional en
   - *geometrías finitas planas, cilíndricas y esféricas;*
   - *sólidos semiinfinitos.*

Aumenta la capacidad de construcción de modelos y de solución de problemas con las características de los siguientes **grupos de herramientas** y *funciones* relacionadas.

1. **Ecuaciones de flujo:** ecuaciones básicas de flujo para
   - *conducción en estado estable* (paredes planas, cilíndricas y esféricas);
   - *convección* (superficies planas, cilíndricas y esféricas);
   - *radiación* (superficies planas, cilíndricas y esféricas).
2. **Resistencias térmicas:** expresiones para
   - *conducción* (paredes planas, cilíndricas y esféricas);
   - *convección* (superficies planas, cilíndricas y esféricas);
   - *radiación* (superficies planas, cilíndricas y esféricas).
3. **Ecuaciones de diferencia finita:** formas estándar de ecuaciones de diferencia finita para
   - *sistemas unidimensionales transitorios y en estado estable;*
   - *sistemas bidimensionales transitorios y en estado estable.*
4. **Correlaciones de convección:** ecuaciones de correlación para
   - *convección forzada externa* (placa plana, cilindro, esfera, banco de tubos);
   - *convección forzada interna;*
   - *convección libre* (placas verticales y horizontales, sistemas radiales);
   - *ebullición* (nucleada, de película y de transferencia de calor máximo y mínimo);
   - *condensación de película* (placa vertical, sistemas radiales).
5. **Intercambiadores de calor:** relaciones de efectividad NUT para diseño y rendimiento de
   - *tubos concéntricos, configuraciones de coraza y tubo y de flujo cruzado.*
6. **Intercambio por radiación:** expresiones estándar para calcular
   - *funciones de cuerpo negro* (factores de intensidad espectral, potencia emisiva y emisión de banda);
   - *factores de forma* (relaciones y fórmulas);
   - *intercambio por radiación en un recinto.*
7. **Propiedades:** dependencia de temperatura de propiedades termofísicas para materiales escogidos como
   - *sólidos* (aluminio 2024, acero inoxidable 302, cobre, nitruro de silicio);
   - *líquidos* (agua, aceite lubricante, etilenglicol, R12, R113);
   - *gases/vapores* (aire, agua, helio, R12, R113).

Los usuarios del programa IHT deben entender que *no* se trata de una colección de modelos resueltos previamente para ejercicios con diferentes condiciones de entrada. Más bien es una herramienta de productividad que facilita la construcción y solución de modelos para la amplia variedad de problemas de transferencia de calor que abarca este texto. La construcción se facilita con la capacidad para *arrastrar* material de cualquiera de los módulos y herramientas al área de trabajo y, como se requiere para completar el modelo, introducir ecuaciones adicionales desde el teclado. Por ejemplo, si se desea utilizar el método de resistencia interna despreciable (capítulo 5) para determinar la respuesta térmica transitoria de un sólido que se enfría mediante convección libre y radiación, el modelo apropiado se generaría combinando características del módulo 5 y de las herramientas 1, 4 y 7. Alternativamente, el balance de energía apropiado, y las ecuaciones o modelos de transferencia de calor, correlaciones y propiedades se introducirían desde el teclado. El solucionador serviría después para calcular la historia de temperatura deseada, así como para evaluar y trazar gráficas de los efectos de las variaciones de los parámetros apropiados. Para facilitar su uso, el software también incluye un tutorial, ejemplos resueltos y opciones para ayuda en línea.

A fin de minimizar las frustraciones asociadas con la *obtención de resultados incorrectos a partir de un modelo incorrecto*, muchos de los problemas abiertos de este texto aparecen como extensiones a problemas de una sola solución. De esta forma los estudiantes pueden primero elaborar y probar su modelo bajo condiciones prescritas para las que sólo hay una respuesta. Una vez establecida la confianza en la validez de su modelo, pueden usar entonces IHT (o algún otro solucionador) para llevar a cabo cálculos paramétricos desde los que es posible determinar los diseños o las condiciones de operación óptimos. Estos problemas se identifican por tener encerrada su parte exploratoria con un rectángulo, por ejemplo, (b), (c) o (d). Esta característica también permite a los instructores tratar la transferencia de calor sin el uso de computadoras para aprovechar la riqueza de estos problemas incluso asignando todas las porciones excepto las realzadas. Los problemas para los que el número mismo está resaltado, como por ejemplo, 1.18, deben resolverse con computadora.

Respecto al uso de IHT como una *herramienta de productividad*, se recomienda que se solicite a los estudiantes que elaboren sus modelos en papel y hagan cálculos manuales limitados antes de recurrir al software para consideraciones de diseño y exploración. Una vez que los estudiantes dominan los conceptos de transferencia de calor y se familiarizan con el software, están habilitados para tratar con muchas de las complejidades asociadas con el comportamiento de sistemas térmicos reales. En relación con el uso del IHT como *herramienta de aprendizaje*, el contenido y jerarquía del software refuerza la asimilación subsecuente y la aplicación de los fundamentos de transferencia de calor que se tratan en el texto.

En los preparativos de esta edición influyeron también los resultados de un cuestionario con el que se procuró obtener retroalimentación en cuatro temas principales: ¿es demasiado largo el texto?; ¿hay un balance satisfactorio entre los tratamientos de la *ciencia* y la *práctica* de la transferencia de calor?; ¿se debe acoplar un paquete de software al texto?; y ¿cuál es un balance apropiado entre problemas de final de capítulo cerrados y abiertos?

Como sólo 18 por ciento de los 310 que respondieron consideraron que el texto era demasiado largo, no se hizo intento de reducirlo. Se agregó una cantidad limitada de material nuevo para mejorar los tratamientos de varios temas (la primera ley; conducción en estado estable unidimensional con generación interna; superficies extendidas; cuerpos semiinfinitos), pero en cada caso con poco efecto sobre la longitud total del texto. Aunque los que respondieron consideraron que el libro tenía buen equilibrio entre fundamentos y

aplicaciones, se recomendó que la nueva edición incluyera más problemas abiertos de propósito orientado (aproximadamente 25 por ciento del total) y que se recomendara software de simulación para acelerar el proceso de solución. Como se explicó en párrafos anteriores, respondimos a ambas sugerencias.

Estamos en deuda con muchos de nuestros colegas de Purdue y con todos los que aportaron las sugerencias e ideas que no en poco contribuyeron a la producción de este texto. Siempre procuramos estar conscientes de las necesidades y dificultades de aprendizaje de los estudiantes, y agradecemos a todos los alumnos de Purdue y de otros lugares, que proporcionaron un refuerzo positivo a nuestra tarea.

West Lafayette, Indiana

Frank P. Incropera (fpi@ecn.purdue.edu)
David P. DeWitt (dpd@ecn.purdue.edu)

Contenido

Símbolos xxi

CAPÍTULO 1
Introducción 1

1.1 ¿Qué y cómo? 2
1.2 Orígenes físicos y modelos 3
1.2.1 Conducción *3*
1.2.2 Convección *5*
1.2.3 Radiación *8*
1.2.4 Relación con la termodinámica *12*
1.3 Requerimiento de conservación de la energía 12
1.3.1 Conservación de la energía para un volumen de control *12*
1.3.2 Balance de energía en una superficie *19*
1.3.3 Aplicación de las leyes de conservación: metodología *21*
1.4 Análisis de problemas de transferencia de calor: metodología 22
1.5 Relevancia de la transferencia de calor 25
1.6 Unidades y dimensiones 25
1.7 Resumen 28
Problemas 30

CAPÍTULO 2
Introducción a la conducción 43

2.1 El modelo para la conducción 44
2.2 Propiedades térmicas de la materia 46
2.2.1 Conductividad térmica *46*
2.2.2 Otras propiedades relevantes *49*
2.3 Ecuación de difusión de calor 52
2.4 Condiciones iniciales y de frontera 60
2.5 Resumen 63
Bibliografía 63
Problemas 63

CAPÍTULO 3
Conducción unidimensional de estado estable 73

3.1 La pared plana 74
3.1.1 Distribución de temperatura *74*
3.1.2 Resistencia térmica *76*
3.1.3 Pared compuesta *77*
3.1.4 Resistencia de contacto *79*
3.2 Análisis de conducción alternativa 86
3.3 Sistemas radiales 90
3.3.1 El cilindro *90*
3.3.2 La esfera *96*
3.4 Resumen de resultados de la conducción unidimensional 99
3.5 Conducción con generación de energía térmica 100
3.5.1 La pared plana *100*
3.5.2 Sistemas radiales *106*
3.5.3 Aplicación de los conceptos de resistencia *110*
3.6 Transferencia de calor en superficies extendidas 110
3.6.1 Análisis de conducción general *113*
3.6.2 Aletas de área de sección transversal uniforme *114*
3.6.3 Desempeño de una aleta *120*
3.6.4 Aletas de área de sección transversal no uniforme *124*
3.6.5 Eficiencia global de la superficie *126*
3.7 Resumen 133
Bibliografía 134
Problemas 134

CAPÍTULO 4
Conducción bidimensional en estado estable 161

4.1 Enfoques alternativos 162
4.2 Método de separación de variables 163
4.3 Método gráfico 167
4.3.1 Metodología de la construcción de una gráfica de flujo *167*
4.3.2 Determinación de la transferencia de calor *169*
4.3.3 Factor de forma de conducción *169*
4.4 Ecuaciones de diferencias finitas 173
4.4.1 Red nodal *173*
4.4.2 Forma de diferencias finitas de la ecuación de calor *174*
4.4.3 Método del balance de energía *175*
4.5 Solución de las ecuaciones de diferencias finitas 181
4.5.1 Método de inversión de matrices *181*
4.5.2 Iteración de Gauss-Seidel *182*
4.5.3 Algunas precauciones *188*
4.6 Resumen 193
Bibliografía 193
Problemas 194

CAPITULO **5**
Conducción en estado transitorio **211**

5.1 Método de la resistencia interna despreciable 212
5.2 Validez del método de la resistencia interna despreciable 215
5.3 Análisis general del método de resistencia interna despreciable 218
5.4 Efectos espaciales 223
5.5 Pared plana con convección 225
5.5.1 Solución exacta *225*
5.5.2 Solución aproximada *226*
5.5.3 Transferencia total de energía *226*
5.5.4 Consideraciones adicionales *228*
5.6 Sistemas radiales con convección 229
5.6.1 Soluciones exactas *229*
5.6.2 Soluciones aproximadas *230*
5.6.3 Transferencia total de energía *230*
5.6.4 Consideraciones adicionales *231*
5.7 Sólido semiinfinito 236
5.8 Efectos multidimensionales 242
5.9 Métodos de diferencias finitas 248
5.9.1 Discretización de la ecuación de calor: método explícito *248*
5.9.2 Discretización de la ecuación de calor: método implícito *256*
5.10 Resumen 263
Bibliografía 263
Problemas 263

CAPÍTULO **6**
Introducción a la convección **283**

6.1 El problema de la transferencia de calor por convección 284
6.2 Capas límite de convección 289
6.2.1 Capa límite de velocidad o hidrodinámica *289*
6.2.2 Capa límite térmica *290*
6.2.3 Capa límite de concentración *291*
6.2.4 Significado de las capas límite *293*
6.3 Flujo laminar y turbulento 294
6.4 Ecuaciones para la transferencia por convección 296
6.4.1 Capa límite de velocidad o hidrodinámica *296*
6.4.2 Capa límite térmica *301*
6.4.3 Capa límite de concentración *303*
6.5 Aproximaciones y condiciones especiales 308
6.6 Similitud de capas límite: ecuaciones de transferencia por convección normalizadas 311
6.6.1 Parámetros de similitud de la capa límite *311*
6.6.2 Forma funcional de las soluciones *313*
6.7 Significado físico de los parámetros adimensionales 318
6.8 Analogías de la capa límite 321
6.8.1 Analogía de la transferencia de calor y masa *321*
6.8.2 Enfriamiento evaporativo *325*

6.8.3 Analogía de Reynolds *327*
6.9 Efectos de la turbulencia 328
6.10 Coeficientes de convección 331
6.11 Resumen 332
Bibliografía 332
Problemas 333

CAPÍTULO 7
Flujo externo 345

7.1 Método empírico 347
7.2 Placa plana en un flujo paralelo 348
7.2.1 Flujo laminar: solución de similitud *349*
7.2.2 Flujo turbulento *355*
7.2.3 Condiciones de capa límite mezclada *355*
7.2.4 Casos especiales *357*
7.3 Metodología para un cálculo de convección 359
7.4 Flujo alrededor de un cilindro 366
7.4.1 Consideraciones de flujo *366*
7.4.2 Transferencia de calor y de masa por convección *368*
7.5 Esfera 374
7.6 Flujo a través de un banco de tubos 377
7.7 Chorros de choque 387
7.7.1 Consideraciones hidrodinámicas y geométricas *387*
7.7.2 Transferencia de calor y de masa por convección *389*
7.8 Lechos compactados 393
7.9 Resumen 394
Bibliografía 396
Problemas 396

CAPÍTULO 8
Flujo interno 419

8.1 Consideraciones hidrodinámicas 420
8.1.1 Condiciones de flujo *420*
8.1.2 Velocidad media *421*
8.1.3 Perfil de velocidad en la región completamente desarrollada *422*
8.1.4 Gradiente de presión y factor de fricción en un flujo completamente desarrollado *424*
8.2 Consideraciones térmicas 425
8.2.1 Temperatura media *426*
8.2.2 Ley de enfriamiento de Newton *427*
8.2.3 Condiciones completamente desarrolladas *427*
8.3 Balance de energía 431
8.3.1 Consideraciones generales *431*
8.3.2 Flujo de calor superficial constante *432*
8.3.3 Temperatura superficial constante *435*
8.4 Flujo laminar en tubos circulares: análisis térmico y correlaciones de convección 439
8.4.1 Región completamente desarrollada *439*

8.4.2 Región de entrada *443*
8.5 Correlaciones de convección: flujo turbulento en tubos circulares 444
8.6 Correlaciones de convección: tubos no circulares 449
8.7 Anillos de tubos concéntricos 454
8.8 Aumento de la transferencia de calor 456
8.9 Transferencia de masa por convección 457
8.10 Resumen 459
Bibliografía 461
Problemas 461

CAPÍTULO **9**
Convección libre **481**

9.1 Consideraciones físicas 482
9.2 Ecuaciones gobernantes 484
9.3 Consideraciones de similitud 486
9.4 Convección libre laminar sobre una superficie vertical 487
9.5 Efectos de turbulencia 490
9.6 Correlaciones empíricas: flujos externos de convección libre 492
9.6.1 Placa vertical *493*
9.6.2 Placas horizontales e inclinadas *496*
9.6.3 Cilindro largo horizontal *501*
9.6.4 Esferas *504*
9.7 Convección libre dentro de canales de placas paralelas 506
9.7.1 Canales verticales *506*
9.7.2 Canales inclinados *508*
9.8 Correlaciones empíricas: recintos 509
9.8.1 Cavidades rectangulares *509*
9.8.2 Cilindros concéntricos *512*
9.8.3 Esferas concéntricas *513*
9.9 Convección libre y forzada combinada 515
9.10 Transferencia de masa por convección 516
9.11 Resumen 516
Bibliografía 517
Problemas 518

CAPÍTULO **10**
Ebullición y condensación **535**

10.1 Parámetros adimensionales en la ebullición y la condensación 536
10.2 Modos de ebullición 537
10.3 Ebullición de alberca 538
10.3.1 Curva de ebullición *538*
10.3.2 Modos de ebullición de alberca *540*
10.4 Correlaciones de ebullición de alberca 543
10.4.1 Ebullición nucleada de alberca *543*
10.4.2 Flujo crítico de calor para ebullición de alberca nucleada *545*
10.4.3 Flujo mínimo de calor *545*
10.4.4 Ebullición de alberca de película *546*
10.4.5 Efectos paramétricos sobre la ebullición de alberca *547*

10.5 Ebullición por convección forzada 552
10.5.1 Ebullición de convección forzada externa *552*
10.5.2 Flujo bifásico *553*
10.6 Condensación: mecanismos físicos 554
10.7 Condensación de película laminar sobre una placa vertical 556
10.8 Condensación de película turbulenta 560
10.9 Condensación de película en sistemas radiales 565
10.10 Condensación de película en tubos horizontales 567
10.11 Condensación de gotas 568
10.12 Resumen 569
Bibliografía 569
Problemas 571

CAPÍTULO **11**
Intercambiadores de calor **581**

11.1 Tipos de intercambiadores de calor 582
11.2 Coeficiente global de transferencia de calor 584
11.3 Análisis de intercambiador de calor: uso de la diferencia de temperatura media logarítmica 587
11.3.1 Intercambiador de calor de flujo paralelo *588*
11.3.2 Intercambiador de calor en contraflujo *590*
11.3.3 Condiciones especiales de operación *591*
11.3.4 Intercambiadores de calor de pasos múltiples y de flujo cruzado *592*
11.4 Análisis del intercambiador de calor: método de eficiencia-NUT 599
11.4.1 Definiciones *599*
11.4.2 Relaciones de eficiencia-NUT *600*
11.5 Metodología del cálculo de un intercambiador de calor 607
11.6 Intercambiadores de calor compactos 613
11.7 Resumen 618
Bibliografía 619
Problemas 619

CAPÍTULO **12**
Radiación: procesos y propiedades **633**

12.1 Conceptos fundamentales 634
12.2 Intensidad de radiación 637
12.2.1 Definiciones *637*
12.2.2 Relación con la emisión *640*
12.2.3 Relación con la irradiación *643*
12.2.4 Relación con la radiosidad *645*
12.3 Radiación de cuerpo negro 646
12.3.1 Distribución de Planck *647*
12.3.2 Ley de desplazamiento de Wien *647*
12.3.3 Ley de Stefan-Boltzmann *648*
12.3.4 Emisión de banda *649*
12.4 Emisión superficial 654
12.5 Absorción, reflexión y transmisión superficiales 662
12.5.1 Absortividad *664*

12.5.2 Reflectividad *665*
12.5.3 Transmisividad *666*
12.5.4 Consideraciones especiales *667*
12.6 Ley de Kirchhoff 672
12.7 Superficie gris 673
12.8 Radiación ambiental 680
12.9 Resumen 686
Bibliografía 688
Problemas 689

CAPÍTULO **13**
Intercambio de radiación entre superficies **717**

13.1 Factor de forma 718
13.1.1 Factor de forma integral *718*
13.1.2 Relaciones del factor de forma *719*
13.2 Intercambio de radiación de cuerpo negro 728
13.3 Intercambio de radiación entre superficies grises, difusas, en un recinto 731
13.3.1 Intercambio neto de radiación en una superficie *732*
13.3.2 Intercambio de radiación entre superficies *732*
13.3.3 Recinto de dos superficies *738*
13.3.4 Cubiertas de radiación *738*
13.3.5 Superficie rerradiante *742*
13.4 Transferencia de calor multimodal 746
13.5 Efectos adicionales 749
13.5.1 Absorción volumétrica *750*
13.5.2 Emisión y absorción gaseosas *750*
13.6 Resumen 754
Bibliografía 755
Problemas 755

CAPÍTULO **14**
Transferencia de masa por difusión **783**

14.1 Orígenes físicos y ecuaciones de conservación 784
14.1.1 Orígenes físicos *784*
14.1.2 Composición de una mezcla *785*
14.1.3 Ley de difusión de Fick *786*
14.1.4 Condiciones restrictivas *787*
14.1.5 Coeficiente de difusión de masa *791*
14.2 Conservación de especies 791
14.2.1 Conservación de especies para un volumen de control *792*
14.2.2 Ecuación de difusión de masa *792*
14.3 Condiciones iniciales y de frontera 795
14.4 Difusión de masa sin reacciones químicas homogéneas 798
14.4.1 Medios estacionarios con concentraciones superficiales específicas *799*
14.4.2 Medios estacionarios con reacciones superficiales catalíticas *802*
14.4.3 Contradifusión equimolar *805*
14.4.4 Evaporación en una columna *808*
14.5 Difusión de masa con reacciones químicas homogéneas 810

14.6 Difusión transitoria 813
Bibliografía 817
Problemas 818

APÉNDICE A
Propiedades termofísicas de la materia 825

APÉNDICE B
Relaciones y funciones matemáticas 855

APÉNDICE C
Condiciones térmicas asociadas con la generación uniforme de energía en sistemas undimensionales de estado estable 861

APÉNDICE D
Representación gráfica de conducción transitoria undimensional en una pared plana, cilindro largo y esfera 869

APÉNDICE E
Solución integral de capa límite laminar para flujo paralelo en una placa plana 875

Índice 881

Símbolos

A área, m^2

A_c área de la sección transversal, m^2

A_{ff} área de flujo libre en la coraza de un intercambiador de calor compacto (área de sección transversal mínima disponible para flujo a través de la coraza), m^2

A_{fr} área frontal de un intercambiador de calor, m^2

A_p área de la superficie principal (sin aletas), m^2

A_r razón de área de boquilla

A_s área superficial, m^2

a aceleración, m/s^2

B_i número de Biot

Bo número de Bond

C concentración molar, $kmol/m^3$; capacidad de flujo de calor, W/K

C_D coeficiente de arrastre

C_f coeficiente de fricción

C_t capacitancia térmica, J/K

c calor específico, J/kg · K; velocidad de la luz, m/s

c_p calor específico a presión constante, J/kg · K

c_v calor específico a volumen constante, J/kg · K

D diámetro, m

D_{AB} coeficiente binario de difusión de masa , m^2/s

D_h diámetro hidráulico, m

E energía interna térmica (sensible), J; potencial eléctrico, V; potencia emisiva, W/m^2

Ec número de Eckert

$\dot{E}_g$ generación de energía, W

$\dot{E}_{entrada}$ transferencia de energía que entra a un volumen de control, W

$\dot{E}_{salida}$ transferencia de energía que sale de un volumen de control, W

$\dot{E}_{alm}$ incremento de la energía almacenada dentro de un volumen de control, W

e energía térmica interna por unidad de masa, J/kg; rugosidad de superficie, m

F fuerza, N; factor de corrección para un intercambiador de calor; fracción de radiación de cuerpo negro en una banda de longitud de onda; factor de forma

Fo número de Fourier

f factor de fricción; variable de similitud

G irradiación, W/m^2; velocidad de masa, $kg/s \cdot m^2$

Gr número de Grashof

Gz número de Graetz

g aceleración gravitacional, m/s^2

g_c constante gravitacional, 1 kg · m/N · s^2 o 32.17 pies · $lb_m/lb_f \cdot s^2$

H altura de boquilla, m

h coeficiente de transferencia de calor por convección, $W/m^2 \cdot K$; constante de Planck

h_{fg} calor latente de evaporación, J/kg

h_m coeficiente de transferencia de masa por convección, m/s

h_{rad} coeficiente de transferencia de calor por radiación, $W/m^2 \cdot K$

I corriente eléctrica, A; intensidad de radiación, $W/m^2 \cdot sr$

i densidad de corriente eléctrica, A/m^2; entalpía por unidad de masa, J/kg

J radiosidad, W/m^2

Ja número de Jakob

J_i flujo molar difusivo de la especie i con relación a la velocidad promedio molar de la mezcla, $kmol/s \cdot m^2$

j_i flujo de masa difusivo de la especie i con relación a la velocidad promedio de masa de la mezcla, $kg/s \cdot m^2$

j_H factor j de Colburn para transferencia de calor

j_m factor j de Colburn para transferencia de masa

k conductividad térmica, W/m · K; constante de Boltzmann

k_0	constante de rapidez de reacción homogénea de orden cero, kmol/s · m^3
k_1	constante de rapidez de reacción homogénea de primer orden, s^{-1}
k_1''	constante de rapidez de reacción homogénea de primer orden, m/s
L	longitud característica, m
Le	número de Lewis
M	masa, kg; número de bandas de transferencia de calor en una gráfica de flujo; recíproco del número de Fourier para soluciones en diferencias finitas
$\dot{M}_i$	transferencia de masa para la especie i, kg/s
$\dot{M}_{i,g}$	incremento de masa de la especie i debido a reacciones químicas, kg/s
$\dot{M}_{\text{entrada}}$	entrada de masa a un volumen de control, kg/s
$\dot{M}_{\text{salida}}$	salida de masa de un volumen de control, kg/s
$\dot{M}_{\text{st}}$	aumento de la masa almacenada dentro de un volumen de control, kg/s
$\mathcal{M}_i$	peso molecular de la especie i, kg/mol
m	masa, kg
$\dot{m}$	flujo másico, kg/s
m_i	fracción de masa de la especie i, ρ_i/ρ
N	número de incrementos de temperatura en una gráfica de flujo; número total de tubos en un banco de tubos; número de superficies en un recinto
Nu	número de Nusselt
NUT	número de unidades de transferencia
N_i	transferencia molar de la especie i con relación a coordenadas fijas, kmol/s
N_i''	flujo molar de la especie i con relación a coordenadas fijas, kmol/s · m^2
$\dot{N}_i$	aumento de la especie i por unidad de volumen debido a reacciones químicas, kmol/s · m^3
$\dot{N}_i''$	reacción superficial de la especie i, kmol/s · m^2
n_i''	flujo másico de la especie i con relación a coordenadas fijas, kg/s · m^2
$\dot{n}_i$	aumento de masa de la especie i por unidad de volumen debido a reacciones químicas, kg/s · m^3
N_L, N_t	número de tubos en la dirección longitudinal y transversal
P_L, P_t	separación adimensional longitudinal y transversal de un banco de tubos
P	perímetro, m; designación de la propiedad general de un fluido
Pe	número de Peclet ($RePr$)
Pr	número de Prandtl
p	presión, N/m^2
Q	transferencia de energía, J
q	transferencia de calor, W
$\dot{q}$	generación de energía por unidad de volumen, W/m^3
q'	transferencia de calor por unidad de longitud, W/m
q''	flujo de calor, W/m^2
R	radio cilíndrico, m
$\mathcal{R}$	constante universal de los gases
Ra	número de Rayleigh
Re	número de Reynolds
R_e	resistencia eléctrica, Ω
R_f	factor de impureza, m^2 · K/W
R_m	resistencia de transferencia de masa, s/m^3
$R_{m,n}$	residuo para el punto nodal m, n
R_t	resistencia térmica, K/W
$R_{t,c}$	resistencia térmica de contacto, K/W
$R_{t,f}$	resistencia térmica de una aleta, K/W
$R_{t,o}$	resistencia térmica de un arreglo de aletas, K/W
r_o	radio de cilindro o esfera, m
r, ϕ, z	coordenadas cilíndricas
r, θ, ϕ	coordenadas esféricas
S	solubilidad, kmol/m^3·atm; factor de forma para conducción bidimensional, m; separación de boquilla; espaciamiento de placa, m
S_c	constante solar
Sc	número de Schmidt
Sh	número de Sherwood
St	número de Stanton
S_D, S_L, S_t	separación diagonal, longitudinal y transversal de un banco de tubos, m
T	temperatura, K
t	tiempo, s
U	coeficiente global de transferencia de calor, W/m^2 · K; energía interna, J
u, v, w	componentes de la velocidad promedio de flujo de masa, m/s
u^*, v^*, w^*	componentes de la velocidad molar promedio, m/s
V	volumen, m^3; velocidad de fluido, m/s
v	volumen específico, m^3/kg
W	ancho de abertura de una boquilla, m
$\dot{W}$	tasa a la que se realiza trabajo, W
We	número de Weber
X, Y, Z	componentes de la fuerza de cuerpo por unidad de volumen, N/m^3
x, y, z	coordenadas rectangulares, m
x_c	posición crítica para la transición a turbulencia, m
$x_{\text{fd},c}$	longitud de entrada de concentración, m
$x_{\text{fd},h}$	longitud de entrada hidrodinámica, m
$x_{\text{fd},t}$	longitud de entrada térmica, m
x_i	fracción de mol de la especie i, C_i/C

Letras griegas

α	difusividad térmica, m^2/s; área de la superficie de un intercambiador de calor por unidad de volumen, m^2/m^3; absorbencia (o absortividad)
β	coeficiente de expansión térmica volumétrica, K^{-1}
Γ	flujo de masa por unidad de anchura en condensación de película, kg/s · m
δ	espesor de capa límite hidrodinámica, m
δ_c	espesor de capa límite de concentración, m
δ_t	espesor de capa límite térmica, m
ε	emisividad; porosidad de un lecho empacado; efectividad de un intercambiador de calor
ε_f	efectividad de una aleta
ε_H	difusividad turbulenta para transferencia de calor, m^2/s
ε_M	difusividad turbulenta para transferencia de momento, m^2/s
ε_m	difusividad turbulenta para transferencia de masa, m^2/s
η	variable de similitud
η_f	eficiencia de una aleta
η_o	eficiencia de un arreglo de aletas
θ	ángulo cenital, rad; diferencia de temperaturas, K
κ	coeficiente de absorción, m^{-1}
λ	longitud de onda, μm
μ	viscosidad dinámica, kg/s · m
ν	viscosidad cinemática, m^2/s; frecuencia de radiación, s^{-1}
ρ	densidad de masa, kg/m^3; reflectividad
σ	constante de Stefan-Boltzmann; conductividad eléctrica, $1/\Omega \cdot m$; esfuerzo viscoso normal, N/m^2; tensión superficial, N/m; razón del área de la sección transversal mínima al área frontal del intercambiador de calor
Φ	función de disipación viscosa, s^{-2}
ϕ	ángulo acimutal, rad
ψ	función de corriente, m^2/s
τ	esfuerzo cortante, N/m^2; transmisividad
ω	ángulo sólido, sr

Subíndices

A, B	especies en una mezcla binaria
abs	absorbido
am	media aritmética
b	base de una superficie extendida; cuerpo negro
c	sección transversal; concentración; fluido frío
cr	espesor crítico de aislamiento
cond	conducción
conv	convección
CF	contraflujo
D	diámetro; arrastre
dif	difusión
e	exceso; emisión
evap	vaporización
f	propiedades de fluido; condiciones de aleta; condiciones de líquido saturado
fd	condiciones completamente desarrolladas
g	condiciones de vapor saturado
H	condiciones de transferencia de calor
h	hidrodinámico; fluido caliente
i	denominación general de especies; superficie interna de un anillo; condición inicial; condición de entrada de tubo; radiación incidente
L	basado en la longitud característica
l	condiciones de líquido saturado
lat	energía latente
lm	condición media logarítmica
M	condición de transferencia de momento
m	condición de transferencia de masa; valor medio en una sección transversal de un tubo
max	velocidad máxima de fluido
o	condición central o de medio plano; condición de salida de tubo; exterior
R	superficie rerradiante
r, ref	radiación reflejada
rad	radiación
S	condiciones solares
s	condiciones de superficie; propiedades de sólido
sat	condiciones saturadas
sky	condiciones de cielo
sur	alrededores
t	térmico
tr	transmitido
v	condiciones de vapor saturado
x	condiciones locales sobre una superficie
λ	espectral
∞	condiciones de corriente libre

Superíndices

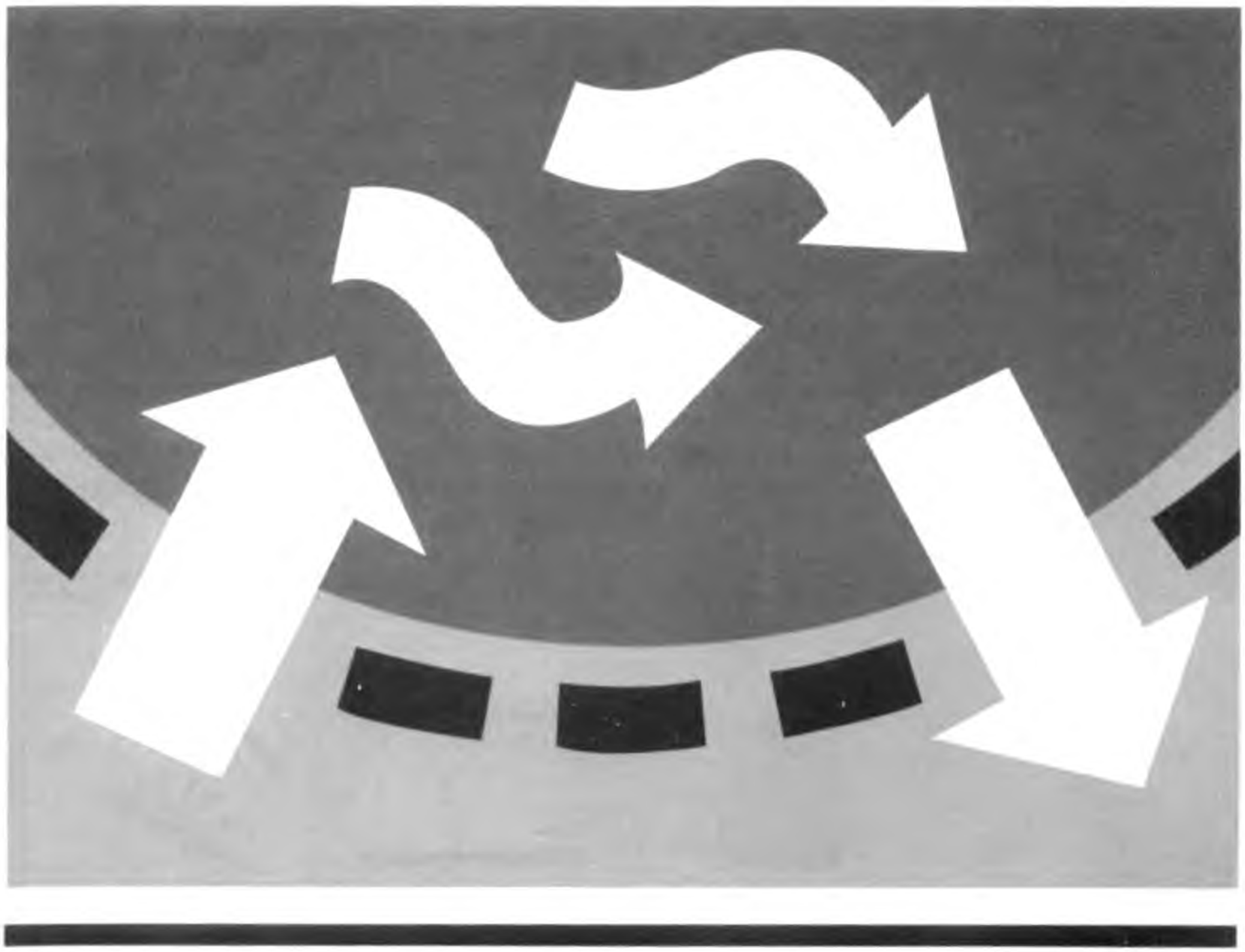
′	cantidad fluctuante
*	promedio molar; cantidad sin dimensiones

Barra superior

−	condiciones promedio de superficie; media temporal

CAPÍTULO 1

Introducción



Del estudio de la termodinámica usted aprendió que la energía se puede transferir mediante las interacciones de un sistema con su alrededor. Estas interacciones se denominan trabajo y calor. Sin embargo, la termodinámica trata de los estados finales del proceso durante el cual ocurre una interacción y no proporciona información alguna con respecto a la naturaleza de esta interacción o la rapidez con la que ésta se produce.

El objetivo de este texto es ampliar el análisis termodinámico a través del estudio de los *modos* de transferencia de calor y por medio del desarrollo de relaciones matemáticas para calcular *velocidades* de transferencia de calor. En este capítulo sentamos las bases de gran parte del material que se trata en el texto. Lo hacemos formulando varias preguntas. *¿Qué es la transferencia de calor? ¿Cómo se transfiere éste? ¿Por qué es importante su estudio?* Al contestar a estas preguntas, comenzaremos a valorar los mecanismos físicos que son el fundamento de los procesos de transferencia de calor y la relevancia de estos procesos para los problemas industriales y ambientales.

1.1 *¿Qué y cómo?*

Una definición sencilla, aunque general, da respuesta suficiente a la pregunta: ¿Qué es la transferencia de calor?

> *Transferencia de calor (o calor) es la energía en tránsito debido a una diferencia de temperaturas.*

Siempre que exista una diferencia de temperaturas en un cuerpo o entre cuerpos, debe ocurrir una transferencia de calor.

Según se muestra en la figura 1.1, nos referimos a los diferentes tipos de procesos de transferencia de calor como *modos*. Cuando existe un gradiente de temperatura en un medio estacionario —que puede ser un sólido o un fluido— utilizamos el término *conducción* para referirnos a la transferencia de calor que se producirá a través del medio. En cambio, el término *convección* se refiere a la transferencia de calor que ocurrirá entre una superficie y un fluido en movimiento cuando están a diferentes temperaturas. El tercer modo de transferencia de calor se denomina *radiación térmica*. Todas las superficies con temperatura finita emiten energía en forma de ondas electromagnéticas. Por tanto, en ausencia de un medio, existe una transferencia neta de calor por radiación entre dos superficies a diferentes temperaturas.

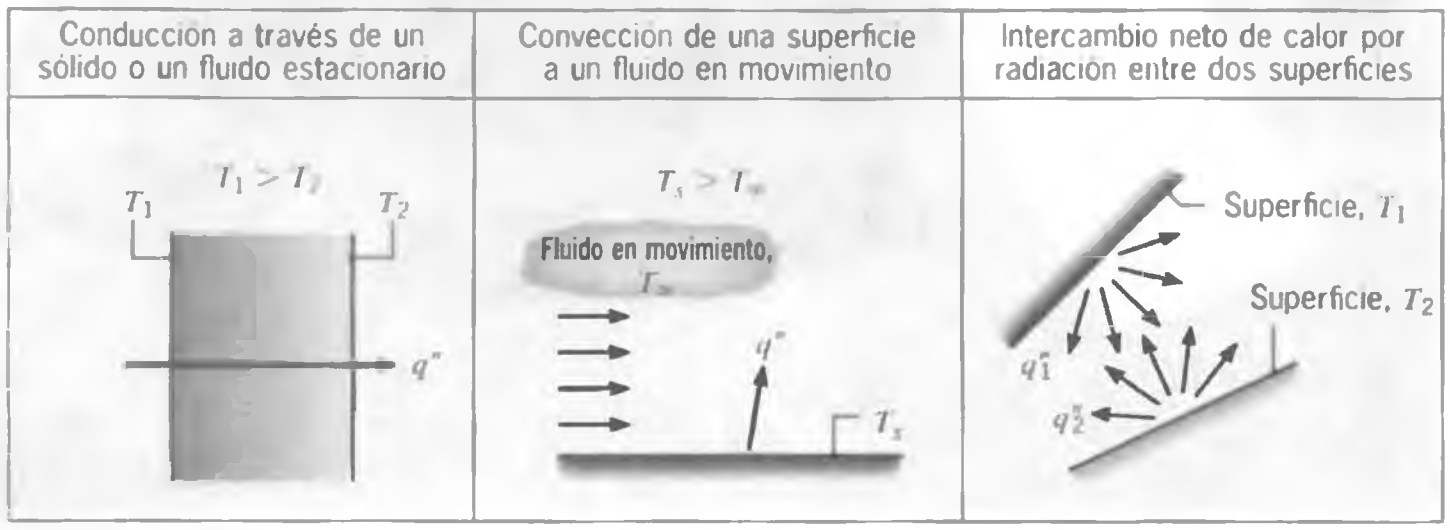


FIGURA 1.1 Modos de transferencia de calor: conducción, convección y radiación.

1.2 *Orígenes físicos y modelos*

Como ingenieros es importante que entendamos los *mecanismos físicos* que sirven de base a los modos de transferencia de calor y seamos capaces de usar los modelos que proporcionan la cantidad de energía que se transfiere por unidad de tiempo.

1.2.1 Conducción

A la mención de la palabra *conducción* debemos evocar de inmediato conceptos de *actividad atómica* y *molecular*, pues hay procesos en estos niveles que sustentan este modo de transferencia de calor. La conducción se considera como la transferencia de energía de las partículas más energéticas a las menos energéticas de una sustancia debido a las interacciones entre las mismas.

El mecanismo físico de conducción se explica más fácilmente considerando un gas y usando ideas que le sean familiares, propias de su experiencia en termodinámica. Piense en un gas en el que existe un gradiente de temperatura y suponga que no hay *movimiento global*. El gas puede ocupar el espacio entre dos superficies que se mantienen a diferentes temperaturas, como se muestra en la figura 1.2. Asociamos la temperatura en cualquier punto con la energía de las moléculas del gas en la proximidad del punto. Esta energía está relacionada con el movimiento traslacional aleatorio, así como con los movimientos internos de rotación y vibración de las moléculas.

Las temperaturas más altas se asocian con las energías moleculares más altas y, cuando las moléculas vecinas chocan, como lo hacen constantemente, debe ocurrir una transferencia de energía de las moléculas más energéticas a las menos energéticas. En presencia de un gradiente de temperatura, la transferencia de energía por conducción debe ocurrir entonces en la dirección de la temperatura decreciente. Esta transferencia es evidente en la figura 1.2. Las moléculas, procedentes de arriba y de abajo, cruzan constantemente el plano hipotético en x_o gracias a su movimiento *aleatorio*. Sin embargo, las moléculas de arriba están asociadas con una temperatura mayor que la que tienen las de abajo, en cuyo caso debe haber una transferencia *neta* de energía en la dirección positiva de x. Se habla de la transferencia neta de energía debida al movimiento molecular aleatorio como una *difusión* de energía.

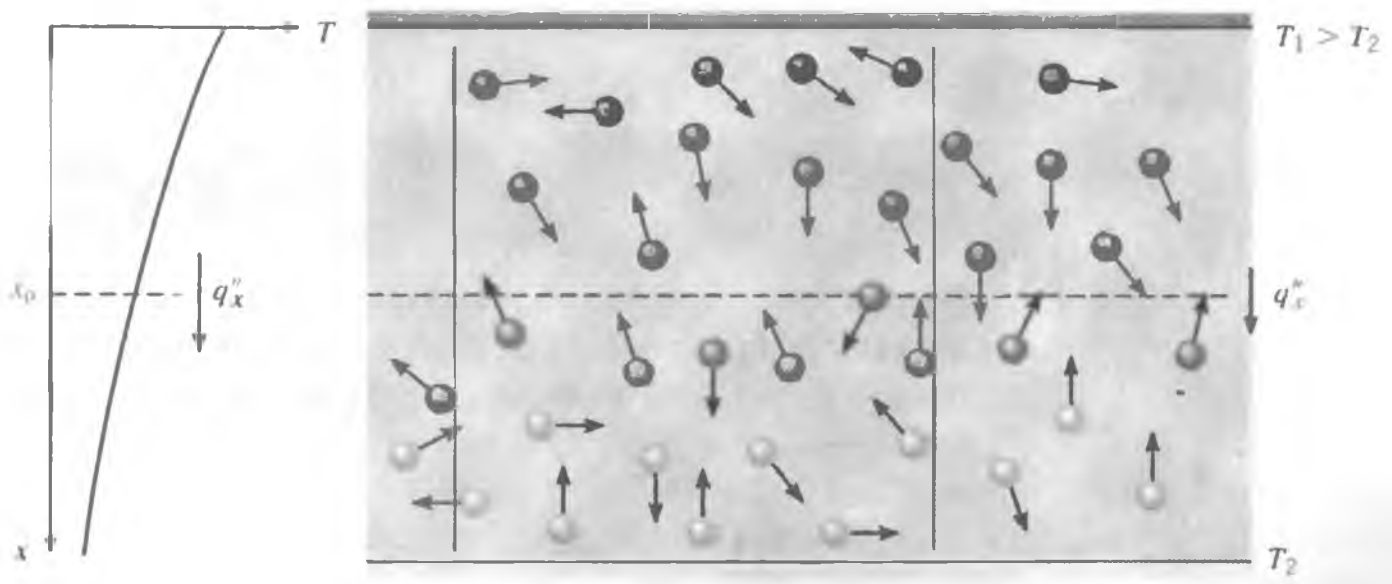


FIGURA 1.2 Asociación de la transferencia de calor por conducción con la difusión de energía debida a la actividad molecular.

La situación es muy similar en los líquidos, aunque las moléculas están menos espaciadas y las interacciones moleculares son más fuertes y frecuentes. De igual manera, en un sólido, la conducción se atribuye a la actividad atómica en forma de vibraciones reticulares. El punto de vista moderno es atribuir la transferencia de energía a *ondas reticulares* inducidas por el movimiento atómico. En un no conductor, la transferencia de energía se da exclusivamente por la vía de estas ondas reticulares; en un conductor, la transferencia de energía también se debe al movimiento de traslación de los electrones libres. Las importantes propiedades asociadas con los fenómenos de la conducción se analizan en el capítulo 2 y en el apéndice A.

Los ejemplos de transferencia de calor por conducción son innumerables. El extremo expuesto de una cuchara metálica introducida súbitamente en una taza de café caliente se calentará debido a la conducción de energía a través de la cuchara. En un día invernal hay una pérdida significativa de energía de una habitación caliente hacia el exterior; esta pérdida se debe principalmente a la transferencia de calor por conducción a través de la pared que separa el aire de la habitación del aire exterior.

Es posible cuantificar los procesos de transferencia de calor en términos de las *ecuaciones* o *modelos* apropiados. Estas ecuaciones o modelos sirven para calcular la cantidad de energía que se transfiere por unidad de tiempo. Para la conducción de calor, la ecuación o modelo se conoce como *ley de Fourier*. Para la pared plana unidimensional que se muestra en la figura 1.3, la cual tiene una distribución de temperatura $T(x)$, la ecuación o modelo se expresa como

$$q''_x = -k\frac{dT}{dx} \tag{1.1}$$

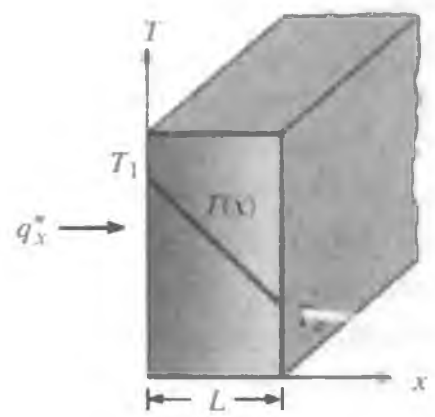


Figura 1.3
Transferencia unidimensional de calor por conducción (difusión de energía).

El *flujo de calor* o *transferencia de calor por unidad de área* q''_x (W/m^2) es la velocidad con que se transfiere el calor en la dirección x *por* área unitaria *perpendicular* a la dirección de transferencia, y es proporcional al gradiente de temperatura, dT/dx en esta dirección. La constante de proporcionalidad, k, es una propiedad de *transporte* conocida como *conductividad térmica* (W/m · K) y es una característica del material de la pared. El signo menos es una consecuencia del hecho de que el calor se transfiere en la dirección de la temperatura decreciente. En las condiciones de estado estable que se muestran en la figura 1.3, donde la distribución de temperatura es *lineal*, el gradiente de temperatura se expresa como

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

y el flujo de calor entonces es

$$q''_x = -k\frac{T_2 - T_1}{L}$$

o

$$q''_x = k\frac{T_1 - T_2}{L} = k\frac{\Delta T}{L} \tag{1.2}$$

Observe que esta ecuación proporciona un *flujo de calor*, es decir, la velocidad del calor transferido por *unidad de área*. El *calor transferido* por conducción por unidad de tiempo, q_x(W), a través de una pared plana de área A, es entonces el producto del flujo y el área, $q_x = q''_x \cdot A$.

Ejemplo 1.1

La pared de un horno industrial se construye con ladrillo de arcilla refractaria de 0.15 m de espesor que tiene una conductividad térmica de 1.7 W/m · K. Mediciones realizadas

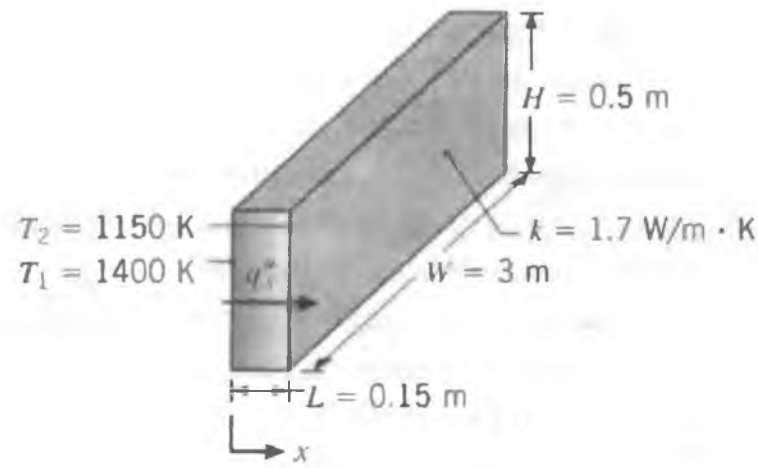
durante la operación en estado estable revelan temperaturas de 1400 y 1150 K en las superficies interna y externa, respectivamente. ¿Cuál es la velocidad de pérdida de calor a través de una pared que tiene 0.5 m por 3 m de lado?

SOLUCIÓN

Se conoce: Condiciones de estado estable con espesor de pared, área, conductividad térmica y temperaturas superficiales preestablecidas.

Encontrar: Pérdida de calor por la pared.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Conducción unidimensional a través de la pared.
3. Conductividad térmica constante.

Análisis: Como la transferencia de calor a través de la pared se realiza por conducción, el flujo de calor se determina a partir de la ley de Fourier. Al usar la ecuación 1.2, tenemos

$$q''_x = k\frac{\Delta T}{L} = 1.7\ \text{W/m} \cdot \text{K} \times \frac{250\ \text{K}}{0.15\ \text{m}} = 2833\ \text{W/m}^2$$

El flujo de calor representa la velocidad de transferencia de calor a través de una sección de área unitaria. La pérdida de calor de la pared es entonces

$$q_x = (HW)\, q''_x = (0.5\ \text{m} \times 3.0\ \text{m})\ 2833\ \text{W/m}^2 = 4250\ \text{W} \quad \triangleleft$$

Comentarios: Note la dirección del flujo de calor y la distinción entre flujo de calor y velocidad de transferencia de calor.

1.2.2 Convección

El *modo* de transferencia de calor por convección se compone de *dos mecanismos*. Además de la transferencia de energía debida al *movimiento molecular aleatorio* (*difusión*), la energía también se transfiere mediante el *movimiento global*, o *macroscópico* del fluido. El movimiento del fluido se asocia con el hecho de que, en cualquier instante, grandes números de moléculas se mueven de forma colectiva o como agregados. Tal

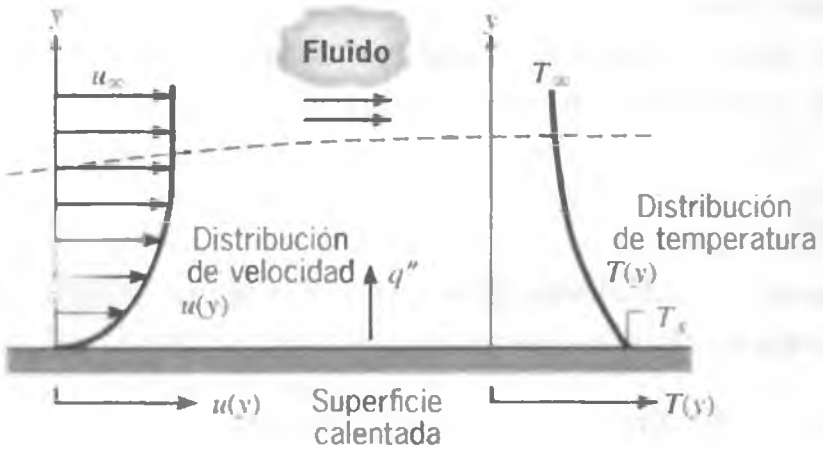


Figura 1.4
Desarrollo de la capa límite en la transferencia de calor por convección.

movimiento, en presencia de un gradiente de temperatura, contribuye a la transferencia de calor. Como las moléculas en el agregado mantienen su movimiento aleatorio, la transferencia total de calor se debe entonces a una superposición de transporte de energía por el movimiento aleatorio de las moléculas y por el movimiento global del fluido. Se acostumbra utilizar el término *convección* cuando se hace referencia a este transporte acumulado y el término *advección* cuando se habla del transporte debido al movimiento volumétrico del fluido.

Estamos especialmente interesados en la transferencia de calor por convección que ocurre entre un fluido en movimiento y una superficie limitante cuando éstos tienen diferentes temperaturas. Considere el flujo del fluido sobre la superficie calentada de la figura 1.4. Una consecuencia de la interacción fluido-superficie es el desarrollo de una región en el fluido en la que la velocidad varía de cero en la superficie a un valor finito u_∞ asociado con el flujo. Esta región del fluido se conoce como *capa límite hidrodinámica* o *de velocidad*. Más aún, si las temperaturas de la superficie y del fluido difieren, habrá una región del fluido a través de la cual la temperatura varía de T_s en $y = 0$ a T_∞ en el flujo exterior. Esta región, denominada *capa límite térmica*, puede ser más pequeña, más grande o del mismo tamaño que aquella en la que varía la velocidad. En cualquier caso, si $T_s > T_\infty$, ocurrirá la transferencia de calor por convección entre la superficie y el flujo exterior.

El modo de transferencia de calor por convección se sustenta tanto en el movimiento molecular aleatorio como en el movimiento volumétrico del fluido en la capa límite. La contribución debida al movimiento molecular aleatorio (difusión) domina cerca de la superficie donde la velocidad del fluido es baja. De hecho, en la interfaz entre la superficie y el fluido ($y = 0$), la velocidad del fluido es cero y el calor se transfiere sólo por este mecanismo. La contribución debida al movimiento volumétrico del fluido se origina del hecho de que la capa límite *crece* a medida que el flujo avanza en la dirección x. En efecto, el calor que se conduce en esta capa es arrastrado corriente abajo y finalmente se transfiere al fluido fuera de la capa límite. La apreciación de los fenómenos de la capa límite es esencial para la comprensión de la transferencia de calor por convección. Es por esta razón que la disciplina de la mecánica de fluidos desempeñará un papel vital en nuestro análisis posterior de la convección.

La transferencia de calor por convección se clasifica de acuerdo con la naturaleza del flujo. Hablamos de *convección forzada* cuando el flujo es causado por medios externos, como un ventilador, una bomba o vientos atmosféricos. Como ejemplo, considérese el uso de un ventilador para proporcionar enfriamiento por aire mediante convección forzada de los componentes eléctricos calientes sobre un arreglo de tarjetas de circuitos impresos (figura 1.5*a*). En cambio, en la *convección libre* (o *natural*) el flujo es inducido por fuerzas de empuje que surgen a partir de diferencias de densidad ocasionadas por variaciones de temperatura en el fluido. Un ejemplo es la transferencia de calor por convección libre, que ocurre a partir de componentes calientes sobre un

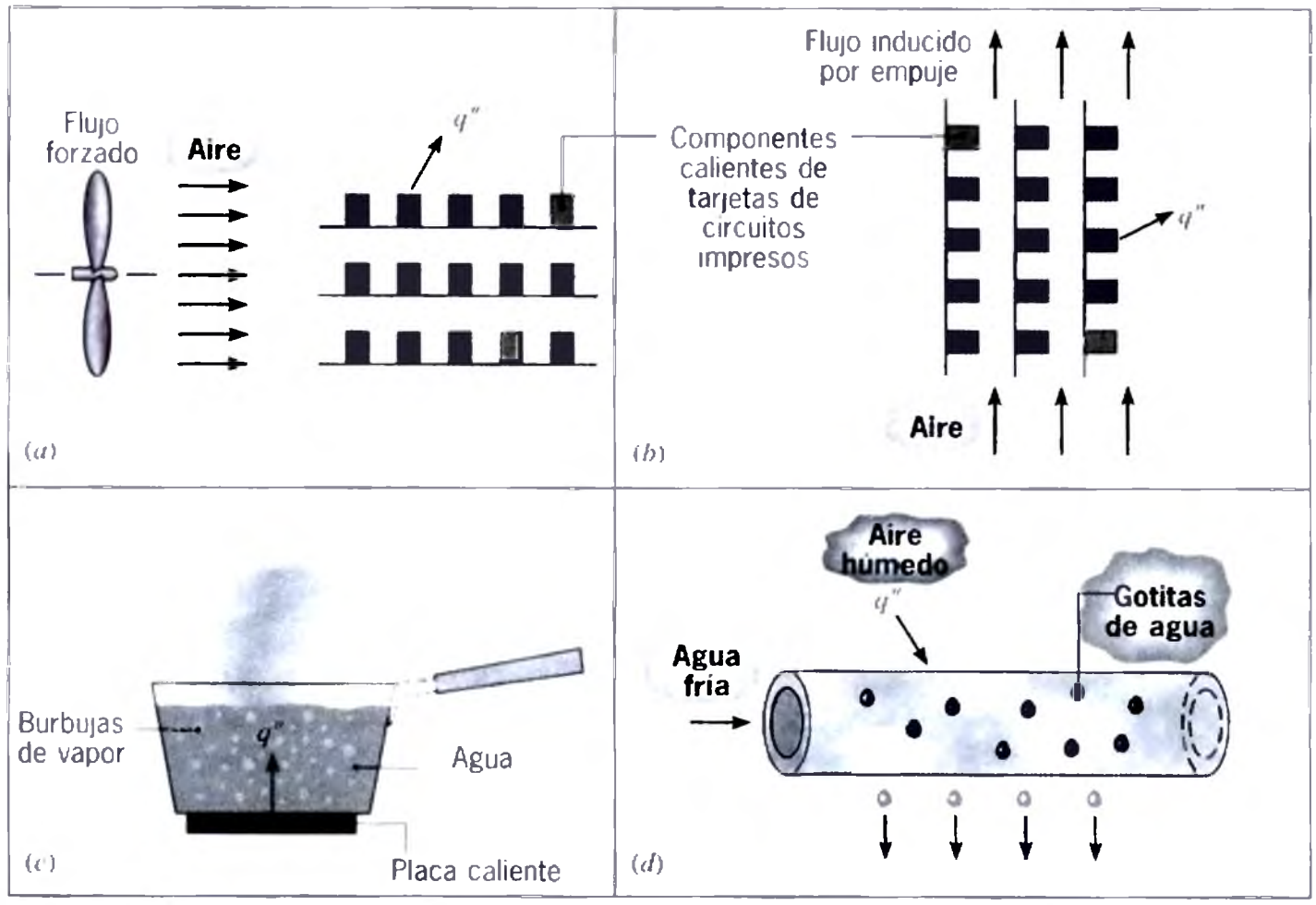


FIGURA 1.5 Procesos de transferencia de calor por convección. (*a*) Convección forzada. (*b*) Convección natural. (*c*) Ebullición. (*d*) Condensación.

arreglo vertical de tarjetas de circuitos en aire inmóvil (figura 1.5*b*). El aire que hace contacto con los componentes experimenta un aumento de temperatura y, en consecuencia, una reducción en su densidad. Como ahora es más ligero que el aire de los alrededores, las fuerzas de empuje inducen un movimiento vertical por el que el aire caliente que asciende de las tarjetas es reemplazado por un flujo de entrada de aire ambiental más frío.

Aunque supusimos convección *forzada pura* en la figura 1.5*a* y convección *natural pura* en la figura 1.5*b*, pueden existir las condiciones correspondientes a *convección mezclada* (*combinada*) *forzada* y *convección natural*. Por ejemplo, si las velocidades asociadas con el flujo de la figura 1.5*a* son pequeñas y/o las fuerzas de empuje son grandes, sería posible inducir un flujo secundario comparable al flujo forzado impuesto. El flujo de empuje inducido sería normal para el flujo forzado y tendría un efecto significativo sobre la transferencia de calor por convección a partir de los componentes. En la figura 1.5*b* habría convección mezclada si se usara un ventilador para forzar aire hacia arriba a través de las tarjetas de circuitos, ayudando con ello al flujo de empuje, o hacia abajo, oponiéndose a dicho flujo.

Hemos descrito el modo de transferencia de calor por convección como la transferencia de energía que ocurre dentro de un fluido debido a los efectos combinados de conducción y movimiento global del fluido. Por lo general, la energía que se transfiere es la energía *sensible* o energía térmica interna del fluido. Sin embargo, hay procesos de convección en los que existe, además, intercambio de calor *latente*. Éste generalmente se asocia con un cambio de fase entre los estados líquido y vapor del fluido. Dos casos especiales de interés en este texto son la *ebullición* y la *condensación*. Por ejemplo, la transferencia de calor por convección resulta del movimiento de fluido inducido por las burbujas de vapor generadas en el fondo de una cacerola en la que se está hirviendo agua (figura 1.5*c*) o por la condensación de vapor de agua sobre la superficie externa de una tubería de agua fría (figura 1.5*d*).

Tabla 1.1 Valores típicos del coeficiente de transferencia de calor por convección

Proceso	h ($W/m^2 \cdot K$)
Convección libre	
Gases	2-25
Líquidos	50-1000
Convección forzada	
Gases	25-250
Líquidos	50-20,000
Convección con cambio de fase	
Ebullición o condensación	2500-100,000

Sin importar la naturaleza particular del proceso de transferencia de calor por convección, la ecuación o modelo apropiado es de la forma

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \tag{1.3a}$$

donde q'', el *flujo de calor* por convección (W/m^2), es proporcional a la diferencia entre las temperaturas de la superficie y del fluido, T_s y T_∞, respectivamente. Esta expresión se conoce como la *ley de enfriamiento de Newton*, y la constante de proporcionalidad h ($W/m^2 \cdot K$) se denomina *coeficiente de transferencia de calor por convección*. Éste depende de las condiciones en la capa límite, en las que influyen la geometría de la superficie, la naturaleza del movimiento del fluido y una variedad de propiedades termodinámicas del fluido y de transporte.

Cualquier estudio de convección se reduce finalmente a un estudio de los medios por los que es posible determinar h. Aunque la consideración de estos medios se difiere para el capítulo 6, la transferencia de calor por convección con frecuencia aparecerá como una condición de frontera en la solución de problemas de conducción (capítulos 2 a 5). En la solución de este tipo de problemas suponemos que se conoce h, con el uso de los valores típicos que se dan en la tabla 1.1.

Cuando se usa la ecuación 1.3a, se supone que el flujo de calor por convección es *positivo* si el calor se transfiere *desde* la superficie ($T_s > T_\infty$) y *negativo* si el calor se transfiere *hacia* la superficie ($T_\infty > T_s$). Sin embargo, si $T_\infty > T_s$, no hay nada que nos impida expresar la ley de enfriamiento de Newton como

$$q'' = h(T_\infty - T_s) \tag{1.3b}$$

en cuyo caso la transferencia de calor es positiva si es hacia la superficie.

1.2.3 Radiación

La radiación térmica es la energía *emitida* por la materia que se encuentra a una temperatura finita. Aunque centraremos nuestra atención en la radiación de superficies sólidas, esta radiación también puede provenir de líquidos y gases. Sin importar la forma de la materia, la radiación se puede atribuir a cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas constitutivos. La energía del campo de radiación es transportada por ondas electromagnéticas (o alternativamente, fotones). Mientras la transferencia de energía por conducción o por convección requiere la presencia de un

medio material, la radiación no lo precisa. De hecho, la transferencia de radiación ocurre de manera más eficiente en el vacío.

Considere los procesos de transferencia de radiación para la superficie de la figura 1.6*a*. La radiación que la superficie *emite* se origina a partir de la energía térmica de la materia limitada por la superficie, y la velocidad a la que libera energía por unidad de área (W/m^2) se denomina la *potencia emisiva* superficial E. Hay un límite superior para la potencia emisiva, que es establecida por la *ley de Stefan-Boltzmann*

$$E_b = \sigma T_s^4 \tag{1.4}$$

donde T_s es la *temperatura absoluta* (K) de la superficie y σ es la *constante de Stefan Boltzmann* ($\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ W/m^2 \cdot K^4$). Dicha superficie se llama radiador ideal o *cuerpo negro*.

El flujo de calor emitido por una superficie real es menor que el de un cuerpo negro a la misma temperatura y está dado por

$$E = \varepsilon \sigma T_s^4 \tag{1.5}$$

donde ε es una propiedad radiativa de la superficie denominada *emisividad*. Con valores en el rango $0 \leq \varepsilon \leq 1$, esta propiedad proporciona una medida de la eficiencia con que una superficie emite energía en relación con un cuerpo negro. Esto depende marcadamente del material de la superficie y del acabado; en la tabla A.11 se proporcionan valores representativos.

La radiación también puede *incidir* sobre una superficie desde sus alrededores. La radiación se origina desde una fuente especial, como el sol, o de otras superficies a las que se expone la superficie de interés. Sin tener en cuenta la fuente, designamos la velocidad a la que toda esa radiación incide sobre un área unitaria de la superficie como la *irradiación* G (figura 1.6*a*).

Una parte de la irradiación, o toda, tal vez sea *absorbida* por la superficie, y así se incrementaría la energía térmica del material. La velocidad a la que la energía radiante es absorbida por área superficial unitaria se evalúa a partir del conocimiento de una propiedad radiativa de la superficie denominada *absortividad* α. Es decir,

$$G_{abs} = \alpha G \tag{1.6}$$

donde $0 \leq \alpha \leq 1$. Si $\alpha < 1$ y la superficie es *opaca*, partes de la irradiación se *reflejan*. Si la superficie es *semitransparente*, partes de la irradiación también se *transmiten*. Sin

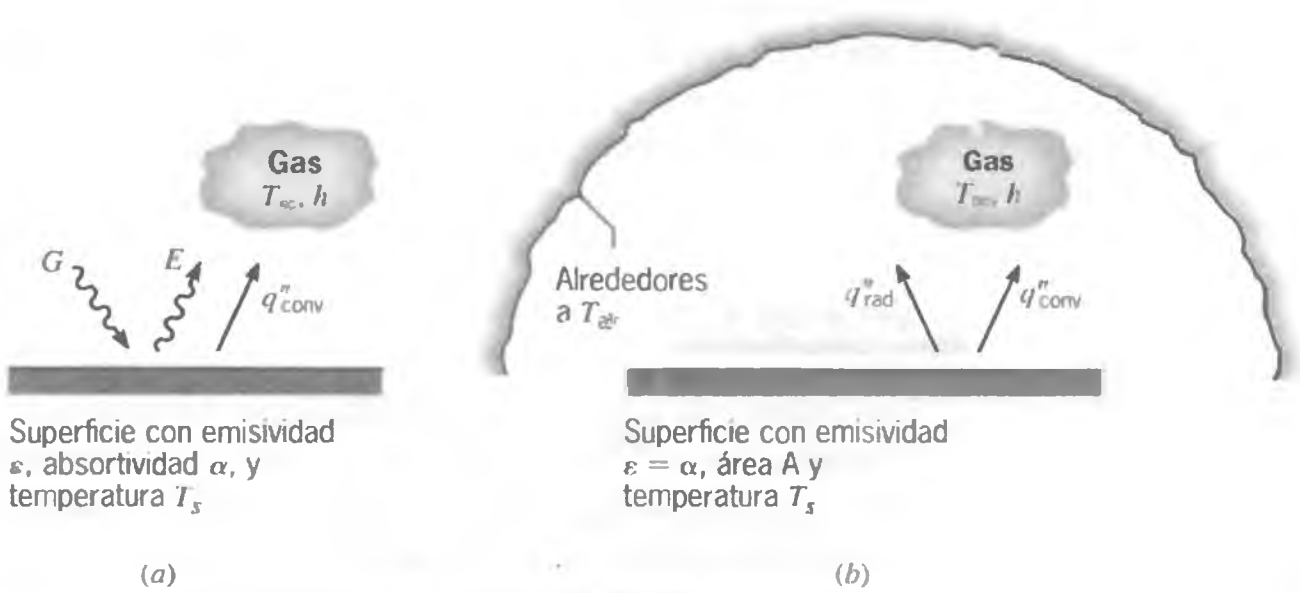


FIGURA 1.6 Intercambio de radiación: (*a*) en la superficie, y (*b*) entre una superficie y sus alrededores.

embargo, mientras la radiación absorbida y emitida aumenta y disminuye, respectivamente, la energía térmica de la materia, la radiación reflejada y transmitida no tiene ningún efecto sobre esta energía. Advierta que el valor de α depende de la naturaleza de la irradiación así como de la superficie misma. Por ejemplo, la absortividad de una superficie en cuanto a la radiación solar es diferente de su absortividad a la radiación emitida por las paredes de un horno.

Un caso especial que ocurre con frecuencia implica el intercambio de radiación entre una superficie pequeña a T_s y una superficie isotérmica mucho más grande que rodea por completo a la pequeña (figura 1.6*b*). Los *alrededores* podrían ser, por ejemplo, las paredes de un cuarto o un horno cuya temperatura T_{alr} es diferente de la de una superficie rodeada ($T_{alr} \neq T_s$). Mostraremos en el capítulo 12 que, para tal condición, la irradiación se aproxima con la emisión de un cuerpo negro a T_{alr}, caso en el que $G = \sigma T_{alr}^4$. Si se supone que la superficie es tal que $\alpha = \varepsilon$ *(superficie gris)*, la velocidad *neta* de transferencia de calor por radiación *desde* la superficie, expresada por unidad de área de la superficie, es

$$q''_{rad} = \frac{q}{A} = \varepsilon E_b(T_s) - \alpha G = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{alr}^4) \tag{1.7}$$

Esta expresión proporciona la diferencia entre la energía térmica que se libera debido a la emisión por radiación y la que se gana debido a la absorción de radiación.

Hay muchas aplicaciones para las que es conveniente expresar el intercambio neto de calor por radiación en la forma

$$q_{rad} = h_r A(T_s - T_{alr}) \tag{1.8}$$

donde, de la ecuación 1.7, el *coeficiente de transferencia de calor por radiación* h_r es

$$h_r \equiv \varepsilon\sigma(T_s + T_{alr})(T_s^2 + T_{alr}^2) \tag{1.9}$$

Aquí modelamos el modo de radiación de forma similar a la convección. En este sentido *linealizamos* la ecuación de la velocidad de radiación, haciéndola proporcional a la diferencia de temperaturas en lugar de a la diferencia entre dos temperaturas a la cuarta potencia. Observe, sin embargo, que h_r depende marcadamente de la temperatura, mientras que la dependencia de la temperatura del coeficiente de transferencia de calor por convección h es por lo general débil.

Las superficies de la figura 1.6 también pueden transferir simultáneamente calor por convección a un gas contiguo. Para las condiciones de la figura 1.6*b*, la velocidad total de transferencia de calor *desde* la superficie es entonces

$$q = q_{conv} + q_{rad} = hA(T_s - T_\infty) + \varepsilon A\sigma(T_s^4 - T_{alr}^4) \tag{1.10}$$

Ejemplo 1.2

Una tubería de vapor sin aislamiento pasa a través de un cuarto en el que el aire y las paredes están a 25°C. El diámetro exterior de la tubería es 70 mm, y la temperatura superficial y emisividad son 200°C y 0.8, respectivamente. ¿Cuánto vale la potencia emisiva de la superficie y la irradiación? Si el coeficiente asociado con la transferencia de calor por convección libre de la superficie al aire es 15 W/m^2 · K, ¿cuál es la velocidad de pérdida de calor de la superficie por unidad de longitud de la tubería?

Comentarios:

1. Note que la temperatura puede expresarse en unidades de °C o K cuando se evalúa la diferencia de temperatura para una velocidad de transferencia de calor por convección (o conducción). Sin embargo, la temperatura debe expresarse en Kelvin (K) cuando se evalúa una velocidad de transferencia de calor por radiación.
2. En esta situación las velocidades de transferencia de calor por radiación y convección son comparables, pues T_s es grande comparada con T_{alr}, y el coeficiente asociado con la convección libre es pequeño. Para valores más moderados de T_s y valores mayores de h asociados con la convección forzada, el efecto de la radiación a menudo se deja de lado. El coeficiente de transferencia de calor por radiación se calcula a partir de la ecuación 1.9, y para las condiciones de este problema su valor es $h_r = 11\ W/m^2 \cdot K$.

1.2.4 Relación con la termodinámica

En este punto es conveniente notar las diferencias fundamentales entre transferencia de calor y termodinámica. Aunque la termodinámica trata de la interacción del calor y del papel vital que ésta desempeña en la primera y segunda leyes, no considera los mecanismos que realizan el intercambio de calor ni los métodos que existen para calcular la *velocidad* de éste intercambio. La termodinámica trata de estados en *equilibrio* de la materia, donde un estado de equilibrio necesariamente excluye la existencia de un gradiente de temperatura. Aunque la termodinámica sirve para determinar la cantidad de energía que se requiere en forma de calor para que un sistema pase de un estado de equilibrio a otro, no reconoce que *la transferencia de calor es inherentemente un proceso de no equilibrio*. Para que ocurra la transferencia de calor, debe haber un gradiente de temperatura, es decir, un desequilibrio termodinámico. La disciplina de la transferencia de calor busca llevar a cabo lo que la termodinámica es intrínsecamente incapaz de hacer, esto es, cuantificar la *velocidad* a la que ocurre la transferencia de calor en términos del grado de desequilibrio térmico. Esto se lleva a cabo a través de las ecuaciones o modelos para los tres modos, expresadas, por ejemplo, por las ecuaciones 1.2, 1.3 y 1.7.

1.3 *Requerimiento de conservación de la energía*

Los temas de la termodinámica y de la transferencia de calor son sumamente complementarios. Por ejemplo, como la primera trata la *velocidad* a la que se transfiere calor, el tema de la transferencia de calor se considera una extensión de la termodinámica. A su vez, para muchos problemas de transferencia de calor, la *primera ley* de la termodinámica (*ley de conservación de la energía*) proporciona una herramienta útil, a menudo esencial. En previsión de este tipo de problemas se obtendrán ahora las formulaciones generales de la primera ley.

1.3.1 Conservación de la energía para un volumen de control

Para aplicar la primera ley, necesitamos primero identificar el *volumen de control*, una región de espacio limitada por una *superficie de control* a través de la cual pueden pasar la energía y la materia. Una vez que se identifica el volumen de control, debe especificarse una *base temporal* adecuada. Hay dos opciones. Como la primera ley debe satis-

facerse en todos y cada uno de los *instantes* de tiempo t, una opción implica formular la ley sobre una *base de velocidades*, es decir, en cualquier instante debe haber un balance entre todas las *velocidades de energía* medidas en joules por segundo (W). De manera alternativa, la primera ley también debe satisfacerse sobre cualquier *intervalo de tiempo* Δt. Para este intervalo tiene que existir un balance entre las *cantidades* de todos los *cambios de energía*, medidos en joules.

De acuerdo con la base temporal, las formulaciones de la primera ley más convenientes para el análisis de transferencia de calor se expresan como sigue.

En un instante (t)

La velocidad a la que la energía térmica y mecánica ingresa en un volumen de control, más la velocidad a la que se genera energía térmica dentro del volumen de control, menos la velocidad a la que sale energía térmica y mecánica del volumen de control debe ser igual a la velocidad de incremento de la energía almacenada dentro del volumen de control.

En un intervalo de tiempo (Δt)

La cantidad de energía térmica y mecánica que ingresa en un volumen de control, más la cantidad de energía térmica que se genera dentro del volumen de control, menos la cantidad de energía térmica y mecánica que sale del volumen de control debe ser igual al incremento en la cantidad de energía almacenada en el volumen de control.

Si el flujo entrante y la generación de energía exceden al flujo saliente habrá un aumento en la cantidad de energía almacenada (acumulada) en el volumen de control; si ocurre lo contrario, habrá una disminución en el almacenamiento de energía. Si el flujo entrante y la generación de energía igualan al flujo de salida, debe prevalecer una condición de *estado estable* en la que no habrá cambio en la cantidad de energía almacenada en el volumen de control.

Considérese la aplicación de la conservación de la energía al volumen de control que se muestra en la figura 1.7. El primer paso es identificar la superficie de control trazando una línea punteada. El siguiente es identificar los términos de energía. En un instante, estos términos incluyen la velocidad a la que la energía térmica y mecánica entra y sale *a través* de la superficie de control, $\dot{E}_{\text{ent}}$ y $\dot{E}_{\text{sale}}$. También es posible generar energía térmica dentro del volumen de control debido a la conversión de otras formas de energía. Nos referimos a este proceso como *generación de energía*, y la velocidad a la que ocurre se denomina $\dot{E}_g$. La velocidad de cambio de la energía almacenada dentro del volumen de control, dE_{alm}/dt, se designa $\dot{E}_{\text{alm}}$. Una forma general del requerimiento de conservación de la energía se expresa entonces en una base de *velocidades* como

$$\dot{E}_{\text{ent}} + \dot{E}_g - \dot{E}_{\text{sale}} = \frac{dE_{\text{alm}}}{dt} \equiv \dot{E}_{\text{alm}} \tag{1.11a}$$



FIGURA 1.7
Conservación de la energía para un volumen de control. Aplicación a un instante.

La ecuación 1.11a se aplica en cualquier *instante de tiempo*. La forma alternativa que se aplica para un *intervalo de tiempo* Δt se obtiene integrando la ecuación 1.11a sobre el tiempo:

$$E_{\text{ent}} + E_g - E_{\text{sale}} = \Delta E_{\text{alm}} \tag{1.11b}$$

Expresada en palabras, esta relación indica que las cantidades del flujo de entrada y generación de energía actúan para incrementar la cantidad de energía almacenada dentro del volumen de control, mientras que el flujo saliente actúa para disminuir la energía almacenada.

Los términos de flujo de entrada y de salida son *fenómenos de superficie*. Es decir, se asocian exclusivamente con procesos que ocurren en la superficie de control y son proporcionales al área de la superficie. Una situación común comprende los flujos de entrada y de salida debido a la transferencia de calor por conducción, convección y/o radiación. En situaciones que abarcan un flujo de fluido a través de la superficie de control, los términos también incluyen energía transmitida con la materia que entra y sale del volumen de control. Esta energía puede estar compuesta de las formas interna, cinética y potencial. Los términos del flujo de entrada y de salida también incluyen interacciones de trabajo que ocurren en las fronteras del sistema.

El *término generación de energía* se asocia con la conversión de otra forma de energía (química, eléctrica, electromagnética o nuclear) a energía térmica. Es un *fenómeno volumétrico*. Es decir, ocurre dentro del volumen de control y es proporcional a la magnitud de su volumen. Por ejemplo, al convertir energía química a térmica tal vez ocurra una reacción química exotérmica. El efecto neto es un aumento en la energía térmica de la materia dentro del volumen de control. Otra fuente de energía térmica es la conversión de energía eléctrica que ocurre debido al calentamiento de la resistencia cuando se hace pasar una corriente eléctrica por un conductor. Es decir, si una corriente eléctrica I pasa a través de una resistencia R en el volumen de control, se disipa energía eléctrica a una razón de I^2R, que corresponde a la velocidad a la que se genera (libera) energía térmica dentro del volumen. Aunque es posible tratar alternativamente este proceso como uno en el que se realiza trabajo eléctrico sobre el sistema (flujo entrante de energía), el efecto neto sigue siendo la creación de energía térmica.

El almacenamiento de energía es también un *fenómeno volumétrico* y los cambios dentro del volumen de control se deberán a cambios en las energías interna, cinética y/o potencial de su contenido. En consecuencia, para un intervalo de tiempo, Δt, el término de almacenamiento de la ecuación 1.11b, ΔE_{alm}, se puede igualar a la suma, $\Delta U + \Delta\text{KE} + \Delta\text{PE}$. El cambio en la *energía interna*, ΔU, consiste en un *componente sensible* o *térmico*, que explica los movimientos traslacional, rotacional y vibracional de los átomos y moléculas que componen la materia; un *componente latente*, que relaciona las fuerzas intermoleculares que influyen en el cambio de fase entre los estados sólido, líquido y vapor; un *componente químico*, que explica la energía almacenada en las uniones químicas entre átomos; y un *componente nuclear*, que explica las fuerzas de unión en el núcleo del átomo.

En todas las aplicaciones de interés en este texto, si existen efectos químicos o nucleares, éstos se tratan como fuentes de energía térmica y por ello se incluyen en los términos de generación, antes que en los de almacenamiento, de las ecuaciones 1.11a y 1.11b. Además, los efectos de energía latente sólo necesitan considerarse si hay un cambio de fase como, por ejemplo, de sólido a líquido (*fusión*) o de líquido a vapor (*vaporización, evaporación, ebullición*). En estos casos, la energía latente aumenta. Por el contrario, si el cambio de fase es de vapor a líquido (*condensación*) o de líquido a sólido (*solidificación, congelación*), la energía latente disminuye. Por tanto, si los efec-

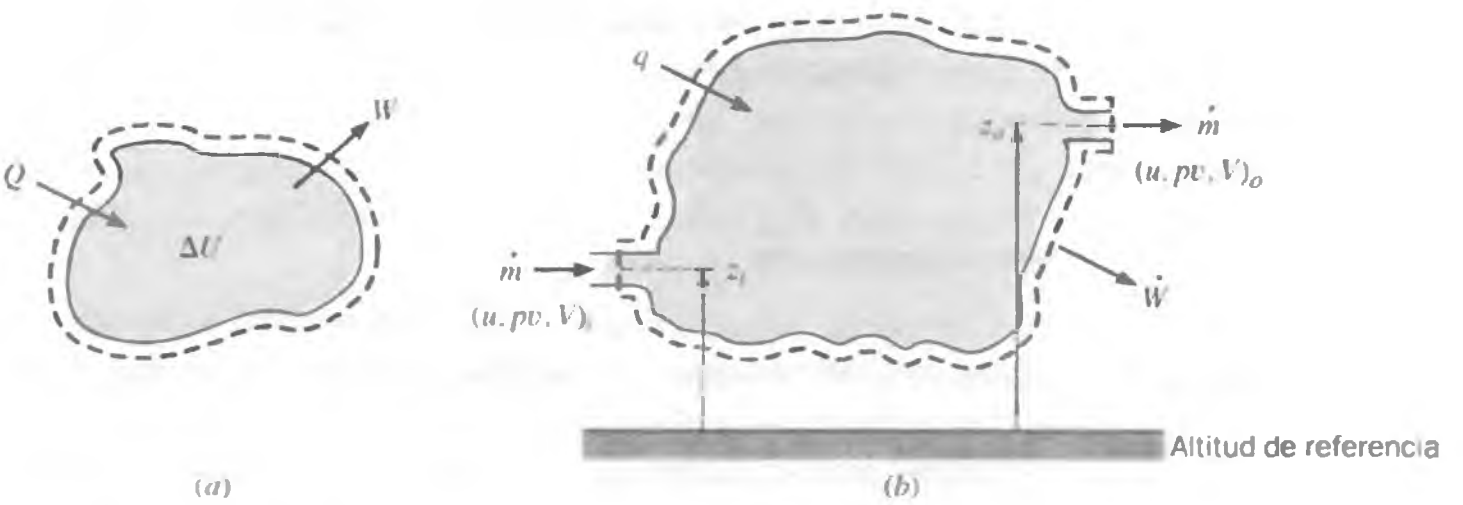


FIGURA 1.8 Conservación de la energía: (*a*) aplicación a un sistema cerrado en un intervalo de tiempo, y (*b*) aplicación a un sistema abierto de flujo estable en un instante.

tos de la energía cinética y potencial se pueden dejar de lado, como casi siempre es el caso en el análisis de la transferencia de calor, los cambios en el almacenamiento de energía se deben sólo a cambios en las energías térmica interna y/o, en el caso de un cambio de fase, en las energías latentes ($\Delta E_{alm} = \Delta U = \Delta U_t + \Delta U_{lat}$).

Las ecuaciones 1.11a y 1.11b sirven para desarrollar formas más específicas del requerimiento de conservación de la energía, que incluyen las exigencias consideradas anteriormente en su estudio de la termodinámica. Considere un *sistema cerrado* de masa fija (figura 1.8*a*), a través de cuyos límites la energía es transferida por las interacciones de calor y trabajo. Si en un intervalo de tiempo Δt se transfiere calor *al* sistema en la cantidad Q (flujo de entrada de energía), el sistema realiza trabajo en la cantidad W (flujo saliente de energía), no ocurre conversión de energía dentro del sistema ($E_g = 0$) y los cambios de energía cinética y potencial son insignificantes, la ecuación 1.11b se reduce a

$$Q - W = \Delta U \tag{1.11c}$$

El término de trabajo W se deberá al desplazamiento de una frontera, un eje rotatorio y/o a efectos electromagnéticos. De forma alternativa, en un instante, el requerimiento de conservación de la energía es

$$q - \dot{W} = \frac{dU}{dt} \tag{1.11d}$$

La otra forma del requerimiento de conservación de la energía con el que ya está familiarizado pertenece a un *sistema abierto* (figura 1.8*b*), donde el flujo de masa proporciona el transporte de energía interna, cinética y potencial hacia dentro y fuera del sistema. En tales casos, es habitual dividir el intercambio de la energía en forma de trabajo en dos contribuciones. La primera contribución, denominada *trabajo de flujo*, se asocia con el trabajo realizado por fuerzas de presión que mueven el fluido a través de las fronteras del sistema. Para una *masa unitaria*, la cantidad de trabajo es equivalente al producto de la presión por el volumen específico del fluido (pv). Respecto a todos los otros trabajos se supone que los realizó el sistema y se incluyen en el término W. De aquí, si se supone que se transferirá calor al sistema, no ocurre conversión de energía dentro de éste, y la operación se encuentra en condiciones de estado estable ($\dot{E}_{alm} = 0$), la ecuación 1.11a se reduce a la siguiente forma de la ecuación de energía de flujo estable:

$$\dot{m}\left(u + pv + \frac{V^2}{2} + gz\right)_i - \dot{m}\left(u + pv + \frac{V^2}{2} + gz\right)_o + q - \dot{W} = 0 \tag{1.11e}$$

La suma de la energía interna y del trabajo de flujo se puede, por supuesto, reemplazar por la entalpía, $i = u + pv$.

Ejemplo 1.3

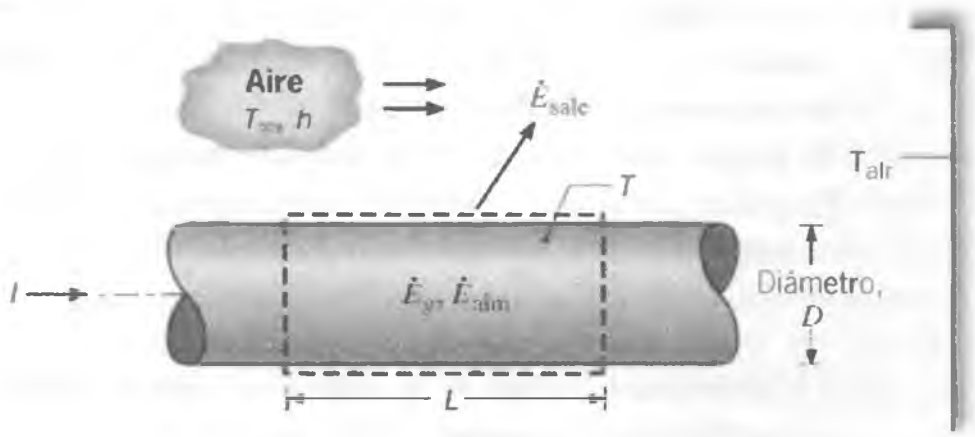
Una varilla larga de diámetro D y resistencia eléctrica por unidad de longitud R'_e se encuentra inicialmente en equilibrio térmico con el aire del ambiente y sus alrededores. Este equilibrio se altera cuando una corriente eléctrica I pasa a través de la varilla. Desarrolle una ecuación que sirva para calcular la variación de la temperatura de la varilla con respecto al tiempo en que pasa la corriente.

Solución

Se conoce: La temperatura de una varilla de diámetro conocido y los cambios en la resistencia eléctrica con el tiempo debido al paso de una corriente eléctrica.

Encontrar: Ecuación que gobierna el cambio de temperatura con el tiempo a través de la varilla.

Esquema:



Suposiciones:

1. En cualquier tiempo t la temperatura de la varilla es uniforme.
2. Propiedades constantes (ρ, c, $\varepsilon = \alpha$).
3. El intercambio de radiación entre la superficie exterior de la varilla y los alrededores se da entre una pequeña superficie y un recipiente grande.

Análisis: A menudo la primera ley de la termodinámica sirve para determinar una temperatura desconocida. En este caso, los términos relevantes incluyen la transferencia de calor por convección y radiación desde la superficie, generación de energía debido al calentamiento óhmico dentro del conductor y un cambio en la energía térmica almacenada. Como deseamos determinar la razón de cambio de la temperatura, hay que aplicar la primera ley para un instante de tiempo. Así, al aplicar la ecuación 1.11a a un volumen de control de longitud L alrededor de la varilla, se infiere que

$$\dot{E}_g - \dot{E}_{sale} = \dot{E}_{alm}$$

donde la generación de energía se debe al calentamiento de la resistencia eléctrica

$$\dot{E}_g = I^2 R'_e L$$

El calentamiento ocurre de manera uniforme dentro del volumen de control y también puede expresarse en términos de una velocidad de generación de calor volumétrica $\dot{q}$ (W/m^3). La velocidad de generación para todo el volumen de control es entonces $\dot{E}_g = \dot{q}V$, donde $\dot{q} = I^2R'_e/(\pi D^2/4)$. El flujo saliente de energía se debe a la convección y a la radiación neta de la superficie, ecuaciones 1.3a y 1.7, respectivamente,

$$\dot{E}_{\text{sale}} = h(\pi DL)(T - T_\infty) + \varepsilon\sigma(\pi DL)(T^4 - T_{\text{alr}}^4)$$

y el cambio en el almacenamiento de energía se debe al cambio de temperatura,

$$\dot{E}_{\text{alm}} = \frac{dU_t}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho VcT)$$

El término $\dot{E}_{\text{alm}}$ se asocia con la velocidad de cambio en la energía térmica interna de la varilla, donde ρ y c son densidad y calor específicos, respectivamente, del material de la varilla, y V es el volumen de la varilla, $V = (\pi D^2/4)L$. Sustituyendo las ecuaciones o modelos en el balance de energía se infiere que

$$I^2R'_eL - h(\pi DL)(T - T_\infty) - \varepsilon\sigma(\pi DL)(T^4 - T^4_{\text{alr}}) = \rho c\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)L\frac{dT}{dt}$$

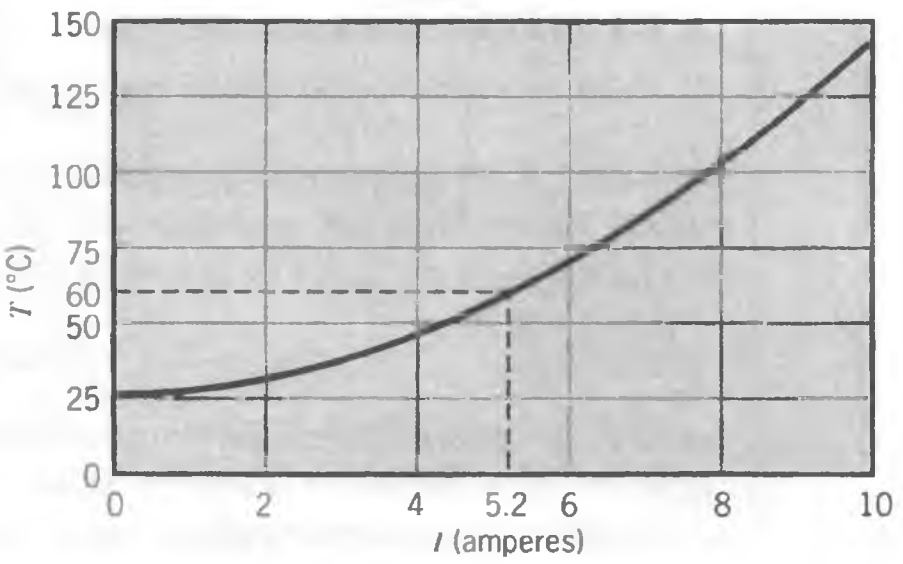
De aquí,

$$\frac{dT}{dt} = \frac{I^2R'_e - \pi Dh(T - T_\infty) - \pi D\varepsilon\sigma(T^4 - T^4_{\text{alr}})}{\rho c(\pi D^2/4)} \quad \triangleleft$$

Comentarios: La ecuación anterior se resuelve para la dependencia temporal de la temperatura de la varilla con integración numérica. Finalmente se alcanzaría una condición de estado estable para la cual $dT/dt = 0$. La temperatura de la varilla se determina entonces mediante una ecuación algebraica de la forma

$$\pi Dh(T - T_\infty) + \pi D\varepsilon\sigma(T^4 - T^4_{\text{alr}}) = I^2R'_e$$

Para condiciones ambientales fijas (h, T_∞, T_{alr}), así como para una varilla de geometría fija (D) y propiedades (ε, R'_e), la temperatura depende de la velocidad de generación de energía térmica y, por consiguiente, del valor de la corriente eléctrica. Considere un alambre de cobre sin aislamiento ($D = 1$ mm, $\varepsilon = 0.8$, $R'_e = 0.4$ Ω/m) en un recinto relativamente grande ($T_{\text{alr}} = 300$ K) a través del cual se hace circular aire de enfriamiento ($h = 100$ W/m$^2 \cdot$ K, $T_\infty = 300$ K). Al sustituir estos valores en la ecuación anterior, se calculó la temperatura de la varilla para corrientes de operación en el rango de $0 \leq I \leq 10$ A y se obtuvieron los siguientes resultados:



Si se establece una temperatura de operación máxima de $T = 60°C$ por razones de seguridad, la corriente no debe exceder 5.2 A. A esta temperatura, la transferencia de calor por radiación (0.6 W/m) es mucho menor que la transferencia de calor por convección (10.4 W/m). Por tanto, si se desea operar a una corriente mayor mientras se mantiene la temperatura de la varilla dentro del límite de seguridad, el coeficiente convectivo tendría que incrementarse aumentando la velocidad del aire que circula. Para $h = 250\ W/m^2 \cdot K$, la corriente máxima permisible aumentaría a 8.1 A.

Ejemplo 1.4

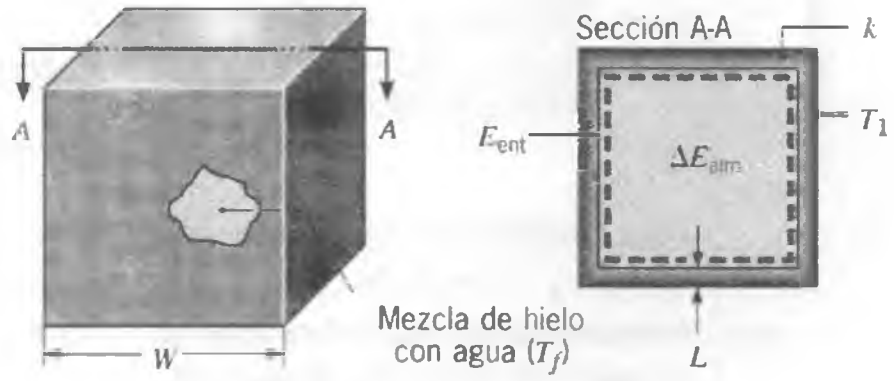
Se guarda hielo de masa M a la temperatura de fusión ($T_f = 0°C$) en una cavidad cúbica de lado W. La pared de la cavidad es de espesor L y conductividad térmica k. Si la superficie exterior de la pared está a una temperatura $T_1 > T_f$, obténgase una expresión para el tiempo que se requiere para fundir por completo el hielo.

Solución

Se conoce: Masa y temperatura del hielo. Dimensiones, conductividad térmica y temperatura de la superficie exterior de la pared del contenedor.

Encontrar: Expresión del tiempo necesario para fundir el hielo.

Esquema:



Suposiciones:

1. La superficie interna de la pared está a T_f a lo largo del proceso.
2. Propiedades constantes.
3. Conducción unidimensional en estado estable a través de cada pared.
4. El área de conducción de una pared se aproxima a W^2 ($L \ll W$).

Análisis: Dado que es necesario determinar el tiempo de fusión t_m, hay que aplicar la primera ley en el intervalo de tiempo $\Delta t = t_m$. Así, al aplicar la ecuación 1.11b a un volumen de control alrededor de la mezcla hielo-agua, se infiere que

$$E_{ent} = \Delta E_{alm} = \Delta U_{lat}$$

donde el aumento en la energía almacenada dentro del volumen de control se debe exclusivamente al cambio en la energía latente asociada con la conversión del estado sólido al líquido. Se transfiere calor al hielo por medio de la conducción a través de la

pared del contenedor y, como la diferencia de temperatura a través de la pared se supone que permanece a $(T_1 - T_f)$ a lo largo del proceso de fusión, la velocidad de conducción en la pared es una constante

$$q_{\text{cond}} = k(6W^2)\frac{T_1 - T_f}{L}$$

y la cantidad de flujo entrante de energía es

$$E_{\text{ent}} = \left[k(6W^2)\frac{T_1 - T_f}{L}\right] t_m$$

La cantidad de energía que se requiere para efectuar tal cambio por unidad de masa de sólido se denomina *calor latente de fusión* h_{sf}. De aquí, el aumento en la energía almacenada es

$$\Delta E_{\text{alm}} = Mh_{sf}$$

Al sustituir en la expresión de la primera ley se infiere que

$$t_m = \frac{Mh_{sf}L}{6W^2k(T_1 - T_f)} \quad \triangleleft$$

Comentarios: Surgirían varias complicaciones si el hielo estuviera inicialmente subenfriado. El término de almacenamiento tendría que incluir el cambio en la energía sensible (interna) que se requiere para llevar el hielo de la temperatura de subenfriamiento a la de fusión. Durante este proceso, se desarrollarían gradientes de temperatura en el hielo.

1.3.2 Balance de energía en una superficie

Con frecuencia tendremos oportunidad de aplicar el requerimiento de conservación de la energía a la superficie de un medio. En este caso especial la superficie de control no incluye masa o volumen y aparece como se muestra en la figura 1.9. En concordancia, los términos de generación y almacenamiento de la expresión de conservación, ecuación 1.11a, ya no son relevantes y sólo es necesario tratar con el fenómeno superficial. Para este caso el requerimiento de conservación se convierte en

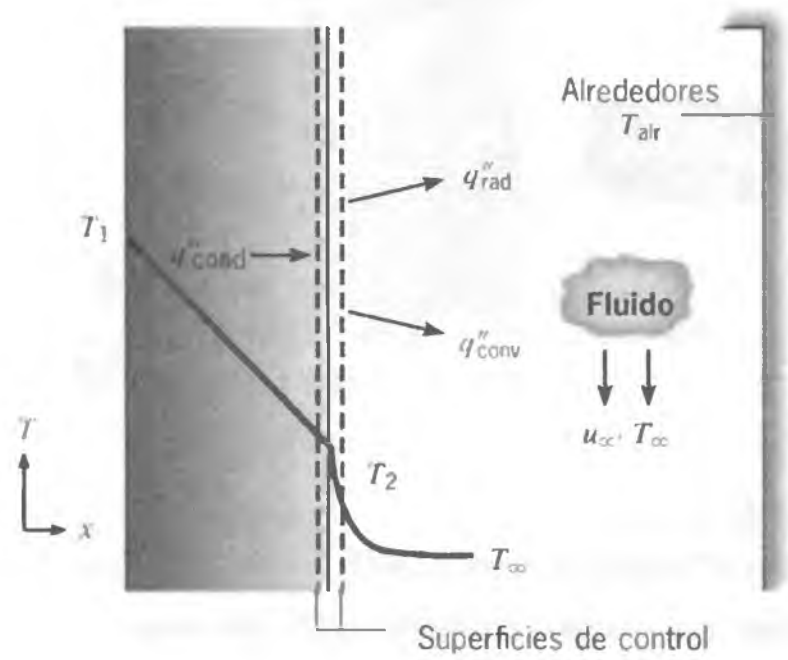


FIGURA 1.9
Balance de energía para conservación en la superficie de un medio.

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sale} = 0 \tag{1.12}$$

Aunque la generación de energía térmica ocurriera en el medio, el proceso no afectaría al balance de energía en la superficie de control. Además, este requerimiento de conservación es válido para las condiciones de *estado estable* y *transitorio*.

En la figura 1.9 se muestran tres formas de transferencia de calor para la superficie de control. En una base de área unitaria, éstas son conducción desde el medio *hacia* la superficie de control (q''_{cond}), convección *desde* la superficie hacia el fluido (q''_{conv}) e intercambio de radiación neta desde la superficie hacia los alrededores (q''_{rad}). El balance de energía toma entonces la forma

$$q''_{cond} - q''_{conv} - q''_{rad} = 0 \tag{1.13}$$

y es posible expresar cada uno de los términos con las ecuaciones o modelos adecuados, ecuaciones 1.2, 1.3a, y 1.7.

Ejemplo 1.5

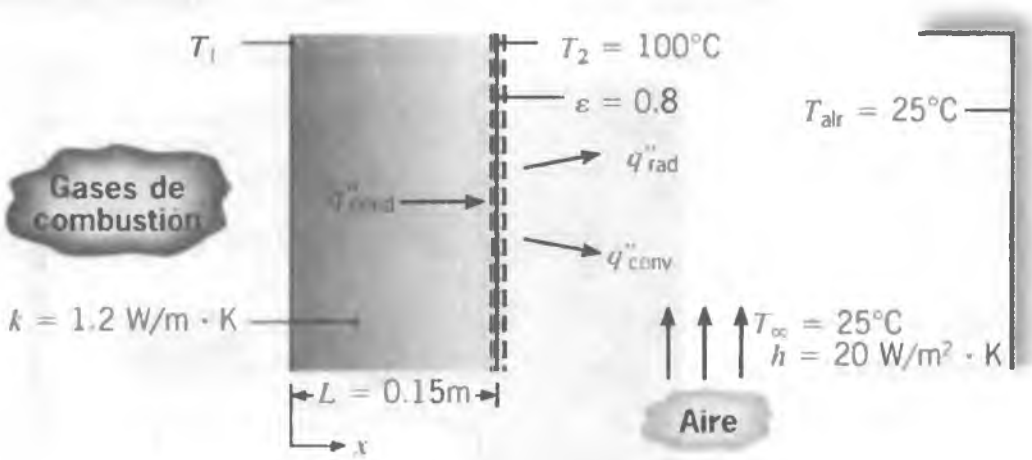
Los gases calientes de combustión de un horno se separan del aire ambiental y sus alrededores, que están a 25°C, mediante una pared de ladrillos de 0.15 m de espesor. El ladrillo tiene una conductividad térmica de 1.2 W/m · K y una emisividad superficial de 0.8. Se mide una temperatura de la superficie externa de 100°C en condiciones de estado estable. La transferencia de calor por convección libre al aire contiguo a la superficie se caracteriza por un coeficiente de convección de $h = 20$ W/m² · K. ¿Cuál es la temperatura de la superficie interior del ladrillo?

Solución

Se conoce: Temperatura de la superficie externa de una pared de un horno cuyo espesor, conductividad y emisividad son conocidos. Condiciones ambientales.

Encontrar: Temperatura de la superficie interior de la pared.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Transferencia de calor unidimensional por conducción a través de la pared.

3. El intercambio de radiación entre la superficie externa de la pared y los alrededores se realiza entre una pequeña superficie y un recinto grande.

Análisis: La temperatura de la superficie interior se obtiene llevando a cabo un balance de energía en la superficie externa. De la ecuación 1.12,

$$\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sale}} = 0$$

se sigue que, sobre una base de área unitaria,

$$q''_{\text{cond}} - q''_{\text{conv}} - q''_{\text{rad}} = 0$$

o, al reacomodar y sustituir de las ecuaciones 1.2, 1.3a y 1.7,

$$k\,\frac{T_1 - T_2}{L} = h(T_2 - T_\infty) \infty + \varepsilon\sigma(T_2^4 - T_{\text{alr}}^4)$$

Por tanto, al sustituir los valores numéricos apropiados, encontramos

$$1.2\ \text{W/m} \cdot \text{K}\ \frac{(T_1 - 373)\ \text{K}}{0.15\ \text{m}} = 20\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}\ (373 - 298)\ \text{K}$$

$$+ 0.8(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)\ (373^4 - 298^4)\ \text{K}^4$$

$$= 1500\ \text{W/m}^2 + 520\ \text{W/m}^2 = 2020\ \text{W/m}^2$$

Resolviendo para T_1,

$$T_1 = 373\ \text{K} + \frac{0.15\ \text{m}}{1.2\ \text{W/m} \cdot \text{K}}\,(2020\ \text{W/m}^2) = 625\ \text{K} = 352°\text{C} \qquad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Advierta que la contribución de la radiación a la transferencia de calor de la superficie externa es significativa. Sin embargo, esta contribución disminuiría al aumentar h y/o disminuir T_2.
2. Cuando se usan balances de energía que incluyen intercambio de radiación y otros modos, es buena práctica expresar todas las temperaturas en grados Kelvin. Este procedimiento es *necesario* cuando la temperatura desconocida aparece en el término de radiación y en uno o más de los otros términos.

1.3.3 Aplicación de las leyes de conservación: metodología

Además de estar familiarizado con las ecuaciones o modelo de transporte que se describen en la sección 1.2, el analista de la transferencia de calor debe ser capaz de trabajar con los requerimientos de conservación de la energía de las ecuaciones 1.11 y 1.12. La aplicación de estos balances se simplifica si se siguen unas cuantas reglas básicas.

1. Se debe definir el volumen de control apropiado con la superficie de control representada por una línea punteada.
2. Hay que identificar la base de tiempo apropiada.

3. Tienen que identificarse los procesos de energía relevantes. Cada proceso ha de mostrarse en el volumen de control mediante una flecha etiquetada en forma apropiada.
4. Hay que escribir la ecuación de conservación, y las expresiones de flujo apropiadas deben sustituirse para los términos en la ecuación.

Es importante observar que el requerimiento de conservación de la energía se aplica a un volumen de control *finito* o a un volumen de control *diferencial* (infinitesimal). En el primer caso, la expresión resultante determina el comportamiento general del sistema. En el segundo, se obtiene una ecuación diferencial que se resuelve para condiciones en cada punto del sistema. En el capítulo 2 se introducen volúmenes de control diferencial, y ambos tipos de volúmenes de control se usan mucho a lo largo del texto.

1.4 *Análisis de problemas de transferencia de calor: metodología*

Un objetivo principal de este texto es preparar al estudiante para resolver problemas de ingeniería que incluyan procesos de transferencia de calor. Para este fin se proporcionan numerosos problemas al final de cada capítulo. Resolver estos problemas le permitirá comprender en profundidad los fundamentos del tema y obtendrá confianza en su capacidad para aplicar estos fundamentos a la solución de problemas de ingeniería.

Para resolver problemas, recomendamos un procedimiento sistemático que se caracteriza por un formato establecido. Empleamos de forma consistente este procedimiento en nuestros ejemplos y pedimos a nuestros estudiantes que lo utilicen en sus soluciones de los problemas; consiste en los siguientes pasos:

1. *Se conoce:* Después de leer cuidadosamente el problema, establezca breve y concisamente lo que se conoce de éste. No repita el planteamiento del problema.
2. *Encontrar:* Plantee de forma breve y concisa qué se debe encontrar.
3. *Esquema:* Dibuje un esquema del sistema físico. Si prevé la aplicación de las leyes de conservación, represente la superficie de control que se requiere mediante líneas punteadas sobre el esquema. Identifique los procesos de transferencia de calor relevantes con flechas apropiadamente etiquetadas sobre el esquema.
4. *Suposiciones:* Haga una lista de todas las suposiciones de simplificación pertinentes.
5. *Propiedades:* Reúna los valores de las características necesarias para los cálculos siguientes e identifique la fuente de la que se obtienen.
6. *Análisis:* Comience el análisis aplicando las leyes de conservación apropiadas, e introduzca las ecuaciones de flujo necesarias. Desarrolle el análisis lo más completo que sea posible antes de sustituir valores numéricos. Ejecute los cálculos necesarios para obtener los resultados deseados.
7. *Comentarios:* Analice sus resultados. Este análisis incluirá un resumen de conclusiones clave, una crítica de las suposiciones originales y una inferencia de las tendencias obtenidas ejecutando cálculos adicionales del tipo *qué sucedería si* y de *sensibilidad de parámetros*.

La importancia de seguir los pasos 1 a 4 no debe subestimarse. Éstos proporcionan una guía útil para estudiar un problema antes conseguir su solución. En el paso 7 esperamos que tome la iniciativa para agudizar su ingenio ejecutando cálculos para los que puede convenirle el auxilio de una computadora.

Ejemplo 1.6

El recubrimiento sobre una placa se cura exponiendo ésta a la acción de una lámpara infrarroja que proporciona una irradiación de 2000 W/m^2. El recubrimiento absorbe 80% de la irradiación y tiene una emisividad de 0.50; también es expuesto a un flujo de aire y a amplios alrededores para los cuales las temperaturas son 20°C y 30°C, respectivamente.

1. Si el coeficiente de convección entre la placa y el aire ambiente es 15 W/m^2 · K, ¿cuál es la temperatura de curación de la placa?
2. Las características finales del recubrimiento, incluidos uso y durabilidad, se sabe que dependen de la temperatura a la que ocurre la curación. Un sistema de flujo de aire es capaz de controlar la velocidad del aire (y por ello el coeficiente de convección) sobre la superficie curada, pero el ingeniero de procesos necesita saber en qué forma depende la temperatura del coeficiente de convección. Proporcione la información deseada con el cálculo y graficación de la temperatura de la superficie como función de h para $2 \leq h \leq 200$ W/m^2 · K. ¿Qué valor de h proporcionaría una temperatura de curación de 50°C?

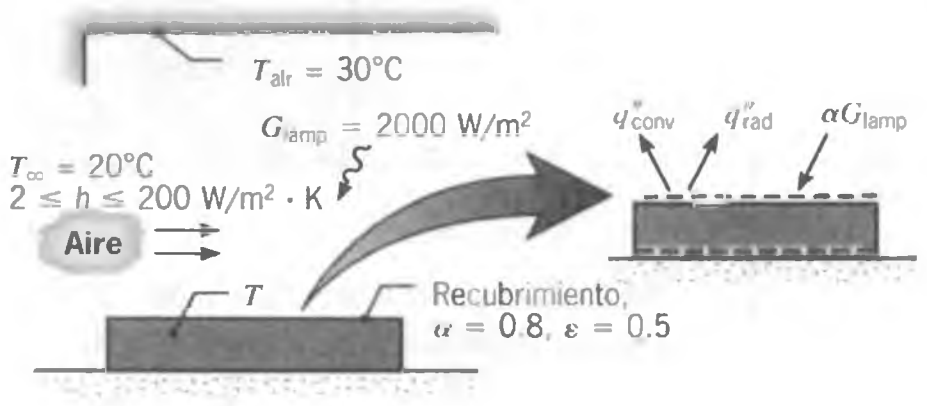
Solución

Se conoce: El recubrimiento con propiedades de radiación establecidas se cura mediante irradiación de una lámpara infrarroja. La transferencia de calor del recubrimiento es por convección al aire ambiente e intercambio de radiación con los alrededores.

Encontrar:

1. Temperatura de curación para $h = 15$ W/m^2 · K.
2. Efecto del flujo del aire sobre la temperatura de curación para $2 \leq h \leq 200$ W/m^2 · K. Valor de h para el que la temperatura de curación es 50°C.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Pérdida de calor insignificante de la superficie inferior de la placa.

3. La placa es un objeto pequeño en alrededores grandes y el recubrimiento tiene una absortividad de $\alpha_{alr} = \varepsilon = 0.8$ con respecto a la irradiación de los alrededores.

Análisis:

1. Como el proceso corresponde a condiciones de estado estable y no hay transferencia de calor en la superficie inferior, la placa debe ser isotérmica ($T_s = T$). De aquí la temperatura deseada se determina colocando una superficie de control alrededor de la superficie expuesta y aplicando la ecuación 1.12 o colocando la superficie de control alrededor de toda la placa y aplicando la ecuación 1.11a. Si se adopta el último enfoque y se reconoce que no hay generación de energía interna ($\dot{E}_g = 0$), la ecuación 1.11a se reduce a

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sale} = 0$$

donde $\dot{E}_{alm} = 0$ para condiciones de estado estable. Con el flujo entrante de energía debido a la absorción de la irradiación de la lámpara por el recubrimiento y el flujo de salida debido a la convección y transferencia de radiación a los alrededores, se sigue que

$$(\alpha G)_{lámp} - q''_{conv} - q''_{rad} = 0$$

Al sustituir de las ecuaciones 1.3a y 1.7, obtenemos

$$(\alpha G)_{lámp} - h(T - T_\infty) - \varepsilon\sigma(T^4 - T^4_{alr}) = 0$$

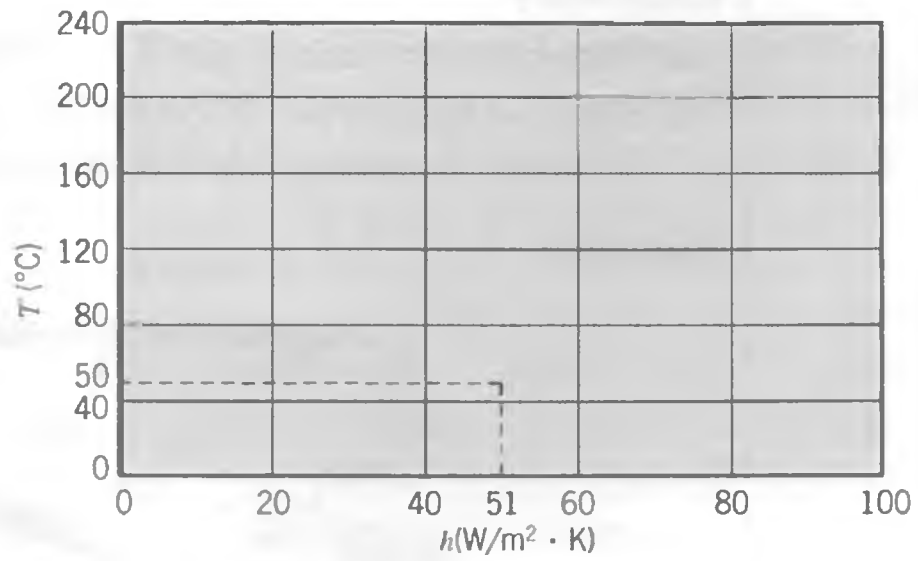
Sustituyendo los valores numéricos

$$0.8 \times 2000\ \text{W/m}^2 - 15\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}(T - 293)\ \text{K} - 0.5 \times 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4(T^4 - 303^4)\ \text{K}^4 = 0$$

y resolviendo por prueba y error, obtenemos

$$T = 377\ \text{K} = 104°\text{C} \quad \triangleleft$$

2. Al resolver el balance de energía anterior para valores seleccionados de h en el rango establecido y elaborar gráficas de los resultados, obtenemos



Si se desea una temperatura de curación de 50°C, el flujo de aire debe proporcionar un coeficiente de convección de

$$h(T = 50°\text{C}) = 51.0\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \quad \triangleleft$$

Comentarios:

1. La temperatura del recubrimiento (placa) se reduce disminuyendo T_∞ y T_{alr}, así como también aumentando la velocidad del aire y con ello el coeficiente de convección.

2. Las contribuciones relativas de la convección y la radiación a la transferencia de calor de la placa varían mucho con h. Para $h = 2$ W/m$^2 \cdot$ K, $T = 477$ K y domina la radiación ($q''_{rad} \approx 1232$ W/m^2, $q''_{conv} \approx 368$ W/m^2). De manera inversa, para $h = 200$ W/m$^2 \cdot$ K y $T = 301$ K y domina la convección ($q''_{conv} \approx 1606$ W/m^2, $q''_{rad} \approx -6$ W/m^2). De hecho, para esa condición la temperatura de la placa es ligeramente menor que la de los alrededores y el intercambio de radiación neta fluye *hacia* la placa.

1.5 *Relevancia de la transferencia de calor*

A través del tiempo, la transferencia de calor ha sido en verdad un tema relevante, para no mencionar que es en sí parte fascinante de las ciencias de la ingeniería. Dedicaremos mucho tiempo al aprendizaje de los efectos de la transferencia de calor y de las técnicas necesarias para predecir velocidades de transferencia de calor. ¿Cuál es el valor de este conocimiento y a qué clase de problemas puede aplicarse?

Los fenómenos de transferencia de calor tienen un papel importante en muchos problemas industriales y ambientales. Por ejemplo, considere el área vital de la producción y conversión de energía. No hay una sola aplicación en esta área que no implique efectos de transferencia de calor de alguna manera. En la generación de potencia eléctrica —ya sea mediante fisión o fusión nuclear—, la combustión de combustibles fósiles, los procesos magnetohidrodinámicos o el uso de fuentes de energía geotérmica, hay numerosos problemas de transferencia de calor que deben resolverse. Estos problemas incluyen procesos de conducción, convección y radiación que se relacionan con el diseño de sistemas como calderas, condensadores y turbinas. A menudo nos vemos en la necesidad de maximizar las velocidades de transferencia de calor y mantener la integridad de los materiales en ambientes de alta temperatura.

En una escala más pequeña hay muchos problemas de transferencia de calor relacionados con el desarrollo de sistemas de conversión de energía solar para calentamiento de espacios, así como para la producción de energía eléctrica. Los procesos de transferencia de calor también afectan al funcionamiento de sistemas de propulsión, como los motores de combustión interna, de turbinas de gas y propulsión de cohetes. Los problemas de transferencia de calor surgen en el diseño de sistemas de calentamiento de espacios convencionales y de agua, en el diseño de incineradores y de equipo de almacenamiento criogénico, en el enfriamiento de equipo electrónico, en el diseño de sistemas de refrigeración y de acondicionamiento de aire y en muchos procesos de producción. La transferencia de calor también es relevante para la contaminación del aire y del agua e influye fuertemente en el clima local y global.

1.6 *Unidades y dimensiones*

Las cantidades físicas de la transferencia de calor se especifican en términos de *dimensiones*, que se miden en términos de unidades. Se requieren cuatro dimensiones *básicas* para el desarrollo de la transferencia de calor: longitud (L), masa (M), tiempo (t), y

temperatura (T). Todas las otras cantidades físicas de interés se relacionan con estas cuatro dimensiones básicas.

En Estados Unidos es costumbre medir dimensiones en términos del *sistema inglés de unidades*, para el que las *unidades base* son

Dimensión		Unidad
Longitud (L)	→	pie (ft)
Masa (M)	→	libra masa (lb_m)
Tiempo (t)	→	segundo (s)
Temperatura (T)	→	grados Fahrenheit (°F)

Las unidades que se requieren para especificar otras cantidades físicas se infieren de este grupo. Por ejemplo, la dimensión de fuerza se relaciona con la masa a través de la segunda ley de movimiento de Newton,

$$F = \frac{1}{g_c} Ma \tag{1.14}$$

donde la aceleración a tiene unidades de pie por segundo cuadrado, y g_c es una constante de proporcionalidad. Si esta constante se fija de manera arbitraria igual a la unidad y se hace *sin dimensiones*, las dimensiones de fuerza son $(F) = (M) \cdot (L)/(t)^2$ y la unidad de fuerza es

$$1 \text{ poundal} = 1 \text{ lb}_m \cdot \text{pies/s}^2$$

Como alternativa, es posible trabajar con un sistema de dimensiones básicas que incluya masa y fuerza. Sin embargo, en este caso la constante de proporcionalidad debe tener las dimensiones $(M) \cdot (L)/(F) \cdot (t)^2$. Es más, si se define la libra fuerza (lb_f) como una unidad de fuerza que acelerará una libra masa a 32.17 pies/s^2, la constante de proporcionalidad debe tener la forma

$$g_c = 32.17 \text{ lb}_m \cdot \text{pies/lb}_f \cdot \text{s}^2$$

Las unidades de trabajo se infieren a partir de esta definición como el producto de una fuerza por una distancia, en cuyo caso las unidades son pie · lb_f. Las unidades de trabajo y energía son, por supuesto, equivalentes, aunque es normal usar la unidad térmica británica (Btu) como la unidad de energía térmica. Una unidad térmica británica elevará la temperatura de 1 lb_m de agua a 68°F en 1°F. Es equivalente a 778.16 pie · lb_f, lo que se denomina *equivalente mecánico del calor*.

En años recientes ha habido una fuerte tendencia hacia el uso mundial de un conjunto estándar de unidades. En 1960, la Undécima Conferencia General de Pesos y Medidas definió el sistema de unidades SI (Système International d'Unités) y lo recomendó como estándar mundial. En respuesta a esta tendencia, se le pidió a la American Society of Mechanical Engineers, ASME, que usara las unidades SI en todas sus publicaciones desde el 1 de julio de 1974. Por esta razón y debido a que es operacionalmente más conveniente que el sistema inglés, el sistema SI se usa para los cálculos de este texto. Sin embargo, ya que por algún tiempo los ingenieros también tendrán que trabajar con resultados expresados en el sistema inglés, los ingenieros deben ser capaces de convertir de un sistema al otro. Para conveniencia del lector se proporcionan factores de conversión en las cubiertas posteriores del texto.

TABLA 1.2 Unidades SI base y complementarias

Cantidad y símbolo	Unidad y símbolo
Longitud (L)	metro (m)
Masa (M)	kilogramo (kg)
Concentración (C)	mol (mol)
Tiempo (t)	segundo (s)
Corriente eléctrica (I)	ampere (A)
Temperatura termodinámica (T)	kelvin (K)
Ángulo plano[a] (θ)	radián (rad)
Ángulo sólido[a] (ω)	estereorradián (sr)

[a] Unidad suplementaria.

Las unidades SI *base* que se requieren para este texto se resumen en la tabla 1.2. Con respecto a estas unidades observe que 1 mol es la cantidad de sustancia que tiene tantos átomos o moléculas como átomos hay en 12 g de carbono 12 (^{12}C); éste es el gramo mol (mol). Aunque el sistema SI recomienda el mol como la unidad de cantidad de materia, es más congruente trabajar con el kilogramo mol (kmol, kg-mol). Un kmol es simplemente la cantidad de sustancia que tiene tantos átomos o moléculas como átomos hay en 12 kg de ^{12}C. Mientras el uso sea uniforme dentro de un problema dado, no surgirán dificultades si se usa mol o kmol. El peso molecular de una sustancia es la masa asociada con un mol o kilogramo mol. Para el oxígeno, como ejemplo, el peso molecular $\mathcal{M}$ es 16 g/mol o 16 kg/kmol.

Aunque la unidad SI de temperatura es el kelvin, el uso de la escala Celsius de temperatura aún está muy difundido. Cero en la escala Celsius (0°C) es equivalente a 273.15 K en la escala termodinámica,[1] en cuyo caso

$$T(\text{K}) = T(^\circ\text{C}) + 273.15$$

Sin embargo, las *diferencias* de temperatura son equivalentes para las dos escalas y se denotan como °C o K. Asimismo, aunque la unidad SI de tiempo es el segundo, otras unidades de tiempo (minuto, hora y día) son tan comunes que su uso con el sistema SI se acepta normalmente.

Las unidades SI comprenden una forma coherente del sistema métrico. Es decir, todas las unidades restantes se derivan de las unidades base con el uso de fórmulas que no incluyen ningún factor numérico. La tabla 1.3 es una lista de unidades *derivadas* para cantidades seleccionadas. Observe que la fuerza se mide en newtons, donde una fuerza de 1 N acelerará una masa de 1 kg a 1 m/s^2. De aquí 1 N = 1 kg · m/s^2. La uni-

[1] El símbolo de grados se conserva para la designación de la temperatura Celsius (°C), a fin de evitar confusión con el uso de C para la unidad de carga eléctrica (coulomb).

TABLA 1.3 Unidades SI derivadas para cantidades seleccionadas

Cantidad	Nombre y símbolo	Fórmula	Expresión en unidades SI básicas
Fuerza	newton (N)	m · kg/s^2	m · kg/s^2
Presión y esfuerzo	pascal (Pa)	N/m^2	kg/m · s^2
Energía	joule (J)	N · m	m^2 · kg/s^2
Potencia	watt (W)	J/s	m^2 · kg/s^3

Tabla 1.4 Prefijos multiplicadores

Prefijo	Abreviatura	Multiplicador
pico	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
micro	μ	10^{-6}
mili	m	10^{-3}
centi	c	10^{-2}
hecto	h	10^{2}
kilo	k	10^{3}
mega	M	10^{6}
giga	G	10^{9}
tera	T	10^{12}

dad de presión (N/m^2) con frecuencia se denomina pascal. En el sistema SI hay una unidad de energía (térmica, mecánica o eléctrica), llamada joule (J), y 1 J = 1 N · m. La unidad para la velocidad de energía, o potencia, es entonces J/s, donde un joule por segundo es equivalente a un watt (1 J/s = 1 W). Dado que a menudo es necesario trabajar con números extremadamente grandes o pequeños, se introduce un conjunto de prefijos estándar para simplificar los cálculos (tabla 1.4). Por ejemplo, 1 megawatt (MW) = 10^6 W, y 1 micrometro (μm) = 10^{-6} m.

1.7 *Resumen*

Aunque gran parte del material de este capítulo se analizará con gran detalle, ya debemos tener ahora una noción general razonable de la transferencia de calor; asimismo, debemos estar conscientes de los diversos modos de transferencia y de sus orígenes físicos. Más aún, dada una situación física, tenemos que ser capaces de percibir el rele-

Tabla 1.5 Resumen de los procesos de transferencia de calor

Modo	Mecanismo(s)	Ecuación o modelo	Número de ecuación	Propiedad de transporte o coeficiente
Conducción	Difusión de energía debido al movimiento molecular aleatorio	$q''_x\,(W/m^2) = -k\dfrac{dT}{dx}$	(1.1)	k (W/m · K)
Convección	Difusión de energía debido al movimiento molecular aleatorio más transferencia de energía debido al movimiento global (advección)	$q''\,(W/m^2) = h(T_s - T_\infty)$	(1.3a)	h (W/m^2 · K)
Radiación	Transferencia de energía por ondas electromagnéticas	$q''\,(W/m^2) = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{alr}^4)$ o $q\,(W) = h_r A(T_s - T_{alr})$	(1.7) (1.8)	ε h_r (W/m^2 · K)

vante fenómeno de transporte. La importancia de desarrollar esta capacidad no debe subestimarse. Tomará mucho tiempo aprender el uso de las herramientas necesarias para calcular los fenómenos de transferencia de calor. Sin embargo, antes de que comience a usar estas herramientas para resolver problemas prácticos, debe tener la intuición para determinar lo que sucede físicamente. En pocas palabras, debe ser capaz de ver un problema e identificar los fenómenos de transporte pertinentes. El ejemplo y los problemas al final de este capítulo le ayudarán a iniciar su cultivo de esta intuición.

También debe apreciar el significado de las ecuaciones de flujo o modelos y sentirse confiado al utilizarlas para calcular las velocidades de transporte. Estas ecuaciones, resumidas en la tabla 1.5, *deben ser aprendidas de memoria*. También hay que reconocer la importancia de las leyes de conservación y la necesidad de identificar de forma cuidadosa los volúmenes de control. Con las ecuaciones de flujo o modelos, las leyes de conservación sirven para resolver numerosos problemas de transferencia de calor.

Ejemplo 1.7

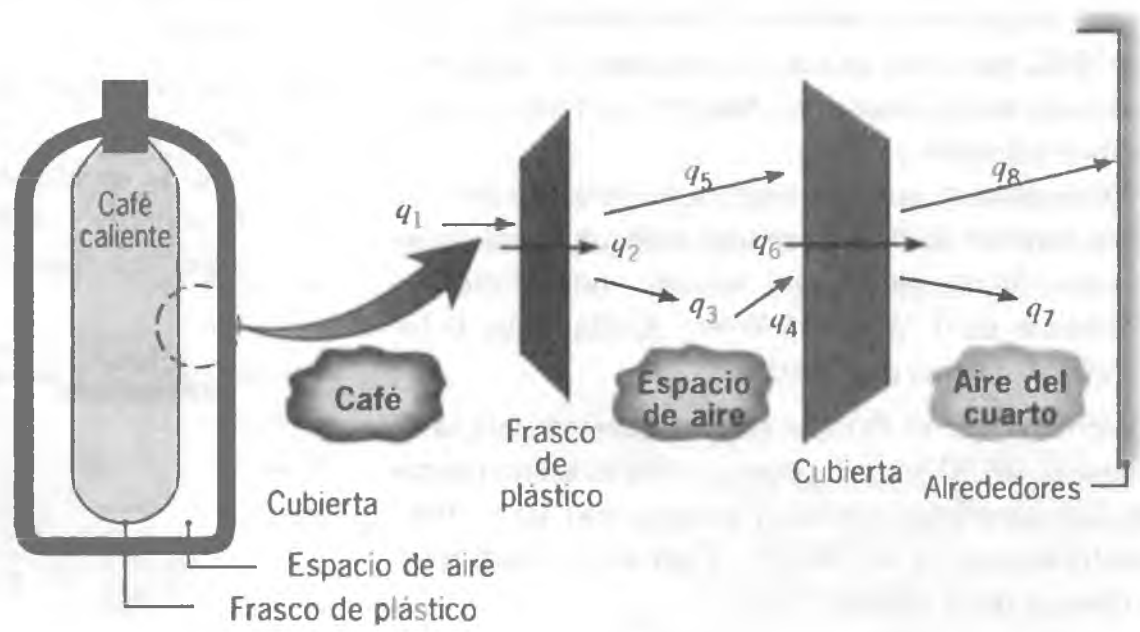
Un recipiente cerrado, lleno de café caliente, se encuentra en un cuarto cuyo aire y paredes están a una temperatura fija. Identifique todos los procesos de transferencia de calor que contribuyen a enfriar el café. Comente las características que contribuirían a un mejor diseño del recipiente.

Solución

Se conoce: El café caliente está separado de sus alrededores más fríos por un frasco de plástico, un espacio de aire y una cubierta de plástico.

Encontrar: Los procesos relevantes de transferencia de calor.

Esquema:



Las trayectorias de la transferencia de energía del café son las siguientes:

q_1: convección libre del café al frasco
q_2: conducción a través del frasco
q_3: convección libre del frasco al aire

q_4: convección libre del aire a la cubierta

q_5: intercambio de radiación neta entre la superficie exterior del frasco y la superficie interior de la cubierta

q_6: conducción a través de la cubierta

q_7: convección libre de la cubierta al aire del cuarto

q_8: intercambio de radiación neta entre la superficie exterior de la cubierta y los alrededores

Comentarios: Las mejoras de diseño se asocian con (1) uso de superficies aluminizadas (baja emisividad) para el frasco y cubierta para reducir la radiación neta, y (2) vaciar el espacio de aire o utilizar un material de relleno para retardar la convección libre.

Problemas

Conducción

• **1.1** Un flujo de calor de 3 kW se conduce a través de una sección de un material aislante de área de sección transversal 10 m^2 y espesor 2.5 cm. Si la temperatura de la superficie interna (caliente) es de 415°C y la conductividad térmica del material es 0.2 W/m · K, ¿cuál es la temperatura de la superficie externa?

1.2 Una pared de concreto, que tiene un área superficial de 20 m^2 y 0.30 m de espesor, separa el aire acondicionado de una habitación del aire ambiental. La temperatura de la superficie interna de la pared se mantiene a 25°C, y la conductividad térmica del concreto es 1 W/m · K.

(a) Determine la pérdida de calor a través de la pared para temperaturas ambientes en el rango de −15°C a 38°C, que corresponden a extremos de invierno y verano, respectivamente. Muestre en forma gráfica sus resultados.

(b) En su gráfica, también trace la pérdida de calor como función de la temperatura ambiente para materiales de la pared que tengan conductividades térmicas de 0.75 y 1.25 W/m · K. Explique la familia de curvas que obtiene.

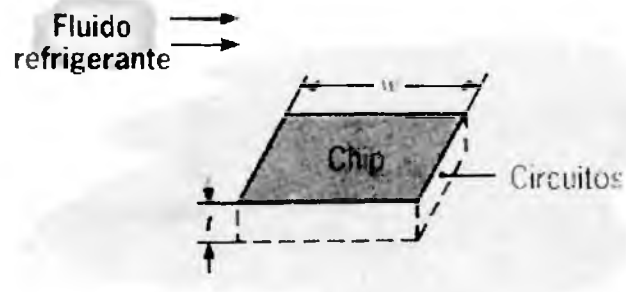
1.3 Se determina que el flujo de calor a través de una tabla de madera de 50 mm de espesor, cuyas temperaturas sobre las superficies interna y externa son 40 y 20°C, respectivamente, es 40 W/m^2. ¿Cuál es la conductividad térmica de la madera?

1.4 Las temperaturas de las superficies interna y externa de una ventana de vidrio de 5 mm de espesor son 15 y 5°C. ¿Cuál es la pérdida de calor a través de una ventana que mide 1 × 3 m de lado? La conductividad térmica del vidrio es 1.4 W/m · K.

1.5 El compartimiento de un congelador consiste en una cavidad cúbica que tiene 2 m de lado. Suponga que el fondo está perfectamente aislado. ¿Cuál es el espesor mínimo de aislante de espuma de poliuretano (k = 0.030 W/m · K) que debe aplicarse en las paredes superior y laterales para asegurar una carga de calor de menos de 500 W, cuando las superficies interior y exterior están a −10 y 35°C?

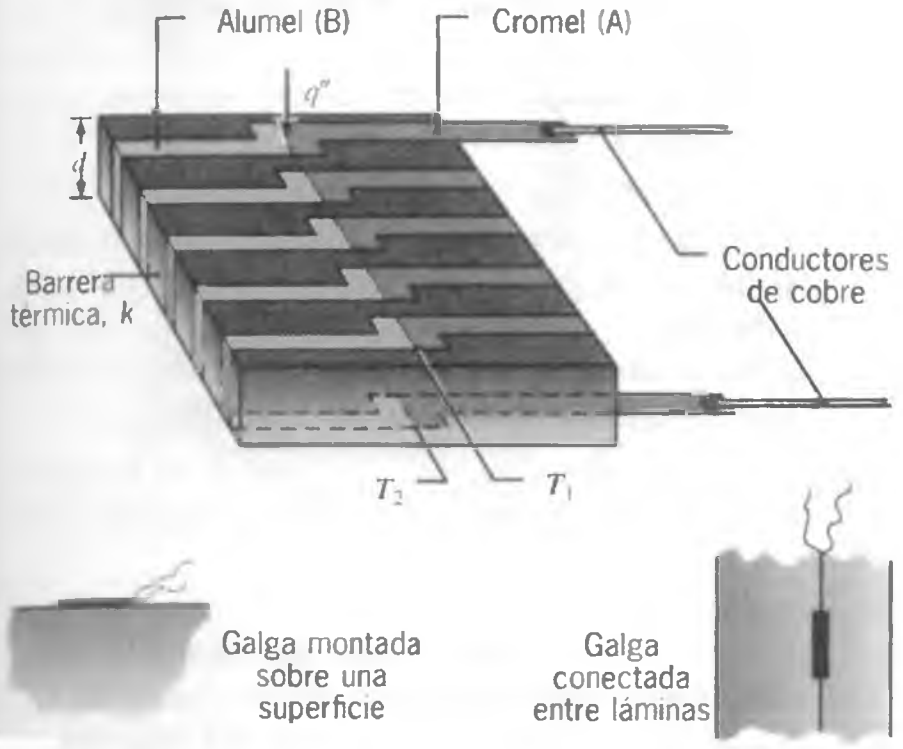
1.6 ¿Cuál es el espesor que se requiere de una pared de mampostería que tiene una conductividad térmica de 0.75 W/m · K, si la velocidad del calor será 80% de la velocidad del calor a través de una pared de estructura compuesta que tiene una conductividad térmica de 0.25 W/m · K y un espesor de 100 mm? Ambas paredes están sujetas a la misma diferencia de temperatura superficial.

• **1.7** Un chip cuadrado de silicio (k = 150 W/m · K) tiene un ancho w = 5 mm de lado y espesor t = 1 mm. El chip se monta en un sustrato de modo que sus lados y la superficie inferior quedan aisladas, mientras que la superficie frontal se expone a un fluido refrigerante.



Si se disipan 4 W de los circuitos montados en la superficie posterior del chip, ¿cuál es la diferencia de temperaturas de estado estable entre las superficies inferior y frontal?

1.8 Una galga para medir el flujo de calor en una superficie o a través de un material laminado emplea termopares de película delgada de cromel/alumel (tipo K) depositados sobre las superficies superior e inferior de una plaquita con una conductividad térmica de 1.4 W/m · K y un espesor de 0.25 mm.



(a) Determine el flujo de calor q'' a través de la galga cuando el voltaje de salida en los conductores de cobre es 350 μV. El coeficiente de Seebeck de los materiales tipo K del termopar es aproximadamente 40 μV/°C.

(b) ¿Qué precaución es necesaria al usar una galga de esta naturaleza para medir el flujo de calor a través de la estructura laminada que se muestra arriba?

Convección

1.9 Usted ha experimentado el enfriamiento por convección si alguna vez sacó la mano por la ventana de un vehículo en movimiento o si la sumergió en una corriente de agua. Si la superficie de la mano se considera a una temperatura de 30°C, determine el flujo de calor por convección para (a) una velocidad del vehículo de 35 km/h en aire a −5°C con un coeficiente de convección de 40 W/m² · K y (b) una velocidad de 0.2 m/s en una corriente de agua a 10°C con un coeficiente de convección de 900 W/m² · K. ¿En cuál condición se *sentiría* más frío? Compare estos resultados con una pérdida de calor de aproximadamente 30 W/m² en condiciones ambientales normales.

1.10 Sobre un cilindro largo, de 25 mm de diámetro con un calentador eléctrico interno, fluye aire a 40°C. En una serie de pruebas, se realizaron mediciones de la potencia por unidad de longitud, P', que se requiere para mantener la temperatura superficial del cilindro a 300°C, a diferentes velocidades V de la corriente libre del aire. Los resultados son los siguientes:

Velocidad del aire, V (m/s)	1	2	4	8	12
Potencia, P' (W/m)	450	658	983	1507	1963

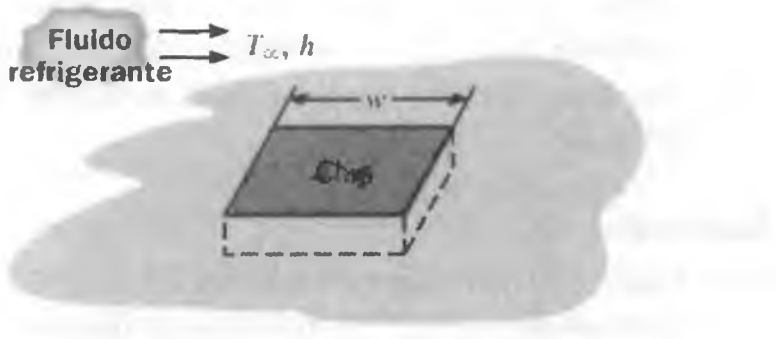
(a) Determine el coeficiente de convección para cada velocidad, y muestre gráficamente los resultados.

(b) Suponiendo que la dependencia del coeficiente de convección con la velocidad es de la forma $h = CV^n$, determine los parámetros C y n a partir de los resultados de la parte (a).

1.11 Un calentador de resistencia eléctrica se encapsula en un cilindro largo de 30 mm de diámetro. Cuando fluye agua con una temperatura de 25°C y velocidad de 1 m/s cruzando el cilindro, la potencia por unidad de longitud que se requiere para mantener la superficie a una temperatura uniforme de 90°C es 28 kW/m. Cuando fluye aire, también a 25°C, pero con una velocidad de 10 m/s, la potencia por unidad de longitud que se requiere para mantener la misma temperatura superficial es 400 W/m. Calcule y compare los coeficientes de convección para los flujos de agua y aire.

1.12 Un calentador eléctrico de cartucho tiene forma cilíndrica de longitud $L = 200$ mm y diámetro exterior $D = 20$ mm. En condiciones de operación normal el calentador disipa 2 kW, mientras se sumerge en un flujo de agua que está a 20°C y provee un coeficiente de transferencia de calor por convección de $h = 5000$ W/m² · K. Sin tomar en cuenta la transferencia de calor de los extremos del calentador, determine la temperatura superficial T_s. Si el flujo de agua cesa sin advertirlo mientras el calentador continúa operando, la superficie del calentador se expone al aire que también está a 20°C, pero para el que $h = 50$ W/m² · K. ¿Cuál es la temperatura superficial correspondiente? ¿Cuáles son las consecuencias de tal evento?

1.13 Un chip cuadrado isotérmico tiene un ancho $w = 5$ mm de lado y está montado en un sustrato de modo que sus superficies lateral e inferior estén bien aisladas, mientras que la superficie frontal se expone a la corriente de un fluido refrigerante a $T_\infty = 15$°C. A partir de consideraciones de confiabilidad, la temperatura del chip no debe exceder $T = 85$°C.

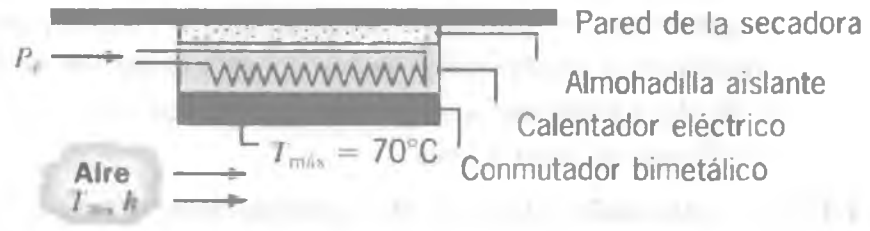


Si el fluido refrigerante es aire y el coeficiente de convección correspondiente es $h = 200$ W/m² · K, ¿cuál es la potencia máxima admisible del chip? Si el fluido

refrigerante es un líquido dieléctrico para el que h = 3000 W/m^2 · K, ¿cuál es la potencia máxima admisible?

1.14 Se propone el uso de la colisión de chorros de aire como medio de enfriar de manera efectiva chips lógicos de alta potencia en una computadora. Sin embargo, para que la técnica se pueda aplicar debe conocerse el coeficiente de convección asociado con el chorro que choca contra la superficie de un chip. Diseñe un experimento que sirva para determinar los coeficientes de convección asociados con el choque de un chorro de aire sobre un chip que mide aproximadamente 10 mm por 10 mm de lado.

1.15 El control de temperatura para una secadora de ropa consiste en un conmutador bimetálico montado sobre un calentador eléctrico unido a una almohadilla aislante instalada en la pared.



El conmutador se fija para abrirse a 70°C, que es la temperatura máxima del aire de secado. A fin de operar la secadora a una temperatura de aire más baja, se suministra potencia suficiente al calentador de modo que el conmutador alcance 70°C ($T_{máx}$) cuando la temperatura del aire T_∞ sea menor que $T_{máx}$. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección entre el aire y la superficie expuesta del conmutador de 30 mm^2 es 25 W/m^2 · K, ¿cuánta potencia de calentamiento P_e se requiere cuando la temperatura deseada del aire es T_∞ = 50°C?

1.16 El coeficiente de transferencia de calor por convección libre sobre una placa delgada vertical caliente en aire quieto se determina observando el cambio en la temperatura de la placa al paso del tiempo, a medida que ésta se enfría. Suponiendo que la placa es isotérmica y que el intercambio de radiación con sus alrededores es insignificante, evalúe el coeficiente de convección en el momento en que la temperatura de la placa es de 225°C y que el cambio en la temperatura de la placa con el tiempo (dT/dt) es −0.022 K/s. La temperatura del aire ambiente es de 25°C y la placa mide 0.3 × 0.3 m con una masa de 3.75 kg y un calor específico de 2770 J/kg · K.

Radiación

1.17 Una sonda interplanetaria esférica de 0.5 m de diámetro contiene dispositivos electrónicos que disipan 150 W. Si la superficie de la sonda tiene una emisividad de 0.8, y la sonda no recibe radiación de otras superficies como, por ejemplo, del Sol, ¿cuál es la temperatura de la superficie?

1.18 Un paquete de instrumentación tiene una superficie exterior esférica de diámetro D = 100 mm y emisividad ε = 0.25. El paquete se coloca en una cámara de simulación espacial grande cuyas paredes se mantienen a 77 K. Si la operación de los componentes electrónicos se restringe al rango de temperaturas 40 ≤ T ≤ 85°C, ¿cuál es el rango de disipación aceptable de potencia para el paquete? Muestre los resultados en forma gráfica, y también el efecto de las variaciones en la emisividad al considerar valores de 0.20 y 0.30.

1.19 Una superficie de 0.5 m^2 de área, emisividad 0.8, y 150°C de temperatura se coloca en una cámara grande al vacío cuyas paredes se mantienen a 25°C. ¿Cuál es la velocidad a la que la superficie emite radiación? ¿Cuál es la velocidad neta a la que se intercambia radiación entre la superficie y las paredes de la cámara?

1.20 Si $T_s \approx T_{alr}$ en la ecuación 1.9, el coeficiente de transferencia de calor por radiación puede aproximarse como

$$h_{r,a} = 4\varepsilon\sigma\bar{T}^3$$

donde $\bar{T} = (T_s + T_{alr})/2$. Deseamos evaluar la validez de esta aproximación comparando los valores de h_r y $h_{r,a}$ para las siguientes condiciones. En cada caso represente los resultados en forma gráfica y comente la validez de la aproximación.

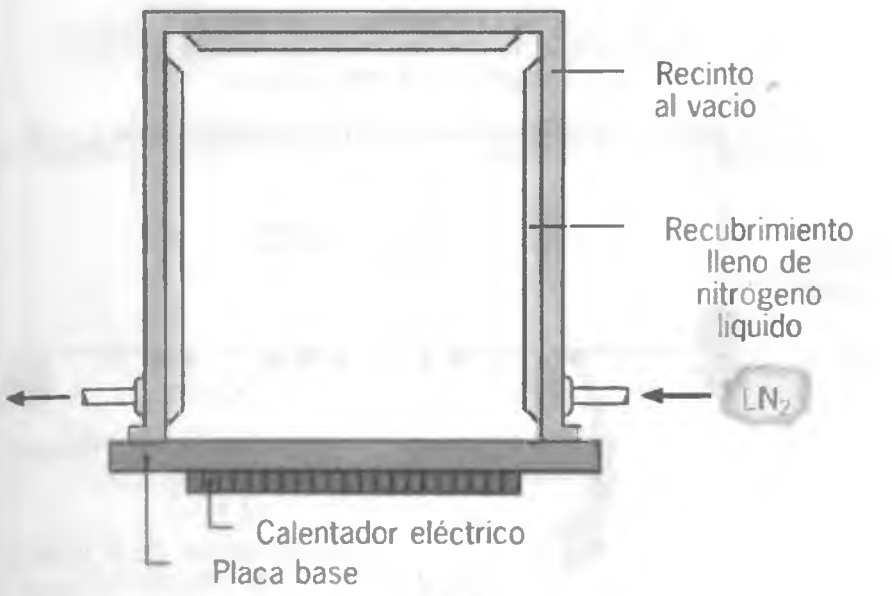
(a) Considere una superficie de aluminio pulido (ε = 0.05) o pintura negra (ε = 0.9), cuya temperatura puede exceder la de los alrededores (T_{alr} = 25°C) en 10 a 100°C. También compare sus resultados con los valores del coeficiente asociado con la convección libre en aire ($T_\infty = T_{alr}$), donde h (W/m^2 · K) = 0.98 $\Delta T^{1/3}$.

(b) Considere condiciones iniciales relacionadas con la colocación de una pieza a T_s = 25°C en un horno grande cuya temperatura de las paredes varía en el rango 100 ≤ T_{alr} ≤ 1000°C. De acuerdo con el terminado o recubrimiento de la superficie, la emisividad tomará los valores 0.05, 0.2 y 0.9. Para cada emisividad, elabore una gráfica del error relativo, $(h_r - h_{r,a})/h_r$, como función de la temperatura del horno.

1.21 Considere las condiciones del problema 1.13. Con transferencia de calor por convección al aire, se encuentra que la potencia máxima permisible del chip es 0.35 W. Si también se considera la transferencia neta de calor por radiación de la superficie del chip a alrededores a 15°C, ¿cuál es el porcentaje de aumento en la potencia máxima permisible en el chip proporcionada por esta consideración? La superficie del chip tiene una emisividad de 0.9.

1.22 Un sistema al vacío, como los que se usan para la deposición eléctrica por sublimación catódica de películas delgadas conductoras en microcircuitos, consta de una placa base sostenida por un calentador eléctrico a

300 K y un recubrimiento dentro del recinto que se mantiene a 77 K mediante un circuito refrigerante de nitrógeno líquido. La placa base, aislada en el lado inferior, tiene 0.3 m de diámetro y una emisividad de 0.25.



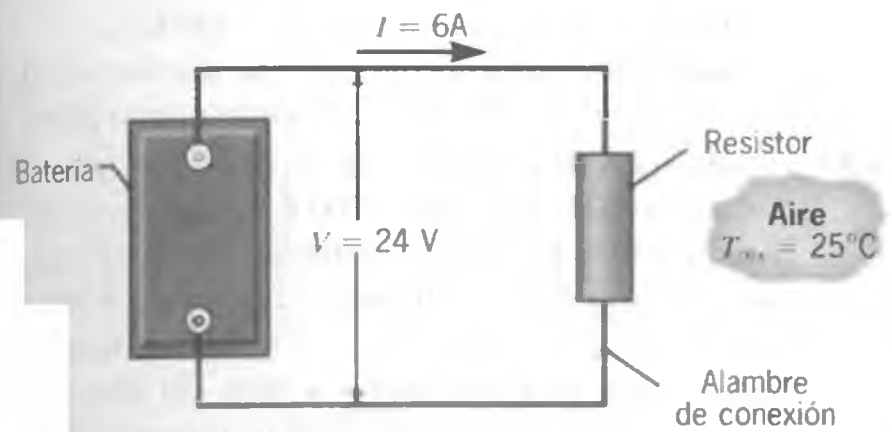
(a) ¿Qué potencia eléctrica debe proporcionarse al calentador de la placa base?

(b) ¿A qué flujo debe suministrarse el nitrógeno líquido al recubrimiento si su entalpía de vaporización es 125 kJ/kg?

(c) Para reducir el consumo de nitrógeno líquido, se propone unir una placa delgada de hoja de aluminio ($\varepsilon = 0.09$) a la placa base. ¿Tendrá esto el efecto que se desea?

Balance de energía y efectos multimodales

1.23 Se conecta un resistor eléctrico a una batería, como se muestra en el esquema. Después de una breve fluctuación transitoria, la resistencia toma una temperatura de estado estable casi uniforme de 95°C, mientras que la batería y los alambres de conexión permanecen a la temperatura ambiente de 25°C. No tome en cuenta la resistencia eléctrica de los alambres de conexión.

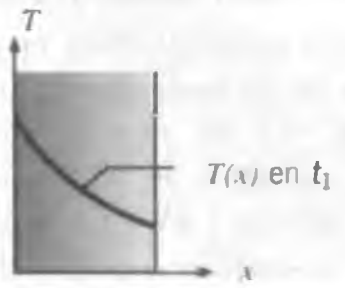


(a) Considere el resistor como un sistema alrededor del cual se coloca una superficie de control y se aplica la ecuación 1.11a. Determine los valores correspondientes de $\dot{E}_{ent}$(W), $\dot{E}_g$(W), $\dot{E}_{sal}$(W), y $\dot{E}_{alm}$(W). Si se coloca una superficie de control alrededor del sistema entero, ¿cuáles son los valores de $\dot{E}_{ent}$, $\dot{E}_g$, $\dot{E}_{sal}$, y $\dot{E}_{alm}$?

(b) Si se disipa energía eléctrica de manera uniforme dentro del resistor, que es un cilindro de diámetro $D = 60$ mm y longitud $L = 25$ mm, ¿cuál es la velocidad de generación de calor volumétrica, $\dot{q}$(W/m^3)?

(c) Sin tener en cuenta la radiación del resistor, ¿cuál es el coeficiente de convección?

1.24 La variación de temperatura con la posición en una pared se muestra abajo para un tiempo específico, t_1, durante un proceso transitorio (variante con el tiempo).



¿La pared se está calentando o enfriando?

1.25 Una esfera sólida de diámetro $D = 1$ m y emisividad superficial $\varepsilon = 0.30$ se precalienta y después se suspende en una cámara grande de vacío enfriada criogénicamente, cuyas superficies interiores se mantienen a 80 K. ¿Cuál es la velocidad de cambio de la energía almacenada por el sólido cuando su temperatura es 600 K?

1.26 Una esfera sólida de aluminio de emisividad ε está inicialmente a una temperatura elevada y se enfría colocándola en una cámara. Las paredes de la cámara se mantienen a una temperatura baja, y se hace circular un gas frío a través de la cámara. Obtenga una ecuación que sirva para predecir la variación de la temperatura del aluminio con el tiempo durante el proceso de enfriamiento. No intente obtener la solución.

1.27 Una placa de aluminio de 4 mm de espesor se monta en posición horizontal, con su superficie inferior bien aislada. Se aplica un recubrimiento delgado especial a la superficie superior que absorbe 80% de cualquier radiación solar incidente, mientras tiene una emisividad de 0.25. Se sabe que la densidad ρ y el calor específico c del aluminio son 2700 kg/m^3 y 900 J/kg · K, respectivamente.

(a) Considere las condiciones para las que la placa está a una temperatura de 25°C y la superficie superior se expone súbitamente al aire ambiente a $T_\infty = 20°C$ y a radiación solar que proporciona un flujo incidente de 900 W/m^2. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie y el aire es $h = 20$ W/m^2 · K. ¿Cuál es la velocidad inicial de cambio de la temperatura de la placa?

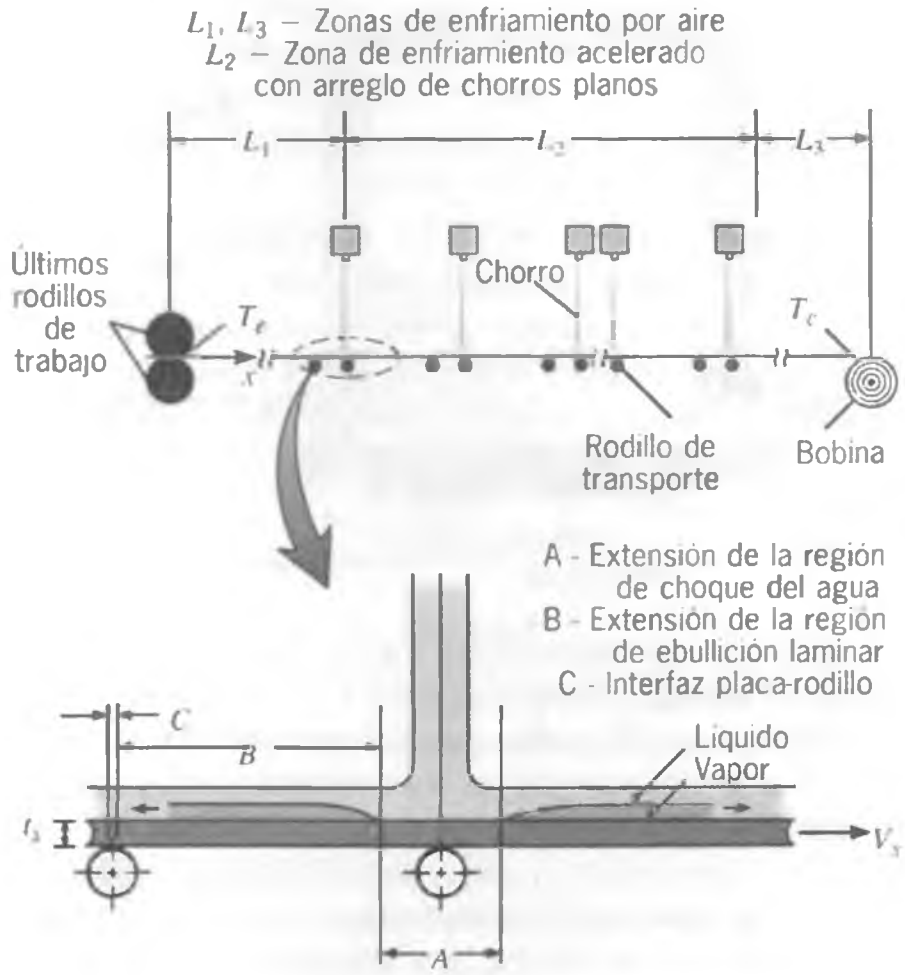
(b) ¿Cuál será la temperatura de equilibrio de la placa cuando se alcancen las condiciones de estado estable?

(c) Las propiedades radiactivas de la superficie dependen de la naturaleza específica del recubrimiento aplicado. Calcule y elabore una gráfica de la temperatura de estado estable como función de la emisividad para $0.05 \leq \varepsilon \leq 1$, mientras todas las demás condiciones permanecen como se estableció. Repita los cálculos para valores de $\alpha_S = 0.5$ y 1.0 y elabore una gráfica de los resultados con los que se obtuvieron para $\alpha_S = 0.8$. Si la finalidad es maximizar la temperatura de la placa, ¿cuál es la combinación más deseable de emisividad de placa y su absortividad, debido a la radiación solar?

1.28 En una estación espacial orbital, un paquete electrónico se almacena en un compartimiento que tiene un área superficial $A_s = 1$ m^2, que se expone al espacio. En condiciones normales de operación, los dispositivos electrónicos disipan 1 kW, que debe transferirse en su totalidad de la superficie expuesta al espacio. Si la emisividad de la superficie es 1.0 y la superficie no se expone al sol, ¿cuál es su temperatura de estado estable? Si la superficie se expone a un flujo solar de 750 W/m^2 y su absortividad a la radiación solar es 0.25, ¿cuál es su temperatura de estado estable?

1.29 El consumo de energía relacionado con un calentador de agua doméstico tiene dos componentes: (i) la energía que debe suministrarse para llevar la temperatura del agua de la red de abastecimiento a la temperatura de almacenamiento del calentador, conforme se introduce para reemplazar el agua caliente que se ha usado, y (ii) la energía necesaria para compensar las pérdidas de calor que ocurren mientras el agua se almacena a la temperatura establecida. En este problema, evaluaremos el primero de esos componentes para una familia de cuatro personas, cuyo consumo diario de agua caliente es aproximadamente 100 galones. Si el agua de la red está disponible a 15°C, ¿cuál es el consumo anual de energía relacionado con el calentamiento del agua a una temperatura de almacenamiento de 55°C? Para un costo unitario de potencia eléctrica de $0.08/kWh, ¿cuál es el costo anual asociado con el suministro de agua caliente por medio de (a) calentamiento con resistencia eléctrica o (b) una bomba de calor que tiene un COP de 3 y una eficiencia de compresor (conversión de energía eléctrica a trabajo mecánico) de 85 por ciento?

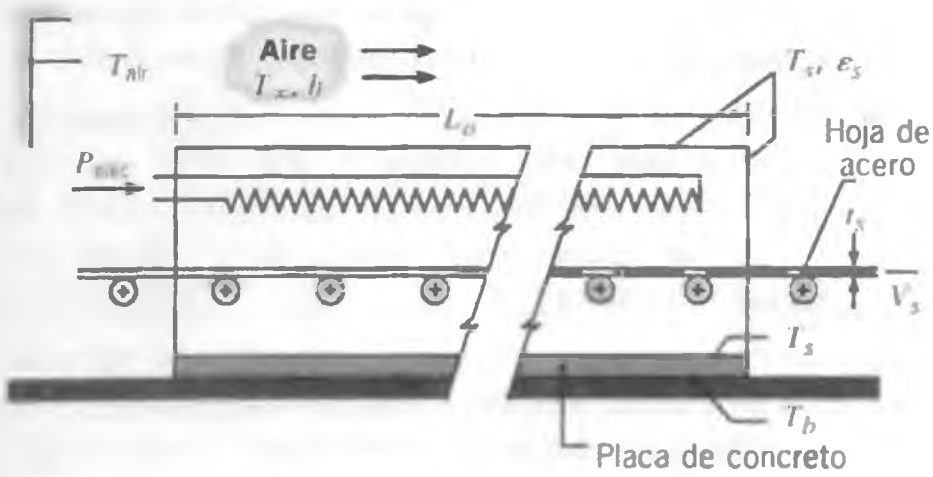
1.30 El laminado en caliente es un proceso en el que se aplanan lingotes de acero sucesivamente a su paso por una serie de rodillos de compresión. Del último conjunto de rodillos salen tiras (hojas) de metal que se enfrían a medida que se desplazan por los rodillos de transporte antes de ser enrolladas. Es posible identificar tres zonas de enfriamiento. Precisamente adelante del último conjunto de rodillos y poco antes de la bobina, hay regiones en las que la tira se expone a los alrededores fríos. Entre estas regiones, hay una zona de enfriamiento acelerado en la que se lanzan chorros planos de agua sobre la tira. El agua se mantiene en fase líquida a través de gran parte de la región de choque del chorro, pero las grandes temperaturas de la placa inducen la ebullición y la producción de un manto de vapor en una región de ebullición laminar.



(a) Para la producción de tiras de acero bajo en cromo ($\rho = 7840$ kg/m^3, $c_p = 970$ J/kg · K), las condiciones de operación representativas corresponden a una temperatura de salida del rodillo de compresión de $T\ (x = 0) = T_e = 940$°C, una temperatura del agua de 25°C en los chorros de choque, y una velocidad de la tira, ancho y espesor de $V_s = 10$ m/s, $W_s = 2$ m, y $t_s = 4$ mm, respectivamente. ¿Cuál es la velocidad a la que debe extraerse calor de la tira para alcanzar una temperatura de bobinado de la tira de $T(x = L_1 + L_2 + L_3) = T_o = 540$°C?

(b) Identifique todos los procesos de transferencia de calor que contribuyen al enfriamiento de la placa.

1.31 En una etapa de un proceso de recocido, 304 hojas de acero inoxidable se llevan de 300 K a 1250 K conforme pasan a través de un horno calentado eléctricamente a una velocidad de $V_s = 10$ mm/s. El espesor y ancho de la hoja son $t_s = 8$ mm y $W_s = 2$ m, respectivamente, mientras que la altura, ancho y largo del horno son $H_o = 2$ m, $W_o = 2.4$ m, y $L_o = 25$ m, respectivamente. La parte superior y cuatro lados del horno se exponen al aire ambiental y a alrededores, cada uno a 300 K, y la temperatura de la superficie, coeficiente de convección y emisividad respectivos son $T_s = 350$ K, $h = 10$ W/m^2 · K, y $\varepsilon_s = 0.8$. La superficie inferior del horno también está a 350 K y reposa en una placa de concreto de 0.5 m de espesor cuya base está a 300 K.



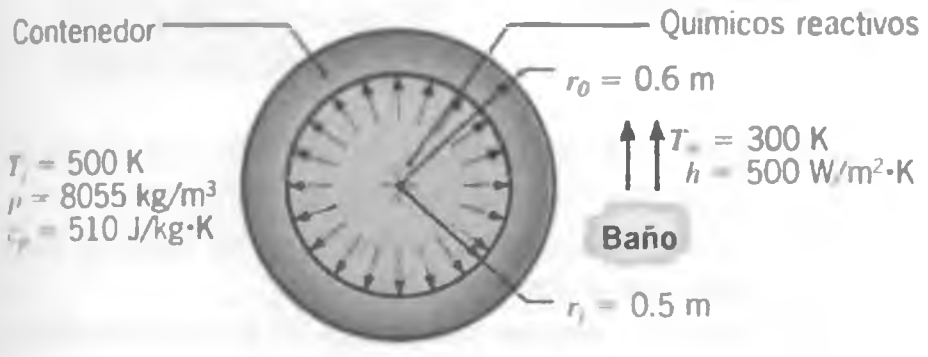
Estime la potencia eléctrica, P_{elec}, que se requiere suministrar al horno.

1.32 En un contenedor cilíndrico largo de pared delgada se empacan desechos radiactivos. Estos generan energía térmica de manera no uniforme de acuerdo con la relación $\dot{q} = \dot{q}_o[1 - (r/r_o)^2]$, donde $\dot{q}$ es la velocidad local de generación de energía por unidad de volumen, $\dot{q}_o$ es una constante, y r_o es el radio del contenedor. Las condiciones de estado estable se mantienen sumergiendo el contenedor en un líquido que está a T_∞ y proporciona un coeficiente de convección h uniforme.



Obtenga una expresión para la velocidad total a la que se genera energía por unidad de longitud del contenedor. Aproveche este resultado y obtenga una expresión para la temperatura T_s de la pared del contenedor.

1.33 Se usa un contenedor esférico de acero inoxidable (AISI 302) para almacenar químicos reactivos que proporcionan un flujo de calor uniforme q_i'' a la superficie interior. El contenedor se sumerge repentinamente en un baño líquido de temperatura $T_\infty < T_i$, donde T_i es la temperatura inicial de la pared del contenedor.

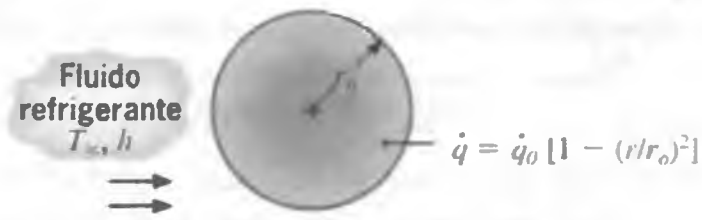


(a) Suponiendo gradientes de temperatura insignificantes en la pared del contenedor y un flujo de calor constante q_i'', desarrolle una ecuación que gobierne la variación de la temperatura de la pared con el tiempo durante el proceso transitorio. ¿Cuál es la velocidad inicial de cambio de la temperatura de la pared si $q_i'' = 10^5$ W/m²?

(b) ¿Cuál es la temperatura de estado estable de la pared?

(c) El coeficiente de convección depende de la velocidad asociada con el flujo de fluido sobre el contenedor y de si la temperatura de la pared es o no suficientemente grande para inducir la ebullición en el líquido. Calcule y elabore una gráfica de la temperatura de estado estable como función de h para el rango $100 \leq h \leq 10{,}000$ W/m² · K. ¿Existe un valor de h por debajo del cual la operación resulte inaceptable?

1.34 En un contenedor esférico de pared delgada se empacan desechos radiactivos. Estos generan energía térmica de manera no uniforme de acuerdo con la relación $\dot{q} = \dot{q}_o[1 - (r/r_o)^2]$, donde $\dot{q}$ es la velocidad local de generación de energía por unidad de volumen, $\dot{q}_o$ es una constante, y r_o es el radio del contenedor. Las condiciones de estado estable se mantienen sumergiendo el contenedor en un líquido que está a T_∞ y proporciona un coeficiente de convección h uniforme.



Obtenga una expresión para la velocidad total a la que se genera energía térmica en el contenedor. Con este resultado obtenga una expresión para la temperatura T_s de la pared del contenedor.

1.35 En un contenedor esférico cuya superficie externa es de 500 mm de diámetro y está a una temperatura de −10°C se almacena oxígeno líquido, que tiene un punto de ebullición de 90 K y un calor latente de vaporización de 214 kJ/kg. El contenedor se almacena en un laboratorio cuyo aire y paredes están a 25°C.

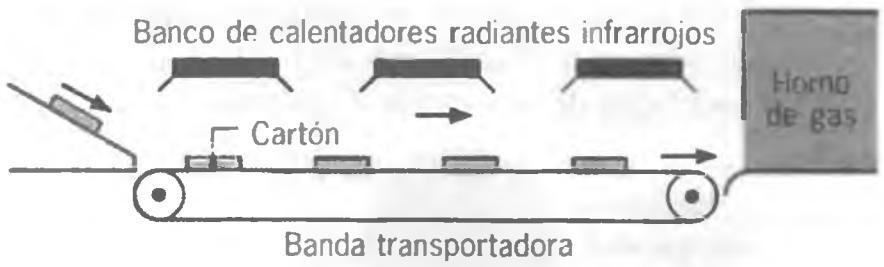
(a) Si la emisividad de la superficie es 0.20 y el coeficiente de transferencia de calor asociado con la convección libre en la superficie externa del contenedor es 10 W/m² · K, ¿cuál es el flujo, en kg/s, al que se debe descargar vapor de oxígeno del sistema?

(b) La humedad en el ambiente tendrá como resultado formación de escarcha en el contenedor, lo que causará que la emisividad de la superficie aumente. Suponiendo que la temperatura de la superficie y el coeficiente de convección permanecen a −10°C y 10 W/m² · K, respectivamente, calcule la rapidez

de evaporación de oxígeno (kg/s) como función de la emisividad de la superficie sobre el rango $0.2 \leq \varepsilon \leq 0.94$.

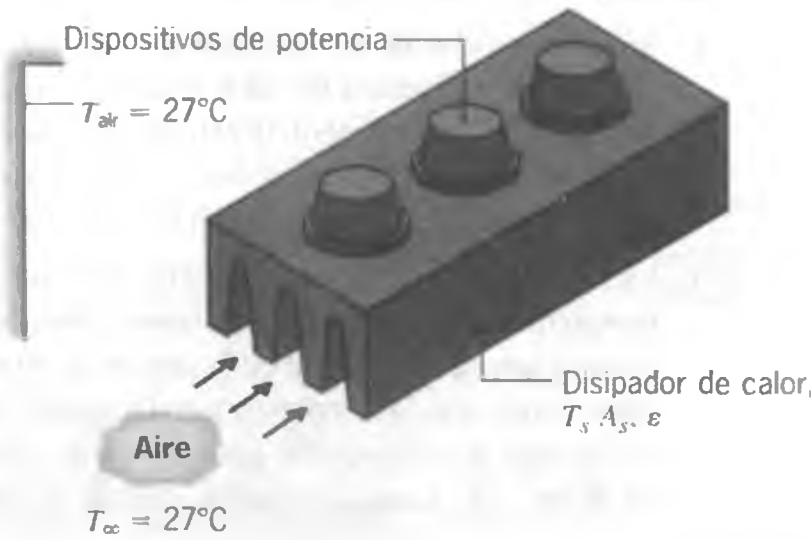
1.36 Un trozo de hielo en un contenedor de paredes delgadas de 10 mm de espesor y 300 mm por lado se coloca en una almohadilla bien aislada. En la superficie superior, el hielo se expone al aire ambiental para el que $T_\infty = 25°C$ y el coeficiente de convección es 25 W/m² · K. Sin tomar en cuenta la transferencia de calor de los lados y suponiendo que la mezcla de hielo-agua permanece a 0°C, ¿cuánto tiempo tardará en fundirse por completo el hielo? La densidad y calor latente de fusión del hielo son 920 kg/m³ y 334 kJ/kg, respectivamente.

1.37 Siguiendo el vacío caliente que forma una mezcla de pulpa de papel, el producto, un cartón de huevo, se transporta por una banda 18 s hacia la entrada de un horno de gas donde se seca a un contenido final deseado de agua. Para aumentar la productividad de la línea, se propone que se instale sobre la banda un banco de calentadores de radiación infrarroja, que proporciona un flujo radiante uniforme de 5000 W/m². El cartón tiene un área expuesta de 0.0625 m² y una masa de 0.220 kg, 75% de la cual es agua después del proceso de formación.



El jefe de ingenieros de su planta aprobará la compra de los calentadores si el contenido de agua del cartón se reduce de 75 a 65%. ¿Recomendaría la compra? Suponga que el calor de vaporización del agua es $h_{fg} = 2400$ kJ/kg.

1.38 Unos dispositivos electrónicos de potencia se montan en un disipador de calor que tiene un área de superficie expuesta de 0.045 m² y una emisividad de 0.80. Cuando los dispositivos disipan una potencia total de 20 W y el aire y los alrededores están a 27°C, la temperatura promedio del disipador es de 42°C. ¿Cuál temperatura promedio alcanzará el disipador cuando los dispositivos disipen 30 W para la misma condición ambiental?



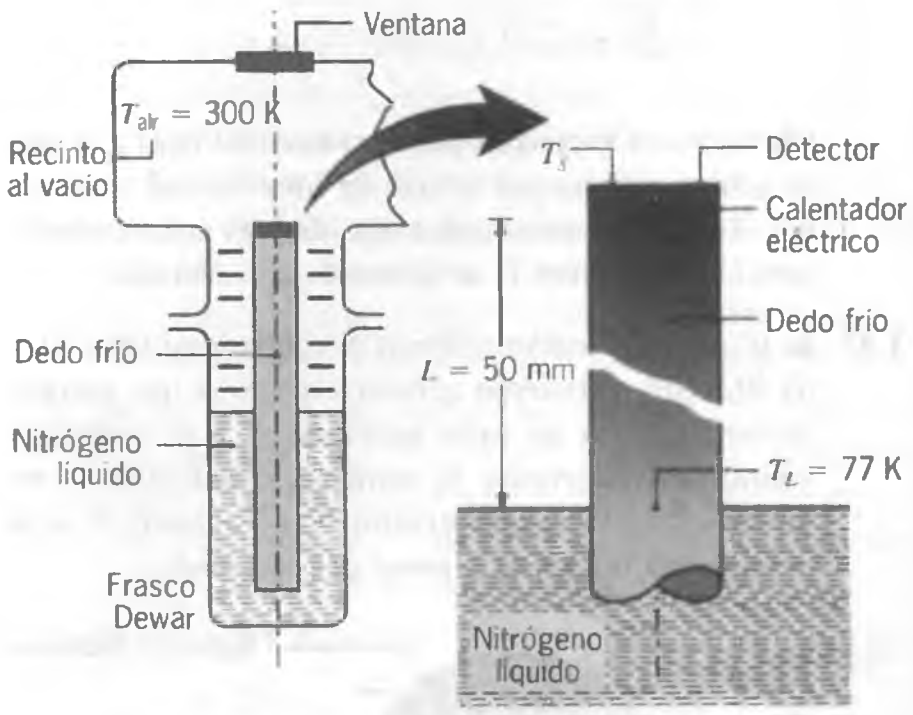
1.39 El techo de un automóvil en un estacionamiento absorbe un flujo solar radiante de 800 W/m², mientras que el lado contrario está perfectamente aislado. El coeficiente de convección entre el techo y el aire ambiente es 12 W/m² · K.

(a) Sin tomar en cuenta el intercambio de radiación con los alrededores calcule la temperatura del techo bajo condiciones de estado estable si la temperatura del aire ambiente es 20°C.

(b) Para la misma temperatura del aire ambiental, calcule la temperatura del techo si la emisividad de la superficie es 0.8.

(c) El coeficiente de convección depende de las condiciones del flujo de aire sobre el techo, y se incrementa con el aumento de la velocidad del aire. Calcule y elabore una gráfica de la temperatura de placa como función de h para $2 \leq h \leq 200$ W/m² · K.

1.40 La temperatura de operación de un detector infrarrojo para un telescopio espacial se controla ajustando la potencia eléctrica, q_{elec}, para un calentador delgado intercalado entre el detector y el "dedo frío" cuyo extremo opuesto está inmerso en nitrógeno líquido a 77 K. La varilla del dedo frío de 5 mm de diámetro tiene una conductividad térmica de 10 W/m · K y se extiende 50 mm sobre el nivel del nitrógeno líquido en un frasco Dewar. Suponga que la superficie del detector tiene una emisividad de 0.9 y el vacío del recinto se mantiene a 300 K.



(a) ¿Cuál es la temperatura del detector cuando no se suministra ninguna potencia al calentador?

(b) ¿Qué potencia de calentamiento se requiere para mantener al detector a 195 K?

(c) Calcule y elabore una gráfica de la potencia de calentamiento requerida para mantener una tempera-

tura de detector de 195 K como función de la conductividad térmica del dedo frío para $0.1 \leq k \leq 400$ W/m · K. Seleccione un material adecuado del dedo que permita mantener la temperatura establecida del detector a un nivel bajo de consumo de potencia.

1.41 Considere el sistema físico que se describe en el ejemplo 1.5 bajo condiciones en las que los gases de combustión están a 1300°C y la transferencia de calor por convección de los gases a la superficie interna se caracteriza por un coeficiente de convección de $h_1 = 50$ W/m² · K. La pared del horno está construida con un ladrillo de sílice diatómico para el que $k = 0.3$ W/m · K y $\varepsilon = 0.8$, mientras que el medio circundante permanece a 25°C. El intercambio de radiación entre los gases de combustión y la superficie interior se puede dejar de lado. Calcule y elabore una gráfica de las temperaturas de las superficies interior y exterior, T_1 y T_2, como función del espesor de la pared ($0.025 \leq L \leq 0.50$ m) para un coeficiente de convección externo de $h_2 = 10$ W/m² · K y como función del coeficiente de convección ($2 \leq h_2 \leq 50$ W/m² · K) para $L = 0.15$ m. Sugiera valores de L y h_2 adecuados para mantener a T_2 por debajo de un valor máximo permisible de 100°C.

1.42 Se sabe que el flujo de calor por difusión a través de una pared plana hasta la superficie es 400 W/m². Determine la temperatura de la superficie para cada una de las siguientes condiciones:

(a) Convección entre la superficie y un flujo de aire a 20°C con coeficiente de transferencia de calor $h = 10$ W/m² · K.

(b) El mismo proceso de convección ocurre junto con transferencia radiativa de calor entre la superficie y los alrededores fríos a −150°C, con un coeficiente de transferencia radiativa $h_r = 5$ W/m² · K.

1.43 Una superficie cuya temperatura se mantiene a 400°C está separada de un flujo de aire por una capa aislante de 25 mm de espesor, cuya conductividad térmica es 0.1 W/m · K. Si la temperatura del aire es 35°C y el coeficiente de convección entre el aire y la superficie exterior del aislante es 500 W/m² · K, ¿cuál es la temperatura de esta superficie exterior?

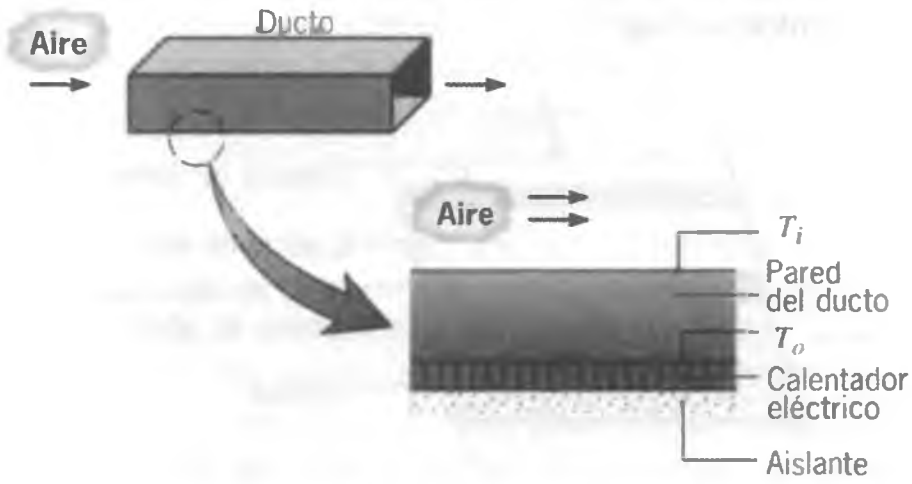
1.44 La pared de un horno que se usa para curar partes de plástico tiene un espesor $L = 0.05$ m y la superficie externa está expuesta a alrededores y aire, que están a 300 K.

(a) Si la temperatura de la superficie externa es 400 K y el coeficiente de convección y la emisividad son $h = 20$ W/m² · K y $\varepsilon = 0.8$, respectivamente, ¿cuál es la temperatura de la superficie interna si la pared tiene una conductividad térmica $k = 0.7$ W/m · K?

(b) Considere condiciones en las que la temperatura de la superficie interna se mantiene a 600 K, mientras el aire y los alrededores a los que está expuesta la superficie externa se mantienen a 300 K. Explore los efectos de las variaciones en k, h, y ε sobre (i) la temperatura de la superficie externa, (ii) el flujo de calor a través de la pared y (iii) los flujos de calor asociados con la transferencia de calor por convección y la radiación de la transferencia de calor de la superficie externa. De manera específica, calcule y elabore una gráfica de las variables dependientes anteriores para variaciones paramétricas alrededor de las condiciones base de $k = 10$ W/m² · K, $h = 20$ W/m² · K, y $\varepsilon = 0.5$. Los rangos sugeridos de las variables independientes son $0.1 \leq k \leq 400$ W/m · K, $2 \leq h \leq 200$ W/m² · K, y $0.05 \leq \varepsilon \leq 1$. Exponga las implicaciones físicas de sus resultados. ¿En qué condiciones la temperatura de la superficie externa será menor que 45°C, lo cual es un límite superior razonable para evitar daños por quemadura si se hace contacto?

1.45 Un experimento para determinar el coeficiente de convección relacionado con el flujo de aire sobre la superficie de un molde grueso de acero implica la inserción de termopares en el molde a una distancia de 10 y 20 mm de la superficie a lo largo de una línea hipotética normal a la superficie. El acero tiene una conductividad térmica de 15 W/m · K. Si los termopares miden temperaturas de 50 y 40°C en el acero cuando la temperatura del aire es 100°C, ¿cuál es el coeficiente de convección?

1.46 Un elemento delgado de calentamiento eléctrico proporciona un flujo de calor uniforme q_o'' a la superficie externa de un ducto a través del cual fluye aire. La pared del ducto tiene un espesor de 10 mm y una conductividad térmica de 20 W/m · K.



(a) En una cierta posición, la temperatura del aire es 30°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre el aire y la pared interna del ducto es 100 W/m² · K. ¿Qué flujo de calor q_o'' se requiere para mantener la superficie interna del ducto a $T_i = 85$°C ?

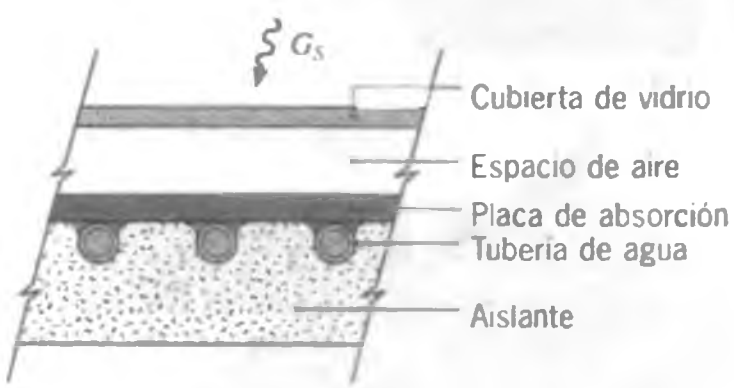
(b) Para las condiciones del inciso (a), ¿cuál es la temperatura (T_o) de la superficie del ducto contigua al calentador?

(c) Con $T_i = 85°C$, calcule y elabore una gráfica de y T_o como función del coeficiente de convección aire-lado interior h para el intervalo $10 \leq h \leq 200$ W/m² · K. Analice brevemente sus resultados.

1.47 La superficie de una pared de 10 mm de ancho de acero inoxidable ($k = 15$ W/m · K) se mantiene a 90°C mediante la condensación de vapor, mientras que la superficie opuesta se expone a un flujo de aire para el que $T_\infty = 20°C$ y $h = 25$ W/m² · K. ¿Cuál es la temperatura de la superficie adyacente al aire?

1.48 Una placa de vidrio a 600°C se enfría al pasar aire sobre la superficie de modo que el coeficiente de transferencia de calor por convección es $h = 5$ W/m² · K. Para evitar fracturas, se sabe que el gradiente de temperatura no debe exceder 15°C/mm en punto alguno del vidrio durante el proceso de enfriamiento. Si la conductividad térmica del vidrio es 1.4 W/m · K y la emisividad superficial es 0.8, ¿cuál es la temperatura más baja del aire que se puede usar inicialmente para el enfriado? Suponga que la temperatura del aire es igual a la de los alrededores.

1.49 Un flujo solar de 700 W/m² incide sobre un colector solar plano que se utiliza para calentar agua. El área del colector es 3 m², y 90% de la radiación solar pasa a través de la cubierta de vidrio y es absorbida por la placa de absorción. El colector refleja el 10% restante. Fluye agua por la tubería en la parte posterior de la placa de absorción, y se calienta de una temperatura de entrada T_i a una temperatura de salida T_o. La cubierta de vidrio, que opera a 30°C, tiene una emisividad de 0.94 y experimenta un intercambio de radiación con el espacio abierto a −10°C. El coeficiente de convección entre la cubierta de vidrio y el aire ambiente a 25°C es 10 W/m² · K.



(a) Lleve a cabo un balance de energía general sobre el colector para obtener una expresión de la rapidez a la que se colecta calor útil por unidad de área del colector, q''_u. Determine el valor de q''_u.

(b) Calcule la elevación de temperatura del agua, $T_o - T_i$, si el flujo es 0.01 kg/s. Suponga que el calor específico del agua es 4179 J/kg · K.

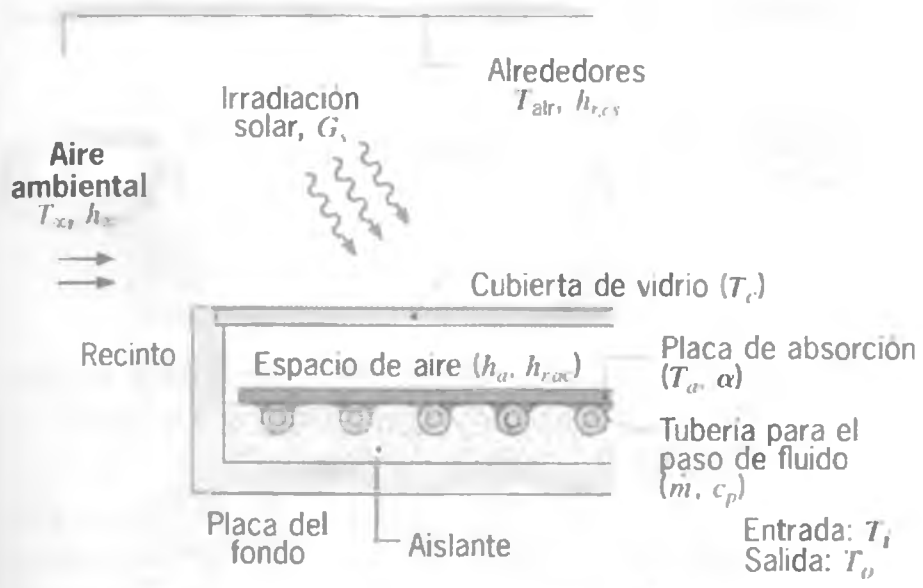
(c) La eficiencia del colector η se define como la razón del calor útil colectado a la rapidez con que incide la energía solar sobre el colector. ¿Cuál es el valor de η?

1.50 Considere un colector solar plano que opera en condiciones de estado estable. La radiación solar incide, por unidad de área superficial del colector, a una rapidez G_S (W/m²). La cubierta de vidrio es completamente transparente a esta radiación, y la fracción de la radiación absorbida por la placa negra de absorción se designa α (absortividad). La fracción de la radiación no absorbida por la placa de absorción $(1 - \alpha)$ se supone que se refleja a través de la cubierta y regresa a la atmósfera y al espacio.

Se obtiene energía útil del colector al pasar un fluido de trabajo a través de una tubería de cobre que está pegada al lado inferior de la placa de absorción. La tubería forma un arreglo en serpentín para el que el fluido, a un flujo constante $\dot{m}$ y calor específico c_p, se calienta de una temperatura de entrada T_i a una temperatura de salida T_o. Aunque el fondo del colector se supone que está perfectamente aislado (ninguna pérdida de calor), habrá una pérdida de calor de la placa de absorción debido a la convección a través del espacio de aire e intercambio de radiación con la cubierta. Suponiendo que las placas de absorción y de cubierta tienen temperaturas uniformes T_a y T_c, respectivamente, los flujos paralelos de calor por convección y radiación se expresan como $h_a(T_a - T_c)$ y $h_{r,ac}(T_a - T_c)$. La cantidad h_a es el coeficiente de transferencia de calor por convección asociado con el espacio de aire, mientras que $h_{r,ac}$ es el coeficiente de transferencia de calor por radiación asociado con la combinación placa de absorción-placa de cubierta. La cubierta de vidrio también transfiere calor por convección al aire ambiente $h_\infty (T_c - T_\infty)$, e intercambia energía en la forma de radiación con sus alrededores, $h_{r,cs}(T_c - T_{alr})$. La temperatura efectiva T_{alr} del cielo y superficies circundantes vistas por el vidrio de la cubierta es por lo general menor que la temperatura del aire ambiente.

(a) Escriba una ecuación para la velocidad a la que el fluido de trabajo colecta energía útil q_u (W), y exprese los resultados en términos de $\dot{m}$, c_p, T_i, y T_o.

(b) Lleve a cabo un balance de energía sobre la placa de absorción. Con este balance obtenga una expresión para q_u en términos de G_S, α, T_a, T_c, h_a, $h_{r,ac}$ y A (área de la superficie de las placas de absorción y cubierta).



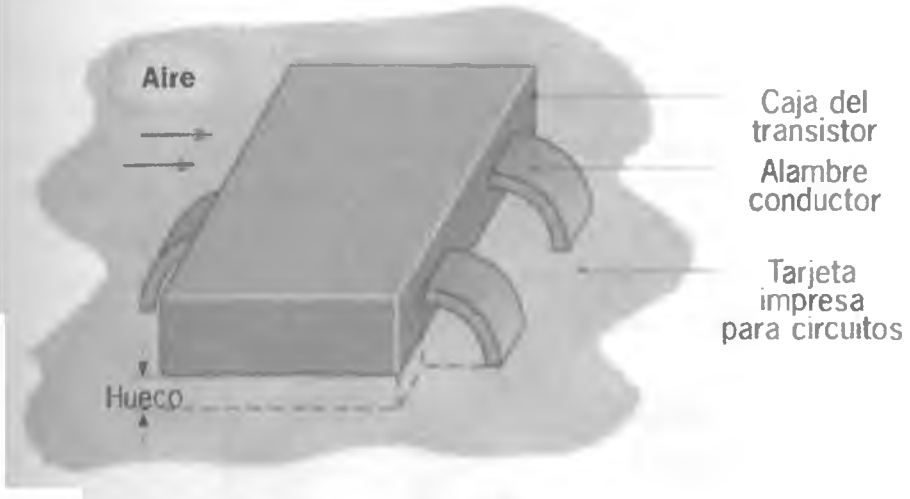
(c) Lleve a cabo un balance de energía sobre la placa de la cubierta.

(d) Haga un balance de energía general sobre todo el colector, trabajando con un volumen de control alrededor del colector. Compare sus resultados con los que se obtienen en las partes (b) y (c).

(e) La eficiencia η del colector se define como la razón del calor útil colectado a la rapidez con que incide la energía solar sobre el colector. Obtenga una expresión para η.

(f) Comente qué efecto tendrá el valor de $\dot{m}$ sobre T_a, T_o y η. ¿Qué pasaría con T_a si se quitara la placa de la cubierta?

1.51 Considere un transistor montado en superficie sobre una tarjeta impresa para circuitos cuya temperatura se mantiene a 35°C. Fluye aire a 20°C sobre la superficie superior de dimensiones 4 mm por 8 mm con un coeficiente de convección de 50 W/m² · K. Tres alambres conductores, cada uno de sección transversal 1 mm por 0.25 mm y longitud 4 mm, conducen calor desde la caja a la tarjeta impresa. El hueco entre la caja y la tarjeta es 0.2 mm.



(a) Suponiendo que la caja es isotérmica y sin tomar en cuenta la radiación, estime la temperatura de la caja cuando el transistor disipa 150 mW y (i) aire estancado o (ii) una pasta conductora llena el hueco. Las conductividades térmicas del alambre conductor, aire y pasta conductora son 25, 0.0263 y 0.12 W/m · K, respectivamente.

(b) Con el uso de la pasta conductora para llenar el hueco, deseamos determinar el punto al que la disipación de calor aumentada se puede acomodar, sujeta a la restricción de que la temperatura de la caja no exceda 40°C. Las opciones incluyen aumentar la velocidad del aire para lograr un mayor coeficiente de convección h y/o cambiar el material del alambre conductor a uno de mayor conductividad térmica. Considerando independientemente los conductores fabricados con materiales cuyas conductividades térmicas sean de 200 y 400 W/m · K, calcule y elabore una gráfica de la disipación de calor máxima admisible para variaciones en h sobre el rango $50 \leq h \leq 250$ W/m² · K.

Identificación del proceso

1.52 Al analizar el funcionamiento de un sistema térmico el ingeniero debe ser capaz de identificar los procesos de transferencia de calor relevantes. Sólo entonces es posible cuantificar de forma apropiada el comportamiento del sistema. Para los siguientes sistemas, identifique los procesos pertinentes designándolos mediante flechas etiquetadas apropiadamente en un bosquejo del sistema. Conteste las preguntas adicionales que aparecen en el planteamiento del problema.

(a) Identifique los procesos de transferencia de calor que determinan la temperatura de un pavimento de asfalto en un día de verano. Escriba un balance de energía para la superficie del pavimento.

(b) Se sabe que la radiación de microondas es transmitida por plásticos, vidrio y cerámicas, pero es absorbida por materiales que tienen moléculas polares como el agua. Las moléculas de agua expuestas a la radiación de microondas se alinean e invierten la alineación con la radiación de microondas a frecuencias por arriba de 10^9 s^{-1}, ocasionando que se genere calor. Compare el acto de cocinar en un horno de microondas con el de cocinar en un horno convencional de radiación o en uno de convección. En cada caso, ¿cuál es el mecanismo físico responsable de calentar la comida? ¿Cuál horno tiene la mayor eficiencia de utilización de la energía? ¿Por qué? El calentamiento por microondas se está considerando para el secado de ropa. ¿En que diferiría la operación de una secadora de ropa de microondas de la de una secadora convencional? ¿Cuál es probable que tenga la mayor eficiencia de utilización de energía y por qué?

(c) Considere una parte de su cuerpo expuesta (por ejemplo, su antebrazo si viste una playera de manga corta) mientras está sentado en una habitación. Identifique todos los procesos de transferencia de calor que ocurren en la superficie de su piel. Para conservar combustible y recursos, la esposa del in-

geniero insiste en mantener el termostato de su casa en 15°C (59°F) en los meses de invierno. El ingeniero es capaz de tolerar esta condición si la temperatura del aire ambiental exterior está por encima de −10°C (14°F), pero se queja de tener frío si la temperatura ambiente cae muy por abajo de este valor. ¿Está imaginando cosas el ingeniero?

(d) Considere una fuente de luz incandescente que consiste en un filamento de tungsteno encerrado en un bulbo de vidrio lleno de gas. Suponiendo una operación de estado estable con el filamento a una temperatura de aproximadamente 2900 K, elabore una lista de todos los procesos de transferencia de calor pertinentes para (i) el filamento y (ii) el bulbo de vidrio.

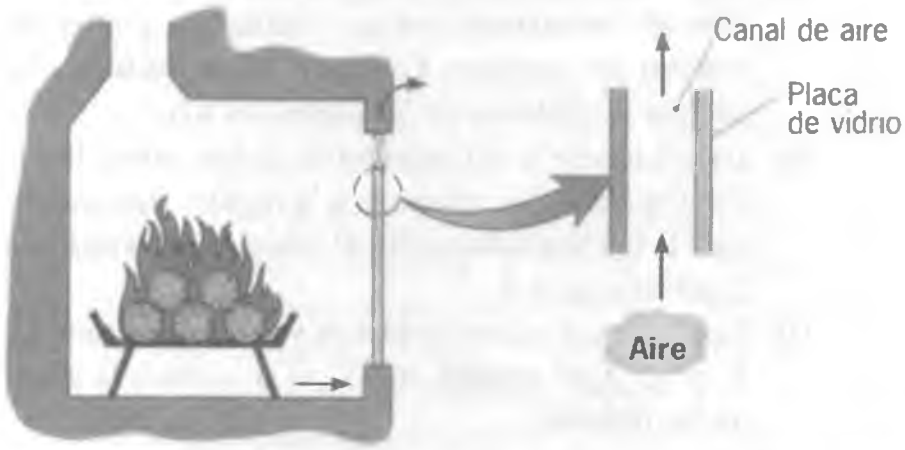
(e) Hay considerable interés por desarrollar materiales de construcción con aislamiento de mejor calidad. El desarrollo de tales materiales contribuiría mucho a la conservación de la energía reduciendo los requerimientos de calentamiento espacial. Se sugiere que sería posible obtener calidades estructurales y de aislamiento superiores con el compuesto que se muestra. El material consiste en un panal, con celdas de sección transversal cuadrada, intercaladas entre losas sólidas. Las celdas están llenas de aire, y las losas, así como la matriz del panal, se fabrican con plásticos de baja conductividad térmica. Identifique todos los procesos de transferencia de calor pertinentes para el funcionamiento del compuesto. Sugiera formas en las que sería posible mejorar este funcionamiento.



(f) Se usa la unión de un termopar para medir la temperatura de un chorro de gas caliente, que fluye a través de un canal, insertando la unión en el chorro de gas. La superficie del canal se enfría de modo que su temperatura está por debajo de la del gas. Identifique los procesos de transferencia de calor asociados con la superficie de la unión. ¿La unión percibirá una temperatura menor, igual o mayor que la del gas? Una coraza de radiación es un tubo pequeño de extremos abiertos que encierra la unión del termopar, pero que permite el paso del gas. ¿Cómo mejora el uso de tal coraza la precisión de la medición de la temperatura?

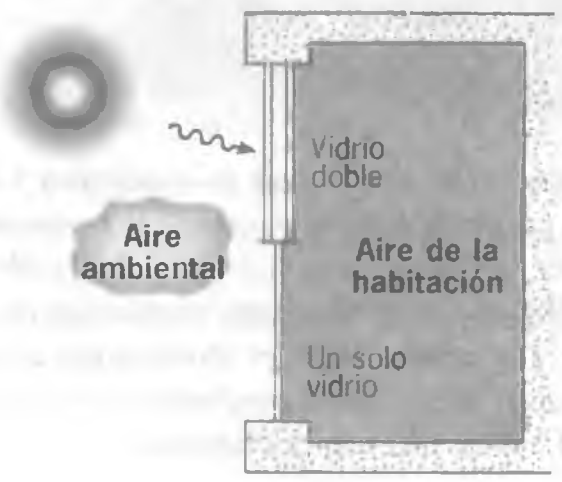


(g) Una pantalla de vidrio doble contra fuego se inserta entre el hogar de una chimenea y el interior de una habitación. La pantalla consiste en dos placas verticales de vidrio separadas por un espacio a través del cual puede fluir aire de la habitación (el espacio está abierto en la parte superior y en la inferior). Identifique los procesos de transferencia de calor asociados con la pantalla contra fuego.



1.53 Al considerar los siguientes problemas referentes a la transferencia de calor con el ambiente natural (exterior), se reconoce que la radiación solar tiene componentes de longitud de onda larga y corta. Si esta radiación incide sobre un *medio semitransparente*, como el agua o el vidrio, le sucederán dos cosas a la parte no reflejada de la radiación. El componente de longitud de onda larga será absorbido en la superficie del medio, mientras que el componente de longitud de onda corta será transmitido por la superficie.

(a) El número de vidrios de una ventana puede influir de manera muy notable en la pérdida o transferencia de calor de una habitación caliente al aire ambiente exterior. Compare las unidades de un solo vidrio y de dos vidrios que se muestran identificando los procesos de transferencia de calor relevantes para cada caso.



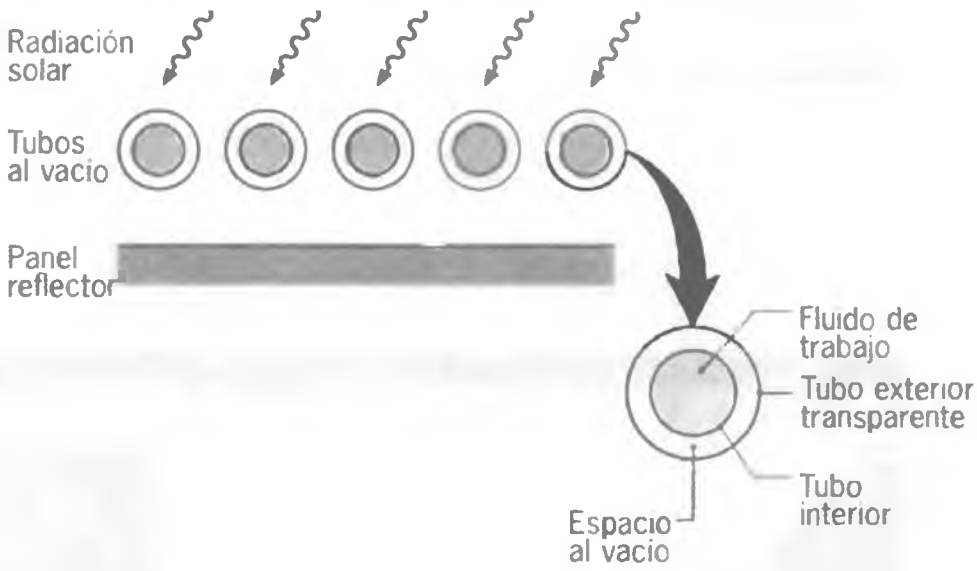
(b) En un colector solar plano típico, la energía se colecta mediante un fluido de trabajo que se hace circular a través de tubos que están en buen contacto con la cara posterior de una placa de absorción. La cara posterior está aislada de los alrededores, y la placa de absorción recibe la radiación solar sobre la cara frontal, que normalmente está cubierta por una o más placas transparentes. Identifique los procesos de transferencia de calor relevantes, primero para la placa de absorción sin cubierta y después para la placa de absorción con cubierta de una sola placa.

(c) El diseño de colector de energía solar que se muestra en la figura siguiente se utiliza en aplicaciones de agricultura. Se hace circular aire a través de una tubería larga de sección transversal que tiene la forma de un triángulo equilátero. Un lado del triángulo se compone de una cubierta semitransparente de dos vidrios, mientras que los otros dos lados están construidos con hojas de aluminio pintadas de negro mate en el lado interno y cubiertas en el exterior con una capa de aislante de espuma de poliuretano. Durante los periodos soleados, el aire que entra en el sistema se calienta para que vaya a un invernadero, una unidad de secado de granos o un sistema de almacenamiento.

Identifique todos los procesos de transferencia de calor asociados con los vidrios de la cubierta, las placas de absorción y el aire.

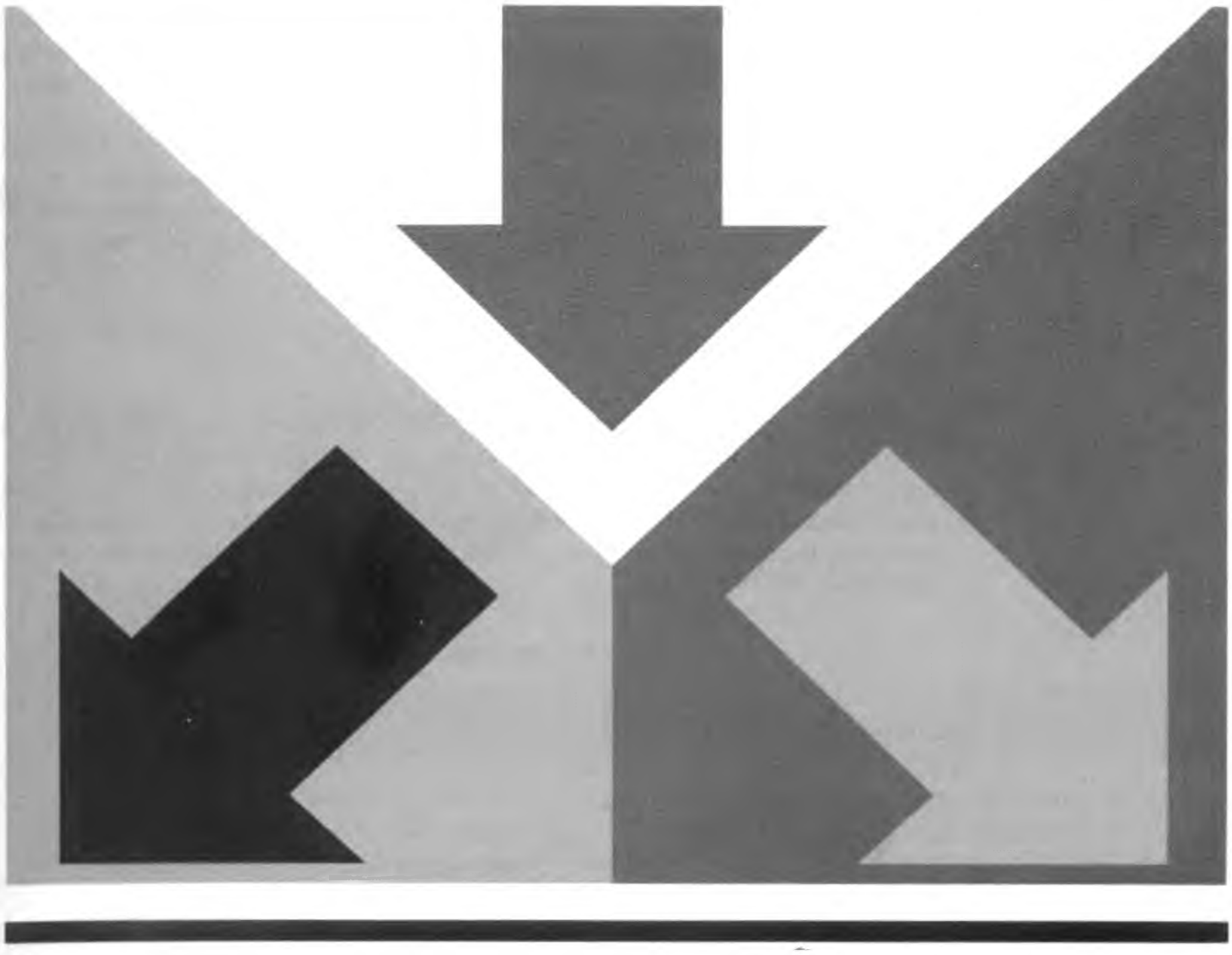


(d) Los colectores solares de tubos al vacío son capaces de dar mejor rendimiento en relación con los colectores planos. El diseño consiste en un tubo interior encapsulado en un tubo externo que es transparente a la radiación solar. El espacio anular entre los tubos está al vacío. La superficie opaca exterior del tubo interior absorbe la radiación solar, y un fluido de trabajo pasa por el tubo para colectar la energía solar. El diseño del colector por lo general consiste en una fila de estos tubos acomodados frente a un panel reflector. Identifique todos los procesos de transferencia de calor relevantes para el funcionamiento de este dispositivo.



CAPÍTULO 2

Introducción a la conducción



donde k, la *conductividad térmica* (W/m · K), es una *propiedad* importante del material. Al evaluar esta expresión en el límite conforme $\Delta x \to 0$, obtenemos para la *rapidez* de transferencia de calor

$$q_x = -kA\frac{dT}{dx} \tag{2.1}$$

o para el *flujo* de calor

$$q''_x = \frac{q_x}{A} = -k\frac{dT}{dx} \tag{2.2}$$

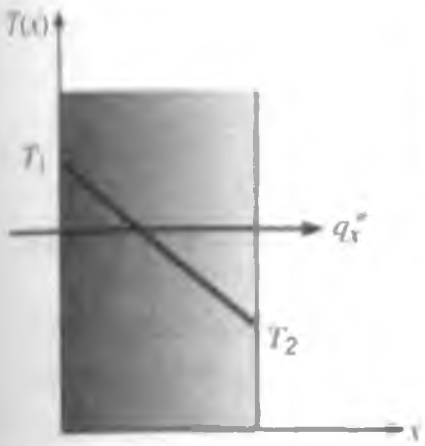


Figura 2.2
Relación entre el sistema coordenado, la dirección del flujo de calor y el gradiente de temperatura en una dimensión.

Recuerde que el signo menos es necesario puesto que el calor siempre se transfiere en la dirección de la temperatura decreciente.

La ley de Fourier, escrita en la ecuación 2.2, implica que el flujo de calor es una cantidad direccional. En particular, la dirección de q''_x es *normal* hacia el área A de la sección transversal. O, de forma más general, la dirección del flujo de calor siempre será normal hacia una superficie de temperatura constante, denominada superficie *isotérmica*. La figura 2.2 ilustra la dirección del flujo de calor q''_x en una pared plana para la que el *gradiente de temperatura* dT/dx es negativo. De la ecuación 2.2, se sigue que q''_x es positiva. Advierta que las superficies isotérmicas son planos normales a la dirección x.

Si aceptamos que el flujo de calor es una cantidad vectorial, es posible escribir un planteamiento más general de la ecuación de conducción (*ley de Fourier*) como sigue:

$$q'' = -k\nabla T = -k\left(i\frac{\partial T}{\partial x} + j\frac{\partial T}{\partial y} + k\frac{\partial T}{\partial z}\right) \tag{2.3}$$

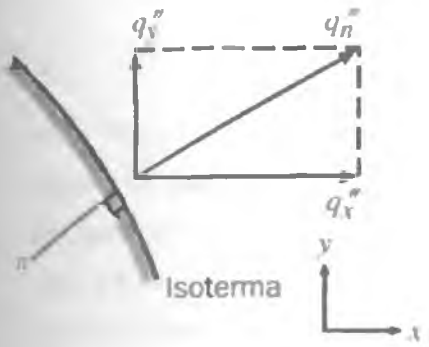


Figura 2.3
Vector de flujo de calor normal a una isoterma en un sistema bidimensional de coordenadas.

donde ∇ es el operador nabla tridimensional y $T(x, y, z)$ es el campo escalar de temperaturas. Está implícito en la ecuación 2.3 que el vector de flujo de calor se encuentra en una dirección perpendicular a las superficies isotérmicas. Una forma alternativa de la ley de Fourier es, por tanto,

$$q''_n = -k\frac{\partial T}{\partial n} \tag{2.4}$$

donde q''_n es el flujo de calor en una dirección n, que es normal a una *isoterma*, como se muestra en el caso bidimensional de la figura 2.3. La transferencia de calor se sostiene por un gradiente de temperatura a lo largo de n. Note también que el vector de flujo de calor se resuelve en componentes de modo que, en coordenadas cartesianas, la expresión general para q'' es

$$q'' = iq''_x + jq''_y + kq''_z \tag{2.5}$$

donde, de la ecuación 2.3, se sigue que

$$q''_x = -k\frac{\partial T}{\partial x} \qquad q''_y = -k\frac{\partial T}{\partial y} \qquad q''_z = -k\frac{\partial T}{\partial z} \tag{2.6}$$

Cada una de estas expresiones relaciona el flujo de calor *a través de una superficie* con el gradiente de temperatura en una dirección perpendicular a la superficie. También está implícito en la ecuación 2.3 que el medio en el que ocurre la conducción es *isotrópico*. Para este medio el valor de la conductividad térmica es independiente de las direcciones coordenadas.

Como la ley de Fourier es la piedra angular de la transferencia de calor por conducción, sus características clave se resumen como sigue. *No* es una expresión que derive de principios fundamentales; es, en cambio, una generalización que se basa en pruebas experimentales. Es también una expresión que *define* una propiedad material importante, la conductividad térmica. Además, la ley de Fourier es una expresión vectorial que indica que el flujo de calor es normal a una isoterma y en la dirección de la temperatura decreciente. Finalmente, observe que la ley de Fourier se aplica para toda la materia sin importar su estado: sólido, líquido o gaseoso.

2.2 *Propiedades térmicas de la materia*

El uso de la ley de Fourier hace obligatorio el conocimiento de la conductividad térmica. Esta propiedad, a la que se hace referencia como *propiedad de transporte*, proporciona una indicación de la velocidad a la que se transfiere energía mediante el proceso de difusión, y depende de la estructura física de la materia, atómica y molecular, que se relaciona con el estado de la materia. En esta sección consideramos varias formas de materia, mediante la identificación de aspectos importantes de su comportamiento y la presentación de valores típicos de sus propiedades.

2.2.1 Conductividad térmica

Por la ley de Fourier, ecuación 2.6, la conductividad térmica se define como

$$k \equiv -\frac{q''_x}{(\partial T/\partial x)}$$

Se sigue que, para un gradiente de temperatura establecido, el flujo de calor por conducción aumenta con el incremento de la conductividad térmica. Recordando el mecanismo físico asociado con la conducción (sección 1.2.1), se tiene que, en general, la conductividad térmica de un sólido es mayor que la de un líquido, que a su vez es mayor que la de un gas. Como se ilustra en la figura 2.4, la conductividad térmica de un sólido puede ser más de cuatro órdenes de magnitud más grande que la de un gas. Esta tendencia se debe en gran parte a las diferencias en el espacio intermolecular para los dos estados.

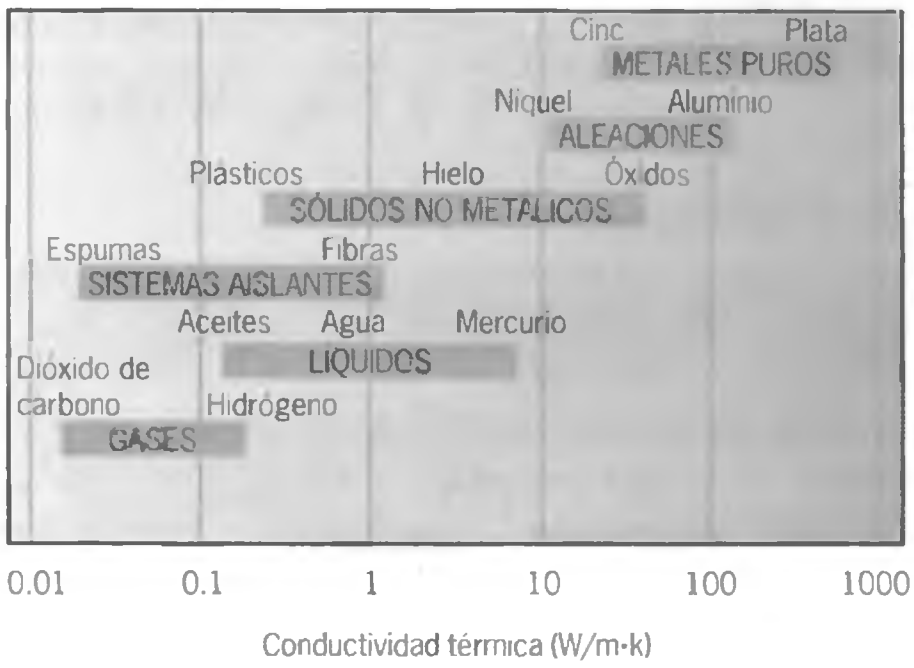


Figura 2.4 Escala de conductividad térmica para diversos estados de la materia a temperatura y presión normales.

Estado sólido En la visión moderna de los materiales, un sólido se compone de electrones libres y de átomos unidos en un arreglo periódico denominado estructura cristalina. Por consiguiente, el transporte de energía térmica se debe a dos efectos: la migración de electrones libres y las ondas vibracionales de la estructura cristalina. Estos efectos son aditivos, de modo que la conductividad térmica k es la suma del componente electrónico k_e y el componente de la estructura cristalina k_l

$$k = k_e + k_l$$

En una primera aproximación, k_e es inversamente proporcional a la resistencia eléctrica ρ_e. Para metales puros, que son de baja ρ_e, k_e es mucho mayor que k_l. En contraste, para aleaciones, que son sustancialmente de ρ_e grande, la contribución de k_l a k ya no es insignificante. Para sólidos no metálicos, k está determinada principalmente por k_l, que depende de la frecuencia de las interacciones entre los átomos de la estructura cristalina. La regularidad del arreglo de la estructura cristalina tiene un efecto importante sobre k_l, en los materiales cristalinos (bien ordenados) como el cuarzo que tienen una conductividad térmica más alta que los materiales amorfos como el vidrio. De hecho, en sólidos cristalinos no metálicos, como el diamante y el óxido de berilio, k_l puede ser bastante grande y exceder los valores de k asociados con buenos conductores, como el aluminio.

La dependencia de k con respecto a la temperatura se muestra en la figura 2.5 para sólidos metálicos y no metálicos representativos. En las tablas A.1 (sólidos metálicos), A.2 y A.3 (sólidos no metálicos) también se proporcionan valores para materiales se-

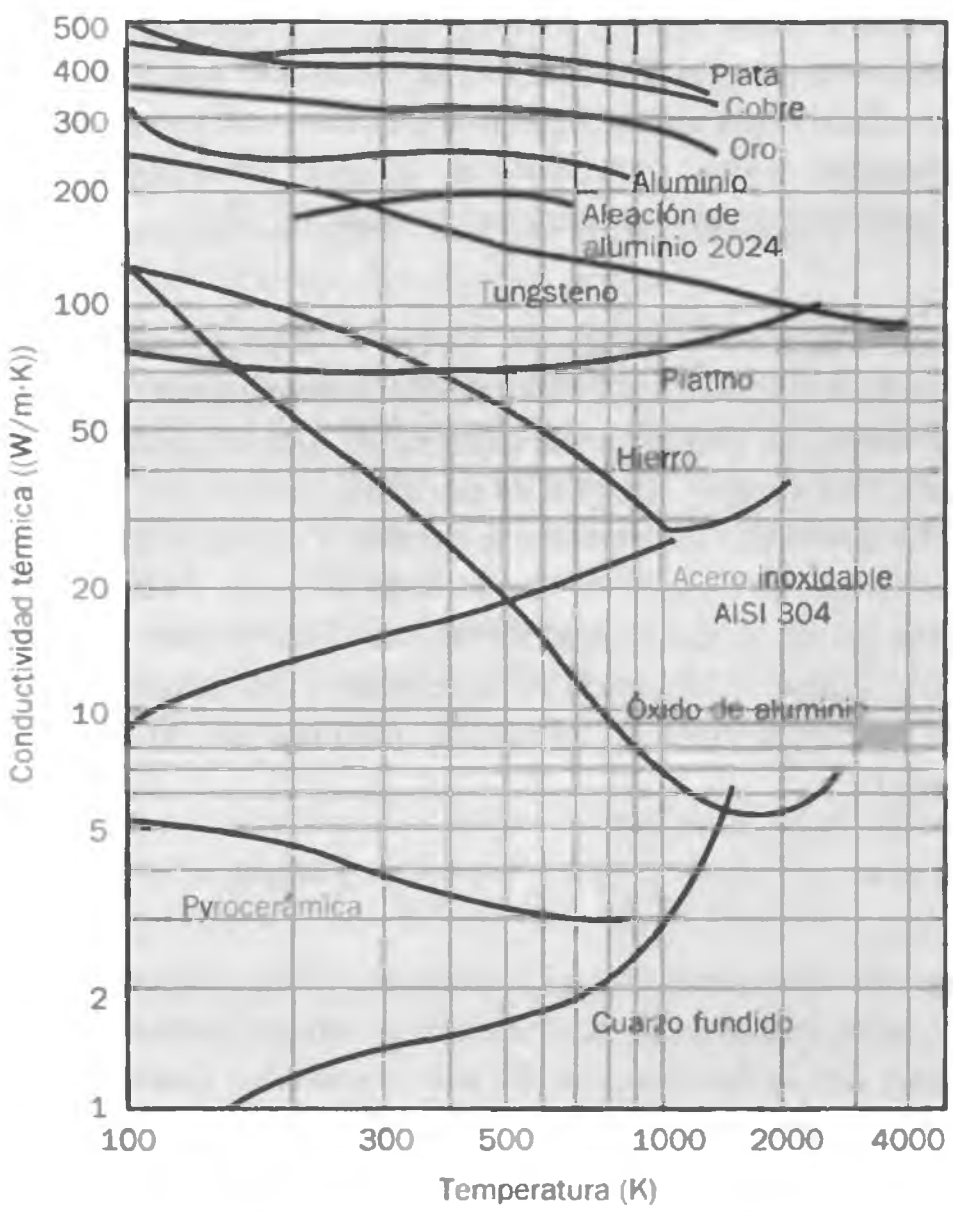


FIGURA 2.5 Dependencia de la conductividad térmica con respecto a la temperatura de sólidos seleccionados.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

leccionados de importancia técnica. En diferentes publicaciones [1], se encuentran disponibles tratamientos más detallados de la conductividad térmica.

Sistemas aislantes Los aislantes térmicos se componen de materiales de baja conductividad térmica combinados para lograr un sistema de conductividad térmica aún mas baja. En aislantes tipo *fibra*, *polvo* y *escamas*, el material sólido se dispersa finamente en el espacio de aire. Estos sistemas se caracterizan por una *conductividad térmica efectiva*, que depende de la conductividad térmica y de las propiedades radiativas de la superficie del material sólido, así como de la naturaleza y fracción volumétrica del aire o espacio vacío. Un parámetro especial del sistema es su densidad global (masa del sólido/volumen total), que depende en gran medida de la forma en la que se interconecta el material sólido.

Si se forman pequeños vacíos o espacios huecos al pegar o fundir partes del material sólido, se crea una matriz rígida. Cuando estos espacios se sellan, el sistema se denomina aislante celular. Ejemplos de estos aislantes rígidos son los sistemas de *espuma*, en particular los que se hacen con materiales plásticos y de vidrio. Los aislantes *reflectores* se componen de láminas u hojas delgadas multicapa paralelas de alta reflexividad, que están espaciadas para reflejar el calor radiante de regreso a su fuente. El espacio entre las hojas se diseña para restringir el movimiento del aire, y el espacio incluso está al vacío en aislantes de alto rendimiento. En todos los tipos de aislantes, la evacuación del aire en el espacio vacío reduce la conductividad térmica del sistema.

Es importante reconocer que la transferencia de calor a través de cualquiera de estos sistemas aislantes incluye varios modos: conducción por los materiales sólidos; conducción o convección a través del aire en los espacios vacíos; y, si la temperatura es suficientemente alta, intercambio de radiación entre las superficies de la matriz sólida. La conductividad térmica *efectiva* da cuenta de todos estos procesos, y en la tabla A.3 se resumen valores para sistemas aislantes seleccionados. Hay muchas publicaciones con información básica adicional y datos [2, 3].

Estado líquido y gaseoso Como el espacio intermolecular es mucho mayor y el movimiento de las moléculas es más aleatorio para el estado líquido y gaseoso que para el sólido, el transporte de energía térmica es menos efectivo. La conductividad térmica de los gases y líquidos es por tanto menor que la de los sólidos en general.

El efecto de la temperatura, presión y especies químicas en la conductividad térmica de un gas se explica en términos de la teoría cinética de los gases [4]. De esta teoría se sabe que la conductividad térmica es directamente proporcional al número de partículas por unidad de volumen n, la velocidad molecular media $\bar{c}$ y la trayectoria libre media λ, que es la distancia promedio que viaja una molécula antes de sufrir una colisión. De aquí

$$k \propto n\bar{c}\lambda$$

Dado que $\bar{c}$ aumenta con el incremento de la temperatura y la disminución de la masa molecular, la conductividad térmica de un gas aumenta con el incremento de la temperatura y con la disminución del peso molecular. Estas tendencias se muestran en la figura 2.6. Sin embargo, como n y λ son directa e inversamente proporcionales a la presión del gas, la conductividad térmica es independiente de la presión. Esta suposición es apropiada para las presiones de gas de interés en este texto. En consecuencia, aunque los valores de k que se presentan en la tabla A.4 se obtuvieron a la presión atmosférica

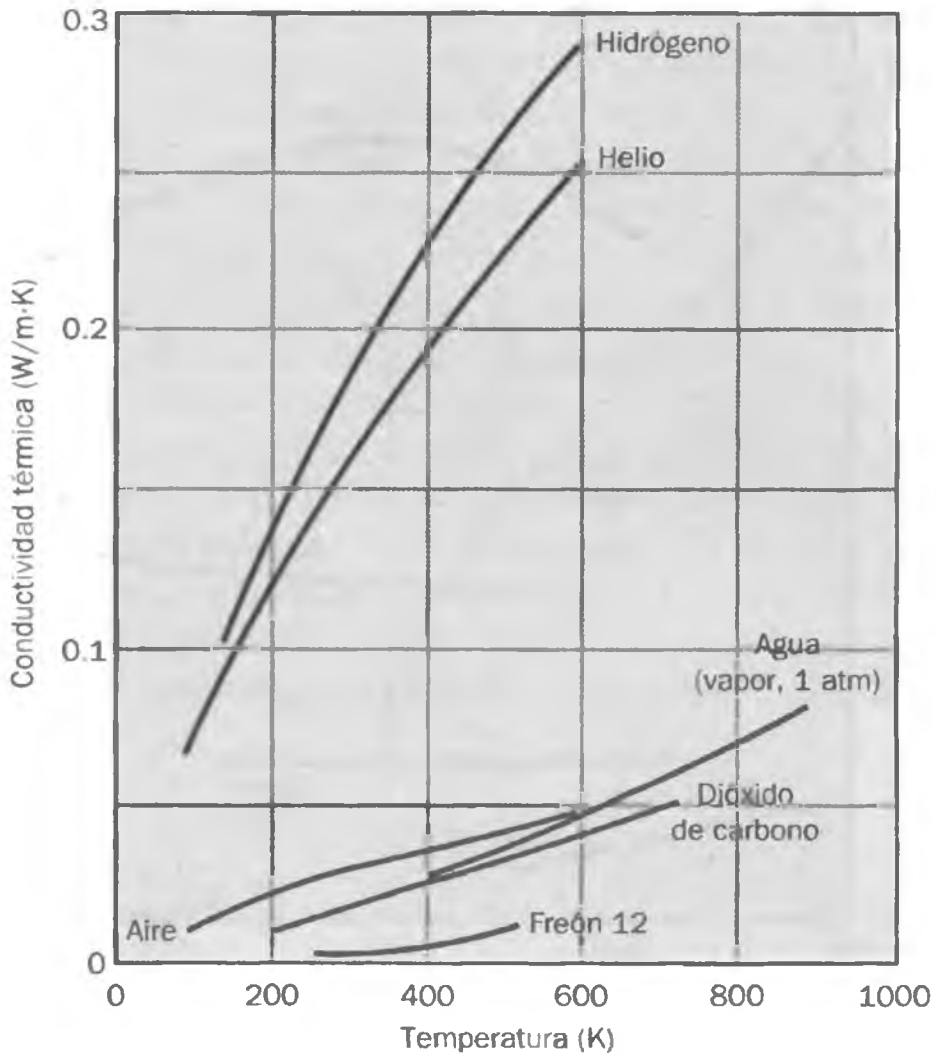


FIGURA 2.6 Dependencia de la conductividad térmica de la temperatura de gases seleccionados a presiones normales.

o a la presión de saturación que corresponde a la temperatura establecida, se aplican también en un rango mucho más amplio.

Las condiciones moleculares asociadas con el estado líquido son más difíciles de describir, y los mecanismos físicos para explicar la conductividad térmica no están bien comprendidos [5]. Como se muestra en la figura 2.7, la conductividad térmica de líquidos no metálicos por lo general disminuye al aumentar la temperatura; las excepciones notables son la glicerina y el agua. Esta propiedad es insensible a la presión excepto cerca del punto crítico. También, por lo común se sigue que la conductividad térmica disminuye con el aumento en el peso molecular. Los valores de la conductividad térmica normalmente se tabulan como función de la temperatura para el estado saturado del líquido. Las tablas A.5 y A.6 presentan estos datos para varios líquidos comunes.

Los metales líquidos normalmente se usan en aplicaciones en flujos altos, como ocurre en las plantas nucleares. En la tabla A.7 se da la conductividad térmica de estos líquidos. Note que los valores son mucho mayores que los de los líquidos no metálicos [6].

2.2.2 Otras propiedades relevantes

En nuestro análisis de problemas de transferencia de calor, será necesario utilizar muchas propiedades de la materia. Estas propiedades por lo general se denominan *propie-*

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede de Litoral

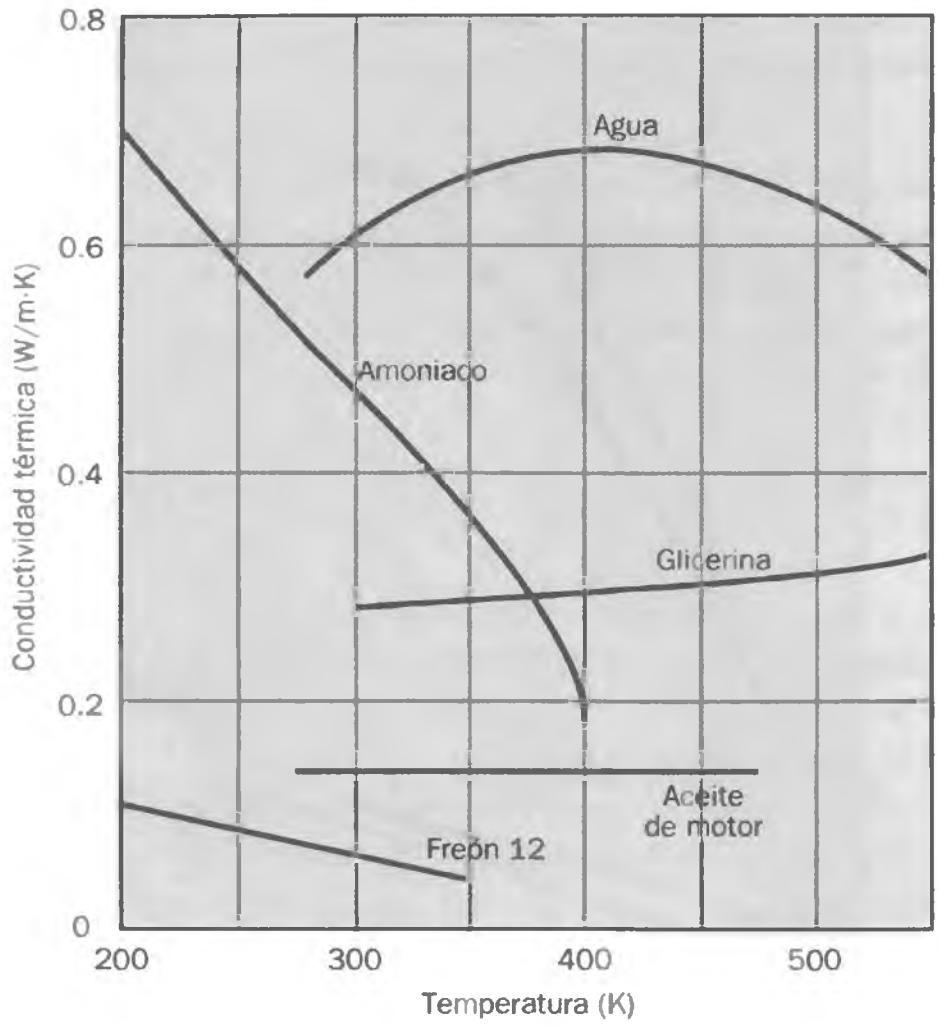


FIGURA 2.7 Dependencia de temperatura de la conductividad térmica de líquidos no metálicos obtenidos bajo condiciones saturadas.

dades termofísicas e incluyen dos categorías distintas: las propiedades de *transporte* y las *termodinámicas*. Las propiedades de transporte incluyen coeficientes de la velocidad de difusión como k, conductividad térmica (para transferencia de calor), y ν, viscosidad cinemática (para transferencia de momento). Las propiedades termodinámicas, por otro lado, se relacionan con el estado de equilibrio de un sistema. La densidad (ρ) y el calor específico (c_p) son dos de estas propiedades que se usan extensamente en el análisis termodinámico. El producto $\rho\, c_p$ (J/m^3 · K), normalmente denominado *capacidad térmica volumétrica*, mide la capacidad de un material para almacenar energía térmica. Puesto que las sustancias de densidad grande se caracterizan por pequeños calores específicos, muchos sólidos y líquidos, que son excelentes medios de almacenamiento de energía, tienen capacidades térmicas comparables ($\rho\, c_p > 1$ MJ/m^3 · K). Sin embargo, debido a sus muy pequeñas densidades, los gases son muy poco adecuados para el almacenamiento de energía térmica ($\rho\, c_p \approx 1$ kJ/m^3 · K). En las tablas del apéndice A se proporcionan densidades y calores específicos para una amplia gama de sólidos, líquidos y gases.

En el análisis de transferencia de calor, la razón de la conductividad térmica a la capacidad térmica es una importante propiedad denominada *difusividad térmica* α, que tiene unidades de m^2/s:

$$\alpha = \frac{k}{\rho\, c_p}$$

Mide la capacidad de un material para conducir energía térmica en relación con su capacidad para almacenar energía térmica. Materiales de α grande responderán rápida-

mente a cambios en su medio térmico, mientras que los materiales de α pequeña responden más lentamente y tardan más en alcanzar una nueva condición de equilibrio.

La precisión de los cálculos de ingeniería depende de la precisión con la que se conozcan las propiedades termofísicas [7-9]. Se podrían citar numerosos ejemplos de defectos en el diseño de equipo y procesos o fallas en el cumplimiento de especificaciones de funcionamiento, que fueron atribuibles a información errónea asociada con la selección de los valores de las propiedades clave que se utilizaron en el análisis inicial del sistema. La selección de datos confiables de las propiedades es una parte integral de cualquier análisis cuidadoso de ingeniería. Ha de evitarse el uso ocasional de datos de publicaciones o manuales que no hayan sido bien caracterizados o evaluados. De la referencia 10 se obtienen valores recomendados de datos para muchas propiedades termofísicas. Esta referencia, disponible en la mayor parte de las bibliotecas institucionales, fue preparada por el Thermophysical Properties Research Center (TPRC) de la Universidad de Purdue. Se mantiene un programa continuo para proporcionar una cobertura extensa actualizada de propiedades termofísicas [11].

Ejemplo 2.1

La difusividad térmica α es la propiedad de transporte de control para la conducción transitoria. Con valores apropiados de k, ρ y c_p del apéndice A, calcule α para los siguientes materiales a las temperaturas que se especifican: aluminio puro, 300 y 700 K; carburo de silicio, 1000 K; parafina, 300 K.

Solución

Se conoce: Definición de la difusividad térmica α.

Encontrar: Valores numéricos de α para materiales y temperaturas seleccionadas.

Propiedades: Tabla A.1, aluminio puro (300 K):

$$\left.\begin{aligned}\rho &= 2702\ \text{kg/m}^3\\ c_p &= 903\ \text{J/kg}\cdot\text{K}\\ k &= 237\ \text{W/m}\cdot\text{K}\end{aligned}\right\}\ \alpha = \frac{k}{\rho\, c_p} = \frac{237\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{2702\ \text{kg/m}^3 \times 903\ \text{J/kg}\cdot\text{K}}$$

$$= 97.1 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \qquad \triangleleft$$

Tabla A.1, aluminio puro (700 K):

$$\rho = 2702\ \text{kg/m}^3 \qquad \text{a 300 K}$$

$$c_p = 1090\ \text{J/kg}\cdot\text{K} \qquad \text{a 700 K (por interpolación lineal)}$$

$$k = 225\ \text{W/m}\cdot\text{K} \qquad \text{a 700 K (por interpolación lineal)}$$

De aquí

$$\alpha = \frac{k}{\rho\, c_p} = \frac{225\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{2702\ \text{kg/m}^3 \times 1090\ \text{J/kg}\cdot\text{K}} = 76 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \qquad \triangleleft$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar Sede del Litoral

Tabla A.2, carburo de silicio (1000 K):

$$\left.\begin{array}{ll} \rho = 3160 \text{ kg/m}^3 & \text{a 300 K} \\ c_p = 1195 \text{ J/kg} \cdot \text{K} & \text{a 1000 K} \\ k = 87 \text{ W/m} \cdot \text{K} & \text{a 1000 K} \end{array}\right\} \alpha = \frac{87 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{3160 \text{ kg/m}^3 \times 1195 \text{ J/kg} \cdot \text{K}}$$

$$= 23 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad \triangleleft$$

Tabla A.3, parafina (300 K):

$$\left.\begin{array}{l} \rho = 900 \text{ kg/m}^3 \\ c_p = 2890 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \\ k = 0.024 \text{ W/m} \cdot \text{K} \end{array}\right\} \alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{0.024 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{900 \text{ kg/m}^3 \times 2890 \text{ J/kg} \cdot \text{K}}$$

$$= 9.2 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s} \quad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Advierta la dependencia de la temperatura de las propiedades termofísicas del aluminio y del carburo de silicio. Por ejemplo, para el carburo de silicio, $\alpha(1000 \text{ K}) \approx 0.1 \times \alpha(300 \text{ K})$; en consecuencia, las propiedades de este material tienen una fuerte dependencia de la temperatura.
2. La interpretación física de α es la que proporciona una medida del transporte de calor (k) en relación con el almacenamiento de energía (ρc_p). En general, los sólidos metálicos tienen α más alta, mientras que los no metálicos (por ejemplo, parafina) tienen valores de α más bajos.
3. La interpolación lineal de los valores de las propiedades es por lo general aceptable en los cálculos de ingeniería.
4. El uso de densidad de baja temperatura (300 K) en altas temperaturas deja de lado los efectos de la expansión térmica, pero también es aceptable para cálculos de ingeniería.

2.3 *Ecuación de difusión de calor*

Uno de los objetivos principales en un análisis de conducción es determinar el *campo de temperatura* en un medio que resulta de las condiciones impuestas sobre sus fronteras. Es decir, deseamos conocer la *distribución de temperaturas*, que representa cómo varía la temperatura con la posición en el medio. Una vez que se conoce esta distribución, el flujo de calor por conducción en cualquier punto en el medio o en la superficie se calcula a partir de la ley de Fourier. También es posible determinar otras cantidades importantes. Para un sólido, el conocimiento de la distribución de temperaturas sirve para comprobar la integridad estructural mediante la determinación de los esfuerzos térmicos, sus expansiones y deflexiones. La distribución de temperaturas también es útil para optimizar el espesor de un material aislante o para determinar la compatibilidad de recubrimientos o adhesivos especiales que se usen con el material.

Consideremos ahora la forma en que se determina la distribución de temperaturas. El método sigue la metodología que se describe en la sección 1.3.3 de aplicación del requerimiento de conservación de la energía. Es decir, definimos un volumen de control diferencial, identificamos los procesos de transferencia de energía relevantes e in-

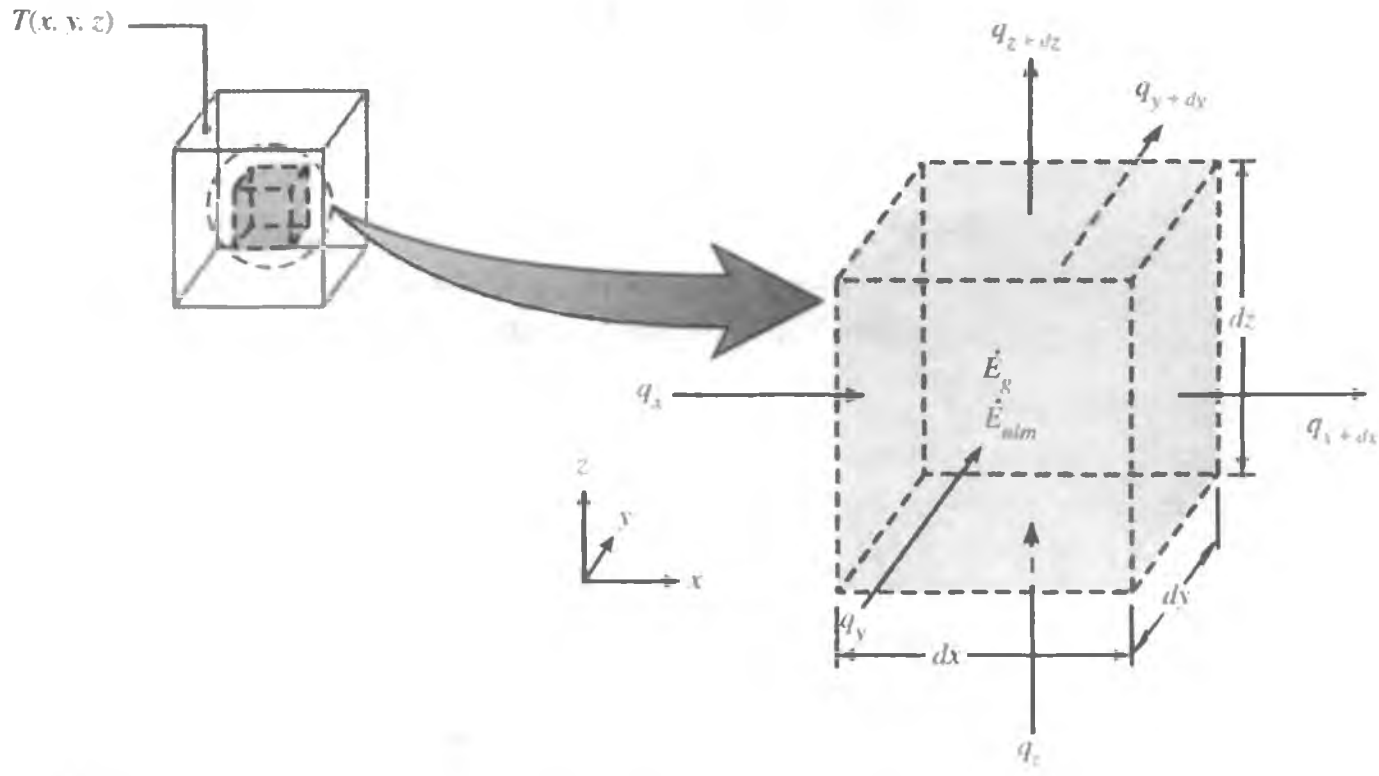


FIGURA 2.8 Volumen de control diferencial, *dx dy dz*, para el análisis de conducción en coordenadas cartesianas.

troducimos las ecuaciones de flujo apropiadas. El resultado es una ecuación diferencial cuya solución, para las condiciones de frontera que se establecen, proporciona la distribución de temperaturas en el medio.

Considere un medio homogéneo dentro del cual no hay movimiento de volumen (advección) y en el que la distribución de temperaturas $T(x, y, z)$ se expresa en coordenadas cartesianas. Al seguir la metodología de aplicar la conservación de la energía (sección 1.3.3), definimos primero un volumen de control infinitesimalmente pequeño (diferencial), $dx \cdot dy \cdot dz$, como se muestra en la figura 2.8. Después de elegir que se formule la primera ley en un instante, el segundo paso es considerar los procesos de energía que son relevantes para este volumen de control. Si hay gradientes de temperatura, la transferencia de calor por conducción ocurrirá a través de cada una de las superficies de control. Las velocidades de transferencia de calor por conducción perpendiculares a cada una de las superficies de control en las coordenadas x, y y z se indican con los términos q_x, q_y y q_z, respectivamente. Las velocidades de transferencia de calor por conducción en las superficies opuestas se expresan como una expansión en series de Taylor donde, dejando de lado términos de orden superior,

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \tag{2.7a}$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \tag{2.7b}$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \tag{2.7c}$$

Expresado en palabras, la ecuación 2.7a simplemente afirma que el componente x de la rapidez de transferencia de calor en $x + dx$ es igual al valor de este componente en x más la cantidad por la que cambia con respecto a x veces dx.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolí

Dentro del medio también puede haber un término de *fuente de energía* asociado con la velocidad de generación de energía térmica. Este término se representa como

$$\dot{E}_g = \dot{q}\, dx\, dy\, dz \tag{2.8}$$

donde $\dot{q}$ es la rapidez a la que se genera energía por unidad de volumen del medio (W/m^3). Además, pueden ocurrir cambios en la cantidad de la energía térmica interna almacenada por el material en el volumen de control. Si el material no experimenta un cambio de fase, los efectos de energía latente no existen, y el término de *almacenamiento de energía* se expresa como

$$\dot{E}_{\text{alm}} = \rho\, c_p \frac{\partial T}{\partial t}\, dx\, dy\, dz \tag{2.9}$$

donde $\rho\, c_p\, \partial T/\partial t$ es la rapidez de cambio temporal de la energía sensible del medio por unidad de volumen.

Una vez más es importante advertir que los términos $\dot{E}_g$ y $\dot{E}_{\text{alm}}$ representan diferentes procesos físicos. El término de generación de energía $\dot{E}_g$ es una manifestación de algún proceso de conversión de energía que incluye energía térmica por un lado y energía química, eléctrica o nuclear por el otro. El término es positivo (*fuente*) si la energía térmica se genera en el material a expensas de alguna otra forma de energía; es negativo (*sumidero*) si la energía térmica se consume. En cambio, el término de almacenamiento de energía $\dot{E}_{\text{alm}}$ se refiere a la tasa de cambio de la energía térmica almacenada por la materia.

El último paso en la metodología que se señala en la sección 1.3.3 es expresar la conservación de la energía con el uso de las ecuaciones de flujo anteriores. Sobre una base de *rapidez*, la forma general del requerimiento de conservación de la energía es

$$\dot{E}_{\text{ent}} + \dot{E}_g - \dot{E}_{\text{sale}} = \dot{E}_{\text{alm}} \tag{1.11a}$$

Así, al reconocer que las velocidades de transferencia de calor por conducción constituyen el flujo entrante de energía, $\dot{E}_{\text{ent}}$, y el flujo de salida, $\dot{E}_{\text{sale}}$, y al sustituir las ecuaciones 2.8 y 2.9, obtenemos

$$q_x + q_y + q_z + \dot{q}\, dx\, dy\, dz - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho\, c_p \frac{\partial T}{\partial t}\, dx\, dy\, dz \tag{2.10}$$

Sustituyendo de las ecuaciones 2.7, se sigue que

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x}\, dx - \frac{\partial q_y}{\partial y}\, dy - \frac{\partial q_z}{\partial z}\, dz + \dot{q}\, dx\, dy\, dz = \rho\, c_p \frac{\partial T}{\partial t}\, dx\, dy\, dz \tag{2.11}$$

La rapidez de conducción de calor se evalúa a partir de la ley de Fourier,

$$q_x = -k\, dy\, dz \frac{\partial T}{\partial x} \tag{2.12a}$$

$$q_y = -k\, dx\, dz \frac{\partial T}{\partial y} \tag{2.12b}$$

$$q_z = -k\, dx\, dy \frac{\partial T}{\partial z} \tag{2.12c}$$

donde cada componente de flujo de calor de la ecuación 2.6 se multiplica por el área de la superficie (diferencial) de control apropiada para obtener la rapidez de transferencia de calor. Al sustituir las ecuaciones 2.12 en la ecuación 2.11 y dividir las dimensiones del volumen de control ($dx\ dy\ dz$), obtenemos

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}+\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.13}$$

La ecuación 2.13 es la forma general, en coordenadas cartesianas, de la *ecuación de difusión de calor*. Esta ecuación, conocida normalmente como la *ecuación de calor*, proporciona la herramienta básica para el análisis de conducción de calor. De su solución obtendremos la distribución de temperaturas $T(x, y, z)$ como función del tiempo. La aparente complejidad de esta expresión no debe ocultar el hecho de que describe una condición física importante, es decir, la conservación de la energía. Se debe tener una comprensión clara del significado físico de cada término que aparece en la ecuación. Por ejemplo, el término $\partial(k\ \partial T/\partial x)/\partial x$ se relaciona con el flujo *neto* de calor por conducción *en* el volumen de control para la dirección de la coordenada x. Esto es, al multiplicar por dx,

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)dx=q''_x-q''_{x+dx} \tag{2.14}$$

con expresiones similares aplicadas para los flujos en las direcciones y y z. Expresado en palabras, la ecuación de calor, ecuación 2.13, establece que *en cualquier punto dentro del medio, la rapidez de transferencia de energía por conducción en un volumen unitario más la rapidez de generación volumétrica de energía térmica debe ser igual a la rapidez de cambio de la energía térmica almacenada dentro del volumen*.

A menudo es posible trabajar con versiones simplificadas de la ecuación 2.13. Por ejemplo, si la conductividad térmica es una constante, la ecuación de calor es

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.15}$$

donde $\alpha = k/\rho\ c_p$ es la *difusividad térmica*. Con frecuencia son posibles simplificaciones adicionales de la forma general de la ecuación de calor. Por ejemplo, en condiciones de *estado estable*, tal vez no haya cambio en la cantidad de energía almacenada; de aquí la ecuación 2.13 se reduce a

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\quad\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=0 \tag{2.16}$$

Además, si la transferencia de calor es *unidimensional* (por ejemplo, en la dirección x) y *no hay generación de energía*, la ecuación 2.16 se reduce a

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right)=0 \tag{2.17}$$

La implicación más importante de este resultado es que *en condiciones unidimensionales de estado estable, sin generación de energía*, el flujo de calor es una constante en la dirección de transferencia ($dq''_x/dx = 0$).

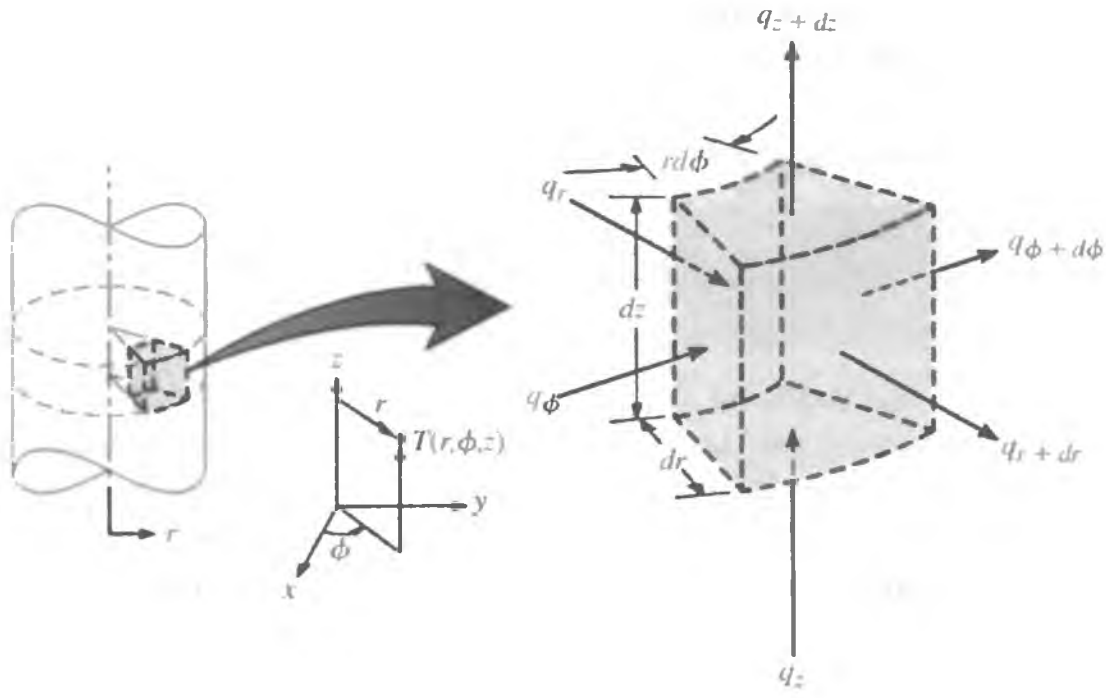


Figura 2.9 Volumen de control diferencial, $dr \cdot r\,d\phi \cdot dz$, para el análisis de conducción en coordenadas cilíndricas (r, ϕ, z).

También es posible expresar la ecuación de calor en coordenadas cilíndricas y esféricas. Los volúmenes diferenciales de control para estos dos sistemas coordenados se muestran en las figuras 2.9 y 2.10.

Coordenadas cilíndricas Cuando el operador habla ∇ de la ecuación 2.3 se expresa en coordenadas cilíndricas, la forma general del vector de flujo de calor, y por ello de la ley de Fourier, es

$$\boldsymbol{q''} = -k\,\nabla T = -k\left(\boldsymbol{i}\frac{\partial T}{\partial r} + \boldsymbol{j}\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi} + \boldsymbol{k}\frac{\partial T}{\partial z}\right) \tag{2.18}$$

donde

$$q''_r = -k\frac{\partial T}{\partial r} \qquad q''_\phi = -\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi} \qquad q''_z = -k\frac{\partial T}{\partial z} \tag{2.19}$$

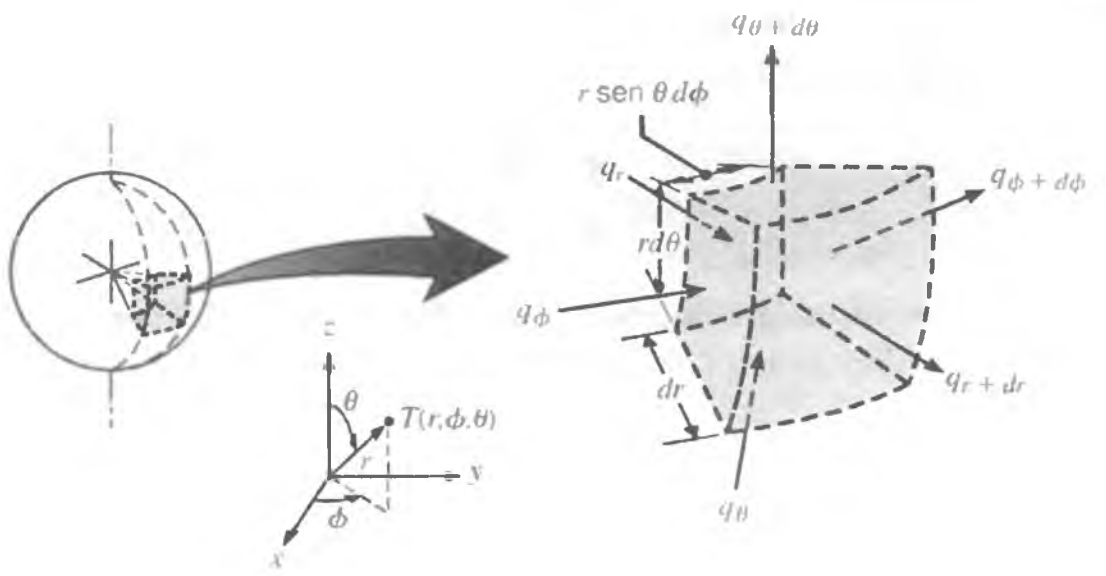


Figura 2.10 Volumen diferencial de control, $dr \cdot r \operatorname{sen} \theta\, d\phi \cdot d\theta$, para el análisis de conducción en coordenadas esféricas (r, ϕ, θ).

son los componentes del flujo de calor en las direcciones, radial, angular y axial, respectivamente. Aplicando un balance de energía al volumen de control diferencial de la figura 2.9, se obtiene la siguiente forma general de la ecuación de calor:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.20}$$

Coordenadas esféricas En coordenadas esféricas la forma general del vector de flujo de calor y de la ley de Fourier es

$$\boldsymbol{q}''=-k\nabla T=-k\left(\boldsymbol{i}\frac{\partial T}{\partial r}+\boldsymbol{j}\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}+\boldsymbol{k}\frac{1}{r\,\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) \tag{2.21}$$

donde

$$q_r''=-k\frac{\partial T}{\partial r}\qquad q_\theta''=-\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}\qquad q_\phi''=-\frac{k}{r\,\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi} \tag{2.22}$$

son los componentes del flujo de calor en las direcciones radial, polar y azimutal, respectivamente. Al aplicar un balance de energía al volumen de control diferencial de la figura 2.10, se obtiene la siguiente forma general de la ecuación de calor:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\mathrm{sen}^2\,\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right)+\frac{1}{r^2\mathrm{sen}^2\,\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\,\mathrm{sen}\,\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right)+\dot{q}=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.23}$$

Ya que es importante que sea usted capaz de aplicar los principios de conservación a los volúmenes diferenciales de control, debe tratar de derivar la ecuación 2.20 o 2.23 (véanse los problemas 2.32 y 2.33). Advierta que el gradiente de temperatura en la ley de Fourier debe tener unidades de K/m. Por tanto, cuando se evalúa el gradiente para una coordenada angular, debe expresarse en términos del cambio diferencial en *longitud* de arco. Por ejemplo, la componente del flujo de calor en la dirección angular de un sistema coordenado cilíndrico es $q''_\phi = -(k/r)(\partial T/\partial \phi)$ y no $q''_\phi = -k(\partial T/\partial \phi)$.

Ejemplo 2.2

La distribución de temperaturas a través de una pared de 1 m de espesor en cierto instante está dada como

$$T(x) = a + bx + cx^2$$

donde T está en grados Celsius y x en metros, mientras que $a = 900°C$, $b = -300°C/m$, y $c = -50°C/m^2$. Una generación de calor uniforme, $\dot{q} = 1000\ W/m^3$, está presente en la pared de área 10 m^2 que tiene las propiedades $\rho = 1600\ kg/m^3$, $k = 40\ W/m \cdot K$, y $c_p = 4\ kJ/kg \cdot K$.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

1. Determine la rapidez de transferencia de calor que entra en la pared ($x = 0$) y sale de la pared ($x = 1$ m).
2. Determine la rapidez de cambio del almacenamiento de energía en la pared.
3. Determine la rapidez con respecto al tiempo del cambio de temperatura en $x = 0$, 0.25, y 0.5 m.

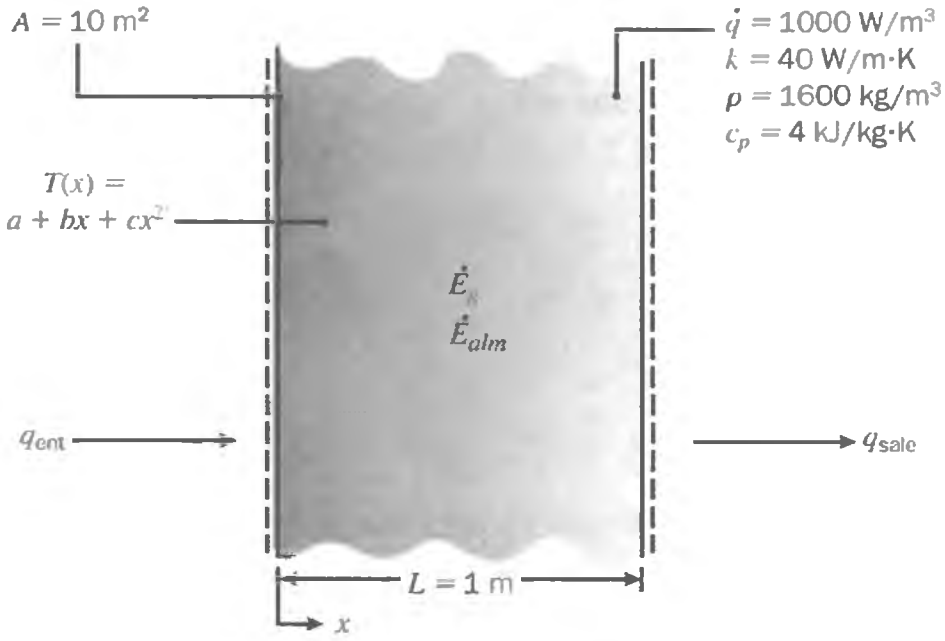
Solución

Se conoce: Distribución de temperaturas $T(x)$ en un instante de tiempo t en una pared unidimensional con generación uniforme de calor.

Encontrar:

1. Transferencias de calor de entrada a, $q_{ent}(x = 0)$, y de salida, $q_{sale}(x = 1)$, de la pared.
2. Rapidez de cambio del almacenamiento de energía en la pared, $\dot{E}_{alm}$.
3. Velocidad, respecto al tiempo, del cambio de temperatura en $x = 0$, 0.25, y 0.5 m.

Esquema:



Suposiciones:

1. Conducción unidimensional en la dirección x.
2. Medio homogéneo con propiedades constantes.
3. Generación interna de calor uniforme, $\dot{q}(\text{W/m}^3)$.

Análisis:

1. Recuerde que, una vez que se conoce la distribución de temperaturas para un medio, es sencillo determinar la rapidez de transferencia de calor por conducción en cualquier punto dentro del medio, o en las superficies, con la ley de Fourier. Por eso, las transferencias de calor deseadas se determinan mediante la distribución de temperatura que se estableció con la ecuación 2.1. En consecuencia,

$$q_{ent} = q_x(0) = -kA \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = -kA(b + 2cx)_{x=0}$$

$$q_{ent} = -bkA = 300°\text{C/m} \times 40\ \text{W/m} \cdot \text{K} \times 10\ \text{m}^2 = 120\ \text{kW} \quad \triangleleft$$

De manera similar,

$$q_{\text{sale}} = q_x(L) = -kA\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = -kA(b + 2cx)_{x=L}$$

$$q_{\text{sale}} = -(b + 2cL)kA = -[-300^\circ\text{C/m} + 2(-50^\circ\text{C/m}^2) \times 1\text{ m}] \times 40\text{ W/m} \cdot \text{K} \times 10\text{ m}^2 = 160\text{ kW} \quad \triangleleft$$

2. La rapidez de cambio del almacenamiento de energía en la pared $\dot{E}_{\text{alm}}$ se determina aplicando un balance de energía general a la pared. Con la ecuación 1.11a para un volumen de control alrededor de la pared,

$$\dot{E}_{\text{ent}} + \dot{E}_g - \dot{E}_{\text{sale}} = \dot{E}_{\text{alm}}$$

donde $\dot{E}_g = \dot{q}AL$, se sigue que

$$\dot{E}_{\text{alm}} = \dot{E}_{\text{ent}} + \dot{E}_g - \dot{E}_{\text{sale}} = q_{\text{ent}} + \dot{q}AL - q_{\text{sale}}$$

$$\dot{E}_{\text{alm}} = 120\text{ kW} + 1000\text{ W/m}^3 \times 10\text{ m}^2 \times 1\text{ m} - 160\text{ kW}$$

$$\dot{E}_{\text{alm}} = -30\text{ kW} \quad \triangleleft$$

3. La rapidez, respecto al tiempo, del cambio de la temperatura en cualquier punto en el medio se determina de la ecuación de calor, ecuación 2.15, reescrita como

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{\rho c_p}$$

De la distribución de temperaturas establecida, se sigue que

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(b + 2cx) = 2c = 2(-50^\circ\text{C/m}^2) = -100^\circ\text{C/m}^2$$

Observe que esta derivada es independiente de la posición en el medio. De aquí que la rapidez respecto al tiempo del cambio de temperatura también es independiente de la posición y está dada por

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{40\text{ W/m} \cdot \text{K}}{1600\text{ kg/m}^3 \times 4\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}} \times (-100^\circ\text{C/m}^2) + \frac{1000\text{ W/m}^3}{1600\text{ kg/m}^3 \times 4\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -6.25 \times 10^{-4\circ}\text{C/s} + 1.56 \times 10^{-4\circ}\text{C/s}$$

$$= -4.69 \times 10^{-4\circ}\text{C/s} \quad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Del resultado anterior es evidente que la temperatura en cualquier punto dentro de la pared disminuye con el tiempo.

2. La ley de Fourier puede usarse siempre para calcular la transferencia de calor por conducción a partir del conocimiento de la distribución de temperaturas, aun para condiciones no estables con generación interna de calor.

2.4 *Condiciones iniciales y de frontera*

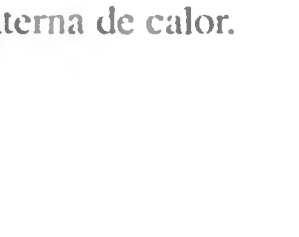
Para determinar la distribución de temperaturas en un medio es necesario resolver la forma apropiada de la ecuación de calor. Sin embargo, esta solución depende de las condiciones físicas que existan en las *fronteras* del medio y, si la situación depende del tiempo, también dependerá de las condiciones que existan en el medio en algún tiempo inicial. Con respecto a las *condiciones de frontera*, hay varias posibilidades comunes que simplemente se expresan en forma matemática. Como la ecuación de calor es de segundo orden en las coordenadas espaciales, deben expresarse dos condiciones de frontera para cada coordenada necesaria en la descripción del sistema. Sin embargo, dado que la ecuación es de primer orden en el tiempo, debe especificarse sólo una condición, denominada *condición inicial*.

Las tres clases de condiciones de frontera que normalmente se encuentran en la transferencia de calor se resumen en la tabla 2.1. Las condiciones se especifican en la superficie $x = 0$ para un sistema unidimensional. La transferencia de calor es en la dirección x positiva con la distribución de temperaturas, que puede ser dependiente del tiempo, designada como $T(x, t)$. La primera condición corresponde a una situación en

Tabla 2.1 Condiciones de frontera para la ecuación de difusión de calor en la superficie ($x = 0$)

1. Temperatura superficial constante

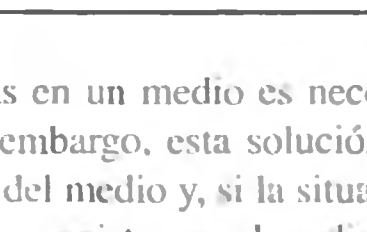
$$T(0, t) = T_s \tag{2.24}$$



2. Flujo de calor superficial constante

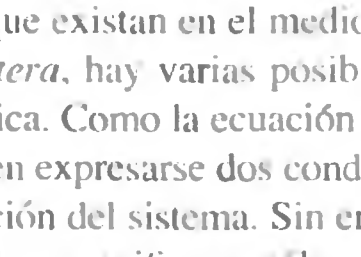
(a) Flujo finito de calor

$$-k \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = q_s'' \tag{2.25}$$



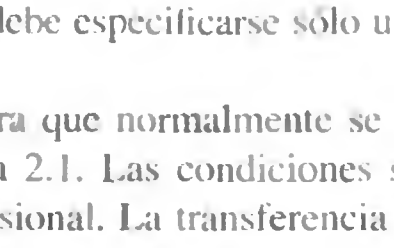
(b) Superficie adiabática o aislada

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \tag{2.26}$$



3. Condición de convección superficial

$$-k \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = h[T_\infty - T(0, t)] \tag{2.27}$$



que la superficie se mantiene a una temperatura fija T_s. Ésta se denomina normalmente *condición de Dirichlet*, o condición de frontera de *primera clase*. Se aproxima mucho, por ejemplo, cuando la superficie está en contacto con un sólido que se funde o con un líquido en ebullición. En ambos casos hay transferencia de calor a la superficie, mientras que la superficie permanece a la temperatura del proceso de cambio de fase. La segunda condición corresponde a la existencia de un flujo de calor fijo o constante q''_s en la superficie. Este flujo de calor se relaciona con el gradiente de temperatura en la superficie mediante la ley de Fourier, ecuación 2.6, que se expresa como

$$q''_x(0) = -k \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0}$$

Esta se denomina *condición de Neumann*, o condición de frontera de *segunda clase*, y se logra uniendo un calentador eléctrico de película delgada o de parche a la superficie. Un caso especial de esta condición corresponde a la superficie *perfectamente aislada*, o *adiabática*, para la que $\partial T/\partial x|_{x=0} = 0$. La condición de frontera de *tercera clase* corresponde a la existencia de calentamiento (o enfriamiento) por convección en la superficie y se obtiene del balance de energía en la superficie que se examinó en la sección 1.3.2.

Ejemplo 2.3

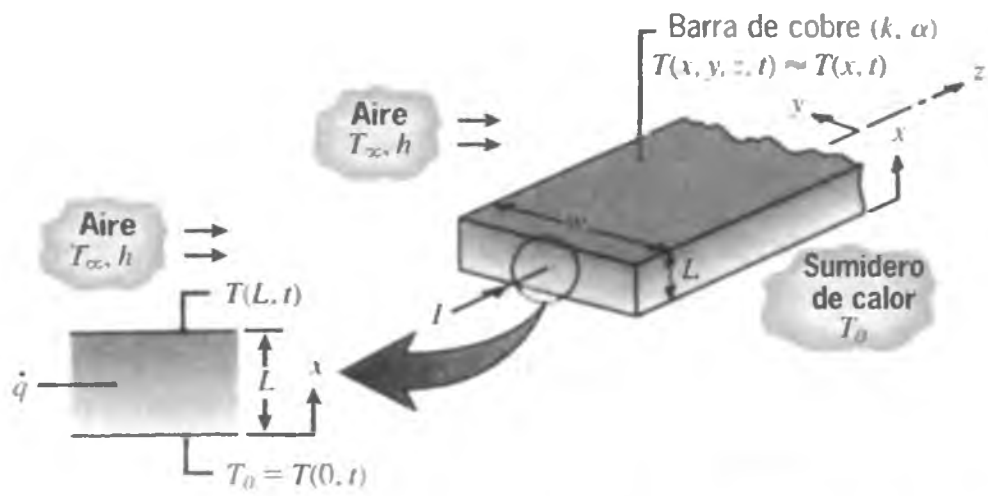
Una barra larga de cobre de sección transversal rectangular, cuyo ancho w es mucho más grande que su espesor L, se mantiene en contacto con un sumidero de calor en la superficie inferior, y la temperatura a lo largo de la barra es aproximadamente igual a la del sumidero, T_o. De pronto, se hace pasar una corriente eléctrica a través de la barra y una corriente de aire de temperatura T_∞ se hace pasar sobre la superficie superior, mientras que la superficie inferior continúa manteniéndose a T_o. Obtenga la ecuación diferencial y las condiciones de frontera e inicial que se tendrían para determinar la temperatura como función de la posición y del tiempo en la barra.

Solución

Se conoce: Una barra de cobre inicialmente en equilibrio térmico con un sumidero de calor calentado de súbito por el paso de una corriente eléctrica.

Encontrar: La ecuación diferencial y las condiciones de frontera e inicial necesarias para determinar la temperatura como función de la posición y del tiempo dentro de la barra.

Esquema:



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Sim...

Suposiciones:

1. Puesto que $w \gg L$, los efectos colaterales son insignificantes y la transferencia de calor dentro de la barra es principalmente unidimensional en la dirección x.
2. Generación volumétrica uniforme de calor, $\dot{q}$.
3. Propiedades constantes.

Análisis: La distribución de temperaturas es gobernada por la ecuación de calor (2.13) que, para las condiciones de propiedades unidimensional y constante del problema actual, se reduce a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{1}$$ ◁

donde la temperatura es una función de la posición y del tiempo, $T(x, t)$. Como esta ecuación diferencial es de segundo orden en la coordenada espacial x y de primer orden en el tiempo t, debe haber dos condiciones de frontera para la dirección x y una condición, llamada condición inicial, para el tiempo. La condición de frontera en la superficie inferior corresponde al caso 1 de la tabla 2.1. En particular, como la temperatura de esta superficie se mantiene a un valor, T_o, que se fija con el tiempo, se sigue que

$$T(0, t) = T_o \tag{2}$$ ◁

En cambio, la condición de convección de superficie, caso 3 de la tabla 2.1, es apropiada para la superficie superior. De aquí

$$-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = h[T(L, t) - T_\infty] \tag{3}$$ ◁

La condición inicial se infiere del reconocimiento de que, antes del cambio en las condiciones, la barra está a una temperatura uniforme T_o. Por ello

$$T(x, 0) = T_o \tag{4}$$ ◁

Si se conocen T_o, T_∞, $\dot{q}$ y h, se resuelven las ecuaciones 1 a 4 para obtener la distribución de temperaturas que varían con el tiempo $T(x, t)$ siguiendo la imposición de la corriente eléctrica.

Comentarios:

1. El *sumidero de calor* en $x = 0$ se mantiene exponiendo la superficie a un baño de hielo o uniéndola a una *placa fría*. Una placa fría contiene canales refrigerantes fabricados de un sólido de conductividad térmica grande (usualmente cobre). Al hacer circular un líquido (por lo común agua) a través de los canales, la placa, y de aquí la superficie a la que se une, se mantiene a una temperatura casi uniforme.
2. La temperatura de la superficie superior $T(L, t)$ cambiará con el tiempo. Esta temperatura es una incógnita y se obtiene después de encontrar $T(x, t)$.
3. ¿Cómo espera que varíe la temperatura con x a diferentes tiempos después del cambio en las condiciones? Véase el problema 2.40.

2.5 *Resumen*

Los propósitos principales de este capítulo fueron el de mejorar su comprensión de la ecuación de la transferencia de calor por conducción (ley de Fourier) y familiarizarlo con la ecuación de calor. Debe conocer los orígenes e implicaciones de la ley de Fourier, y entender las propiedades térmicas clave y cómo varían para diferentes sustancias. También debe conocer el significado físico de cada término que aparece en la ecuación de calor. ¿A qué formas se reduce esta ecuación para condiciones simplificadas y qué clases de condiciones de frontera sirven para solucionarla? En resumen, debe haber comprendido la esencia del proceso de conducción y su descripción matemática. En los tres capítulos que siguen emprendemos el análisis de conducción para numerosos sistemas y condiciones.

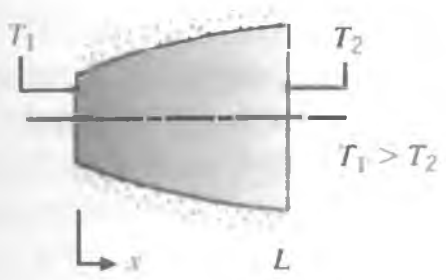
Bibliografía

1. Klemens, P. G., "Theory of the Thermal Conductivity of Solids", en R. P. Tye, ed., *Thermal Conductivity*, vol. 1, Academic Press, Londres, 1969.
2. Mallory, John F., *Thermal Insulation*, Reinhold Book Corp., Nueva York, 1969.
3. American Society of Heating, Refrigeration and Air Conditioning Engineers, *Handbook of Fundamentals*, cap. 17 y 31, ASHRAE, Nueva York, 1972.
4. Vincenti, W. G. y C. H. Kruger, Jr., *Introduction to Physical Gas Dynamics*, Wiley, Nueva York, 1965.
5. McLaughlin, E., "Theory of the Thermal Conductivity of Fluids", en R. P. Tye, ed., *Thermal Conductivity*, vol. 2, Academic Press, Londres, 1969.
6. Foust, O. J., ed., "Sodium Chemistry and Physical Properties", en *Sodium-NaK Engineering Handbook*, vol. 1, Gordon & Breach, Nueva York, 1972.
7. Sengers, J. V. y M. Klein, eds., *The Technical Importance of Accurate Thermophysical Property Information*, nota técnica de la National Bureau of Standards núm. 590, 1980.
8. Najjar, M. S., K. J. Bell y R. N. Maddox, *Heat Transfer Eng.*, **2**, 27, 1981.
9. Hanley, H. J. M. y M. E. Baltau, *Mech. Eng.*, **105**, 68, 1983.
10. Touloukian, Y. S. y C. Y. Ho, eds., *Thermophysical Properties of Matter, The TPRC Data Series* (13 volúmenes sobre propiedades termofísicas: conductividad térmica, calor específico, radiación térmica, difusividad térmica y expansión lineal térmica), Plenum Press, Nueva York, 1970 a 1977.
11. Center for Information and Numerical Data Analysis and Synthesis (CINDAS), Purdue University, 2595 Yeager Road, West Lafayette, IN 47906.

Problemas

Ley de Fourier

2.1 Suponga una conducción de calor unidimensional de estado estable a través de la forma simétrica axial que se muestra abajo.



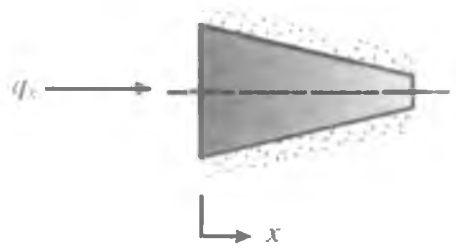
Suponiendo propiedades constantes y ninguna generación de calor interna, bosqueje la distribución de temperatura en las coordenadas $T-x$. Explique con brevedad la forma de la curva que resulte.

2.2 Una tubería de agua caliente con radio exterior r_1 tiene una temperatura T_1. Se aplica un aislante grueso de radio r_2 y temperatura T_2 para reducir la pérdida de calor. Sobre coordenadas $T-r$, bosqueje la distribución de temperatura en el aislante para una transferencia de calor unidimensional de estado estable con propiedades

constantes. Dé una breve explicación que justifique la forma de la curva que muestre.

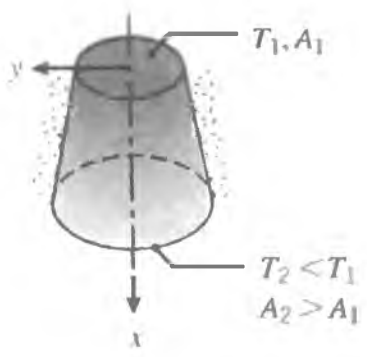
2.3 Una capa esférica con radio interior r_1 y radio exterior r_2 tiene temperaturas superficiales T_1 y T_2, respectivamente, donde $T_1 > T_2$. Dibuje la distribución de temperatura sobre coordenadas $T-r$, suponiendo conducción unidimensional de estado estable con propiedades constantes. Dé una breve explicación en la que justifique la forma de la curva que resulte.

2.4 Suponga una conducción de calor unidimensional de estado estable a través de la forma simétrica que se muestra.



Suponiendo que no hay generación interna de calor, derive una expresión de la conductividad térmica $k(x)$ para estas condiciones: $A(x) = (1 - x)$, $T(x) = 300(1 - 2x - x^3)$, y $q = 6000$ W, donde A está en metros cuadrados, T en kelvin y x en metros.

2.5 Un cono truncado sólido sirve de soporte de un sistema que mantiene la cara superior (trunca) del cono a una temperatura T_1, mientras que la base del cono está a una temperatura $T_2 < T_1$.



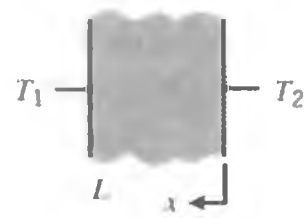
La conductividad térmica del sólido depende de la temperatura de acuerdo con la relación $k = k_o - aT$, donde a es una constante positiva, y los lados del cono están bien aislados. Las siguientes cantidades ¿aumentan, disminuyen o permanecen igual con el aumento en x; la velocidad de transferencia de calor q_x, el flujo de calor q''_x, la conductividad térmica k y el gradiente de temperatura dT/dx?

2.6 Para determinar el efecto de dependencia de la temperatura de la conductividad térmica sobre la distribución de temperatura en un sólido, considere un material para el que esta dependencia puede representarse como

$$k = k_o + aT$$

donde k_o es una constante positiva y a es un coeficiente que puede ser positivo o negativo. Dibuje la distribución de temperatura de estado estable asociada con la transferencia de calor en una pared plana para tres casos que corresponden a $a > 0$, $a = 0$ y $a < 0$.

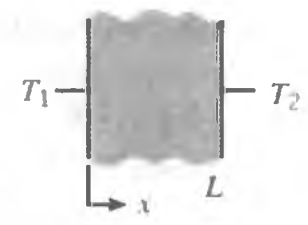
2.7 En el sistema mostrado se produce una conducción de estado estable unidimensional sin generación de calor. La conductividad térmica es 25 W/m · K y el espesor L es 0.5 m.



Determine las cantidades desconocidas para cada caso en la tabla siguiente y dibuje la distribución de temperatura, indicando la dirección del flujo de calor.

Caso	T_1	T_2	dT/dx (K/m)	q''_x (W/m²)
1	400 K	300 K		
2	100°C		−250	
3	80°C		+200	
4		−5°C		4000
5	30°C			−3000

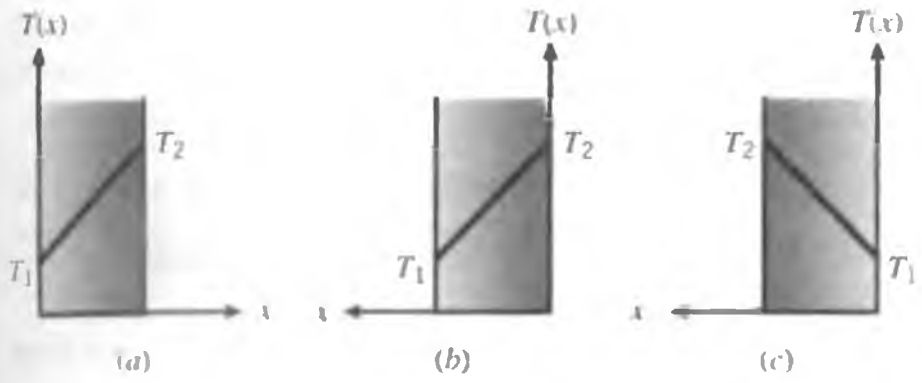
2.8 Considere condiciones de estado estable para una conducción unidimensional en una pared plana que tiene una conductividad térmica $k = 50$ W/m · K y un espesor $L = 0.25$ m, sin generación interna de calor.



Determine el flujo de calor y la cantidad desconocida para cada caso y dibuje la distribución de temperatura, indicando la dirección del flujo de calor.

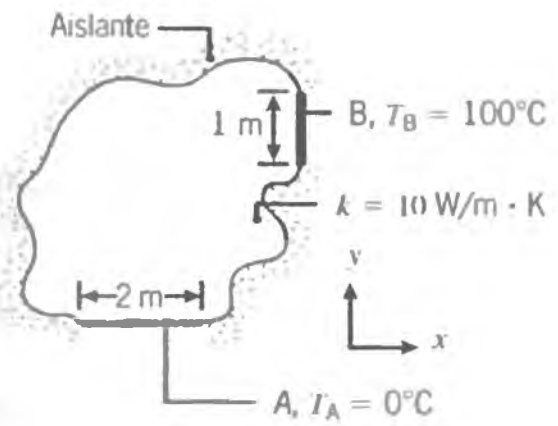
Caso	T_1(°C)	T_2(°C)	dT/dx (K/m)
1	50	−20	
2	−30	−10	
3	70		160
4		40	−80
5		30	200

2.9 Considere una pared plana de 100 mm de espesor y conductividad térmica 100 W/m · K. Se sabe que existen condiciones de estado estable con $T_1 = 400$ K y $T_2 = 600$ K. Determine el flujo de calor q''_x y el gradiente de temperatura dT/dx para el sistema coordenado que se muestra.



2.10 Un cilindro de radio r_o, longitud L y conductividad térmica k está inmerso en un fluido de coeficiente de convección h y temperatura desconocida T_∞. En cierto instante la distribución de temperatura en el cilindro es $T(r) = a + br^2$, donde a y b son constantes. Obtenga expresiones para la velocidad de transferencia de calor en r_o y la temperatura del fluido.

2.11 En el cuerpo bidimensional que se ilustra, se encuentra que el gradiente en la superficie A es $\partial T/\partial y = 30$ K/m. ¿Cuánto valen $\partial T/\partial y$ y $\partial T/\partial x$ en la superficie B?

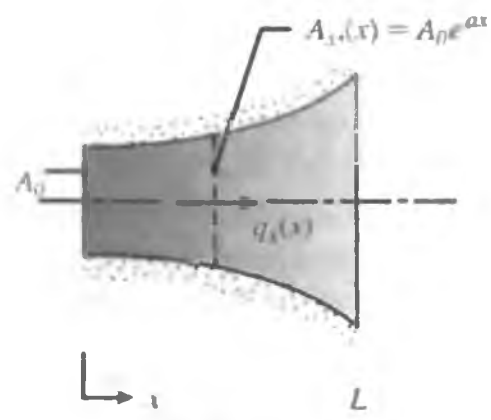


2.12 Algunas secciones del oleoducto de Alaska están tendidas sobre tierra, sostenidas por columnas verticales de acero ($k = 25$ W/m · K) de 1 m de longitud y sección transversal de 0.005 m^2. En condiciones normales de operación, se sabe que la variación de temperatura de un extremo a otro de la longitud de una columna se rige por una expresión de la forma

$$T = 100 - 150x + 10x^2$$

donde T y x tienen unidades de °C y metros, respectivamente. Las variaciones de temperatura son insignificantes sobre la sección transversal de la columna. Evalúe la temperatura y rapidez de conducción de calor en la unión columna-ducto ($x = 0$) y en la interfaz columna-tierra ($x = 1$ m). Explique la diferencia en las transferencias de calor.

2.13 Una conducción unidimensional en estado estable se produce en una varilla de conductividad térmica constante, k, y de área variable de la sección transversal, $A_x(x) = A_o e^{ax}$, donde A_o y a son constantes. La superficie lateral de la varilla está bien aislada.



(a) Escriba una expresión para la rapidez de conducción de calor, $q_x(x)$. Use esta expresión para determinar la distribución de temperatura $T(x)$ y dibuje cualitativamente la distribución para $T(0) > T(L)$.

(b) Ahora considere condiciones para las que se genera energía térmica en la varilla a una rapidez volumétrica $\dot{q} = \dot{q}_o \exp(-ax)$, donde $\dot{q}_o$ es una constante. Obtenga una expresión para $q_x(x)$ cuando la cara izquierda ($x = 0$) está bien aislada.

Propiedades termofísicas

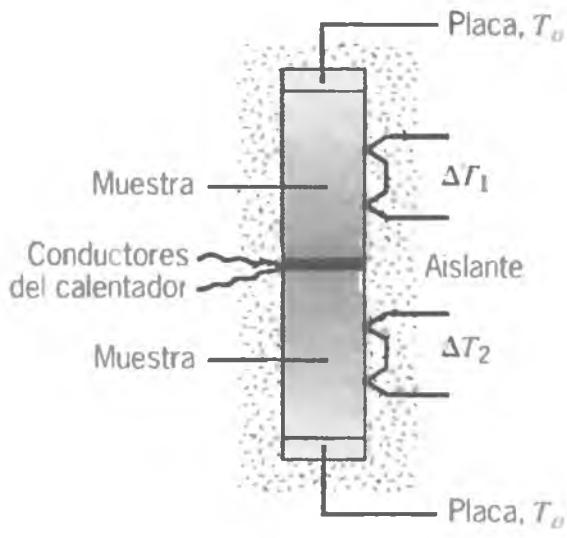
2.14 Una varilla cilíndrica sólida 0.1 m de longitud y 25 mm de diámetro está bien aislada en la parte lateral, mientras que las caras de sus extremos se mantienen a temperaturas de 100 y 0°C. ¿Cuál es la rapidez de transferencia de calor a través de la varilla si se construye de (a) cobre puro, (b) aleación de aluminio 2024-T6, (c) acero inoxidable AISI 302, (d) nitruro de silicio, (e) madera (roble), (f) óxido magnésico, 85% y (g) Pyrex?

2.15 Un sistema unidimensional sin generación de calor tiene un espesor de 20 mm con superficies que se mantienen a temperaturas de 275 y 325 K. Determine el flujo de calor a través del sistema si se construye con (a) aluminio puro, (b) acero ordinario al carbono, (c) acero inoxidable 316 AISI, (d) pyroceram, (e) Teflón y (f) concreto.

2.16 Un anuncio por televisión de un bien conocido fabricante de aislantes afirma: no es el espesor del material aislante lo que cuenta, sino el valor R. El comercial muestra que, para obtener un valor R de 19, necesita 18 pies de piedra, 15 pulgadas de madera o sólo 6 pulgadas del aislante del fabricante. ¿Es técnicamente razonable este comercial? Si usted es como la mayoría de los telespectadores, no sabe que el valor R se define como L/k, donde L(pulgadas) es el espesor del aislante y k(Btu · pulgada/hr · pie^2 · °F) es la conductividad térmica del material.

2.17 Un aparato para medir la conductividad térmica emplea un calentador eléctrico intercalado entre dos muestras idénticas de 30 mm de diámetro y 60 mm de longitud, prensadas entre placas que se mantienen a una tempe-

ratura uniforme $T_o = 77°C$ mediante la circulación de un fluido. Se pone grasa conductora entre todas las superficies para asegurar un buen contacto térmico. Se empotran termopares diferenciales en las muestras con un espaciado de 15 mm. Las caras laterales de las muestras se aíslan para asegurar una transferencia de calor unidimensional a través de las muestras.



(a) Con dos muestras de SS316 en el aparato, el calentador toma 0.353 A a 100 V y los termopares diferenciales indican $\Delta T_1 = \Delta T_2 = 25.0°C$. ¿Cuál es la conductividad térmica del material de la muestra de acero inoxidable? ¿Cuál es la temperatura promedio de las muestras? Compare sus resultados con el valor de conductividad térmica de que se informa para este material en la tabla A.2.

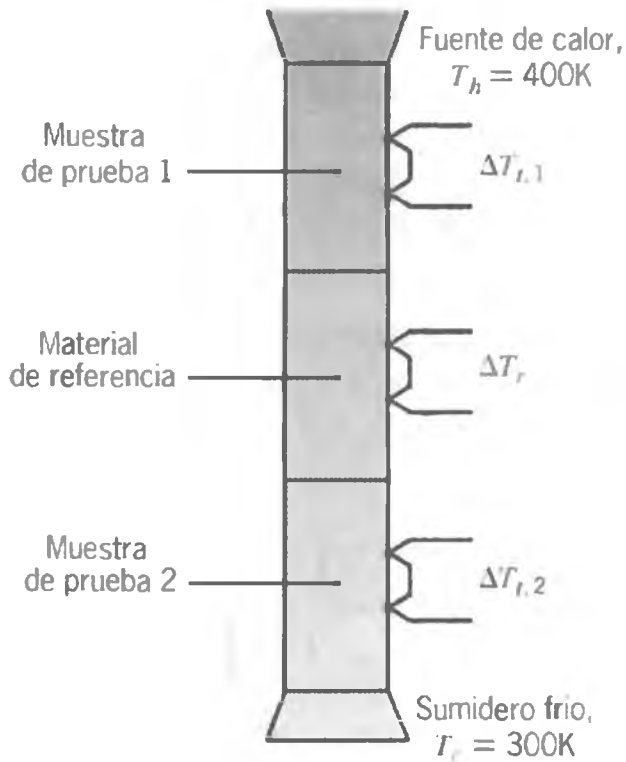
(b) Por error, se ha puesto una muestra de hierro Armco en la posición inferior del aparato con una de las muestras de SS316 de la parte (a) en la parte superior. Para esta situación, el calentador toma 0.601 A a 100 V, y los termopares diferenciales indican $\Delta T_1 = \Delta T_2 = 15.0°C$. ¿Cuál es la conductividad térmica y la temperatura promedio de la muestra de hierro Armco?

(c) ¿Cuál es la ventaja de construir el aparato con el calentador intercalado entre dos muestras idénticas y en lugar de construirlo con una sola combinación muestra-calentador? ¿Cuándo resulta significativo el escape de calor por la superficie lateral de las muestras? ¿Bajo qué condiciones esperaría que $\Delta T_1 \neq \Delta T_2$?

2.18 Un método *comparativo* común para medir la conductividad térmica de metales se ilustra en el diagrama. Muestras de prueba cilíndricas (1 y 2) y una muestra de referencia de igual diámetro y longitud se apilan bajo presión y bien aisladas (no se muestran en el diagrama) sobre las superficies laterales. La conductividad térmica del material de referencia, hierro Armco en este caso, se da por conocida con referencia a la tabla A.2. Para la condición de extremo sumidero de $T_h = 400$ K y $R_r = 300$ K, los termopares diferenciales que se insertan en las muestras con un espaciado de 10 mm indican $\Delta T_r = 2.49°C$ y $\Delta T_{t,1} = \Delta T_{t,2} = 3.32°C$ para las muestras de referencia y de prueba, respectivamente.

(a) ¿Cuál es la conductividad térmica del material de prueba? ¿Qué temperatura asignaría a este valor medido?

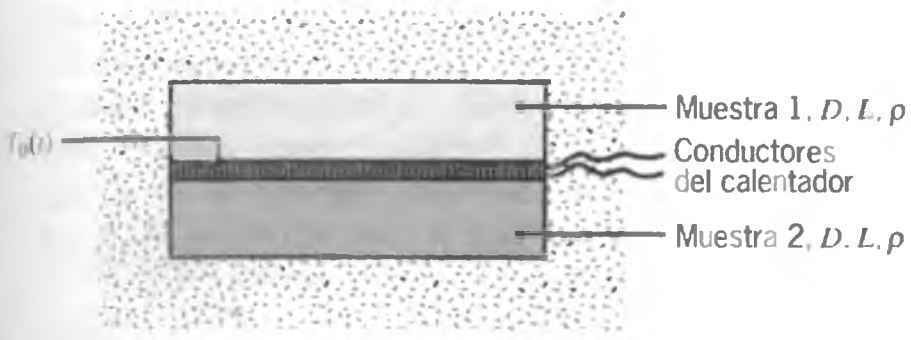
(b) ¿Bajo qué condiciones esperaría que $\Delta T_{t,1}$ no fuera igual a $\Delta T_{t,2}$?



2.19 Un método para determinar la conductividad térmica k y el calor específico c_p de un material se ilustra en el diagrama. Inicialmente las dos muestras idénticas de diámetro $D = 60$ mm y espesor $L = 10$ mm y el delgado calentador están a una temperatura uniforme de $T_i = 23.00°C$, mientras está rodeado por un polvo aislante. Súbitamente el calentador se energiza para proporcionar un flujo de calor uniforme q''_o en cada una de las interfaces de la muestra, y el flujo de calor se mantiene constante durante un intervalo ΔT_o. Poco tiempo después de que se inicia el calentamiento súbito, la temperatura en su interfaz T_o se relaciona con el flujo de calor como

$$T_o(t) - T_i = 2q''_o \left(\frac{t}{\pi \rho\, c_p k} \right)^{1/2}$$

Para un ejercicio de prueba particular, el calentador eléctrico disipa 15.0 W por un periodo $\Delta T_o = 120$ s y la temperatura en la interfaz es $T_o(30\text{ s}) = 24.57°C$ después de 30 s de calentamiento. Mucho tiempo después de que el calentador se desconecta, $t \gg \Delta T_o$, las muestras alcanzan la temperatura uniforme $T_o(\infty) = 33.50°C$. La densidad de los materiales de la muestra, determinada por mediciones de volumen y masa, es $\rho = 3965\ \text{kg/m}^3$.



Determine el calor específico y la conductividad térmica del material de prueba. Con los valores de las propiedades termofísicas de la tabla A.2, identifique el material de la muestra de prueba.

Ecuación de calor

2.20 En un instante determinado, la distribución de temperatura dentro de un cuerpo infinito homogéneo está dada por la función

$$T(x, y, z) = x^2 - 2y^2 + z^2 - xy + 2yz$$

Suponiendo propiedades constantes y ninguna generación interna de calor, determine las regiones donde la temperatura cambia con el tiempo.

2.21 En una varilla cilíndrica de 50 mm de diámetro de combustible de un reactor nuclear ocurre generación interna de calor a $\dot{q}_1 = 5 \times 10^7$ W/m^3, y en condiciones de estado estable la distribución de temperatura es $T(r) = a + br^2$, donde T está en grados Celsius y r en metros, mientras $a = 800$°C y $b = -4.167 \times 10^5$°C/m^2. Las propiedades de la varilla de combustible son $k = 30$ W/m · K, $\rho = 1100$ kg/m^3, y $c_p = 800$ J/kg · K.

(a) ¿Cuál es la velocidad de transferencia de calor por unidad de longitud de la varilla en $r = 0$ (línea central) y en $r = 25$ mm (superficie)?

(b) Si el nivel de potencia del reactor aumenta súbitamente a $\dot{q}_2 = 10^8$ W/m^3, ¿cuál es la velocidad de cambio de temperatura en el tiempo inicial en $r = 0$ y $r = 25$ mm?

2.22 Se observa que la distribución de temperatura de estado estable en una pared unidimensional de conductividad térmica 50 W/m · K y espesor 50 mm es $T(°C) = a + bx^2$, donde $a = 200$°C, $b = -2000$°C/m^2, y x está en metros.

(a) ¿Cuál es la rapidez de generación de calor $\dot{q}$ en la pared?

(b) Determine los flujos de calor en las dos caras de la pared. ¿De qué manera se relacionan estos flujos de calor con la rapidez de generación de calor?

2.23 La distribución de temperatura a través de una pared de 0.3 m de espesor en cierto instante es $T(x) = a + bx + cx^2$, donde T está en grados Celsius y x en metros. $a = 200$°C, $b = -200$°C/m, y $c = 30$°C/m^2. La pared tiene una conductividad térmica de 1 W/m · K.

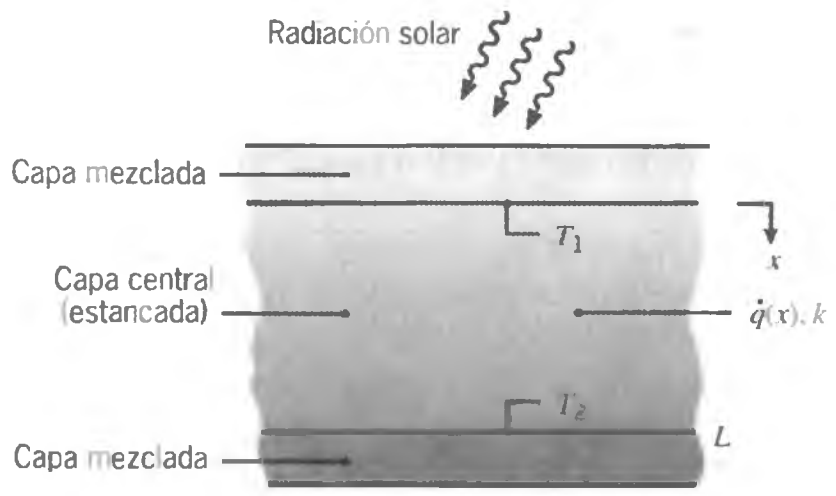
(a) Tomando como base un área unitaria, determine la velocidad de transferencia de calor hacia dentro y hacia fuera de la pared y la rapidez de cambio de energía almacenada por la pared.

(b) Si la superficie fría se expone a un fluido a 100°C, ¿cuál es el coeficiente de convección?

2.24 Un estanque solar con gradiente salino es un cuerpo de agua poco profundo que consiste en tres capas fluidas distintas y se utiliza para colectar energía solar. Las capas superior e inferior están bien mezcladas y sirven para mantener las superficies superior e inferior de la capa central a temperaturas uniformes T_1 y T_2, donde $T_2 > T_1$. Aunque hay un movimiento de fluido global en las capas mezcladas, no existe este tipo de movimiento en la capa central. Considere condiciones para las que la absorción de la radiación solar en la capa central proporciona una generación no uniforme de calor de la forma $\dot{q} = Ae^{-ax}$, y la distribución de temperatura en la capa central es

$$T(x) = -\frac{A}{ka^2} e^{-ax} + Bx + C$$

Las cantidades A (W/m^3), a (1/m), B (K/m), y C (K) son constantes conocidas que tienen las unidades que se establecen, y k es la conductividad térmica, que también es constante.



(a) Obtenga expresiones para la rapidez a la que se transfiere calor por unidad de área de la capa inferior mezclada a la capa central y de la capa central a la capa superior mezclada.

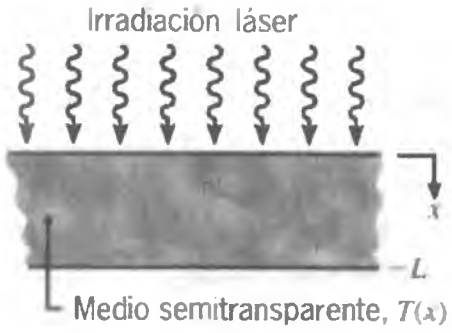
(b) Determine si las condiciones son estables o transitorias.

(c) Obtenga una expresión para la rapidez a la que se genera energía térmica en la capa central, por unidad de área superficial.

2.25 La distribución de temperaturas de estado estable en un material semitransparente con conductividad térmica k y espesor L expuesto a irradiación láser es de la forma

$$T(x) = -\frac{A}{ka^2}e^{-ax} + Bx + C$$

donde A, a, B, y C son constantes conocidas. Para esta situación, la absorción de radiación en el material se manifiesta por un término de generación de calor distribuido, $\dot{q}(x)$.



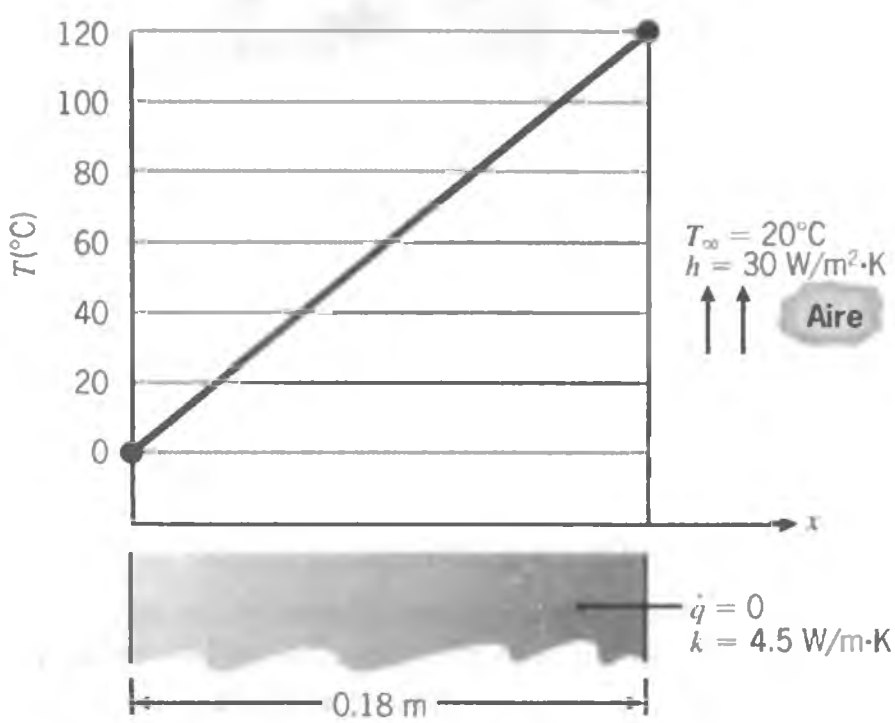
(a) Obtenga expresiones para los flujos de calor por conducción en las superficies superior e inferior.

(b) Derive una expresión para $\dot{q}(x)$.

(c) Derive una expresión para la rapidez a la que se absorbe la radiación en todo el material, por unidad de área superficial. Exprese el resultado en términos de las constantes conocidas para la distribución de temperaturas, conductividad térmica del material y espesor.

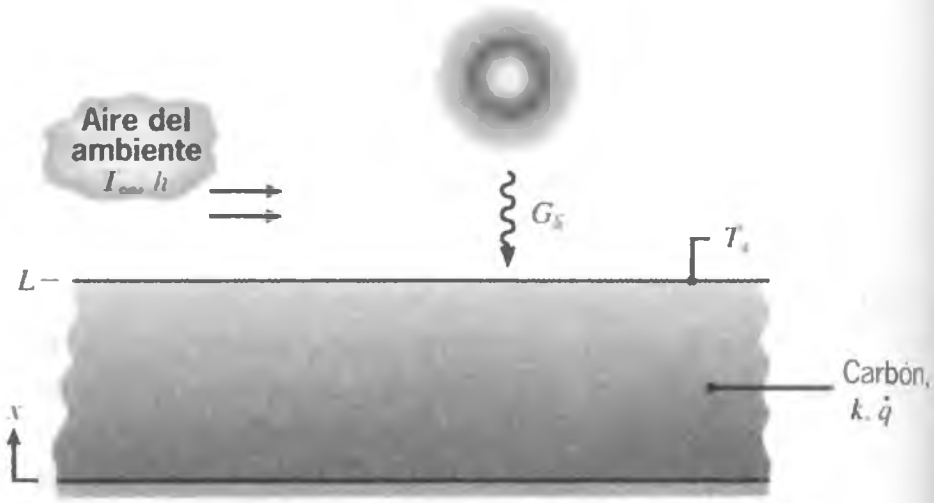
2.26 La distribución de temperaturas de estado estable en una pared unidimensional de conductividad térmica k y espesor L es $T = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Derive expresiones para la rapidez de generación de calor por unidad de volumen en la pared y los flujos de calor en las dos caras de la pared ($x = 0$, L).

2.27 En una pared plana de conductividad térmica constante está ocurriendo una conducción unidimensional en estado estable sin generación de energía interna.



¿Es posible la distribución de temperaturas que se describe? Explique en forma breve su razonamiento. Con la temperatura en $x = 0$, y la temperatura del fluido fija en $T(0) = 0°C$ y $T_\infty = 20°C$, respectivamente, calcule y elabore una gráfica de la temperatura en $x = L$, $T(L)$, como función de h para $10 \leq h \leq 100$ W/m² · K. Explique sus resultados de manera concisa.

2.28 Una capa plana de carbón de espesor $L = 1$ m experimenta una generación volumétrica uniforme a razón de $\dot{q} = 20$ W/m³ debido a la oxidación lenta de las partículas de carbón. Promediada en un periodo diario, la superficie superior de la capa transfiere calor por convección al aire del ambiente para el que $h = 5$ W/m² · K y $T_\infty = 25°C$, mientras recibe irradiación solar por la cantidad $G_s = 400$ W/m². La absortividad y emisividad solar de la superficie son cada una $\alpha_S = \varepsilon = 0.95$



(a) Escriba la forma de estado estable de la ecuación de difusión de calor para la capa de carbón. Verifique que esta ecuación se satisface para una distribución de temperaturas de la forma

$$T(x) = T_s + \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right)$$

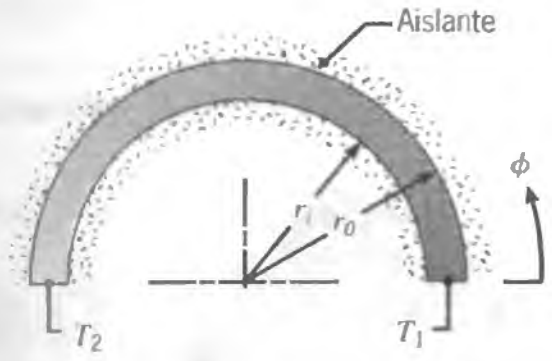
A partir de esta distribución, ¿qué puede decir sobre las condiciones en la superficie inferior ($x = 0$)? Dibuje la distribución de temperaturas y marque las características clave.

(b) Obtenga una expresión para la velocidad de transferencia de calor por conducción para un área unitaria en $x = L$. Aplique un balance de energía a una superficie de control sobre la superficie superior de la capa y obtenga una expresión para T_s. Evalúe T_s y $T(0)$ para las condiciones que se establecen.

(c) Los valores promedio diarios de G_s y h dependen de un número de factores como la época del año, la nubosidad y las condiciones de viento. Para $h = 5$ W/m² · K, calcule y elabore una gráfica de T_s y $T(0)$ como función de G_s para $50 \leq G_s \leq 500$ W/m². Para $G_s = 400$ W/m², calcule y elabore una

gráfica de T_s y $T(0)$ como función de h para $5 \leq h \leq 50$ W/m$^2 \cdot$ K.

2.29 El sistema cilíndrico que se ilustra tiene una variación de temperatura insignificante en las direcciones r y z. Suponga que $\Delta r = r_o - r_i$ es pequeña comparada con r_i y denote la longitud en la dirección z, normal a la página, como L.



(a) Comenzando con un volumen de control definido de forma apropiada y considerando los efectos de generación y almacenamiento de energía, derive la ecuación diferencial que describe la variación en la temperatura con la coordenada angular ϕ. Compare su resultado con la ecuación 2.20.

(b) Para condiciones de estado estable sin generación interna de calor y con propiedades constantes, determine la distribución de temperatura $T(\phi)$ en términos de las constantes T_1, T_2, r_i, y r_o. ¿Es lineal en ϕ esta distribución?

(c) Para las condiciones de la parte (b) escriba la expresión para la transferencia de calor q_ϕ.

2.30 Comenzando con un volumen de control diferencial en la forma de una coraza cilíndrica, derive la ecuación de difusión de calor para un sistema coordenado radial cilíndrico unidimensional con generación interna de calor. Compare sus resultados con la ecuación 2.20.

2.31 Comenzando con un volumen de control diferencial en la forma de una coraza esférica, derive la ecuación de difusión de calor para un sistema coordenado, radial, esférico y unidimensional con generación interna de calor. Compare su resultado con la ecuación 2.23.

2.32 Derive la ecuación de difusión de calor, ecuación 2.20, para coordenadas cilíndricas, comenzando con el volumen de control diferencial que se muestra en la figura 2.9.

2.33 Derive la ecuación de difusión de calor, ecuación 2.23, para coordenadas esféricas, comenzando con el volumen de control diferencial que se muestra en la figura 2.10.

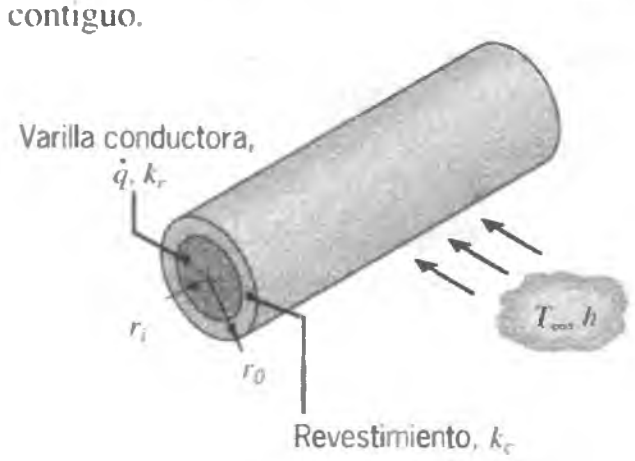
2.34 Se cubre un tubo de vapor con un aislante de radios interior y exterior, r_i y r_o, respectivamente. En un instante particular se sabe que la distribución radial de temperaturas en el aislante es de la forma

$$T(r) = C_1 \ln\left(\frac{r}{r_o}\right) + C_2$$

¿Son condiciones de estado estable o transitorias? ¿Cómo varían el flujo de calor y la rapidez de transferencia de calor con el radio?

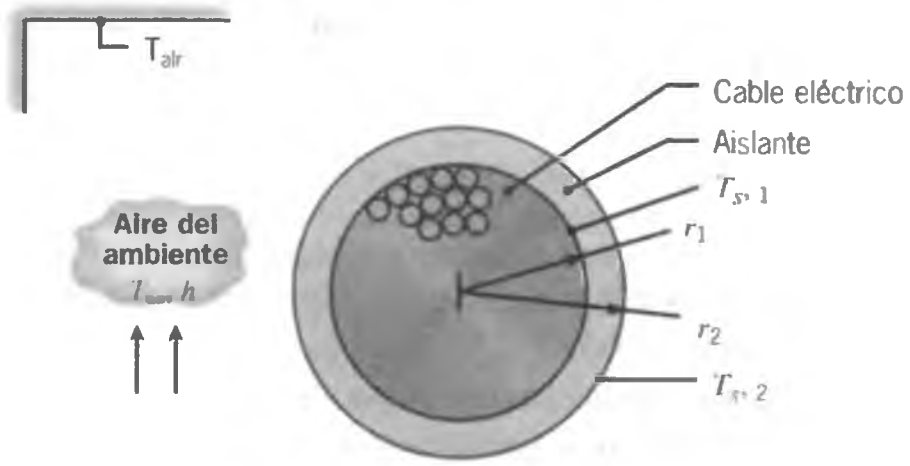
2.35 Para un tubo circular largo de radios interno y externo r_1 y r_2, respectivamente, se mantienen temperaturas uniformes T_1 y T_2 en las superficies interna y externa, mientras la generación de energía térmica ocurre dentro de la pared del tubo ($r_1 < r < r_2$). Considere condiciones de estado estable para las que $T_1 > T_2$. ¿Es posible mantener una distribución de temperaturas radial *lineal* en la pared? Si es así, ¿qué condiciones especiales deben existir?

2.36 El paso de una corriente eléctrica a través de una larga varilla conductora de radio r_i y conductividad térmica k_r tiene como resultado un calentamiento volumétrico uniforme a una velocidad de $\dot{q}$. La varilla conductora se envuelve en un material de revestimiento no conductor de radio externo r_o y conductividad térmica k_c, y se suministra enfriamiento por convección mediante un fluido contiguo.



Para condiciones de estado estable, escriba las formas apropiadas de las ecuaciones de calor para la varilla y el revestimiento. Exprese condiciones de frontera apropiadas para la solución de estas ecuaciones.

2.37 Un cable eléctrico de radio r_1 y conductividad térmica k_c, envuelto por una cubierta aislante cuya superficie exterior tiene radio r_2, experimenta transferencia de calor por convección e intercambio de radiación con el aire contiguo y alrededores, respectivamente. Cuando pasa corriente eléctrica a través del cable, se genera energía térmica dentro del cable a razón de $\dot{q}$.



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón ... - Sede ... Barinas

(a) Escriba las formas de estado estable de la ecuación de difusión de calor para el aislante y el cable. Verifique que estas ecuaciones sean satisfechas por las siguientes distribuciones de temperatura:

$$\textit{Aislante:} \qquad T(r) = T_{s,2} + (T_{s,1} - T_{s,2}) \frac{\ln (r/r_2)}{\ln (r_1/r_2)}$$

$$\textit{Cable:} \qquad T(r) = T_{s,1} + \frac{\dot{q} r^2_1}{4k_c} \left(1 - \frac{r^2}{r_1^2}\right)$$

Dibuje la distribución de temperaturas, $T(r)$, en el cable y en la cubierta, señalando las características clave.

(b) Aplicando la ley de Fourier, muestre que la rapidez de transferencia de calor por conducción por unidad de longitud a través de la cubierta puede expresarse como

$$q'_r = \frac{2\pi k_s (T_{s,1} - T_{s,2})}{\ln (r_2/r_1)}$$

Aplicando un balance de energía a una superficie de control colocada alrededor del cable, obtenga una expresión alternativa para q'_r que exprese sus resultados en términos de $\dot{q}$ y r_1.

(c) Aplicando un balance de energía a una superficie de control colocada alrededor de la superficie externa de la cubierta, obtenga una expresión de la que $T_{s,2}$ se determine como función de $\dot{q}$, r_1, h, T_∞, ε y T_{alr}.

(d) Considere condiciones para las que 250 A pasan a través de un cable que tiene una resistencia eléctrica por unidad de longitud de $R'_e = 0.005\ \Omega$/m, un radio de $r_1 = 15$ mm y una conductividad térmica de $k_c = 200$ W/m · K. Para $k_s = 0.15$ W/m · K, $r_2 = 15.5$ mm, $h = 25$ W/m^2 · K, $\varepsilon = 0.9$, $T_\infty = 25$°C, y $T_{alr} = 35$°C: evalúe las temperaturas de las superficies, $T_{s,1}$ y $T_{s,2}$, así como la temperatura T_o en la línea central del cable.

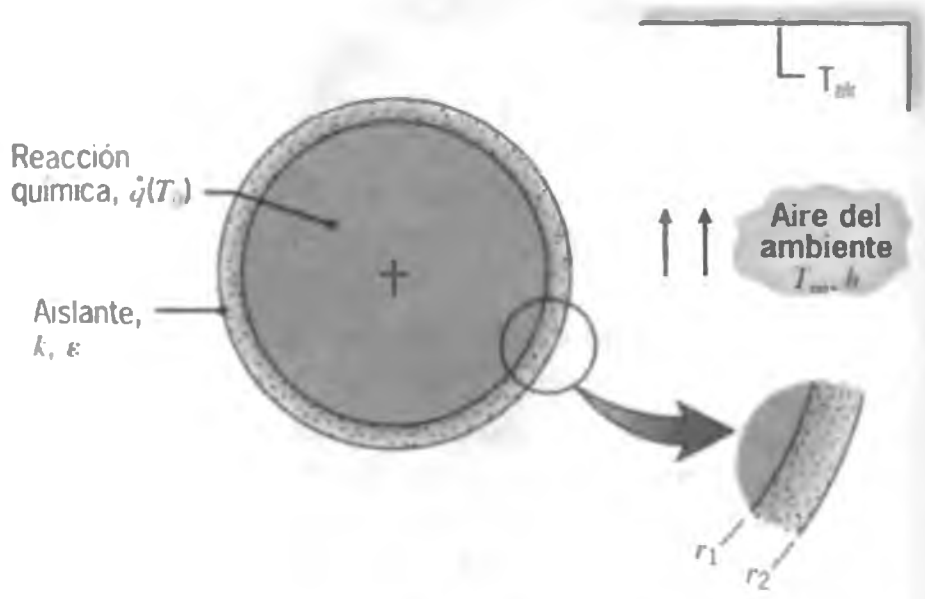
(e) Con todas las otras condiciones sin cambio, calcule y elabore una gráfica de T_o, $T_{s,1}$, y $T_{s,2}$ como función de r_2 para $15.5 \le r_2 \le 20$ mm.

2.38 Una cubierta esférica de radios interior y exterior r_i y r_o, respectivamente, contiene componentes disipadores de calor y se sabe que en un instante particular la distribución de temperaturas es

$$T(r) = \frac{C_1}{r} + C_2$$

¿Son condiciones de estado estable o transitorias? ¿Cómo varían el flujo de calor y la rapidez de transferencia de calor con el radio?

2.39 Una mezcla química reactiva se almacena en un contenedor esférico de pared delgada cuyo radio es $r_1 =$ 200 mm, y la reacción exotérmica genera calor a una razón volumétrica uniforme, pero dependiente de la temperatura de $\dot{q} = \dot{q}_o \exp(-A/T_o)$, donde $\dot{q}_o = 5000$ W/m^3, $A = 75$ K, y T_o es la temperatura de la mezcla en kelvin. El recipiente está encerrado por un material aislante de radio exterior r_2, conductividad térmica k y emisividad ε. La superficie externa del aislante experimenta una transferencia de calor por convección y un intercambio neto de radiación con el aire adyacente y los alrededores, respectivamente.



(a) Escriba la forma de estado estable de la ecuación de difusión de calor para el aislante. Verifique que esta ecuación se satisfaga con la distribución de temperaturas

$$T(r) = T_{s,1} - (T_{s,1} - T_{s,2}) \left[\frac{1 - (r_1/r)}{1 - (r_1/r_2)}\right]$$

Dibuje la distribución de temperaturas, $T(r)$, y señale las características clave.

(b) Aplicando la ley de Fourier, muestre que la rapidez de transferencia de calor por conducción a través del aislante se expresa como

$$q_r = \frac{4\pi k (T_{s,1} - T_{s,2})}{(1/r_1) - (1/r_2)}$$

Aplicando un balance de energía a una superficie de control alrededor del recipiente, obtenga una expresión alternativa para q_r y exprese sus resultados en términos de $\dot{q}$ y r_1.

(c) Aplicando un balance de energía a una superficie de control alrededor de la superficie externa del aislante, obtenga una expresión de la cual $T_{s,2}$ pueda determinarse como función de $\dot{q}$, r_1, h, T_∞, ε, y T_{alr}.

(d) El ingeniero de procesos desea mantener una temperatura de reactor de $T_o = T(r_1) = 95$°C en condiciones para las que $k = 0.05$ W/m · K, $r_2 =$

208 mm, $h = 5$ W/m$^2 \cdot$ K, $\varepsilon = 0.9$, $T_\infty = 25°C$ y $T_{alr} = 35°C$. ¿Cuál es la temperatura de la superficie externa del aislante, $T_{s,2}$?

(e) Calcule y elabore una gráfica de la variación de $T_{s,2}$ con r_2 para $201 \leq r_2 \leq 210$ mm. El ingeniero está preocupado por las lesiones y quemaduras que pueda sufrir el personal que esté en contacto con la superficie expuesta del aislante. ¿El aumento del espesor del aislante es una solución práctica para mantener $T_{s,2} \leq 45°C$? ¿Qué otros parámetros hay que variar para reducir $T_{s,2}$?

Representaciones gráficas

2.40 En el ejemplo 2.3, consideramos una barra de cobre que inicialmente estaba a una temperatura uniforme y se calentó de pronto mediante el paso de una corriente eléctrica. Suponga que $T_\infty > T_o$.

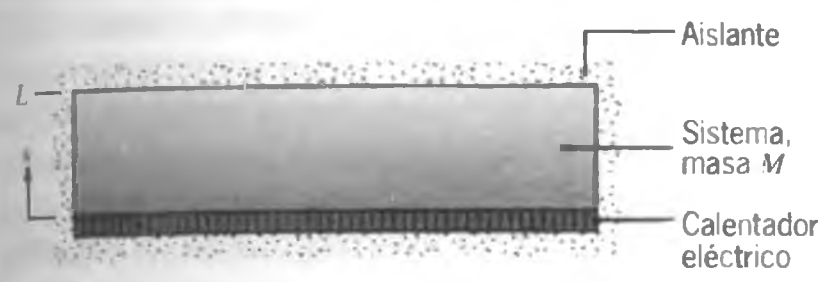
(a) En coordenadas $T\infty - x$, dibuje las distribuciones de temperaturas para las siguientes condiciones: condición inicial ($t \leq 0$), condición de estado estable ($t \to \infty$) y para dos tiempos intermedios. Suponga que la corriente eléctrica es lo bastante grande para que la superficie externa de la barra ($x = L$) esté más caliente que el aire.

(b) En coordenadas $q''_x - t$, dibuje el flujo de calor en las caras de la barra. Es decir, muestre de forma cualitativa cómo $q''_x(0, t)$ y $q''_x(L, t)$ varían con el tiempo.

(c) En coordenadas $q''_x - t$, dibuje el flujo de calor $q''_x(x, t)$ en los planos $x = 0$, $x = L/2$, y $x = L$ como función del tiempo.

(d) Después de transcurrido un tiempo t, se anula la potencia del calentador. Suponga que el aislante es perfecto, el sistema eventualmente alcanzará una temperatura uniforme T_f. Derive una expresión que sirva para determinar T_f como función de los parámetros q''_o, t_e, T_i, y las características del sistema M, c_p, y A_s (área de la superficie del calentador).

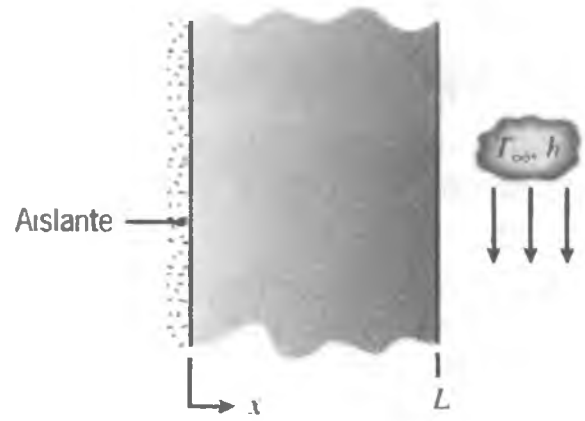
2.41 El sistema unidimensional de masa, M, con propiedades constantes y sin generación interna de calor que se muestra en la figura está inicialmente a una temperatura uniforme T_i. El calentador eléctrico se energiza súbitamente proporcionando un flujo de calor uniforme q''_o en la superficie $x = 0$. Las fronteras en $x = L$ y en cualquier parte están muy bien aisladas.



(a) Escriba la ecuación diferencial e identifique las condiciones inicial y de frontera que se podrían usar para determinar la temperatura como función de la posición y el tiempo en el sistema.

(b) En coordenadas $T - x$, dibuje las distribuciones de temperatura para la condición inicial ($t \leq 0$) y para varios periodos después de que se energiza el calentador. ¿Se alcanzará en algún momento una distribución de temperaturas de estado estable?

2.42 La pared plana con propiedades constantes y sin generación interna de calor que se muestra en la figura está inicialmente a una temperatura uniforme T_i. La superficie en $x = L$ se calienta de pronto con un fluido a T_∞ que tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección h. La frontera en $x = 0$ está perfectamente aislada.



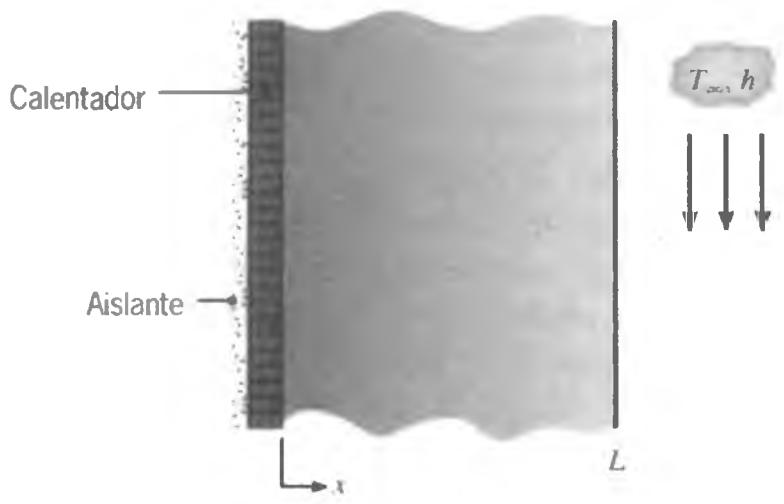
(a) Escriba la ecuación diferencial e identifique las condiciones inicial y de frontera que servirían para determinar la temperatura como función de la posición y del tiempo en la pared.

(b) En coordenadas $T - x$, dibuje las distribuciones de temperatura para las siguientes condiciones: condición inicial ($t \leq 0$), condición de estado estable ($t \to \infty$) y dos tiempos intermedios.

(c) En coordenadas $q''_x - t$, dibuje el flujo de calor en $x = 0$ y $x = L$. Es decir, muestre de forma cualitativa cómo $q''_x(0, t)$ y $q''_x(L, t)$ varían con el tiempo.

(d) Escriba una expresión para la energía total transferida a la pared por unidad de volumen de la pared (J/m^3).

2.43 Una pared plana tiene propiedades constantes, no presenta generación interna de energía y está inicialmente a una temperatura uniforme T_i. De pronto, la superficie en $x = L$ se calienta por un fluido a T_∞ que tiene un coeficiente de convección h. En el mismo instante, el calentador eléctrico se conecta y proporciona un flujo de calor constante q''_o en $x = 0$.



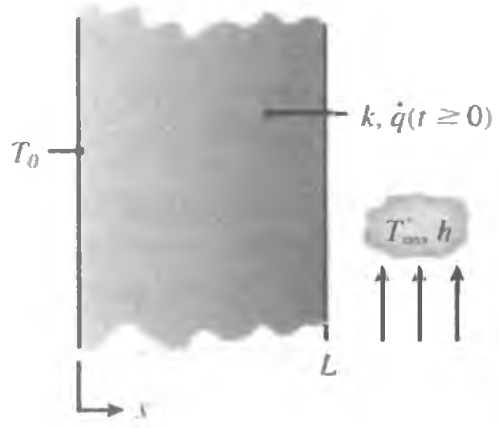
(a) En coordenadas $T-x$, dibuje las distribuciones de temperaturas para las siguientes condiciones: condición inicial ($t \leq 0$), condición de estado estable ($t \to \infty$) y para dos periodos intermedios.

(b) En coordenadas q''_x-x, dibuje el flujo de calor que corresponde a las cuatro distribuciones de temperatura de la parte (a).

(c) En coordenadas q''_x-t, dibuje el flujo de calor en las posiciones $x = 0$ y $x = L$. Es decir, muestre de forma cualitativa cómo varían con el tiempo $q''_x(0, t)$ y $q''_x(L, t)$.

(d) Derive una expresión para la temperatura de estado estable en la superficie del calentador, $T(0, \bullet)$, en términos de q''_o, T_∞, k, h y L.

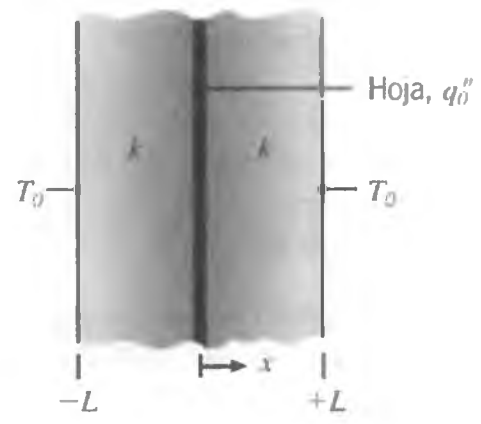
2.44 Una pared plana con propiedades constantes está inicialmente a una temperatura uniforme T_o. De pronto, la superficie en $x = L$ se expone a un proceso de convección con un fluido a T_∞ ($> T_o$) que tiene un coeficiente de convección h. También repentinamente la pared experimenta un calentamiento volumétrico interno uniforme $\dot{q}$ que es suficiente para inducir una temperatura de estado estable máxima dentro de la pared, temperatura que excede la del fluido. La frontera en $x = 0$ permanece a T_o.



(a) En coordenadas $T-x$, dibuje las distribuciones de temperatura para las siguientes condiciones: condición inicial ($t \leq 0$), condición de estado estable ($t \to \infty$), y para dos lapsos intermedios. Muestre también la distribución para la condición especial cuando no hay un flujo de calor en la frontera $x = L$.

(b) En coordenadas q''_x-t, dibuje el flujo de calor en las posiciones $x = 0$ y $x = L$, es decir, $q''_x(0, t)$ y $q''_x(L, t)$, respectivamente.

2.45 Una hoja muy delgada, conductora eléctrica, se intercala entre dos paredes planas no conductoras de electricidad de espesor equivalente L y conductividad térmica k. Si se hace pasar una corriente eléctrica a través de la hoja, se genera calor dentro de la hoja, lo que crea un flujo de calor uniforme en la interfaz entre las paredes. Considere condiciones para las que las paredes estén inicialmente a una temperatura T_i y el calentamiento óhmico mantenga un flujo de calor uniforme q''_o en la interfaz para $t \geq 0$. Al mismo tiempo, las superficies expuestas se mantienen a la temperatura fija T_o que excede T_i.



(a) En un sistema coordenado $T-x$, dibuje la distribución de temperaturas $T(x)$ en las paredes ($-L \leq x \leq +L$) para la condición inicial ($t = 0$), para la condición final de estado estable ($t \to \infty$) y para dos instantes de tiempo intermedios.

(b) En coordenadas q''_x-t, dibuje la variación del flujo de calor local para las posiciones $x = 0$ y $x = L$, es decir, $q''_x(0, t)$ y $q''_x(L, t)$, respectivamente.

2.46 Una pared plana que está aislada en uno de sus lados ($x = 0$) está inicialmente a una temperatura uniforme T_i, cuando la superficie expuesta en $x = L$ se eleva de pronto a una temperatura T_s.

(a) Verifique que la siguiente ecuación caracteriza de forma correcta la variación subsecuente de la temperatura de la pared, $T(x, t)$, con la posición y el tiempo:

$$\frac{T(x, t) - T_s}{T_i - T_s} = C_1 \exp\left(-\frac{\pi^2}{4}\frac{\alpha t}{L^2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{x}{L}\right)$$

donde C_1 es una constante y α es la difusividad térmica.

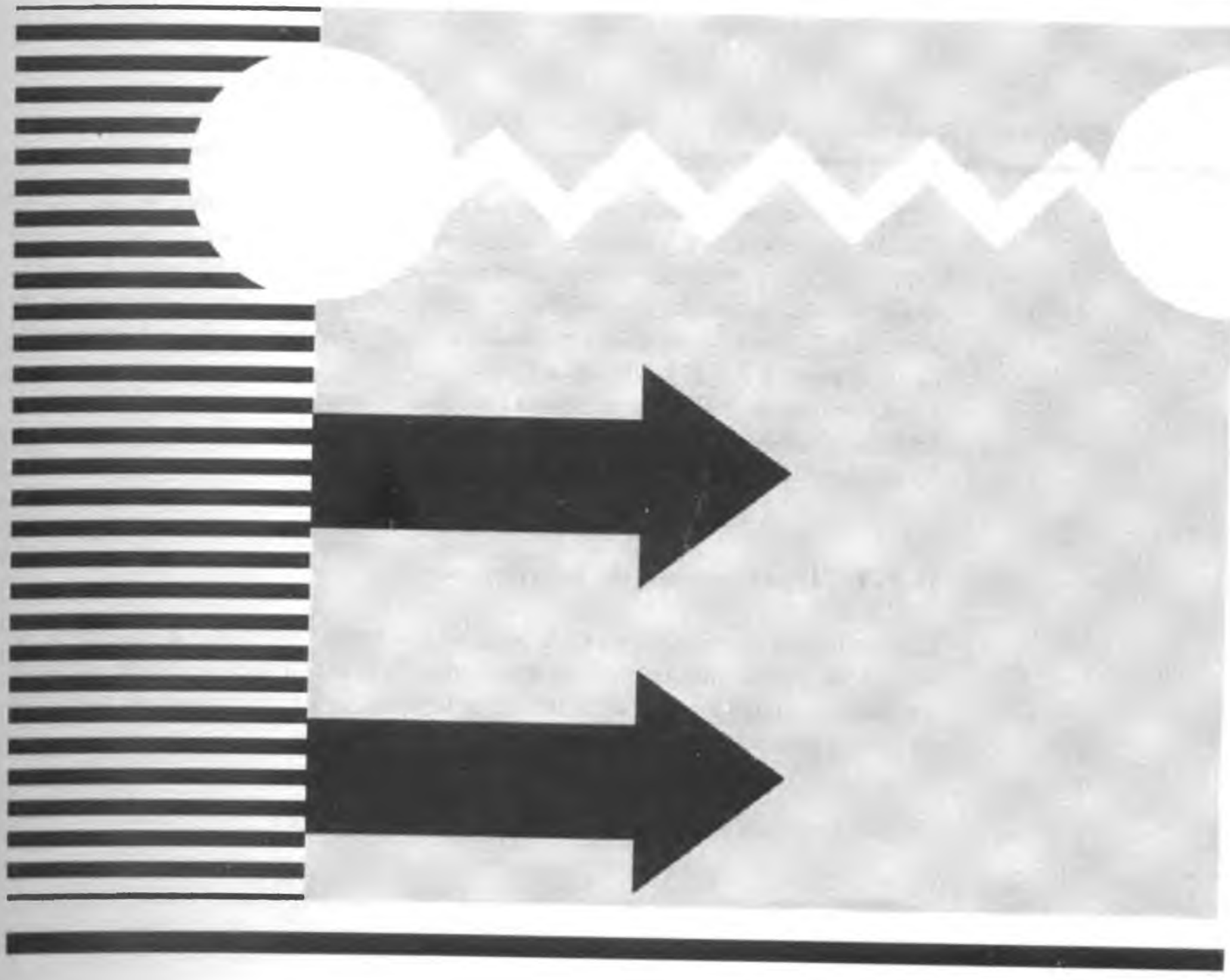
(b) Obtenga expresiones para el flujo de calor en $x = 0$ y $x = L$.

(c) Dibuje la distribución de temperaturas $T(x)$ en $t = 0$, $t \to \infty$ y en un periodo intermedio. Dibuje la variación con el tiempo del flujo de calor en $x = L$, $q''_L(t)$.

(d) ¿Qué efecto tiene α sobre la respuesta térmica del material a un cambio en la temperatura de la superficie?

CAPÍTULO 3

Conducción unidimensional de estado estable



En este capítulo tratamos situaciones en las que el calor se transfiere por difusión en condiciones *unidimensionales de estado estable*. Lo de "unidimensionales" se refiere al hecho de que sólo se necesita una coordenada para describir la variación espacial de las variables dependientes. Así, en un *sistema unidimensional* existen gradientes de temperatura a lo largo de una sola dirección coordenada y la transferencia de calor ocurre exclusivamente en esa dirección. El sistema se caracteriza por condiciones de estado estable si la temperatura en cada punto es independiente del tiempo. A pesar de su simplicidad inherente, los modelos unidimensionales de estado estable sirven para representar de forma precisa numerosos sistemas de ingeniería.

Iniciamos el análisis de la conducción unidimensional de estado estable con el análisis de la transferencia de calor sin generación interna (sección 3.1 a 3.3). El objetivo es determinar expresiones para la distribución de temperatura y para la transferencia de calor en geometrías comunes. Se introduce el concepto de resistencia térmica (análoga a la resistencia eléctrica) como una ayuda para resolver problemas de transferencia de calor por conducción. Después se trata el efecto de la generación interna de calor sobre la distribución de temperatura y la conducción de calor (sección 3.4). Finalmente, el análisis de la conducción describe el funcionamiento de superficies extendidas o aletas, en donde debe considerarse el papel de la convección en la frontera (sección 3.5).

3.1 *La pared plana*

Para la conducción unidimensional en una pared plana, la temperatura es una función sólo de la coordenada x, y el calor se transfiere exclusivamente en esta dirección. En la figura 3.1*a*, una pared plana separa dos fluidos con temperaturas diferentes. La transferencia de calor ocurre por convección del fluido caliente a $T_{\infty,1}$ hacia una superficie de la pared a $T_{s,1}$, por conducción a través de la pared y por convección de la otra superficie de la pared a $T_{s,2}$ al fluido frío a $T_{\infty,2}$.

Comenzamos por tomar en cuenta las condiciones *dentro* de la pared. Primero determinamos la distribución de temperatura, de la que se obtiene la transferencia de calor por conducción.

3.1.1 Distribución de temperatura

La distribución de temperatura en la pared se determina resolviendo la ecuación de calor con las condiciones de frontera apropiadas. Para condiciones de estado estable sin una fuente o sumidero de energía dentro de la pared, la forma apropiada de la ecuación de calor, ecuación 2.17, es

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) = 0 \tag{3.1}$$

En consecuencia, de la ecuación 2.2 se sigue que, para la *conducción unidimensional de estado estable en una pared plana sin generación interna de calor, el flujo de calor es*

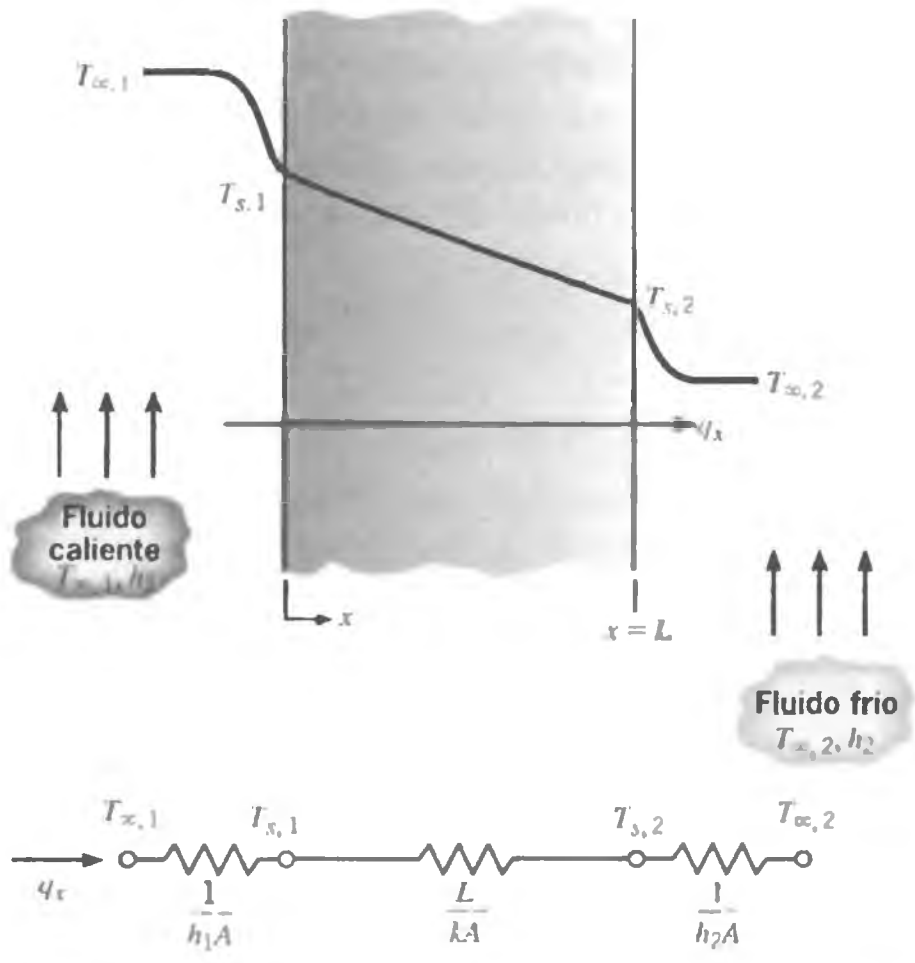


FIGURA 3.1 Transferencia de calor a través de una pared plana. (*a*) Distribución de temperatura. (*b*) Circuito térmico equivalente.

una constante, independiente de x. Si la conductividad térmica del material de la pared se supone constante, la ecuación se integra dos veces para obtener la *solución general*

$$T(x) = C_1x + C_2 \tag{3.2}$$

Para obtener las constantes de integración, C_1 y C_2, deben introducirse las condiciones de frontera. Elegimos aplicar condiciones de la primera clase en $x = 0$ y $x = L$, en cuyo caso

$$T(0) = T_{s,1} \qquad \text{y} \qquad T(L) = T_{s,2}$$

Al aplicar la condición en $x = 0$ a la solución general, se sigue que

$$T_{s,1} = C_2$$

De manera similar, en $x = L$,

$$T_{s,2} = C_1L + C_2 = C_1L + T_{s,1}$$

en cuyo caso

$$C_1 = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{L}$$

Al sustituir en la solución general, la distribución de temperatura es

$$T(x) = (T_{s,2} - T_{s,1})\,\frac{x}{L} + T_{s,1} \tag{3.3}$$

De este resultado es evidente que, *para la conducción unidimensional en estado estable de una pared plana sin generación interna de calor ni conductividad térmica constante, la temperatura varía de forma lineal con x.*

Ahora que tenemos la distribución de temperaturas, utilizaremos la ley de Fourier, ecuación 2.1, para determinar la transferencia de calor por conducción. Es decir,

$$q_x = -kA\frac{dT}{dx} = \frac{kA}{L}(T_{s,1} - T_{s,2}) \tag{3.4}$$

Advierta que A es el área de la pared *normal* hacia la dirección de la transferencia de calor y, para la pared plana, es una constante independiente de x. El flujo de calor es entonces

$$q''_x = \frac{q_x}{A} = \frac{k}{L}(T_{s,1} - T_{s,2}) \tag{3.5}$$

Las ecuaciones 3.4 y 3.5 indican que tanto la transferencia de calor q_x como el flujo de calor q''_x son constantes independientes de x.

En los párrafos precedentes usamos el *enfoque estándar* para resolver problemas de conducción. Es decir, la solución general para la distribución de temperaturas se obtiene resolviendo primero la forma apropiada de la ecuación de calor. Las condiciones de frontera se aplican después para obtener la solución particular, que se usa con la ley de Fourier para determinar la transferencia de calor. Note que optamos por establecer temperaturas superficiales en $x = 0$ y $x = L$ como condiciones de frontera, aunque son las temperaturas del fluido y no las temperaturas de las superficies las que se conocen normalmente. Sin embargo, como las temperaturas contiguas del fluido y de la superficie se relacionan con facilidad mediante un balance de energía en la superficie (véase la sección 1.3.2), es sencillo expresar las ecuaciones 3.3 y 3.5 en términos de las temperaturas del fluido, en lugar de las de la superficie. De manera alternativa, es posible obtener resultados equivalentes utilizando los balances de energía en la superficie como condiciones de frontera de la tercera clase al evaluar las constantes de la ecuación 3.2 (véase el problema 3.1).

3.1.2 Resistencia térmica

En este punto notamos que la ecuación 3.4 propone un concepto muy importante. En particular, existe una analogía entre la difusión de calor y la carga eléctrica. De la misma manera que se asocia una resistencia eléctrica con la conducción de electricidad, se asocia una resistencia térmica con la conducción de calor. Al definir la resistencia como la razón de un potencial de transmisión a la transferencia de calor correspondiente, se sigue de la ecuación 3.4 que la *resistencia térmica para la conducción* es

$$R_{t,\text{cond}} \equiv \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{q_x} = \frac{L}{kA} \tag{3.6}$$

De manera similar, para la conducción eléctrica en el mismo sistema, la ley de Ohm proporciona una resistencia de la forma

$$R_e = \frac{E_{s,1} - E_{s,2}}{I} = \frac{L}{\sigma A} \tag{3.7}$$

La analogía entre las ecuaciones 3.6 y 3.7 es obvia. Una resistencia térmica también se asocia con la transferencia de calor mediante convección a una superficie. De la ley de enfriamiento de Newton,

$$q = hA(T_s - T_\infty) \tag{3.8}$$

la *resistencia térmica para convección* es entonces

$$R_{t,\text{conv}} \equiv \frac{T_s - T_\infty}{q} = \frac{1}{hA} \tag{3.9}$$

Las representaciones de circuitos proporcionan una herramienta útil para conceptualizar y cuantificar problemas de transferencia de calor. El *circuito térmico equivalente* para la pared plana con condiciones de convección superficiales se muestra en la figura 3.1*b*. La transferencia de calor se determina mediante la consideración por separado de cada elemento en el enmallado. Como q_x es constante a través del enmallado, se sigue que

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{1/h_1A} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{L/kA} = \frac{T_{s,2} - T_{\infty,2}}{1/h_2A} \tag{3.10}$$

En términos de la *diferencia total de temperatura*, $T_{\infty,1} - T_{\infty,2}$, y de la *resistencia térmica total*, R_{tot}, la transferencia de calor también se expresa como

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{\text{tot}}} \tag{3.11}$$

Como las resistencias de conducción y convección están en serie y pueden sumarse, se sigue que

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{h_1A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2A} \tag{3.12}$$

Con todo, sería pertinente otra resistencia si una superficie está separada de los *alrededores* por un gas (sección 1.2.3). En particular, el intercambio de radiación entre la superficie y sus alrededores puede ser importante, y la transferencia se establece con la ecuación 1.8. Se sigue que una *resistencia térmica para radiación* se define como

$$R_{t,\text{rad}} \equiv \frac{T_s - T_{\text{alr}}}{q_{\text{rad}}} = \frac{1}{h_rA} \tag{3.13}$$

donde h_r se determina a partir de la ecuación 1.9. Las resistencias de radiación y convección superficiales actúan en paralelo, y si $T_\infty = T_{\text{alr}}$, se combinan para obtener una sola resistencia efectiva de la superficie.

3.1.3 Pared compuesta

Los circuitos térmicos también sirven para sistemas más complejos, como las *paredes compuestas*. Estas paredes incluyen cualquier número de resistencias térmicas en serie y en paralelo debido a capas de diferentes materiales. Considere la pared compuesta en serie de la figura 3.2. La transferencia unidimensional de calor para este sistema se expresa como

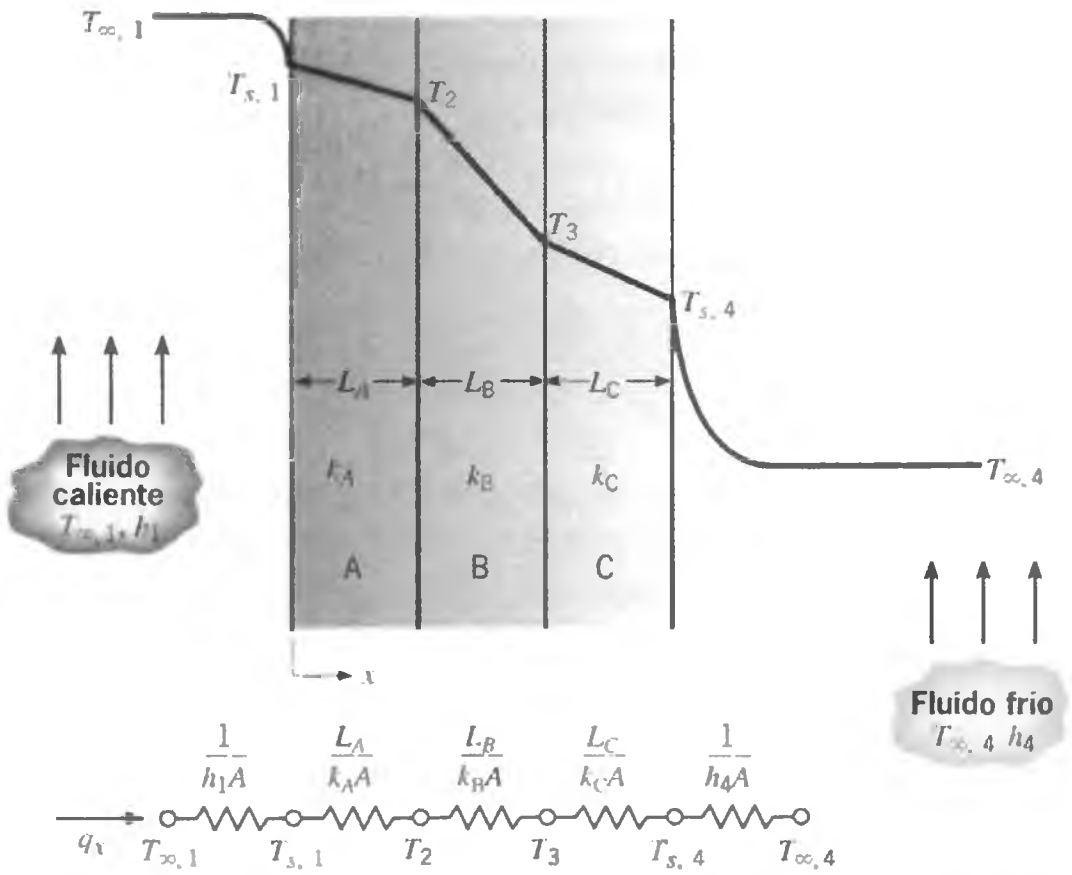


FIGURA 3.2 Circuito térmico equivalente para una pared compuesta en serie.

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\sum R_t} \tag{3.14}$$

donde $T_{\infty,1} - T_{\infty,4}$ es la diferencia *total* de temperatura, y la suma incluye todas las resistencias térmicas. Por tanto,

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{[(1/h_1A) + (L_A/k_AA) + (L_B/k_BA) + (L_C/k_CA) + (1/h_4A)]} \tag{3.15}$$

De manera alternativa, la transferencia de calor se relaciona con la diferencia de temperatura y la resistencia asociadas con cada elemento. Por ejemplo,

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{(1/h_1A)} = \frac{T_{s,1} - T_2}{(L_A/k_AA)} = \frac{T_2 - T_3}{(L_B/k_BA)} = \cdots \tag{3.16}$$

Con sistemas compuestos suele ser conveniente trabajar con un *coeficiente global de transferencia de calor*, U, que se define con una expresión análoga a la ley de enfriamiento de Newton. En consecuencia,

$$q_x \equiv UA\,\Delta T \tag{3.17}$$

donde ΔT es la diferencia total de temperatura. El coeficiente global de transferencia de calor se relaciona con la resistencia térmica total, y de las ecuaciones 3.14 y 3.17 vemos que $UA = 1/R_{tot}$. De aquí, para la pared compuesta de la figura 3.2

$$U = \frac{1}{R_{tot}A} = \frac{1}{[(1/h_1) + (L_A/k_A) + (L_B/k_B) + (L_C/k_C) + (1/h_4)]} \tag{3.18}$$

En general, se puede escribir

$$R_{tot} = \sum R_t = \frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{UA} \tag{3.19}$$

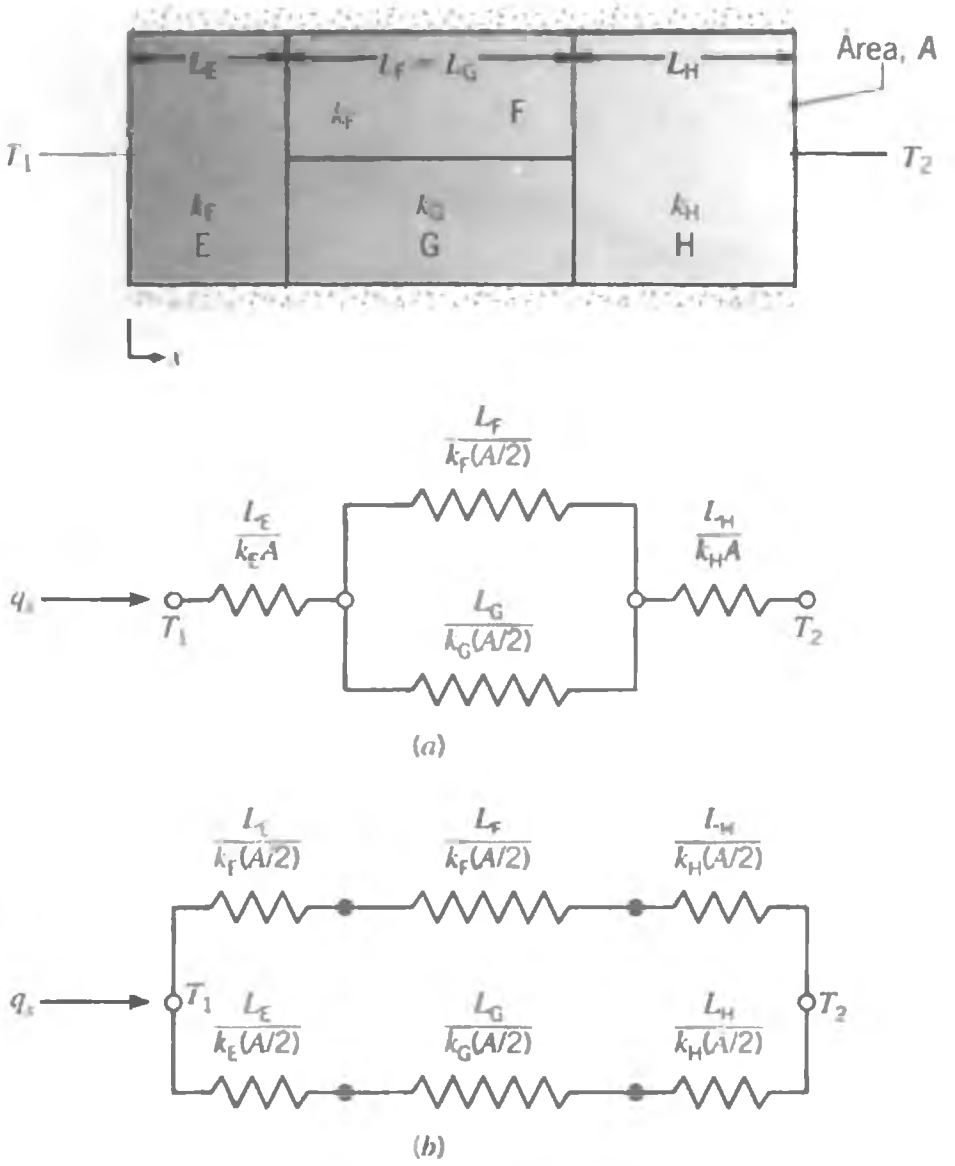


FIGURA 3.3 Circuitos térmicos equivalentes para una pared compuesta en serie-paralelo.

Las paredes compuestas también se caracterizan por configuraciones en serie-paralelo, como la que se muestra en la figura 3.3. Aunque el flujo de calor es ahora bidimensional, a menudo es razonable suponer condiciones unidimensionales. Sujetos a esta suposición, nos es posible usar dos circuitos térmicos diferentes. Para el caso (*a*) se supone que las superficies normales a la dirección x son isotérmicas, mientras que para el caso (*b*) se supone que las superficies paralelas a la dirección x son adiabáticas. Se obtienen diferentes resultados para R_{tot}, y los valores correspondientes de q relacionan la transferencia real de calor. Estas diferencias aumentan con el incremento de $|k_F - k_G|$, conforme los efectos bidimensionales se vuelven más significativos.

3.1.4 Resistencia de contacto

Aunque se desestimó hasta ahora, es importante reconocer que, en sistemas compuestos, la caída de temperatura a lo largo de la interfaz entre los materiales puede ser grande. Este cambio de temperatura se atribuye a lo que se conoce como *resistencia térmica de contacto*, $R_{t,c}$. El efecto se muestra en la figura 3.4, y para una unidad de área de la interfaz, la resistencia se define como

$$R''_{t,c} = \frac{T_A - T_B}{q''_x} \tag{3.20}$$

La existencia de una resistencia de contacto finita se debe principalmente a los efectos de la rugosidad en la superficie. Se entremezclan puntos de contacto con hue-

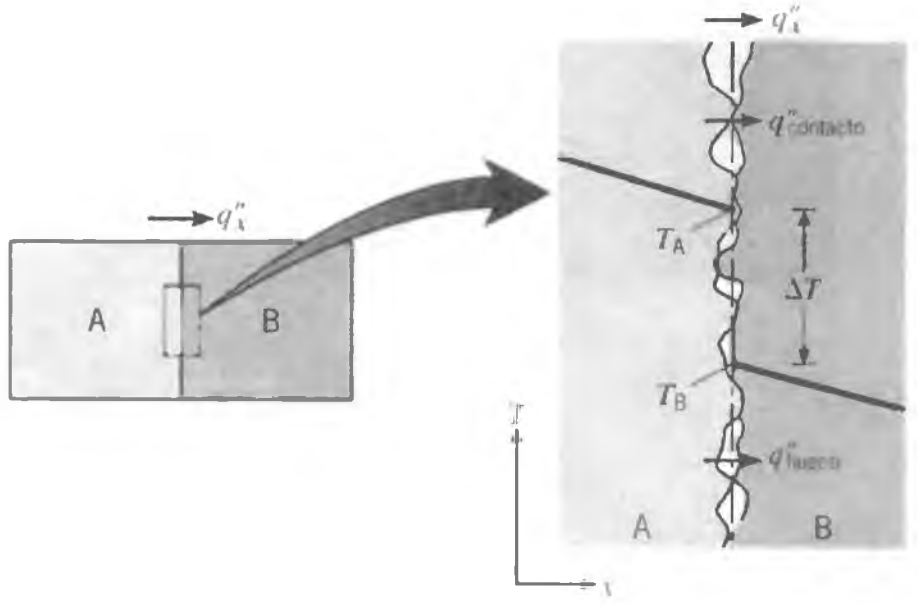


Figura 3.4 Caída de temperatura debido la resistencia térmica de contacto.

cos que en muchos casos se llenan con aire. La transferencia de calor se debe, por tanto, a la conducción a través del área de contacto real y a la conducción y/o radiación por los huecos. La resistencia de contacto se considera como dos resistencias paralelas: la que se debe a los puntos de contacto y la de los huecos. El área de contacto es normalmente pequeña y, en especial para superficies rugosas, la contribución principal a la resistencia la realizan los huecos.

Para sólidos cuyas conductividades térmicas exceden la del fluido de la interfaz, la resistencia de contacto se reduce aumentando el área de los puntos de contacto. Este aumento se genera mediante el incremento de la presión en la unión y/o reduciendo la rugosidad de las superficies acopladas. La resistencia de contacto también se reduce con la selección de un fluido en la interfaz de conductividad térmica grande. A este respecto, quitar el fluido (interfaz al vacío) elimina la conducción a través del hueco, con lo que aumenta la resistencia de contacto.

Aunque existen teorías para predecir $R''_{t,c}$, los resultados más confiables son los que se han obtenido de manera experimental. El efecto de presionar interfaces metálicas se ve en la tabla 3.1*a*, que presenta un rango aproximado de resistencias térmicas en condiciones de vacío. El efecto del fluido de interfaz sobre la resistencia térmica de una interfaz de aluminio se muestra en la tabla 3.1*b*.

Contrariamente a los resultados de la tabla 3.1, muchas aplicaciones implican contacto entre sólidos diferentes y/o una amplia gama de posibles materiales intersticiales

Tabla 3.1 Resistencia térmica de contacto para (*a*) interfaces metálicas en condiciones de vacío, y (*b*) interfaz de aluminio (rugosidad de la superficie de 10 μm, 10^5 N/m^2) con diferentes fluidos de interfaz [1]

Resistencia térmica, $R''_{t,c} \times 10^4$ (m^2 · K/W)				
(a) Interfaz al vacío			**(b) Fluido en la interfaz**	
Presión de contacto	100 kN/m^2	10,000 kN/m^2	Aire	2.75
Acero inoxidable	6–25	0.7–4.0	Helio	1.05
Cobre	1–10	0.1–0.5	Hidrógeno	0.720
Magnesio	1.5–3.5	0.2–0.4	Aceite de silicio	0.525
Aluminio	1.5–5.0	0.2–0.4	Glicerina	0.265

TABLA 3.2 Resistencia térmica de interfaces sólido/sólido representativas

Interfaz	$R''_{t,c} \times 10^4$ (m² · K/W)	Fuente
Chip de silicio/aluminio recubierto en aire (27–500 kN/m²)	0.3–0.6	[2]
Aluminio/aluminio con relleno de hoja de indio (~100 kN/m²)	~0.07	[1, 3]
Acero inoxidable/acero inoxidable con relleno de hoja de indio (~3500 kN/m²)	~0.04	[1, 3]
Aluminio/aluminio con recubrimiento metálico (Pb)	0.01–0.1	[4]
Aluminio/aluminio con grasa Dow Corning 340 (~100 kN/m²)	~0.07	[1, 3]
Acero inoxidable/acero inoxidable con grasa Dow Corning 340 (~3500 kN/m2)	~0.04	[1, 3]
Chip de silicio/aluminio con resina epóxica de 0.02 mm	0.2–0.9	[5]
Bronce/bronce con soldadura de estaño de 15μm	0.025–0.14	[6]

(de relleno) (tabla 3.2). Cualquier sustancia intersticial que llene el hueco entre superficies en contacto, y cuya conductividad térmica exceda la del aire, hará disminuir la resistencia de contacto. Dos clases de materiales adecuados para este propósito son los metales suaves y las grasas térmicas. Los metales, que incluyen indio, plomo, estaño y plata, se insertan como una hoja delgada o aplican a modo de recubrimiento delgado a uno de los materiales base. Las grasas térmicas basadas en silicio son atractivas porque tienen la capacidad de llenar por completo los intersticios con un material cuya conductividad térmica es 50 veces la del aire.

A diferencia de las interfaces precedentes, que no son permanentes, muchas interfaces implican uniones permanentes. La unión podría formarse con una resina epóxica, una soldadura suave rica en plomo o una soldadura amarilla como una de aleación oro/estaño. Debido a las resistencias de la interfaz entre los materiales base y de unión, la resistencia térmica real de la unión excede el valor teórico (L/k) calculado a partir del espesor L y la conductividad térmica k del material de unión. La resistencia térmica de las uniones epóxicas y soldadas también resulta afectada de forma adversa por vacíos y grietas, que se forman durante la fabricación o como resultado de ciclos térmicos durante la operación normal.

En Snaith *y colaboradores* [3], Madhusudana y Fletcher [7] y Yovanovich [8], se proporcionan análisis extensos de resultados y modelos de la resistencia térmica de contacto.

EJEMPLO 3.1

Uno de los principales fabricantes de electrodomésticos propone un diseño de horno con autolimpieza que implica el uso de una ventana compuesta que separa la cavidad del horno del aire ambiental. El compuesto consistirá en dos plásticos de alta temperatura (A y B) de espesores $L_A = 2L_B$ y conductividades térmicas $k_A = 0.15$ W/m · K y $k_B = 0.08$ W/m · K. Durante el proceso de autohmpieza, las temperaturas de la pared y del aire del horno, T_p y T_a, son 400°C, mientras que la temperatura del aire del cuarto

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón ... Sede del Litoral

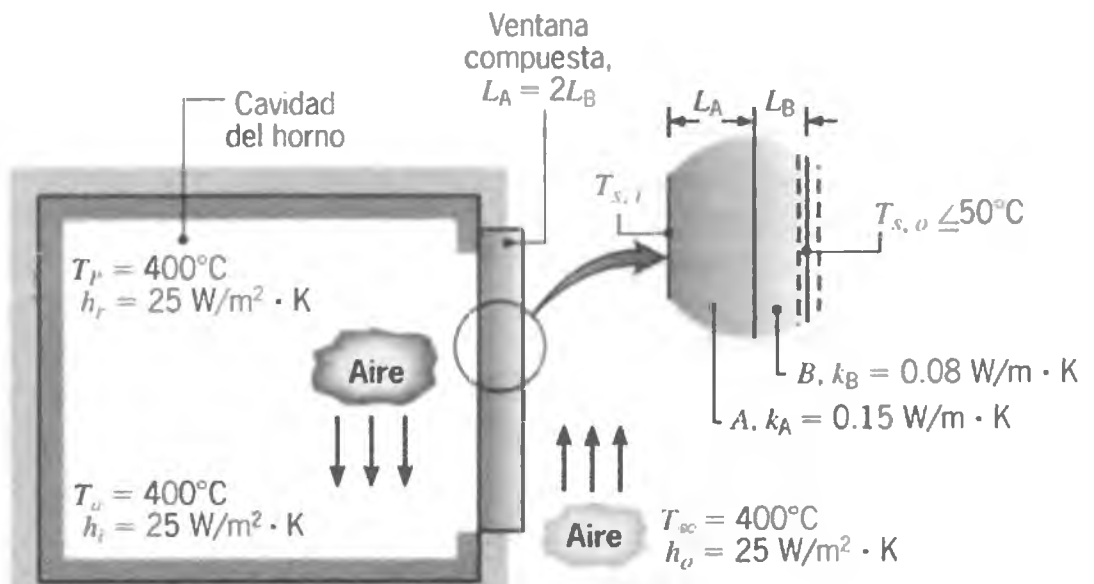
T_∞ es 25°C. Los coeficientes de transferencia de calor internos por radiación y convección h_i y h_r así como el coeficiente de convección externa h_o, son, cada uno, aproximadamente 25 W/m² · K. ¿Cuál es el espesor mínimo de la ventana, $L = L_A + L_B$, necesario para asegurar una temperatura que sea 50°C o menor en la superficie externa de la ventana? Por razones de seguridad, esta temperatura no debe ser mayor.

Solución

Se conoce: Propiedades y dimensiones relativas de los materiales plásticos que se utilizan para una ventana compuesta del horno, y las condiciones asociadas con la operación de autolimpieza.

Encontrar: Espesor compuesto $L_A + L_B$ necesario para lograr una operación segura.

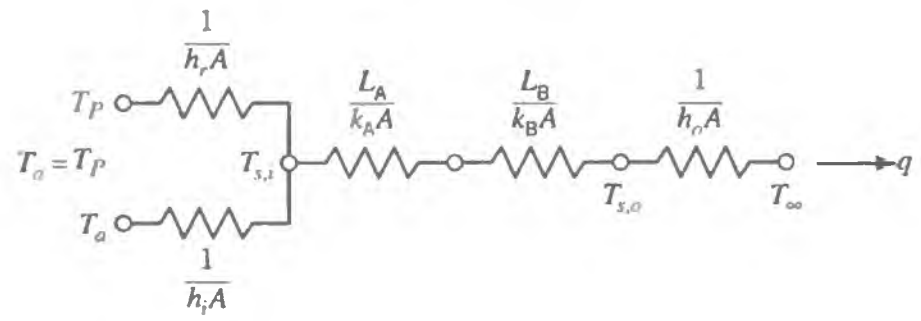
Esquema:



Suposiciones:

1. Existen condiciones de estado estable.
2. La conducción a través de la ventana es unidimensional.
3. La resistencia térmica de contacto es insignificante.
4. La absorción de la radiación *dentro* de la ventana es insignificante; por ello no hay generación interna de calor (el intercambio de radiación entre la ventana y las paredes del horno ocurre en la superficie interna de la ventana).
5. El intercambio de radiación entre la superficie externa de la ventana y los alrededores es insignificante.
6. Cada plástico es homogéneo con propiedades constantes.

Análisis: El circuito térmico puede construirse reconociendo que la resistencia al flujo de calor se asocia con la convección en la superficie externa, la conducción en los plásticos, y la convección y la radiación en la superficie interna. En consecuencia, el circuito y las resistencias son de la siguiente forma.



Como la temperatura de la superficie externa de la ventana, $T_{s,o}$, está establecida, el espesor que se requiere en la ventana se obtiene aplicando un balance de energía en esta superficie. Es decir, de la ecuación 1.12

$$\dot{E}_{\text{ent}} = \dot{E}_{\text{sale}}$$

donde, de la ecuación 3.19, con $T_P = T_a$,

$$\dot{E}_{\text{ent}} = q = \frac{T_a - T_{s,o}}{\Sigma R_t}$$

y de la ecuación 3.8

$$\dot{E}_{\text{sale}} = q = h_o A(T_{s,o} - T_\infty)$$

La resistencia térmica total entre la cavidad del horno y la superficie externa de la ventana incluye una resistencia efectiva asociada con la convección y la radiación, que actúan en paralelo en la superficie interna de la ventana, y las resistencias de conducción de los materiales de la ventana. De aquí

$$\Sigma R_t = \left(\frac{1}{1/h_i A} + \frac{1}{1/h_r A}\right)^{-1} + \frac{L_A}{k_A A} + \frac{L_B}{k_B A}$$

o

$$\Sigma R_t = \frac{1}{A}\left(\frac{1}{h_i + h_r} + \frac{L_A}{k_A} + \frac{L_A}{2k_B}\right)$$

Al sustituir en el balance de energía, se sigue que

$$\frac{T_a - T_{s,o}}{(h_i + h_r)^{-1} + (L_A/k_A) + (L_A/2k_B)} = h_o(T_{s,o} - T_\infty)$$

En consecuencia, al resolver para L_A,

$$L_A = \frac{(1/h_o)(T_a - T_{s,o})/(T_{s,o} - T_\infty) - (h_i + h_r)^{-1}}{(1/k_A + 1/2k_B)}$$

$$L_A = \frac{0.04\ \text{m}^2 \cdot \text{K/W}\left(\dfrac{400 - 50}{50 - 25}\right) - 0.02\ \text{m}^2 \cdot \text{K/W}}{(1/0.15 + 1/0.16)\ \text{m} \cdot \text{K/W}} = 0.0418\ \text{m}$$

Como $L_B = L_A/2 = 0.0209$ m,

$$L = L_A + L_B = 0.0627\ \text{m} = 62.7\ \text{mm} \qquad \triangleleft$$

Comentarios:

1. La operación de autolimpieza es un proceso transitorio, en lo que se refiere a la respuesta térmica de la ventana, y las condiciones de estado estable tal vez no se alcancen en el tiempo que se requiere para la limpieza. Sin embargo, la condición de estado estable proporciona el valor máximo posible de $T_{s,o}$ y por ello es adecuada para el cálculo del diseño.
2. El intercambio de radiación entre las paredes del horno y la ventana compuesta realmente depende de la temperatura $T_{s,i}$, y, aunque no se toma en cuenta, hay intercambio de radiación entre la ventana y los alrededores, que dependen de $T_{s,o}$. Un

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

análisis más completo se lleva a cabo para determinar al mismo tiempo $T_{s,i}$ y $T_{s,o}$. Al aproximar la cavidad del horno como un recinto grande con relación a la ventana y aplicar un balance de energía, ecuación 1.12, en la superficie interna, se sigue que

$$q''_{\text{rad},i} + q''_{\text{conv},i} = q''_{\text{cond}}$$

o

$$\varepsilon\sigma(T_{p,i}^4 - T_{s,i}^4) + h_i(T_a - T_{s,i}) = \frac{T_{s,i} - T_{s,o}}{(L_A/k_A) + (L_B/k_B)} \tag{1}$$

Aproximando las paredes de la cocina como un recinto isotérmico grande en relación con la ventana, con $T_{p,o} = T_\infty$, y esta vez con la aplicación de un balance de energía en la superficie externa, se sigue que

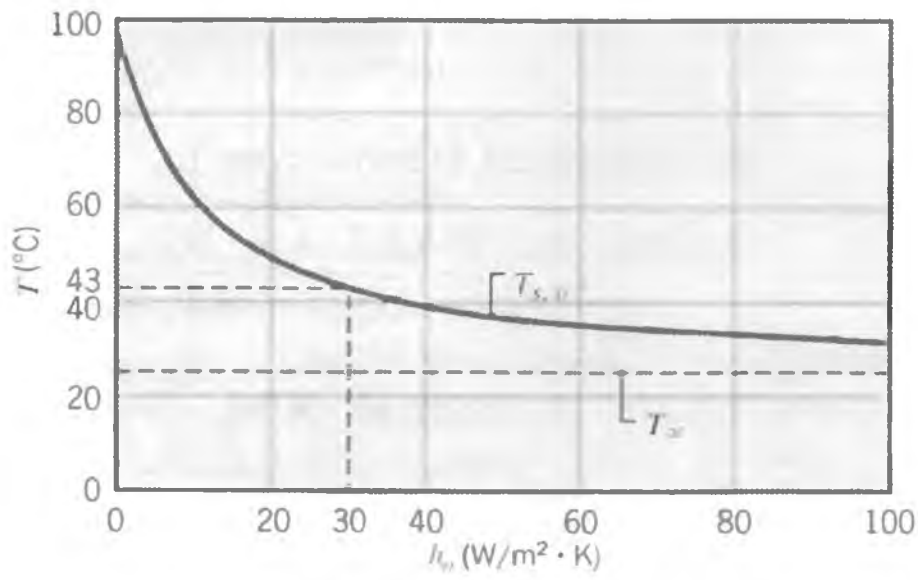
$$q''_{\text{cond}} = q''_{\text{rad},o} + q''_{\text{conv},o}$$

o

$$\frac{T_{s,i} - T_{s,o}}{(L_A/k_A) + (L_B/k_B)} = \varepsilon\sigma(T_{s,o}^4 - T_{p,o}^4) + h_o(T_{s,o} - T_\infty) \tag{2}$$

Si todas las demás cantidades se conocen, las ecuaciones 1 y 2 se resuelven para $T_{s,i}$ y $T_{s,o}$.

Deseamos explorar el efecto que tenga sobre $T_{s,o}$ una variación de velocidad, y de ahí el coeficiente de convección, asociado con el flujo de aire sobre la superficie externa. Con $\varepsilon = 0.9$ y todas las otras condiciones iguales, las ecuaciones 1 y 2 han sido resueltas para valores de h_o en el rango $0 \leq h_o \leq 100$ W/m$^2 \cdot$ K, y los resultados se presentan de forma gráfica.



Al aumentar h_o se reduce la resistencia de convección correspondiente, y un valor de $h_o = 30$ W/m$^2 \cdot$ K dará una temperatura segura al tacto de $T_{s,o} = 43°C$. Como la resistencia de conducción es tan grande, el cambio en h_o tiene un efecto insignificante sobre $T_{s,i}$. Sin embargo, influye en la temperatura de la superficie externa, y conforme $h_o \to \infty$, $T_{s,o} \to T_\infty$.

Ejemplo 3.2

Un chip delgado de silicio y un sustrato de aluminio de 8 mm de espesor están separados por una unión epóxica de 0.02 mm de espesor. El chip y el sustrato tienen cada uno

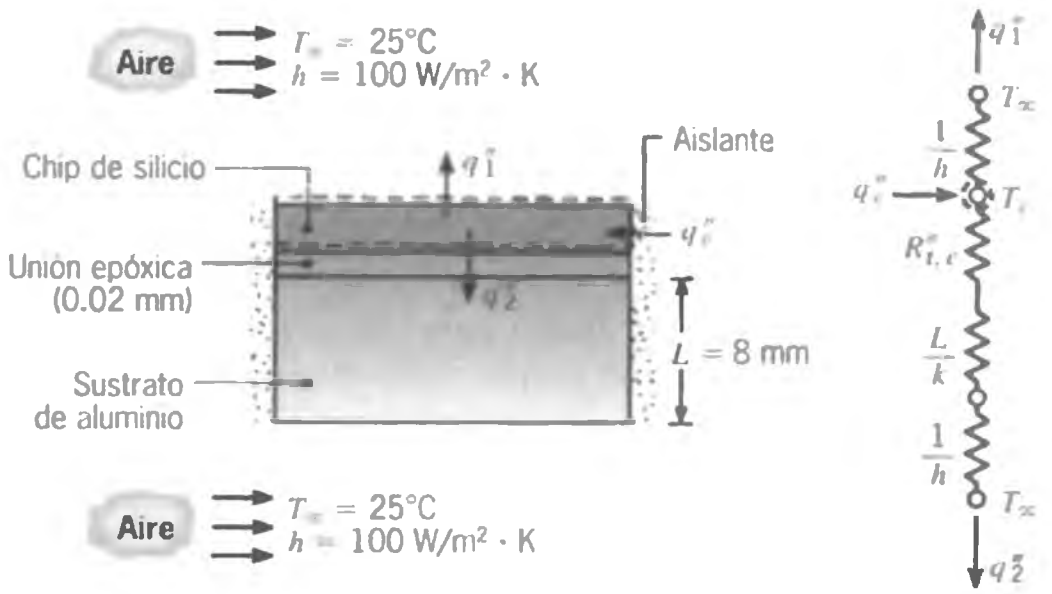
10 mm de lado, y las superficies expuestas se enfrían con aire, que está a una temperatura de 25°C y proporciona un coeficiente de convección de 100 W/m² · K. Si el chip disipa 10^4 W/m² bajo condiciones normales, ¿operará por debajo de una temperatura máxima permisible de 85°C?

SOLUCIÓN

Se conoce: Dimensiones, disipación de calor y temperatura máxima permisible de un chip de silicio. El espesor del sustrato de aluminio y la unión epóxica. Condiciones de convección en las superficies expuestas del chip y el sustrato.

Encontrar: Si se excede la temperatura máxima permisible.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Conducción unidimensional (transferencia de calor insignificante de los lados del compuesto).
3. Resistencia térmica insignificante del chip (chip isotérmico).
4. Propiedades constantes.
5. Intercambio de radiación insignificante con los alrededores.

Propiedades: Tabla A.1, aluminio puro ($T \sim 350$ K): $k = 238$ W/m · K.

Análisis: El calor que se disipa en el chip se transfiere al aire de manera directa desde la superficie expuesta y de modo indirecto a través de la unión y el sustrato. Al ejecutar un balance de energía sobre una superficie de control alrededor del chip, se sigue que, sobre la base de un área unitaria de superficie,

$$q_c'' = q_1'' + q_2''$$

o

$$q_c'' = \frac{T_c - T_\infty}{(1/h)} + \frac{T_c - T_\infty}{R_{t,c}'' + (L/k) + (1/h)}$$

Para estimar de manera conservadora T_c, se obtiene de la tabla 3.2 el máximo valor posible de $R_{t,c}'' = 0.9 \times 10^{-4}$ m² · K/W. De aquí

$$T_c = T_\infty + q_c'' \left[h + \frac{1}{R_{t,c}'' + (L/k) + (1/h)} \right]^{-1}$$

o

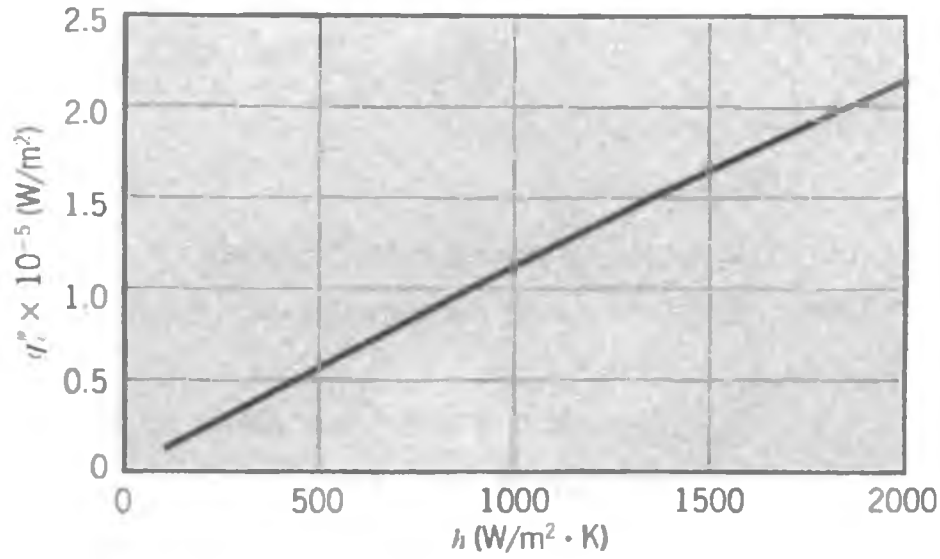
$$T_c = 25°C + 10^4 \text{ W/m}^2 \times \left[100 + \frac{1}{(0.9 + 0.34 + 100) \times 10^{-4}} \right]^{-1} \text{m}^2 \cdot \text{K/W}$$

$$T_c = 25°C + 50.3°C = 75.3°C$$

Por ello el chip operará por debajo de su máxima temperatura permisible.

Comentarios:

1. Las resistencias térmicas de la unión y el sustrato son mucho menores que la resistencia de convección. La resistencia de la unión tendría que aumentar a un valor mayor poco realista de $50 \times 10^{-4} \text{m}^2 \cdot \text{K/W}$, antes de que la máxima temperatura permisible del chip se excediera.
2. La disipación de potencia permisible se incrementa al aumentar los coeficientes de convección, ya sea incrementando la velocidad del aire y/o reemplazando el aire con un fluido para transferencia de calor más efectivo. Al explorar esta opción para $100 \leq h \leq 2000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$, se obtienen los siguientes resultados.



Conforme $h \to \infty$, $q_2'' \to 0$ y virtualmente toda la potencia del chip se transfiere de manera directa a la corriente del fluido.

3.2 *Análisis de conducción alternativa*

El análisis de conducción de la sección 3.1 se llevó a cabo con el *método estándar*. Es decir, la ecuación de calor se resolvió para obtener la distribución de temperaturas, ecuación 3.3, y después se aplicó la ley de Fourier para obtener la transferencia de calor, ecuación 3.4. Sin embargo, es posible un método alternativo para las condiciones

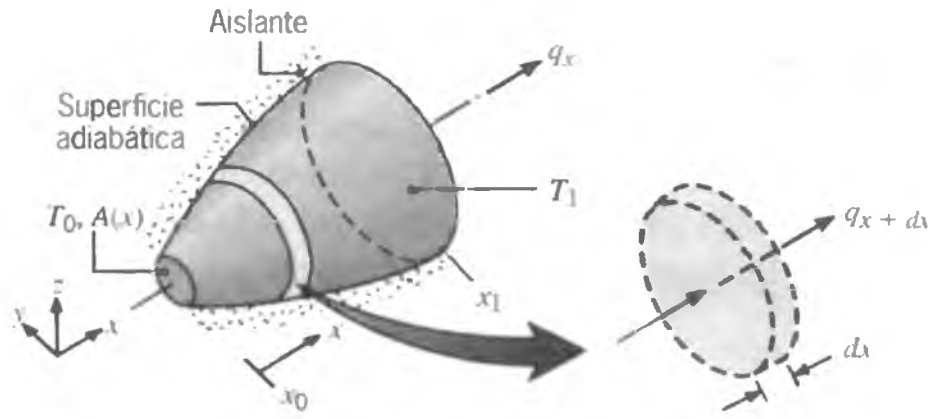


FIGURA 3.5 Sistema con una transferencia de calor por conducción constante.

actuales de interés. Considerando la conducción en el sistema de la figura 3.5, se acepta que, para *condiciones de estado estable* sin *ninguna generación de calor* y *sin pérdidas de calor por los lados*, la transferencia de calor q_x debe ser una constante independiente de x; es decir, para cualquier elemento diferencial dx, $q_x = q_{x+dx}$. Esta condición es, por supuesto, consecuencia del requerimiento de conservación de la energía y debe aplicarse aun si el área varía con la posición $A(x)$ y la conductividad térmica varía con la temperatura $k(T)$. Además, aunque la distribución de temperaturas sea bidimensional, al variar con x y y, a menudo es razonable no tomar en cuenta la variación y y suponer una distribución *unidimensional* en x.

Para las condiciones anteriores es posible trabajar exclusivamente con la ley de Fourier cuando se lleva a cabo un análisis de conducción. En particular, como la transferencia por conducción es una *constante*, la ecuación de flujo se *integra*, aunque no se conozcan el flujo ni la distribución de temperaturas. Considere la ley de Fourier, ecuación 2.1, la cual se puede aplicar al sistema de la figura 3.5. A pesar de que tal vez no conozcamos el valor de q_x o de la forma de $T(x)$, sabemos que q_x es una constante. De aquí es posible expresar la ley de Fourier en la forma integral

$$q_x \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{A(x)} = -\int_{T_0}^{T} k(T)\, dT \tag{3.21}$$

El área de la sección transversal puede ser una función conocida de x, y la conductividad térmica del material variará con la temperatura de forma conocida. Si la integración se lleva a cabo desde un punto x_0 en el que se conoce la temperatura T_0, la ecuación resultante proporciona la forma funcional de $T(x)$. Además, si la temperatura $T = T_1$ en alguna $x = x_1$ también se conoce, la integración entre x_0 y x_1 produce una expresión para la que se calcula q_x. Advierta que, si el área A es uniforme y k es independiente de la temperatura, la ecuación 3.21 se reduce a

$$\frac{q_x\, \Delta x}{A} = -k\, \Delta T \tag{3.22}$$

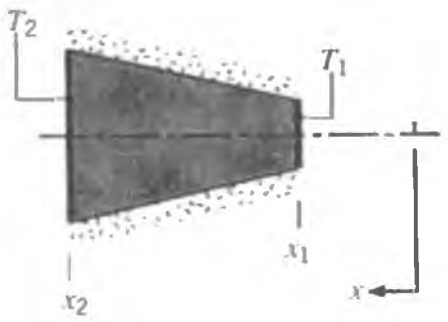
donde $\Delta x = x_1 - x_0$ y $\Delta T = T_1 - T_0$.

Con frecuencia elegimos resolver problemas de difusión trabajando con formas integrales de las ecuaciones de difusión. Sin embargo, deben fijarse firmemente en nuestra mente las condiciones límite para las que esto se hace: *estado estable* y transferencia *unidimensional sin generación de calor*.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral
DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Ejemplo 3.3

El diagrama muestra una sección cónica fabricada de pirocerámica. Es de sección transversal circular con diámetro $D = ax$, donde $a = 0.25$. El extremo pequeño está en $x_1 = 50$ mm y el grande en $x_2 = 250$ mm. Las temperaturas extremas son $T_1 = 400$ K y $T_2 = 600$ K, mientras la superficie lateral está bien aislada.



1. Derive una expresión para la distribución de temperaturas $T(x)$ de forma simbólica suponiendo condiciones unidimensionales. Dibuje la distribución de temperaturas.
2. Calcule la transferencia de calor q_x a través del cono.

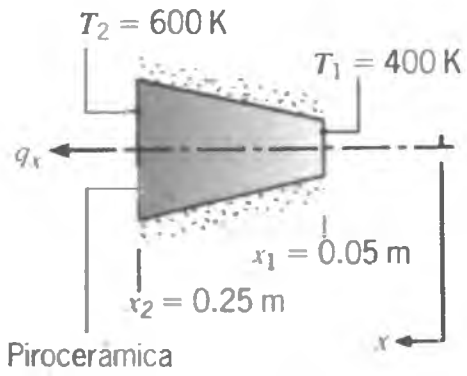
Solución

Se conoce: Conducción en una sección cónica que tiene un diámetro $D = ax$, donde $a = 0.25$.

Encontrar:

1. Distribución de temperaturas $T(x)$.
2. Transferencia de calor q_x.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Conducción unidimensional en la dirección x.
3. No existe generación interna de calor.
4. Propiedades constantes.

Propiedades: De la tabla A.2, pirocerámica (500 K): $k = 3.46$ W/m · K.

Análisis:

1. Como la conducción de calor ocurre bajo condiciones unidimensionales de estado estable sin generación interna de calor, la transferencia de calor q_x es una constan-

te independiente de x. En consecuencia, la ley de Fourier, ecuación 2.1, sirve para determinar la distribución de temperaturas

$$q_x = -kA\frac{dT}{dx}$$

Con $A = \pi D^2/4 = \pi a^2 x^2/4$ y separando variables

$$\frac{4q_x\,dx}{\pi a^2 x^2} = -k\,dT$$

Al integrar de x_1 a cualquier x dentro del cono, y al recordar que q_x y k son constantes, se sigue que

$$\frac{4q_x}{\pi a^2}\int_{x_1}^{x}\frac{dx}{x^2} = -k\int_{T_1}^{T} dT$$

De aquí

$$\frac{4q_x}{\pi a^2}\left(-\frac{1}{x}+\frac{1}{x_1}\right) = -k(T - T_1)$$

o al resolver para T,

$$T(x) = T_1 - \frac{4q_x}{\pi a^2 k}\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x}\right)$$

Aunque q_x es una constante, aún es una incógnita. Sin embargo, se determina evaluando la expresión anterior en $x = x_2$, donde $T(x_2) = T_2$. Así,

$$T_2 = T_1 - \frac{4q_x}{\pi a^2 k}\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right)$$

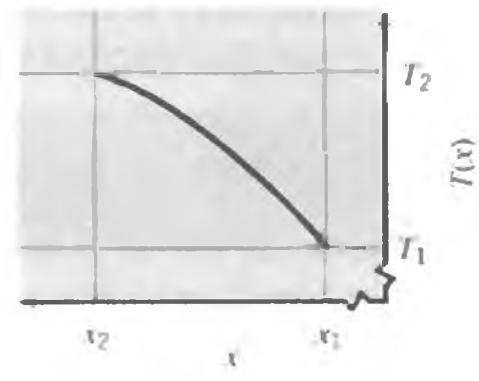
y al resolver para q_x,

$$q_x = \frac{\pi a^2 k(T_1 - T_2)}{4[(1/x_1) - (1/x_2)]}$$

Al sustituir q_x en la expresión para $T(x)$, la distribución de temperaturas se vuelve

$$T(x) = T_1 + (T_1 - T_2)\left[\frac{(1/x) - (1/x_1)}{(1/x_1) - (1/x_2)}\right] \quad \triangleleft$$

De este resultado, la temperatura se calcula como función de x y la distribución es como se muestra.



Advierta que, como $dT/dx = -4q_x/k\pi a^2x^2$ de la ley de Fourier, se sigue que el gradiente de temperatura y el flujo de calor disminuyen con el aumento de x.

2. Al sustituir valores numéricos en el resultado precedente para la transferencia de calor, se obtiene

$$q_x = \frac{\pi(0.25)^2 \times 3.46 \text{ W/m} \cdot \text{K} (400 - 600) \text{ K}}{4\left(\frac{1}{0.05 \text{ m}} - \frac{1}{0.25 \text{ m}}\right)} = -2.12 \text{ W} \quad \triangleleft$$

Comentarios: Cuando el parámetro a aumenta, la suposición unidimensional se hace menos apropiada. Es decir, la suposición empeora cuando el cambio con la distancia del área de la sección transversal es más pronunciado.

3.3 *Sistemas radiales*

Los sistemas cilíndricos y esféricos a menudo experimentan gradientes de temperatura sólo en la dirección radial y, por consiguiente, se tratan como unidimensionales. Además, bajo condiciones de estado estable sin generación interna de calor, estos sistemas se analizan con el método *estándar*, que comienza con la forma apropiada de la ecuación de calor, o el método *alternativo*, el cual inicia con la forma apropiada de la ley de Fourier. En esta sección, el sistema cilíndrico se analiza por medio del método estándar y el sistema esférico mediante el método alternativo.

3.3.1 El cilindro

Un ejemplo común es el cilindro hueco, cuyas superficies interna y externa se exponen a fluidos con diferentes temperaturas (figura 3.6). Para condiciones de estado estable sin generación de calor, la forma apropiada de la ecuación de calor, ecuación 2.20, es

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(kr\frac{dT}{dr}\right) = 0 \tag{3.23}$$

donde, por el momento, k se trata como una variable. El significado físico de este resultado se vuelve evidente si consideramos también la forma apropiada de la ley de Fourier. La rapidez a la que se conduce la energía a través de cualquier superficie cilíndrica en el sólido se expresa como

$$q_r = -kA\frac{dT}{dr} = -k(2\pi rL)\frac{dT}{dr} \tag{3.24}$$

donde $A = 2\pi rL$ es el área normal a la dirección de la transferencia de calor. Como la ecuación 3.23 dicta que la cantidad $kr(dT/dr)$ es independiente de r, se sigue de la ecua-

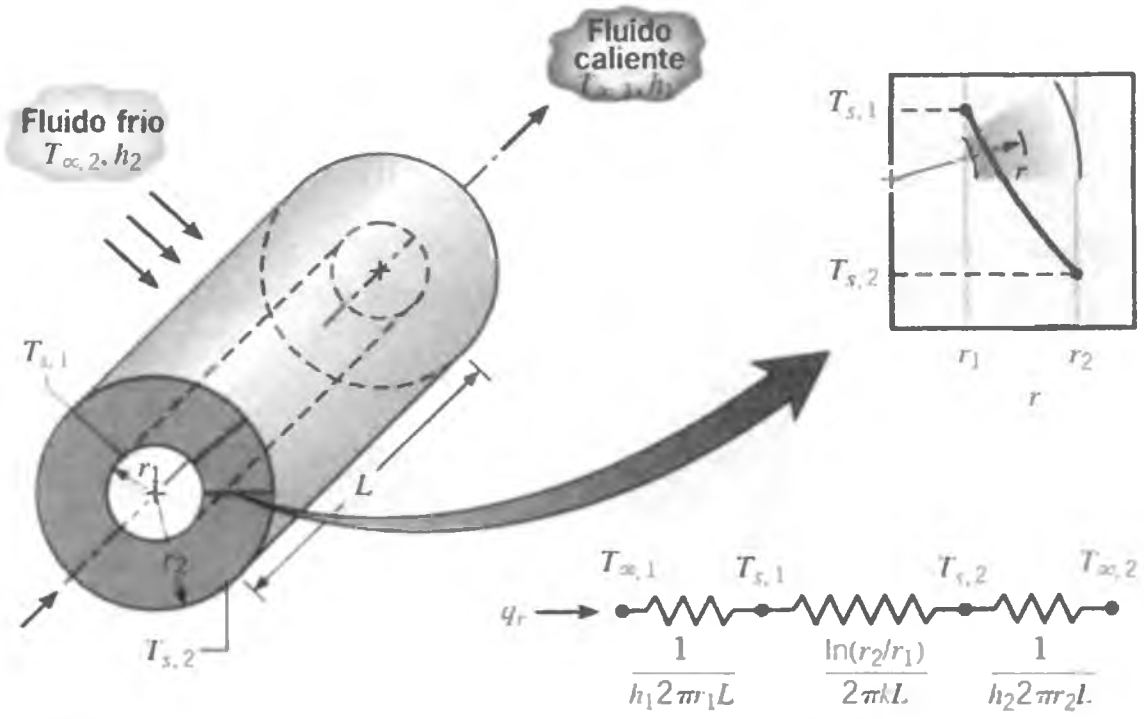


FIGURA 3.6 Cilindro hueco con condiciones convectivas en la superficie.

ción 3.24, que la *transferencia de calor* por conducción q_r (*no* el flujo de calor q_r'') es una *constante en la dirección radial.*

Es posible determinar la distribución de temperaturas en el cilindro resolviendo la ecuación 3.23 y aplicando las condiciones de frontera apropiadas. Si se supone que el valor de k es constante, la ecuación 3.23 se integra dos veces para obtener la solución general

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2 \tag{3.25}$$

Para obtener las constantes de integración C_1 y C_2, introducimos las siguientes condiciones de frontera:

$$T(r_1) = T_{s,1} \qquad \text{y} \qquad T(r_2) = T_{s,2}$$

Al aplicar estas condiciones a la solución general, se obtiene

$$T_{s,1} = C_1 \ln r_1 + C_2 \qquad \text{y} \qquad T_{s,2} = C_1 \ln r_2 + C_2$$

Resolviendo para C_1 y C_2 y sustituyendo en la solución general se obtiene así

$$T(r) = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln (r_1/r_2)} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{s,2} \tag{3.26}$$

Tenga presente que la distribución de temperaturas asociada con la conducción radial a través de una pared cilíndrica es logarítmica, no lineal, como lo es para la pared plana bajo las mismas condiciones. La distribución logarítmica se dibuja en el recuadro de la figura 3.6.

Si la distribución de temperaturas, ecuación 3.26, se usa ahora con la ley de Fourier, ecuación 3.24, obtenemos la siguiente expresión para la transferencia de calor:

$$q_r = \frac{2\pi L k (T_{s,1} - T_{s,2})}{\ln (r_2/r_1)} \tag{3.27}$$

De este resultado es evidente que, para la conducción radial en una pared cilíndrica, la resistencia térmica es de la forma

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ... oral

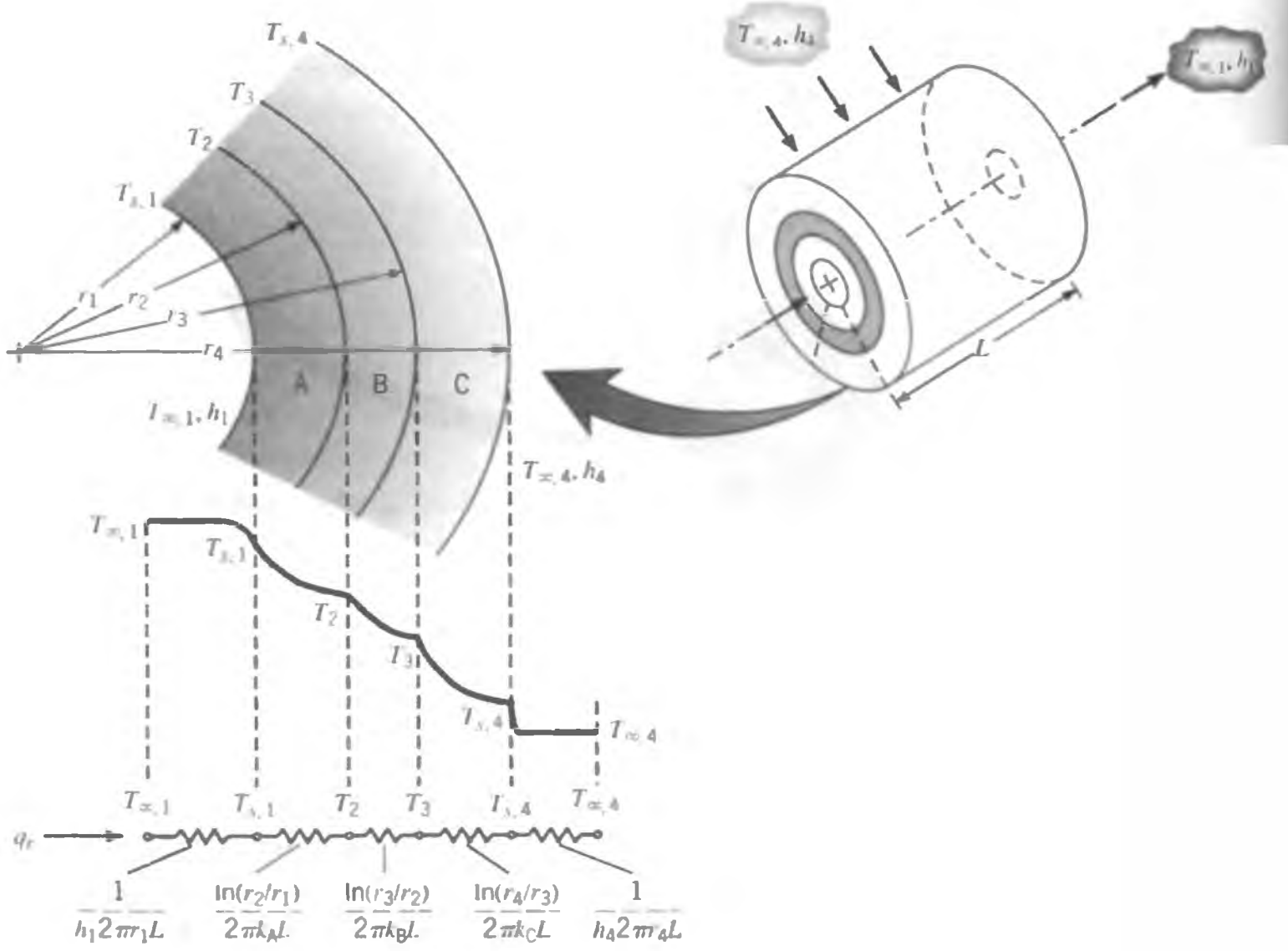


FIGURA 3.7 Distribución de temperaturas para una pared cilíndrica compuesta.

$$R_{t,\,\text{cond}} = \frac{\ln (r_2 / r_1)}{2\pi L k} \tag{3.28}$$

Esta resistencia se muestra en el circuito en serie de la figura 3.6. Note que como el valor de q_r es independiente de r, el resultado precedente se pudo obtener con el método alternativo, es decir, integrando la ecuación 3.24.

Considere ahora el sistema compuesto de la figura 3.7. Si se recuerda cómo tratamos la pared plana compuesta y dejando de lado las resistencias térmicas de contacto interfacial, la transferencia de calor se expresa como

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\dfrac{1}{2\pi r_1 L h_1} + \dfrac{\ln (r_2/r_1)}{2\pi k_A L} + \dfrac{\ln (r_3/r_2)}{2\pi k_B L} + \dfrac{\ln (r_4/r_3)}{2\pi k_C L} + \dfrac{1}{2\pi r_4 L h_4}} \tag{3.29}$$

El resultado anterior también se puede expresar en términos de un coeficiente global de transferencia de calor. Es decir,

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{R_{\text{tot}}} = UA(T_{\infty,1} - T_{\infty,4}) \tag{3.30}$$

Si U se define en términos del área interior $A_1 = 2\pi r_1 L$, las ecuaciones 3.29 y 3.30 se igualan y dan como resultado

$$U_1 = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{r_1}{k_A}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{r_1}{k_B}\ln\frac{r_3}{r_2} + \frac{r_1}{k_C}\ln\frac{r_4}{r_3} + \frac{r_1}{r_4}\frac{1}{h_4}} \tag{3.31}$$

Esta definición es *arbitraria*, y el coeficiente global también se define en términos de A_4 o de cualquiera de las áreas intermedias. Observe que

$$U_1A_1 = U_2A_2 = U_3A_3 = U_4A_4 = (\sum R_t)^{-1} \tag{3.32}$$

y las formas específicas de U_2, U_3, y U_4 se infieren de las ecuaciones 3.29 y 3.30.

Ejemplo 3.4

La posible existencia de un espesor de aislamiento óptimo para sistemas radiales lo sugiere la presencia de efectos que compiten asociados con un aumento en este espesor. En particular, aunque la resistencia de conducción aumenta al agregar un aislante, la resistencia de convección disminuye debido al aumento del área de la superficie exterior. Por ello puede existir un espesor de aislamiento que minimice la pérdida de calor al maximizar la resistencia total a la transferencia de calor. Resuelva este problema considerando el siguiente sistema.

1. Un tubo de cobre con pared delgada de radio r_i se usa para transportar un fluido refrigerante de baja temperatura y está a una temperatura T_i que es menor que la del aire del medio a T_∞ alrededor del tubo. ¿Hay un espesor óptimo asociado con la aplicación de aislante al tubo?
2. Confirme el resultado anterior con el cálculo de la resistencia térmica total por unidad de longitud del tubo para un tubo de 10 mm de diámetro que tiene los siguientes espesores del aislante: 0, 2, 5, 10, 20 y 40 mm. El aislante se compone de vidrio celular, y el coeficiente de convección de la superficie externa es 5 W/m^2 · K.

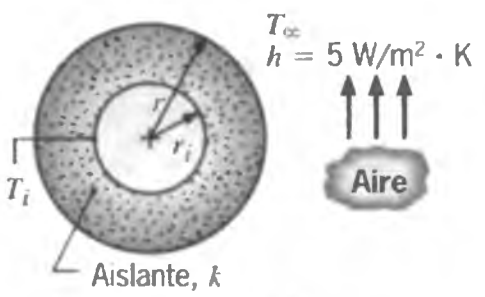
Solución

Se conoce: Radio r_i y temperatura T_i de un tubo de cobre de pared delgada que se aislará del aire del ambiente.

Encontrar:

1. Si existe un espesor óptimo de aislamiento que minimice la transferencia de calor.
2. La resistencia térmica asociada con el uso de aislante de vidrio celular de espesor variable.

Esquema:



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede ... oral

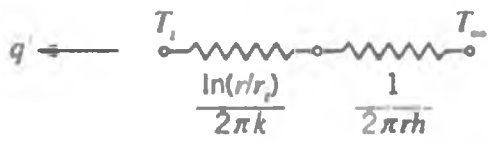
Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Transferencia unidimensional de calor en la dirección radial (cilíndrica).
3. Resistencia térmica insignificante de la pared del tubo.
4. Propiedades constantes para el aislante.
5. Intercambio de radiación insignificante entre la superficie externa del aislante y los alrededores.

Propiedades: De la tabla A.3, el vidrio celular (258 K, supuesta): $k = 0.055$ W/m · K

Análisis:

1. La resistencia a la transferencia de calor entre el fluido refrigerante y el aire es dominada por la conducción en el aislante y la convección en el aire. Por tanto, el circuito térmico es



donde las resistencias de conducción y convección por unidad de longitud se siguen de las ecuaciones 3.28 y 3.29, respectivamente. La resistencia térmica total por unidad de longitud del tubo es entonces

$$R'_{tot} = \frac{\ln (r/r_i)}{2\pi k} + \frac{1}{2\pi r h}$$

donde la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo es

$$q' = \frac{T_\infty - T_i}{R'_{tot}}$$

Un espesor óptimo de aislamiento estaría asociado con el valor de r que minimiza q' o maximiza R'_{tot}. Este valor se obtiene del requerimiento que

$$\frac{dR'_{tot}}{dr} = 0$$

De aquí

$$\frac{1}{2\pi k r} - \frac{1}{2\pi r^2 h} = 0$$

o

$$r = \frac{k}{h}$$

Para determinar si el resultado anterior maximiza o minimiza la resistencia total, debe evaluarse la segunda derivada. De aquí

$$\frac{d^2 R'_{tot}}{dr^2} = -\frac{1}{2\pi k r^2} + \frac{1}{\pi r^3 h}$$

o, en $r = k/h$,

$$\frac{d^2R'_{tot}}{dr^2} = \frac{1}{\pi(k/h)^2}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{2k}\right) = \frac{1}{2\pi k^3/h^2} > 0$$

Como este resultado siempre es positivo, se sigue que $r = k/h$ es el radio de aislamiento para el que la resistencia total es un mínimo, no un máximo. Por ello *no existe* un espesor de aislamiento *óptimo*.

Del resultado anterior tiene más sentido pensar en términos de un *radio de aislamiento crítico*

$$r_{cr} \equiv \frac{k}{h}$$

por debajo del cual q' aumenta al aumentar r y por arriba del cual q' disminuye con el aumento de r.

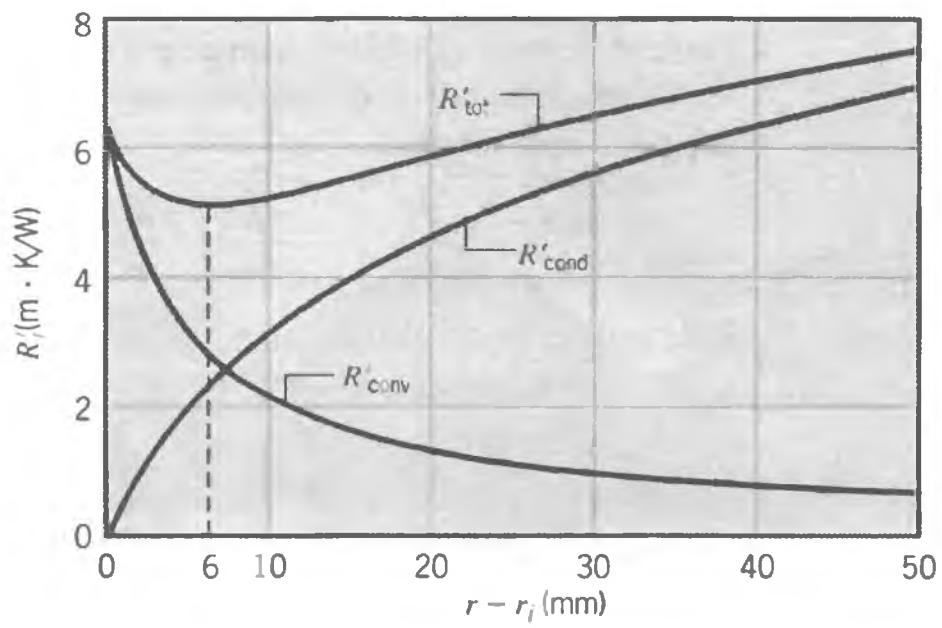
2. Con $h = 5\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$ y $k = 0.055\ \text{W/m} \cdot \text{K}$, el radio crítico es

$$r_{cr} = \frac{0.055\ \text{W/m} \cdot \text{K}}{5\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}} = 0.011\ \text{m}$$

De aquí $r_{cr} > r_i$, y la transferencia de calor aumentará al agregar aislante por arriba de un espesor de

$$r_{cr} - r_i = (0.011 - 0.005)\text{m} = 0.006\ \text{m}$$

Las resistencias térmicas que corresponden al espesor de aislamiento prescrito se calculan y grafican como sigue:



Comentarios:

1. El efecto del radio crítico se revela por el hecho de que, aun para 20 mm de aislante, la resistencia total no es tan grande como el valor para la ausencia de aislante.
2. Si $r_i < r_{cr}$, como en este caso, la resistencia total disminuye y, por tanto, la transferencia de calor aumenta al agregar aislante. Esta tendencia continúa hasta que el radio exterior del aislante corresponde al radio crítico. La tendencia es deseable para el flujo de corriente eléctrica a través de un alambre, puesto que agregar aislante eléctrico ayudaría en la transferencia del calor disipado en el alambre hacia

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Sim... Sede ...

los alrededores. A la inversa, si $r_i > r_{cr}$, cualquier aumento de aislante incrementaría la resistencia total y, por tanto, disminuiría la pérdida de calor. Este comportamiento sería deseable para el flujo de vapor por un tubo, donde se agrega aislante para reducir la pérdida de calor hacia los alrededores.

3. Para sistemas radiales, el problema de reducir la resistencia total a través de la aplicación de aislante existe sólo para alambres o tubos de diámetro pequeño y para coeficientes de convección pequeños, tales que $r_{cr} > r_i$. Para un aislante típico ($k \approx 0.03$ W/m · K) y convección libre en aire ($h \approx 10$ W/m^2 · K), $r_{cr} = k/h) \approx 0.003$ m. Ese valor tan pequeño indica que, normalmente, $r_i > r_{cr}$ y no necesitamos preocuparnos por los efectos de un radio crítico.
4. La existencia de un radio crítico requiere que el área de transferencia de calor cambie en la dirección de transferencia, como para la conducción radial en un cilindro (o en una esfera). En una pared plana, el área perpendicular a la dirección del flujo de calor es constante y no hay espesor crítico de aislamiento (la resistencia total siempre se incrementa al aumentar el espesor del aislante).

3.3.2 La esfera

Consideremos ahora aplicar el método alternativo para analizar la conducción en la esfera hueca de la figura 3.8. Para el volumen diferencial de control de la figura, la conservación de la energía requiere que $q_r = q_{r+dr}$ para condiciones unidimensionales de estado estable sin generación interna de calor. La forma apropiada de la ley de Fourier es

$$q_r = -kA\frac{dT}{dr} = -k(4\pi r^2)\frac{dT}{dr} \tag{3.33}$$

donde $A = 4\pi r^2$ es el área normal a la dirección de la transferencia de calor.

Aceptando que q_r es una constante, independiente de r, la ecuación 3.33 se expresa en la forma integral

$$\frac{q_r}{4\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = -\int_{T_{s,1}}^{T_{s,2}} k(T)\,dT \tag{3.34}$$

Si se supone que k es constante, entonces

$$q_r = \frac{4\pi k(T_{s,1} - T_{s,2})}{(1/r_1) - (1/r_2)} \tag{3.35}$$

Recordando que la resistencia térmica se define como la diferencia de temperaturas dividida entre la transferencia de calor obtenemos

$$R_{t,\,\text{cond}} = \frac{1}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \tag{3.36}$$

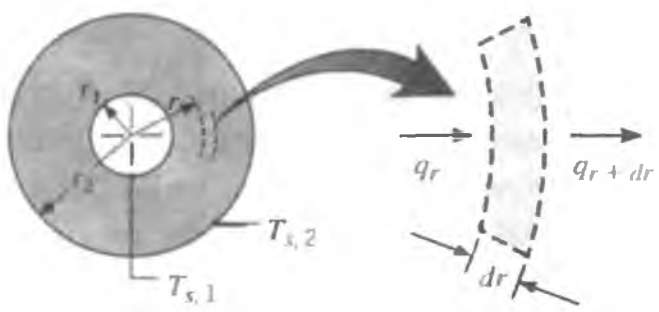


Figura 3.8
Conducción en una coraza esférica.

Advierta que la distribución de temperaturas y las ecuaciones 3.35 y 3.36 se obtienen mediante el método estándar, que inicia con la forma apropiada de la ecuación de calor.

Los compuestos esféricos se pueden tratar de la misma forma que las paredes compuestas y los cilindros, donde es posible determinar formas apropiadas de la resistencia total y del coeficiente global de transferencia de calor.

Ejemplo 3.5

Un contenedor metálico esférico de pared delgada se utiliza para almacenar nitrógeno líquido a 77 K. El contenedor tiene un diámetro de 0.5 m y está cubierto de un aislante reflector al vacío compuesto de polvo de dióxido de silicio. El aislante tiene un espesor de 25 mm, y la superficie externa se expone al aire del ambiente a 300 K. Se sabe que el coeficiente de convección es 20 $W/m^2 \cdot K$. La entalpía de vaporización y la densidad del nitrógeno líquido son 2×10^5 J/kg y 804 kg/m^3, respectivamente.

1. ¿Cuál es la transferencia de calor al nitrógeno líquido?
2. ¿Cuál es la velocidad a la que se evapora el nitrógeno?

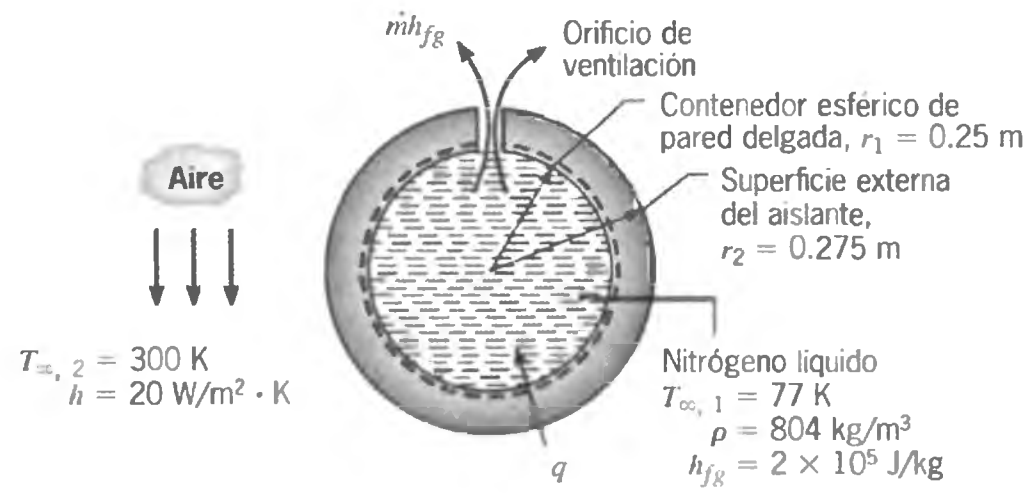
Solución

Se conoce: El nitrógeno líquido se almacena en un contenedor esférico aislado y expuesto al aire del ambiente.

Encontrar:

1. La transferencia de calor al nitrógeno.
2. La velocidad de evaporación del nitrógeno.

Esquema:



Suposiciones:

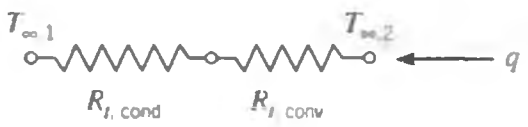
1. Condiciones de estado estable.
2. Transferencia unidimensional en la dirección radial.
3. Resistencia insignificante a la transferencia de calor a través de la pared del contenedor, y del contenedor al nitrógeno.
4. Propiedades constantes.
5. Intercambio de radiación insignificante entre la superficie externa del aislante y los alrededores.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede Litoral

Propiedades: De la tabla A.3, polvo de dióxido de silicio al vacío (300 K): $k = 0.0017$ W/m · K.

Análisis:

1. El circuito térmico incluye una resistencia de conducción y una de convección en serie y es de la forma



donde, de la ecuación 3.36,

$$R_{t,\text{cond}} = \frac{1}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

y de la ecuación 3.9

$$R_{t,\text{conv}} = \frac{1}{h4\pi r_2^2}$$

La transferencia de calor al nitrógeno líquido es entonces

$$q = \frac{T_{\infty,2} - T_{\infty,1}}{(1/4\pi k)[(1/r_1) - (1/r_2)] + (1/h4\pi r_2^2)}$$

En consecuencia

$$q = [(300 - 77)\text{ K}] \div \left[\frac{1}{4\pi(0.0017\text{ W/m} \cdot \text{K})}\left(\frac{1}{0.25\text{ m}} - \frac{1}{0.275\text{ m}}\right) + \frac{1}{(20\text{ W/m}^2 \cdot \text{K})4\pi(0.275\text{ m})^2}\right]$$

$$q = \frac{223}{17.02 + 0.05}\text{ W} = 13.06\text{ W}$$ ◁

2. Al llevar a cabo un balance de energía para una superficie de control alrededor del nitrógeno, se sigue de la ecuación 1.12 que

$$\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sale}} = 0$$

donde $\dot{E}_{\text{ent}} = q$ y $\dot{E}_{\text{sale}} = \dot{m}h_{fg}$ se asocia con la pérdida de energía latente debido a la evaporación. De aquí

$$q - \dot{m}h_{fg} = 0$$

y la velocidad de evaporación $\dot{m}$ es

$$\dot{m} = \frac{q}{h_{fg}}$$

$$\dot{m} = \frac{13.06\text{ J/s}}{2 \times 10^5\text{ J/kg}} = 6.53 \times 10^{-5}\text{ kg/s}$$

La pérdida por día es

$$\dot{m} = 6.53 \times 10^{-5} \text{ kg/s} \times 3600 \text{ s/h} \times 24 \text{ h/día}$$

$$\dot{m} = 5.64 \text{ kg/día} \quad \triangleleft$$

o sobre una base volumétrica

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{5.64 \text{ kg/día}}{804 \text{ kg/m}^3} = 0.007 \text{ m}^3\text{/día} = 7 \text{ litros/día}$$

Comentarios:

1. $R_{t,\,\text{conv}} \ll R_{t,\,\text{cond}}$.
2. Con un volumen del contenedor de $(4/3)(\pi r_1^3) = 0.065 \text{ m}^3 = 65$ litros, las pérdidas diarias ascienden a (7 litros/65 litros) 100% = 10.8% de la capacidad.

3.4 *Resumen de resultados de la conducción unidimensional*

Muchos problemas importantes se caracterizan por la conducción unidimensional de estado estable en paredes planas, cilíndricas o esféricas sin generación de energía térmica. Los resultados clave para estas tres geometrías se resumen en la tabla 3.3, donde ΔT se refiere a la diferencia de temperaturas, $T_{s,1} - T_{s,2}$, entre las superficies interna y externa que se identifican en las figuras 3.1, 3.6 y 3.8. En cada caso, al comenzar con la ecuación de calor, debe ser capaz de derivar las expresiones correspondientes para la distribución de temperaturas, flujo de calor, transferencia de calor y resistencia térmica.

TABLA 3.3 Soluciones unidimensionales de estado estable para la ecuación de calor sin generación interna

	Pared plana	**Pared cilíndrica**[a]	**Pared esférica**[a]
Ecuación de calor	$\dfrac{d^2T}{dx^2} = 0$	$\dfrac{1}{r}\dfrac{d}{dr}\left(r\dfrac{dT}{dr}\right) = 0$	$\dfrac{1}{r^2}\dfrac{d}{dr}\left(r^2\dfrac{dT}{dr}\right) = 0$
Distribución de temperaturas	$T_{s,1} - \Delta T\dfrac{x}{L}$	$T_{s,2} + \Delta T\dfrac{\ln(r/r_2)}{\ln(r_1/r_2)}$	$T_{s,1} - \Delta T\left[\dfrac{1-(r_1/r)}{1-(r_1/r_2)}\right]$
Flujo de calor (q'')	$k\dfrac{\Delta T}{L}$	$\dfrac{k\,\Delta T}{r\ln(r_2/r_1)}$	$\dfrac{k\,\Delta T}{r^2[(1/r_1)-(1/r_2)]}$
Transferencia de calor (q)	$kA\dfrac{\Delta T}{L}$	$\dfrac{2\pi Lk\,\Delta T}{\ln(r_2/r_1)}$	$\dfrac{4\pi k\,\Delta T}{(1/r_1)-(1/r_2)}$
Resistencia térmica ($R_{t,\,\text{cond}}$)	$\dfrac{L}{kA}$	$\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk}$	$\dfrac{(1/r_1)-(1/r_2)}{4\pi k}$

[a]El radio crítico de aislamiento es $r_{cr} = k/h$ para el cilindro y $r_{cr} = 2k/h$ para la esfera.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...

3.5 *Conducción con generación de energía térmica*

En la sección anterior consideramos problemas de conducción para los que la distribución de temperaturas en un medio, se determinó solamente mediante condiciones en las fronteras del medio. Queremos analizar ahora el efecto adicional sobre la distribución de temperaturas de procesos que pueden ocurrir *dentro* del medio. En particular, deseamos considerar situaciones para las que la energía térmica se *genera* debido a la *conversión* de alguna otra fuente de energía.

Un proceso común de generación de energía térmica implica la conversión de *energía eléctrica a térmica* en un medio conductor de corriente (*calentamiento óhmico* o *de resistencia*). La razón a la que se genera energía al pasar una corriente I a través de un medio de resistencia eléctrica R_e es

$$\dot{E}_g = I^2 R_e \tag{3.37}$$

Si esta generación de potencia (W) ocurre de manera uniforme a lo largo del medio de volumen V, la razón de generación volumétrica (W/m^3) es entonces

$$\dot{q} \equiv \frac{\dot{E}_g}{V} = \frac{I^2 R_e}{V} \tag{3.38}$$

La generación de energía también ocurre como resultado de la desaceleración y absorción de neutrones en el elemento combustible de un reactor nuclear o reacciones químicas exotérmicas que ocurren dentro de un medio. Las reacciones endotérmicas tendrían, por supuesto, el efecto inverso (un sumidero de energía térmica) de convertir energía térmica a energía de enlace químico. Finalmente, puede ocurrir una conversión de energía electromagnética a térmica debido a la absorción de energía dentro del medio. El proceso puede darse, por ejemplo, a causa de que se absorben rayos gama en los componentes externos de un reactor nuclear (revestimiento de acero inoxidable, escudos térmicos, vasijas de presión, etc.) o de que la radiación visible es absorbida en un medio semitransparente. Recuerde no confundir la generación de energía con el almacenamiento de la misma (sección 1.3.1).

3.5.1 La pared plana

Considere la pared plana de la figura 3.9*a*, en la que hay generación de energía *uniforme* por unidad de volumen ($\dot{q}$ es constante), y las superficies se mantienen a $T_{s,1}$ y $T_{s,2}$. Para una conductividad térmica constante k, la forma apropiada de la ecuación de calor, ecuación 2.16, es

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \tag{3.39}$$

La solución general es

$$T = -\frac{\dot{q}}{2k} x^2 + C_1 x + C_2 \tag{3.40}$$

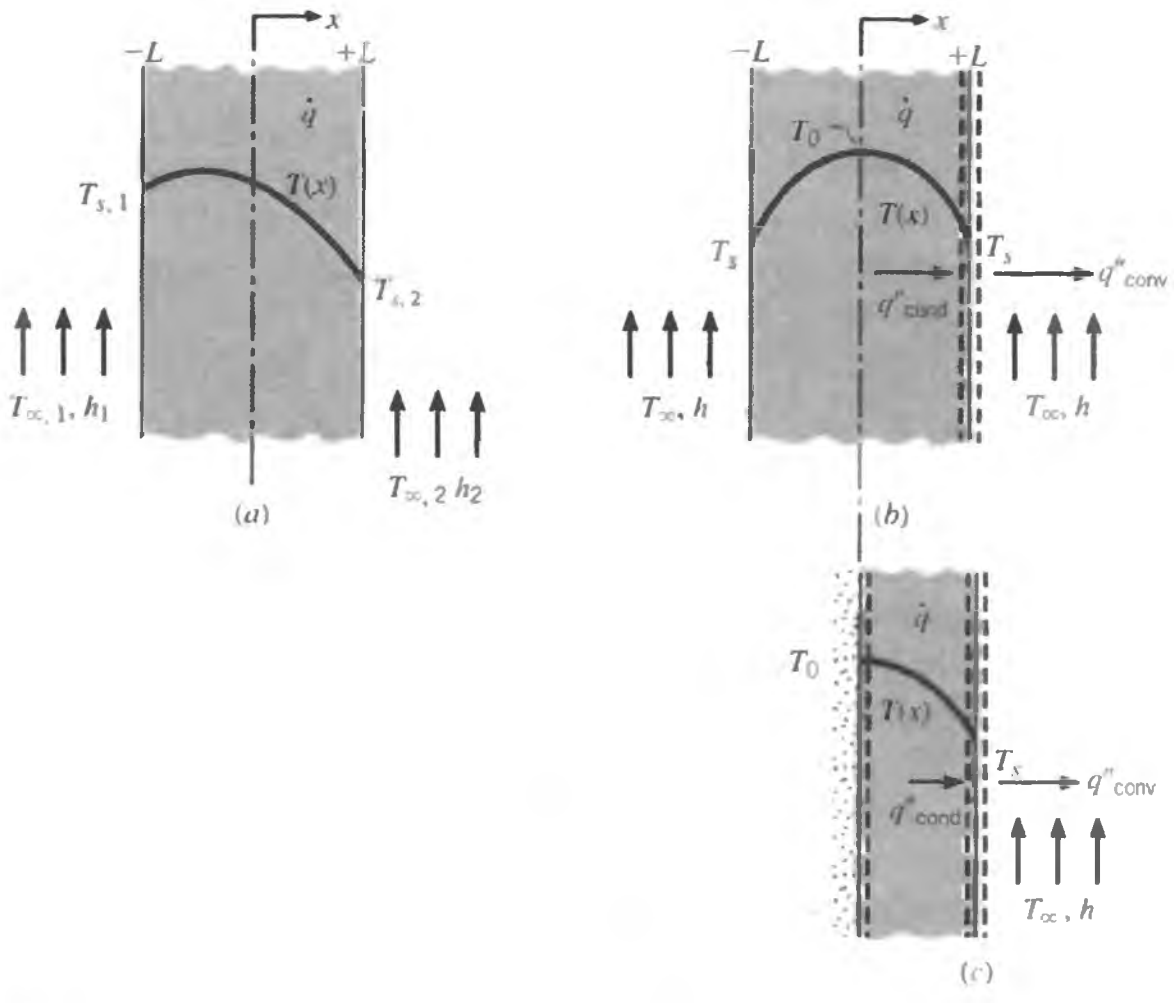


FIGURA 3.9 Conducción en una pared plana con generación uniforme de calor. (*a*) Condiciones de frontera asimétricas. (*b*) Condiciones de frontera simétricas. (*c*) Superficie adiabática en el plano medio.

donde C_1 y C_2 son las constantes de integración. Para las condiciones de frontera que se establecen,

$$T(-L) = T_{s,1} \qquad \text{y} \qquad T(L) = T_{s,2}$$

Las constantes se evalúan y son de la forma

$$C_1 = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2L} \qquad \text{y} \qquad C_2 = \frac{\dot{q}}{2k} L^2 + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2}$$

en cuyo caso la distribución de temperaturas es

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2}\frac{x}{L} + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2} \tag{3.41}$$

El flujo de calor en cualquier punto en la pared se determina, por supuesto, mediante el uso de la ecuación 3.41 con la ley de Fourier. Advierta, sin embargo, que *con generación el flujo de calor ya no es independiente de x.*

El resultado anterior se simplifica cuando ambas superficies se mantienen a una temperatura común, $T_{s,1} = T_{s,2} \equiv T_s$. Entonces la distribución de temperaturas es *simétrica* con respecto al plano medio, figura 3.9*b*, y está dada por

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_s \tag{3.42}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

La temperatura máxima se tiene en el plano medio

$$T(0) \equiv T_0 = \frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_s \tag{3.43}$$

en cuyo caso la distribución de temperaturas, ecuación 3.42, se expresa como

$$\frac{T(x) - T_0}{T_s - T_0} = \left(\frac{x}{L}\right)^2 \tag{3.44}$$

Es importante notar que en el plano de simetría en la figura 3.9*b*, el gradiente de temperatura es cero, $(dT/dx)_{x=0} = 0$. En consecuencia, no hay transferencia de calor a través de este plano, y se representa con la superficie adiabática que se muestra en la figura 3.9*c*. Una implicación de este resultado es que la ecuación 3.42 también se aplica a paredes planas que están perfectamente aisladas en un lado ($x = 0$) y mantienen una temperatura fija T_s en el otro lado ($x = L$).

Para utilizar los resultados precedentes debe conocerse la temperatura o temperaturas de las superficies. Sin embargo, una situación común es aquella para la que se conoce la temperatura de un fluido contiguo, T_∞, y no T_s. Entonces es necesario relacionar T_s con T_∞. Esta relación se desarrolla aplicando un balance de energía en la superficie. Considere la superficie en $x = L$ para la pared plana simétrica (figura 3.9*b*) o la pared plana aislada (figura 3.9*c*). Dejando de lado la radiación y sustituyendo las ecuaciones de flujo apropiadas, el balance de energía dado por la ecuación 1.12 se reduce a

$$-k \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L} = h(T_s - T_\infty) \tag{3.45}$$

Al sustituir de la ecuación 3.42 para obtener el gradiente de temperatura en $x = L$, se sigue que

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}L}{h} \tag{3.46}$$

Por tanto, T_s se calcula a partir del conocimiento de T_∞, $\dot{q}$, L y h.

La ecuación 3.46 también se obtiene aplicando un balance *global* de energía a la pared plana de la figura 3.9*b* o 3.9*c*. Por ejemplo, en relación con una superficie de control alrededor de la pared de la figura 3.9*c*, la razón a la que se genera energía dentro de la pared debe equilibrarse con la rapidez a la que la energía sale por convección a la frontera. La ecuación 1.11*a* se reduce a

$$\dot{E}_g = \dot{E}_{\text{sale}} \tag{3.47}$$

o, para un área superficial unitaria,

$$\dot{q}L = h(T_s - T_\infty) \tag{3.48}$$

Al resolver para T_s, se obtiene la ecuación 3.46.

La ecuación 3.46 se combina con la ecuación 3.42 para eliminar T_s de la distribución de temperaturas, que se expresa entonces en términos de las cantidades conocidas $\dot{q}$, L, k, h y T_∞. Se obtiene el mismo resultado de forma directa usando la ecuación 3.45 como condición de frontera para evaluar las constantes de integración que aparecen en la ecuación 3.40.

EJEMPLO 3.6

Una pared plana se compone de dos materiales, A y B. La pared de material A tiene una generación de calor uniforme $\dot{q} = 1.5 \times 10^6$ W/m^3, $k_A = 75$ W/m · K, y un espesor $L_A = 50$ mm. El material B de la pared no tiene generación y su $k_B = 150$ W/m · K y espesor $L_B = 20$ mm. La superficie interior del material A está bien aislada, mientras que la superficie exterior del material B se enfría con un flujo de agua con $T_\infty = 30°C$ y $h = 1000$ W/m^2 · K.

1. Dibuje la distribución de temperatura que existe en el compuesto bajo condiciones de estado estable.
2. Determine la temperatura T_0 de la superficie aislada y la temperatura T_2 de la superficie enfriada.

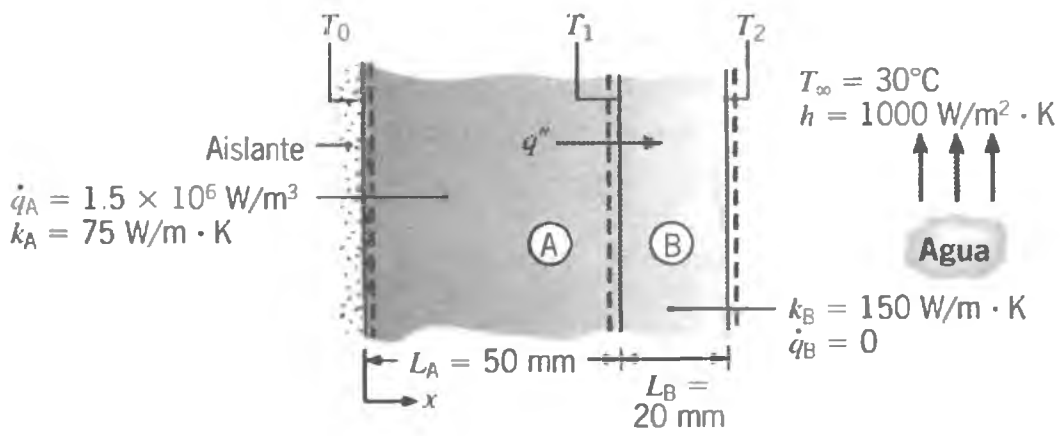
SOLUCIÓN

Se conoce: La pared plana de material A, con generación interna de calor, se aísla en uno de los lados y se une con una segunda pared de material B, que no tiene generación interna de calor y está sujeta a enfriamiento por convección.

Encontrar:

1. Dibujar bosquejo de la distribución de temperaturas de estado estable en el compuesto.
2. Temperaturas de las superficies interna y externa del compuesto.

Esquema:



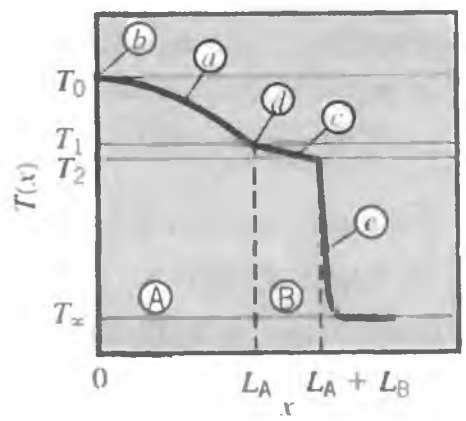
Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Conducción unidimensional en la dirección x.
3. Resistencia térmica de contacto insignificante entre las paredes.
4. Superficie interna de A adiabática.
5. Propiedades constantes para los materiales A y B.

Análisis:

1. Se sabe de las condiciones físicas prescritas que la distribución de temperaturas en el compuesto tiene las siguientes características:
   (a) Parabólica en el material A.
   (b) Pendiente cero en la frontera aislada.

(c) Lineal en el material B.
(d) Cambio de la pendiente $= k_B/k_A = 2$ en la interfaz.
La distribución de temperaturas en el agua se caracteriza por:
(e) Gradientes grandes cerca de la superficie.



2. La temperatura de la superficie externa T_2 se obtiene mediante un balance de energía en un volumen de control alrededor del material B. Como no hay generación en este material, se sigue que, para condiciones de estado estable y un área unitaria superficial, el flujo de calor hacia el material en $x = L_A$ debe ser igual al flujo de calor desde el material debido a la convección en $x = L_A + L_B$. De aquí

$$q'' = h(T_2 - T_\infty) \tag{1}$$

El flujo de calor q'' se determina ejecutando un segundo balance de energía sobre un volumen de control alrededor del material A. En particular, como la superficie en $x = 0$ es adiabática, no hay flujo entrante y la razón a la que se genera la energía debe ser igual al flujo saliente. En consecuencia, para un área superficial unitaria,

$$\dot{q}L_A = q'' \tag{2}$$

Al combinar las ecuaciones 1 y 2, la temperatura de la superficie externa es

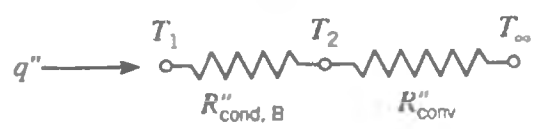
$$T_2 = T_\infty + \frac{\dot{q}L_A}{h}$$

$$T_2 = 30°C + \frac{1.5 \times 10^6\ W/m^3 \times 0.05\ m}{1000\ W/m^2 \cdot K} = 105°C \quad \triangleleft$$

De la ecuación 3.43 la temperatura en la superficie aislada es

$$T_0 = \frac{\dot{q}L_A^2}{2k_A} + T_1 \tag{3}$$

donde T_1 se obtiene del siguiente circuito térmico:



Es decir,

$$T_1 = T_\infty + (R''_{cond,\,B} + R''_{conv})q''$$

donde las resistencias para un área superficial unitaria son

$$R''_{cond,\,B} = \frac{L_B}{k_B} \qquad R''_{conv} = \frac{1}{h}$$

Por tanto,

$$T_1 = 30°C + \left(\frac{0.02\ \text{m}}{150\ \text{W/m} \cdot \text{K}} + \frac{1}{1000\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}}\right) \times 1.5 \times 10^6\ \text{W/m}^3 \times 0.05\ \text{m}$$

$$T_1 = 30°C + 85°C = 115°C$$

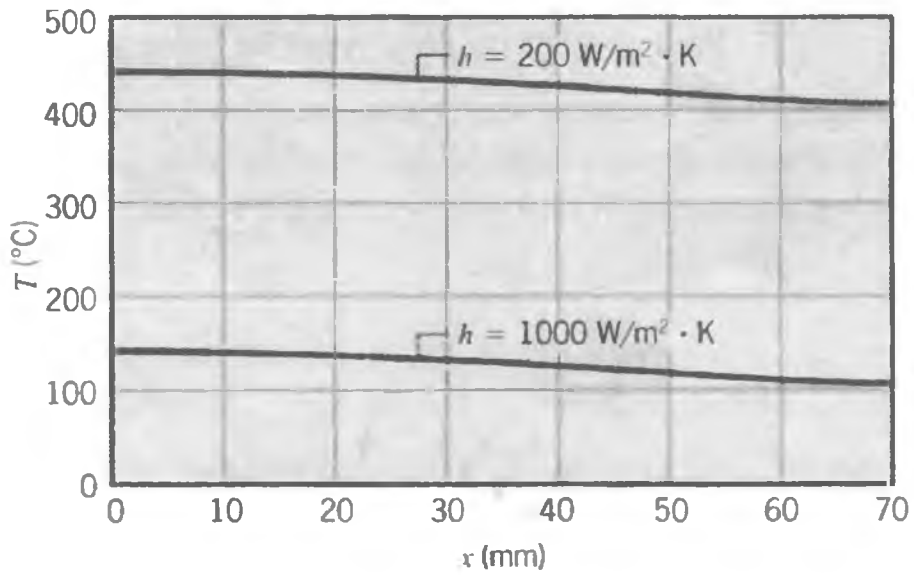
Sustituyendo en la ecuación 3,

$$T_0 = \frac{1.5 \times 10^6\ \text{W/m}^3(0.05\ \text{m})^2}{2 \times 75\ \text{W/m} \cdot \text{K}} + 115°C$$

$$T_0 = 25°C + 115°C = 140°C \quad \lhd$$

Comentarios:

1. El material A, que tiene generación de calor, no se puede representar mediante un elemento de circuito térmico.
2. Como la resistencia a la transferencia de calor por convección es significativamente mayor que la que se debe a la conducción en el material B, $R''_{conv}/R''_{cond} = 7.5$, la diferencia de temperaturas superficie a fluido es mucho mayor que la caída de temperatura a través del material B, $(T_2 - T_\infty)/(T_1 - T_2) = 7.5$. Este resultado es congruente con la distribución de temperaturas que se graficó en la parte (1).
3. Las temperaturas de la superficie y de la interfaz (T_0, T_1 y T_2) dependen de la razón de generación $\dot{q}$, de las conductividades térmicas k_A y k_B, y del coeficiente de convección h. Cada material tendrá una temperatura de operación permisible máxima, que no es posible exceder si hay que evitar la falla térmica del sistema. Exploramos los efectos de uno de estos parámetros mediante el cálculo y el gráfico de las distribuciones de temperatura para valores de $h = 200$ y $1000\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$, representativos del aire y del líquido de enfriamiento, respectivamente.



Para $h = 200\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$, hay un aumento significativo en la temperatura a través del sistema y, dependiendo de la selección de materiales, la falla térmica podría ser un problema. Preste atención a la ligera discontinuidad en el gradiente de temperaturas, dT/dx, en $x = 50$ mm. ¿Cuál es la base física de esta discontinuidad? Supusimos resistencia de contacto insignificante en este lugar. ¿Cuál sería el efecto de tal resistencia sobre la distribución de temperaturas en todo el sistema? Dibuje una

distribución representativa. ¿Cuál sería el efecto sobre la distribución de temperaturas de un aumento en $\dot{q}$, k_A o k_B? Dibuje de forma cuantitativa el efecto de estos cambios sobre la distribución de temperaturas.

3.5.2 Sistemas radiales

La generación de calor ocurre en una variedad de geometrías radiales. Considere el cilindro sólido, largo, de la figura 3.10, el cual podría representar un alambre conductor de corriente o un elemento de combustible en un reactor nuclear. Para condiciones de estado estable, la razón a la que se genera calor dentro del cilindro debe ser igual a la rapidez con que se transmite calor por convección de la superficie del cilindro a un fluido en movimiento. Esta condición permite que la temperatura de la superficie se mantenga en un valor fijo T_s.

A fin de determinar la distribución de temperaturas en el cilindro, comenzamos con la forma apropiada de la ecuación de calor. Para una conductividad térmica constante k, la ecuación 2.20 se reduce a

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot{q}}{k}=0 \tag{3.49}$$

Al separar variables y suponer generación uniforme, esta expresión se integra para obtener

$$r\frac{dT}{dr}=-\frac{\dot{q}}{2k}r^2+C_1 \tag{3.50}$$

Si el procedimiento se repite, la solución general para la distribución de temperaturas se convierte en

$$T(r)=-\frac{\dot{q}}{4k}r^2+C_1\ln r+C_2 \tag{3.51}$$

Para obtener las constantes de integración C_1 y C_2, aplicamos las condiciones de frontera

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0}=0 \qquad \text{y} \qquad T(r_o)=T_s$$



Figura 3.10
Conducción en un cilindro sólido con generación uniforme de calor.

La primera condición resulta de la simetría de la situación. Es decir, para el cilindro sólido la línea central es una línea de simetría para la distribución de temperaturas y el gradiente de temperaturas debe ser cero. Recuerde que existen condiciones similares en el plano medio de una pared que tiene condiciones de frontera simétricas (figura 3.9*b*). De la condición de simetría en $r = 0$ y de la ecuación 3.50, es evidente que $C_1 = 0$. Al usar la condición de frontera de la superficie en $r = r_o$ con la ecuación 3.51, obtenemos

$$C_2 = T_s + \frac{\dot{q}}{4k} r_o^2 \tag{3.52}$$

Por tanto, la distribución de temperaturas es

$$T(r) = \frac{\dot{q} r_o^2}{4k}\left(1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right) + T_s \tag{3.53}$$

Evaluando la ecuación 3.53 en la línea central y dividiendo el resultado en la ecuación 3.53, obtenemos la distribución de temperaturas en la forma adimensional,

$$\frac{T(r) - T_s}{T_o - T_s} = 1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2 \tag{3.54}$$

donde T_o es la temperatura de la línea central. La transferencia de calor en cualquier radio en el cilindro se puede evaluar, por supuesto, mediante la ecuación 3.53 con la ley de Fourier.

Para relacionar la temperatura de la superficie, T_s, con la temperatura del fluido frío, T_∞, se usa un balance de energía en la superficie o un balance global de energía. Si se elige el segundo método, obtenemos

$$\dot{q}(\pi r_o^2 L) = h(2\pi r_o L)(T_s - T_\infty)$$

o

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q} r}{2h} \tag{3.55}$$

En el apéndice C se proporciona un procedimiento conveniente y sistemático para tratar las diversas combinaciones de condiciones de superficie, el cual se puede aplicar a geometrías unidimensionales cilíndricas (y planares) con generación uniforme de energía térmica.

Ejemplo 3.7

Considere un tubo sólido, largo, aislado en el radio externo r_2 y enfriado en el radio interior r_1, con generación uniforme de calor $\dot{q}$ (W/m^3) dentro del sólido.

1. Obtenga la solución general para la distribución de temperaturas en el tubo.
2. En una aplicación práctica se colocaría un límite sobre la temperatura máxima que es permisible en la superficie aislada ($r = r_2$). Especificando este límite como $T_{s,2}$, identifique las condiciones de frontera adecuadas que sirven para determinar las constantes arbitrarias que aparecen en la solución general. Determine estas constantes y la forma correspondiente de la distribución de temperaturas.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

3. Determine la rapidez de eliminación de calor por unidad de longitud de tubo.
4. Si se dispone del fluido refrigerante a una temperatura T_∞, obtenga una expresión del coeficiente de convección que tendría que mantenerse en la superficie interna para permitir la operación a los valores establecidos de $T_{s,2}$ y $\dot{q}$.

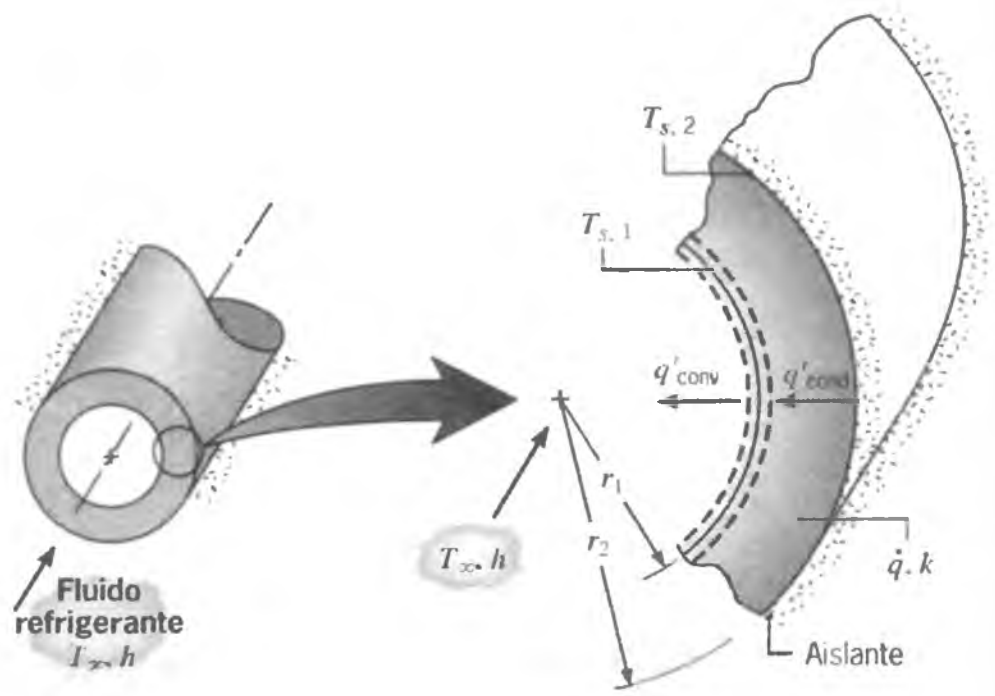
SOLUCIÓN

Se conoce: Tubo sólido, con generación uniforme de calor, aislado en la superficie externa y enfriado en la superficie interna.

Encontrar:

1. Solución general para la distribución de temperaturas $T(r)$.
2. Condiciones de frontera apropiadas y la forma correspondiente de la distribución de temperaturas.
3. Rapidez de eliminación de calor.
4. Coeficiente de convección en la superficie interna.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Conducción radial unidimensional.
3. Propiedades constantes.
4. Generación volumétrica de calor uniforme.
5. Superficie exterior adiabática.

Análisis:

1. Para determinar $T(r)$, hay que resolver la forma apropiada de la ecuación de calor, ecuación 2.20. Para las condiciones establecidas, esta expresión se reduce a la ecuación 3.49, y la solución general está dada por la ecuación 3.51. En consecuencia, esta solución se aplica a un casco cilíndrico, así como a un cilindro sólido (figura 3.10).

2. Se necesitan dos condiciones de frontera para evaluar C_1 y C_2, y en este problema resulta apropiado especificar ambas condiciones en r_2, recurriendo al límite de temperatura que se estableció,

$$T(r_2) = T_{s,2} \tag{1}$$

y aplicando la ley de Fourier, ecuación 3.24, en la superficie externa adiabática

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r_2} = 0 \tag{2}$$

Aplicando las ecuaciones 3.51 y 1, se sigue que

$$T_{s,2} = -\frac{\dot{q}}{4k} r_2^2 + C_1 \ln r_2 + C_2 \tag{3}$$

De manera similar, de las ecuaciones 3.50 y 2

$$0 = -\frac{\dot{q}}{2k} r_2^2 + C_1 \tag{4}$$

De aquí, de la ecuación 4,

$$C_1 = \frac{\dot{q}}{2k} r_2^2 \tag{5}$$

y de la ecuación 3

$$C_2 = T_{s,2} + \frac{\dot{q}}{4k} r_2^2 - \frac{\dot{q}}{2k} r_2^2 \ln r_2 \tag{6}$$

Sustituyendo las ecuaciones 5 y 6 en la solución general, ecuación 3.51, se sigue que

$$T(r) = T_{s,2} + \frac{\dot{q}}{4k}(r_2^2 - r^2) - \frac{\dot{q}}{2k} r_2^2 \ln \frac{r_2}{r} \tag{7}$$

3. La rapidez de eliminación de calor se determina obteniendo la transferencia de calor por conducción en r_1 o evaluando la rapidez total de generación para el tubo. De la ley de Fourier

$$q'_r = -k2\pi r \frac{dT}{dr}$$

Así, al sustituir de la ecuación 7 y evaluar el resultado en r_1,

$$q'_r(r_1) = -k2\pi r_1 \left(-\frac{\dot{q}}{2k} r_1 + \frac{\dot{q}}{2k} \frac{r_2^2}{r_1}\right) = -\pi \dot{q}(r_2^2 - r_1^2) \tag{8}$$

De forma alternativa, como el tubo está aislado en r_2, la rapidez a la que se genera el calor en el tubo debe ser igual a la rapidez de eliminación en r_1. Es decir, para un volumen de control alrededor del tubo, el requerimiento de conservación de la energía, ecuación 1.11a, se reduce a $\dot{E}_g - \dot{E}_{sale} = 0$, donde $\dot{E}_g = \dot{q}\pi(r_2^2 - r_1^2)L$ y $\dot{E}_{sale} = q'_{cond}L = -q'_r(r_1)L$. De aquí

$$q'_r(r_1) = -\pi \dot{q}(r_2^2 - r_1^2) \tag{9}$$

4. De la aplicación del requerimiento de conservación de la energía, ecuación 1.12, a la superficie interna, se sigue que

$$q'_{\text{cond}} = q'_{\text{conv}}$$

o

$$\pi\dot{q}(r_2^2 - r_1^2) = h2\pi r_1(T_{s,1} - T_\infty)$$

Por tanto

$$h = \frac{\dot{q}(r_2^2 - r_1^2)}{2r_1(T_{s,1} - T_\infty)} \tag{10}$$

donde $T_{s,1}$ se obtiene evaluando la ecuación 7 en $r = r_1$.

Comentarios:

1. Note que, a través de la aplicación de la ley de Fourier en la parte 3, se encontró que el signo de $q'_r(r_1)$ es negativo, ecuación 8, lo que implica que el flujo de calor ocurre en la dirección negativa de r. Sin embargo, al aplicar el balance de energía, aprendimos que el flujo de calor estaba fuera de la pared. De aquí expresamos q'_{cond} como $-q'_r(r_1)$ y expresamos q'_{conv} en términos de $(T_{s,1} - T_\infty)$, en lugar de $(T_\infty - T_{s,1})$.
2. La distribución de temperaturas, ecuación 7, también se obtiene con los resultados del apéndice C. Al aplicar un balance de energía superficial en $r = r_1$, con $q(r_1) = -\dot{q}\pi(r_2^2 - r_1^2)L$, se determina $(T_{s,2} - T_{s,1})$ de la ecuación C.8, y el resultado se sustituye en la ecuación C.2 para eliminar $T_{s,1}$ y obtener la expresión que se desea

3.5.3 Aplicación de los conceptos de resistencia

Concluimos nuestro análisis de los efectos de la generación de calor con una advertencia. En particular cuando están presentes estos efectos, la transferencia de calor no es una constante independiente de la coordenada espacial. En consecuencia, sería *incorrecto* utilizar los conceptos de resistencia de conducción y las ecuaciones de flujo de calor relacionadas que se desarrollaron en las secciones 3.1 y 3.3.

3.6 *Transferencia de calor en superficies extendidas*

La frase *superficie extendida* se usa normalmente con referencia a un sólido que experimenta transferencia de energía por conducción dentro de sus límites, así como transferencia de energía por convección (y/o radiación) entre sus límites y los alrededores. Tal sistema se muestra de forma esquemática en la figura 3.11. Se usa un puntal para proporcionar soporte mecánico a dos paredes que están a temperaturas diferentes. Un gradiente de temperatura en la dirección x mantiene la transferencia de calor por conducción internamente, al mismo tiempo que hay una transferencia de energía por convección desde la superficie.

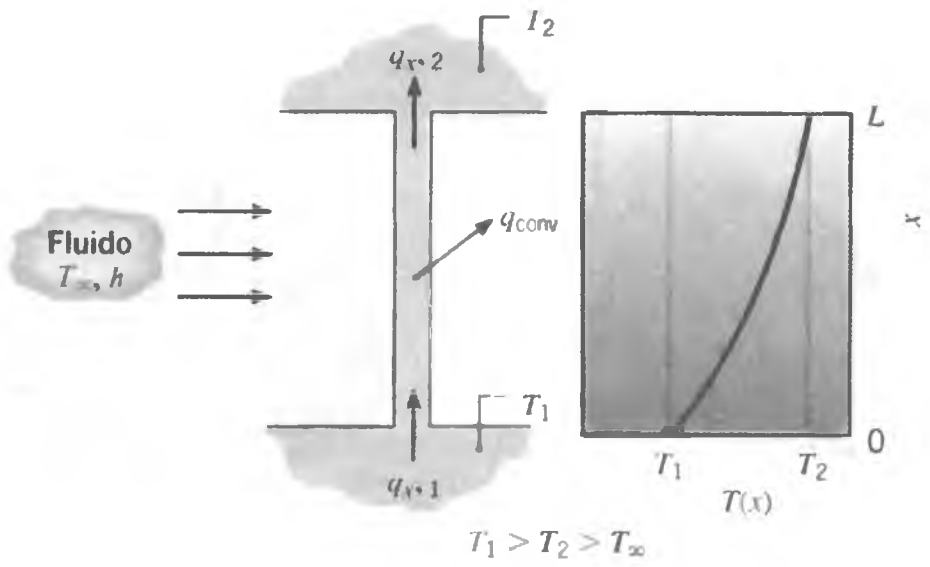


FIGURA 3.11 Conducción y convección combinadas en un elemento estructural.

Aunque hay muchas situaciones diferentes que implican efectos combinados de conducción y convección, la aplicación más frecuente es aquella en la que se usa una superficie extendida de manera específica para *aumentar* la rapidez de transferencia de calor entre un sólido y un fluido contiguo. Esta superficie extendida se denomina *aleta*.

Considere la pared plana de la figura 3.12*a*. Si T_s es fija, hay dos formas en las que es posible aumentar la transferencia de calor. El coeficiente de convección h podría aumentarse incrementando la velocidad del fluido, y/o podría reducirse la temperatura de fluido T_∞. Sin embargo, se encuentran muchas situaciones en las que aumentar h al valor máximo posible es insuficiente para obtener la transferencia de calor que se desea o en las que los costos asociados son prohibitivos. Estos costos están relacionados con los requerimientos de potencia del ventilador o de bomba necesarios para aumentar h a través de un creciente movimiento de fluido. Más aún, la segunda opción de reducir T_∞ es a menudo poco práctica. Sin embargo, al examinar la figura 3.12*b*, vemos que existe una tercera opción. Es decir, la transferencia de calor se incrementa aumentando el área de la superficie a través de la cual ocurre la convección. Esto se logra con el empleo de *aletas* que *se extienden* desde la pared al fluido circundante. La conductividad térmica del material de la aleta tiene fuerte efecto sobre la distribución de temperaturas a lo largo de la aleta y, por tanto, influye en el grado al que la transferencia de calor aumenta. Ideal-

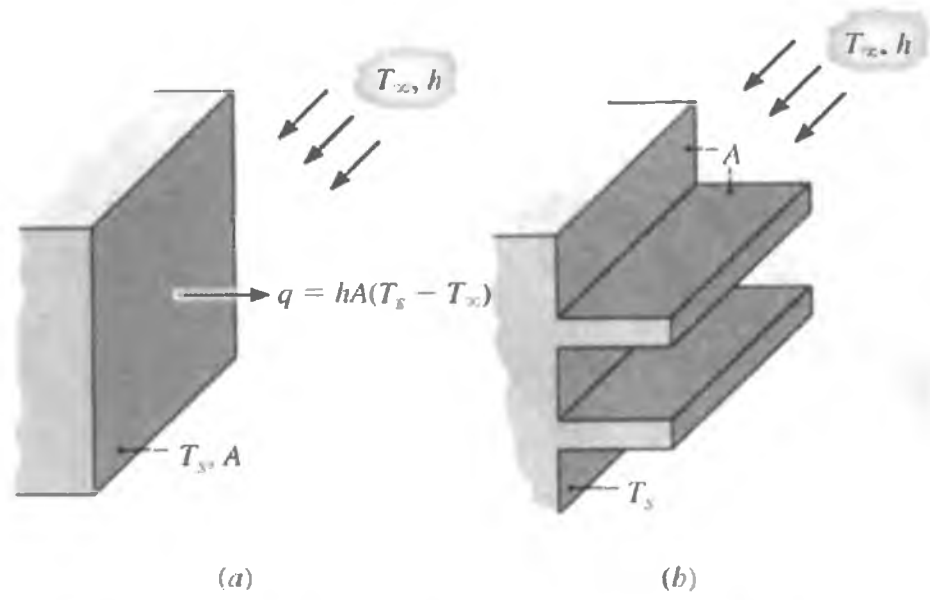


FIGURA 3.12 Uso de aletas para aumentar la transferencia de calor desde una pared plana. (*a*) Superficie desnuda. (*b*) Superficie con aletas.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolívar - Sede del Litoral

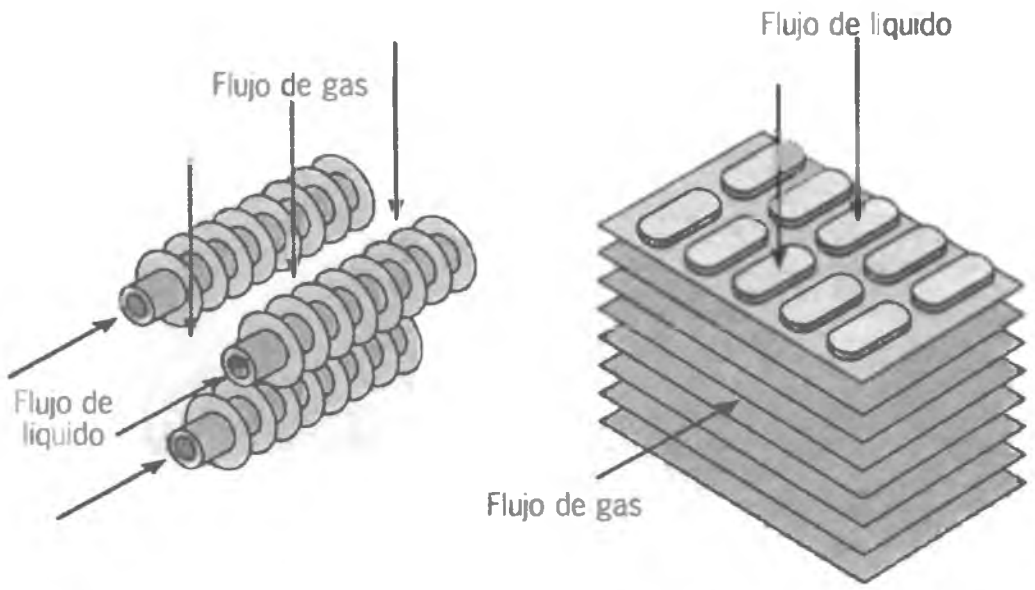


FIGURA 3.13 Esquema de intercambiadores típicos de calor de tubos con aletas.

mente, el material de la aleta debe tener una conductividad térmica grande para minimizar variaciones de temperatura desde la base hasta la punta. En el límite de la conductividad térmica infinita, toda la aleta estaría a la temperatura de la base de la superficie, proporcionando con ello el máximo aumento posible de transferencia de calor.

Ya está familiarizado con varias aplicaciones de aletas. Piense en el arreglo para enfriar cabezas de motor de motocicletas y cortadoras de césped o para enfriar transformadores de potencia eléctrica. Considere también los tubos con aletas unidas que se usan para promover intercambio de calor entre el aire y el fluido de trabajo de un acondicionador de aire. En la figura 3.13 se muestran dos arreglos comunes de tubo-aleta.

En la figura 3.14 se muestran diferentes configuraciones de aletas. Una *aleta recta* es cualquier superficie prolongada que se une a una *pared plana*. Puede ser de área de sección transversal uniforme, o el área de sección transversal puede variar con la distancia x desde la pared. Una *aleta anular* es aquella que se une de forma circunferencial a un cilindro, y su sección transversal varía con el radio desde la línea central del cilindro. Los tipos de aleta precedentes tienen secciones transversales rectangulares, cuya área se expresa como un producto del espesor de la aleta t y del ancho w para aletas rectas o la circunferencia $2\pi r$ para aletas anulares. En contraste, una *aleta de aguja*, o *spine*, es una superficie prolongada de sección transversal circular. Las aletas de aguja también pueden ser de sección transversal uniforme o no uniforme. En cualquier aplicación, la selección de una configuración de aletas particular depende de considera-

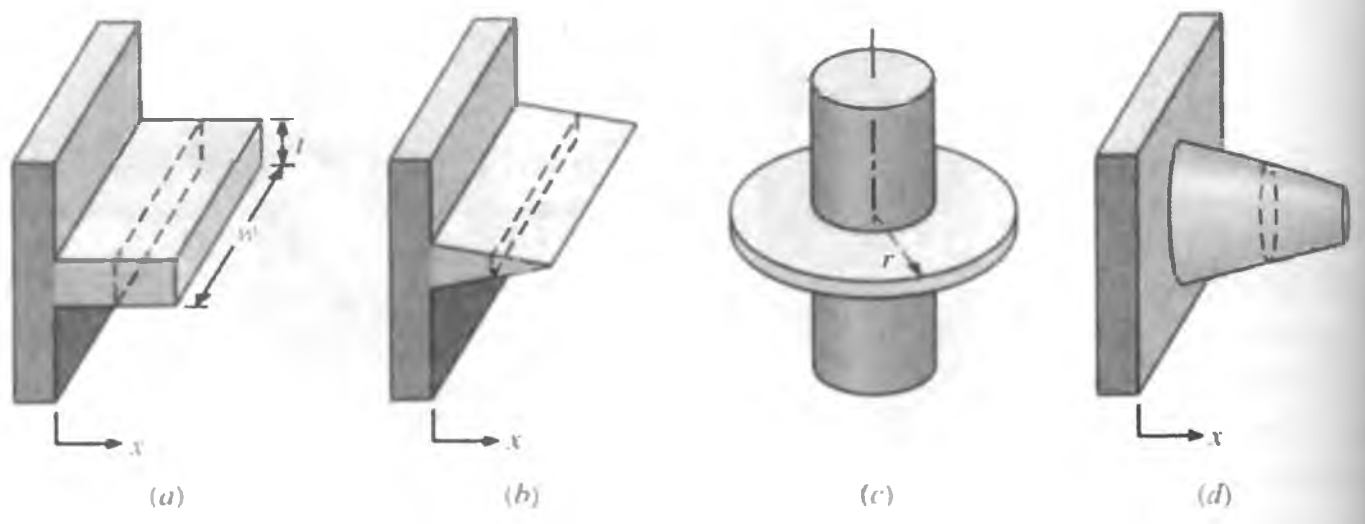


FIGURA 3.14 Configuraciones de aletas. (*a*) Aleta recta de sección transversal uniforme. (*b*) Aleta recta de sección transversal no uniforme. (*c*) Aleta anular. (*d*) Aleta de aguja.

ciones de espacio, peso, fabricación y costos, así como del punto al que las aletas reducen el coeficiente de convección de la superficie y aumentan la caída de presión asociada con un flujo sobre las aletas.

3.6.1 Análisis de conducción general

Como ingenieros estamos interesados principalmente en conocer el punto al que superficies extendidas particulares podrían mejorar la transferencia de calor de una superficie al fluido circundante. Para determinar la transferencia de calor asociada con una aleta, debemos primero obtener la distribución de temperaturas a lo largo de la aleta. Como hicimos para sistemas anteriores, comenzamos por llevar a cabo un balance de energía sobre un elemento diferencial apropiado. Considere la superficie extendida de la figura 3.15. El análisis se simplifica si se hacen ciertas suposiciones. Elegimos suponer condiciones unidimensionales en la dirección longitudinal (x), aunque la conducción dentro de la aleta es en realidad bidimensional. La rapidez a la que se desarrolla la convección de energía hacia el fluido desde cualquier punto sobre la superficie de la aleta, debe balancearse con la rapidez a la que la energía alcanza ese punto debido a la conducción en la dirección transversal (y, z). Sin embargo, en la práctica la aleta es delgada y los cambios de temperatura en la dirección longitudinal son mucho más grandes que los de la dirección transversal. Por tanto, podemos suponer conducción unidimensional en la dirección x. Consideraremos condiciones de estado estable y también supondremos que la conductividad térmica es una constante, que la radiación desde la superficie es insignificante, que los efectos de la generación de calor están ausentes y que el coeficiente de transferencia de calor por convección h es uniforme sobre la superficie.

Al aplicar el requerimiento de conservación de la energía, ecuación 1.11*a*, al elemento diferencial de la figura 3.15, obtenemos,

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{\text{conv}} \tag{3.56}$$

De la ley de Fourier sabemos que

$$q_x = -kA_c \frac{dT}{dx} \tag{3.57}$$

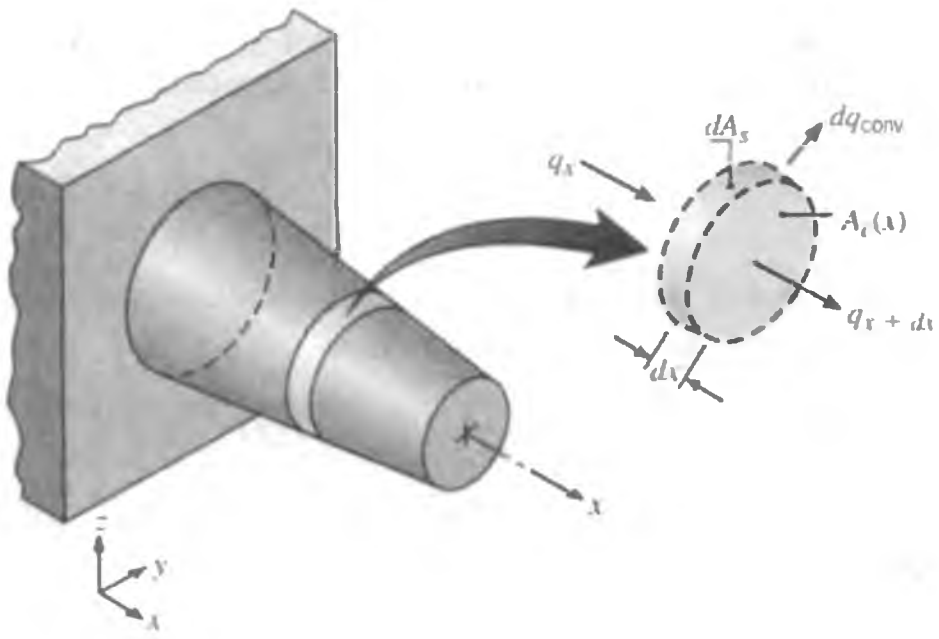


Figura 3.15 Balance de energía para una superficie extendida.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede Litoral

donde A_c es el área de la *sección transversal*, que varía con x. Como la conducción de calor en $x + dx$ se expresa como

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx}\,dx \tag{3.58}$$

se sigue que

$$q_{x+dx} = -kA_c\frac{dT}{dx} - k\frac{d}{dx}\left(A_c\frac{dT}{dx}\right)dx \tag{3.59}$$

La transferencia de calor se expresa como

$$dq_{\text{conv}} = h\,dA_s(T - T_\infty) \tag{3.60}$$

donde dA_s es el área *superficial* del elemento diferencial. Sustituyendo las ecuaciones de flujo anteriores en el balance de energía, ecuación 3.56, obtenemos

$$\frac{d}{dx}\left(A_c\frac{dT}{dx}\right) - \frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}(T - T_\infty) = 0$$

o

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c}\frac{dA_c}{dx}\right)\frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c}\frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}\right)(T - T_\infty) = 0 \tag{3.61}$$

Este resultado proporciona una forma general de la ecuación de energía para condiciones unidimensionales en una superficie extendida. Su solución para condiciones de frontera apropiadas proporcionará la distribución de temperaturas, que se usará después con la ecuación 3.57, para calcular la transferencia de calor por conducción en cualquier x.

3.6.2 Aletas de área de sección transversal uniforme

Para resolver la ecuación 3.61 es necesario ser más específico acerca de la geometría. Comenzamos con el caso más simple de aletas rectangulares rectas de sección transversal uniforme (figura 3.16). Cada aleta se une a una superficie base de temperatura $T(0) = T_b$ y se extiende en un fluido de temperatura T_∞.

Para las aletas que se establecen, A_c es una constante y $A_s = Px$, donde A_s es el área de la superficie medida de la base a x y P es el perímetro de la aleta. En consecuencia, con $dA_c/dx = 0$ y $dA_s/dx = P$, la ecuación 3.61 se reduce a

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_c}(T - T_\infty) = 0 \tag{3.62}$$

Para simplificar la forma de esta ecuación, transformamos la variable dependiente definiendo un *exceso de temperatura* θ como

$$\theta(x) \equiv T(x) - T_\infty \tag{3.63}$$

donde, como T_∞ es una constante, $d\theta/dx = dT/dx$. Al sustituir la ecuación 3.63 en la ecuación 3.62, obtenemos

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \tag{3.64}$$

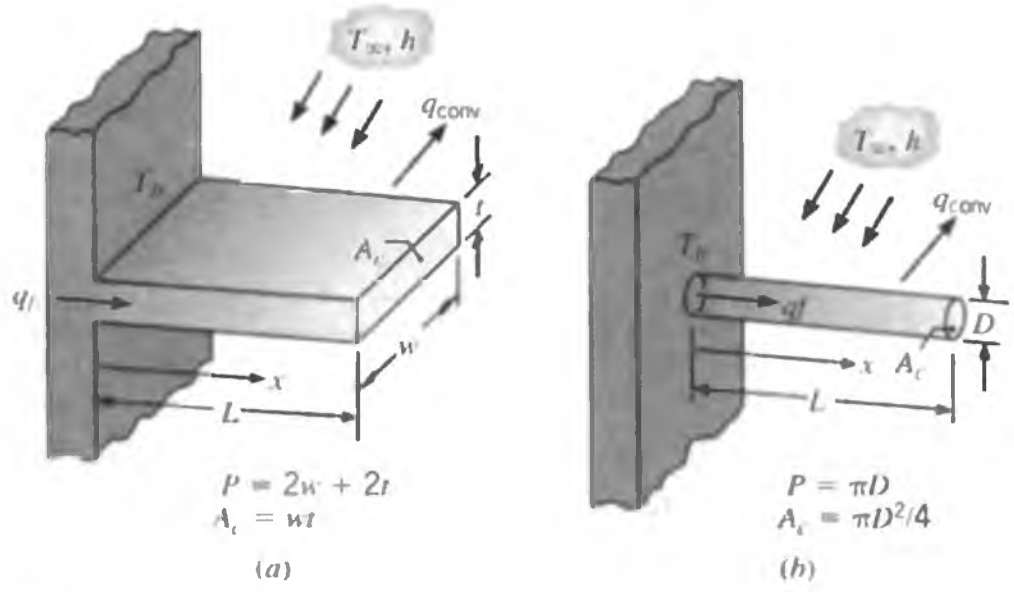


FIGURA 3.16 Aletas rectas de sección transversal uniforme. (*a*) Aleta rectangular. (*b*) Aleta circular.

donde

$$m^2 \equiv \frac{hP}{kA_c} \tag{3.65}$$

La ecuación 3.64 es una ecuación diferencial lineal de segundo orden, homogénea, con coeficientes constantes. Su solución general es

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \tag{3.66}$$

Por sustitución se verifica fácilmente que la ecuación 3.66 es en realidad una solución de la ecuación 3.64.

Para evaluar las constantes C_1 y C_2 de la ecuación 3.66, es necesario especificar condiciones de frontera apropiadas. Una condición se especifica en términos de la temperatura en la *base* de la aleta ($x = 0$)

$$\theta(0) = T_b - T_\infty \equiv \theta_b \tag{3.67}$$

La segunda condición, especificada en el extremo de la aleta ($x = L$), corresponde a cualquiera de cuatro diferentes situaciones físicas.

La primera condición, caso A, considera la transferencia de calor por convección desde el extremo de la aleta. Al aplicar un balance de energía a una superficie de control alrededor de este extremo (figura 3.17), obtenemos

$$hA_c[T(L) - T_\infty] = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L}$$

o

$$h\theta(L) = -k \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} \tag{3.68}$$

Es decir, la rapidez a la que la energía se transfiere hacia el fluido por convección desde el extremo debe ser igual a la rapidez a la que la energía alcanza el extremo por conducción a través de la aleta. Al sustituir la ecuación 3.66 en las ecuaciones 3.67 y 3.68, obtenemos, respectivamente,

$$\theta_b = C_1 + C_2 \tag{3.69}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

y

$$h(C_1e^{mL} + C_2e^{-mL}) + km(C_2e^{-mL} - C_1e^{mL})$$

Al resolver para C_1 y C_2, es posible demostrar, después de algunas manipulaciones, que

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L - x) + (h/mk) \operatorname{senh} m(L - x)}{\cosh mL + (h/mk) \operatorname{senh} mL} \tag{3.70}$$

La configuración de esta distribución de temperaturas se muestra de forma esquemática en la figura 3.17. Advierta que la magnitud del gradiente de temperatura disminuye al aumentar x. Esta tendencia es una consecuencia de la reducción en la transferencia de calor por conducción $q_x(x)$ con el aumento de x debido a las pérdidas por convección continuas de la superficie de la aleta.

También estamos interesados en el calor total transferido por la aleta. Según la figura 3.17, es evidente que la transferencia de calor de la aleta q_f se puede evaluar en dos formas alternativas, que implican el uso de la distribución de temperaturas. El procedimiento más simple, y el que usaremos, implica aplicar la ley de Fourier a la base de la aleta. Es decir,

$$q_f = q_b = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = -kA_c \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=0} \tag{3.71}$$

Por tanto, conociendo la distribución de temperaturas, $\theta(x)$, q_f se puede evaluar, lo que da

$$q_f = \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b \frac{\operatorname{senh} mL + (h/mk) \cosh mL}{\cosh mL + (h/mk) \operatorname{senh} mL} \tag{3.72}$$

Sin embargo, la conservación de la energía dicta que la rapidez a la que se transfiere calor por convección desde la aleta debe ser igual a la rapidez a la que se conduce por

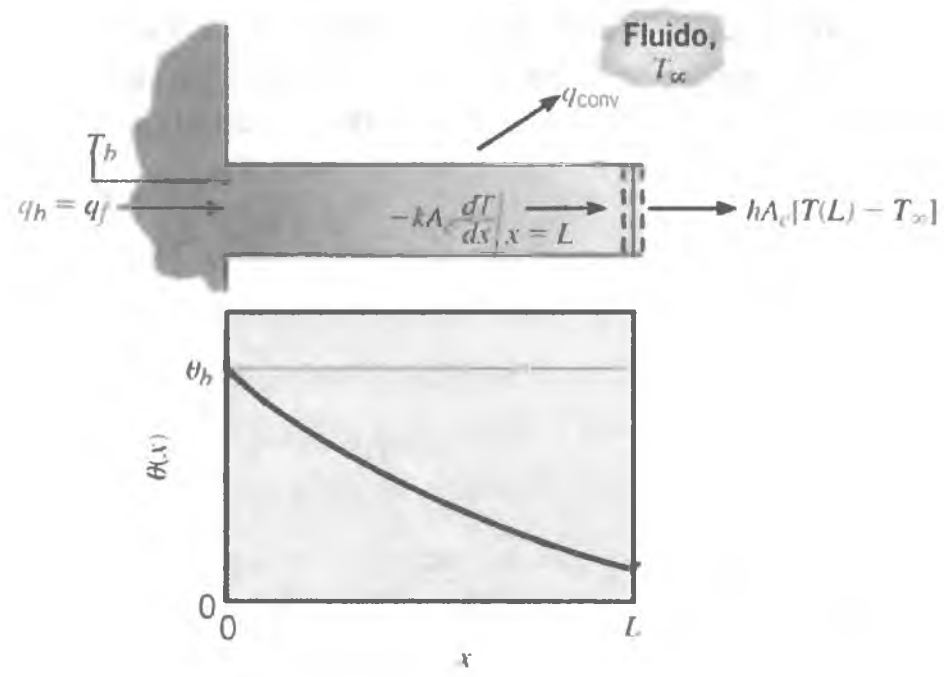


Figura 3.17 Conducción y convección en una aleta de sección transversal uniforme.

la base de la aleta. En consecuencia, la formulación alternativa para q_f es

$$q_f = \int_{A_f} h[T(x) - T_\infty]\, dA_s$$

$$q_f = \int_{A_f} h\theta(x)\, dA_s \tag{3.73}$$

donde A_f es el *área total de la superficie de la aleta*, incluido el extremo. La sustitución de la ecuación 3.70 en la ecuación 3.73 da la ecuación 3.72.

La segunda condición del extremo, caso B, corresponde a la suposición de que la pérdida de calor convectiva en el extremo de la aleta es insignificante, en cuyo caso el extremo se trata como adiabático y

$$\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = 0 \tag{3.74}$$

Al sustituir de la ecuación 3.66 y dividir entre m, obtenemos

$$C_1 e^{mL} - C_2 e^{-mL} = 0$$

Usando esta expresión con la ecuación 3.69 para resolver C_1 y C_2 y sustituir los resultados en la ecuación 3.66, obtenemos

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L - x)}{\cosh mL} \tag{3.75}$$

Al usar esta distribución de temperaturas con la ecuación 3.71, la transferencia de calor de la aleta es entonces

$$q_f = \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b \tanh mL \tag{3.76}$$

De la misma manera se obtiene la distribución de temperaturas de la aleta y la transferencia de calor para el caso C, donde la temperatura se establece en el extremo de la aleta. Es decir, la segunda condición de frontera es $\theta(L) = \theta_L$, y las expresiones resultantes son

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{(\theta_L/\theta_b)\,\text{senh}\, mx + \text{senh}\, m(L - x)}{\text{senh}\, mL} \tag{3.77}$$

$$q_f = \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b \frac{\cosh mL - \theta_L/\theta_b}{\text{senh}\, mL} \tag{3.78}$$

La *aleta muy larga*, caso D, es una extensión interesante de estos resultados. En particular, cuando $L \to \infty$, $\theta_L \to 0$ y se verifica fácilmente que

$$\frac{\theta}{\theta_b} = e^{-mx} \tag{3.79}$$

$$q_f = \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b \tag{3.80}$$

Los resultados anteriores se resumen en la tabla 3.4. En el apéndice B.1 se proporciona una tabla de funciones hiperbólicas.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Tabla 3.4 Distribución de temperaturas y pérdidas de calor para aletas de sección transversal uniforme

Caso	Condición de aleta ($x = L$)	Distribución de temperaturas θ/θ_b	Transferencia de calor de la aleta q_f
A	Transferencia de calor por convección: $h\theta(L) = -kd\theta/dx\|_{x=L}$	$\dfrac{\cosh m(L-x) + (h/mk)\,\operatorname{senh} m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk)\,\operatorname{senh} mL}$ (3.70)	$M\dfrac{\operatorname{senh} mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\operatorname{senh} mL}$ (3.72)
B	Adiabática: $d\theta/dx\|_{x=L} = 0$	$\dfrac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$ (3.75)	$M \tanh mL$ (3.76)
C	Temperatura establecida: $\theta(L) = \theta_L$	$\dfrac{(\theta_L/\theta_b)\operatorname{senh} mx + \operatorname{senh} m(L-x)}{\operatorname{senh} mL}$ (3.77)	$M\dfrac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\operatorname{senh} mL}$ (3.78)
D	Aleta infinita ($L \to \infty$): $\theta(L) = 0$	e^{-mx} (3.79)	M (3.80)

$\theta \equiv T - T_\infty$ $\quad m^2 \equiv hP/kA_c$

$\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$ $\quad M \equiv \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b$

Ejemplo 3.8

Una varilla muy larga de 5 mm de diámetro tiene un extremo que se mantiene a 100°C. La superficie de la varilla se expone al aire ambiente a 25°C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 100 W/m² · K.

1. Determine las distribuciones de temperaturas a lo largo de varillas construidas de cobre puro, aleación de aluminio 2024 y acero inoxidable tipo AISI 316. ¿Cuáles son las pérdidas de calor correspondientes de las varillas?
2. Calcule el largo de las varillas para que la suposición de una *longitud infinita* dé una estimación exacta de la pérdida de calor.

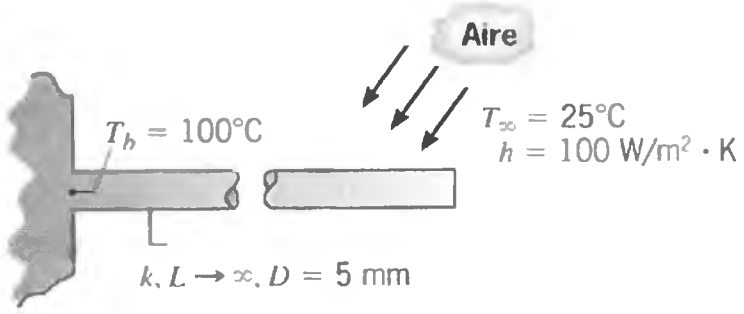
Solución

Se conoce: Una varilla circular grande expuesta al aire del ambiente.

Encontrar:

1. Distribución de temperaturas y pérdida de calor cuando la varilla se fabrica de cobre, una aleación de aluminio o acero inoxidable.
2. Qué largo deben tener las varillas para suponer longitud infinita.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Conducción unidimensional a lo largo de la varilla.
3. Propiedades constantes.
4. Intercambio de radiación insignificante con los alrededores.
5. Coeficiente convectivo constante y uniforme.
6. Varilla infinitamente larga.

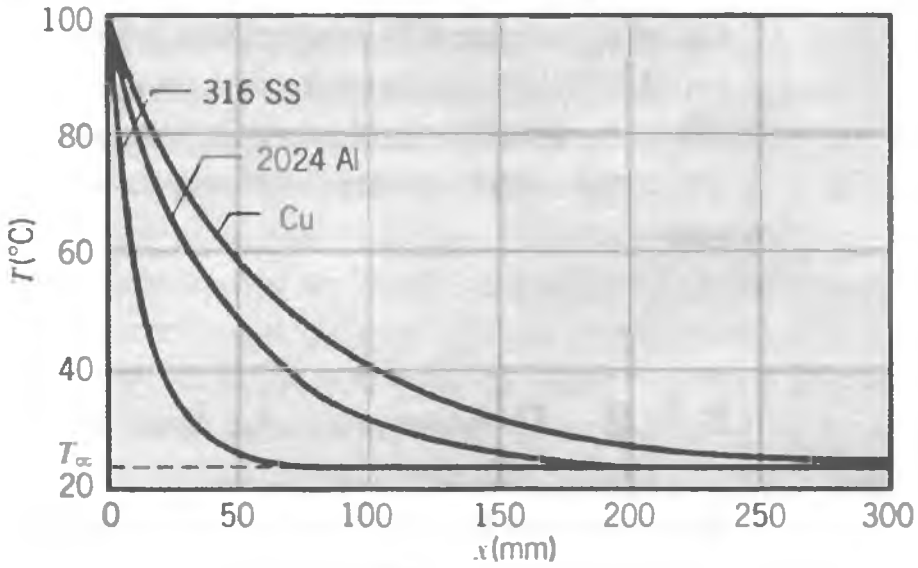
Propiedades: Tabla A.1, cobre [$T = (T_b + T_\infty)/2 = 62.5°C \approx 335$ K]: $k = 398$ W/m · K. Tabla A.1, aluminio 2024 (335 K): $k = 180$ W/m · K. Tabla A.1, acero inoxidable, AISI 316 (335 K): $k = 14$ W/m · K.

Análisis:

1. Sujeto a la suposición de una aleta infinitamente larga, las distribuciones de temperatura se determinan de la ecuación 3.79, que se expresa como

$$T = T_\infty + (T_b - T_\infty)e^{-mx}$$

donde $m = (hP/kA_c)^{1/2} = (4h/kD)^{1/2}$. Al sustituir para h y D, así como para las conductividades térmicas del cobre, la aleación de aluminio y el acero inoxidable, respectivamente, los valores de m son 14.2, 21.2, y 75.6 m^{-1}. Las distribuciones de temperaturas se calculan y trazan entonces según la siguiente gráfica.



De estas distribuciones, es evidente que hay poca transferencia de calor adicional asociada con la extensión de la longitud de la varilla mucho más allá de 50, 200 y 300 mm, respectivamente, para el acero inoxidable, la aleación de aluminio y el cobre.

De la ecuación 3.80 la pérdida de calor es

$$q_f = \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b$$

De aquí, para el cobre,

$$q_f = \left[100 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times \pi \times 0.005 \text{ m} \times 398 \text{ W/m} \cdot \text{K} \times \frac{\pi}{4}(0.005 \text{ m})^2\right]^{1/2} (100 - 25)°\text{C}$$

$$= 8.3 \text{ W} \quad \triangleleft$$

De manera similar, para la aleación de aluminio y el acero inoxidable, respectivamente, las pérdidas de calor son $q_f = 5.6$ W y 1.6 W.

2. Como no hay pérdida de calor en el extremo de una varilla infinitamente larga, es posible estimar la validez de esta aproximación comparando las ecuaciones 3.76 y 3.80. Para una aproximación satisfactoria, las expresiones proporcionan resultados equivalentes si tanh $mL \geq 0.99$ o $mL \geq 2.65$. Por tanto, una varilla se supone infinitamente larga si

$$L \geq L_\infty \equiv \frac{2.65}{m} = 2.65\left(\frac{kA_c}{hP}\right)^{1/2}$$

Para el cobre,

$$L_\infty = 2.65\left[\frac{398\ \text{W/m} \cdot \text{K} \times (\pi/4)(0.005\ \text{m})^2}{100\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \times \pi(0.005\ \text{m})}\right]^{1/2} = 0.19\ \text{m} \quad \triangleleft$$

Los resultados para la aleación de aluminio y para el acero inoxidable son $L_\infty = 0.13$ m y $L_\infty = 0.04$ m, respectivamente.

Comentarios: Los resultados anteriores indican que es posible predecir con precisión la transferencia de calor de la aleta a partir de la aproximación de aleta infinita si $mL \gtrsim 2.65$. Sin embargo, para que la aproximación de aleta infinita prediga la distribución de temperaturas $T(x)$ con exactitud se requerirá un valor mayor de mL. Este valor se infiere de la ecuación 3.79 y del requerimiento de que la temperatura del extremo sea muy cercana a la temperatura del fluido. De aquí, si requerimos que $\theta(L)/\theta_b = \exp(-mL) > 0.01$, se sigue que $mL > 4.6$, en cuyo caso $L_\infty \approx 0.33$, 0.23 y 0.07 m para el cobre, la aleación de aluminio y el acero inoxidable, respectivamente. Estos resultados son congruentes con las distribuciones que se dibujaron en la parte 1.

3.6.3 Desempeño de una aleta

Recuerde que las aletas se utilizan para aumentar la transferencia de calor de una fuente porque acrecientan el área efectiva de superficie. Sin embargo, la aleta misma representa una resistencia de conducción para la transferencia de calor de la superficie original. Por esta razón, no hay seguridad de que la transferencia de calor aumente a través del uso de aletas. Una apreciación de este asunto se obtiene evaluando la *efectividad de la aleta* ε_f. Esta efectividad se define como la *razón de la transferencia de calor de la aleta a la transferencia de calor que existiría sin la aleta*. Por tanto,

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{hA_{c,b}\theta_b} \tag{3.81}$$

donde $A_{c,b}$ es el área de la sección transversal en la base de la aleta. En cualquier diseño racional, el valor de ε_f debe ser tan grande como sea posible y, en general, el uso de aletas raramente se justifica a menos que $\varepsilon_f \gtrsim 2$.

Sujeta a cualquiera de las cuatro condiciones de aletas que se consideran, la efectividad para una aleta de sección transversal uniforme se obtiene dividiendo la expresión apropiada para q_f, en la tabla 3.4, entre $hA_{c,b}\theta_b$. Aunque la instalación de aletas altera

el coeficiente de convección de la superficie, este efecto normalmente no se toma en cuenta. De aquí, suponiendo que el coeficiente de convección de la superficie con aletas es equivalente al de la base sin aletas, se sigue que, para la aproximación de aleta infinita (caso D), el resultado es

$$\varepsilon_f = \left(\frac{kP}{hA_c}\right)^{1/2} \tag{3.82}$$

Es posible inferir varias tendencias importantes de este resultado. Obviamente, la efectividad de la aleta aumenta por la elección de un material de alta conductividad térmica. Aleaciones de aluminio y cobre vienen a la mente. Sin embargo, aunque el cobre es superior desde el punto de vista de la conductividad térmica, las aleaciones de aluminio son la elección más común debido a sus beneficios adicionales relacionados con un costo y peso más bajos. La efectividad de la aleta también se intensifica al aumentar la razón del perímetro al área de la sección transversal. Por esta razón se prefiere el uso de aletas *delgadas*, pero poco espaciadas, con la salvedad de que el hueco de la aleta no se reduzca a un valor para el que el flujo entre las aletas se impida severamente, y por ello se reduzca el coeficiente de convección.

La ecuación 3.82 también indica que el uso de aletas se justifica mejor bajo condiciones para las que el coeficiente de convección h es pequeño. Así, de la tabla 1.1 es evidente que la necesidad de aletas es grande cuando el fluido es un gas en lugar de un líquido y, en particular, cuando la transferencia de calor de la superficie es por convección *libre*. Si se van a usar aletas sobre una superficie que separa un gas y un líquido, por lo general se colocan en el lado del gas, que es el lado del coeficiente de convección más bajo. Un ejemplo común es la tubería en el radiador de un automóvil. Las aletas se aplican a la superficie exterior del tubo, sobre la cual hay un flujo de aire del ambiente (h pequeña), y no a la superficie interna, a través de la cual hay un flujo de agua (h grande). Note que, si $\varepsilon_f > 2$ se usa como criterio para justificar la aplicación de aletas, la ecuación 3.82 lleva al requerimiento de que $(kP/hA_c) > 4$.

La ecuación 3.82 proporciona un límite superior a ε_f, que se alcanza conforme L se aproxima a infinito. Sin embargo, ciertamente no es necesario usar aletas muy largas para alcanzar un aumento de la transferencia de calor cercana a la máxima. Cuando se considera una condición de extremo adiabático, la ecuación 3.76 y la tabla B.1 nos indican que 98% de la transferencia de calor máxima posible de aleta se alcanza para $mL = 2.3$. Por esto tiene poco sentido extender las aletas más allá de $L = 2.3/m$.

El desempeño de la aleta también se cuantifica en términos de una resistencia térmica. Al tratar la diferencia entre las temperaturas de la base y del fluido como el potencial de impulso, una *resistencia de aleta* se define como

$$R_{t,f} = \frac{\theta_b}{q_f} \tag{3.83}$$

Este resultado es extremadamente útil, en particular cuando se representa una superficie con aletas mediante un circuito térmico. Advierta que, de acuerdo con la condición del extremo de la aleta, una expresión apropiada para q_f se obtiene de la tabla 3.4.

Al dividir la ecuación 3.83 en la expresión para la resistencia térmica debida a la convección en la base expuesta,

$$R_{t,b} = \frac{1}{hA_{c,b}} \tag{3.84}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón B

y al sustituir de la ecuación 3.81, se sigue que

$$\varepsilon_f = \frac{R_{t,h}}{R_{t,f}} \tag{3.85}$$

En consecuencia, la efectividad de la aleta se interpreta como una razón de resistencias térmicas y, para aumentar ε_f, es necesario reducir la resistencia de conducción/convección de la aleta. Si la aleta es para aumentar la transferencia de calor, su resistencia no debe exceder la de la base expuesta.

Otra medida del desempeño térmico de la aleta la proporciona la *eficiencia de la aleta* η_f. El potencial de impulso máximo para la convección es la diferencia de temperaturas entre la base ($x = 0$) y el fluido, $\theta_b = T_b - T_\infty$. De aquí, se sigue que la rapidez máxima a la que una aleta puede disipar energía es la rapidez que existiría *si* toda la superficie de la aleta estuviera a la temperatura de la base. Sin embargo, como cualquier aleta se caracteriza por una resistencia de conducción finita, debe existir un gradiente de temperatura a lo largo de la aleta y la condición anterior es una idealización. Por tanto, una definición lógica de eficiencia de aleta es

$$\eta_f \equiv \frac{q_f}{q_{\text{máx}}} = \frac{q_f}{hA_f\theta_b} \tag{3.86}$$

donde A_f es el área de la superficie de la aleta. Para una aleta recta de sección transversal uniforme y un extremo adiabático, las ecuaciones 3.76 y 3.86 dan

$$\eta_f = \frac{M \tanh mL}{hPL\theta_b} = \frac{\tanh mL}{mL} \tag{3.87}$$

Con referencia a la tabla B.1, este resultado nos indica que η_f se aproxima a sus valores máximo y mínimo de 1 y 0, respectivamente, conforme L se aproxima a 0 e ∞.

En lugar de la expresión algo pesada para la transferencia de calor de una aleta rectangular recta con un extremo activo, ecuación 3.72, se mostró que se pueden obtener predicciones aproximadas, incluso precisas, usando el extremo adiabático resultante, ecuación 3.76, con una longitud de aleta corregida de la forma $L_c = L + (t/2)$ para una aleta rectangular, y $L_c = L + (D/4)$ para una aleta recta de alfiler [9]. La corrección se basa en la suposición de equivalencia entre la transferencia de calor de la aleta real con convección en el extremo y transferencia de calor de una aleta hipotética más larga con un extremo adiabático. Así, con la convección en el extremo, la rapidez de transferencia de calor de la aleta se aproxima como

$$q_f = M \tanh mL_c \tag{3.88}$$

y la eficiencia correspondiente como

$$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c} \tag{3.89}$$

Los errores asociados con la aproximación son insignificantes si (ht/k) o $(hD/2k) \leq 0.0625$ [10].

Si el ancho de una aleta rectangular es mucho más grande que su espesor, $w \gg t$, el perímetro se aproxima como $P = 2w$, y

$$mL_c = \left(\frac{hP}{kA_c}\right)^{1/2} L_c = \left(\frac{2h}{kt}\right)^{1/2} L_c$$

Al multiplicar el numerador y denominador por $L_c^{1/2}$ e introducir un área de perfil de la

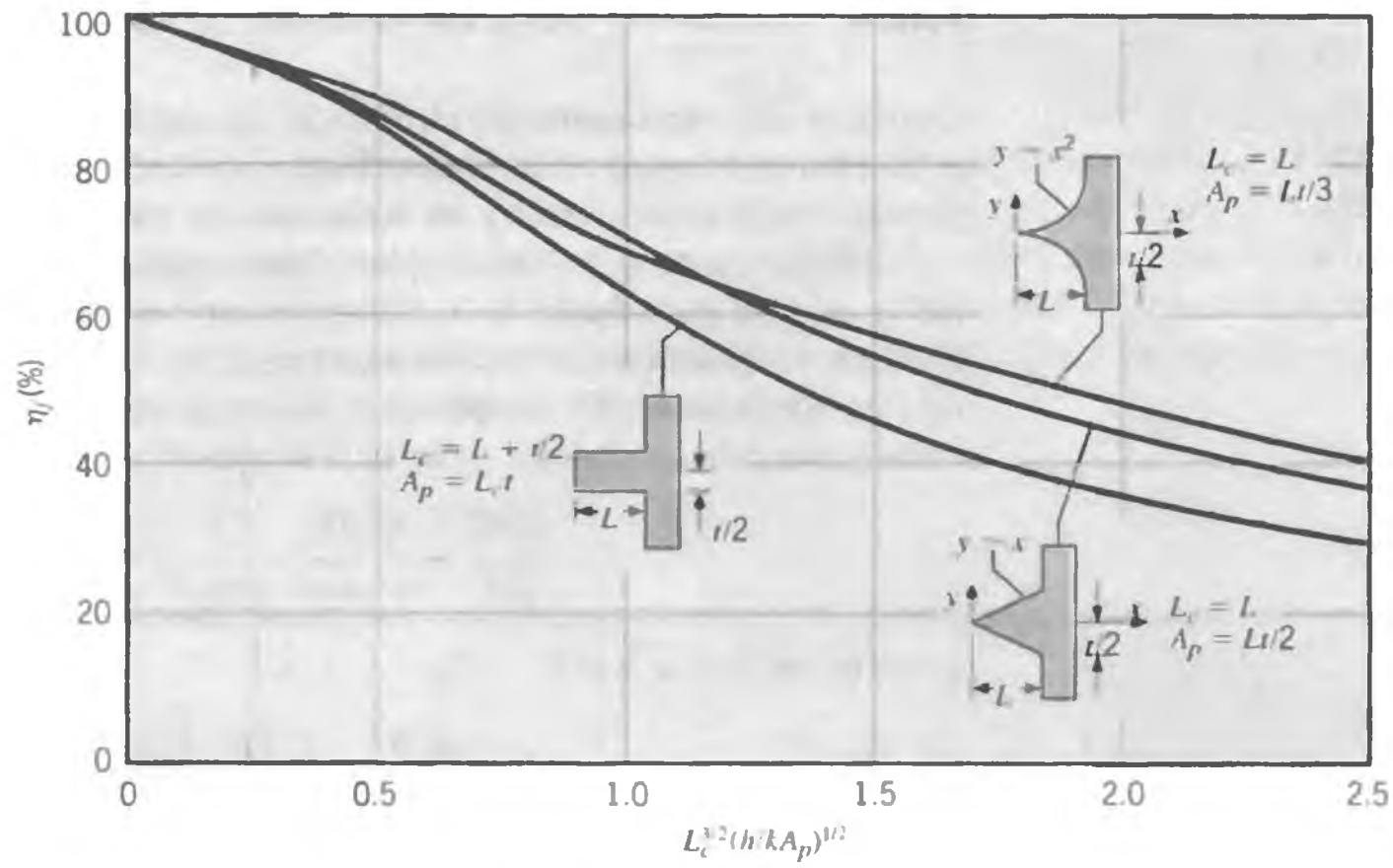


FIGURA 3.18 Eficiencia de aletas rectas (perfiles rectangular, triangular y parabólico).

aleta corregida, $A_p = L_c t$, se sigue que

$$mL_c = \left(\frac{2h}{kA_p}\right)^{1/2} L_c^{3/2} \tag{3.90}$$

De aquí, según se muestra en las figuras 3.18 y 3.19, la eficiencia de una aleta rectangular con convección en el extremo se puede representar como una función de $L_c^{3/2}(h/kA_p)^{1/2}$.

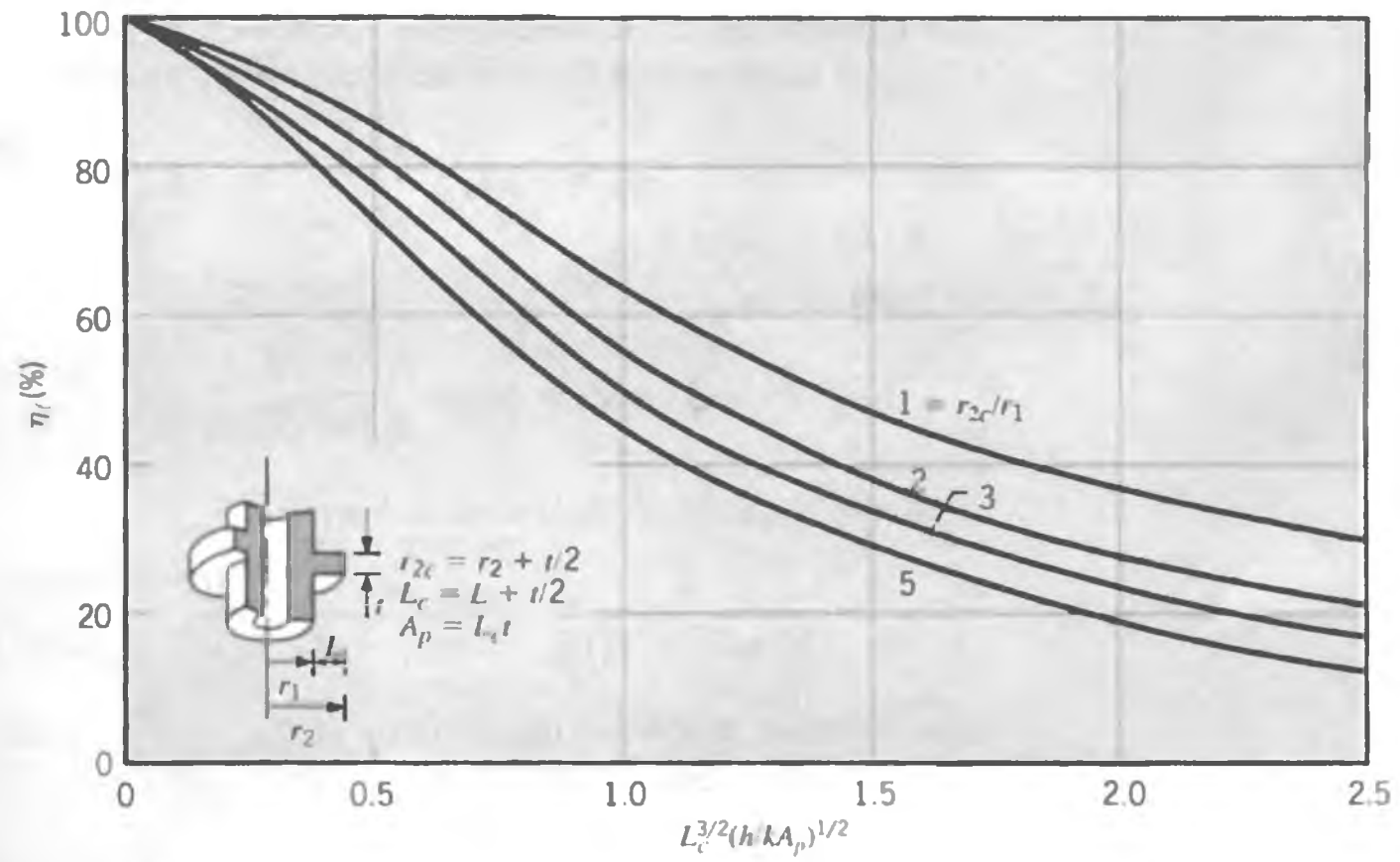


FIGURA 3.19 Eficiencia de aletas anulares de perfil rectangular.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del Litoral

3.6.4 Aletas de área de sección transversal no uniforme

El análisis del comportamiento térmico de una aleta se hace más complejo si la aleta es de sección transversal no uniforme. Para estos casos, el segundo término de la ecuación 3.61 debe conservarse, y las soluciones ya no presentarán la forma de funciones exponenciales o hiperbólicas simples. Como caso especial, considere la aleta anular que se muestra en la figura 3.19. Aunque el espesor de la aleta es uniforme (t independiente de r), el área de la sección transversal, $A_c = 2\pi rt$ varía con r. Al reemplazar x por r en la ecuación 3.61 y expresar el área de la superficie como $A_s = 2\pi(r^2 - r_1^2)$, la forma general de la ecuación de la aleta se reduce a

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} - \frac{2h}{kt}(T - T_\infty) = 0$$

o, con $m^2 \equiv 2h/kt$ y $\theta \equiv T - T_\infty$,

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\theta}{dr} - m^2\theta = 0$$

La expresión anterior es una *ecuación de Bessel modificada* de orden cero, y la solución general tiene la forma

$$\theta(r) = C_1 I_0(mr) + C_2 K_0(mr)$$

donde I_0 y K_0 son funciones de Bessel de orden cero modificadas de primera y segunda clase, respectivamente. Si la temperatura en la base de la aleta se establece, $\theta(r_1) = \theta_b$, y se supone la periferia adiabática, $d\theta/dr|_{r2} = 0$, C_1 y C_2 se pueden evaluar para dar una distribución de temperaturas según la forma

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{I_0(mr)K_1(mr_2) + K_0(mr)I_1(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + K_0(mr_1)I_1(mr_2)}$$

donde $I_1(mr) = d[I_0(mr)]/d(mr)$ y $K_1(mr) = -d[K_0(mr)]/d(mr)$ son funciones de Bessel de primer orden modificadas de primera y segunda clase, respectivamente. Las funciones de Bessel se tabulan en el apéndice B.

Si la transferencia de calor de la aleta se expresa como

$$q_f = -kA_{c,b}\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=r_1} = -k(2\pi r_1 t)\left.\frac{d\theta}{dr}\right|_{r=r_1}$$

se sigue que

$$q_f = 2\pi k r_1 t \theta_b m \frac{K_1(mr_1)I_1(mr_2) - I_1(mr_1)K_1(mr_2)}{K_0(mr_1)I_1(mr_2) + I_0(mr_1)K_1(mr_2)}$$

de donde la eficiencia de la aleta se vuelve

$$\eta_f = \frac{q_f}{h2\pi(r_2^2 - r_1^2)\theta_b} = \frac{2r_1}{m(r_2^2 - r_1^2)} \frac{K_1(mr_1)I_1(mr_2) - I_1(mr_1)K_1(mr_2)}{K_0(mr_1)I_1(mr_2) + I_0(mr_1)K_1(mr_2)} \quad (3.91)$$

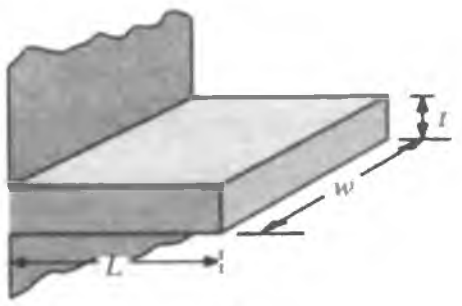
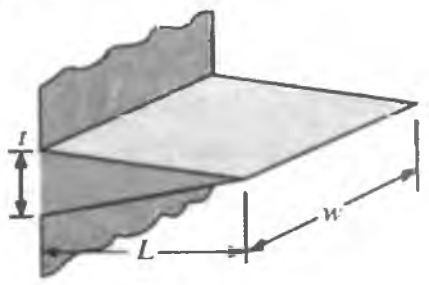
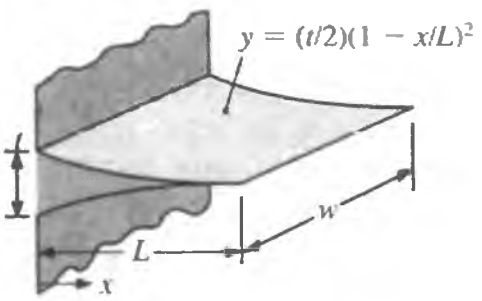
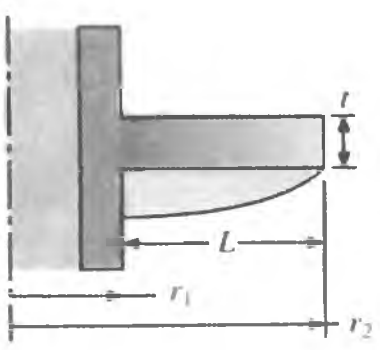
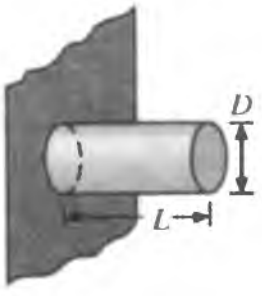
Este resultado se aplica a una periferia activa (de convección), si el radio de la periferia r_2 se reemplaza con un radio corregido de la forma $r_{2c} = r_2 + (t/2)$. Los resultados se presentan de forma gráfica en la figura 3.19.

El conocimiento de la eficiencia térmica de una aleta sirve para evaluar la resistencia de la aleta y, de las ecuaciones 3.83 y 3.86, se sigue que

$$R_{t,f} = \frac{1}{hA_f\eta_f} \tag{3.92}$$

En la tabla 3.5 se resumen expresiones para la eficiencia y el área superficial de varias geometrías comunes de aleta. Aunque los resultados para las aletas de espesor o diámetro uniforme se obtuvieron suponiendo una periferia adiabática, los efectos de la convección se pueden tratar con el uso de una longitud (ecuaciones 3.89 y 3.95) o radio (ecuación 3.91) corregidos. Las aletas triangulares y parabólicas son de espesor no uniforme, que se reduce a cero en el extremo de la aleta.

TABLA 3.5 Eficiencia de formas comunes de aletas

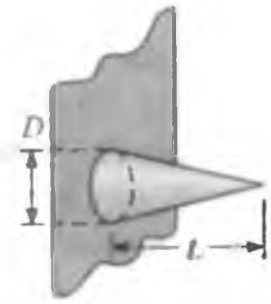
Aletas rectas			
Rectangular[a] $A_f = 2wL_c$ $L_c = L + (t/2)$		$\eta_f = \dfrac{\tanh mL_c}{mL_c}$	(3.89)
Triangular[a] $A_f = 2w[L^2 + (t/2)^2]^{1/2}$		$\eta_f = \dfrac{1}{mL}\dfrac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$	(3.93)
Parabólica[a] $A_f = w[C_1L^2 + (L^2/t)\ln(t/L + C_1)]$ $C_1 = [1 + (t/L)^2]^{1/2}$		$\eta_f = \dfrac{2}{[4(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1}$	(3.94)
Aleta circular			
Rectangular[a] $A_f = 2\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)$ $r_{2c} = r_2 + (t/2)$		$\eta_f = C_2\dfrac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})}$ $C_2 = \dfrac{(2r_1/m)}{(r_{2c}^2 - r_1^2)}$	(3.91)
Aletas de punta			
Rectangular[b] $A_f = \pi DL_c$ $L_c = L + (D/4)$		$\eta_f = \dfrac{\tanh mL_c}{mL_c}$	(3.95)

Continúa en la siguiente página

Tabla 3.5 Eficiencia de formas comunes de aletas (*continuación*)

Triangular[a]

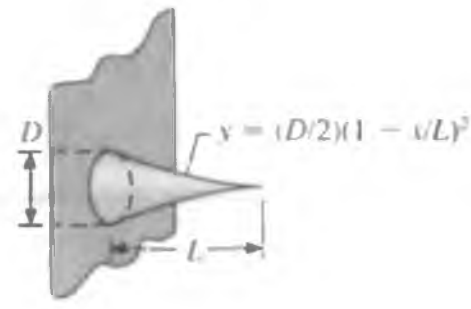
$$A_f = \frac{\pi D}{2}\left[L^2 + (D/2)^2\right]^{1/2}$$



$$\eta_f = \frac{2}{mL}\frac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)} \tag{3.96}$$

Parabólica[a]

$$A_f = \frac{\pi L^3}{8D}\left\{C_3C_4 - \frac{L}{2D}\ln\left[(2DC_4/L) + C_3\right]\right\}$$



$$C_3 = 1 + 2(D/L)^2$$
$$C_4 = \left[1 + (D/L)^2\right]^{1/2}$$

$$\eta_f = \frac{2}{[4/9(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1} \tag{3.97}$$

[a] $m = (2h/kt)^{1/2}$
[b] $m = (4h/kD)^{1/2}$

Una aleta *triangular* recta es atractiva porque, para la transferencia de calor equivalente, requiere mucho menos volumen (material de la aleta) que un perfil rectangular. A este respecto, la disipación por unidad de volumen, $(q/V)_f$, es más grande para un perfil *parabólico*. Sin embargo, como $(q/V)_f$ para el perfil parabólico es sólo ligeramente mayor que el del perfil triangular, su uso pocas veces se justifica en vista de los grandes costos de fabricación. La aleta *anular* de perfil rectangular se usa normalmente para aumentar la transferencia hacia o desde tubos circulares.

3.6.5 Eficiencia global de la superficie

En contraste con la eficiencia η_f de la aleta, que caracteriza el rendimiento de una sola aleta, la *eficiencia global de la superficie* η_0 caracteriza un *arreglo* de aletas y la superficie base a la que se une. En la figura 3.20 se muestran arreglos representativos, donde S designa el espaciamiento de las aletas. En cada caso la eficiencia global se define como

$$\eta_o = \frac{q_t}{q_{\max}} = \frac{q_t}{hA_t\theta_b} \tag{3.98}$$

donde q_t es la transferencia de calor total del área de la superficie A_t asociada con las aletas y la parte expuesta de la base (a menudo denominada la superficie *primaria*). Si hay N aletas en el arreglo, cada una de las áreas superficiales A_f, y el área de la superficie primaria se designa como A_b, el área de la superficie total es

$$A_t = NA_f + A_b \tag{3.99}$$

La transferencia de calor máxima posible resultaría si toda la superficie de la aleta, así como la base expuesta, se mantuvieran en T_b.

La transferencia total de calor por convección de las aletas y de la superficie principal (sin aletas) se expresa como

$$q_t = N\eta_f hA_f\theta_b + hA_b\theta_b \tag{3.100}$$

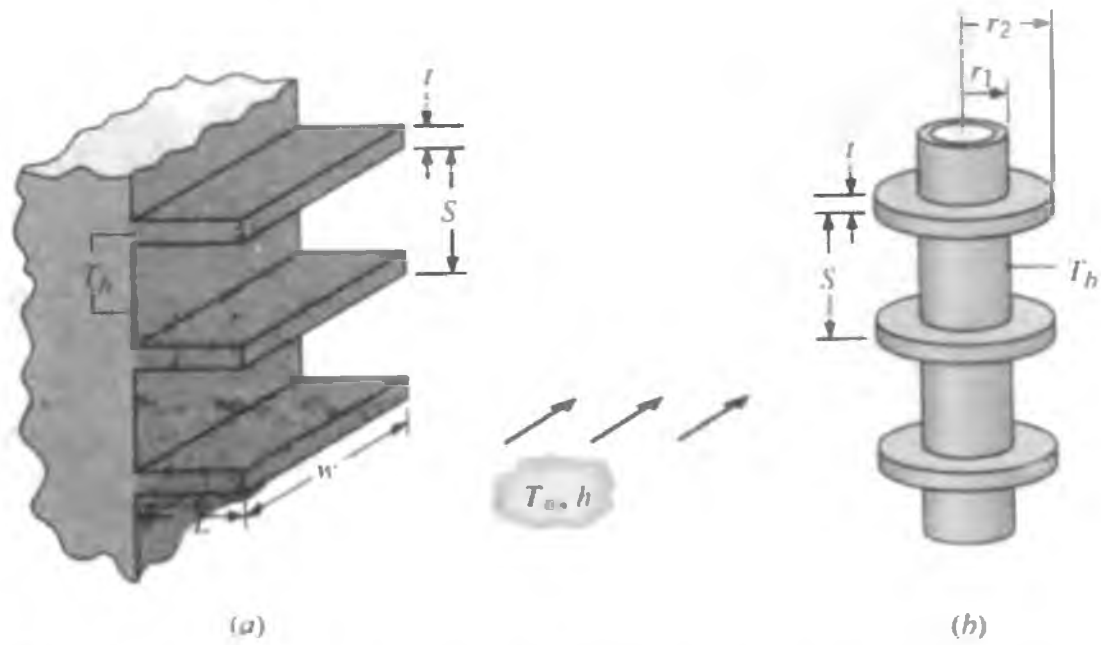


FIGURA 3.20 Arreglos de aletas representativos. (*a*) Aletas rectangulares. (*b*) Aletas anulares.

donde el coeficiente de convección h se supone equivalente para las superficies principal y con aletas, y η_f es la eficiencia de una sola aleta. De aquí

$$q_t = h[N\eta_f A_f + (A_t - NA_f)]\theta_b = hA_t\left[1 - \frac{NA_f}{A_t}(1 - \eta_f)\right]\theta_b \tag{3.101}$$

Al sustituir la ecuación (3.101) en (3.98), se sigue que

$$\eta_o = 1 - \frac{NA_f}{A_t}(1 - \eta_f) \tag{3.102}$$

Del conocimiento de η_o, la ecuación 3.98 sirve para calcular la transferencia total de calor para un arreglo de aletas.

Si recuerda la definición de la resistencia térmica de la aleta, ecuación 3.83, la ecuación 3.98 sirve para inferir una expresión para la resistencia térmica de un arreglo de aletas. Es decir,

$$R_{t,o} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_o h A_t} \tag{3.103}$$

donde $R_{t,o}$ es una resistencia efectiva que explica las trayectorias de flujo de calor paralelas por conducción/convección en las aletas y por convección de la superficie principal. La figura 3.21*a* ilustra los circuitos térmicos correspondientes a las trayectorias paralelas y su representación en términos de una resistencia efectiva.

Si las aletas se fabrican como parte integral de la pared de la que se extienden, no hay resistencia de contacto en su base. Sin embargo, por lo general, las aletas se fabrican por separado y se unen a la pared con una juntura metalúrgica o adhesiva. Como alternativa, la unión puede implicar un *ajuste de presión*, para el cual las aletas se encajan en ranuras hechas por fresado en el material de la pared. En tales casos (figura 3.21*b*), hay una resistencia térmica de contacto, $R_{t,c}$, que puede influir de manera adversa sobre el rendimiento térmico global. De nuevo es posible obtener una resistencia de circuito efectiva, donde, con la resistencia térmica de contacto,

$$R_{t,o(c)} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_{o(c)} h A_t} \tag{3.104}$$

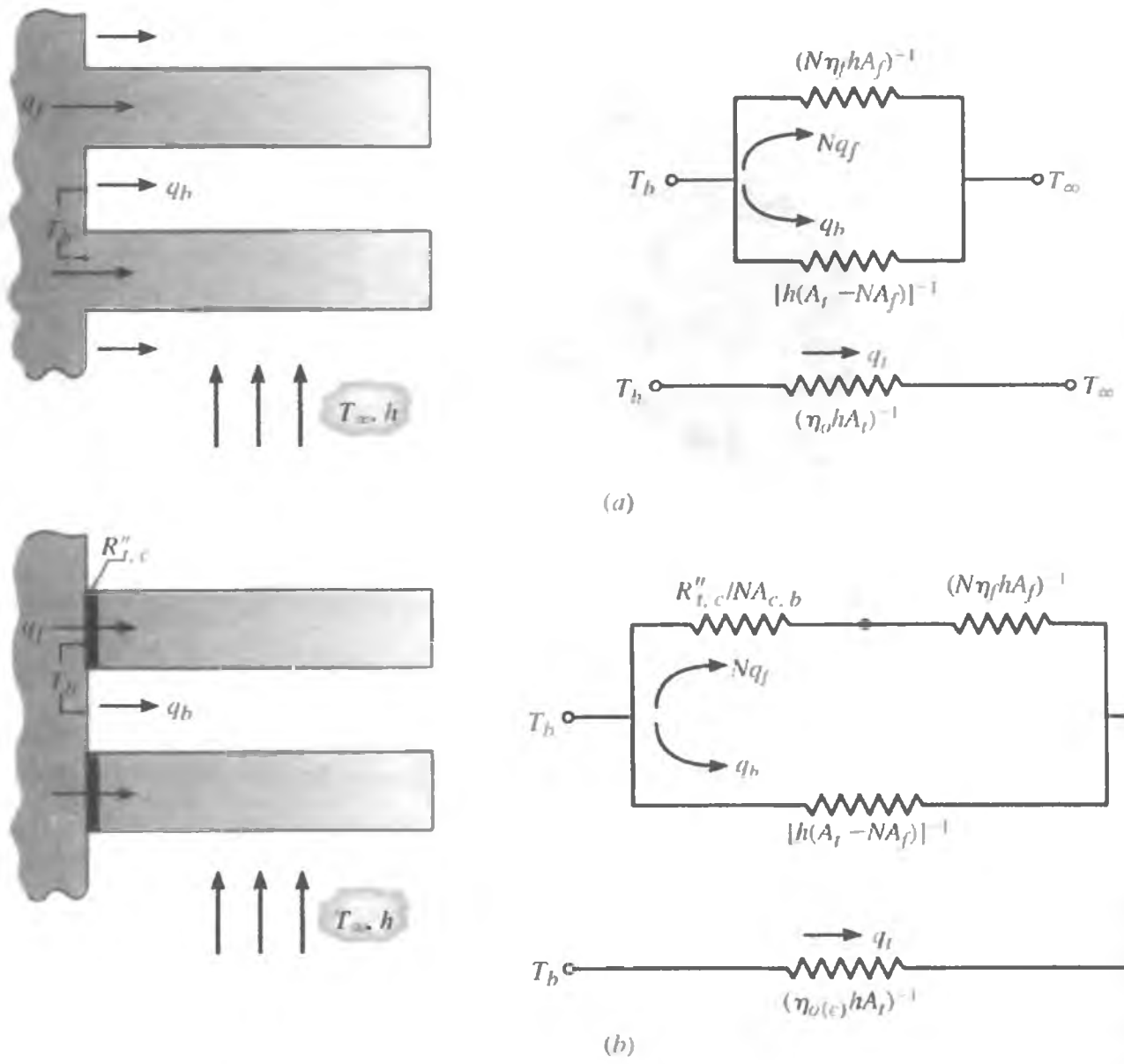


Figura 3.21 Arreglo de aletas y circuito térmico. (*a*) Las aletas son parte integral de la base. (*b*) Las aletas están adheridas a la base.

Se muestra fácilmente que la eficiencia global de superficie correspondiente es

$$\eta_{o(c)} = 1 - \frac{NA_f}{A_t}\left(1 - \frac{\eta_f}{C_1}\right) \tag{3.105a}$$

donde

$$C_1 = 1 + \eta_f hA_f(R''_{t,c}/A_{c,b}) \tag{3.105b}$$

En la fabricación, se debe tener cuidado de hacer $R_{t,c} \ll R_{t,f}$.

Ejemplo 3.9

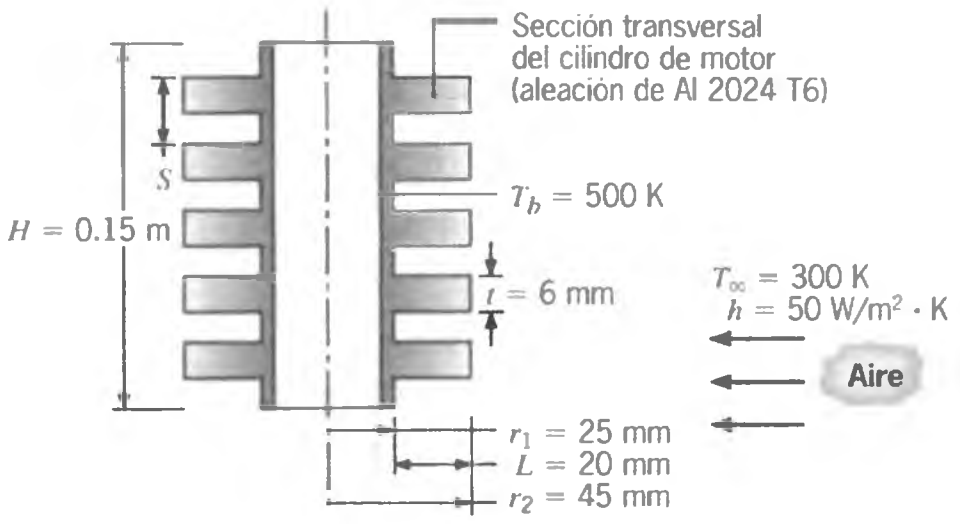
El cilindro del motor de una motocicleta está fabricado de aleación de aluminio 2024-T6 y tiene una altura $H = 0.15$ m y un diámetro exterior $D = 50$ mm. Bajo condiciones de operación típicas la superficie externa del cilindro está a una temperatura de 500 K y se expone al aire ambiental a 300 K, con un coeficiente de convección de 50 W/m$^2 \cdot$ K. Unas aletas anulares están fundidas integralmente con el cilindro para aumentar la transferencia de calor a los alrededores. Considere cinco de estas aletas, de espesor $t = 6$ mm, longitud $L = 20$ mm e igualmente espaciadas. ¿Cuál es el aumento en transferencia de calor debido al uso de las aletas?

SOLUCIÓN

Se conoce: Condiciones de operación de un cilindro de motocicleta con aletas.

Encontrar: Aumento en la transferencia de calor asociada con el uso de aletas.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Conducción radial unidimensional en las aletas.
3. Propiedades constantes.
4. Intercambio de radiación insignificante con los alrededores.
5. Coeficiente de convección uniforme sobre la superficie externa (con o sin aletas).

Propiedades: Tabla A.1, aluminio 2024-T6 (T= 400 K): k = 186 W/m · K.

Análisis: Con las aletas colocadas, la transferencia de calor está dada por la ecuación 3.101

$$q_t = hA_t\left[1 - \frac{NA_f}{A_t}(1 - \eta_f)\right]\theta_b$$

donde $A_f = 2\pi(r_{2c}^2 - r_1^2) = 2\pi[(0.048\ \text{m})^2 - (0.025\ \text{m})^2] = 0.0105\ \text{m}^2$ y, de la ecuación 3.99, $A_t = NA_f + 2\pi r_1(H - Nt) = 0.0527\ \text{m}^2 + 2\pi(0.025\ \text{m})[0.15\ \text{m} - 0.03\ \text{m}] = 0.0716\ \text{m}^2$. Con $r_{2c}/r_1 = 1.92$, $L_c = 0.023$ m, $A_p = 1.380 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$, obtenemos $L_c^{3/2}(h/kA_p)^{1/2} = 0.15$. En consecuencia, de la figura 3.19, la eficiencia de la aleta es $\eta_f \approx 0.95$. Con las aletas, la transferencia total de calor es, entonces,

$$q_t = 50\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.0716\ \text{m}^2\left[1 - \frac{0.0527\ \text{m}^2}{0.0716\ \text{m}^2}(0.05)\right]200\ \text{K} = 690\ \text{W}$$

Sin las aletas, la transferencia de calor por convección sería

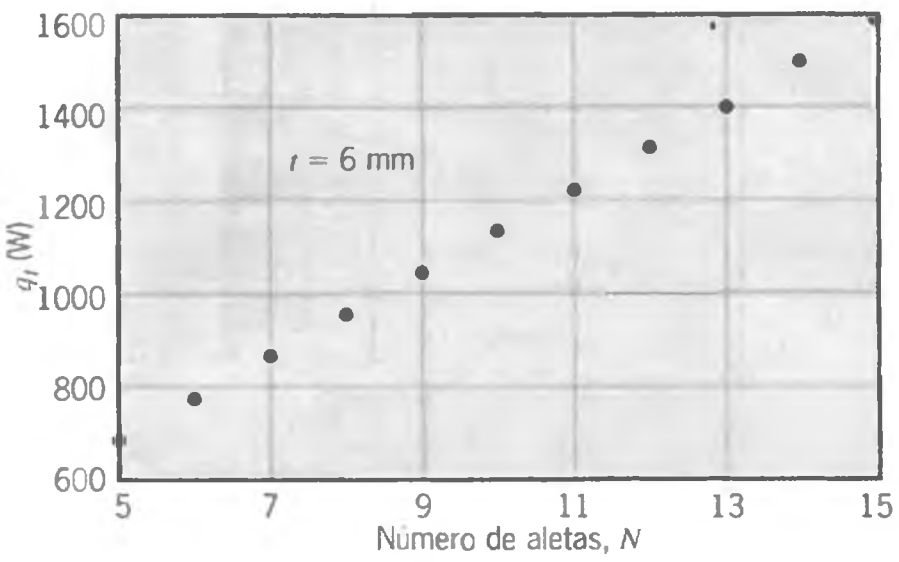
$$q_{wo} = h(2\pi r_1 H)\theta_b = 50\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}(2\pi \times 0.025\ \text{m} \times 0.15\ \text{m})200\ \text{K} = 236\ \text{W}$$

De aquí

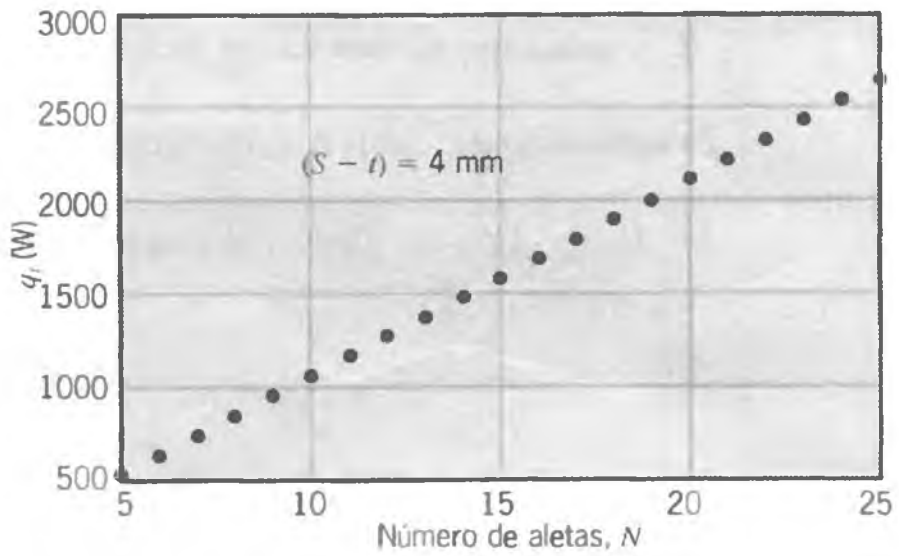
$$\Delta q = q_t - q_{wo} = 454\ \text{W} \quad \triangleleft$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simó

Comentarios: Aunque las aletas aumentan de manera significativa la transferencia de calor del cilindro, aún es posible un mejoramiento considerable si se aumenta el número de aletas. Evaluamos esta posibilidad calculando q_t como función de N, primero fijando el espesor de la aleta a $t = 6$ mm e incrementando el número de aletas al reducir el espaciado entre las aletas. Determinando un espaciado de aletas de 2 mm en cada extremo del arreglo y un hueco mínimo de aleta de 4 mm, el número máximo permisible de aletas es $N = H/S = 0.15\ \text{m}/(0.004 + 0.006)\text{m} = 15$. Los cálculos de los parámetros dan la siguiente variación de q_t con N:



El número de aletas también aumenta reduciendo el espesor de la aleta. Si el hueco de la aleta se fija en $(S - t) = 4$ mm y las restricciones de fabricación dictan un espesor de aleta mínimo permisible de 2 mm, se pueden acomodar hasta $N = 25$ aletas. En este caso los cálculos paramétricos dan



Los cálculos anteriores se basan en la suposición de que h no resulta afectada por una reducción en el hueco de la aleta. La suposición es razonable en tanto que no hay interacción entre las capas límite que se desarrollan en las superficies opuestas de las aletas contiguas. Advierta que, como $NA_f \gg 2\pi r_1(H - Nt)$ para las condiciones establecidas, q_t aumenta casi linealmente al aumentar N.

Ejemplo 3.10

La transferencia de calor de un transistor se puede aumentar insertándolo en una base de aluminio ($k = 200$ W/m · K) que tiene 12 aletas longitudinales fabricadas integralmente sobre su superficie externa. El radio del transistor y la altura son $r_1 = 2$ mm y

$H = 6$ mm, respectivamente, mientras que las aletas son de longitud $L = r_3 - r_2 = 10$ mm y espesor uniforme $t = 0.7$ mm. El espesor de la base de la manga es $r_2 - r_1 = 1$ mm, y la resistencia de contacto de la interfaz base-transistor es $R''_{t,c} = 10^{-3}\,\text{m}^2 \cdot \text{K/W}$. Aire a $T_\infty = 20°\text{C}$ fluye sobre la superficie de la aleta, lo que proporciona un coeficiente de convección aproximadamente uniforme de $h = 25\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$.

1. Suponiendo una transferencia unidimensional en la dirección radial, dibuje el circuito equivalente para la transferencia de calor de la caja del transistor ($r = r_1$) al aire. Marque claramente cada resistencia.
2. Evalúe cada una de las resistencias en el circuito anterior. Si la temperatura de la caja del transistor es $T_1 = 80°\text{C}$, ¿cuál es la rapidez de transferencia de calor de la base?

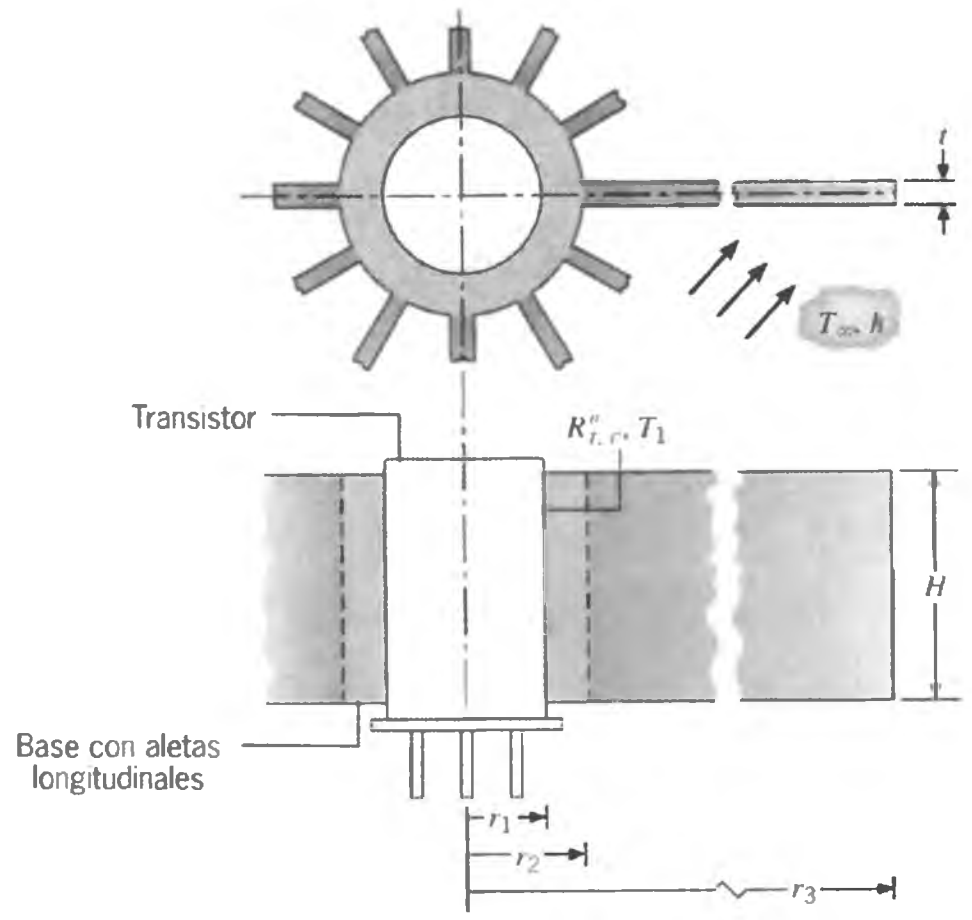
SOLUCIÓN

Se conoce: Dimensiones de una base de aluminio con aletas insertada en un transistor. Resistencia de contacto entre la base y el transistor. Condiciones de convección de la superficie y temperatura de la caja del transistor.

Encontrar:

1. Circuito térmico equivalente.
2. Transferencia de calor de la base.

Esquema:



Suposiciones:

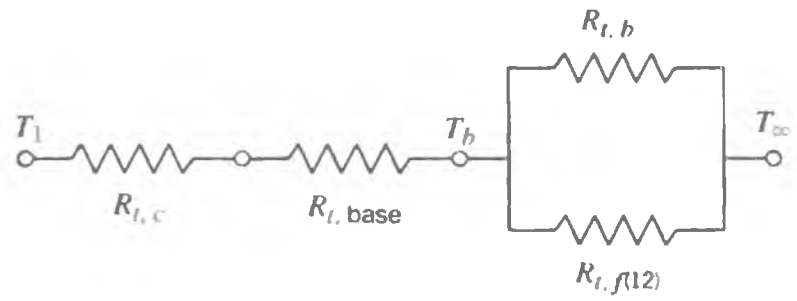
1. Condiciones de estado estable.
2. Transferencia de calor insignificante de las superficies superior e inferior del transistor.
3. Conducción radial unidimensional.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

4. Propiedades constantes.
5. Radiación insignificante.

Análisis:

1. El circuito debe explicar la resistencia de contacto, conducción en la base, convección de la base expuesta y conducción/convección de las aletas.



2. Las resistencias térmicas para el contacto de la unión y la base son

$$R_{t,c} = \frac{R''_{t,c}}{2\pi r_1 H} = \frac{10^{-3}\ \text{m}^2 \cdot \text{K/W}}{2\pi(0.002\ \text{m})(0.006\ \text{m})} = 13.3\ \text{K/W}$$

$$R_{t,\text{base}} = \frac{\ln (r_2/r_1)}{2\pi kH} = \frac{\ln (3/2)}{2\pi(200\ \text{W/m} \cdot \text{K})(0.006\ \text{m})} = 0.054\ \text{K/W}$$

Para una sola aleta, $R_{t,f} = \theta_b/q_f$, donde de la tabla 3.4,

$$q_f = (hPkA_c)^{1/2}\theta_b \frac{\operatorname{senh} mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\operatorname{senh} mL}$$

Con $P = 2(H + t) = 13.4\ \text{mm} = 0.0134\ \text{m}$ y $A_c = t \times H = 4.2 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$,

$$m = \frac{hP}{kA_c} = \left(\frac{25\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.0134\ \text{m}}{200\ \text{W/m} \cdot \text{K} \times 4.2 \times 10^{-6}\ \text{m}^2}\right)^{1/2} = 20.0\ \text{m}^{-1}$$

$$mL = 20\ \text{m}^{-1} \times 0.01\ \text{m} = 0.20$$

$$\frac{h}{mk} = \frac{25\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}}{20\ \text{m}^{-1} \times 200\ \text{W/m} \cdot \text{K}} = 0.00625$$

y

$$(hPkA_c)^{1/2} = (25\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.0134\ \text{m} \times 200\ \text{W/m} \cdot \text{K}$$
$$\times 4.2 \times 10^{-6}\ \text{m}^2)^{1/2} = 0.0168\ \text{W/K}$$

el uso de la tabla B.1 da, para una *sola aleta*,

$$R_{t,f} = \frac{1.020 + 0.00625 \times 0.201}{0.0168\ \text{W/K}\ (0.201 + 0.00625 \times 1.020)} = 293\ \text{K/W}$$

De aquí, para 12 aletas,

$$R_{t,f(12)} = \frac{R_{t,f}}{12} = 24.4\ \text{K/W}$$

Para la base expuesta,

$$R_{t,b} = \frac{1}{h(2\pi r_2 - 12t)H}$$

$$= \frac{1}{25\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}\,(2\pi \times 0.003 - 12 \times 0.0007)\ \text{m} \times 0.006\ \text{m}}$$

$$R_{t,b} = 638\ \text{K/W}$$

Con

$$R_{\text{equiv}} = [(24.4)^{-1} + (683)^{-1}]^{-1} = 23.5\ \text{K/W}$$

se sigue que

$$R_{\text{tot}} = (13.3 + 0.054 + 23.5)\text{K/W} = 36.9\ \text{K/W}$$

y

$$q_t = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{\text{tot}}} = \frac{(80 - 20)^\circ\text{C}}{36.9\ \text{K/W}} = 1.63\ \text{W}$$

Comentarios:

1. Sin la base con aletas, la resistencia de convección de la caja del transistor es $R_{\text{tran}} = (2\pi r_1 Hh)^{-1} = 531$ K/W. Por tanto hay una ventaja considerable en el uso de las aletas.
2. Si se supone una aleta de periferia adiabática, tanh $mL = 0.197$ y $R_{t,f} = 302$. En consecuencia, la resistencia de aleta está dentro de 3% de la que se obtiene para la periferia convectiva real.
3. Con $\eta_f = (hA_f R_{t,f})^{-1} = 0.988$, la ecuación 3.102 da $\eta_o = 0.988$, de la que se sigue que $R_{t,o} = (\eta_o h A_t)^{-1} = 23.5$ K/W. Este resultado es, por supuesto, idéntico al que se obtuvo en la determinación anterior de R_{equiv}.
4. El diseño de aleta establecido y las condiciones de operación de ninguna manera se han optimizado. Si se hiciera necesario disipar más de 1.63 W, mientras se mantiene la temperatura de la base a 80°C, ¿qué medidas tomaría usted para mejorar el rendimiento térmico del sistema? Puede, por ejemplo, querer considerar los efectos de duplicar h, dividir entre dos $R''_{t,c}$, aumentando L, y/o aumentando N.

3.7 *Resumen*

A pesar de la simplicidad matemática inherente, la transferencia de calor unidimensional de estado estable ocurre en numerosas aplicaciones de ingeniería. Aunque las condiciones de estado estable unidimensionales no se aplican exactamente, a menudo se hacen suposiciones para obtener resultados de exactitud razonable. Por tanto, debe estar familiarizado con los medios por los que se tratan estos problemas. En particular, debe sentirse cómodo con el uso de circuitos térmicos equivalentes y con las expresio-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar

nes para las resistencias de conducción que pertenecen a cada una de las tres geometrías comunes. También debe estar familiarizado con el hecho de saber en qué forma la ecuación de calor y la ley de Fourier sirven para obtener las distribuciones de temperatura y los flujos correspondientes. Las implicaciones de una fuente de energía internamente distribuida también deben entenderse con claridad. Finalmente, debe apreciar el importante papel que las superficies extendidas juegan en el diseño de los sistemas térmicos y debe tener la facilidad de efectuar diseños y ejecutar cálculos para tales superficies.

Bibliografía

1. Fried, E., "Thermal Conduction Contribution to Heat Transfer at Contacts", en R. P. Tye, ed., *Thermal Conductivity*, vol. 2, Academic Press, Londres, 1969.
2. Eid, J. C., y V. W. Antonetti, "A Small Scale Thermal Contact Resistance of Aluminium Against Silicon", en C. L. Tien, V. P. Carey y J. K. Ferrel, eds., *Heat Transfer—1986*, vol. 2, Hemisphere, Nueva York, 1986, pp. 659-664.
3. Snaith, B., P. W. O'Callaghan y S. D. Probert, "Interstitial Materials for Controlling Thermal Conductances across Pressed Metallic Contacts", *Appl. Energy*, **16**, 175, 1984.
4. Yovanovich, M. M., "Theory and Application of Constriction and Spreading Resistance Concepts for Microelectronic Thermal Management", presentado en el International Symposium on Cooling Technology for Elec tronic Equipment, Honolulú, 1987.
5. Peterson, G. P. y L. S. Fletcher, "Thermal Contact Resistance of Silicon Chip Bonding Materials", Proceedings of the International Symposium on Cooling Technology for Electronic Equipment, Honolulú, 1987, pp. 438-448.
6. Yovanovich, M. M. y M. Tuarze, "Experimental Evidence of Thermal Resistance at Soldered Joints", *AIAA J Spacecraft Rockets*, **6**, 1013, 1969.
7. Madhusudana, C. V. y L. S. Fletcher, "Contact Heat Transfer—The Last Decade", *AIAA J.*, **24**, 510, 1986.
8. Yovanovich, M. M., "Recent Developments in Thermal Contact, Gap and Joint Conductance Theories and Experiment", en C. L. Tien, V. P. Carey y J. L. Ferrel, eds., *Heat Transfer—1986*, vol. 1, Hemisphere, Nueva York, 1986, pp. 35-45.
9. Harper, D. R. y W. B. Brown, "Mathematical Equations for Heat Conduction in the Fins of Air Cooled Engines", Reporte NACA núm. 158, 1922.
10. Schneider, P. J., Conduction Heat Transfer, Addison-Wesley, Reading, MA, 1955.

Problemas

Pared plana

3.1 Considere la pared plana de la figura 3.1, que separa los fluidos caliente y frío a temperaturas $T_{\infty,1}$ y $T_{\infty,2}$, respectivamente. Con el uso de balances de energía como condiciones de frontera en $x = 0$ y $x = L$ (véase la ecuación 2.27), obtenga la distribución de temperaturas dentro de la pared y el flujo de calor en términos de $T_{\infty,1}$, $T_{\infty,2}$, h_1, h_2, k y L.

3.2 La ventana posterior de un automóvil se desempaña mediante el paso de aire caliente sobre su superficie interna.

(a) Si el aire caliente está a $T_{\infty,i} = 40°C$ y el coeficiente de convección correspondiente es $h_i = 30\ W/m^2 \cdot K$, ¿cuáles son las temperaturas de las superficies interna y externa de la ventana de vidrio de 4 mm de espesor, si la temperatura del aire ambiente del exterior es $T_{\infty,o} = -10°C$ y el coeficiente de convección asociado es $h_o = 65\ W/m^2 \cdot K$?

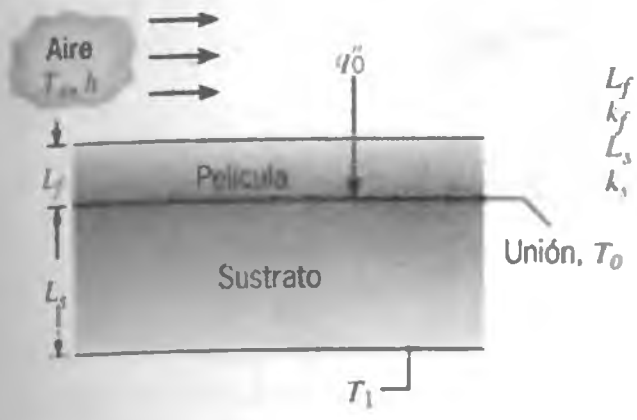
(b) En la práctica, $T_{\infty,o}$ y h_o varían de acuerdo con las condiciones del clima y la velocidad del automóvil. Para valores de $h_o = 2$, 65, y 100 $W/m^2 \cdot K$, calcule y trace las temperaturas de las superficies interna y externa como función de $T_{\infty,o}$ para $-30 \leq T_{\infty,o} \leq 0°C$.

3.3 La ventana trasera de un automóvil se desempaña uniendo un elemento de calentamiento delgado de tipo película transparente a su superficie interior. Al calentar eléctricamente este elemento, se establece un flujo de calor uniforme en la superficie interna.

(a) Para una ventana de vidrio de 4 mm, determine la potencia eléctrica que se requiere por unidad de área de la ventana para mantener una temperatura en la superficie interna de 15°C cuando la temperatura del aire interior y el coeficiente de convección son $T_{\infty,i} = 25°C$ y $h_i = 10$ W/m² · K, mientras la temperatura del aire exterior (ambiente) y el coeficiente de convección son $T_{\infty,o} = -10°C$ y $h_o = 65$ W/m² · K.

(b) En la práctica, $T_{\infty,o}$ y h_o varían de acuerdo con las condiciones climáticas y la velocidad del automóvil. Para valores de $h_o = 2, 20, 65$, y 100 W/m² · K, determine y elabore una gráfica del requerimiento de potencia eléctrica como función de $T_{\infty,o}$ para $-30 \leq T_{\infty,o} \leq 0°C$. De sus resultados, ¿qué concluye acerca de la necesidad de operar el calentador con valores bajos de h_o? ¿Cómo resulta afectada esta conclusión por el valor de $T_{\infty,o}$? Si $h \propto V^n$, donde V es la velocidad del vehículo y n es un exponente positivo, ¿cómo afecta la velocidad del auto a la necesidad de la operación del calentador?

3.4 En un proceso de fabricación se unirá una película transparente a un sustrato como se muestra en el diagrama. Para curar la unión a una temperatura T_0, se utiliza una fuente radiante que proporciona un flujo de calor q_0''(W/m²), la totalidad del cual es absorbido en la superficie unida. La parte posterior del sustrato se mantiene a T_1 mientras la superficie libre de la película se expone al aire a T_∞ y a un coeficiente de transferencia de calor por convección h.



(a) Muestre el circuito térmico que represente la situación de transferencia de calor de estado estable. Asegúrese de etiquetar *todos* los elementos, nodos y flujos de calor. Déjelo en forma simbólica.

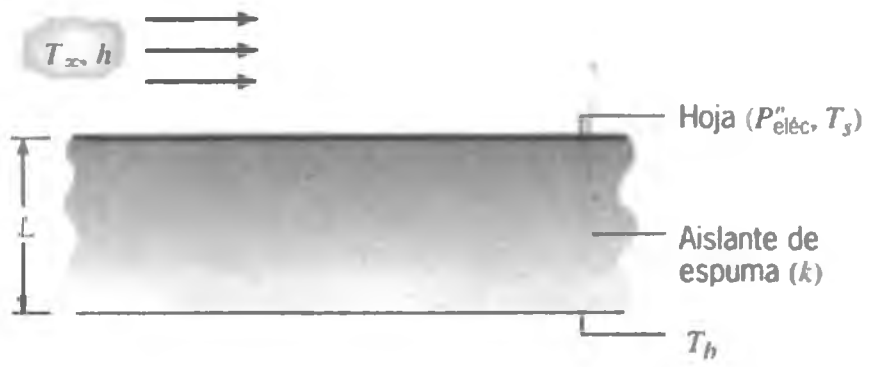
(b) Suponga las siguientes condiciones: $T_\infty = 20°C$, $h = 50$ W/m² · K, y $T_1 = 30°C$. Calcule el flujo de calor q_0'' que se requiere para mantener la superficie unida a $T_0 = 60°C$.

(c) Calcule y trace el flujo de calor que se requiere como función del espesor de la película para $0 \leq L_f \leq 1$ mm.

(d) Si la película no es transparente y la totalidad del flujo de calor radiante se absorbe en su superficie superior, determine el flujo de calor que se requiere para lograr la unión. Elabore una gráfica de sus resultados como función de L_f para $0 \leq L_f \leq 1$ mm.

3.5 Se consideran cobre y acero inoxidable (AISI 304) como material para las paredes de la tobera de un cohete enfriada por líquido. El exterior enfriado de la pared se mantiene a 150°C, mientras que los gases de combustión dentro de la tobera están a 2750°C. El coeficiente de transferencia de calor del lado del gas es $h_i = 2 \times 10^4$ W/m² · K, y el radio de la tobera es mucho mayor que el espesor de la pared. Limitaciones térmicas indican que la temperatura del cobre y la del acero no exceden 540°C y 980°C, respectivamente. ¿Cuál es el espesor máximo de la pared que se podría emplear para cada uno de los dos materiales? Si la tobera se construye con el espesor máximo de pared, ¿cuál material se preferiría?

3.6 Una técnica para medir coeficientes de transferencia de calor implica adherir una superficie de una hoja metálica delgada a un material aislante y exponer la otra superficie a las condiciones de corriente del fluido de interés.



Al hacer pasar una corriente eléctrica a través de la hoja, se disipa calor de manera uniforme dentro de la hoja y se infiere el flujo correspondiente, $P''_{\text{eléc}}$, a partir de las mediciones de voltaje y corriente relacionadas. Si se conocen el espesor L del aislante y la conductividad térmica k, y se miden las temperaturas del fluido, hoja y aislante (T_∞, T_s, T_b), es posible determinar el coeficiente de convección. Considere condiciones para las que $T_\infty = T_b = 25°C$, $P''_{\text{eléc}} = 2000$ W/m², $L = 10$ mm, y $k = 0.040$ W/m · K.

(a) Con un flujo de agua sobre la superficie, la medición de la temperatura de la hoja da $T_s = 27°C$. Determine el coeficiente de convección. ¿Qué error se cometería al suponer que toda la potencia disipada se transmite al agua por convección?

(b) Si, en su lugar, fluye aire sobre la superficie y la medición de temperatura da $T_s = 125°C$, ¿cuál es el coeficiente de convección? La hoja tiene una emisividad de 0.15 y se expone a alrededores a 25°C. ¿Qué error se cometería al suponer que toda la potencia que se disipa se transfiere al aire por convección?

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...ra

(c) Normalmente, los indicadores de flujo de calor se operan a temperatura fija (T_s), en cuyo caso la disipación de potencia proporciona una medida directa del coeficiente de convección. Para $T_s = 27°C$, grafique P''_{elec} como función de h_o para $10 \leq h_o \leq 1000$ W/m^2 · K. ¿Qué efecto tiene h_o sobre el error asociado con que no se tome en cuenta la conducción a través del aislante?

3.7 *Lo helado de la brisa*, que se experimenta en un día frío y con viento, se relaciona con el incremento de la transferencia de calor de la piel humana expuesta a la atmósfera circundante. Considere una capa de tejido adiposo de 3 mm de espesor y cuya superficie interior se mantiene a una temperatura de 36°C. En un día calmado el coeficiente de transferencia de calor por convección a la superficie externa es 25 W/m^2 · K, pero con vientos de 30 km/h alcanza 65 W/m^2 · K. En ambos casos, la temperatura del aire del ambiente es −15°C.

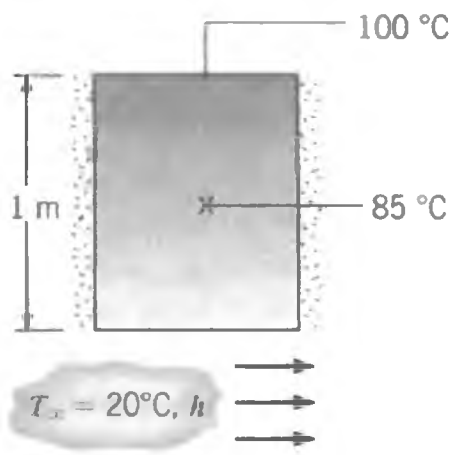
(a) ¿Cuál es la pérdida de calor por unidad de área de la piel que se produce de un día calmado a un día con viento?

(b) ¿Cuál será la temperatura de la superficie externa de la piel en el día calmado? ¿Cuál en el día con viento?

(c) ¿Qué temperatura debería tener el aire en el día calmado para producir la misma pérdida de calor que ocurre con una temperatura del aire de −15°C en el día con viento?

3.8 Considere el transistor montado en superficie que se ilustra en el problema 1.51. Construya el circuito térmico, escriba una expresión para una temperatura de caja T_c y evalúe T_c para dos situaciones, una en la que el hueco está lleno de aire estancado y otra en la que está lleno de una pasta conductora.

3.9 Una placa de acero de 1 m de largo ($k = 50$ W/m · K) está bien aislada en sus lados, mientras que la superficie superior está a 100°C y la superficie inferior se enfría por convección mediante un fluido a 20°C. En condiciones de estado estable sin generación, un termopar en el punto medio de la placa revela una temperatura de 85°C.



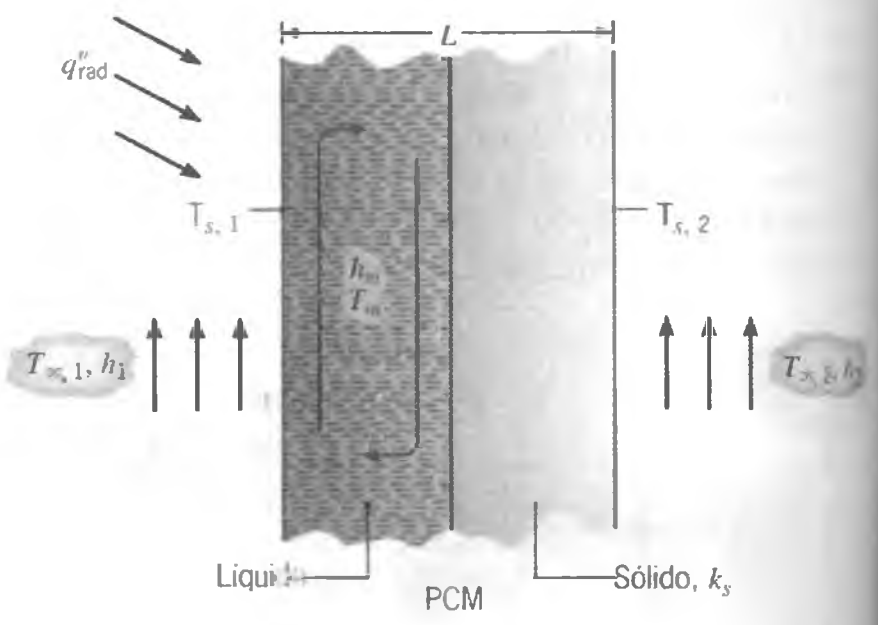
¿Cuál es el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie inferior?

3.10 Una ventana térmica de vidrio consiste en dos piezas de vidrio de 7 mm de espesor que encierran un espacio de aire de 7 mm de espesor. La ventana separa el aire del cuarto a 20°C del aire ambiente del exterior a −10°C. El coeficiente de convección asociado con la superficie interna (lado del cuarto) es 10 W/m^2 · K.

(a) Si el coeficiente de convección asociado con el aire exterior (ambiente) es $h_o = 80$ W/m^2 · K, ¿cuál es la pérdida de calor a través de una ventana que tiene 0.8 m de largo por 0.5 m de ancho? No tome en cuenta la radiación, y suponga que el aire encerrado entre las hojas de vidrio está estancado.

(b) Calcule y trace el efecto de h_o sobre la pérdida de calor para $10 \leq h_o \leq 100$ W/m^2 · K. Repita este cálculo para una construcción de tres vidrios en la que se agrega un tercer vidrio y un segundo espacio de aire de espesor equivalente.

3.11 La pared de un colector solar pasivo consiste en un material de cambio de fase (PCM) de espesor L encerrado entre dos superficies estructurales de soporte.

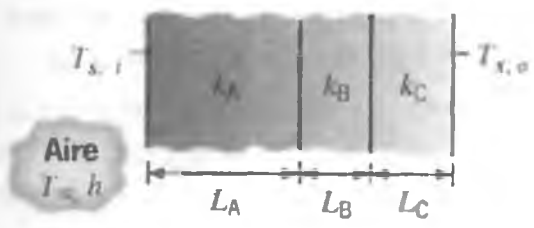


Suponga una condición de estado estable para la que la absorción de radiación solar en una superficie mantiene su temperatura ($T_{s,1}$) por arriba de la temperatura de fusión del PCM. Las porciones líquida y sólida del PCM están divididas por una interfaz vertical estrecha. El líquido tiene una temperatura del núcleo de T_m y se caracteriza por un flujo recirculante movido por la flotación que mantiene el mismo coeficiente de convección (h_m) en sus interfaces con la superficie (s, 1) y el sólido. Considere condiciones para las que el flujo neto de radiación es $q''_{rad} = 1000$ W/m^2, las temperaturas ambientes y los coeficientes de convección son $T_{\infty,1} = T_{\infty,2} = 20°C$ y $h_1 = h_2 = 20$ W/m^2 · K, la temperatura y coeficiente de convección del líquido PCM son $T_m = 50°C$ y $h_m = 10$ W/m^2 · K y la conductividad térmica del sólido PCM es $k_s = 0.5$ W/m · K. Evalúe la tempe-

ratura de la superficie, $T_{s,1}$. Si el espesor total del PCM es $L = 0.10$ m, ¿cuál es el espesor de la capa líquida? Calcule la temperatura de la superficie $T_{s,2}$.

3.12 La pared de un edificio es un compuesto que consiste en una capa de 100 mm de ladrillo común, una capa de 100 mm de fibra de vidrio (forrada con papel, 28 kg/m^3), una capa de 10 mm de revoque de yeso (vermiculita) y una capa de 6 mm de tabla de pino. Si el coeficiente de convección interior es 10 W/m^2 · K y el coeficiente de convección exterior es 70 W/m^2 · K, ¿cuál es la resistencia total y el coeficiente global para la transferencia de calor?

3.13 La pared compuesta de un horno consiste en tres materiales, dos de los cuales son de conductividad térmica conocida, $k_A = 20$ W/m · K y $k_C = 50$ W/m · K, y de espesor conocido, $L_A = 0.30$ m y $L_C = 0.15$ m. El tercer material, B, que se intercala entre los materiales A y C, es de espesor conocido, $L_B = 0.15$ m, pero de conductividad térmica, k_B, desconocida.



En condiciones de operación de estado estable, las mediciones revelan una temperatura de la superficie externa $T_{s,o} = 20$°C, una temperatura de la superficie interna $T_{s,i} = 600$°C, y una temperatura del aire del horno $T_\infty = 800$°C. Se sabe que el coeficiente de convección interior h es 25 W/m^2 · K. ¿Cuál es el valor de k_B?

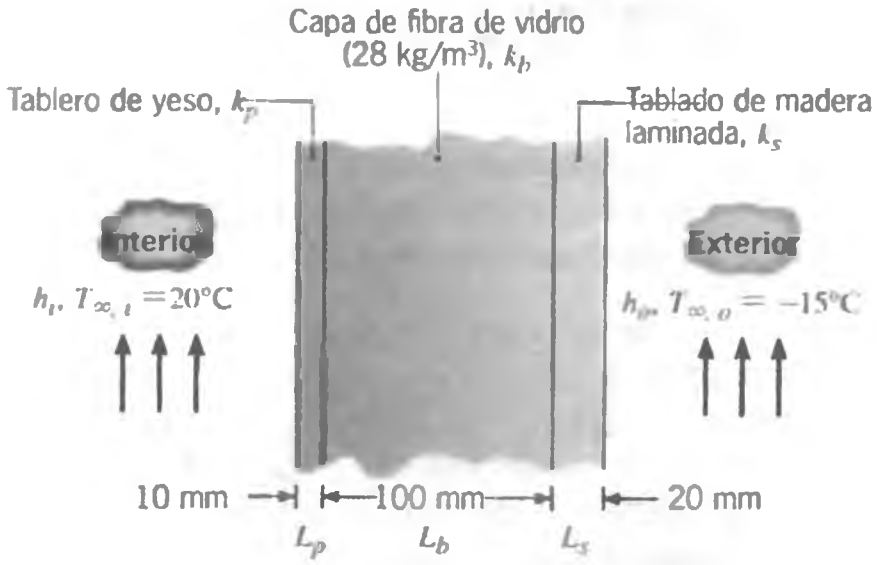
3.14 Las paredes exteriores de un edificio son un compuesto que consiste en un tablero de yeso de 10 mm de espesor, espuma de uretano de 50 mm de espesor y 10 mm de madera blanda. En un típico día de invierno las temperaturas del aire exterior e interior son −15°C y 20°C, respectivamente, con coeficientes de convección externo e interno de 15 W/m^2 · K y 5 W/m^2 · K, respectivamente.

(a) ¿Cuál es la carga de calentamiento para una sección de 1 m^2 de pared?

(b) ¿Cuál es la carga de calentamiento si la pared compuesta se reemplaza por una ventana de vidrio de 3 mm de espesor?

(c) ¿Cuál es la carga de calentamiento si la pared compuesta se reemplaza con una ventana de doble vidrio que consiste en dos placas de vidrio de 3 mm de espesor separadas por un hueco de aire estancado de 5 mm de espesor.

3.15 Una casa tiene una pared compuesta de madera, aislante de fibra de vidrio y tablero de yeso, como se indica en el esquema. En un día frío de invierno los coeficientes de transferencia de calor por convección son $h_o = 60$ W/m^2 · K y $h_i = 30$ W/m^2 · K. El área total de la superficie de la pared es 350 m^2.



(a) Determine una expresión simbólica para la resistencia térmica total de la pared, incluyendo los efectos de convección interior y exterior para las condiciones establecidas.

(b) Determine la pérdida total de calor a través de la pared.

(c) Si el viento soplara de manera violenta, elevando h_o a 300 W/m^2 · K, determine el porcentaje de aumento en la pérdida de calor.

(d) ¿Cuál es la resistencia controladora que determina la cantidad de flujo de calor a través de la pared?

3.16 Considere la pared compuesta del problema 3.15 bajo condiciones para las que el aire interior aún se caracteriza por $T_{\infty,i} = 20$°C y $h_i = 30$ W/m^2 · K. Sin embargo, utilice las condiciones más realistas en las que el aire exterior se caracteriza por una temperatura que varía con el día (tiempo), de la forma

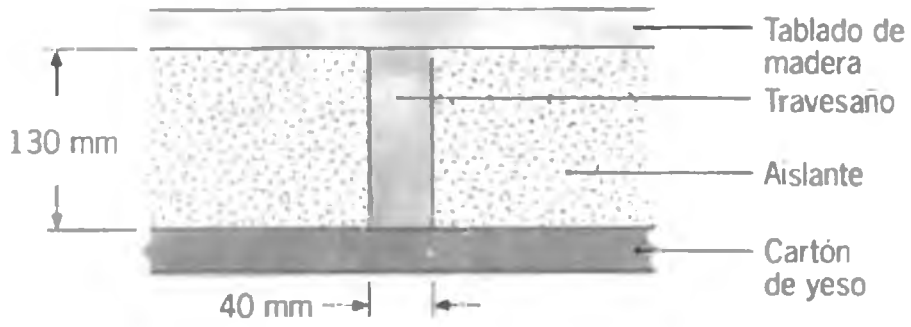
$$T_{\infty,o}(\text{K}) = 273 + 5 \operatorname{sen}\left(\frac{2}{24}\pi t\right) \qquad 0 \le t \le 12 \text{ h}$$

$$T_{\infty,o}(\text{K}) = 273 + 11 \operatorname{sen}\left(\frac{2}{24}\pi t\right) \qquad 12 \le t \le 24 \text{ h}$$

con $h_o = 60$ W/m^2 · K. Suponiendo condiciones casi estables para las que es posible no tomar en cuenta los cambios en el almacenamiento de energía dentro de la pared, estime la pérdida diaria de calor a través de ésta si el área total de la superficie es 200 m^2.

3.17 Considere una pared compuesta que incluye un tablado de madera dura de 8 mm de espesor, travesaños de 40 mm por 130 mm de madera dura sobre centros de 0.65 m con aislante de fibra de vidrio (recubierto con papel, 28 kg/m^3) y una hoja de cartón de yeso (vermiculita) de 12 mm.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Sue... Sede ... oral



¿Cuál es la resistencia térmica asociada con una pared que tiene 2.5 m de altura por 6.5 m de ancho (y 10 travesaños, cada uno de 2.5 m de altura)?

3.18 Las características térmicas de un pequeño refrigerador doméstico se determinan realizando dos experimentos separados, cada uno con la puerta cerrada y el refrigerador colocado en aire ambiente a $T_\infty = 25°C$. En un caso, un calentador eléctrico se suspende en la cavidad del refrigerador, mientras el refrigerador está desconectado. Con el calentador disipando 20 W, se registra una temperatura de estado estable de 90°C dentro de la cavidad. Sin el calentador y con el refrigerador ahora en operación, el segundo experimento implica mantener una temperatura de la cavidad en estado estable de 5°C para un intervalo de tiempo fijo y registrar la energía eléctrica que se requiere para operar el refrigerador. En este experimento, para el que la operación de estado estable se mantiene en un periodo de 12 horas, la energía eléctrica de entrada es 125,000 J. Determine el coeficiente de rendimiento del refrigerador (COP).

3.19 En el diseño de edificios, el requerimiento de conservación de la energía dicta que el área de la superficie exterior, A_s, se minimice. Este requerimiento implica que, para un espacio de piso deseado, hay valores óptimos asociados con el número de pisos y con las dimensiones horizontales del edificio. Considere un diseño para el que se establecen el espacio de piso, A_f, y la distancia vertical entre pisos, H_f.

(a) Si el edificio tiene una sección transversal cuadrada de ancho W en un lado, obtenga una expresión para el valor de W que minimice la pérdida de calor a los alrededores. La pérdida de calor se supone que ocurre de las cuatro paredes verticales y de un techo plano. Exprese sus resultados en términos de A_f y H_f.

(b) Si $A_f = 32{,}768$ m^2 y $H_f = 4$ m, ¿para qué valores de W y N_f (número de pisos) se minimiza la pérdida de calor? Si el coeficiente global de transferencia de calor promedio es $U = 1$ W/m$^2 \cdot$ K y la diferencia entre las temperaturas del aire ambiental interior y exterior es 25°C, ¿cuál es la pérdida de calor correspondiente? ¿Cuál es el porcentaje de reducción en pérdida de calor comparado con un edificio de $N_f = 2$?

Resistencia térmica de contacto

3.20 Una pared compuesta separa gases de combustión a 2600°C de un líquido refrigerante a 100°C, con coeficientes de convección del lado de gas y del líquido de 50 y 1000 W/m$^2 \cdot$ K. La pared se compone de una capa de óxido de berilio de 10 mm de espesor en el lado del gas y una placa de acero inoxidable (AISI 304) de 20 mm de grosor en el lado del líquido. La resistencia de contacto entre el óxido y el acero es 0.05 m$^2 \cdot$ K/W. ¿Cuál es la pérdida de calor por área unitaria de superficie del compuesto? Dibuje la distribución de temperaturas del gas al líquido.

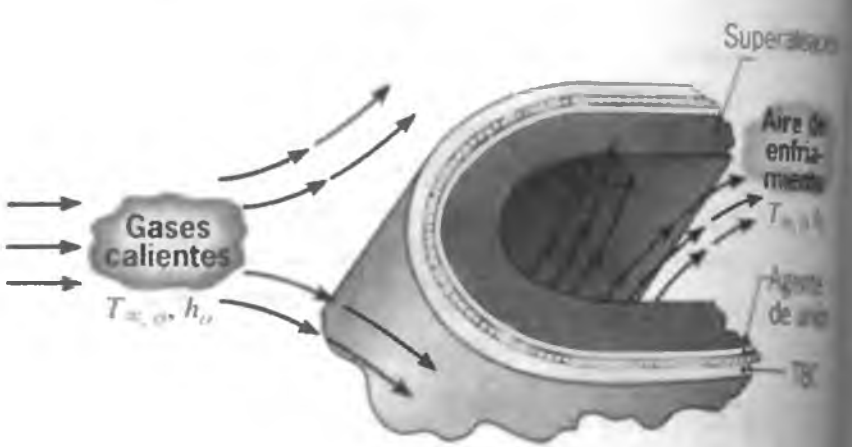
3.21 Dos placas de acero inoxidable de 10 mm de espesor están sujetas a una presión de contacto de 1 bar bajo condiciones de vacío para las que hay una caída general de temperatura de 100°C a lo largo de las placas. ¿Cuál es la caída de temperatura a través del plano de contacto?

3.22 Considere una pared plana compuesta integrada por dos materiales de conductividades térmicas $k_A = 0.1$ W/m $\cdot$ K y $k_B = 0.04$ W/m $\cdot$ K y espesores $L_A = 10$ mm y $L_B = 20$ mm. Se sabe que la resistencia de contacto en la interfaz entre los dos materiales es 0.30 m$^2 \cdot$ K/W. El material A está al lado de un fluido a 200°C para el que $h = 10$ W/m$^2 \cdot$ K, y el material B a un fluido a 40°C para el que $h = 20$ W/m$^2 \cdot$ K.

(a) ¿Cuál es la transferencia de calor a través de una pared que tiene 2 m de altura por 2.5 m de ancho?

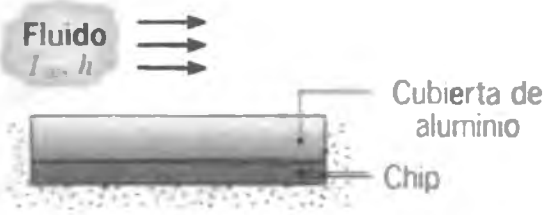
(b) Dibuje la distribución de temperaturas.

3.23 El rendimiento de los motores de turbinas de gas se mejora aumentando la tolerancia de las hojas de las turbinas a los gases calientes que salen del combustor. Un método para lograr altas temperaturas de operación implica la aplicación de un *revestimiento de barrera térmica* (TBC) para la superficie externa de una hoja, mientras pasa aire de enfriamiento a través de la hoja. Por lo común, la hoja está fabricada de una superaleación de alta temperatura, como Inconel ($k \approx 25$ W/m $\cdot$ K), mientras una cerámica, como circonia ($k \approx 1$ W/m $\cdot$ K), se usa como revestimiento de barrera térmica TBC.



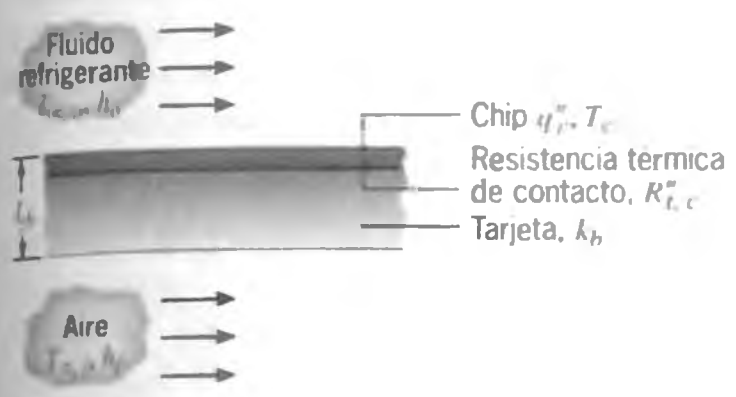
Considere condiciones para las que gases calientes a $T_{\infty,o} = 1700$ K y aire de enfriamiento a $T_{\infty,i} = 400$ K proporcionan coeficientes de convección de la superficie externa e interna de $h_o = 1000$ W/m² · K y $h_i = 500$ W/m² · K, respectivamente. Si un TBC de circonio de 0.5 mm de espesor se une a la pared de una hoja de inconel de 5 mm de espesor por medio de un agente de unión metálico, que proporciona una resistencia térmica entre las interfaces de $R''_{t,c} = 10^{-4}$ m² · K/W, ¿es posible mantener el Inconel a una temperatura que esté por debajo de su valor máximo permisible de 1250 K? Deje de lado los efectos de radiación, y aproxime la hoja de la turbina como una pared plana. Elabore una gráfica de la distribución de temperaturas con y sin el TBC. ¿Existe algún límite al espesor del TBC?

3.24 Un chip de silicio se encapsula de modo que, bajo condiciones de estado estable, la totalidad de la potencia que se disipa se transfiere por convección a una corriente de fluido para el que $h = 1000$ W/m² · K y $T_\infty = 25$°C. El chip se separa del fluido mediante una cubierta de placa de aluminio de 2 mm de espesor, y la resistencia de contacto de la interfaz chip/aluminio es 0.5×10^{-4} m² · K/W.



Si el área de la superficie del chip es 100 mm² y la temperatura máxima permisible es 85°C, ¿cuál es la disipación de potencia máxima permisible en el chip?

3.25 Aproximadamente 10^6 componentes eléctricos discretos se colocan en un solo circuito integrado (chip), con disipación de calor eléctrico tan alta como 30,000 W/m². El chip, que es muy delgado, se expone a un líquido dieléctrico en la superficie externa, con $h_o = 1000$ W/m² · K y $T_{\infty,o} = 20$°C, y se une a una tarjeta de circuitos en la superficie interior. La resistencia térmica de contacto entre el chip y la tarjeta es 10^{-4} m² · K/W, y el espesor y conductividad térmica de la tarjeta son $L_b = 5$ mm y $k_b = 1$ W/m · K, respectivamente. La otra superficie de la tarjeta se expone al aire del ambiente para el que $h_i = 40$ W/m² · K y $T_{\infty,i} = 20$°C.



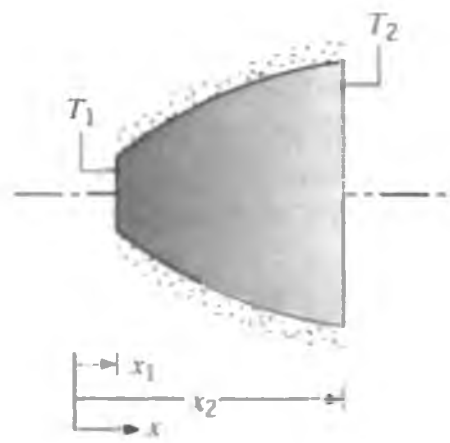
(a) Dibuje el circuito térmico equivalente que corresponde a las condiciones de estado estable. En forma de variable etiquete las resistencias, temperaturas y flujos de calor apropiados.

(b) En condiciones de estado estable para las que la disipación de calor del chip es $q''_c = 30{,}000$ W/m², ¿cuál es la temperatura del chip?

(c) El flujo de calor permisible máximo, q''_c, se determina mediante la restricción de que la temperatura del chip no debe exceder 85°C. Determine $q''_{c,m}$ para las condiciones precedentes. Si se usa aire en lugar del líquido dieléctrico, el coeficiente de convección se reduce en aproximadamente un orden de magnitud. ¿Cuál es el valor de $q''_{c,m}$ para $h_o = 100$ W/m² · K? Con enfriamiento de aire, ¿es posible obtener mejoras significativas con una tarjeta de circuitos de óxido de aluminio y/o mediante una pasta conductora en la interfaz chip/tarjeta para la que $T''_{t,c} = 10^{-5}$ m² · K/W?

Análisis de conducción alternativo

3.26 El diagrama muestra una sección cónica construida de aluminio puro. Es de sección transversal circular con un diámetro $D = ax^{1/2}$, donde $a = 0.5$ m$^{1/2}$. El extremo pequeño se localiza en $x_1 = 25$ mm y el grande en $x_2 = 125$ mm. Las temperaturas de los extremos son $T_1 = 600$ K y $T_2 = 400$ K, mientras que la superficie lateral está bien aislada.

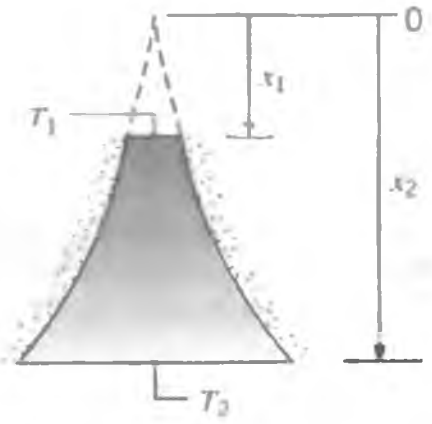


(a) Derive una expresión para la distribución de temperaturas $T(x)$ en forma simbólica, suponiendo condiciones unidimensionales. Dibuje la distribución de temperaturas.

(b) Calcule la transferencia de calor q_x.

3.27 Un cono truncado sólido tiene sección transversal circular, y su diámetro está relacionado con la coordenada axial mediante una expresión de la forma $D = ax^{3/2}$, donde $a = 1.0$ m$^{-1/2}$.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede ...



Los lados están bien aislados, mientras la superficie superior del cono en x_1 se mantiene a T_1, y la superficie inferior en x_2 se conserva a T_2.

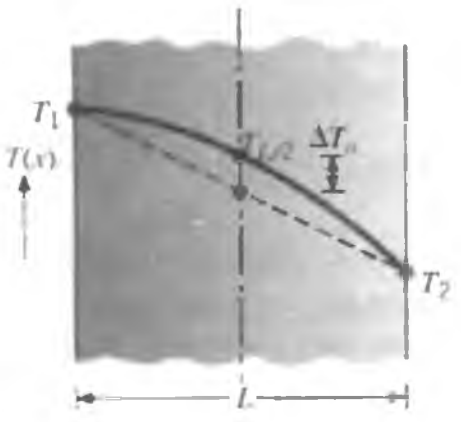
(a) Obtenga una expresión para la distribución de temperaturas $T(x)$.

(b) ¿Cuál es la transferencia de calor a través del cono si se construye de aluminio puro con $x_1 = 0.075$ m, $T_1 = 100°C$, $x_2 = 0.225$ m y $T_2 = 20°C$?

3.28 De la figura 2.5 es evidente que, en un amplio rango de temperaturas, la dependencia con respecto a la temperatura de la conductividad térmica de muchos sólidos se aproxima mediante una expresión lineal de la forma $k = k_o + aT$, donde k_o es una constante positiva y a es un coeficiente que puede ser positivo o negativo. Obtenga una expresión para el flujo de calor a través de una pared plana cuyas superficies interna y externa se mantienen a T_0 y T_1, respectivamente. Dibuje las formas de la distribución de temperaturas correspondientes a $a > 0$, $a = 0$ y $a < 0$.

3.29 Considere la pared de un tubo de radios interno y externo r_i y r_o, respectivamente. La conductividad térmica del cilindro depende de la temperatura y se representa mediante una expresión de la forma $k = k_o(1 + aT)$, donde k_o y a son constantes. Obtenga una expresión para la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo. ¿Cuál es la resistencia térmica de la pared del tubo?

3.30 Ciertas mediciones muestran que la conducción de estado estable a través de una pared plana sin generación de calor produjeron una distribución de temperaturas convexa tal que la temperatura del punto medio fue ΔT_o más alta que la esperada para una distribución lineal de temperaturas.



Suponiendo que la conductividad térmica tiene una dependencia lineal de la temperatura, $k = k_o(1 + \alpha T)$, donde α es una constante, desarrolle una relación para evaluar α en términos de ΔT_o, T_1 y T_2.

3.31 Use el método de análisis de conducción alternativo para derivar la expresión de la resistencia térmica de un cilindro hueco de conductividad térmica k, radios interno y externo r_i y r_o, respectivamente, y longitud L.

Pared cilíndrica

3.32 Una tubería de vapor de 0.12 m de diámetro exterior se aísla con una capa de silicato de calcio.

(a) Si el aislante tiene 20 mm de espesor y las superficies interna y externa se mantienen a $T_{s,1} = 800$ K y $T_{s,2} = 490$ K, respectivamente, ¿cuál es la pérdida de calor por unidad de longitud (q') de la tubería?

(b) Deseamos explorar el efecto del espesor de aislante sobre la pérdida de calor q' y la temperatura de la superficie externa $T_{s,2}$, con la temperatura de la superficie interna fija a $T_{s,1} = 800$ K. La superficie externa se expone a un flujo de aire ($T_\infty = 25$ °C) que mantiene un coeficiente de convección de $h = 25$ W/m² · K y a grandes alrededores para los que $T_{alr} = T_\infty = 25$ °C. La emisividad de la superficie de silicato de calcio es aproximadamente 0.8. Calcule y dibuje la distribución de temperaturas en el aislante como función de la coordenada radial adimensional $(r - r_1)/(r_2 - r_1)$, donde $r_1 = 0.06$ m y r_2 es una variable ($0.06 < r_2 \leq 0.20$ m). Calcule y dibuje la pérdida de calor como función del espesor del aislante para $0 \leq (r_2 - r_1) \leq 0.14$ m.

3.33 Considere el calentador de agua que se describe en el problema 1.29. Deseamos ahora determinar la energía necesaria para compensar las pérdidas de calor que ocurren mientras el agua está almacenada a la temperatura establecida de 55°C. El tanque cilíndrico de almacenamiento (con extremos planos) tiene una capacidad de 100 galones, y se usa uretano en espuma para aislar las paredes lateral y de los extremos del aire ambiente a una temperatura promedio anual de 20°C. La resistencia a la transferencia de calor está dominada por la conducción en el aislante y por la convección *libre* en el aire, para el que $h \approx 2$ W/m² · K. Si se usa calentamiento por resistencia eléctrica para compensar las pérdidas y el costo de la potencia eléctrica es $0.08/kW·h, especifique las dimensiones del tanque y del aislante para las que los costos anuales asociados con las pérdidas de calor son menores de $50.

3.34 Un calentador eléctrico delgado envuelve la superficie externa de un tubo cilíndrico largo cuya superficie interna se mantiene a una temperatura de 5°C. La pared del tubo tiene radios interno y externo de 25 y 75 mm, y

pectivamente, y una conductividad térmica de 10 W/m · K. La resistencia térmica de contacto entre el calentador y la superficie externa del tubo (por unidad de longitud de tubo) es $R''_{t,c} = 0.01$ m · K/W. La superficie externa del calentador se expone a un fluido con $T_\infty = -10°C$ y un coeficiente de convección $h = 100$ W/m² · K. Determine la potencia de calentamiento por unidad de tubo que se requiere para mantener el calentador a $T_o = 25°C$.

3.35 En el problema anterior, la potencia eléctrica que se requiere para mantener el calentador a $T_o = 25°C$ depende de la conductividad térmica del material de la pared k, la resistencia térmica de contacto $R'_{t,c}$ y el coeficiente de convección h. Calcule y dibuje por separado el efecto de cambios en k ($1 \le k \le 200$ W/m · K), $R'_{t,c}$ ($0 \le R'_{t,c} \le 0.1$ m · K/W) y h ($10 \le h \le 1000$ W/m² · K) sobre el requerimiento de potencia total del calentador, así como la transferencia de calor a la superficie interna del tubo y al fluido.

3.36 Uretano ($k = 0.026$ W/m · K) se usa para aislar la pared lateral y las partes superior e inferior de un tanque cilíndrico de agua caliente. El aislante tiene 40 mm de espesor y se intercala entre láminas de metal de pared delgada. La altura y el diámetro interior del tanque son 2 m y 0.80 m, respectivamente, y el tanque está expuesto al aire del ambiente para el que $T_\infty = 10°C$ y $h = 10$ W/m² · K. Si el agua caliente mantiene la superficie interna a 55°C y el costo de la energía asciende a $0.15/kWh, ¿cuál es el costo diario para mantener el agua almacenada?

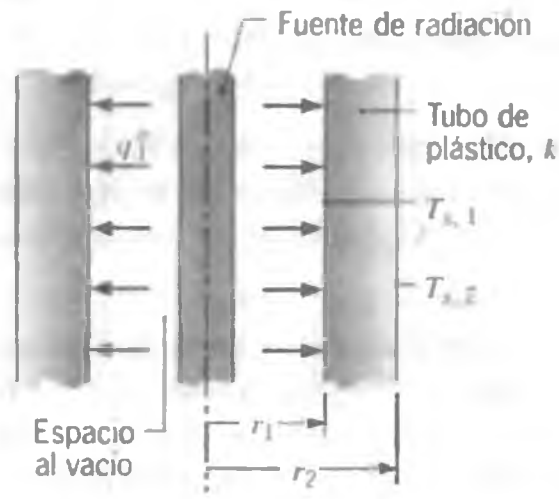
3.37 Un calentador eléctrico delgado se inserta entre una varilla circular larga y un tubo concéntrico con radios interior y exterior de 20 y 40 mm. La varilla A tiene una conductividad térmica de $k_A = 0.15$ W/m · K, mientras el tubo B tiene una conductividad térmica de $k_B = 1.5$ W/m · K; la superficie externa está sujeta a convección con un fluido de temperatura $T_\infty = -15°C$ y el coeficiente de transferencia de calor de 50 W/m² · K. La resistencia térmica de contacto entre las superficies del cilindro y el calentador es insignificante.

(a) Determine la potencia eléctrica por unidad de longitud de los cilindros (W/m) que se requieren para mantener la superficie externa del cilindro B a 5 °C.

(b) ¿Cuál es la temperatura en el centro del cilindro A?

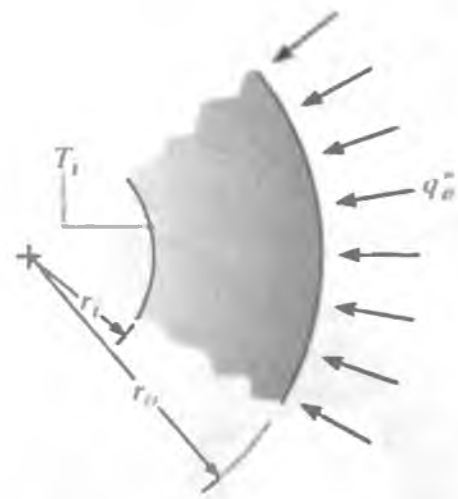
3.38 Una larga varilla cilíndrica de 100 mm de radio está hecha de un material de reacción nuclear ($k = 0.5$ W/m · K) que genera 24,000 W/m³ de manera uniforme a lo largo de su volumen. Esta varilla está encapsulada dentro de un tubo que tiene un radio externo de 200 mm y una conductividad térmica de 4 W/m · K. La superficie externa está rodeada por un fluido a 100°C, y el coeficiente de convección entre la superficie y el fluido es 20 W/m² · K. Encuentre las temperaturas en la interfaz entre los dos cilindros y la superficie externa.

3.39 Un recubrimiento especial, que se aplica a la superficie interior de un tubo de plástico, se cura colocando una fuente de calor por radiación cilíndrica dentro del tubo. El espacio entre el tubo y la fuente se vacía, y la fuente entrega un flujo de calor uniforme q''_1, que se absorbe en la superficie interna del tubo. La superficie externa del tubo se mantiene a una temperatura uniforme, $T_{s,2}$.



Desarrolle una expresión para la distribución de temperaturas $T(r)$ en la pared del tubo en términos de q''_1, $T_{s,2}$, r_1, r_2 y k. Si los radios interior y exterior del tubo son $r_1 = 25$ mm y $r_2 = 38$ mm, ¿cuál es la potencia que se requiere por unidad de longitud de la fuente de radiación para mantener la superficie interna a $T_{s,1} = 25°C$? La conductividad de la pared del tubo es $k = 10$ W/m · K.

3.40 Considere un cilindro hueco largo de conductividad térmica k con radios interior y exterior r_i y r_o, respectivamente. La temperatura de la superficie interna se mantiene a T_i mientras que la superficie externa experimenta un flujo de calor uniforme q''_o.



(a) Comenzando con la forma apropiada de la ecuación de difusión de calor, derive una expresión para la distribución de temperatura, $T(r)$, en términos de r_i, r_o, k, T_i y q''_o.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del Litoral

(b) Dibuje la distribución de temperaturas en coordenadas T–r.

(c) Escriba una expresión para la transferencia de calor por unidad de longitud del cilindro en la superficie interna, $q'_o(r_i)$, en términos de q''_o y los parámetros de la geometría del cilindro.

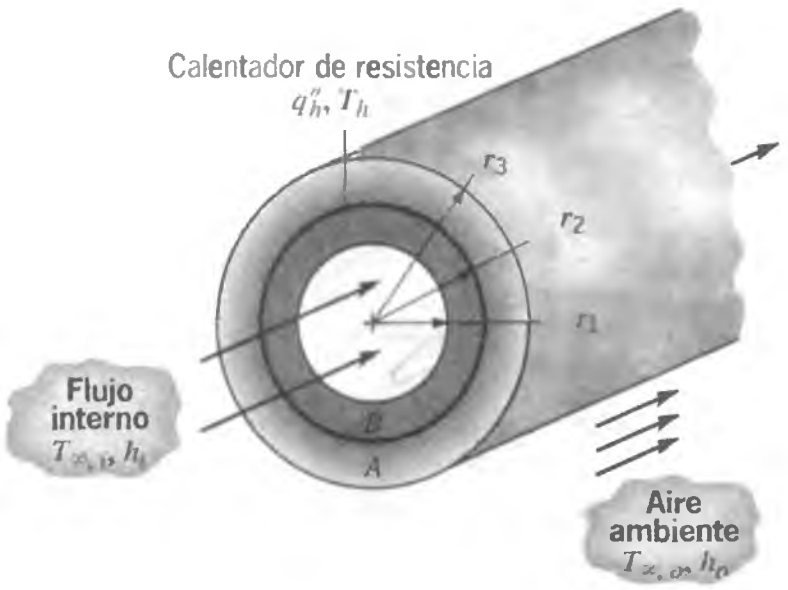
3.41 La sección del evaporador de una unidad de refrigeración consiste en tubos de pared delgada de 10 mm de diámetro a través de los que pasa el fluido refrigerante a una temperatura de $-18°C$. Se enfría aire conforme fluye sobre los tubos, manteniendo un coeficiente de convección de superficie de 100 W/m^2 · K, y en seguida se dirige a la sección del refrigerador.

(a) Para las condiciones precedentes y una temperatura del aire de $-3°C$, ¿cuál es la rapidez a la que se extrae calor del aire por unidad de longitud del tubo?

(b) Si la unidad de descongelación funciona mal, lentamente se acumulará escarcha sobre la superficie externa del tubo. Evalúe el efecto de la formación de escarcha sobre la capacidad de enfriamiento de un tubo para espesores de la capa de escarcha en el rango $0 \leq \delta \leq 4$ mm. Se supone que la escarcha tiene una conductividad térmica de 0.4 W/m · K.

(c) Se desconecta el refrigerador después de que falla la unidad de descongelamiento y de que se ha formado una capa de escarcha de 2 mm de grosor. Si los tubos están en aire ambiente para el que $T_\infty = 20°C$ y una convección natural mantiene un coeficiente de convección de 2 W/m^2 · K, ¿cuánto tiempo tardará la escarcha en derretirse? Se supone que la escarcha tiene una densidad de 700 kg/m^3 y una entalpía de fusión de 334 kJ/kg.

3.42 Una pared cilíndrica está compuesta por dos materiales de conductividad térmica k_A y k_B, separados por un calentador de resistencia eléctrica muy delgado para el cual las resistencias térmicas de contacto de las interfases son insignificantes.



Un líquido que se bombea a través del tubo está a una temperatura $T_{\infty,i}$ y proporciona un coeficiente de convección de h_i en la superficie interna del compuesto. La superficie externa se expone al aire ambiente, el cual está a $T_{\infty,o}$ y proporciona un coeficiente de convección de h_o. En condiciones de estado estable, el calentador disipa un flujo de calor uniforme q''_h.

(a) Dibuje el circuito térmico equivalente del sistema y exprese todas las resistencias en términos de variables relevantes.

(b) Obtenga una expresión que sirva para determinar la temperatura del calentador, T_h.

(c) Obtenga una expresión para la razón de los flujos de calor a los fluidos externo e interno, q'_o/q'_i. ¿Cómo ajustar las variables del problema para minimizar esta razón?

3.43 Un alambre eléctrico que tiene un radio de $r_i = 5$ mm y una resistencia por unidad de longitud de 10^{-4} Ω/m se cubre con un aislante plástico de conductividad térmica $k = 0.20$ W/m · K. El aislante se expone al aire del ambiente para el que $T_\infty = 300$ K y $h = 10$ W/m^2 · K. Si el aislante tiene una temperatura máxima permisible de 450 K, ¿cuál es la corriente máxima posible que se puede hacer pasar por el alambre?

3.44 Una corriente eléctrica de 700 A fluye a través de un cable de acero inoxidable que tiene un diámetro de 5 mm y una resistencia eléctrica de 6×10^{-4} Ω/m (por metro de longitud de cable). El cable está en un medio que tiene una temperatura de 30 °C, y el coeficiente total asociado con la convección y la radiación entre el cable y el medio es aproximadamente 25 W/m^2 · K.

(a) Si el cable está expuesto, ¿cuál es la temperatura de la superficie?

(b) Si se aplica un recubrimiento muy delgado de aislante eléctrico al cable, con una resistencia de contacto de 0.02 m^2 · K/W, ¿cuáles son las temperaturas superficiales del aislante y del cable?

(c) Hay cierta preocupación sobre la capacidad del aislante para resistir temperaturas elevadas. ¿Cuál espesor de este aislante ($k = 0.5$ W/m · K) dará el valor más bajo de la temperatura máxima del aislante? ¿Cuál es el valor de la temperatura máxima cuando se usa dicho espesor?

3.45 Un tubo de acero de pared delgada de 0.20 m de diámetro se utiliza para transportar vapor saturado a una presión de 20 bar en un cuarto para el que la temperatura del aire es 25°C y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie externa del tubo es 20 W/m^2 · K.

(a) ¿Cuál es la pérdida de calor por unidad de longitud del tubo expuesto (sin aislante)? Estime la pérdida de calor por unidad de longitud si se agrega una capa de 50 mm de aislante (óxido de magnesio, 85%). Suponga que el acero y el óxido de magnesio tiene cada uno una emisividad de 0.8, y no tome en cuenta la resistencia de convección del lado del vapor.

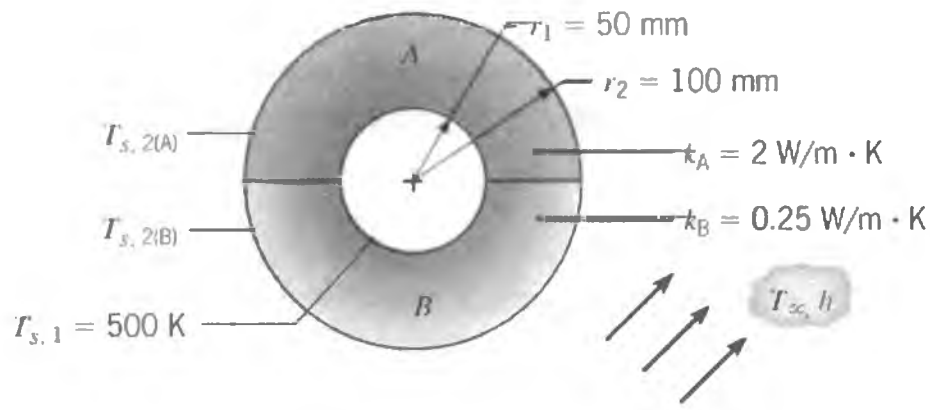
(b) Se sabe que el costo asociado con la generación del vapor y la instalación del aislante son $\$4/10^9$ J y \$100/m de longitud de tubo, respectivamente. Si la línea de vapor operara 7500 h/año, ¿cuántos años se necesitan para recuperar la inversión inicial en aislante?

3.46 A través de un tubo de acero (AISI 1010), de 60 mm de diámetro interior y 75 mm de diámetro exterior, fluye vapor a una temperatura de 250°C. El coeficiente de convección entre el vapor y la superficie interna del tubo es 500 W/m^2 · K, mientras que entre la superficie externa del tubo y los alrededores es 25 W/m^2 · K. La emisividad del tubo es 0.8, y la temperatura del aire y los alrededores es 20°C. ¿Cuál es la pérdida de calor por unidad de longitud de tubo?

3.47 Deseamos determinar el efecto de agregar una capa aislante de óxido de magnesio al tubo de vapor del problema anterior. Suponga que el coeficiente de convección en la superficie externa del aislante permanece a 25 W/m^2 · K, y que la emisividad es $\varepsilon = 0.8$. Determine y trace la pérdida de calor por unidad de longitud de tubo y la temperatura de la superficie externa como función del espesor del aislante. Si el costo de generación del vapor es $\$4/10^9$ J y la línea de vapor opera 7000 h/año, recomiende un espesor de aislante y determine el ahorro anual correspondiente en costos de energía. Elabore una gráfica de la distribución de temperaturas para el espesor recomendado.

3.48 Un tubo de pared delgada de 100 mm de diámetro sin aislar se usa para transportar agua a equipo que opera en el exterior y utiliza el agua como refrigerante. En condiciones de invierno particularmente adversas la pared del tubo alcanza una temperatura de −15°C y se forma una capa cilíndrica de hielo sobre la superficie interna de la pared. Si la temperatura media del agua es 3°C y se mantiene un coeficiente de convección de 2000 W/m^2 · K en la superficie interna del hielo, que está a 0 °C, ¿cuál es el espesor de la capa de hielo?

3.49 El vapor que fluye a través de un tubo largo de pared delgada mantiene la pared del tubo a una temperatura uniforme de 500 K. El tubo está cubierto con una manta aislante compuesta con dos materiales diferentes, A y B.



Se supone que la interfaz entre los dos materiales tiene una resistencia de contacto infinita, y que toda la superficie externa está expuesta al aire, para el cual $T_\infty = 300$ K y $h = 25$ W/m^2 · K.

(a) Dibuje el circuito térmico del sistema. Usando los símbolos precedentes, marque todos los nodos y resistencias pertinentes.

(b) Para las condiciones que se establecen, ¿cuál es la pérdida total de calor del tubo? ¿Cuáles son las temperaturas de la superficie externa $T_{s,2(A)}$ y $T_{s,2(B)}$?

3.50 Un recubrimiento de baquelita se usará con una varilla conductora de 10 mm de diámetro, cuya superficie se mantiene a 200°C mediante el paso de una corriente eléctrica. La varilla está en un fluido a 25 °C, y el coeficiente de convección es 140 W/m^2 · K. ¿Cuál es el radio crítico asociado con el recubrimiento? ¿Cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud para la varilla desnuda y para la varilla con un recubrimiento de baquelita que corresponde al radio crítico? ¿Cuánta baquelita debe agregarse para reducir en 25% la transferencia de calor asociada con la varilla desnuda?

Pared esférica

3.51 Un tanque de almacenamiento consiste en una sección cilíndrica que tiene una longitud y diámetro interior de $L = 2$ m y $D_i = 1$ m, respectivamente, y dos secciones extremas hemisféricas. El tanque se construye de vidrio (Pyrex) de 20 mm de espesor y se expone al aire del ambiente para el que la temperatura es 300 K y el coeficiente de convección es 10 W/m^2 · K. El tanque se utiliza para almacenar aceite caliente, que mantiene la superficie interior a una temperatura de 400 K. Determine la potencia eléctrica que debe suministrarse al calentador sumergido en el aceite para mantener las condiciones establecidas. Deje de lado los efectos de radiación y suponga que el Pyrex tiene una conductividad térmica de 1.4 W/m · K.

3.52 Considere el sistema de almacenamiento de oxígeno líquido y las condiciones ambientales del laboratorio del problema 1.35. Para reducir la pérdida de oxígeno debida a la vaporización debe aplicarse una capa de aislante a la superficie externa el contenedor. Considere el

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

uso de un aislante de hoja de aluminio laminado/vidrio mate, para el que la conductividad térmica y la emisividad superficial son $k = 0.00016$ W/m · K y $\varepsilon = 0.20$, respectivamente.

(a) Si el contenedor se cubre con una capa de aislante de 10 mm de espesor, ¿cuál es el porcentaje de reducción en la pérdida de oxígeno en relación con el contenedor sin recubrimiento?

(b) Calcule y trace la masa de evaporación (kg/s) como función del espesor del aislante t para $0 \leq t \leq 50$ mm.

3.53 En el ejemplo 3.4, se derivó una expresión para el radio crítico de aislamiento de un tubo cilíndrico aislado. Derive la expresión apropiada para una esfera aislada.

3.54 Una esfera hueca de aluminio, con un calentador eléctrico en el centro, se utiliza en pruebas para determinar la conductividad térmica de materiales aislantes. Los radios interior y exterior de la esfera son 0.15 y 0.18 m, respectivamente, y la prueba se hace en condiciones de estado estable, en las que la superficie interna del aluminio se mantiene a 250°C. En una prueba particular, una capa esférica de aislante se funde sobre la superficie externa de la esfera y alcanza un espesor de 0.12 m. El sistema está en un cuarto para el que la temperatura del aire es 20°C, y el coeficiente de convección en la superficie externa del aislante es 30 W/m² · K. Si se disipan 80 W por el calentador bajo condiciones de estado estable, ¿cuál es la conductividad térmica del aislante?

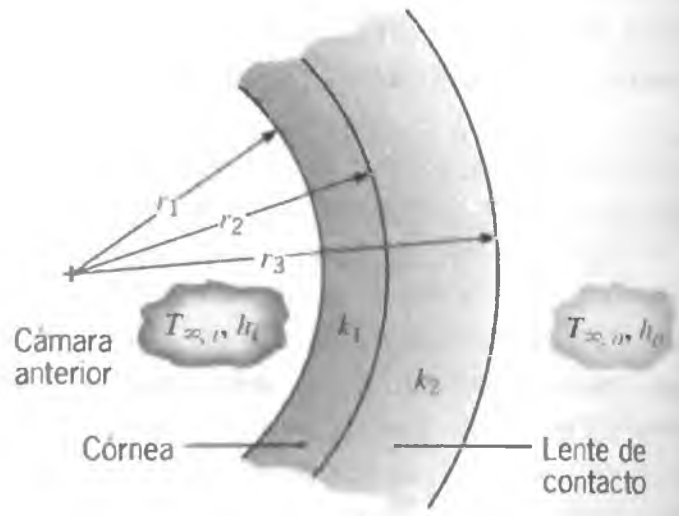
3.55 Un tanque esférico para almacenar oxígeno líquido en un transbordador espacial se construye de acero inoxidable de 0.80 m de diámetro exterior y una pared de 5 mm de espesor. El punto de ebullición y la entalpía de fusión del oxígeno líquido son 90 K y 213 kJ/kg, respectivamente. El tanque se instalará en un compartimiento grande cuya temperatura se mantendrá a 240 K. Diseñe un sistema de aislamiento térmico que mantenga las pérdidas de oxígeno debidas a la ebullición por debajo de 1 kg/día.

3.56 Una sonda esférica crioquirúrgica se incrusta en tejido enfermo con el propósito de congelarlo y, por tanto, destruirlo. Considere una sonda de 3 mm de diámetro cuya superficie se mantiene a −30°C cuando se incrusta en tejido que está a 37°C. Una capa esférica de tejido congelado se forma alrededor de la sombra, con una temperatura de 0°C en la fase frontal (interfaz) entre el tejido normal y el congelado. Si la conductividad térmica del tejido congelado es aproximadamente 1.5 W/m · K y la transferencia de calor en la fase frontal se caracteriza por un coeficiente de convección efectivo de 50 W/m² · K, ¿cuál es el espesor de la capa del tejido congelado?

3.57 Una capa esférica compuesta de radio interior $r_1 = 0.25$ m se construye de plomo de radio exterior $r_2 = 0.30$ m y acero inoxidable AISI 302 de radio exterior $r_3 = 0.31$ m. La cavidad se llena de desechos radioactivos que generan calor a una razón de $\dot{q} = 5 \times 10^5$ W/m³. Se propone sumergir el contenedor en aguas oceánicas que están a una temperatura de $T_\infty = 10$°C y que proporcionan un coeficiente de convección uniforme $h = 500$ W/m² · K en la superficie externa del contenedor. ¿Hay algún problema asociado con esta propuesta?

3.58 Como una alternativa para almacenar materiales radioactivos en aguas oceánicas, se propone que el sistema del problema 3.57 se coloque en un tanque grande en el cual se controle el flujo de agua y, por consiguiente, el coeficiente de convección h. Calcule y trace la temperatura máxima del plomo, $T(r_1)$, como función de h para $100 \leq h \leq 1000$ W/m² · K. Si la temperatura del plomo no deberá exceder 500 K, ¿cuál es el valor mínimo permisible de h? Para mejorar la seguridad del sistema, es deseable aumentar el espesor de la capa de acero inoxidable. Para $h = 300$, 500 y 1000 W/m² · K, calcule y trace la temperatura máxima del plomo como función del espesor de la capa para $r_3 \geq 0.30$ m. ¿Cuáles son los valores correspondientes del espesor máximo permisible?

3.59 La energía que se transfiere de la cámara anterior del ojo a través de la córnea varía considerablemente dependiendo del uso de un lente de contacto. Trate al ojo como un sistema esférico y suponga que el sistema se encuentra en estado estable. El coeficiente de convección h_o se mantiene inalterable con y sin el lente de contacto en su sitio. La córnea y el lente cubren un tercio del área de la superficie esférica.



Los valores de los parámetros que representan esta situación son los siguientes:

$r_1 = 10.2$ mm $\quad r_2 = 12.7$ mm

$r_3 = 16.5$ mm

$T_{\infty,i} = 37$°C $\quad T_{\infty,o} = 21$°C

$k_1 = 0.35$ W/m · K $\quad k_2 = 0.80$ W/m · K

$h_i = 12$ W/m² · K $\quad h_o = 6$ W/m² · K

(a) Construya los circuitos térmicos, marcando todos los potenciales y flujos para los sistemas excluyendo e incluyendo los lentes de contacto. Escriba los elementos de resistencia en términos de parámetros apropiados.

(b) Determine la pérdida de calor de la cámara anterior con los lentes de contacto y sin ellos.

(c) Discuta la implicación de los resultados.

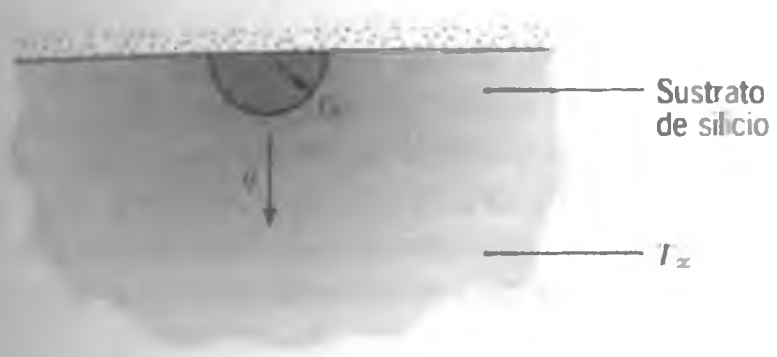
3.60 La superficie externa de una esfera hueca de radio r_2 se sujeta a un flujo de calor uniforme q''_2. La superficie interna en r_1 se conserva a una temperatura constante $T_{s,1}$.

(a) Desarrolle una expresión para la distribución de temperaturas $T(r)$ en la pared de la esfera en términos de q''_2, $T_{s,1}$, r_1, r_2, y la conductividad térmica del material de la pared k.

(b) Si los radios interno y externo son $r_1 = 50$ mm y $r_2 = 100$ mm, ¿qué flujo de calor q''_2 se requiere para mantener la superficie externa a $T_{s,2} = 50$ °C, mientras que la superficie interna está a $T_{s,1} = 20$°C? La conductividad térmica del material de la pared es $k = 10$ W/m · K.

3.61 Una capa esférica de radios interior y exterior r_i y r_o, respectivamente, se llena con un material generador de calor que proporciona una rapidez de generación volumétrica uniforme (W/m³) de $\dot{q}$. La superficie externa de la capa se expone a un fluido que tiene una temperatura T_∞ y un coeficiente de convección h. Obtenga una expresión para la distribución de temperaturas de estado estable $T(r)$ en la capa, y exprese los resultados en términos de r_i, r_o, $\dot{q}$, h, T_∞, y la conductividad térmica k del material de la capa.

3.62 Un transistor, que se aproxima como una fuente de calor hemisférica de radio $r_o = 0.1$ mm, se empotra en un sustrato de silicio grande ($k = 125$ W/m · K) y disipa calor a una velocidad q. Todas las fronteras del silicio se mantienen a una temperatura ambiente de $T_\infty = 27$°C, excepto para una superficie plana que está bien aislada.



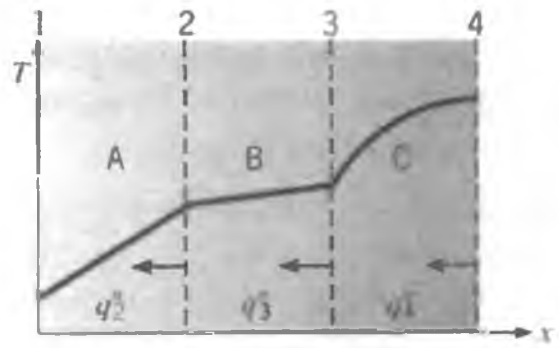
Obtenga una expresión general para la distribución de temperaturas del sustrato y evalúe la temperatura superficial de la fuente de calor para $q = 4$ W.

3.63 Una modalidad para destruir tejido maligno implica incrustar una pequeña fuente de calor esférica de radio r_o dentro del tejido y mantener temperaturas locales por arriba de un valor crítico T_c por un periodo extenso. Suponga que el tejido que se extirpa de la fuente permanece a la temperatura normal del cuerpo ($T_b = 37$°C). Obtenga una expresión general para la distribución radial de temperaturas en el tejido bajo condiciones de estado estable en las que se disipa calor a una velocidad q. Si $r_o = 0.5$ mm, ¿qué transferencia de calor debe suministrarse para mantener una temperatura del tejido de $T \geq T_c = 42$°C en el dominio $0.5 \leq r \leq 5$ mm? La conductividad térmica del tejido es aproximadamente 0.5 W/m · K.

Conducción con generación interna de calor

3.64 Considere corazas cilíndricas y esféricas con superficies interior y exterior en r_1 y r_2 que se mantienen a temperaturas uniformes $T_{s,1}$ y $T_{s,2}$, respectivamente. Si hay generación uniforme de calor dentro de las corazas, obtenga expresiones para las distribuciones radiales unidimensionales de la temperatura, flujo de calor y transferencia de calor. Compare sus resultados con los que se resumen en el apéndice C.

3.65 La distribución de temperaturas de estado estable en una pared plana compuesta con tres diferentes materiales, cada uno de conductividad térmica constante, se muestra a continuación.



(a) Comente las magnitudes relativas de q''_2 y q''_3 y de q''_3 y q''_4.

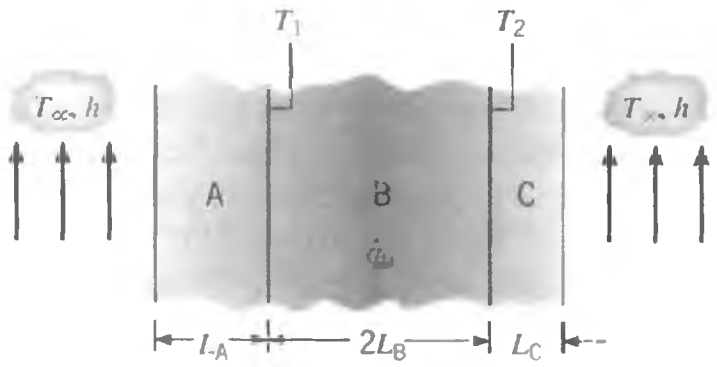
(b) Haga comentarios sobre las magnitudes relativas de k_A y k_B y de k_B y k_C.

(c) Dibuje el flujo de calor como función de x.

3.66 Una pared plana de espesor 0.1 m y conductividad térmica 25 W/m · K, con una generación de calor volumétrica uniforme de 0.3 MW/m³, se aísla en uno de sus lados mientras que el otro lado se expone a un fluido a 92°C. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre la pared y el fluido es 500 W/m² · K. Determine la temperatura máxima en la pared.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad ... Sede ... ral

3.67 Considere la conducción unidimensional en una pared plana compuesta. Las superficies externas se exponen a un fluido a 25°C y un coeficiente de transferencia de calor de 1000 W/m² · K. La pared intermedia B experimenta una generación uniforme de calor $\dot{q}_B$, mientras que no hay generación en las paredes A y C. Las temperaturas en las interfases son $T_1 = 261°C$ y $T_2 = 211°C$.



$k_A = 25$ W/m · K $\quad L_A = 30$ mm
$k_C = 50$ W/m · K $\quad L_B = 30$ mm
$\quad\quad\quad\quad\quad\quad L_C = 20$ mm

(a) Suponiendo una resistencia de contacto insignificante en las interfases, determine la generación volumétrica de calor $\dot{q}_B$ y la conductividad térmica k_B.

(b) Elabore una gráfica de la distribución de temperaturas mostrando sus características importantes.

(c) Considere condiciones que correspondan a una *pérdida de refrigerante* en la superficie expuesta de material A ($h = 0$). Determine T_1 y T_2 y elabore una gráfica de la distribución de temperaturas a través del sistema.

3.68 Considere la pared plana compuesta del problema 3.67 sujeta a las mismas condiciones de convección. La pared intermedia tiene una conductividad térmica de $k_B = 15$ W/m · K y experimenta una generación de calor uniforme de $\dot{q}_B = 4 \times 10^6$ W/m³, mientras que las paredes externas no tienen generación.

(a) Deje de lado las resistencias de contacto en las interfaces, y determine T_1 y T_2, así como también los flujos de calor a través de las paredes A y C.

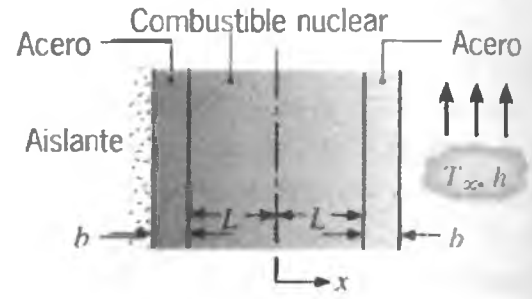
(b) Considere condiciones para las que existen resistencias de contacto de 0.0025 y 0.001 m² · K/W en las interfases A/B y B/C, respectivamente. Determine T_1 y T_2, y dibuje la distribución de temperaturas.

3.69 Cuando pasa una corriente eléctrica I, una barra colectora de cobre de sección transversal rectangular (6 mm × 150 mm) experimenta una generación uniforme de calor a una razón $\dot{q}$ (W/m³) dada por $\dot{q} = aI^2$, donde $a = 0.015$ W/m³ · A². Si la barra está en aire ambiental con $h = 5$ W/m² · K y su temperatura máxima no excede la del aire en más de 30°C, ¿cuál es la capacidad de corriente permisible para la barra colectora?

3.70 Un material semiconductor de conductividad térmica $k = 2$ W/m · K y resistividad eléctrica $\rho_e = 2 \times 10^{-5}$ Ω · m, se usa para fabricar una varilla cilíndrica de 10 mm de diámetro y 40 mm de longitud. La superficie longitudinal de la varilla está bien aislada, mientras que los extremos se mantienen a temperaturas de 100 y 0°C. Si la varilla conduce una corriente de 10 A, ¿cuál es la temperatura del centro? ¿Cuál es la transferencia de calor en cada uno de los extremos?

3.71 El desempañante de la ventana posterior de un automóvil consiste en alambres de alta resistencia distribuidos de manera uniforme moldeados en el vidrio. Cuando se aplica potencia a los alambres se supone que ocurre una generación de calor uniforme por la parte interior de la ventana. Durante la operación, el calor que se genera se transfiere por convección de las superficies interior y exterior de la ventana. Sin embargo, debido a los efectos de la velocidad del vehículo y los vientos atmosféricos, el coeficiente de convección del lado interior más caliente h_i es menor que el del lado exterior h_o. En el mismo sistema coordenado, dibuje la distribución de temperaturas de estado estable que existiría en el vidrio *antes* de que el desempañante se conecte y *después* de que ha estado conectado por algún tiempo.

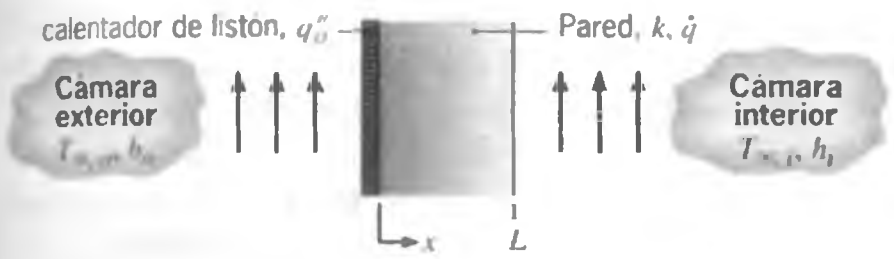
3.72 Un elemento de combustible nuclear de espesor $2L$ se cubre con un encamisado de acero de espesor b. El calor generado dentro del combustible nuclear a una razón $\dot{q}$ se elimina por un fluido a T_∞, que está contiguo a una superficie y se caracteriza por un coeficiente de convección h. La otra superficie está bien aislada, y el combustible y el acero tienen conductividades térmicas de k_f y k_s, respectivamente.



(a) Obtenga una ecuación para la distribución de temperaturas $T(x)$ en el combustible nuclear. Exprese sus resultados en términos de $\dot{q}$, k_f, L, b, k_s, h y T_∞.

(b) Dibuje la distribución de temperaturas $T(x)$ para el sistema completo.

3.73 El aire *dentro* de una cámara a $T_{\infty,i} = 50°C$ se calienta convectivamente con $h_i = 20$ W/m² · K mediante una pared de 200 mm de espesor que tiene una conductividad térmica de 4 W/m · K y una generación de calor uniforme de 1000 W/m³. Para prevenir que algo del calor generado dentro de la pared se pierda hacia el exterior de la cámara a $T_{\infty,o} = 25°C$ con $h_o = 5$ W/m² · K, se coloca un calentador de listón muy delgado sobre la pared exterior para proporcionar un flujo de calor uniforme, q''_o.



(a) Dibuje la distribución de temperaturas en la pared en coordenadas T–x para la condición donde no se pierde nada del calor generado dentro de la pared hacia el *exterior* de la cámara.

(b) ¿Cuáles son las temperaturas en los límites de las paredes, $T(0)$ y $T(L)$, para las condiciones de la parte (a)?

(c) Determine el valor de q_o'' que debe suministrar el calentador de listón de modo que todo el calor generado dentro de la pared se transfiera al *interior* de la cámara.

(d) Si la generación de calor en la pared se cortara mientras el flujo de calor al calentador de listón permanece constante, ¿cuál sería la temperatura de estado estable, $T(0)$, de la superficie de la pared exterior?

3.74 En el problema anterior, el calentador de listón actúa a manera de *protección* contra las pérdidas de calor hacia el exterior, y el flujo de calor que se requiere, q_o'', depende de las condiciones de operación de la cámara como $\dot{q}$ y $T_{\infty,i}$. Como primer paso en el diseño de un controlador para el calentador de protección, calcule y trace $\dot{q}$ y $T(0)$ como función de $\dot{q}$ para $200 \leq \dot{q} \leq 2000$ W/m^3 y $T_{\infty,i} = 30$, 50, y 70 °C.

3.75 Se hace pasar una corriente eléctrica I a través de un alambre metálico delgado de diámetro D y conductividades térmica y eléctrica k y σ, respectivamente. Sobre el alambre fluye aire a T_∞, con lo que se mantiene un coeficiente de transferencia de calor por convección h.

(a) Comenzando con un volumen de control diferencial, derive la ecuación diferencial que gobierna la distribución de temperaturas $T(x)$ en el alambre.

(b) Comenzando con una transformación apropiada de la variable dependiente, muestre que la solución general es de la forma

$$T(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + T_\infty + \frac{4I^2}{\pi^2 \sigma h D^3}$$

donde $m = (4h/kD)^{1/2}$.

(c) Considere condiciones para las que el alambre se conecta a dos electrodos separados por una distancia L y cada uno se mantiene a la temperatura T_E. ¿Cuál es la distribución de temperaturas correspondiente?

(d) Es posible controlar la corriente I de modo que no se transfiera calor del alambre a los electrodos. Obtenga una expresión para esta corriente en términos de σ, D, h, T_E y T_∞.

3.76 La superficie expuesta ($x = 0$) de una pared plana de conductividad térmica k está sujeta a radiación de microondas que ocasiona que el calentamiento volumétrico varíe como

$$\dot{q}(x) = \dot{q}_o \left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

donde $\dot{q}_o$ (W/m^3) es una constante. La frontera en $x = L$ está bien aislada, mientras que la superficie expuesta se mantiene a una temperatura constante T_o. Determine la distribución de temperaturas $T(x)$ en términos de x, L, k, $\dot{q}_o$ y T_o.

3.77 Considere una pared plana de espesor L, que actúa como protección para un reactor nuclear. La superficie interna ($x = 0$) recibe radiación gama que se absorbe parcialmente dentro de la coraza y tiene el efecto de una fuente de calor distribuida internamente. En particular, se genera calor por unidad de volumen dentro de la coraza de acuerdo con la relación

$$\dot{q}(x) = q_o'' \alpha e^{-\alpha x}$$

donde q_o'' es el flujo de radiación incidente y α es una propiedad (coeficiente de absorción) del material de la coraza.

(a) Si las superficies interna ($x = 0$) y externa ($x = L$) de la coraza se mantienen a temperaturas T_1 y T_2, respectivamente, ¿cuál es la forma de la distribución de temperaturas dentro de la coraza?

(b) Obtenga una expresión que sirva para determinar la posición x en la coraza para la cual la temperatura es un máximo.

3.78 Una ventana de cuarzo de espesor L sirve como portilla de observación en un horno que se usa para recocer acero. La superficie interior ($x = 0$) de la ventana se irradia con un flujo de calor uniforme q_o'' debido a la emisión de gases calientes en el horno. Una fracción, β, de esta radiación se supone que se absorbe en la superficie interna, mientras que la radiación restante se absorbe parcialmente conforme pasa a través del cuarzo. La generación volumétrica de calor debido a esta absorción se describe mediante una expresión de la forma

$$\dot{q}(x) = (1 - \beta)\, q_o'' \alpha e^{-\alpha x}$$

donde α es el coeficiente de absorción del cuarzo. Ocurre una transferencia de calor por convección desde la superficie exterior ($x = L$) de la ventana hacia el aire ambiental a T_∞ y se caracteriza por el coeficiente de convección h. La convección y emisión por radiación de la superficie interior no se toman en cuenta, junto con la emisión de radiación desde la superficie externa. Determine la distribución de temperaturas en el cuarzo y exprese los resultados en términos de los parámetros precedentes.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

3.79 Un cable de cobre de 30 mm de diámetro tiene una resistencia eléctrica de 5×10^{-3} Ω/m y se usa para conducir una corriente eléctrica de 250 A. El cable se expone al aire del ambiente a 20°C, y el coeficiente de convección asociado es 25 W/m² · K. ¿Cuáles son las temperaturas de la superficie y de la línea central del cobre?

3.80 Para las condiciones que se describen en el problema 1.32, determine la distribución de temperaturas, $T(r)$, en el contenedor; exprese el resultado en términos de $\dot{q}_o$, r_o, T_∞, h, y la conductividad térmica k de los desechos radioactivos.

3.81 Una capa cilíndrica de radios interior y exterior, r_i y r_o, respectivamente, se llena con un material generador de calor que proporciona una rapidez de generación volumétrica uniforme (W/m³) de $\dot{q}$. La superficie interna está aislada, mientras que la superficie externa de la capa se expone a un fluido a T_∞ y con un coeficiente de convección h.

(a) Obtenga una expresión para la distribución de temperaturas de estado estable, $T(r)$, en la capa; exprese los resultados en términos de r_i, r_o, $\dot{q}$, h, T_∞, y la conductividad térmica k del material de la capa.

(b) Determine una expresión para la transferencia de calor, $q'(r_o)$, en el radio exterior de la capa en términos de $\dot{q}$ y de las dimensiones de la capa.

3.82 Se muestra la sección transversal de un elemento de combustible, cilíndrico, largo, en un reactor nuclear. La generación de energía ocurre de manera uniforme en la varilla de combustible de torio, que tiene un diámetro $D = 25$ mm y está envuelto en un encamisado delgado de aluminio.



(a) Se propone que, en condiciones de estado estable, el sistema opere con una rapidez de generación de $\dot{q} = 7 \times 10^8$ W/m³ y con características del sistema de enfriamiento de $T_\infty = 95$°C y $h = 7000$ W/m² · K. ¿Es satisfactoria la propuesta?

(b) Explore el efecto de las variaciones en $\dot{q}$ y h trazando las distribuciones de temperaturas, $T(r)$, para un rango de valores de los parámetros. Sugiera una cubierta de condiciones de operación aceptables.

3.83 Un elemento de combustible de reactor nuclear consiste en una punta cilíndrica sólida de radio r_1 y conductividad térmica k_f. La punta de combustible está en buen contacto con un material de encamisado de radio exterior r_2 y conductividad térmica k_c. Considere condiciones de estado estable para las que ocurre una generación de calor uniforme dentro del combustible a una razón volumétrica $\dot{q}$ y la superficie externa del encamisado se expone a un fluido refrigerante que se caracteriza por una temperatura T_∞ y un coeficiente de convección h.

(a) Obtenga ecuaciones para las distribuciones de temperaturas $T_f(r)$ y $T_c(r)$ en el combustible y en el encamisado, respectivamente. Exprese los resultados exclusivamente en términos de las variables precedentes.

(b) Considere una punta de combustible de óxido de uranio para la que $K_f = 2$ W/m · K y $r_1 = 6$ mm y un encamisado para el que $K_c = 25$ W/m · K y $r_2 = 9$ mm. Si $\dot{q} = 2 \times 10^8$ W/m³, $h = 2000$ W/m² · K y $T_\infty = 300$K, ¿cuál es la temperatura máxima en el elemento de combustible?

(c) Calcule y dibuje la distribución de temperaturas $T(r)$, para valores de $h = 2000$, 5000, y 10,000 W/m² · K. Si el operador desea mantener la temperatura de la línea central del elemento de combustible por debajo de 1000 K, ¿es posible esto ajustando el flujo de refrigerante y, por tanto, el valor de h?

3.84 Considere la configuración del ejemplo 3.7, donde el calentamiento volumétrico uniforme dentro de un tubo de acero inoxidable se induce mediante una corriente eléctrica y el calor se transfiere por convección al aire que fluye a través del tubo. La pared del tubo tiene radios interior y exterior de $r_1 = 25$ mm y $r_2 = 35$ mm, una conductividad térmica de $k = 15$ W/m · K, una resistividad eléctrica de $\rho_e = 0.7 \times 10^{-6}$ Ω · m y una temperatura de operación máxima permisible de 1400 K.

(a) Suponiendo que la superficie externa del tubo está perfectamente aislada y que el flujo de aire se caracteriza por una temperatura y un coeficiente de convección de $T_{\infty,1} = 400$ K y $h_1 = 100$ W/m² · K, determine la máxima corriente eléctrica I permisible.

(b) Calcule y trace la distribución de la temperatura radial en la pared del tubo para la corriente eléctrica de la parte (a) y con los valores de h_1 (100, 500, 1000 W/m² · K). Para cada valor de h_1, determine la transferencia de calor al aire por unidad de largo del tubo.

(c) En la práctica, aun el mejor material aislante será incapaz de mantener condiciones adiabáticas en la superficie externa del tubo. Considere el uso de un material aislante refractario de conductividad térmica $k = 1.0$ W/m · K y no tome en cuenta el intercambio de radiación en la superficie externa. Para $h_1 = 100$ W/m² · K y la corriente máxima permisible determinada en la parte (a), calcule y trace la distribución de temperaturas en la pared *compuesta* para dos valores del espesor del aislante ($\delta = 25$

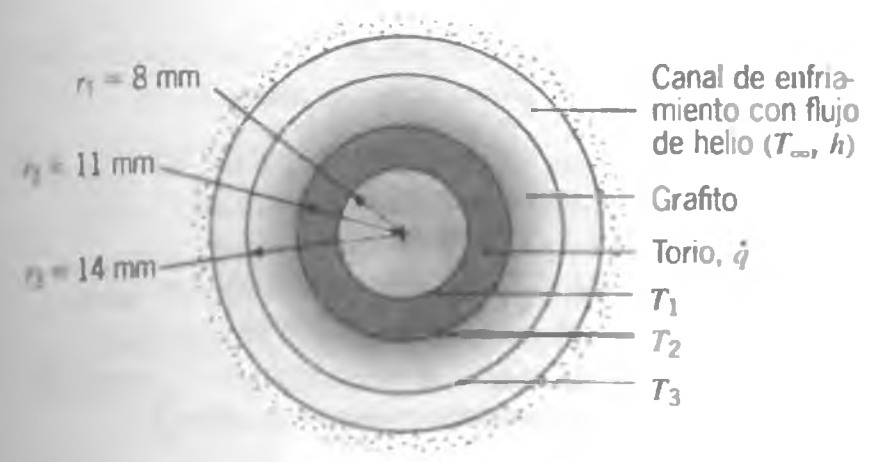
50 mm). La superficie externa del aislante se expone al aire del cuarto para el que $T_{\infty,2} = 300$ K y $h_2 = 25$ W/m$^2 \cdot$ K. Para cada espesor del aislante, determine la transferencia de calor por unidad de longitud de tubo al flujo de aire interior y al aire ambiente.

3.85 El propietario de una casa, cuya tubería se congeló durante un periodo de clima frío, decide fundir el hielo haciendo pasar una corriente eléctrica I a través de la pared de la tubería. Los radios interno y externo de la pared se designan r_1 y r_2, y su resistencia eléctrica por unidad de longitud se designa como R'_e (Ω/m). La tubería está bien aislada en el exterior, y durante la fusión el hielo (y agua) permanece en la tubería a una temperatura constante T_m asociada con el proceso de fusión.

(a) Suponiendo que se alcanzan condiciones de estado estable poco después de la aplicación de la corriente, determine la forma de la distribución de temperaturas de estado estable $T(r)$ en la pared de la tubería durante el proceso de fusión.

(b) Desarrolle una expresión para el tiempo t_m que se requiere para fundir por completo el hielo. Calcule este tiempo para $I = 100$ A, $R'_e = 0.30$ Ω/m, y $r_1 = 50$ mm.

3.86 Un reactor nuclear de altas temperaturas enfriado por gas consiste en una pared cilíndrica compuesta para la que un elemento de combustible de torio ($k \approx 57$ W/m $\cdot$ K) se encapsula en grafito ($k \approx 3$ W/m $\cdot$ K) y para la cual fluye helio gaseoso por un canal anular de enfriamiento. Considere condiciones para las que la temperatura del helio es $T_\infty = 600$ K y el coeficiente de convección en la superficie externa del grafito es $h = 2000$ W/m$^2 \cdot$ K.



(a) Si se genera energía térmica de manera uniforme en el elemento de combustible a una rapidez $\dot{q} = 10^7$ W/m^3, ¿cuáles son las temperaturas T_1 y T_2 en las superficies interna y externa, respectivamente, del elemento de combustible?

(b) Calcule y elabore una gráfica de la distribución de temperaturas en la pared compuesta para valores seleccionados de $\dot{q}$. ¿Cuál es el valor máximo permisible de $\dot{q}$?

3.87 Una varilla cilíndrica larga, de 200 mm de diámetro y conductividad térmica de 0.5 W/m $\cdot$ K, experimenta una generación volumétrica uniforme de calor de 24,000 W/m^3. La varilla está encapsulada en una manga circular que tiene un diámetro externo de 400 mm y una conductividad térmica de 4 W/m $\cdot$ K. La superficie externa de la manga se expone a un flujo de aire cruzado a 27°C con un coeficiente de convección de 25 W/m$^2 \cdot$ K.

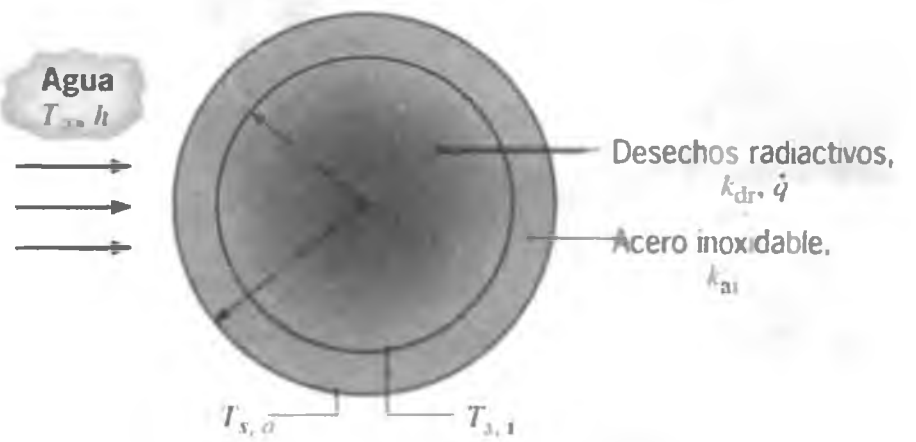
(a) Encuentre la temperatura en la interfaz entre la varilla y la manga y en la superficie externa.

(b) ¿Cuál es la temperatura en el centro de la varilla?

3.88 Un material radioactivo de conductividad térmica k es moldeado como una esfera sólida de radio r_o y colocado en un baño líquido para el que se conocen la temperatura, T_∞, y el coeficiente de convección h. Dentro del sólido se genera calor de manera uniforme a una rapidez volumétrica de $\dot{q}$. Obtenga la distribución de temperatura radial de estado estable en el sólido; exprese los resultados en términos de r_o, $\dot{q}$, k, h y T_∞.

3.89 Para las condiciones que se describen en el problema 1.34, determine la distribución de temperaturas, $T(r)$, en el contenedor. Exprese el resultado en términos de $\dot{q}_o$, r_o, T_∞, h y la conductividad térmica k de los desechos radiactivos.

3.90 Se almacenan desechos radiactivos ($k_{dr} = 20$ W/m $\cdot$ K) en un contenedor esférico de acero inoxidable ($k_{ai} = 15$ W/m $\cdot$ K) de radios interior y exterior $r_i = 0.5$ m y $r_o = 0.6$ m. Se genera calor de forma volumétrica dentro de los desechos a una razón uniforme de $\dot{q} = 10^5$ W/m^3, y la superficie externa del contenedor se expone a un flujo de agua para el que $h = 1000$ W/m$^2 \cdot$ K y $T_\infty = 25$°C.



(a) Evalúe la temperatura de la superficie externa en estado estable, $T_{s,o}$.

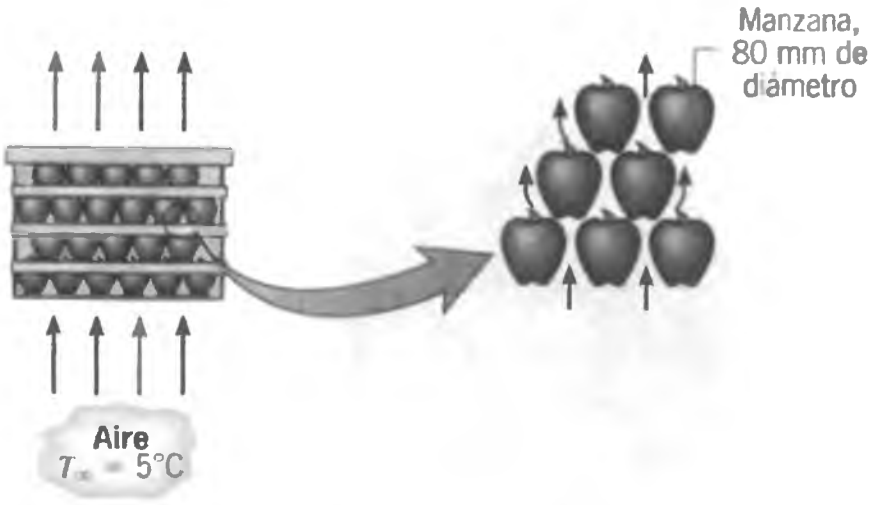
(b) Evalúe la temperatura de la superficie interna en estado estable, $T_{s,i}$.

(c) Obtenga una expresión para la distribución de temperaturas, $T(r)$, en los desechos radioactivos. Exprese los resultados en términos de r_i, $T_{s,i}$, k_{dr} y $\dot{q}$. Evalúe la temperatura en $r = 0$.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

(d) Una extensión propuesta del diseño anterior implica almacenar materiales de desecho que tienen la misma conductividad térmica pero el doble de generación de calor ($\dot{q} = 2 \times 10^5$ W/m^3) en un contenedor de acero inoxidable de radio interior equivalente ($r_i = 0.5$ m). Consideraciones de seguridad dictan que la temperatura máxima del sistema no exceda 475°C y que el espesor de la pared del contenedor no debe ser menor que $t = 0.04$ m, y que de preferencia sea sea igual o cercana al diseño original ($t = 0.1$ m). Evalúe el efecto de hacer variar el coeficiente de convección exterior a un valor máximo factible de $h = 5000$ W/m$^2 \cdot$ K (aumentando la velocidad del agua) y el grosor de la pared del contenedor. ¿Es factible la extensión que se propone? Si lo es, recomiende condiciones de operación y diseño adecuadas para h y t, respectivamente.

3.91 Las características únicas de materiales biológicamente activos, como las frutas, las verduras y otros productos, requieren cuidado especial en su manejo. En seguida de la cosecha y separación de las plantas productoras, la glucosa se cataboliza para producir bióxido de carbono, vapor de agua y calor, con la generación de energía interna concomitante. Considere una caja de manzanas, cada manzana de 80 mm de diámetro, que se ventila con aire a 5°C y a una velocidad de 0.5 m/s. El valor correspondiente del coeficiente de transferencia de calor es 7.5 W/m$^2 \cdot$ K. Dentro de cada manzana la energía térmica se genera de manera uniforme a una razón total de 4000 J/kg $\cdot$ día. La densidad y conductividad térmica de la manzana son 840 kg/m^3 y 0.5 W/m $\cdot$ K, respectivamente.

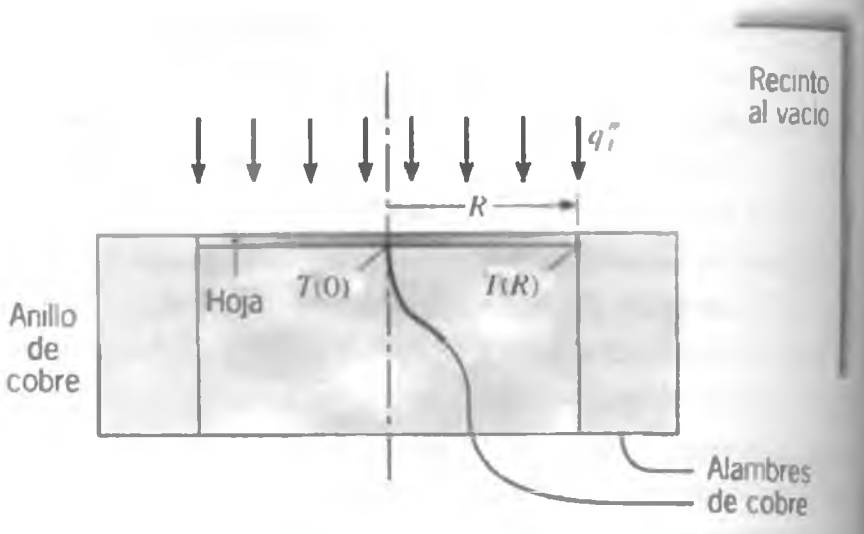


(a) Determine las temperaturas del centro y de la superficie de la manzana.

(b) Para el arreglo apilado de manzanas dentro del cartón de empaque, el coeficiente de convección depende de la velocidad como $h = C_1 V^{0.425}$, donde $C_1 = 10.1$ W/m$^2 \cdot$ K $\cdot$ (m/s)$^{0.425}$. Calcule y trace la gráfica de las temperaturas del centro y de la superficie como función de la velocidad del aire para $0.1 \leq V \leq 1$ m/s.

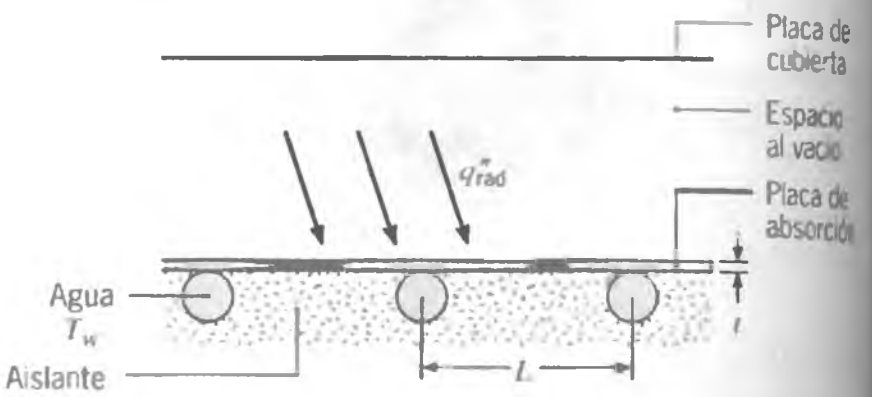
Superficies extendidas

3.92 El medidor de calor por radiación que se muestra en el diagrama está construido con hoja metálica de *constantán*, que se cubre de negro y tiene la forma de un disco circular de radio R y espesor t. El medidor se localiza en un recinto al vacío. El flujo de radiación incidente que absorbe la hoja, q_i'', se difunde hacia la circunferencia exterior y al anillo grande de cobre, que actúa como un sumidero de calor a temperatura constante $T(R)$. Dos alambres conductores de cobre se unen al centro de la hoja y al anillo para completar un circuito termopar que permite la medición de la diferencia de temperaturas entre el centro de la hoja y su extremo, $\Delta T = T(0) - T(R)$.



Obtenga la ecuación diferencial que determina $T(r)$, la distribución de temperaturas en la hoja, en condiciones de estado estable. Resuelva esta ecuación para obtener una expresión que relacione ΔT con q_i''. No tome en cuenta el intercambio de radiación entre la hoja y sus alrededores.

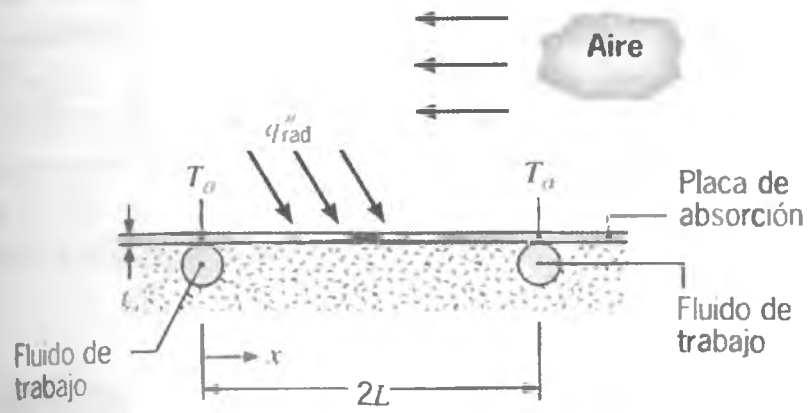
3.93 Una tubería de cobre se une al absorbedor de un colector solar de placa plana como se muestra.



La placa de absorción de aleación de aluminio (2024-T6) tiene 6 mm de espesor y está bien aislada en su parte inferior. La superficie superior de la placa está separada de una placa de cubierta por un espacio al vacío. Los tubos están espaciados una distancia L = 0.20 m entre ellos, y circula agua a través de los tubos

para quitar la energía colectada. Suponga que el agua está a una temperatura uniforme de $T_{agua} = 60$ °C. Bajo condiciones de operación de estado estable para las que el flujo *neto* de calor por radiación a la superficie es $q''_{rad} = 800$ W/m², ¿cuál es la temperatura máxima sobre la placa y la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo? Note que q''_{rad} representa el efecto neto de la absorción de radiación solar por la placa de absorción y el intercambio de radiación entre las placas de absorción y de cubierta. Puede suponer que la temperatura de la placa de absorción directamente arriba de un tubo es igual a la del agua.

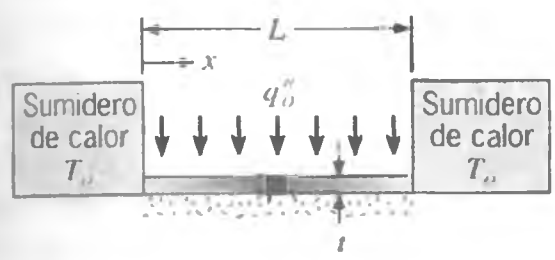
3.94 Se une una tubería a la placa de espesor t de un colector solar, y el fluido de trabajo mantiene la temperatura de la placa sobre los tubos a T_o. Hay un flujo neto uniforme de calor por radiación q''_{rad} hacia la superficie superior de la placa, mientras que la superficie inferior está bien aislada. La superficie superior también se expone a un fluido a T_∞ que proporciona un coeficiente de convección uniforme h.



(a) Derive la ecuación diferencial que rige la distribución de temperaturas $T(x)$ en la placa.

(b) Obtenga una solución de la ecuación diferencial para condiciones de frontera apropiadas.

3.95 Una placa delgada de longitud L, espesor t y ancho $W \gg L$ se une térmicamente a dos grandes sumideros de calor que se mantienen a una temperatura T_o. La parte inferior de la placa está bien aislada, mientras que se sabe que el flujo neto de calor hacia la superficie superior de la placa tiene un valor uniforme de q''_o.



(a) Derive la ecuación diferencial que determina la distribución de temperaturas de estado estable $T(x)$ en la placa.

(b) Resuelva la ecuación anterior para la distribución de temperaturas y obtenga una expresión para la transferencia de calor de la placa a los sumideros de calor.

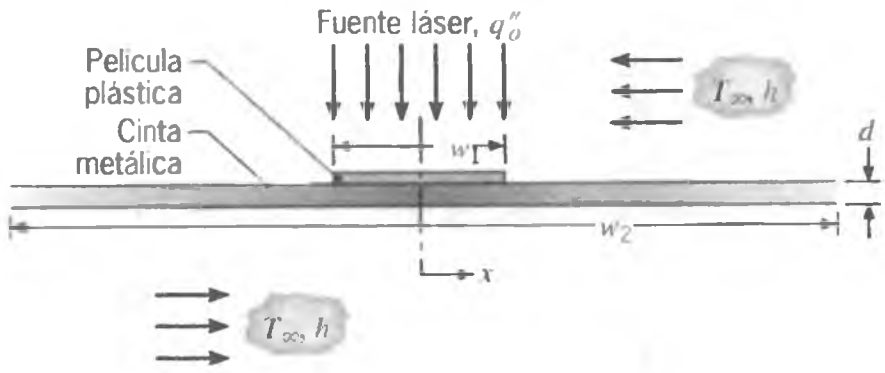
3.96 Considere la placa plana del problema 3.95, pero con los sumideros de calor a diferentes temperaturas, $T(0) = T_o$ y $T(L) = T_L$, y con la superficie inferior ya sin aislar. Se permite que ahora la transferencia de calor por convección ocurra entre esta superficie y un fluido a T_∞, con un coeficiente de convección h.

(a) Derive la ecuación diferencial que determina la distribución de temperaturas de estado estable $T(x)$ en la placa.

(b) Resuelva la ecuación anterior para la distribución de temperaturas y obtenga una expresión para la transferencia de calor de la placa a los sumideros de calor.

(c) Para $q''_o = 20{,}000$ W/m², $T_o = 100$ °C, $T_L = 35$°C, $T_\infty = 25$°C, $k = 25$ W/m · K, $h = 50$ W/m² · K, $L = 100$ mm, $t = 5$ mm, y un ancho de placa de $W = 30$ mm, trace la distribución de temperaturas y determine las transferencias de calor de sumidero, $q_x(0)$ y $q_x(L)$. En la misma gráfica, dibuje tres distribuciones de temperaturas adicionales correspondientes a cambios en los siguientes parámetros, sin que cambien los parámetros restantes: (i) $q''_o = 30{,}000$ W/m², (ii) $h = 200$ W/m² · K, y (iii) el valor de q''_o para el cual $q_x(0) = 0$ cuando $h = 200$ W/m² · K.

3.97 Una operación de unión utiliza un láser para proporcionar un flujo de calor constante, q''_o, a través de la superficie superior de una delgada película plástica con adhesivo en la parte posterior que se fijará a una cinta metálica, como se muestra en el dibujo. La cinta metálica tiene un espesor $d = 1.25$ mm y su anchura es grande en relación con la de la película. Las propiedades termofísicas de la cinta son $\rho = 7850$ kg/m³, $c_p = 435$ J/kg · K, y $k = 60$ W/m · K. La resistencia térmica de la película plástica de ancho $w_1 = 40$ mm es insignificante. Las superficies superior e inferior de la cinta (incluida la película plástica) experimentan convección con el aire a 25°C y un coeficiente de convección de 10 W/m² · K. La cinta y la película son muy largas en la dirección normal a la página. Suponga que los extremos de la cinta metálica están a la temperatura del aire (T_∞).



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

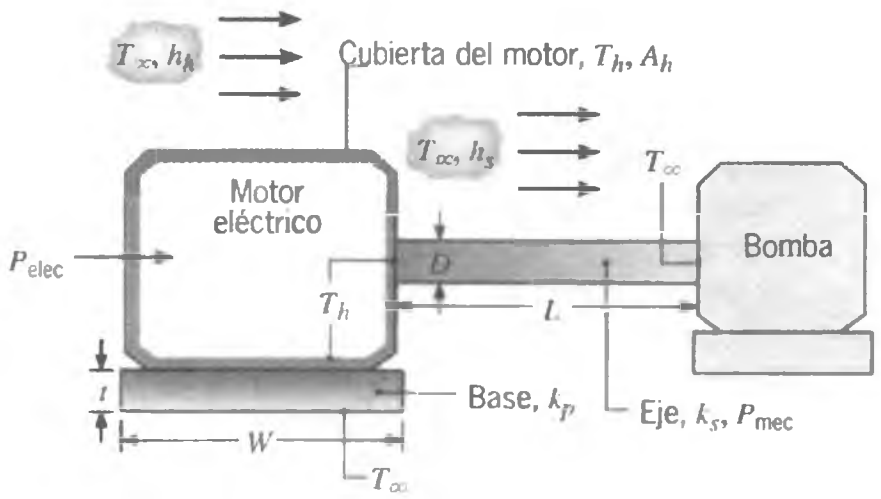
(a) Derive una expresión para la distribución de temperaturas en la parte de la cinta de acero con la película plástica ($-w_1/2 \leq x \leq +w_1/2$).

(b) Si el flujo de calor que proporciona el láser es 10.000 W/m^2, determine la temperatura de la película plástica en el centro ($x = 0$) y sus extremos ($x = \pm w_1/2$).

(c) Elabore una gráfica de la distribución de temperaturas para toda la cinta y señale sus características especiales.

3.98 Un alambre metálico delgado de conductividad térmica k, diámetro D, y longitud $2L$ es recocido al hacer pasar una corriente eléctrica a través del alambre para inducir una generación de calor volumétrico uniforme $\dot{q}$. El aire del ambiente alrededor del alambre está a una temperatura T_∞, mientras que los extremos del alambre en $x = \pm L$ también se mantienen a T_∞. La transferencia de calor del alambre al aire se caracteriza por el coeficiente de convección h. Obtenga una expresión para la distribución de estado estable $T(x)$ a lo largo del alambre.

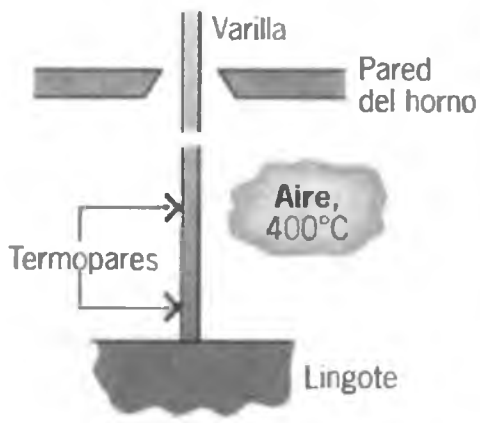
3.99 Un motor consume potencia eléctrica $P_{\text{eléc}}$ de una línea de suministro y entrega potencia mecánica P_{mec} a una bomba a través de un eje rotatorio de cobre con conductividad térmica k_s, longitud L y diámetro D. El motor se monta sobre una base cuadrada de ancho W, espesor t y conductividad térmica k_p. La superficie de la cubierta expuesta al aire ambiental a T_∞ tiene área A_h. Los extremos opuestos del eje están a temperaturas T_h y T_∞, y la transferencia de calor del eje al aire ambiental se caracteriza por el coeficiente de convección h_s. La base de la carpeta está a T_∞.



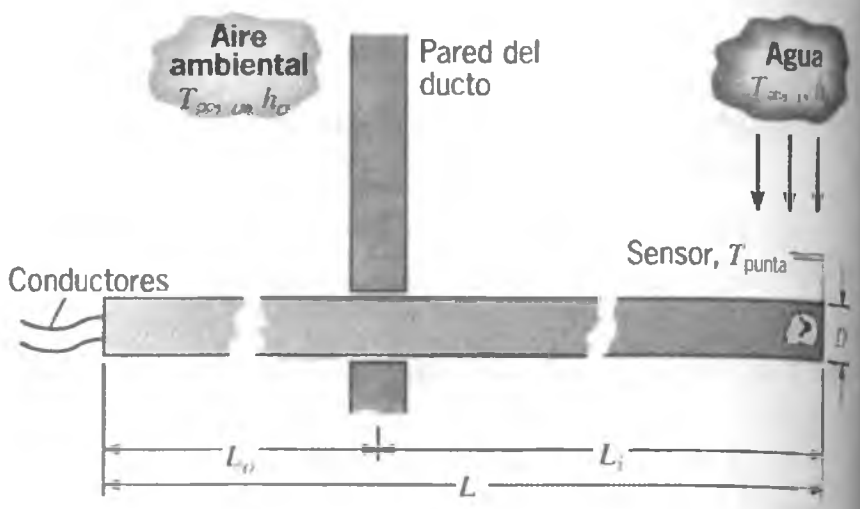
(a) Exprese el resultado en términos de $P_{\text{eléc}}$, P_{mec}, k_s, L, D, W, t, k_p, A_h, h_h y h_s, y obtenga una expresión para $(T_h - T_\infty)$.

(b) ¿Cuál es el valor de T_h si $P_{\text{eléc}} = 25$ kW, $P_{\text{mec}} = 15$ kW, $k_s = 400$ W/m · K, $L = 0.5$ m, $D = 0.05$ m, $W = 0.7$ m, $t = 0.05$ m, $k_p = 0.5$ W/m · K, $A_h = 2$ m^2, $h_h = 10$ W/m^2 · K, $h_s = 300$ W/m^2 · K, y $T_\infty = 25$°C?

3.100 Una varilla larga pasa a través de la abertura en un horno que tiene una temperatura del aire de 400°C y se prensa firmemente en la superficie de un lingote. Termopares empotrados en la varilla a 25 y 120 mm del lingote registran temperaturas de 325 y 375°C, respectivamente. ¿Cuál es la temperatura del lingote?



3.101 Una sonda de longitud total $L = 200$ mm y diámetro $D = 12.5$ mm se inserta a través de la pared de un ducto de modo que una parte de su longitud, denominada longitud de inmersión L_i, está en contacto con el flujo de agua cuya temperatura, $T_{\infty,i}$, se determinará. Los coeficientes de convección sobre la longitud de inmersión y la longitud expuesta al ambiente son $h_i = 1100$ W/m^2 · K y $h_o =$ W/m^2 · K, respectivamente. La sonda tiene una conductividad térmica de 177 W/m · K y está en contacto térmico deficiente con la pared del ducto.



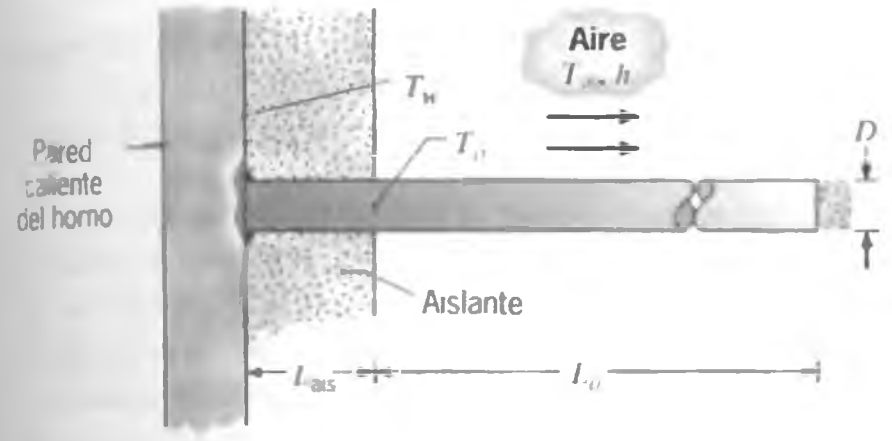
(a) Derive una expresión para evaluar el error de medición, $\Delta T_{err} = T_{punta} - T_{\infty,i}$, que es la diferencia entre la temperatura de la punta, T_{punta}, y la del agua, $T_{\infty,i}$. *Sugerencia*: Defina un sistema coordenado con el origen en la pared del ducto y trate la sonda como dos aletas que se extienden hacia dentro y hacia fuera del ducto, pero que tengan la misma temperatura de la base. Use los resultados del caso A de la tabla 3.2.

(b) Con las temperaturas del agua y del aire ambiental a 80 y 20°C, respectivamente, calcule el error de medición, ΔT_{err}, como función de la longitud

de inmersión para las condiciones $L_i/L = 0.225$, 0.425 y 0.625.

(c) Calcule y trace la gráfica de los efectos de la conductividad térmica y la velocidad del agua (h_i) sobre el error de medición.

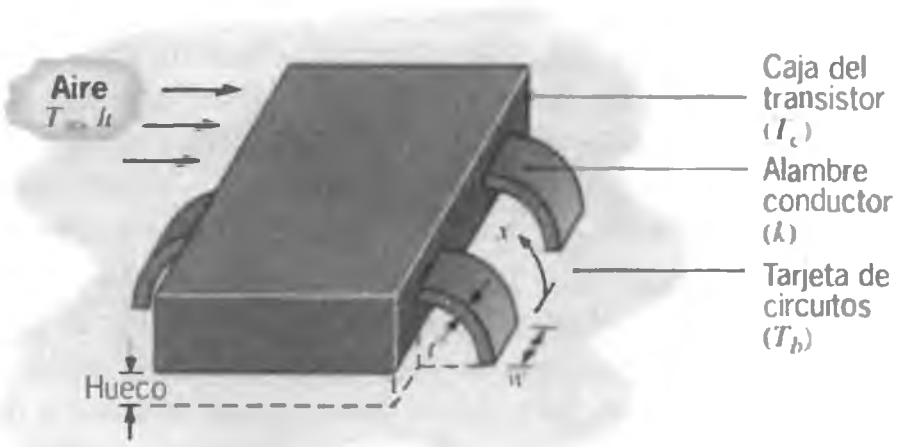
3.102 Una varilla de diámetro $D = 25$ mm y conductividad térmica $k = 60$ W/m · K sobresale normalmente de la pared de un horno que está a $T_{\text{pared}} = 200°C$ y está cubierta de un aislante de espesor $L_{\text{ais}} = 200$ mm. La varilla está soldada a la pared del horno y se usa como soporte para cargar cables de instrumentación. Para evitar que se dañen los cables, la temperatura de la varilla en la superficie expuesta, T_o, debe mantenerse por debajo de un límite de operación específico de $T_{\text{máx}} = 100°C$. La temperatura del aire ambiental es $T_\infty = 25°C$, y el coeficiente de convección es $h = 15$ W/m² · K.



(a) Derive una expresión para la temperatura de la superficie expuesta T_o como función de los parámetros térmicos y geométricos establecidos. La varilla tiene una longitud expuesta L_o, y su punta está bien aislada.

(b) ¿Una varilla con $L_o = 200$ mm cumplirá con el límite de operación especificado? Si no, ¿qué parámetros de diseño cambiaría? Considere otro material, aumente el espesor del aislante y la longitud de la varilla. Además, considere cómo unir la base de la varilla a la pared del horno como un medio para reducir T_o.

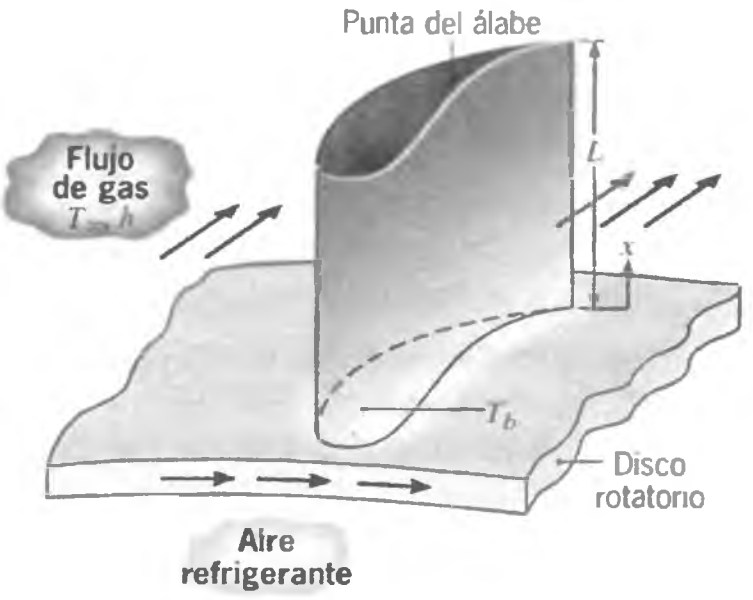
3.103 Del problema 1.51, considere los alambres conductores que conectan el transistor a la tarjeta. Los conductores tienen conductividad térmica k, espesor t, ancho w y longitud L. Un extremo de un conductor se mantiene a una temperatura T_c que corresponde a la caja del transistor, mientras que el otro extremo toma la temperatura T_b de la tarjeta. Durante la operación de estado estable, la corriente que fluye por los conductores proporciona un calentamiento volumétrico uniforme en un monto $\dot{q}$, mientras hay un enfriamiento por convección al aire que está a T_∞ y mantiene un coeficiente de convección h.



(a) Derive una ecuación de la que sea posible determinar la distribución de temperaturas en un alambre conductor. Enumere todas las suposiciones pertinentes.

(b) Determine la distribución de temperaturas en un alambre conductor y exprese los resultados en términos de las variables establecidas.

3.104 Los álabes de turbina montados en un disco rotatorio de una turbina de gas se exponen a un flujo de gas que está a $T_\infty = 1200°C$ y mantiene un coeficiente de convección $h = 250$ W/m² · K sobre los álabes.



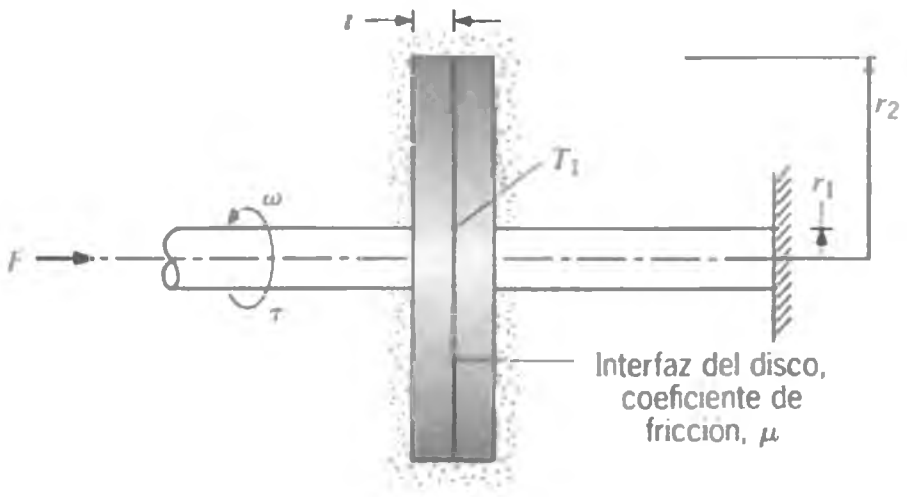
Los álabes, que están fabricados de *Inconel*, k ≈ 20 W/m · K, tienen una longitud de $L = 50$ mm. El perfil del álabe tiene un área de sección transversal $A_{\text{trans}} = 6 \times 10^{-4}$ m² y un perímetro $P = 110$ mm. Un esquema de enfriamiento del álabe que se propone, el cual implica dirigir aire a través del disco de soporte, es capaz de mantener la base de cada álabe a una temperatura $T_{\text{álabe}} = 300°C$.

(a) Si la temperatura máxima permisible del álabe es 1050°C y se supone que la punta del álabe es adiabática, ¿es satisfactorio el esquema de enfriamiento que se propone?

(b) Para el esquema de enfriamiento propuesto, ¿cuál es la transferencia de calor de cada álabe al fluido refrigerante?

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

3.105 En una prueba para determinar el coeficiente de fricción, μ, asociado con un freno de disco, un disco y su eje rotan a una velocidad angular ω, mientras que un ensamble disco/eje equivalente permanece estacionario. Cada disco tiene un radio exterior $r_2 = 180$ mm, un radio del eje $r_1 = 20$ mm, un espesor $t = 12$ mm, y una conductividad térmica $k = 15$ W/m · K. Una fuerza conocida F se aplica al sistema, y se mide el momento de torsión τ correspondiente que se requiere para mantener la rotación. Suponga que la presión de contacto del disco es uniforme (es decir, independiente de la posición en la interfaz), y que los discos están bien aislados de los alrededores.



(a) Obtenga una expresión que sirva para evaluar μ a partir de cantidades conocidas.

(b) Para la región $r_1 \leq r \leq r_2$, determine la distribución radial de temperaturas, $T(r)$, en el disco, donde se supone que se conoce $T(r_1) = T_1$.

(c) Considere condiciones de prueba para las que $F = 200$ N, $\omega = 40$ rad/s, $\tau = 8$ N · m, y $T_1 = 80$°C. Evalúe el coeficiente de fricción y la temperatura máxima del disco.

Aletas simples

3.106 Una varilla larga circular de aluminio se une en un extremo a una pared calentada y transfiere calor por convección a un fluido frío.

(a) Si el diámetro de la varilla se triplica, ¿en cuánto cambiaría la rapidez de eliminación de calor?

(b) Si una varilla de cobre del mismo diámetro se usa en lugar de la de aluminio ¿en cuánto cambiaría la rapidez de eliminación de calor?

3.107 Una varilla de estaño de 100 mm de longitud y 5 mm de diámetro se extiende horizontalmente de un molde a 200°C. La varilla está en un aire ambiental con $T_\infty = 20$°C y $h = 30$ W/m² · K. ¿Cuál es la temperatura de la varilla a 25, 50 y 100 mm del molde?

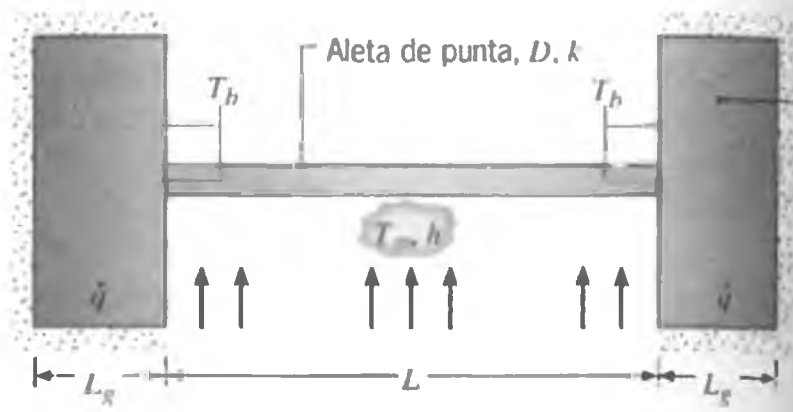
3.108 Dos varillas de cobre largas de diámetro $D = 10$ mm se sueldan juntas extremo con extremo; la soldadura tiene un punto de fusión de 650°C. Las varillas están en aire a 25°C con un coeficiente de convección de 10 W/m² · K. ¿Cuál es la potencia mínima de entrada necesaria para efectuar la soldadura?

3.109 Varillas de cobre circulares de diámetro $D = 1$ mm y longitud $L = 25$ mm se usan para reforzar la transferencia de calor de una superficie que se mantiene a $T_{s,1} = 100$°C. Un extremo de la varilla se une a esta superficie (en $x = 0$), mientras el otro ($x = 25$ mm) se une a una segunda superficie que se mantiene a $T_{s,2} = 0$°C. El aire que fluye entre las superficies (y sobre las varillas) también está a una temperatura $T_\infty = 0$°C, y se mantiene un coeficiente de convección $h = 100$ W/m² · K.

(a) ¿Cuál es la transferencia de calor por convección de una sola varilla de cobre al aire?

(b) ¿Cuál es la transferencia total de calor de una sección de 1 × 1 m de la superficie a 100°C, si el arreglo de varillas se instala en centros de 4 mm?

3.110 Las aletas rectas se usan ampliamente en sistemas electrónicos para proporcionar enfriamiento, así como para sostener dispositivos. Considere la aleta recta de sección circular de diámetro uniforme D, longitud L, y conductividad térmica k que conecta dos dispositivos idénticos de longitud L_g y área de superficie A_g. Los dispositivos se caracterizan por la generación volumétrica uniforme de energía térmica $\dot{q}$ y una conductividad térmica k_g. Suponga que las superficies expuestas de los dispositivos están a una temperatura uniforme que corresponde a la de la base de la punta, T_b, y que el calor se transfiere por convección de las superficies expuestas a un fluido contiguo. Las parte posterior y los lados de los dispositivos están perfectamente aislados.



Derive una expresión para la temperatura de la base T_b en términos de los parámetros de los dispositivos ($\dot{q}$, L_g, A_g), los parámetros de convección (T_∞, h) y los parámetros de la aleta (k, D, L).

3.111 Considere dos varillas delgadas largas del mismo diámetro pero de diferentes materiales. Un extremo de

da varilla se une a una superficie base que se mantiene a 100°C, mientras que las superficies de las varillas se exponen al aire ambiental a 20°C. Al recorrer la longitud de cada varilla con un termopar, se observa que las temperaturas de las varillas eran iguales en las posiciones $x_A = 0.15$ m y $x_B = 0.075$ m, donde x se mide desde la superficie base. Si se sabe que la conductividad térmica de la varilla A es $k_A = 70$ W/m · K, determine el valor de k_B para la varilla B.

3.112 Considere una varilla delgada de longitud L, que se expone a enfriamiento por convección (T_∞, h) y tiene ambos extremos a $T_o > T_\infty$. Para cada uno de los tres casos que se describen a continuación, dibuje la distribución de temperaturas en coordenadas T–x e identifique las características de la distribución. Suponga que las temperaturas de los extremos y el coeficiente de transferencia de calor por convección son los mismos para todos los casos.

(a) La varilla tiene una conductividad térmica k_A.

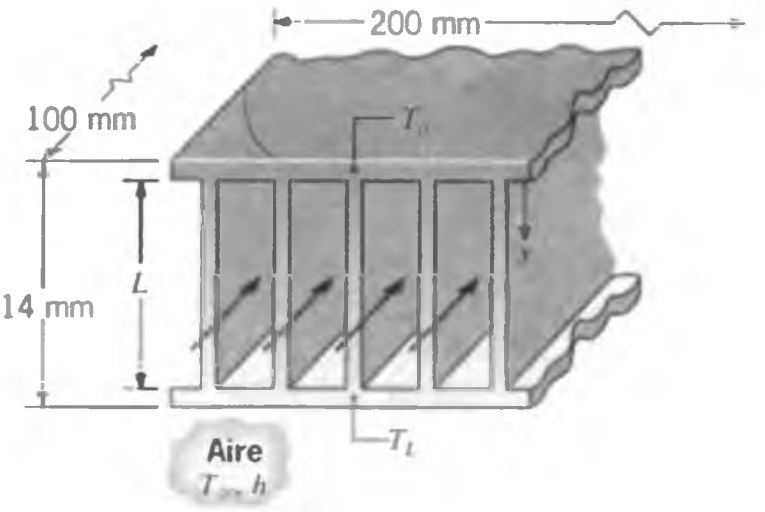
(b) La varilla tiene una conductividad térmica k_B, donde $k_B < k_A$.

(c) Se trata de una varilla compuesta con k_A para $0 \leq x \leq L/2$ y k_B para $L/2 \leq x \leq L$.

3.113 Un arreglo experimental para medir la conductividad térmica de materiales sólidos implica el uso de dos varillas largas que son equivalentes en todos los aspectos, excepto que una está fabricada de un material estándar de conductividad térmica conocida, k_A, mientras que el otro está fabricado con el material cuya conductividad térmica, k_B, se desea conocer. Ambas varillas se unen en un extremo a una fuente de calor de temperatura fija T_b, se exponen a un fluido de temperatura, T_∞, y se instrumentan con termopares para medir la temperatura a una distancia fija x_1 de la fuente de calor. Si el material estándar es aluminio, con $k_A = 200$ W/m · K, y las medidas revelan valores de $T_A = 75$°C y $T_B = 60$°C a x_1 para $T_b = 100$°C y $T_\infty = 25$°C, ¿cuál es la conductividad térmica k_B del material de prueba?

Sistemas y arreglos de aletas

3.114 A menudo se forman pasajes de aletas entre placas paralelas para reforzar la transferencia de calor por convección en núcleos compactos de intercambiadores de calor. Una aplicación importante es el enfriamiento de equipo electrónico, donde una o más pilas enfriadas por aire se colocan entre componentes eléctricos que disipan calor. Considere una sola pila de aletas rectangulares de longitud L y espesor t, en condiciones de convección que corresponden a h y T_∞.



(a) Obtenga expresiones para las transferencias de calor de las aletas, $q_{f,o}$ y $q_{f,L}$, en términos de las temperaturas de base, T_o y T_L.

(b) En una aplicación específica, una pila de 200 mm de ancho y 100 mm de profundidad contiene 50 aletas, cada una de longitud $L = 12$ mm. La pila completa está fabricada de aluminio que mide uniformemente 1.0 mm de espesor. Si las limitaciones de temperatura asociadas con los componentes eléctricos unidos a placas opuestas dictan temperaturas máximas de placa permisibles de $T_o = 400$ K y $T_L = 350$ K, ¿cuáles son las correspondientes disipaciones máximas de potencia si $h = 150$ W/m² · K y $T_\infty = 300$ K?

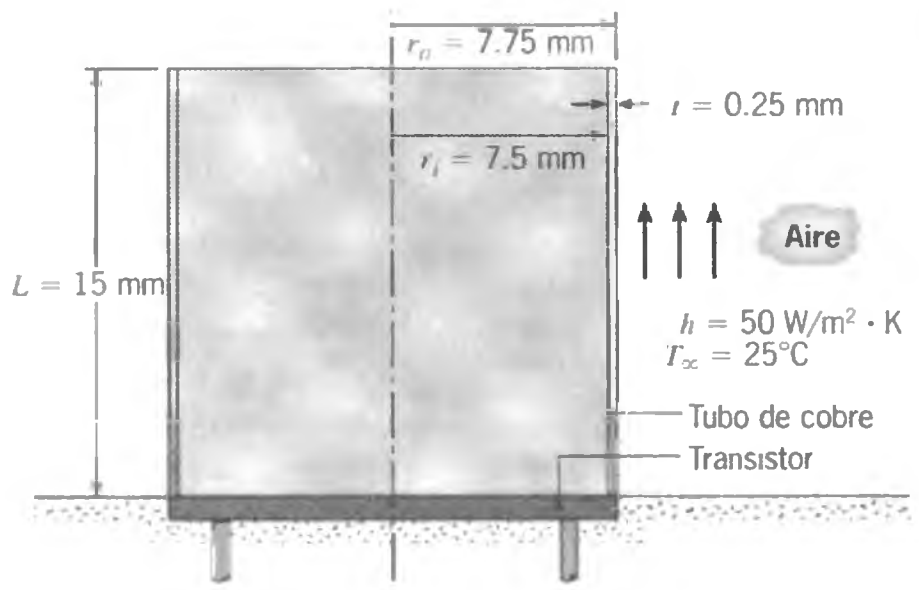
3.115 El arreglo de aletas del problema 3.114 se encuentra normalmente en *intercambiadores compactos de calor*, cuya función es proporcionar un área superficial grande por unidad de volumen para transferir calor de un fluido a otro. En este tipo de aplicaciones, es deseable minimizar la resistencia térmica $R_{t,o}$ del arreglo de aletas. Considere el núcleo de un intercambiador de calor unitario de 1 m de longitud en la dirección del flujo del aire y 1 m de ancho en una dirección normal al flujo de aire y a las superficies de las aletas. La longitud de los pasajes de aletas entre placas paralelas contiguas es $L = 8$ mm, mientras que la conductividad térmica de la aleta y el coeficiente de convección son $k = 200$ W/m · K (aluminio) y $h = 150$ W/m² · K, respectivamente.

(a) Si el espesor y espaciamiento de las aletas son $t = 1$ mm y $S = 4$ mm, respectivamente, ¿cuál es el valor de $R_{t,o}$?

(b) Sujeto a las restricciones de que el espesor y espaciamiento de las aletas no puede ser menor que 0.5 y 3 mm, respectivamente, evalúe el efecto de cambios en t y S.

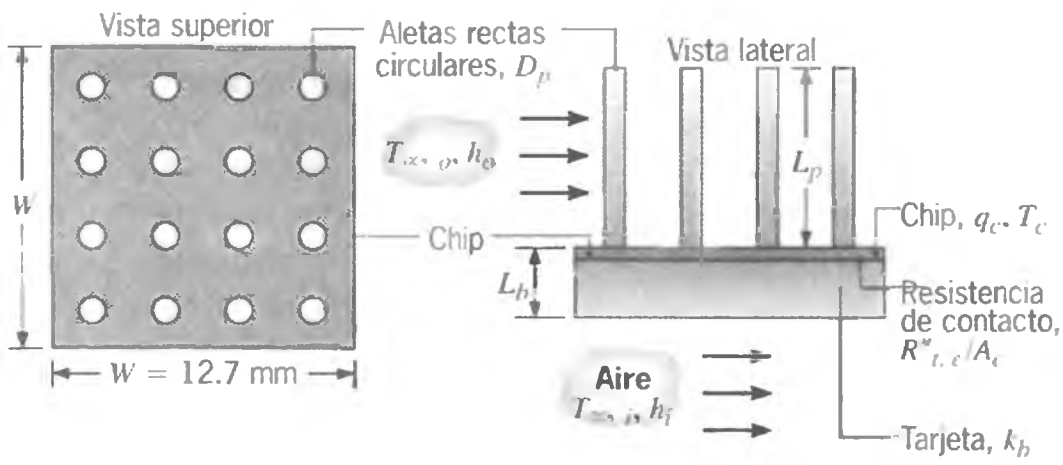
3.116 Un transistor en forma de disco, que se monta en un medio aislante, disipa 0.25 W durante la operación de estado estable. Para reducir la temperatura del transistor, se propone que se una un tubo de cobre hueco al transistor como se muestra.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA



La superficie externa del tubo se expone a aire ambiental a $T_\infty = 25°C$ con un coeficiente de convección $h = 50$ W/m² · K. Como primera aproximación, no tome en cuenta la transferencia de calor de la superficie interior del tubo y de la superficie expuesta del transistor. ¿Cuál es la temperatura del transistor con la aleta? ¿Cuál es la temperatura del transistor sin la aleta si h y T_∞ permanecen iguales?

3.117 Conforme se colocan más y más componentes en un solo circuito integrado (chip), la cantidad de calor que se disipa continúa en aumento. Sin embargo, este incremento está limitado por la temperatura máxima permisible de operación del chip, que es alrededor de 75°C. Para maximizar la disipación de calor se propone que un arreglo de 4 × 4 aletas rectas circulares de cobre se una metalúrgicamente a la superficie externa de un chip cuadrado que tiene 12.7 mm de lado.

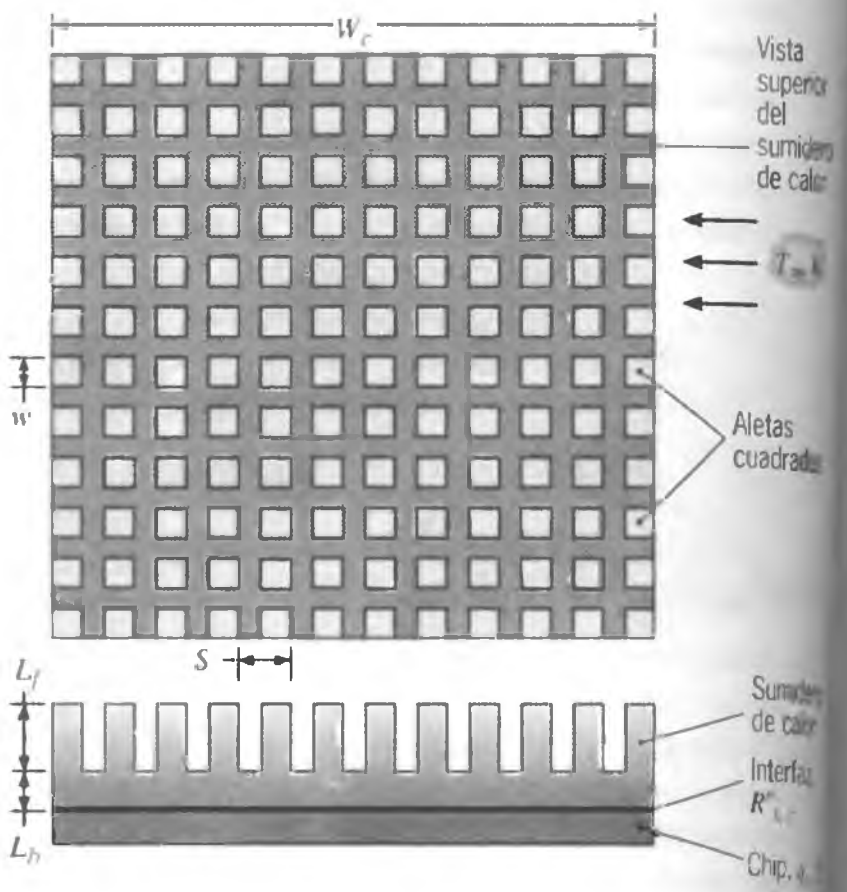


(a) Dibuje el circuito térmico equivalente para el conjunto aleta-chip-tarjeta, suponiendo condiciones unidimensionales de estado estable y resistencia de contacto insignificante entre las puntas y el chip. En forma variable, etiquete las resistencias, temperaturas y transferencias de calor apropiadas.

(b) Para las condiciones que se establecieron en el problema 3.25, ¿cuál es la transferencia máxima a la que se puede disipar calor en el chip cuando las puntas están colocadas? Es decir, ¿cuál es el valor de q_c para $T_c = 75°C$? El diámetro y longitud de la punta son $D_p = 1.5$ mm y $L_p = 15$ mm.

3.118 En el problema 3.117, el valor establecido de h_o = 1000 W/m² · K es grande y característico del enfriamiento por líquido. En la práctica sería preferible utilizar enfriamiento por aire, para el que un límite razonable del coeficiente de convección sería h_o = 250 W/m² · K. Evalúe el efecto de cambios en la geometría de la aleta recta sobre la transferencia de calor del chip si las demás condiciones del problema 3.117, incluida una temperatura máxima permisible de 75°C del chip, permanecen válidas. Las variaciones paramétricas a considerar incluyen el número total de aletas, N, en el arreglo cuadrado, el diámetro de la punta D_p y la longitud de la punta L_p. Sin embargo, el producto $N^{1/2}D_p$ no debe exceder 9 mm para asegurar un adecuado paso del flujo de aire a través del arreglo. Recomiende un diseño que refuerce el enfriamiento del chip.

3.119 Como un medio de aumentar la transferencia de calor de chips lógicos de alto rendimiento, es común unir un *sumidero de calor* a la superficie del chip a fin de aumentar el área de superficie disponible para la transferencia de calor por convección. Debido a la facilidad con la que se fabrican (con cortes ortogonales en un bloque de material), una opción atractiva es utilizar un sumidero de calor que consiste en un arreglo de aletas cuadradas de ancho w en un lado. El espacio entre aletas contiguas se determinaría por el ancho de una hoja de sierra, y la suma de este espacio y el ancho de la aleta designado será el espaciado de la aleta S. El método por el que el sumidero de calor se une al chip determinaría la resistencia de contacto interfacial, $R''_{t,c}$.



Considere un chip de ancho W_c = 16 m y condiciones para las que el enfriamiento lo proporciona un líquido dieléctrico con $T_\infty = 25°C$ y $h = 1500$ W/m² · K

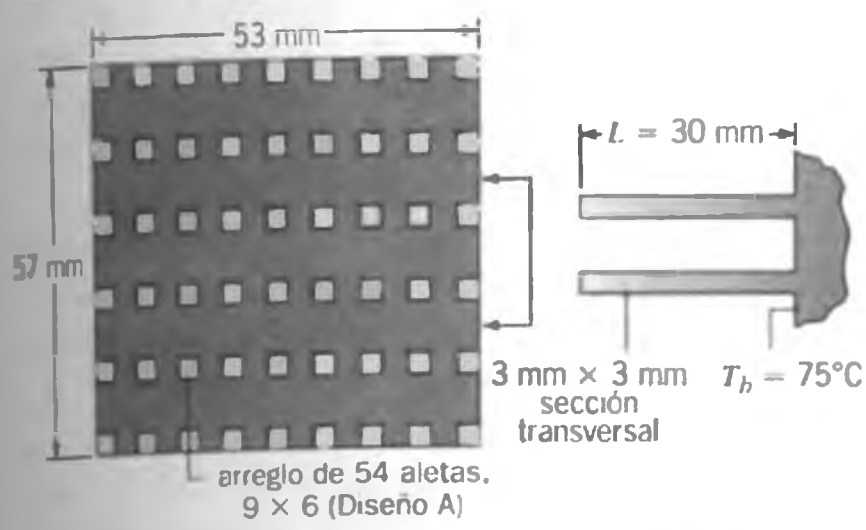
El sumidero de calor se fabrica de cobre (k = 400 W/m · K), y sus dimensiones características son w = 0.25 mm, S = 0.50 mm, L_f = 6 mm y L_b = 3 mm. Los valores establecidos de w y S representan mínimos impuestos por restricciones de fabricación y la necesidad de mantener un flujo adecuado en los pasos entre aletas.

(a) Si una unión metalúrgica proporciona una resistencia de contacto de $R''_{t,c} = 5 \times 10^{-6}$m² · K/W y la temperatura máxima permisible del chip es 85°C, ¿cuál es la disipación de potencia máxima permisible del chip q_c? Suponga que la totalidad del calor se transferirá a través del sumidero de calor.

(b) Es posible aumentar la disipación de calor incrementando w, sujeto a la restricción que $(S - w) \geq 0.25$ mm, y/o aumentando L_f (sujeto a la restricciones de fabricación $L_f \leq 10$ mm). Evalúe el efecto de estos cambios.

3.120 Debido al gran número de dispositivos en los chips de PC actuales, a menudo se utilizan sumideros de calor con aletas para mantener el chip a una temperatura de operación aceptable. Se evaluarán dos diseños de aletas, los cuales tienen dimensiones de área base (sin aletas) de 53 mm × 57 mm. Las aletas son de sección transversal cuadrada y fabricadas de una aleación de aluminio troquelado con una conductividad térmica de 175 W/m · K. El aire de enfriamiento se suministra a 25°C, y la temperatura máxima permisible del chip es 75°C. Otras características de las condiciones de diseño y operación se presentan en la tabla siguiente.

	Dimensiones de la aleta			
Diseño	Sección transversal $w \times w$ (mm)	Longitud L (mm)	Número de aletas en el arreglo	Coeficiente de convección (W/m² · K)
A	3 × 3	30	6 × 9	125
B	1 × 1	7	14 × 17	375



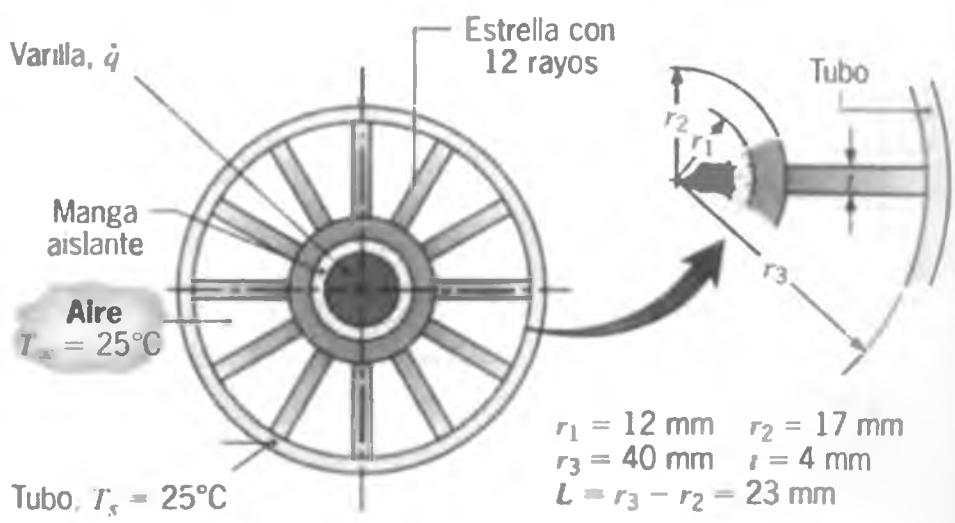
Determine cuál arreglo de aletas es superior. En su análisis, calcule la transferencia de calor, eficiencia y efectividad de una sola aleta, así como la transferencia de calor total y la eficiencia global del arreglo. Como el estado real dentro de la computadora es importante, compare la transferencia de calor total por unidad de volumen para los dos diseños.

3.121 Una pared de un recinto eléctrico está fabricada de placa de cobre (k = 400 W/m · K), 160 mm × 160 mm de ancho y 5 mm de espesor. Para aumentar la transferencia de calor a través de la placa, 400 aletas rectas de cobre, cada una de 4 mm de diámetro y 20 mm de longitud, se fabrican integralmente en ambos lados de la placa en centros de separación cuadrada de 8 mm. Aire caliente en el recinto a una temperatura de 65°C y circulación natural proporcionan un coeficiente de convección promedio de 5 W/m² · K en la superficie interna de la placa. Un flujo forzado de aire ambiente a 20 °C proporciona un coeficiente de convección promedio de 100 W/m² · K sobre la superficie externa de la placa.

(a) Estime la transferencia de calor a través de la placa. Suponiendo el mismo coeficiente de convección sin las aletas, determine el monto de aumento de la transferencia de calor permitido por las aletas.

(b) Se recomienda que los costos de fabricación se reduzcan soldando las puntas a la placa con plata, en lugar de recurrir a un proceso costoso como la fabricación con descarga eléctrica para lograr una construcción continua placa/aleta. Si la resistencia de contacto correspondiente es 5×10^{-6} m² · K/W, ¿cuál es la transferencia de calor a través de la placa?

3.122 Una varilla larga de 20 mm de diámetro y una conductividad térmica de 1.5 W/m · K tiene una generación de energía térmica volumétrica interna uniforme de 110^6 W/m³. La varilla se cubre con una manga aislante eléctrica de 2 mm de espesor y conductividad térmica de 0.5 W/m · K. Una estrella con 12 rayos y dimensiones como se muestran en el dibujo tiene una conductividad térmica de 175 W/m · K, y se usa para sostener la varilla y mantener concentricidad con un tubo de 80 mm de diámetro. Aire a la misma temperatura que la de la superficie del tubo, $T_s = T_\infty$ = 25°C, pasa sobre la superficie de la estrella y el coeficiente de convección es 20 W/m² · K.



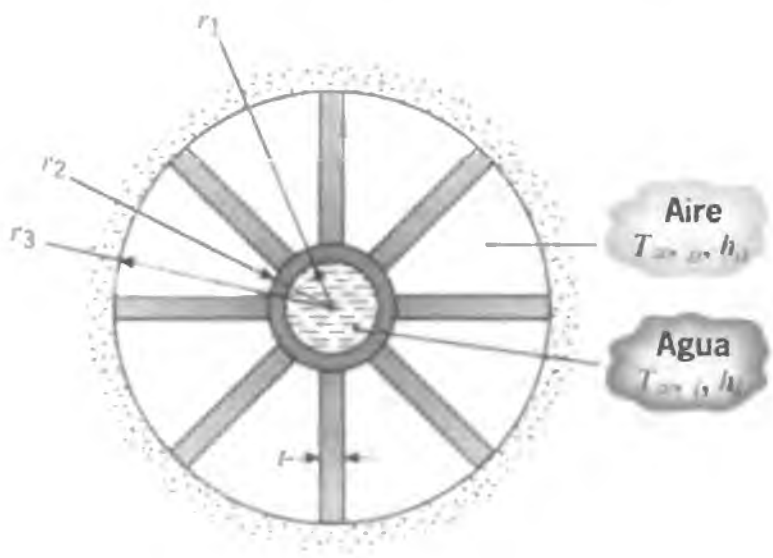
DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

(a) Genere un circuito térmico que sirva para determinar la temperatura de la superficie externa de la varilla. Evalúe esta temperatura.

(b) ¿Cuál es la temperatura en el centro de la varilla?

3.123 Considere el sistema físico y las condiciones del problema 3.122, pero ahora suponga que la superficie externa del tubo está bien aislada. Deseamos aumentar el calentamiento volumétrico dentro de la varilla, al tiempo que no se permite que la temperatura de la línea central exceda 100°C. Determine el impacto de los siguientes cambios que se pueden efectuar independientemente o al mismo tiempo: (i) aumentar la velocidad del aire y por ello el coeficiente de convección; (ii) cambiar el número y/o espesor de los rayos; y (iii) usar una manga de material no conductor eléctrico de conductividad térmica grande (por ejemplo, carbón amorfo o cuarzo). Recomiende una configuración realista que dé un aumento significativo en $\dot{q}$.

3.124 Un calentador de aire consiste en un tubo de acero ($k = 20$ W/m · K), con radios interno y externo de $r_1 = 13$ mm y $r_2 = 16$ mm, respectivamente, y ocho aletas longitudinales fabricadas integralmente, cada una de espesor $t = 3$ mm. Las aletas se extienden a un tubo concéntrico, que tiene radio $r_3 = 40$ mm y aislado en la superficie externa. Agua a temperatura $T_{\infty,i} = 90$°C fluye a través del tubo interno, mientras que aire a $T_{\infty,o} = 25$°C fluye a través de la región anular formada por el tubo concéntrico más grande.



(a) Dibuje el circuito térmico equivalente del calentador y relacione cada resistencia térmica con los parámetros apropiados del sistema.

(b) Si $h_i = 5000$ W/m^2 · K y $h_o = 200$ W/m^2 · K, ¿cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud?

(c) Evalúe el efecto de aumentar el número de aletas N y/o el espesor de la aleta t sobre la transferencia de calor, sujeto a la restricción de que $Nt < 50$ mm.

3.125 Determine el porcentaje de aumento en transferencia de calor asociado con el hecho de unir aletas de perfil rectangular a una pared plana. Las aletas son de 50 mm de longitud y están igualmente espaciadas a una distancia de 4 mm (250 aletas/m). El coeficiente de convección asociado con la pared desnuda es 40 W/m^2 · K, mientras que el que resulta de la unión de las aletas es 30 W/m^2 · K.

3.126 Considere el uso de aletas rectas de acero inoxidable (304) de perfiles rectangulares y triangulares en una pared plana cuya temperatura es de 100°C. El fluido contiguo está a 20°C, y el coeficiente de convección asociado es 75 W/m^2 · K. Cada aleta tiene 6 mm de espesor y 20 mm de longitud. Compare la eficiencia, la efectividad y la pérdida de calor por unidad de ancho asociadas con los dos tipos de aletas.

3.127 Aletas de aluminio de perfil triangular se unen a una pared plana cuya temperatura superficial es 250°C. El espesor de la base de la aleta es 2 mm, y su longitud es 6 mm. El sistema está en aire ambiental a una temperatura de 20°C, y el coeficiente de convección superficial es 40 W/m^2 · K.

(a) ¿Cuáles son la eficiencia y efectividad de la aleta?

(b) ¿Cuál es el calor disipado por unidad de ancho por una sola aleta?

3.128 Una aleta anular de aluminio de perfil rectangular se une a un tubo circular que tiene un diámetro externo de 25 mm y una temperatura superficial de 250 °C. La aleta es de 1 mm de espesor y 10 mm de longitud, y la temperatura y el coeficiente de convección asociados con el fluido adyacente son 25 °C y 25 W/m^2 · K, respectivamente.

(a) ¿Cuál es la pérdida de calor por aleta?

(b) Si 200 de estas aletas están espaciadas en incrementos de 5 mm a lo largo de la longitud del tubo, ¿cuál es la pérdida de calor por metro de longitud del tubo?

3.129 Unas aletas anulares de aluminio de perfil rectangular están unidas a un tubo circular que tiene un diámetro externo de 50 mm y una temperatura de superficie externa de 200°C. Las aletas tienen 4 mm de espesor y 15 mm de longitud. El sistema está en aire ambiental a una temperatura de 20°C, y el coeficiente de convección de la superficie es 40 W/m^2 · K.

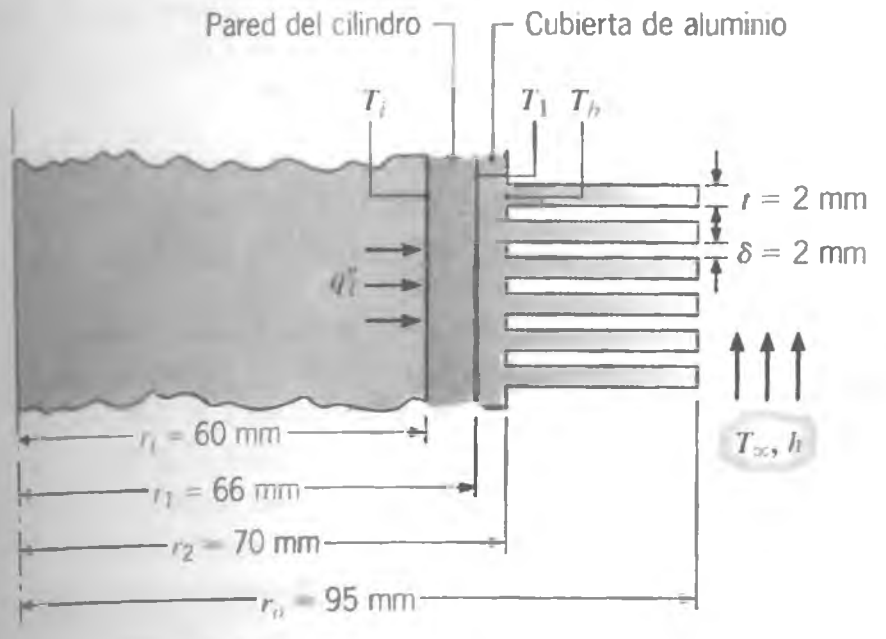
(a) ¿Cuáles son la eficiencia y efectividad de la aleta?

(b) Si hay 125 de estas aletas por metro de longitud de tubo, ¿cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo?

3.130 Se instalan aletas anulares de aluminio de 2 mm de espesor y 15 mm de longitud sobre un tubo de aluminio de 30 mm de diámetro. Se sabe que la resistencia de contacto térmico entre una aleta y el tubo es 2×10^{-4} m^2 · k/W. Si la pared del tubo está a 100°C y el fluido contiguo está a 25°C, con un coeficiente de convección de 75 W/m^2 · K, ¿cuál es la transferencia

calor de una sola aleta? ¿Cuál sería la transferencia de calor si la resistencia de contacto pudiera eliminarse?

3.131 Se propone enfriar con aire los cilindros de una cámara de combustión mediante la unión de una cubierta de aluminio con aletas angulares (k = 240 W/m · K) a la pared del cilindro (k = 50 W/m · K).

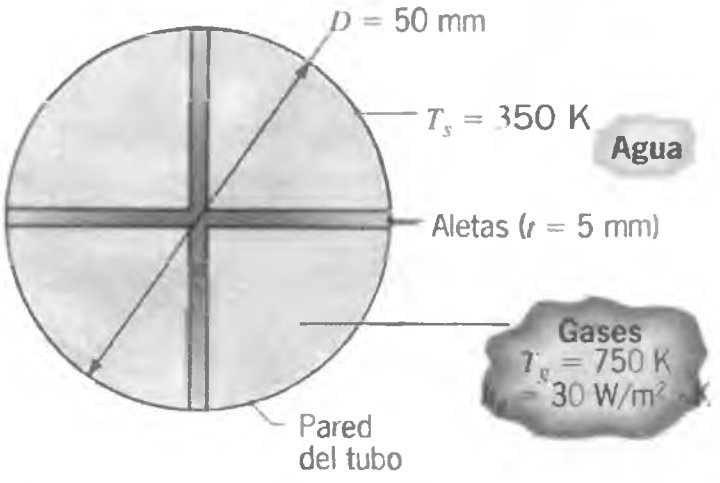


El aire está a 320 K y el coeficiente de convección correspondiente es 100 W/m² · K. Aunque el calentamiento en la superficie interna es periódico, es razonable suponer condiciones de estado estable con un flujo de calor promedio respecto al tiempo de q_i'' = 10^5 W/m². Suponiendo una resistencia de contacto insignificante entre la pared y la cubierta, determine la temperatura interna de la pared T_i, la temperatura de la interfaz T_1 y la temperatura base de la aleta T_b. Determine estas temperaturas si la resistencia de contacto de la interfaz es $R''_{t,c}$ = 10^{-4}m² · K/W.

3.132 Considere el cilindro de combustión enfriado por aire del problema 3.131, pero en lugar de imponer un flujo de calor uniforme en la superficie interna, considere condiciones para las que la temperatura promedio respecto al tiempo de los gases de combustión es T_g = 1100 K y el coeficiente de convección correspondiente es h_g = 150 W/m² · K. Todas las demás condiciones, incluida la resistencia de contacto cilindro/cubierta, permanecen iguales. Determine la transferencia de calor por unidad de longitud del cilindro (W/m), así como la temperatura interna del cilindro T_i, las temperaturas de las interfaces $T_{1,i}$ y $T_{1,o}$ y la temperatura base de la aleta T_b. Imponga la restricción de que el intervalo entre aletas se fija en δ = 2 mm, y evalúe el efecto de aumentar el espesor a expensas de reducir el número de aletas.

3.133 En el ejemplo 3.10, consideramos un diseño de sumidero de calor y condiciones de operación que mantienen una temperatura de la cubierta de un transmisor de 80°C, mientras el transistor disipa 1.63 W. Identifique todas las medidas posibles para mejorar el diseño y/o las condiciones de operación, de modo que la disipación de calor aumente mientras mantiene una temperatura de la cubierta de 80°C. En palabras, evalúe los méritos relativos de cada medida. Elija las tres medidas que considere más prometedoras, y evalúe de forma numérica el efecto de los cambios correspondientes en el diseño y/o en las condiciones de operación sobre el rendimiento térmico.

3.134 Se calienta agua sumergiendo tubos de cobre con pared delgada de 50 mm de diámetro en un tanque y haciendo pasar gases calientes de combustión (T_g = 750 K) a través de los tubos. Para reforzar la transferencia de calor al agua, se insertan en cada tubo cuatro aletas rectas de sección transversal uniforme, para formar una cruz. Las aletas tienen un espesor de 5 mm y también están fabricadas de cobre (k = 400 W/m · K).

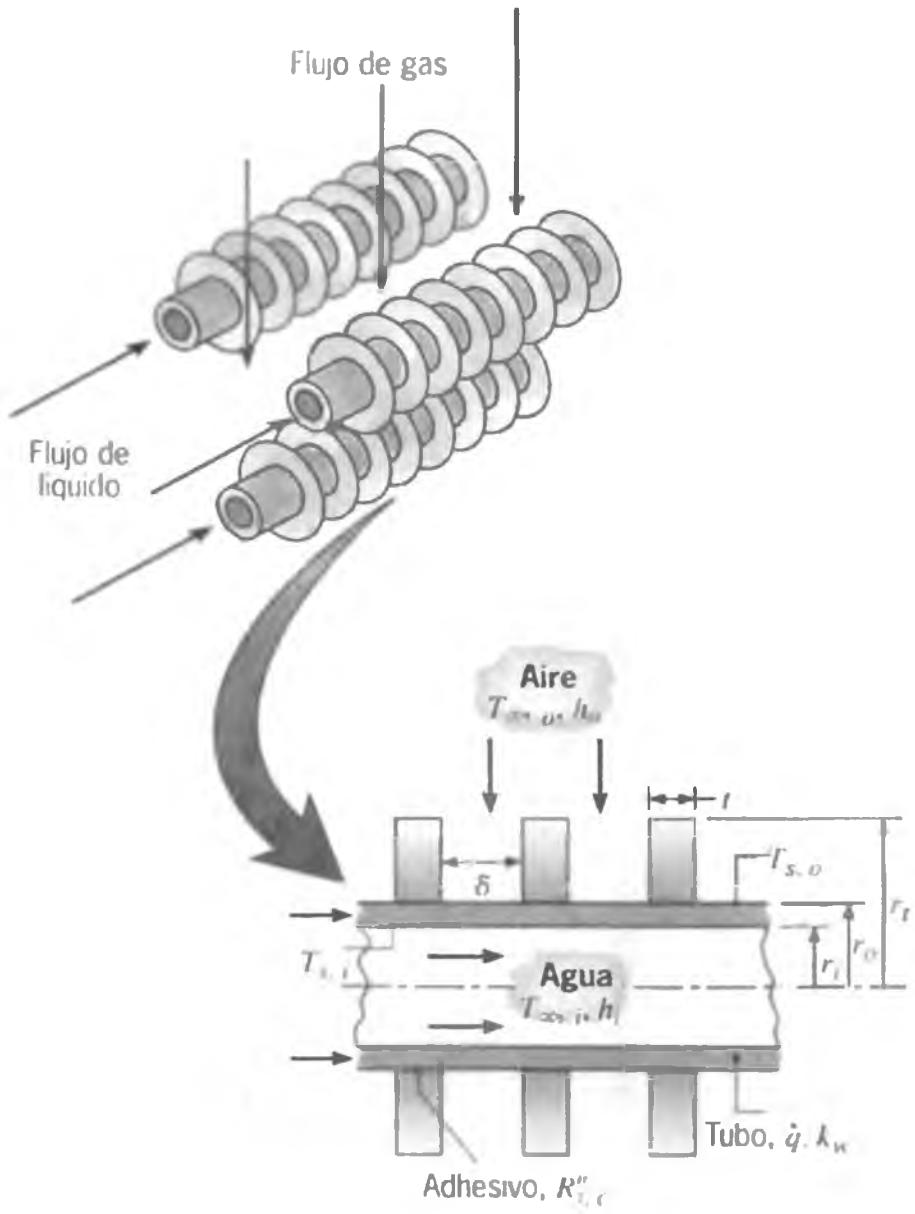


Si la temperatura de la superficie del tubo es T_s = 350 K y el coeficiente de convección del lado del gas es h_g = 30 W/m² · K, ¿cuál es la transferencia de calor al agua por metro de longitud del tubo?

3.135 Considere las condiciones del problema 3.134, pero ahora tenga en cuenta un espesor de la pared del tubo de 5 mm (diámetros interior y exterior de 50 y 60 mm), una resistencia térmica de contacto aleta-tubo de 10^{-4}m² · K/W, y el hecho de que se conozca la temperatura del agua, T_w = 350 K, y no la temperatura de la superficie del tubo. El coeficiente de convección del lado del agua es h_w = 2000 W/m² · K. Determine la transferencia de calor por unidad de longitud de tubo (W/m) al agua. ¿Cuáles serán los efectos separados de cada uno de los siguientes cambios de diseño sobre la transferencia de calor: (i) eliminación de la resistencia de contacto; (ii) aumento del número de aletas de cuatro a ocho; y (iii) cambiar el material de la pared del tubo y de la aleta de cobre a acero inoxidable AISI 304(k = 20 W/m · K)?

1.136 Un esquema para calentar de forma concurrente flujos de agua y aire por separado implica hacerlos pasar a través de un arreglo de tubos y sobre éste, respectivamente, mientras la pared del tubo se calienta con electricidad. Para reforzar la transferencia de calor del lado

Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral
DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA



del gas, se unen aletas anulares de perfil rectangular a la superficie externa del tubo. La unión se facilita con un adhesivo dieléctrico que aísla eléctricamente las aletas de la pared del tubo que conduce electricidad.

(a) Suponiendo una generación volumétrica de calor uniforme dentro de la pared del tubo, obtenga expresiones para la transferencia de calor por unidad de longitud de tubo (W/m) en las superficies interna (r_i) y externa (r_o) de la pared. Exprese los resultados en términos de las temperaturas de las superficies interna y externa del tubo, $T_{s,i}$ y $T_{s,o}$, y de otros parámetros pertinentes.

(b) Obtenga expresiones que sirvan para determinar $T_{s,i}$ y $T_{s,o}$ en términos de los parámetros asociados con las condiciones del lado del agua y del aire.

(c) Considere condiciones para las que el agua y el aire estén a $T_{\infty,i} = T_{\infty,o} = 300$ K, con coeficientes de convección correspondientes de $h_i = 2000$ W/m^2 · K y $h_o = 100$ W/m^2 · K. El calor se disipa de manera uniforme en un tubo de acero inoxidable ($k_w = 15$ W/m · K), que tiene radios interior y exterior $r_i = 25$ mm y $r_o = 30$ mm, y se unen aletas de aluminio ($t = \delta = 2$ mm, $r_t = 55$ mm) a la superficie externa, con $R''_{t,c} = 10^{-4}$ m^2 · K/W. Determine las transferencias de calor y temperaturas en las superficies interna y externa como función de la rapidez de calentamiento volumétrico $\dot{q}$. El límite superior para $\dot{q}$ se determinará por las restricciones de que $T_{s,i}$ no exceda el punto de ebullición del agua (100°C) y que $T_{s,o}$ no exceda la temperatura de descomposición del adhesivo (250°C).

CAPÍTULO 4

Conducción bidimensional en estado estable



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ... oral

Hasta aquí restringimos nuestra atención a problemas de conducción en los que el gradiente de temperatura es significativo sólo para una dirección coordenada. Sin embargo, en muchos casos estos problemas se simplifican enormemente cuando se utiliza un tratamiento unidimensional y es necesario explicar efectos multidimensionales. En este capítulo examinamos varias técnicas para tratar sistemas bidimensionales en condiciones de estado estable.

4.1 *Enfoques alternativos*

Considere un sólido prismático largo en el que los efectos de conducción en dos dimensiones son importantes (figura 4.1). Con dos superficies aisladas y las otras a diferentes temperaturas, $T_1 > T_2$, la transferencia de calor por conducción ocurrirá de la superficie 1 a la 2. De acuerdo con la ley de Fourier, ecuación 2.3 o 2.4, el flujo local de calor en el sólido es un vector que en todas partes es perpendicular a las líneas de temperatura constante (*isotermas*). Las direcciones del vector flujo de calor se representan mediante las *líneas de flujo de calor* de la figura 4.1, y el vector mismo resulta de los componentes del flujo de calor en las direcciones x y y. Estos componentes están determinados por la ecuación 2.6.

Recuerde que, en cualquier análisis de conducción, hay dos objetivos principales. El primero es determinar la distribución de temperaturas en el medio que, para el problema actual, necesita determinar $T(x, y)$. Este objetivo normalmente se logra resolviendo la forma apropiada de la ecuación de calor. Para condiciones de estado estable en dos dimensiones sin generación y con una conductividad térmica constante, esta forma es, de la ecuación 2.16,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \tag{4.1}$$

Si la ecuación 4.1 se resuelve para $T(x, y)$, es entonces asunto sencillo satisfacer el segundo objetivo principal, que es determinar las componentes de flujo de calor q''_x y q''_y con la aplicación de las ecuaciones de flujo (2.6). Los métodos para resolver la ecuación 4.1 incluyen los enfoques *analítico*, *gráfico* y *numérico* (*de diferencias finitas*, *de elemento finito* o *de elemento de frontera*).

El método analítico implica obtener una solución matemática exacta a la ecuación 4.1. El problema es más difícil que los planteados en el capítulo 3, pues ahora implica

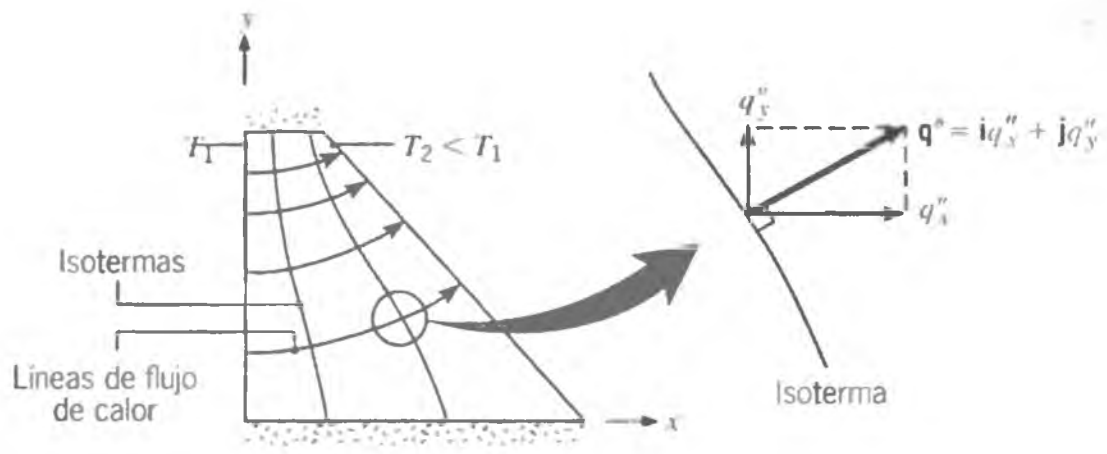


Figura 4.1 Conducción en dos dimensiones.

ecuación diferencial en derivadas parciales, en lugar de una ordinaria. Aunque se dispone de varias técnicas para resolver estas ecuaciones, las soluciones implican típicamente series y funciones matemáticas complicadas que es posible obtener sólo para un conjunto restringido de geometrías simples y condiciones de frontera [1-5]. No obstante, las soluciones son de valor considerable, pues la variable dependiente T se determina como una función continua de las variables independientes (x, y). Por tanto, la solución es útil para calcular la temperatura en *cualquier* punto de interés en el medio. Para ilustrar la naturaleza e importancia de las técnicas analíticas, en la sección 4.2 se obtiene una solución exacta de la ecuación 4.1 mediante el método de *separación de variables*.

En contraste con los métodos analíticos, que proporcionan resultados *exactos* en *cualquier* punto, los métodos gráfico y numérico proporcionan sólo resultados *aproximados* en puntos *discretos*. Sin embargo, como los métodos se adaptan a geometrías complejas y condiciones de frontera, a menudo ofrecen los únicos medios para resolver problemas de conducción multidimensional. El método gráfico, o de trazo del flujo, (sección 4.3) sirve de estimación aproximada del campo de temperaturas, mientras que el método numérico (secciones 4.4 y 4.5) se utiliza para obtener resultados extremadamente precisos en cuanto a geometrías complejas.

4.2 *Método de separación de variables*

A fin de apreciar cómo se aprovecha el método de separación de variables para resolver problemas de conducción en dos dimensiones, consideremos el sistema de la figura 4.2. Tres lados de la placa rectangular se mantienen a una temperatura constante T_1, mientras el cuarto lado se mantiene a una temperatura constante $T_2 \neq T_1$. Estamos interesados en la distribución de temperaturas $T(x, y)$, pero para simplificar la solución introducimos la transformación

$$\theta \equiv \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} \tag{4.2}$$

Al sustituir la ecuación 4.2 en la ecuación 4.1, la ecuación diferencial transformada es

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 \tag{4.3}$$

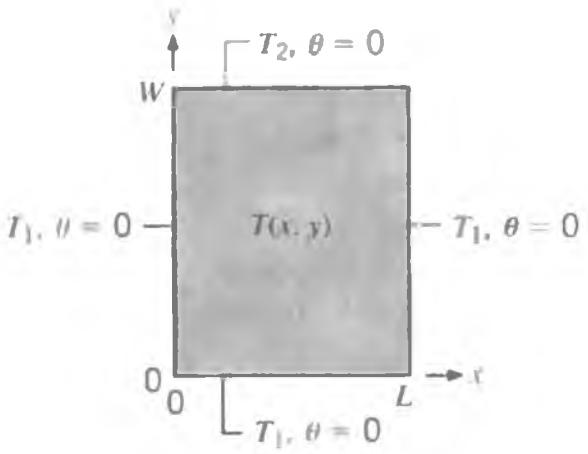


Figura 4.2
Conducción bidimensional en una placa rectangular.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Como la ecuación es de segundo orden en x y y, se necesitan dos condiciones de frontera para cada una de las coordenadas. Éstas son

$$\theta(0, y) = 0 \qquad \text{y} \qquad \theta(x, 0) = 0$$
$$\theta(L, y) = 0 \qquad \text{y} \qquad \theta(x, W) = 1$$

Advierta que, a través de la transformación de la ecuación 4.2, tres de las cuatro condiciones de frontera son ahora homogéneas y el valor de θ está restringido al intervalo entre 0 y 1.

Aplicamos ahora la técnica de separación de variables suponiendo que es posible expresar la solución deseada como el producto de dos funciones, una de las cuales depende sólo de x mientras que la otra depende sólo de y. Es decir, suponemos la existencia de una solución de la forma

$$\theta(x, y) = X(x) \cdot Y(y) \tag{4.4}$$

Al sustituir en la ecuación 4.3 y dividir entre XY, obtenemos

$$-\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} \tag{4.5}$$

y es evidente que la ecuación diferencial es, de hecho, separable. Es decir, el lado izquierdo de la ecuación depende sólo de x y el lado derecho sólo de y. Así la igualdad se aplica en general (para cualquier x o y) sólo si ambos lados son iguales a la misma constante. Al identificar esta *constante de separación* —hasta ahora desconocida— como λ^2, tenemos

$$\frac{d^2X}{dx^2} + \lambda^2 X = 0 \tag{4.6}$$

$$\frac{d^2Y}{dy^2} - \lambda^2 Y = 0 \tag{4.7}$$

y la ecuación diferencial parcial se reduce a dos ecuaciones diferenciales ordinarias. Advierta que la designación de λ^2 como una constante positiva no fue arbitraria. Si se seleccionara un valor negativo o se eligiera un valor $\lambda^2 = 0$, sería fácil demostrar (problema 4 que es imposible obtener una solución que satisfaga las condiciones de frontera que se establecen.

Las soluciones generales a las ecuaciones 4.6 y 4.7 son, respectivamente,

$$X = C_1 \cos \lambda x + C_2 \operatorname{sen} \lambda x$$
$$Y = C_3 e^{-\lambda y} + C_4 e^{-\lambda y}$$

en cuyo caso la forma general de la solución en dos dimensiones es

$$\theta = (C_1 \cos \lambda x + C_2 \operatorname{sen} \lambda x)(C_3 e^{-\lambda y} + C_4 e^{-\lambda y}) \tag{4.8}$$

Al aplicar la condición que $\theta(0, y) = 0$, es evidente que $C_1 = 0$. Además del requerimiento que $\theta(x, 0) = 0$, obtenemos

$$C_2 \operatorname{sen} \lambda x\,(C_3 + C_4) = 0$$

que sólo se satisface si $C_3 = -C_4$. Aunque el requerimiento también podría satisfacerse con $C_2 = 0$, esta igualdad eliminaría por completo la dependencia de x y por ello pro-

cionaría una solución inaceptable. Si recurrimos al requerimiento $\theta(L, y) = 0$, obtenemos

$$C_2C_4 \operatorname{sen} \lambda L(e^{\lambda y} - e^{-\lambda y}) = 0$$

La única forma de satisfacer esta condición (y aun tener una solución aceptable) es hacer que λ tome valores discretos para los que sen $\lambda L = 0$. Estos valores deben entonces, ser de la forma

$$\lambda = \frac{n\pi}{L} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{4.9}$$

donde se excluye el entero $n = 0$ pues proporciona una solución inaceptable. La solución que se desea se expresa como

$$\theta = C_2C_4 \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} (e^{n\pi y/L} - e^{n\pi y/L}) \tag{4.10}$$

Al combinar constantes y reconocer que la nueva constante depende de n, obtenemos

$$\theta(x, y) = C_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \operatorname{senh} \frac{n\pi y}{L}$$

donde también hemos utilizado el hecho de que $(e^{n\pi y/L} - e^{n\pi y/L}) = 2 \operatorname{senh} (n\pi y/L)$. En la forma anterior obtuvimos realmente un número infinito de soluciones que satisfacen la ecuación diferencial original y las condiciones de frontera. Sin embargo, como el problema es lineal, se obtiene una solución más general a partir de una superposición de la forma

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \operatorname{senh} \frac{n\pi y}{L} \tag{4.11}$$

Para determinar C_n aplicamos ahora la condición de frontera restante, que es de la forma

$$\theta(x, W) = 1 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \operatorname{senh} \frac{n\pi W}{L} \tag{4.12}$$

Aunque la ecuación 4.12 parecería ser una relación extremadamente complicada para evaluar C_n, se dispone de un método estándar. Éste implica escribir una expansión en serie infinita análoga en términos de *funciones ortogonales*. Un conjunto infinito de funciones $g_1(x), g_2(x), \ldots, g_n(x), \ldots$ se dice que es ortogonal en el dominio $a \leq x \leq b$ si

$$\int_a^b g_m(x) g_n(x)\, dx = 0 \qquad m \neq n \tag{4.13}$$

Muchas funciones exhiben ortogonalidad, incluidas las funciones trigonométricas sen$(n\pi x/L)$ y cos$(n\pi x/L)$ para $0 \leq x \leq L$. Su utilidad en el problema actual radica en el hecho de que cualquier función $f(x)$ se expresa en términos de una serie infinita de funciones ortogonales

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n g_n(x) \tag{4.14}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar

La forma de los coeficientes A_n en esta serie se determina multiplicando cada lado de la ecuación por $g_n(x)$ e integrando entre los límites a y b.

$$\int_a^b f(x)g_n(x)\,dx = \int_a^b g_n(x)\sum_{n=1}^{\infty} A_n g_n(x)\,dx \tag{4.15}$$

Sin embargo, de la ecuación 4.13 es evidente que todos excepto uno de los términos en el lado derecho de la ecuación 4.15 deben ser cero, lo que nos deja con

$$\int_a^b f(x)g_n(x)\,dx = An\int_a^b g_n^2(x)\,dx$$

De aquí

$$A_n = \frac{\int_a^b f(x)g_n(x)\,dx}{\int_a^b g_n^2(x)\,dx} \tag{4.16}$$

Las propiedades de las funciones ortogonales sirven para resolver la ecuación 4.12 para C_n a través de una serie infinita *análoga* para la forma apropiada de $f(x)$. De la ecuación 4.12 se desprende que debemos elegir $f(x) = 1$ y la función ortogonal $g_n(x) = \text{sen}\,(n\pi x/L)$. Al sustituir en la ecuación 4.16 obtenemos

$$A_n = \frac{\int_0^L \text{sen}\,\dfrac{n\pi x}{L}\,dx}{\int_0^L \text{sen}^2\,\dfrac{n\pi x}{L}\,dx} = \frac{2}{\pi}\,\frac{(-1)^{n+1}+1}{n}$$

Por tanto, de la ecuación 4.14, tenemos

$$1 = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\pi}\,\frac{(-1)^{n+1}+1}{n}\,\text{sen}\,\frac{n\pi x}{L} \tag{4.17}$$

que es simplemente la expansión de la unidad en una serie de Fourier. Al comparar las ecuaciones 4.12 y 4.17 obtenemos

$$C_n = \frac{2[(-1)^{n+1}+1]}{n\pi\,\text{senh}\,(n\pi W/L)} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{4.18}$$

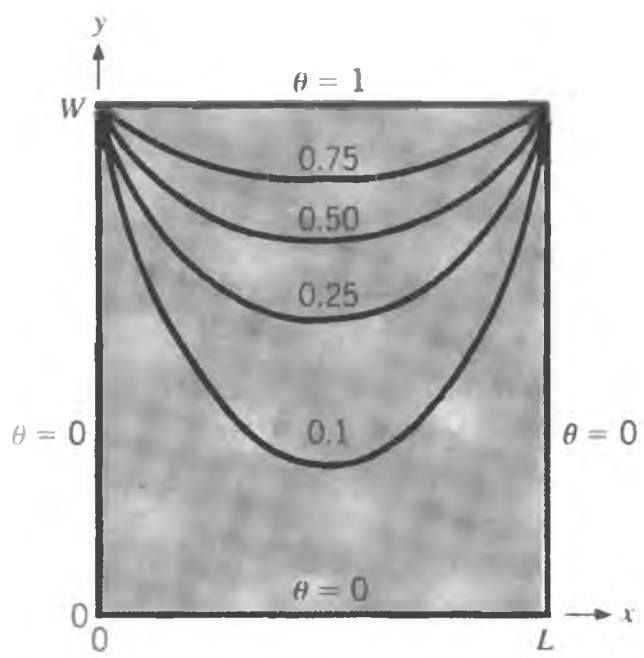


Figura 4.3
Isotermas para la conducción bidimensional en una placa rectangular.

Al sustituir la ecuación 4.18 en la ecuación 4.11, obtenemos entonces la solución final

$$\theta(x, y) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} + 1}{n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \frac{\operatorname{senh}(n\pi y/L)}{\operatorname{senh}(n\pi W/L)} \tag{4.19}$$

La ecuación 4.19 es una serie convergente, de la que el valor de θ se calcula para cualquier x y y. Los resultados representativos se muestran en forma de isotermas para un esquema de la placa rectangular (figura 4.3). La temperatura T, que corresponde a un valor de θ, se puede obtener con la ecuación 4.2. En la bibliografía [1-5] se proporcionan soluciones exactas para otras geometrías y condiciones de frontera.

4.3 *Método gráfico*

El método gráfico se emplea para problemas bidimensionales que incluyen fronteras adiabáticas e isotérmicas. El planteamiento demanda algo de paciencia y talento artístico (sin mencionar el uso de papel grueso y una buena goma de borrar) y ha sido reemplazado en gran medida por las soluciones de computadora que se basan en procedimientos numéricos. A pesar de sus limitaciones, el método permite obtener una primera estimación de la distribución de temperaturas y desarrollar una valoración física de la naturaleza del campo de temperaturas y del flujo de calor en un sistema.

4.3.1 Metodología de la construcción de una gráfica de flujo

La base del método gráfico viene del hecho de que las líneas de temperatura constante deben ser perpendiculares a las líneas que indican la dirección del flujo de calor (figura 4.1). El objetivo del método gráfico es construir de manera sistemática dicha red de isotermas y líneas de flujo de calor. Esta red, normalmente denominada *gráfica de flujo*, se usa para inferir la distribución de temperaturas y el flujo de calor en el sistema.

Considere un canal bidimensional cuadrado cuyas superficies interior y exterior se mantienen a T_1 y T_2, respectivamente. En la figura 4.4*a* se muestra una sección transversal del canal. Los pasos de un procedimiento para construir la gráfica de flujo, parte de la cual se muestra en la figura 4.4*b*, se enumeran a continuación.

1. El primer paso en cualquier gráfica de flujo debe ser la *identificación de todas las líneas de simetría relevantes*. Estas líneas se determinan por condiciones térmicas así como por condiciones geométricas. Para el canal cuadrado de la figura 4.4*a*, estas líneas incluyen las verticales, horizontales y diagonales que se designan. Por tanto, para este sistema es posible considerar sólo un octavo de la configuración, como se muestra en la figura 4.4*b*.
2. *Las líneas de simetría son adiabáticas* en el sentido de que quizá no haya transferencia de calor en una dirección perpendicular a las líneas. Por tanto, son líneas de flujo de calor y deben tratarse como tales. Como no hay flujo de calor en una dirección perpendicular a la línea de flujo de calor, esta línea se denomina *adiabática*.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

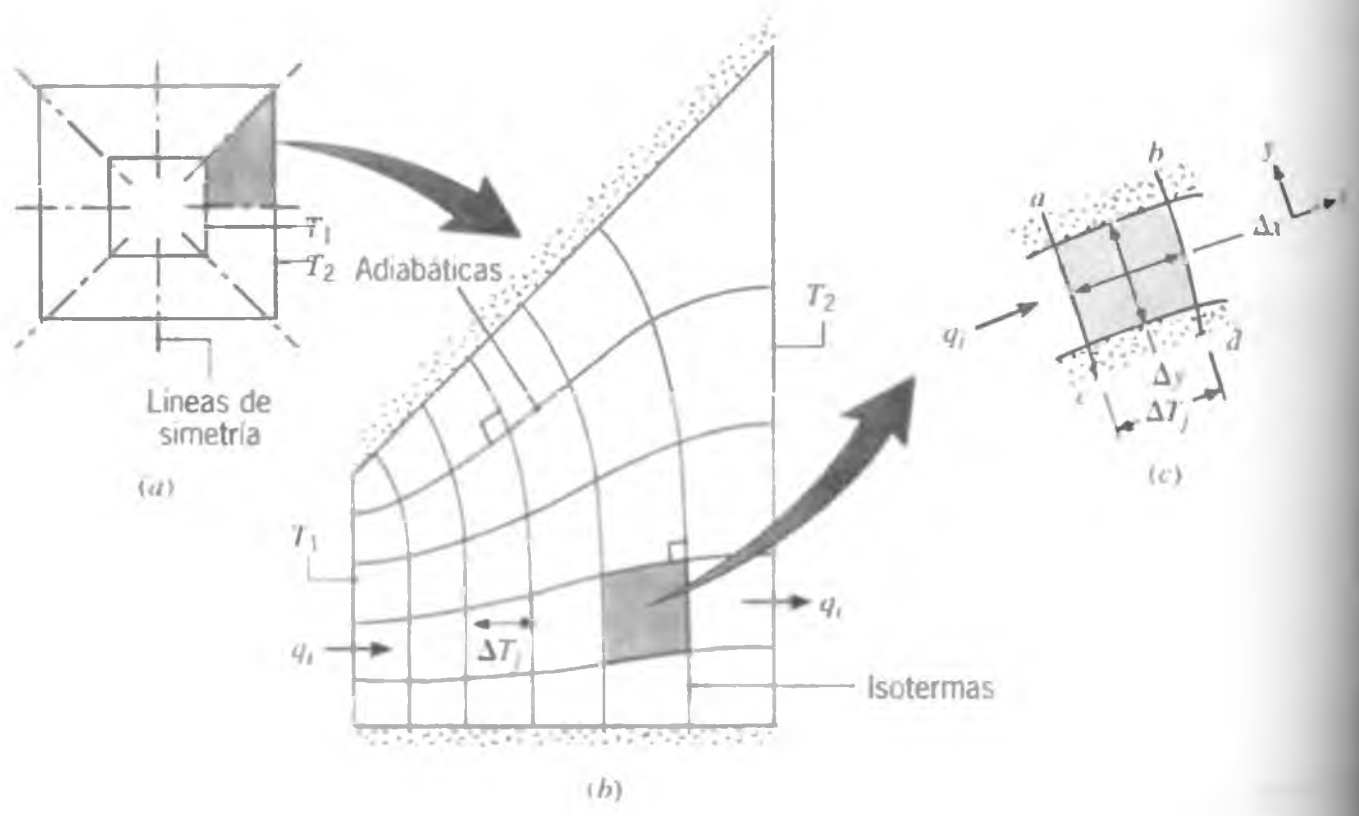


Figura 4.4 Conducción bidimensional en un canal cuadrado de longitud l. (*a*) Planos de simetría. (*b*) Gráfica de flujo. (*c*) Cuadrado curvilíneo típico.

3. Después de que todas las líneas conocidas de temperatura constante asociadas con las fronteras del sistema hayan sido identificadas, debe hacerse un intento de dibujar líneas de temperatura constante dentro del sistema. Advierta que las *isotermas siempre deben ser perpendiculares a las adiabáticas.*

4. Las líneas de flujo de calor deben entonces dibujarse con la finalidad de crear una red de *cuadrados curvilíneos*. Esto se logra haciendo que las *líneas de flujo de calor y las isotermas se intersequen en ángulos rectos* y que *todos los lados de cada cuadrado sean de aproximadamente la misma longitud*. A menudo es imposible satisfacer el segundo requerimiento con exactitud, y resulta más realista procurar la equivalencia entre las sumas de los lados opuestos de cada cuadrado, como se muestra en la figura 4.4*c*. Al asignar la coordenada x a la dirección del flujo de calor y la coordenada y a la dirección normal a este flujo, el requerimiento se expresa como

$$\Delta x \equiv \frac{ab + cd}{2} \approx \Delta y \equiv \frac{ac + bd}{2} \tag{4.5}$$

Es difícil crear una red satisfactoria de cuadrados curvilíneos al primer intento y con frecuencia deben realizarse numerosas iteraciones. Este proceso de ensayo y error implica ajustar las isotermas y adiabáticas hasta que se obtienen cuadrados curvilíneos satisfactorios para la mayor parte de la red.[1] Una vez que se logra la gráfica de flujo, se utiliza para inferir la distribución de temperaturas en el medio. A partir de un análisis semejante puede obtenerse la transferencia de calor.

[1] En ciertas regiones, como las esquinas, tal vez sea imposible aproximarse a los requerimientos del cuadrado curvilíneo. Sin embargo, estas dificultades por lo general tienen poco efecto sobre la precisión global de los resultados que se obtienen de la gráfica de flujo.

4.3.2 Determinación de la transferencia de calor

La rapidez a la que se conduce energía a través de una banda, que es la región entre adiabáticas contiguas, se designa como q_i. Si la gráfica de flujo se construye de forma apropiada, el valor de q_i será el mismo para todas las bandas y la transferencia de calor se expresa como

$$q = \sum_{i=1}^{M} q_i = Mq_i \tag{4.21}$$

donde M es el *número de bandas* asociado con la gráfica. A partir del cuadrado curvilíneo de la figura 4.4*c* y aplicando la ley de Fourier, q_i se expresa como

$$q_i \approx kA_i \frac{\Delta T_j}{\Delta x} \approx k(\Delta y \cdot l) \frac{\Delta T_j}{\Delta x} \tag{4.22}$$

donde ΔT_j es la diferencia de temperaturas entre isotermas sucesivas, A_i es el área de transferencia de calor por conducción para la banda y l es la longitud del canal normal a la página. Sin embargo, si la gráfica de flujo está construida de forma apropiada, el incremento de temperatura es el mismo para todas las isotermas contiguas, y la diferencia global de temperaturas entre las fronteras, ΔT_{1-2}, se expresa como

$$\Delta T_{1-2} = \sum_{j=1}^{N} \Delta T_j = N \Delta T_j \tag{4.23}$$

donde N es el número total de incrementos de temperatura. Al combinar las ecuaciones 4.21 a 4.23 y reconocer que $\Delta x \approx \Delta y$ para cuadrados curvilíneos, obtenemos

$$q \approx \frac{Ml}{N} k \Delta T_{1-2} \tag{4.24}$$

La manera en que se aprovecha una gráfica de flujo para obtener la transferencia de calor en un sistema bidimensional es evidente según se muestra en la ecuación 4.24. La razón aritmética entre el número de bandas de flujo de calor y el número de incrementos de temperatura (el valor de M/N) se obtiene de la gráfica. Recuerde que la especificación de N se basa en el paso 3 del procedimiento anterior, y el valor, que es un entero, se hará grande o pequeño dependiendo de la precisión que se desea. El valor de M es entonces una consecuencia de seguir el paso 4. Note que M no necesariamente es un entero, pues se necesitará una fracción de banda para llegar a una red satisfactoria de cuadrados curvilíneos. Para la red de la figura 4.4*b*, $N = 6$ y $M = 5$. Por supuesto, conforme la red, o *malla*, de cuadrados curvilíneos se hace más fina, N y M aumentan y la estimación de M/N se hace más exacta.

4.3.3 Factor de forma de conducción

La ecuación 4.24 es útil para definir el *factor de forma*, S, de un sistema bidimensional. Es decir, la transferencia de calor puede expresarse como

$$q = Sk \Delta T_{1-2} \tag{4.25}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

donde, para una gráfica de flujo,

$$S \equiv \frac{Ml}{N} \tag{4.26}$$

De la ecuación 4.25, también se sigue que una *resistencia de conducción bidimensional* se expresa como

$$R_{t,\,\mathrm{cond(2D)}} = \frac{1}{Sk} \tag{4.27}$$

Se han obtenido factores de forma para numerosos sistemas bidimensionales, y los resultados se resumen en la tabla 4.1 para algunas configuraciones comunes. En cada caso se supone que la conducción bidimensional ocurre entre las fronteras que se mantienen a temperaturas uniformes, con $\Delta T_{1-2} \equiv T_1 - T_2$. También es posible definir factores de forma para geometrías unidimensionales y, de los resultados de la tabla 3.3, se sigue que para paredes planas cilíndricas y esféricas los factores de forma son, respectivamente, A/L, $2\pi L/\ln(r_2/r_1)$, y $4\pi r_1 r_2/(r_2 - r_1)$. Se dispone de resultados para muchas otras configuraciones [6–9].

Tabla 4.1 Factores de forma de conducción para sistemas bidimensionales seleccionados $[q = Sk(T_1 - T_2)]$

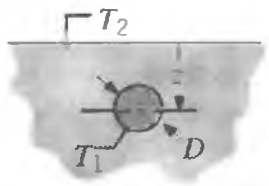
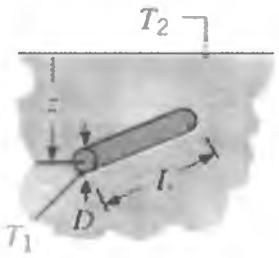
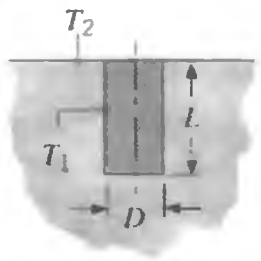
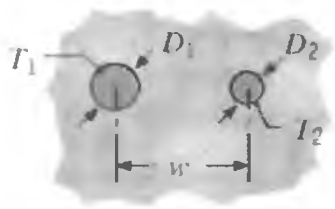
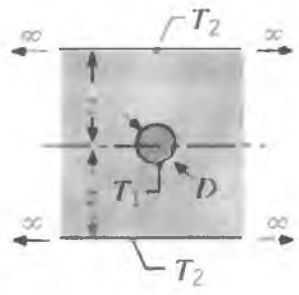
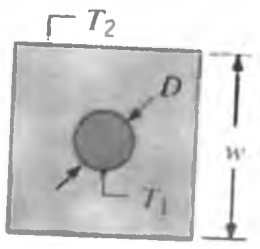
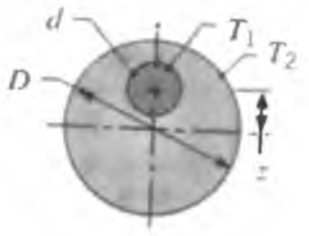
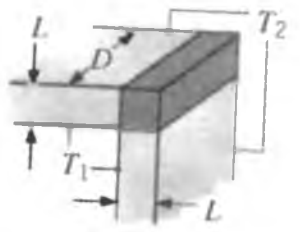
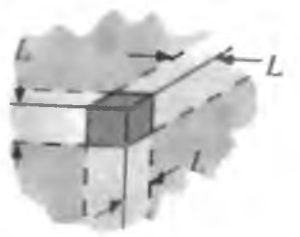
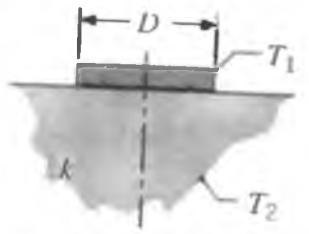
Sistema	Esquema	Restricciones	Factor de forma
Caso 1 Esfera isotérmica enterrada en un medio semiinfinito		$z > D/2$	$\dfrac{2\pi D}{1 - D/4z}$
Caso 2 Cilindro isotérmico horizontal de longitud L enterrado en un medio semiinfinito		$L \gg D$ $L \gg D$ $z > 3D/2$	$\dfrac{2\pi L}{\cosh^{-1}(2z/D)}$ $\dfrac{2\pi L}{\ln(4z/D)}$
Caso 3 Cilindro vertical en un medio semiinfinito		$L \gg D$	$\dfrac{2\pi L}{\ln(4L/D)}$
Caso 4 Conducción entre dos cilindros de longitud L en un medio infinito		$L \gg D_1, D_2$ $L \gg w$	$\dfrac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\dfrac{4w^2 - D_1^2 - D_2^2}{2D_1D_2}\right)}$
Caso 5 Cilindro circular horizontal de longitud L en medio de planos paralelos de igual longitud y ancho infinito		$z \gg D/2$ $L \gg z$	$\dfrac{2\pi L}{\ln(8z/\pi D)}$

TABLA 4.1 *Continuación*

Sistema	Esquema	Restricciones	Factor de forma
Caso 6 Cilindro circular de longitud L centrado en un sólido cuadrado de igual longitud		$w > D$ $L \gg w$	$\dfrac{2\pi L}{\ln (1.08\, w/D)}$
Caso 7 Cilindro circular excéntrico de longitud L en un cilindro de igual longitud		$D > d$ $L \gg D$	$\dfrac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\dfrac{D^2 + d^2 - 4z^2}{2Dd}\right)}$
Caso 8 Conducción a través de la esquina de paredes contiguas		$D > L/5$	$0.54D$
Caso 9 Conducción entre la esquina de tres paredes con diferencia de temperaturas ΔT_{1-2} a través de las paredes		$L \ll$ longitud y ancho de la pared	$0.15L$
Caso 10 Disco de diámetro D y T_1 sobre un medio semiinfinito de conductividad térmica k y T_2		Ninguna	$2D$

EJEMPLO 4.1

Se hace un orificio de diámetro $D = 0.25$ m a través del centro de un bloque sólido de sección transversal cuadrada con $w = 1$ m por lado. El orificio se hace a lo largo de la longitud, $l = 2$ m, del bloque, que tiene una conductividad térmica de $k = 150$ W/m · K. Un fluido caliente que pasa por el orificio mantiene la superficie interna a una temperatura $T_1 = 75°C$, mientras que la superficie externa del bloque se conserva a $T_2 = 25°C$.

1. Con el método de la gráfica de flujo, determine el factor de forma para el sistema.
2. ¿Cuál es la transferencia de calor a través del bloque?

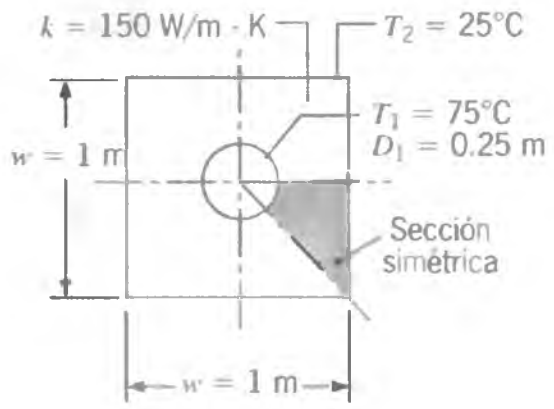
SOLUCIÓN

Se conoce: Dimensiones y conductividad térmica de un bloque con un orificio circular practicado a lo largo de su longitud.

Encontrar:

1. Factor de forma.
2. La transferencia de calor para las temperaturas superficiales que se establecen.

Esquema:

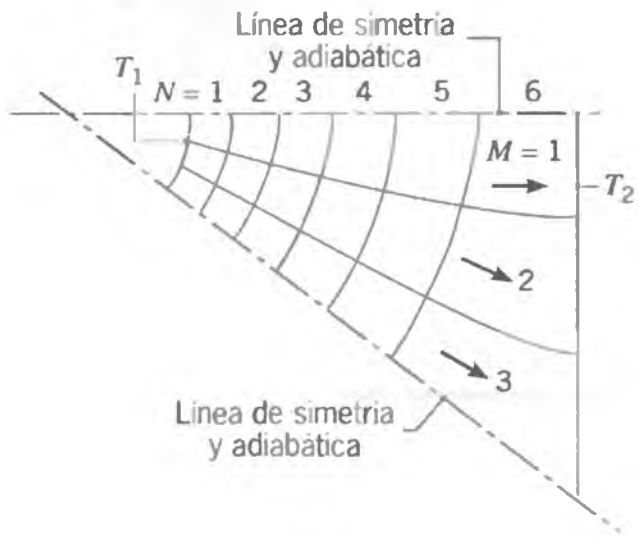


Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Conducción bidimensional.
3. Propiedades constantes.
4. Los extremos de los bloques están bien aislados.

Análisis:

1. La gráfica de flujo se simplifica identificando líneas de simetría y reduciendo el sistema al octavo de sección que se muestra en el esquema. La gráfica de flujo se generó con una red bastante burda que implica $N = 6$ incrementos de temperatura. La red resultante de cuadrados curvilíneos es como sigue.



Con el número de bandas de flujo de calor para la sección que corresponde a $M = 3$ se sigue de la ecuación 4.26 que el factor de forma para el bloque entero es

$$S = 8\frac{Ml}{N} = 8\frac{3 \times 2\ \text{m}}{6} = 8\ \text{m}$$

donde el factor 8 resulta del número de secciones simétricas. La exactitud de este resultado se determina mediante la referencia a la tabla 4.1, en la cual, en cuanto al sistema establecido, se desprende que

$$S = \frac{2\pi L}{\ln(1.08\ w/D)} = \frac{2\pi \times 2\ \text{m}}{\ln(1.08 \times 1\ \text{m}/0.25\ \text{m})} = 8.59\ \text{m}$$

En consecuencia, el resultado de la gráfica de flujo predice aproximadamente 7% por debajo el factor de forma. Advierta que, aunque el requerimiento $l \gg w$ no se satisface para este problema, el factor de forma que resulta de la tabla 4.1 es válido si hay una conducción axial insignificante en el bloque. Esta condición se satisface si los extremos están aislados.

2. Utilizando $S = 8.59$ m con la ecuación 4.25, la transferencia de calor es

$$q = Sk(T_1 - T_2)$$

$$q = 8.59\ \text{m} \times 150\ \text{W/m} \cdot \text{K}\ (75 - 25)^\circ\text{C} = 64.4\ \text{kW} \quad \triangleleft$$

Comentarios: La precisión de la gráfica de flujo se mejorará usando una red más fina (aumentando el valor de N). ¿Cómo cambiarían las líneas de simetría y de flujo de calor si los lados verticales se aislaran? ¿Si un lado vertical y uno horizontal estuvieran aislados? ¿Si ambos verticales y uno horizontal se aislaran?

4.4 *Ecuaciones de diferencias finitas*

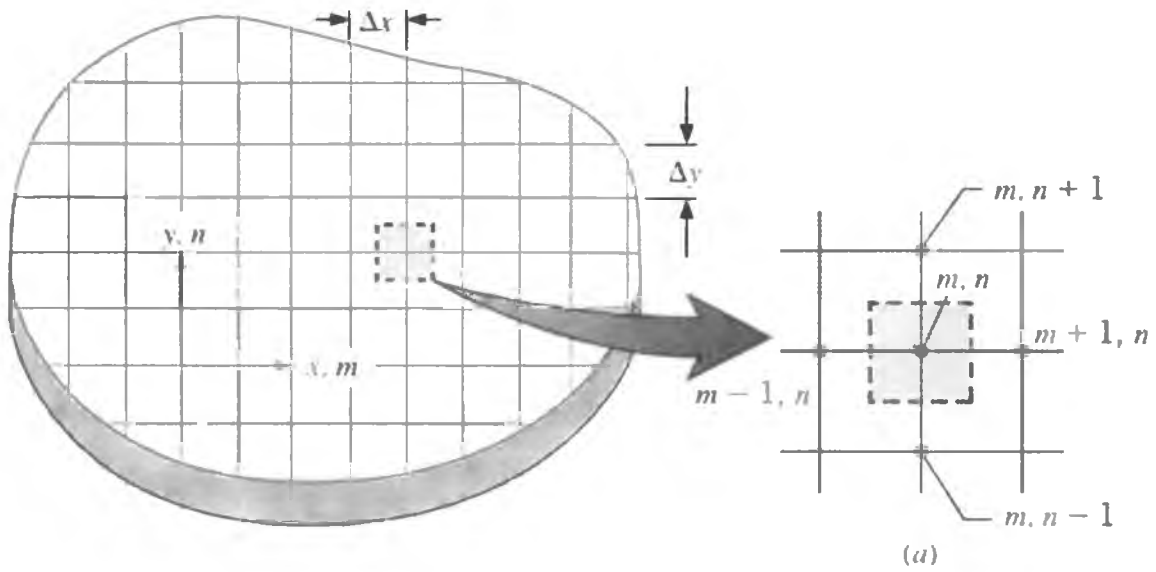
Como pudimos ver en las secciones 4.1 y 4.2, los métodos analíticos, en ciertos casos, sirven para obtener soluciones matemáticas exactas a problemas de conducción bidimensional en estado estable. Estas soluciones se generan para una variedad de geometrías simples y condiciones de frontera, y están bien documentadas en muchas publicaciones [1-5]. Sin embargo, con frecuencia los problemas bidimensionales implican geometrías y/o condiciones de frontera que excluyen este tipo de soluciones. En estos casos, la mejor alternativa es a menudo la que utiliza una técnica *numérica* como lo es el método de *diferencias finitas*, del *elemento finito* o del *elemento de frontera*. Debido a la facilidad de su aplicación, el método de diferencias finitas es adecuado para un tratamiento introductorio de las técnicas numéricas.

4.4.1 Red nodal

En contraste con una solución analítica, que permite la determinación de la temperatura en *cualquier* punto de interés en un medio, una solución numérica permite determinar la temperatura sólo en puntos *discretos*. El primer paso en cualquier análisis numérico debe ser, por tanto, seleccionar estos puntos. Con referencia a la figura 4.5, esto se hace al subdividir el medio de interés en un número de pequeñas regiones y asignar a cada una un punto de referencia en su centro. El punto de referencia suele denominarse *punto nodal* (o simplemente *nodo*), y el agregado de puntos se conoce como *red nodal*, *malla o rejilla*. Los puntos nodales se designan por un esquema numérico que, para un sistema bidimensional, toman la forma que se muestra en la figura 4.5*a*. Las posiciones x y y se designan con los índices m y n, respectivamente.

Cada nodo representa cierta región, y su temperatura es una medida de la temperatura *promedio* de la región. Por ejemplo, la temperatura del nodo m, n de la figura 4.5*a* se ve

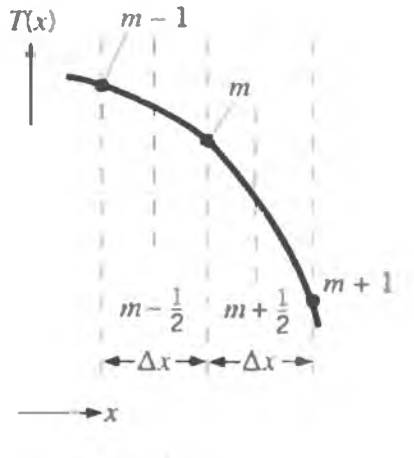
DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede



(*a*)

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{m-1/2,\,n} = \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{\Delta x}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{m+1/2,\,n} = \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$$



(*b*)

FIGURA 4.5 Conducción bidimensional. (*a*) Red nodal. (*b*) Aproximación por diferencias finitas.

como la temperatura promedio del área sombreada circundante. La selección de pu nodales rara vez es arbitraria y, a menudo, depende de cuestiones como la conveni geométrica y la precisión que se desea. La precisión deseada de los cálculos depend gran medida del número de puntos nodales designados. Si este número es grande *malla fina*) es posible obtener soluciones extremadamente precisas.

4.4.2 Forma de diferencias finitas de la ecuación de calor

La determinación numérica de la distribución de temperaturas dicta que se escribirá ecuación de conservación apropiada para *cada uno* de los puntos nodales de temper desconocida. El conjunto de ecuaciones resultante se resuelve de manera simultánea p la temperatura en cada nodo. Para *cualquier* nodo *interior* de un sistema bidimensiona generación y de conductividad térmica uniforme, la forma *exacta* del requerimient conservación de la energía está dada por la ecuación de calor, ecuación 4.1. Sin emb si el sistema se caracteriza en términos de una red nodal, es necesario trabajar con una ma *aproximada*, o de *diferencias finitas*, de esta ecuación.

Una ecuación de diferencias finitas adecuada para los nodos interiores de un sis bidimensional se infiere directamente a partir de la ecuación 4.1. Considere la se derivada, $\partial^2 T/\partial x^2$. De la figura 4.5*b*, el valor de esta derivada en el punto nodal m, aproxima como

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{m,n} \approx \frac{\partial T/\partial x|_{m+1/2,\,n} - \partial T/\partial x|_{m-1/2,\,n}}{\Delta x} \qquad (4$$

Los gradientes de temperatura se expresan, a su vez, como función de las temperaturas nodales. Es decir,

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{m+1/2,\,n} \approx \frac{T_{m+1,\,n} - T_{m,\,n}}{\Delta x} \tag{4.29}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{m-1/2,\,n} \approx \frac{T_{m,\,n} - T_{m-1,\,n}}{\Delta x} \tag{4.30}$$

Al sustituir las ecuaciones 4.29 y 4.30 en la 4.28, obtenemos

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{m,\,n} \approx \frac{T_{m+1,\,n} + T_{m-1,\,n} - 2T_{m,\,n}}{(\Delta x)^2} \tag{4.31}$$

Si se procede de manera similar, se muestra fácilmente que

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{m,\,n} \approx \frac{\partial T/\partial y|_{m,\,n+1/2} - \partial T/\partial y|_{m,\,n-1/2}}{\Delta y}$$

$$\approx \frac{T_{m,\,n+1} + T_{m,\,n-1} - 2T_{m,\,n}}{(\Delta y)^2} \tag{4.32}$$

Con una red para la que $\Delta x = \Delta y$ y sustituyendo las ecuaciones 4.31 y 4.32 en la ecuación 4.1, obtenemos

$$T_{m,\,n+1} + T_{m,\,n-1} + T_{m+1,\,n} + T_{m-1,\,n} - 4T_{m,\,n} = 0 \tag{4.33}$$

De ahí que para el nodo m, n la ecuación de calor, que es una *ecuación diferencial exacta*, se reduzca a una *ecuación algebraica aproximada*. Esta *forma aproximada en diferencias finitas de la ecuación de calor* se aplica a cualquier nodo interior que sea equidistante de sus cuatro nodos vecinos. Simplemente requiere que la suma de las temperaturas asociadas con los nodos vecinos sea cuatro veces la temperatura de interés.

4.4.3 Método del balance de energía

La ecuación en diferencias finitas para un nodo también se obtiene aplicando la conservación de la energía a un volumen de control alrededor de la región nodal. Como la dirección real del flujo de calor (dentro o fuera del nodo) a menudo se desconoce, es conveniente formular el balance de energía *suponiendo* que *todo* el flujo de calor es hacia el *nodo*. Tal condición es, por supuesto, imposible, pero si las ecuaciones de flujo se expresan de manera congruente con esta suposición, se obtiene la forma correcta de la ecuación de diferencias finitas. Para condiciones de estado estable con generación, la forma apropiada de la ecuación 1.11a es entonces

$$\dot{E}_{\text{ent}} + \dot{E}_{\text{g}} = 0 \tag{4.34}$$

Considere la aplicación de la ecuación 4.34 a un volumen de control alrededor del nodo interior m, n de la figura 4.6. Para condiciones bidimensionales, el intercambio de energía está influido por la conducción entre m, n y sus cuatro nodos contiguos, así como también por la generación. Por tanto, la ecuación 4.34 se reduce a

$$\sum_{i=1}^{4} q_{(i)\rightarrow(m,\,n)} + \dot{q}(\Delta x \cdot \Delta y \cdot 1) = 0$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Lit

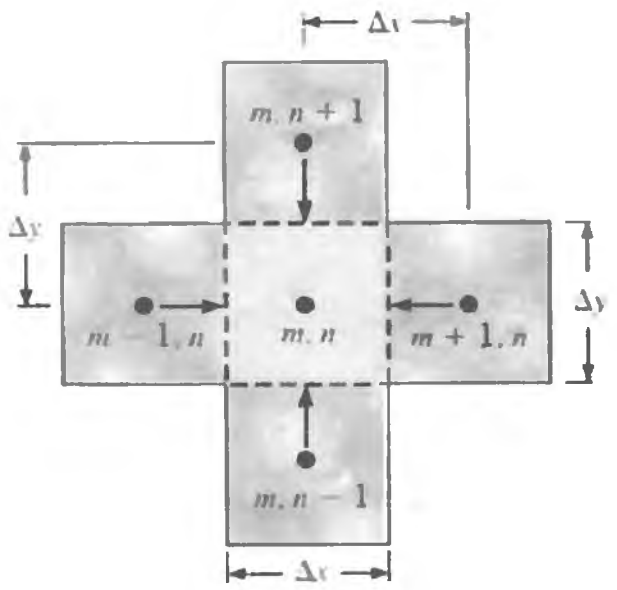


Figura 4.6
Conducción a un nodo interior desde sus nodos contiguos.

donde i se refiere a los nodos vecinos, $q_{(i)\rightarrow(m,n)}$ es la transferencia por conducción entre nodos, y se supone profundidad unitaria. Para evaluar los términos de la rapidez de conducción, *suponemos* que la transferencia por conducción ocurre de manera exclusiva por las *bandas* que se orientan en la dirección x o y. Por tanto, es posible usar las formas simplificadas de la ley de Fourier. Por ejemplo, la rapidez a la que se transfiere la energía por conducción del nodo $m-1, n$ a m, n se expresa como

$$q_{(m-1,n)\rightarrow(m,n)} = k(\Delta y \cdot 1)\frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \tag{4.36}$$

La cantidad $(\Delta y \cdot 1)$ es el área de transferencia de calor, y el término $(T_{m-1,n} - T_{m,n})/\Delta x$ es la aproximación en diferencias finitas del gradiente de temperatura en la frontera entre los dos nodos. Las velocidades de conducción restantes se expresan como

$$q_{(m+1,n)\rightarrow(m,n)} = k(\Delta y \cdot 1)\frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \tag{4.37}$$

$$q_{(m,n+1)\rightarrow(m,n)} = k(\Delta x \cdot 1)\frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} \tag{4.38}$$

$$q_{(m,n-1)\rightarrow(m,n)} = k(\Delta x \cdot 1)\frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y} \tag{4.39}$$

Advierta que al evaluar cada rapidez de conducción, restamos la temperatura del nodo m, n de la temperatura del nodo contiguo. Esta convención se necesita por la suposición del flujo de calor en m, n y es congruente con la dirección de las flechas que se muestran en la figura 4.6. Al sustituir las ecuaciones 4.35 a 4.38 en el balance de energía y recordar que $\Delta x = \Delta y$, se sigue que la ecuación en diferencias finitas para un nodo interior con generación es

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} + \frac{\dot{q}(\Delta x)^2}{k} - 4T_{m,n} = 0 \tag{4.40}$$

Si no hay una fuente de energía internamente distribuida ($\dot{q} = 0$), esta expresión se reduce a la ecuación 4.33.

Es importante considerar que una ecuación en diferencias finitas es necesaria para cada punto nodal en el que la temperatura es desconocida. Sin embargo, no siempre es

sible clasificar la totalidad de estos puntos como interiores y por ello usar la ecuación 4.33 o la 4.39. Por ejemplo, la temperatura tal vez sea desconocida en una superficie aislada o en una superficie que se expone a condiciones convectivas. Para puntos sobre este tipo de superficies, la ecuación en diferencias finitas debe obtenerse aplicando el método de balance de energía.

Para ilustrar este método, examine el nodo que corresponde a la esquina interna de la figura 4.7. Este nodo representa la sección sombreada de tres cuartos e intercambia energía por convección con un fluido contiguo a T_∞. La conducción a la región nodal (m, n) ocurrirá a lo largo de cuatro bandas diferentes desde los nodos vecinos en el sólido. Las transferencias de calor por conducción q_{cond} se expresan como

$$q_{(m-1,\,n)\to(m,\,n)} = k(\Delta y \cdot 1)\frac{T_{m-1,\,n} - T_{m,\,n}}{\Delta x} \tag{4.40}$$

$$q_{(m,\,n+1)\to(m,\,n)} = k(\Delta x \cdot 1)\frac{T_{m,\,n+1} - T_{m,\,n}}{\Delta y} \tag{4.41}$$

$$q_{(m+1,\,n)\to(m,\,n)} = k\left(\frac{\Delta y}{2} \cdot 1\right)\frac{T_{m+1,\,n} - T_{m,\,n}}{\Delta x} \tag{4.42}$$

$$q_{(m,\,n-1)\to(m,\,n)} = k\left(\frac{\Delta x}{2} \cdot 1\right)\frac{T_{m,\,n-1} - T_{m,\,n}}{\Delta y} \tag{4.43}$$

Observe que las áreas para conducción de las regiones nodales $(m - 1, n)$ y $(m, n + 1)$ son proporcionales a Δy y Δx, respectivamente, mientras que la conducción de $(m + 1, n)$ y $(m, n - 1)$ ocurre de manera correspondiente a lo largo de las bandas de ancho medio $\Delta y/2$ y $\Delta x/2$.

En las condiciones en la región nodal m, n también influye el intercambio convectivo con el fluido, y se considera que este intercambio ocurre a lo largo de medias bandas en las direcciones x y y. La transferencia total por convección q_{conv} se expresa como

$$q_{(\infty)\to(m,\,n)} = h\left(\frac{\Delta x}{2} \cdot 1\right)(T_\infty - T_{m,\,n}) + h\left(\frac{\Delta y}{2} \cdot 1\right)(T_\infty - T_{m,\,n}) \tag{4.44}$$

En esta expresión está implícita la suposición de que las superficies expuestas en la esquina se encuentran a una temperatura uniforme que corresponde a la temperatura nodal $T_{m,n}$. Esta suposición es congruente con el concepto de que toda la región nodal está caracterizada por una sola temperatura, que representa un promedio de la distribución real

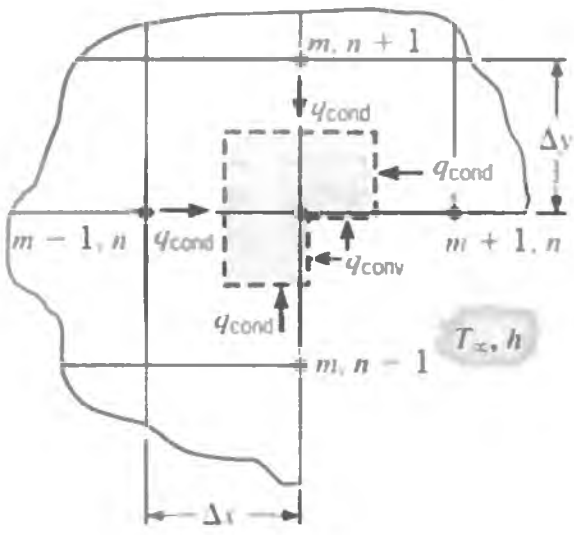
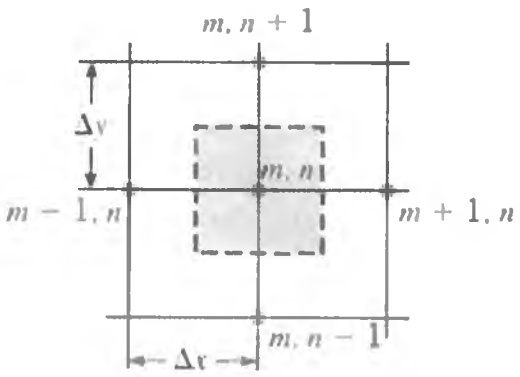
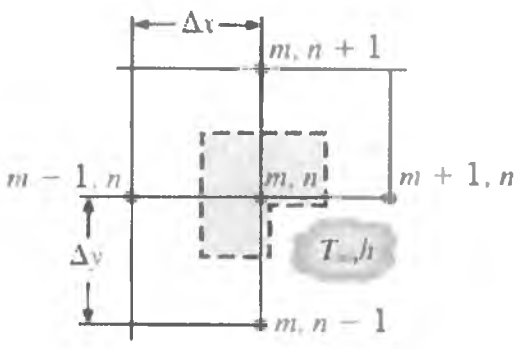
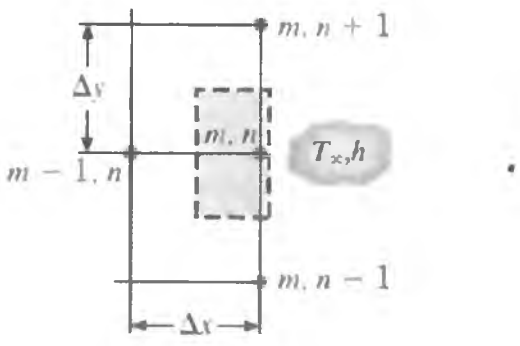
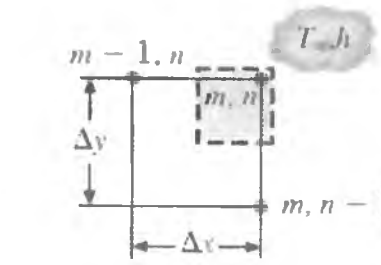
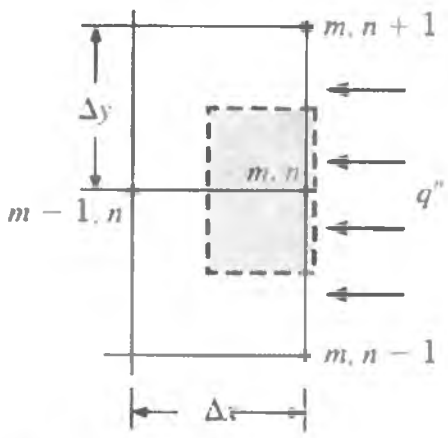


FIGURA 4.7
Formulación de la ecuación en diferencias finitas para una esquina interna de un sólido con convección de superficie.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Tabla 4.2 Resumen de ecuaciones nodales en diferencias finitas

Configuración	Ecuación en diferencias finitas para $\Delta x = \Delta y$
	$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 4T_{m,n} = 0$ (4.3) **Caso 1** Nodo interior
	$2(T_{m-1,n} + T_{m,n+1}) + (T_{m+1,n} + T_{m,n-1}) + 2\frac{h\,\Delta x}{k} T_\infty - 2\left(3 + \frac{h\,\Delta x}{k}\right) T_{m,n} = 0$ (4.4) **Caso 2** Nodo en una esquina interna con convección
	$(2T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1}) + \frac{2h\,\Delta x}{k} T_\infty - 2\left(\frac{h\,\Delta x}{k} + 2\right) T_{m,n} = 0$ (4.4c) **Caso 3** Nodo en una superficie plana con convección
	$(T_{m,n-1} + T_{m-1,n}) + 2\frac{h\,\Delta x}{k} T_\infty - 2\left(\frac{h\,\Delta x}{k} + 1\right) T_{m,n} = 0$ (4.5) **Caso 4** Nodo en una esquina externa con convección
	$(2T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1}) + \frac{2q''\,\Delta x}{k} - 4T_{m,n} = 0$ (4.6) **Caso 5** Nodo en una superficie plana con flujo de calor uniforme

[a,b] Para obtener la ecuación en diferencias finitas para una superficie adiabática (o superficie de simetría), simplemente haga h o q'' igual a cero

de temperaturas en la región. En ausencia de efectos transitorios, tridimensionales y de generación, la conservación de la energía, ecuación 4.34, requiere que la suma de las ecuaciones 4.40 a 4.44 sea cero. Al sumar estas ecuaciones y reacomodar, obtenemos

$$T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + \tfrac{1}{2}(T_{m+1,n} + T_{m,n-1}) + \frac{h\,\Delta x}{k} T_\infty - \left(3 + \frac{h\,\Delta x}{k}\right) T_{m,n} = 0 \tag{4.45}$$

donde nuevamente la malla es tal que $\Delta x = \Delta y$.

Las ecuaciones nodales del balance de energía concernientes a varias geometrías comunes se presentan en la tabla 4.2.

Ejemplo 4.2

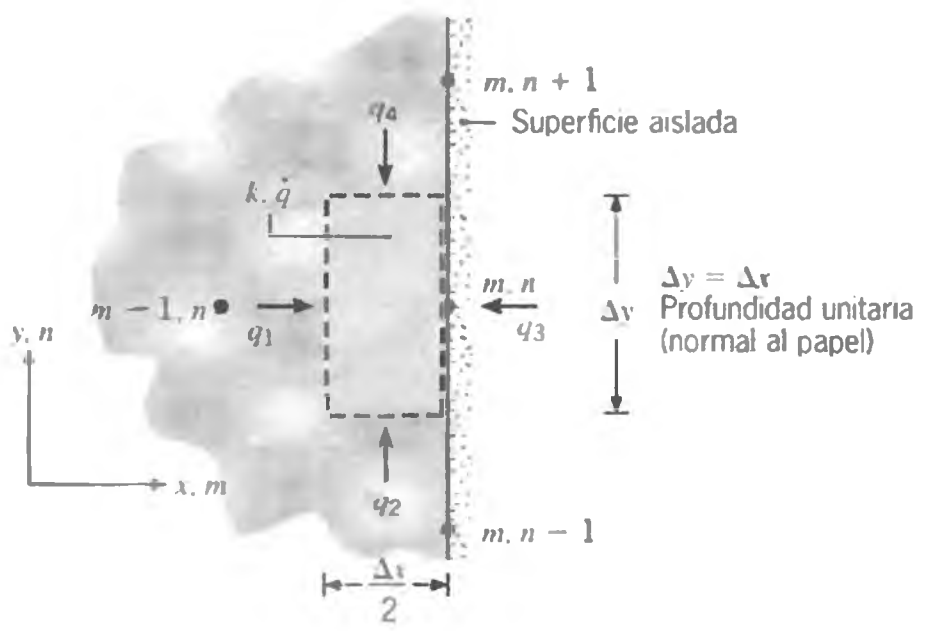
Con el método del balance de energía, derive la ecuación en diferencias finitas para el punto nodal m, n localizado en una superficie plana aislada de un medio con generación uniforme de calor.

Solución

Se conoce: Red de puntos nodales contiguos a una superficie aislada.

Encontrar: Ecuación en diferencias finitas para el punto nodal superficial.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Conducción bidimensional.
3. Propiedades constantes.
4. Generación uniforme de calor interno.

DEPARTAMENTO DE BIBLIO
Universidad Simón Bolivar - Sed

Análisis: Al aplicar el requerimiento de conservación de la energía, ecuación 4.34, a la superficie de control alrededor de la región $(\Delta x/2 \cdot \Delta y \cdot 1)$ asociada con el nodo m, n, se sigue que, con generación volumétrica de calor a una velocidad $\dot{q}$.

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + \dot{q}\left(\frac{\Delta x}{2} \cdot \Delta y \cdot 1\right) = 0$$

donde

$$q_1 = k(\Delta y \cdot 1)\frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$$

$$q_2 = k\left(\frac{\Delta x}{2} \cdot 1\right)\frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

$$q_3 = 0$$

$$q_4 = k\left(\frac{\Delta x}{2} \cdot 1\right)\frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

Al sustituir en el balance de energía y dividir entre $k/2$, se sigue que

$$2T_{m-1,n} + T_{m,n-1} + T_{m,n+1} - 4T_{m,n} + \frac{\dot{q}(\Delta x \cdot \Delta y)}{k} = 0$$

Comentarios: El mismo resultado se obtendría usando la condición de simetría, $T_{m+1,n} = T_{m-1,n}$, con la ecuación en diferencias finitas (ecuación 4.39) para un punto nodal interior. Si $\dot{q} = 0$, el resultado que se desea se lograría al hacer $h = 0$ en la ecuación 4.46 (tabla 4.2).

Es útil notar que las transferencias de calor entre nodos contiguos también se formulan en términos de las resistencias térmicas correspondientes. Con referencia, por ejemplo, a la figura 4.7, la transferencia de calor por conducción del nodo $(m-1, n)$ al (m, n) se expresa como

$$q_{(m-1,n)\to(m,n)} = \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{R_{t,\text{cond}}} = \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x/k\ (\Delta y \cdot 1)}$$

que da un resultado equivalente al de la ecuación 4.40. De manera similar, la transferencia de calor por convección a (m, n) se expresa como

$$q_{(\infty)\to(m,n)} = \frac{T_\infty - T_{m,n}}{R_{t,\text{conv}}} = \frac{T_\infty - T_{m,n}}{\{h[(\Delta x/2) \cdot 1 + (\Delta y/2) \cdot 1]\}^{-1}}$$

que es equivalente a la ecuación 4.44.

Como ejemplo de la utilidad de los conceptos de resistencia, considere una interfaz que separa dos materiales diferentes y que se caracteriza por una resistencia térmica de contacto $R''_{t,c}$ (figura 4.8). La transferencia de calor del nodo (m, n) al $(m, n-1)$ se expresa como

$$q_{(m,n)\to(m,n-1)} = \frac{T_{m,n} - T_{m,n-1}}{R_{\text{tot}}} \tag{4.}$$

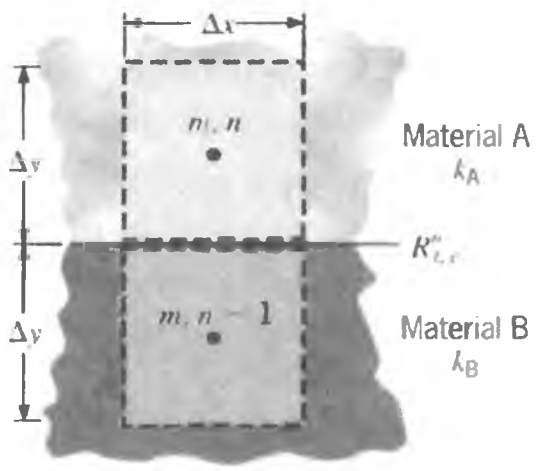


Figura 4.8
Conducción entre materiales diferentes contiguos con una resistencia de contacto en la interfaz.

donde, para una profundidad unitaria,

$$R_{tot} = \frac{\Delta y/2}{k_A(\Delta x \cdot 1)} + \frac{R''_{t,c}}{\Delta x \cdot 1} + \frac{\Delta y/2}{k_B(\Delta x \cdot 1)} \tag{4.50}$$

4.5 *Solución de las ecuaciones de diferencias finitas*

Una vez que se establece la red nodal y se escribe una ecuación en diferencias finitas apropiada para cada nodo, es posible determinar la distribución de temperaturas. El problema se reduce a resolver un sistema de ecuaciones algebraicas lineales. Se dispone de numerosos métodos para este propósito y se clasifican como *directos* o *iterativos*. Los métodos directos implican un número fijo predeterminado de operaciones aritméticas y su uso es adecuado cuando el número de ecuaciones (temperaturas nodales desconocidas) es pequeño. Sin embargo, estos métodos están sujetos a requerimientos excesivos de memoria y tiempo de computadora, y a menudo es más eficiente usar una técnica iterativa. Aunque no es posible predeterminar el número requerido de operaciones aritméticas, los métodos iterativos se caracterizan por requerimientos reducidos de computadora y son especialmente apropiados cuando el número de ecuaciones es grande.

En esta sección consideramos la inversión de matrices y el método de Gauss-Seidel como ejemplos de los métodos directo e iterativo, respectivamente. En muchas publicaciones [10, 11], se encuentran descripciones más detalladas de estos procedimientos, así como de algoritmos relativos a ellos.

4.5.1 Método de inversión de matrices

Considere un sistema de N ecuaciones algebraicas generado por diferencias finitas que corresponden a N temperaturas desconocidas. Identifique los nodos mediante un solo subíndice entero, en lugar del doble subíndice (m, n); el procedimiento para llevar a cabo una inversión de matrices comienza por la expresión de las ecuaciones como

$$\begin{aligned}
a_{11}T_1 + a_{12}T_2 + a_{13}T_3 + \cdots + a_{1N}T_N &= C_1 \\
a_{21}T_1 + a_{22}T_2 + a_{23}T_3 + \cdots + a_{2N}T_N &= C_2 \\
\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots & \\
a_{N1}T_1 + a_{N2}T_2 + a_{N3}T_3 + \cdots + a_{NN}T_N &= C_N
\end{aligned} \tag{4.51}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

donde las cantidades $a_{11}, a_{12}, \ldots, C_1, \ldots$ son coeficientes y constantes conocidos que implican cantidades como Δx, k, h y T_∞. Con la notación matricial, estas ecuaciones se expresan como

$$[A][T] = [C] \tag{4.52}$$

donde

$$A \equiv \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix}, \quad T \equiv \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix}, \quad C \equiv \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_N \end{bmatrix}$$

La *matriz de coeficientes* $[A]$ es cuadrada $(N \times N)$, y sus *elementos* se designan con una notación de doble subíndice, en la que el primer y segundo subíndices se refieren a renglones y columnas, respectivamente. Las matrices $[T]$ y $[C]$ tienen una sola columna y se conocen como *vectores columna*, y suele llamárseles *vectores solución* y *del lado derecho*, respectivamente. Si la multiplicación de matrices implicada por el lado izquierdo de la ecuación 4.52 se lleva a cabo, se obtiene la ecuación 4.51.

El vector solución se expresa ahora como

$$[T] = [A]^{-1}[C] \tag{4.53}$$

donde $[A]^{-1}$ es la inversa de $[A]$ y se define como

$$[A]^{-1} \equiv \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1N} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{N1} & b_{N2} & \cdots & b_{NN} \end{bmatrix}$$

Al evaluar el lado derecho de la ecuación 4.53, se sigue que

$$\begin{aligned} T_1 &= b_{11}C_1 + b_{12}C_2 + \cdots + b_{1N}C_N \\ T_2 &= b_{21}C_1 + b_{22}C_2 + \cdots + b_{2N}C_N \\ &\vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \\ T_N &= b_{N1}C_1 + b_{N2}C_2 + \cdots + b_{NN}C_N \end{aligned} \tag{4.54}$$

y el problema se reduce a determinar $[A]^{-1}$. Es decir, si $[A]$ se invierte, sus elementos b_{11}, $b_{12}, \ldots$ se determinan y las temperaturas desconocidas se calculan de las expresiones anteriores.

La inversión de matrices se lleva a cabo fácilmente en una calculadora programable o una computadora personal, dependiendo del tamaño de la matriz. Por tanto, el método proporciona un medio *conveniente* para resolver problemas de conducción bidimensional. A pesar de esta ventaja, la inversión de matrices rara vez es numéricamente eficiente y a menudo es preferible usar un procedimiento numérico iterativo.

4.5.2 Iteración de Gauss-Seidel

El método de Gauss-Seidel es una técnica iterativa poderosa y popular en extremo. La aplicación del sistema de ecuaciones representada por la ecuación 4.51 se facilita con el siguiente procedimiento.

1. En la medida de lo posible, las ecuaciones deben reordenarse para proporcionar elementos diagonales cuyas magnitudes sean mayores que las de otros elementos en la misma fila o renglón. Es decir, es deseable ordenar las ecuaciones de modo que $|a_{11}| > a_{12}, a_{13}, \ldots, a_{1N}$; $|a_{22}| > |a_{21}|, a_{23}|, \ldots, a_{2N}$; y así sucesivamente.
2. Después de reordenar, hay que escribir cada una de las N ecuaciones en forma explícita para la temperatura asociada con su elemento diagonal. Cada temperatura en el vector solución será de la forma

$$T_i^{(k)} = \frac{C_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} T_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^{N} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} T_j^{(k-1)} \tag{4.55}$$

   donde $i = 1, 2, \ldots, N$. El superíndice k se refiere al nivel de iteración.
3. Se supone un valor inicial ($k = 0$) para cada temperatura T_i. Los siguientes cálculos pueden reducirse mediante la selección de valores basados en estimaciones racionales.
4. Los valores nuevos de T_i se calculan sustituyendo los valores supuestos ($k = 0$) o nuevos ($k = 1$) de T_j en el lado derecho de la ecuación 4.55. Este paso es la primera iteración ($k = 1$).
5. Utilizando la ecuación 4.55, se continúa con el procedimiento de iteración calculando valores nuevos de $T_i^{(k)}$ a partir de los valores $T_j^{(k)}$ de la iteración actual, donde $1 \leq j \leq i-1$, y los valores $T_j^{(k-1)}$ de la iteración previa, donde $i+1 \leq j \leq N$.
6. La iteración termina cuando se satisface un *criterio de convergencia* establecido. El criterio se expresa como

$$\left| T_i^{(k)} - T_i^{(k-1)} \right| \leq \varepsilon \tag{4.56}$$

   donde ε representa un error en la temperatura, que se considera aceptable.

Si el paso 1 se lleva a cabo para cada ecuación, el sistema que resulta se dice que es *diagonalmente dominante*, y la velocidad de convergencia se maximiza (el número requerido de iteraciones se minimiza). Sin embargo, también se logra la convergencia en muchas situaciones para las que no es posible obtener el dominio diagonal, aunque se aminora la velocidad de convergencia. La manera en la que valores nuevos de T_i se calculan (pasos 4 y 5) también debe notarse. Debido a que para una iteración particular los T_i se calculan de forma secuencial, cada valor se calcula con las *estimaciones más recientes* de otro T_i. Esta característica está implícita en la ecuación 4.55, donde el valor de cada incógnita se actualiza tan pronto como es posible, es decir para $1 \leq j \leq i-1$.

Ejemplo 4.3

Un horno industrial grande se apoya sobre una columna larga de ladrillo de arcilla refractaria, que tiene 1×1 m en un lado. Durante la operación en estado estable, la instalación es tal que tres superficies de la columna se mantienen a 500 K mientras que la superficie restante se expone a un flujo de aire para el que $T_\infty = 300$ K y $h = 10$ W/m$^2 \cdot$ K. Con un enmallado de $\Delta x = \Delta y = 0.25$ m, determine la distribución de temperaturas bidimensional en la columna y la transferencia de calor al flujo de aire por unidad de longitud de la columna.

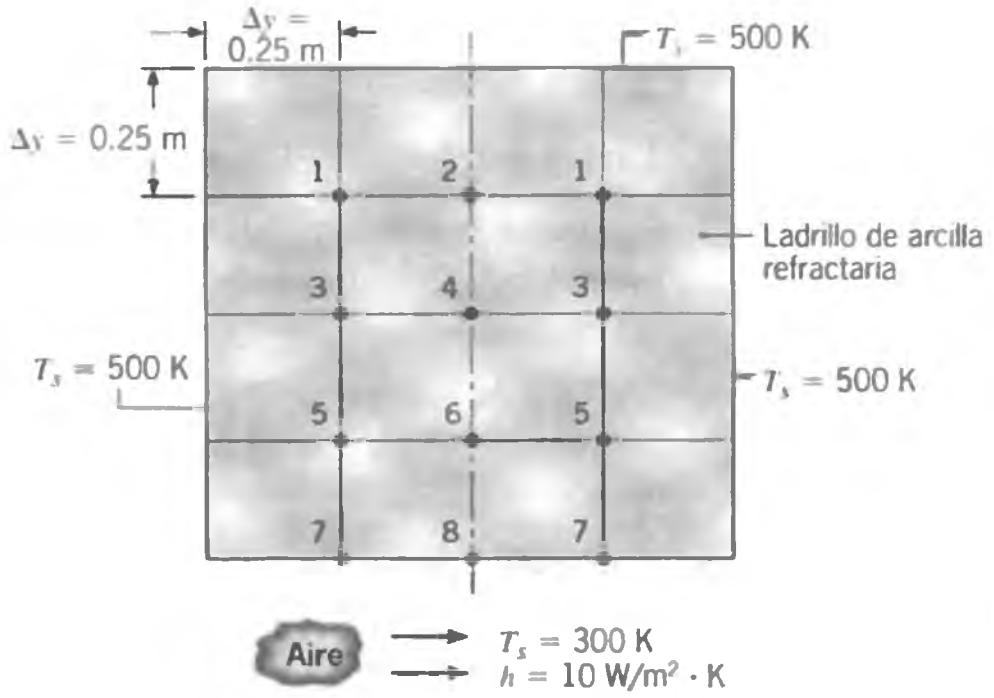
DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...ral

Solución

Se conoce: Dimensiones y condiciones de superficie de una columna de apoyo.

Encontrar: Distribución de temperaturas y la transferencia de calor por unidad de longitud.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Conducción bidimensional.
3. Propiedades constantes.
4. Ninguna generación interna de calor.

Propiedades: Tabla A.3, ladrillo de arcilla refractaria ($T \approx 478$ K): $k =$, W/m · K

Análisis: La malla que se establece consiste en 12 puntos nodales en los que se desconoce la temperatura. Sin embargo, el número de incógnitas se reduce a ocho a través de la simetría, en cuyo caso la temperatura de los puntos nodales a la izquierda de la línea de simetría debe ser igual a la temperatura de los de la derecha.

Los nodos 1, 3 y 5 son puntos interiores para los que las ecuaciones en diferencias finitas se infieren de la ecuación 4.33. Así,

$$\text{Nodo 1:} \quad T_2 + T_3 + 1000 - 4T_1 = 0$$
$$\text{Nodo 3:} \quad T_1 + T_4 + T_5 + 500 - 4T_3 = 0$$
$$\text{Nodo 5:} \quad T_3 + T_6 + T_7 + 500 - 4T_5 = 0$$

Las ecuaciones para los puntos 2, 4 y 6 se obtienen de modo similar o, como describe sobre una adiabática de simetría, utilizando la ecuación 4.46 con $h = 0$. De aquí

$$\text{Nodo 2:} \quad 2T_1 + T_4 + 500 - 4T_2 = 0$$
$$\text{Nodo 4:} \quad T_2 + 2T_3 + T_6 - 4T_4 = 0$$
$$\text{Nodo 6:} \quad T_4 + 2T_5 + T_8 - 4T_6 = 0$$

De la ecuación 4.46 y del hecho de que $h\,\Delta x/k = 2.5$, también se sigue que

$$\text{Nodo 7:} \quad 2T_5 + T_8 + 2000 - 9T_7 = 0$$
$$\text{Nodo 8:} \quad 2T_6 + 2T_7 + 1500 - 9T_8 = 0$$

Al tener las ecuaciones de diferencias finitas requeridas se obtiene una solución de inversión de matrices al reacomodarlas como sigue:

$$\begin{aligned}
-4T_1 + T_2 + T_3 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 &= -1000\\
2T_1 - 4T_2 + 0 + T_4 + 0 + 0 + 0 + 0 &= -500\\
T_1 + 0 - 4T_3 + T_4 + T_5 + 0 + 0 + 0 &= -500\\
0 + T_2 + 2T_3 - 4T_4 + 0 + T_6 + 0 + 0 &= 0\\
0 + 0 + T_3 + 0 - 4T_5 + T_6 + T_7 + 0 &= -500\\
0 + 0 + 0 + T_4 + 2T_5 - 4T_6 + 0 + T_8 &= 0\\
0 + 0 + 0 + 0 + 2T_5 + 0 - 9T_7 + T_8 &= -2000\\
0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 2T_6 + 2T_7 - 9T_8 &= -1500
\end{aligned}$$

En notación matricial, siguiendo la ecuación 4.52, estas ecuaciones son de la forma $[A][T] = [C]$, donde

$$[A] = \begin{bmatrix}
-4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
2 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 1 & 2 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0\\
0 & 0 & 1 & 0 & -4 & 1 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 1 & 2 & -4 & 0 & 1\\
0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -9 & 1\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & -9
\end{bmatrix} \qquad [C] = \begin{bmatrix}
-1000\\ -500\\ -500\\ 0\\ -500\\ 0\\ -2000\\ -1500
\end{bmatrix}$$

Con una rutina de inversión de matrices estándar, es fácil encontrar la inversa de $[A]$, $[A]^{-1}$, lo que da

$$[T] = [A]^{-1}[C]$$

donde

$$[T] = \begin{bmatrix} T_1\\ T_2\\ T_3\\ T_4\\ T_5\\ T_6\\ T_7\\ T_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 489.30\\ 485.15\\ 472.07\\ 462.01\\ 436.95\\ 418.74\\ 356.99\\ 339.05 \end{bmatrix} \text{K} \qquad \triangleleft$$

La transferencia de calor de la columna al flujo de aire se calcula a partir de la expresión

$$\left(\frac{q}{L}\right) = 2h\left[\left(\frac{\Delta x}{2}\right)(T_s - T_\infty) + \Delta x(T_7 - T_\infty) + \left(\frac{\Delta x}{2}\right)(T_8 - T_\infty)\right]$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

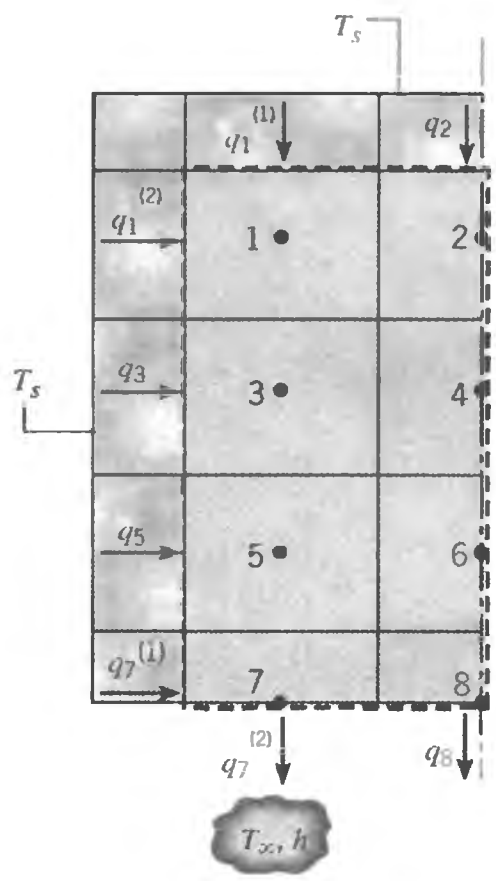
donde el factor de 2 fuera de los corchetes se origina de la condición de simetría. De aquí

$$\left(\frac{q}{L}\right) = 2 \times 10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \,[(0.125 \text{ m } (200 \text{ K})$$

$$+ 0.25 \text{ m } (56.99 \text{ K}) + 0.125 \text{ m } (39.05 \text{ K})] = 883 \text{ W/m} \quad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Para asegurar que no se ha cometido error alguno en la formulación de las ecuaciones generadas por diferencias finitas o al obtener su solución, debe realizarse una comprobación a fin de verificar que los resultados satisfacen la conservación de la energía para la red nodal. Para condiciones de estado estable, el requerimiento dicta que el flujo entrante de energía esté balanceado por el flujo saliente *para una superficie de control alrededor de las regiones nodales cuyas temperaturas se han evaluado.*



Para la media sección simétrica que se muestra esquemáticamente, se sigue que la conducción en las regiones nodales debe estar balanceada por la convección desde las regiones. De aquí

$$q_1^{(1)} + q_1^{(2)} + q_2 + q_3 + q_5 + q_7^{(1)} = q_7^{(2)} + q_8$$

La rapidez por conducción acumulada es entonces

$$\frac{q_{\text{cond}}}{L} = k\left[\Delta x \frac{(T_s - T_1)}{\Delta y} + \Delta y \frac{(T_s - T_1)}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{2}\frac{(T_s - T_2)}{\Delta y}\right.$$

$$\left. + \Delta y \frac{(T_s - T_3)}{\Delta x} + \Delta y \frac{(T_s - T_5)}{\Delta x} + \frac{\Delta y}{2}\frac{(T_s - T_7)}{\Delta x}\right]$$

$$= 191.31 \text{ W/m}$$

y la transferencia por convección es

$$\frac{q_{conv}}{L} = h\left[\Delta x(T_7 - T_\infty) + \frac{\Delta x}{2}(T_8 - T_\infty)\right] = 191.29 \text{ W/m}$$

La concordancia entre las transferencias por conducción y convección es excelente (dentro del error de redondeo), lo que confirma que no se han cometido errores al formular y resolver las ecuaciones generadas por diferencias finitas. Note que la transferencia por convección de toda la superficie inferior (883 W/m) se obtiene sumando la transferencia del nodo del borde a 500 K (250 W/m) a la de los nodos interiores (191.3 W/m) y multiplicando por 2 debido a la simetría.

2. Aunque las temperaturas calculadas satisfacen las ecuaciones en diferencias finitas, no proporcionan el campo de temperaturas exacto. Recuerde que las ecuaciones son aproximaciones cuya exactitud se mejora reduciendo el tamaño de la malla (aumentando el número de puntos nodales).

3. La distribución de temperaturas también se determina con el método de iteración de Gauss-Seidel. Con referencia al arreglo de ecuaciones generadas por diferencias finitas, es evidente que el orden ya está caracterizado por el dominio diagonal. Este comportamiento es típico de soluciones de diferencias finitas a problemas de conducción. Por tanto, comenzamos con el paso 2 y expresamos las ecuaciones en forma explícita

$$T_1^{(k)} = 0.25T_2^{(k-1)} + 0.25T_3^{(k-1)} + 250$$
$$T_2^{(k)} = 0.50T_1^{(k)} + 0.25T_4^{(k-1)} + 125$$
$$T_3^{(k)} = 0.25T_1^{(k)} + 0.25T_4^{(k-1)} + 0.25T_5^{(k-1)} + 125$$
$$T_4^{(k)} = 0.25T_2^{(k)} + 0.50T_3^{(k)} + 0.25T_6^{(k-1)}$$
$$T_5^{(k)} = 0.25T_3^{(k)} + 0.25T_6^{(k-1)} + 0.25T_7^{(k-1)} + 125$$
$$T_6^{(k)} = 0.25T_4^{(k)} + 0.50T_5^{(k)} + 0.25T_8^{(k-1)}$$
$$T_7^{(k)} = 0.2222T_5^{(k)} + 0.1111T_8^{(k-1)} + 222.22$$
$$T_8^{(k)} = 0.2222T_6^{(k)} + 0.2222T_7^{(k)} + 166.67$$

Al tener las ecuaciones generadas por diferencias finitas en la forma requerida, el procedimiento de iteración se lleva a cabo con una tabla que tiene una columna para el número de iteración (paso) y otra, etiquetada T_i, para cada uno de los nodos. El cálculo procede como sigue:

1. Para cada nodo, la estimación de la temperatura inicial se introduce en el renglón para $k = 0$. Se seleccionan valores de forma racional para reducir el número de iteraciones que se requiere.

2. Con N ecuaciones generadas por diferencias finitas y valores de T_i del primero y segundo renglones, los nuevos valores de T_i se calculan para la primera iteración ($k = 1$). Estos nuevos valores se introducen en el segundo renglón.

3. Este procedimiento se repite para calcular $T_i^{(k)}$ de los valores previos de $T_i^{(k-1)}$ y los valores actuales de $T_i^{(k)}$, hasta que la diferencia de temperaturas entre iteraciones cumpla con el criterio establecido, $\varepsilon \leq 0.2$ K, en cada punto nodal.

k	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
0	480	470	440	430	400	390	370	350
1	477.5	471.3	451.9	441.3	428.0	411.8	356.2	337.3
2	480.8	475.7	462.5	543.1	436.6	413.9	355.8	337.7
3	484.6	480.6	467.6	457.4	434.3	415.9	356.2	338.2
4	487.1	482.9	469.7	459.6	435.5	417.2	356.6	338.6
5	488.1	484.0	470.8	460.7	436.1	417.9	356.7	338.8
6	488.7	484.5	471.4	461.3	436.5	418.3	356.9	338.9
7	489.0	484.8	471.7	461.6	436.7	418.5	356.9	339.0
8	489.1	485.0	471.9	461.8	436.8	418.6	356.9	339.0

Los resultados que se dan en el renglón 8 muestran excelente concordancia con los que se obtuvieron mediante la inversión de matrices, aunque se logra mejor concordancia reduciendo el valor de ε. Sin embargo, dada la naturaleza aproximada de las ecuaciones generadas por diferencias finitas, los resultados aún representan aproximaciones a las temperaturas reales. La exactitud de la aproximación se mejora con una malla más fina (aumentando el número de nodos).

4.5.3 Algunas precauciones

Como se señaló previamente, es buena práctica verificar que una solución numérica se haya formulado de manera correcta al desarrollar un balance de energía sobre una superficie de control alrededor de las regiones nodales cuyas temperaturas se evaluaron. Las temperaturas deben sustituirse en la ecuación de balance de energía y, si el balance no se satisface a un alto grado de precisión, las ecuaciones generadas por diferencias finitas deben revisarse para corregir errores.

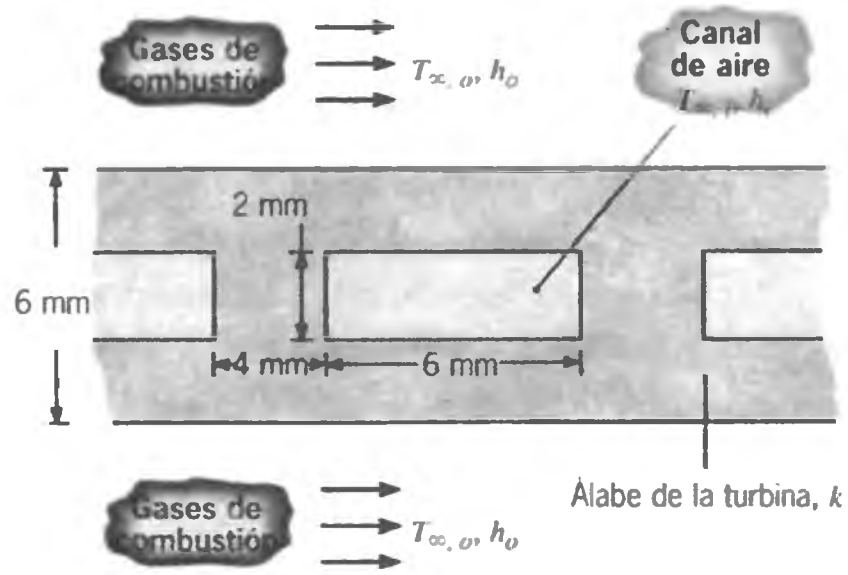
Aun cuando las ecuaciones generadas por diferencias finitas se formulan y resuelven apropiadamente, los resultados representan todavía una aproximación burda del campo de temperaturas real. Este comportamiento es una consecuencia de los espaciamientos finitos (Δx, Δy) entre nodos y de las aproximaciones en diferencias finitas, como $k(\Delta y \cdot 1)(T_{m-1,n} - T_{m,n})/\Delta x$, para la ley de Fourier de conducción, $-k(dy \cdot 1)/dT/dx$. Indicamos antes que las aproximaciones en diferencias finitas se hacen más precisas a medida que la red nodal se depura (Δx y Δy se reducen). Por tanto, si se desean resultados exactos, hay que llevar a cabo estudios de la malla en los que los resultados obtenidos para una malla fina se comparan con los que se lograron con una malla burda. Es posible, por ejemplo, reducir Δx y Δy en un factor de 2, aumentando con ello el número de nodos y las ecuaciones generadas por diferencias finitas por un factor de 4. Si la concordancia no es satisfactoria, se realizan depuraciones adicionales de la malla hasta que las temperaturas calculadas ya no dependan de la elección de Δx y Δy. Estos *resultados independientes de la malla* proporcionan una solución precisa al problema físico.

Otra opción para validar una solución numérica implica comparar los resultados con los que se obtienen de una solución exacta. Por ejemplo, una solución en diferencias finitas del problema físico que se describe en la figura 4.2 es comparable con la solución

exacta dada por la ecuación 4.19. Sin embargo, esta opción está limitada por el hecho de que rara vez buscamos soluciones numéricas a problemas para los que existen soluciones exactas. No obstante, si buscamos una solución numérica a un problema complejo para el que no hay solución exacta, es a menudo útil probar nuestros procedimientos de diferencias finitas aplicándolos a una versión más simple del problema.

Ejemplo 4.4

Un objetivo importante en tecnologías avanzadas de motores de turbinas de gas es aumentar el límite de temperatura asociado con la operación de los álabes de la turbina de gas. Este límite determina la temperatura permisible de entrada del gas a la turbina que, a su vez, influye mucho en el rendimiento global del sistema. Además, para fabricar hojas de turbina con superaleaciones especiales de alta resistencia y alta temperatura, es normal utilizar enfriamiento interno mediante canales de flujo grabados en los álabes y dirigir aire a través de los canales. Deseamos evaluar el efecto de este esquema aproximando el álabe como un sólido rectangular en el que se graban canales rectangulares. El álabe, que tiene una conductividad térmica de $k = 25$ W/m · K, mide 6 mm de espesor, y cada canal tiene una sección transversal rectangular de 2 × 6 mm, con un espaciado de 4 mm entre canales contiguos.



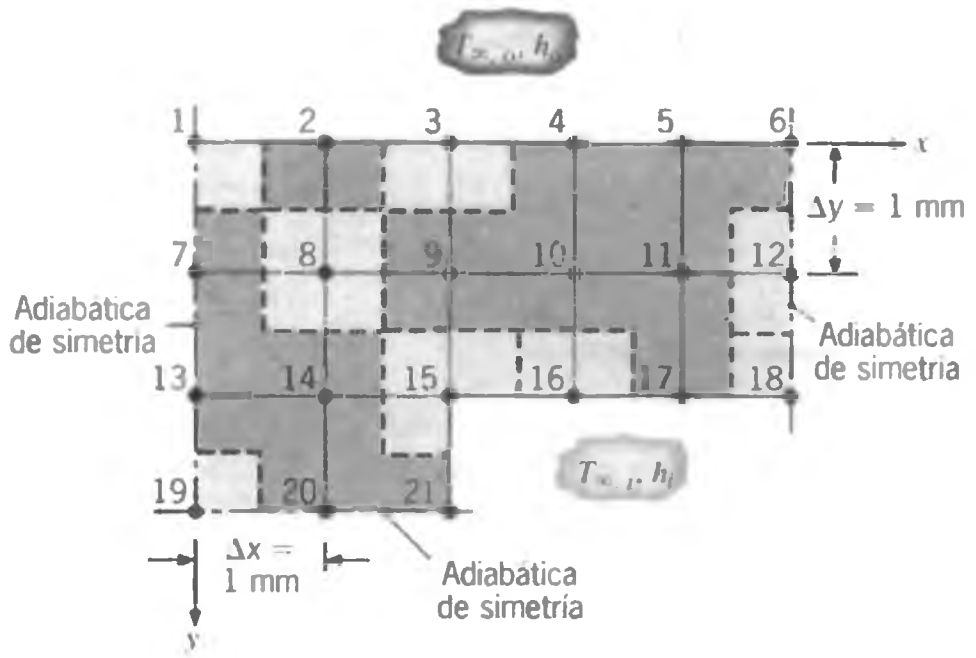
En condiciones de operación para las que $h_o = 1000$ W/m^2 · K, $T_{\infty,o} = 1700$ K, $h_i = 200$ W/m^2 · K, y $T_{\infty,i} = 400$ K, determine el campo de temperaturas en el álabe de la turbina y la transferencia de calor por unidad de longitud al canal. ¿En qué lugar la temperatura es un máximo?

Solución

Se conoce: Dimensiones y condiciones de operación para un álabe de turbina de gas con canales encajados.

Encontrar: Campo de temperaturas en el álabe, incluida una posición de temperatura máxima. Transferencia de calor por unidad de longitud al canal.

Esquema:



Suposiciones:

1. Conducción bidimensional de estado estable.
2. Propiedades constantes.

Análisis: La red anterior se construyó con la adopción de un espaciado de malla $\Delta x = \Delta y = 1$ mm e identificando las tres líneas de simetría. Las ecuaciones genera por diferencias finitas correspondientes se obtienen aplicando el método del balance energía a los nodos 1, 6, 18, 19 y 21, y con los resultados de la tabla 4.2 para los no restantes.

La transferencia de calor al nodo 1 ocurre por conducción de los nodos 2 y 7, así mo por convección del fluido exterior. Como no hay transferencia de calor de la re más allá de la adiabática de simetría, la aplicación de un balance de energía al cuar sección, asociado con el nodo 1, da una ecuación por diferencias finitas de la forma

$$\text{Nodo 1:} \quad T_2 + T_7 - \left(2 + \frac{h_o\,\Delta x}{k}\right) T_1 = -\frac{h_o\,\Delta x}{k}\,T_{\infty,o}$$

Un resultado similar es posible para la región nodal 6, que se caracteriza por condic superficiales equivalentes (2 conducción, 1 convección, 1 adiabática). Los nodos 2 corresponden al caso 3 de la tabla 4.2, y al elegir el nodo 3 como ejemplo, se sigue q

$$\text{Nodo 3:} \quad T_2 + T_4 + 2T_9 - 2\left(\frac{h_o\,\Delta x}{k} + 2\right) T_3 = -\frac{2h_o\,\Delta x}{k}\,T_{\infty,o}$$

Los nodos 7, 12, 13 y 20 corresponden al caso 5 de la tabla 4.2, con $q'' = 0$, y s gimos el nodo 12 como ejemplo, se sigue que

$$\text{Nodo 12:} \quad T_6 + 2T_{11} + T_{18} - 4T_{12} = 0$$

Los nodos 8 a 11 y 14 son nodos interiores (caso 1), en cuyo caso la ecuación por dif cias finitas para el nodo 8 es

$$\text{Nodo 8:} \quad T_2 + T_7 + T_9 + T_{14} - 4T_8 = 0$$

El nodo 15 es una esquina interna (caso 2) para la que

$$\text{Nodo 15:}\quad 2T_9 + 2T_{14} + T_{16} + T_{21} - 2\left(3 + \frac{h_i\,\Delta x}{k}\right)T_{15} = -2\,\frac{h_i\,\Delta x}{k}\,T_{\infty,i}$$

mientras los nodos 16 y 17 se sitúan en una superficie plana con convección (caso 3):

$$\text{Nodo 16:}\quad 2T_{10} + T_{15} + T_{17} - 2\left(\frac{h_i\,\Delta x}{k} + 2\right)T_{16} = -\frac{2h_i\,\Delta x}{k}\,T_{\infty,i}$$

En cada caso la transferencia de calor a las regiones nodales 18 y 21 se caracteriza por la conducción de dos nodos contiguos y convección del flujo interno, sin transferencia de calor desde una adiabática contigua. Al ejecutar un balance de energía para la región nodal 18, se sigue que

$$\text{Nodo 18:}\quad T_{12} + T_{17} - T_{18}\left(2 + \frac{h_i\,\Delta x}{k}\right) = -\frac{h_i\,\Delta x}{k}\,T_{\infty,i}$$

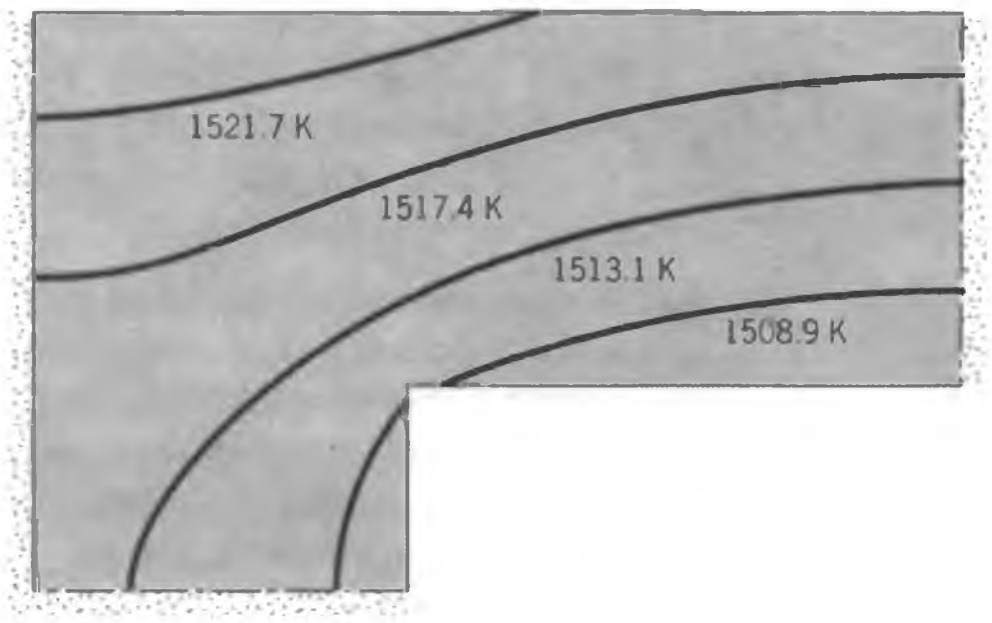
El último caso especial corresponde a la región nodal 19, que tiene dos superficies adiabáticas y experimenta transferencia de calor por conducción a través de las otras dos superficies.

$$\text{Nodo 19:}\quad T_{13} + T_{20} - 2T_{19} = 0$$

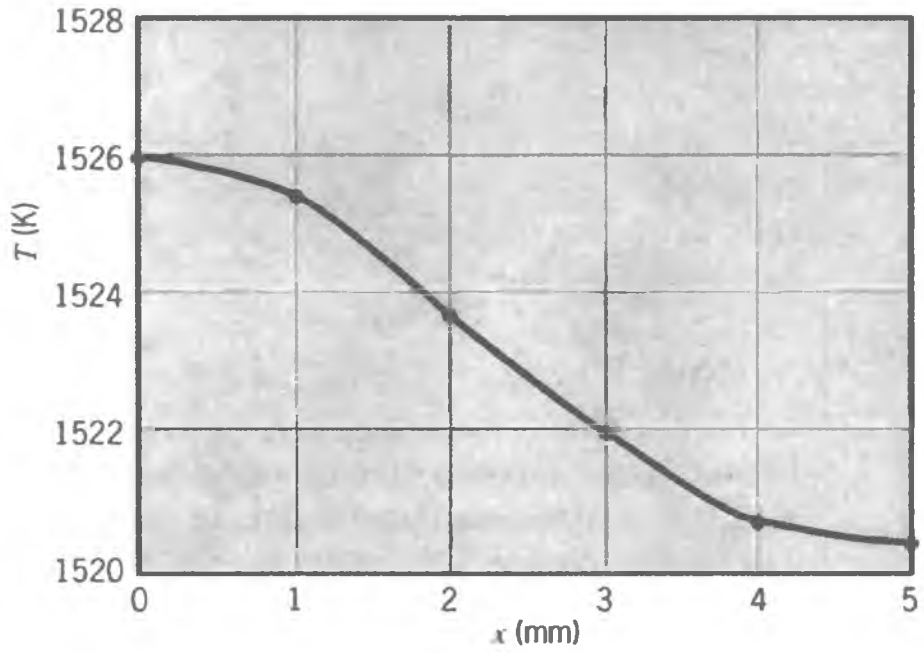
Las 21 ecuaciones por diferencias finitas se pueden resolver para las temperaturas desconocidas, y para condiciones preestablecidas se obtienen los siguientes resultados:

T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
1526.0 K	1525.3 K	1523.6 K	1521.9 K	1520.8 K	1520.5 K
T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}
1519.7 K	1518.8 K	1516.5 K	1514.5 K	1513.3 K	1512.9 K
T_{13}	T_{14}	T_{15}	T_{16}	T_{17}	T_{18}
1515.1 K	1513.7 K	1509.2 K	1506.4 K	1505.0 K	1504.5 K
T_{19}	T_{20}	T_{21}			
1513.4 K	1511.7 K	1506.0 K			

El campo de temperaturas también se representa en forma de isotermas, y se muestran de forma esquemática cuatro líneas de temperatura constante.



Como se esperaba, la temperatura máxima existe en la posición más alejada del fluido refrigerante, que corresponde al nodo 1. Las temperaturas a lo largo de la superficie en el álabe de la turbina expuesta a los gases de combustión son de particular interés y, con un esquema de interpolación con predicciones de diferencias finitas, se obtiene la siguiente distribución:



La transferencia de calor por unidad de longitud de canal se expresa como

$$q' = 4h_i[(\Delta y/2)(T_{21} - T_{\infty,i}) + (\Delta y/2 + \Delta x/2)(T_{15} - T_{\infty,i}) + (\Delta x)(T_{16} - T_{\infty,i}) + \Delta x(T_{17} - T_{\infty,i}) + (\Delta x/2)(T_{18} - T_{\infty,i})]$$

o, de manera alternativa, como

$$q' = 4h_o[(\Delta x/2)(T_{\infty,o} - T_1) + (\Delta x)(T_{\infty,o} - T_2) + (\Delta x)(T_{\infty,o} - T_3) + (\Delta x)(T_{\infty,o} - T_4) + (\Delta x)(T_{\infty,o} - T_5) + (\Delta x/2)(T_{\infty,o} - T_6)]$$

donde el factor de 4 se origina de las condiciones de simetría. En cualquier caso, obtenemos

$$q' = 3540.6 \text{ W/m}$$

Comentarios:

1. La exactitud de la solución en diferencias finitas se mejora refinando la malla. Por ejemplo, si dividimos a la mitad el espaciado de la malla ($\Delta x = \Delta y = 0.5$ mm), y con ello aumentamos el número de temperaturas nodales desconocidas a 65, obtenemos los siguientes resultados para temperaturas seleccionadas y la transferencia de calor:

   $T_1 = 1525.9$ K, $T_6 = 1520.5$ K, $T_{15} = 1509.2$ K,
   $T_{18} = 1504.5$ K, $T_{19} = 1513.5$K, $T_{21} = 1505.7$ K,
   $q' = 3539.9$ W/m

   La concordancia entre los dos conjuntos de resultados es excelente. Por supuesto, el uso de una malla más fina aumenta el tiempo de ajuste y de cálculo, aunque en muchos casos los resultados que se obtienen de una malla burda son satisfactorios. La selección de la malla apropiada es un juicio que debe hacer el ingeniero.

2. En la industria de turbinas de gas, hay gran interés en adoptar medidas que reduzcan las temperaturas de los álabes; este tipo de medidas incluiría el uso de una aleación diferente de conductividad térmica mayor y/o aumentar el flujo de refrigerante a tra-

vés del canal, incrementando con ello h_i. Con la solución de diferencias finitas con $\Delta x = \Delta y = 1$ mm, se obtuvieron los siguientes resultados de variaciones paramétricas de k y h_i:

k (W/m · K)	h_i (W/m² · K)	T_1 (K)	q' (W/m)
25	200	1526.0	3540.6
50	200	1523.4	3563.3
25	1000	1154.5	11,095.5
50	1000	1138.9	11,320.7

¿Por qué los incrementos en k y h_i reducen la temperatura en el álabe? ¿Por qué el efecto del cambio en h_i es más significativo que el de k?

3. Note que, debido a que la superficie externa del álabe está a una temperatura extremadamente alta, las pérdidas por radiación a sus alrededores pueden ser significativas. En el análisis de diferencias finitas, estos efectos se considerarían al linealizar la ecuación de flujo de radiación (véanse las ecuaciones 1.8 y 1.9) y tratar la radiación de la misma forma que la convección. Sin embargo, como el coeficiente de radiación h_r depende de la temperatura de la superficie, sería necesaria una solución iterativa en diferencias finitas para asegurar que las temperaturas superficiales resultantes corresponden a las temperaturas a las que h_r se evalúa en cada punto nodal.

4.6 Resumen

Para este momento usted ya debe de tener una apreciación de la naturaleza del problema de conducción bidimensional y de los métodos de que dispone para solucionarlos. Cuando se enfrente con un problema bidimensional, debe determinar primero si se conoce una solución exacta. Esto se logra examinando una o más de las muchas excelentes referencias en las que se obtienen soluciones exactas para la ecuación de calor [1−5]. También puede determinar si se conoce el factor forma para el sistema en cuestión [6−9]. Sin embargo, las condiciones a menudo son tales que emplear un factor de forma o una solución exacta no es posible, y es necesario recurrir a una solución en diferencias finitas. Ya ha de apreciar la naturaleza inherente del *proceso de discretización* y saber cómo formular las ecuaciones por diferencias finitas para los puntos discretos de una red nodal. Aunque tal vez sea conveniente resolver estas ecuaciones con cálculos manuales para una malla burda, debe de ser capaz de tratar mallas finas con algoritmos estándares de computadora que incluyen técnicas directas o iterativas.

Bibliografía

1. Schneider, P. J., *Conduction Heat Transfer*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1955
2. Arpaci, V. S., *Conduction Heat Transfer*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1996.
3. Özisik, M. N., *Boundary Value Problems of Heat Conduction*, International Textbook, Scranton, PA, 1968.
4. Kakac, S. y Y. Yener, *Heat Conduction*, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1985.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

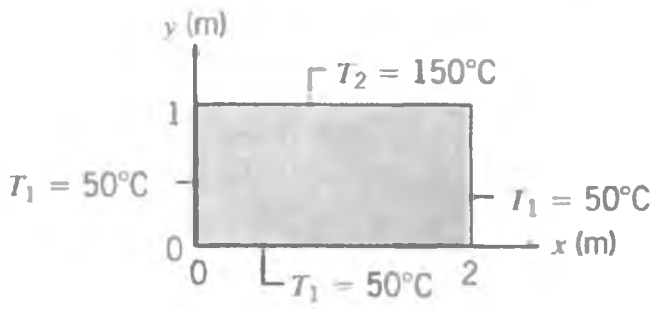
5. Poulikakos, D., *Conduction Heat Transfer*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
6. Sunderland, J. E. y K. R. Johnson, "Shape Factors for Heat Conduction Through Bodies with Isothermal or Convective Boundary Conditions", *Trans. ASHRAE*, **10**, 237-241, 1964.
7. Kutateladze, S. S., *Fundamentals of Heat Transfer*, Academic Press, Nueva York, 1963.
8. General Electric Co. (Corporate Research and Development), *Heat Transfer Data Book*, Section 502, General Electric Company, Schenectady, Nueva York, 1973.
9. Hahne, E. y U. Grigull, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 18, 751-767, 1975.
10. Gerald, C. F., *Applied Numerical Analysis*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1978.
11. Hoffman, J. D., Numerical Methods for Engineers and Scientists, McGraw-Hill, Nueva York, 1992.

Problemas

Soluciones exactas

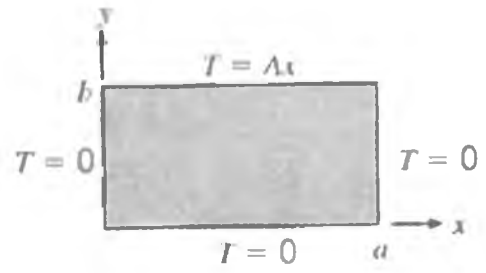
4.1 En el método de separación de variables (sección 4.2) para la conducción de estado estable en dos dimensiones, la constante de separación λ^2 en las ecuaciones 4.6 y 4.7 debe ser una constante positiva. Muestre que un valor negativo o cero de λ^2 tendrá como resultado soluciones que no satisfacen las condiciones de frontera establecidas.

4.2 Una placa rectangular bidimensional se sujeta a condiciones de frontera preestablecidas. Mediante los resultados de la solución exacta para la ecuación de calor que se presentó en la sección 4.2, calcule la temperatura en el punto medio (1, 0.5) considerando los primeros cinco términos diferentes de cero de la serie infinita que debe evaluarse. Estime el error que resulta de utilizar sólo los primeros tres términos de la serie infinita. Elabore una gráfica de las distribuciones de temperaturas $T(x, 0.5)$ y $T(1.0, y)$.



4.3 Considere la placa rectangular bidimensional del problema 4.2 que tiene una conductividad térmica de 50 Wm · K. Comenzando con la solución exacta para la distribución de temperaturas, derive una expresión para la rapidez de transferencia de calor por unidad de espesor de la placa a lo largo de la superficie inferior ($0 \leq x \leq 2$, $y = 0$). Evalúe la transferencia de calor con los primeros cinco términos diferentes de cero de la serie infinita.

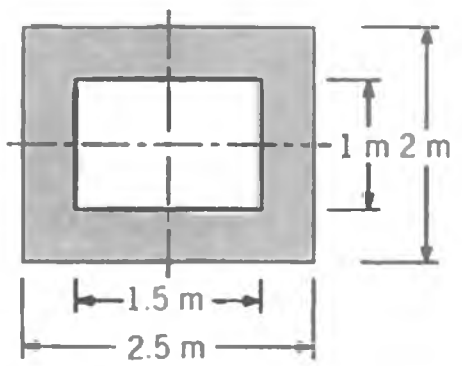
4.4 Una placa rectangular bidimensional se sujeta a las condiciones de frontera que se muestran. Derive una expresión para la distribución de temperaturas de estado estable $T(x, y)$.



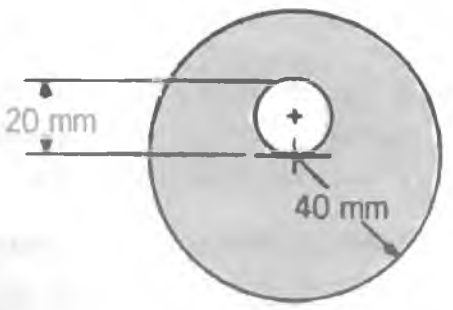
Gráficas de flujo

4.5 Una barra cuadrada infinitamente larga mantiene una de sus superficies a 100°C mientras que las otras tres permanecen en 0°C. Sin ejecutar una gráfica de flujo, dibuje las isotermas de 25 y 50°C. Explique cómo llega a sus formas y posiciones.

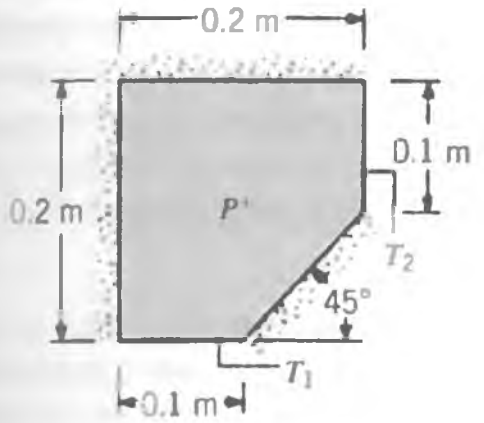
4.6 Un horno grande, fabricado con ladrillos refractarios con una conductividad térmica de 1.2 Wm · K, tiene la sección transversal que se muestra con temperaturas de las superficies interior y exterior de 600 y 60°C, respectivamente. Determine el factor de forma y la transferencia de calor por unidad de longitud con el método de graficación de flujo.



4.7 Un tubo caliente se encaja excéntricamente como se muestra en un material de conductividad térmica 0.5 W/m² · K. Con el método de graficación de flujo determine el factor de forma y la transferencia de calor por unidad de longitud cuando las temperaturas del tubo y la superficie externa son 150 y 35°C, respectivamente.



4.8 Un puntal de apoyo construido con un material cuya conductividad térmica es de 75 Wm · K tiene la sección transversal que se muestra. Las caras de los extremos están a diferentes temperaturas $T_1 = 100°C$ y $T_2 = 0°C$, mientras que los lados restantes están aislados.



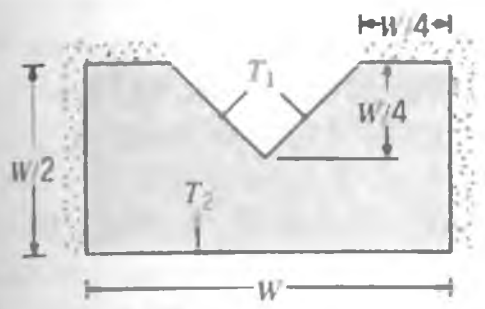
(a) Estime la temperatura en la posición P.

(b) Con el método de graficación del flujo, estime el factor de forma y la transferencia de calor a través del puntal por unidad de longitud.

(c) Dibuje las isotermas 25, 50 y 75°C.

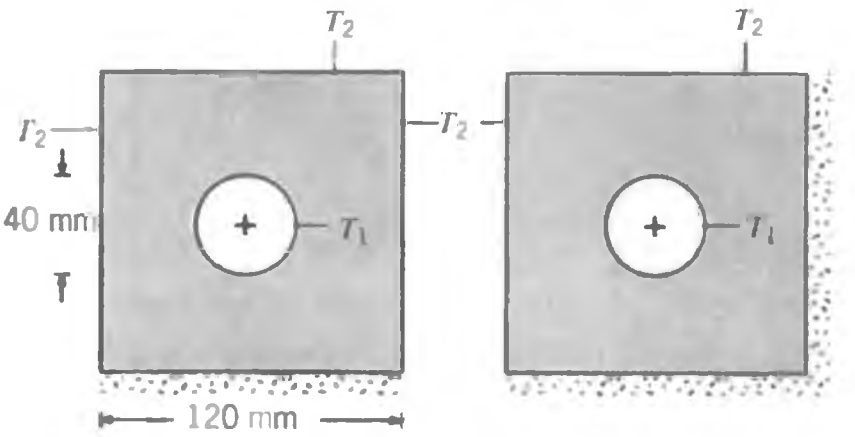
(d) Considere la misma geometría, pero ahora con las superficies de 0.1 m de ancho aisladas, la superficie de 45° mantenida a $T_1 = 100°C$, y las superficies de 0.2 m de ancho a $T_2 = 0°C$. Con el método de graficación de flujo, estime el factor de forma correspondiente y la transferencia de calor por unidad de longitud. Dibuje las isotermas 25, 50 y 75°C.

4.9 Un líquido caliente fluye por un canal en V en un sólido cuyas superficies superior y lateral están bien aisladas y cuya superficie inferior está en contacto con un fluido refrigerante.

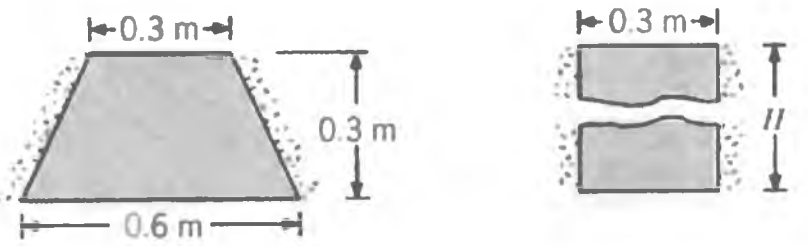


En consecuencia, la superficie del canal en V está a una temperatura T_1, que excede la de la superficie inferior, T_2. Construya una gráfica de flujo apropiada y determine el factor de forma del sistema.

4.10 Por un conducto muy largo de sección transversal interna circular y conductividad 1 W/m · K pasa un fluido caliente, que mantiene la superficie interna a $T_1 = 50°C$. Las superficies externas de la sección transversal están aisladas o se mantienen a una temperatura uniforme de $T_2 = 20°C$, dependiendo de la aplicación. Encuentre el factor de forma y la transferencia de calor para cada caso.



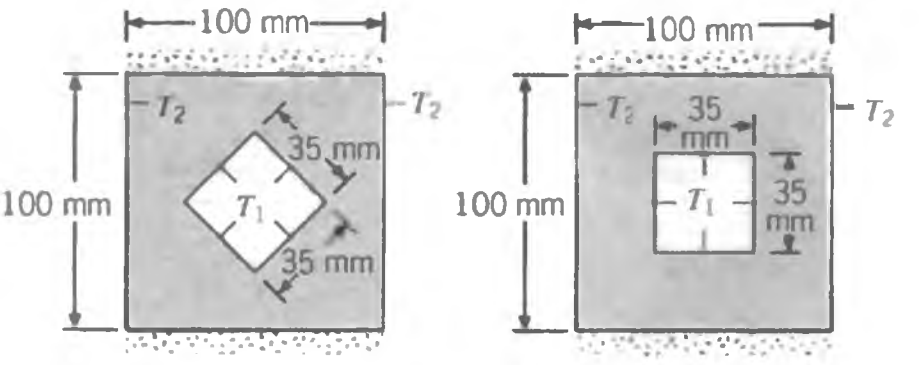
4.11 Una larga columna de soporte de sección transversal trapezoidal está bien aislada en sus lados, y se mantienen temperaturas de 100 y 0°C en las superficies superior e inferior, respectivamente. La columna está hecha de acero AISI 1010, y sus anchos en las superficies superior e inferior son 0.3 y 0.6, respectivamente.



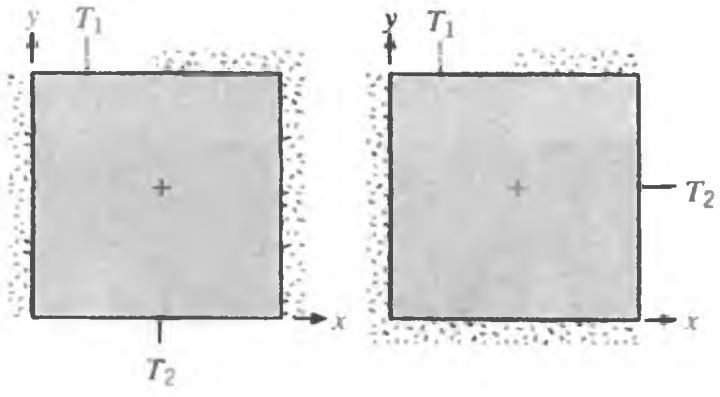
(a) Con el método de gráfica de flujo, determine la transferencia de calor por unidad de longitud de la columna.

(b) Si la columna trapezoidal se reemplaza con una barra de sección transversal rectangular de 0.3 m de ancho y del mismo material, ¿qué altura H debe tener la barra para proporcionar una resistencia térmica equivalente?

4.12 Se han fabricado barras prismáticas huecas de acero ordinario al carbono, de 1 m de longitud con superficies superior e inferior, así como ambos extremos, bien aislados. Para cada barra, encuentre el factor de forma y la transferencia de calor por unidad de longitud de barra si $T_1 = 500$ K y $T_2 = 300$ K.

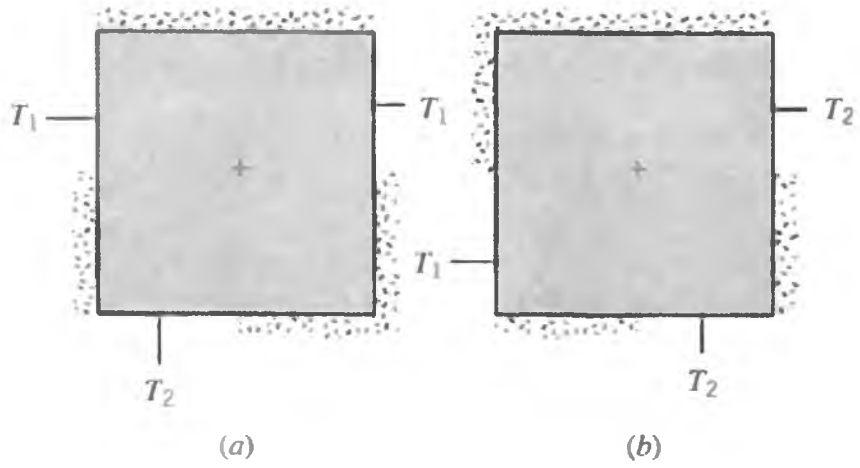


4.13 Unas formas cuadradas bidimensionales se mantienen a temperaturas uniformes en tramos de sus fronteras y están bien aisladas por el resto de sus partes. Use el método de la gráfica de flujo para estimar los factores de forma, así como las temperaturas en los centros de las geometrías.



(*a*) (*b*)

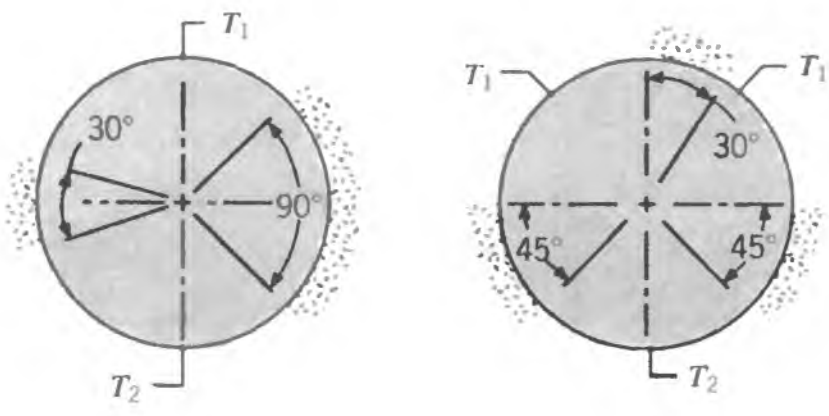
4.14 Las formas cuadradas bidimensionales de 1 m de lado se mantienen a temperaturas uniformes, $T_1 = 100°C$ y $T_2 = 0°C$, en partes de sus fronteras y están bien aisladas por el resto de sus partes.



(*a*) (*b*)

Utilice el método de la gráfica de flujo para estimar la transferencia de calor por unidad de longitud normal a la página si la conductividad térmica es 50 W/m · K.

4.15 Las formas circulares bidimensionales que se muestran mantienen las temperaturas uniformes en partes de sus fronteras. Use el método de la gráfica de flujo para estimar los factores de forma.



(*a*) (*b*)

Factores de forma

4.16 Con las relaciones de resistencia térmica que se desarrollaron en el capítulo 3 determine expresiones del factor de forma para las siguientes geometrías:

(a) Pared plana, capa cilíndrica y coraza esférica.

(b) Esfera isotérmica de diámetro D perforada en un medio infinito.

4.17 Se almacenan temporalmente desechos radiactivos en un contenedor esférico cuyo centro se entierra a una profundidad de 10 m bajo la superficie de la tierra. El diámetro exterior del contenedor mide 2 m, y se liberan 500 W de calor como resultado del proceso de descomposición radioactiva. Si la temperatura de la superficie del suelo es 20°C, ¿cuál es la temperatura de la superficie externa del contenedor en condiciones de estado estable? En un dibujo a escala del sistema suelo-contenedor, muestre isotermas representativas y líneas de flujo de calor en el suelo.

4.18 Un ducto para transporte de petróleo crudo se sepulta de modo que su línea central queda a una profundidad de 1.5 m bajo el suelo. El ducto tiene un diámetro externo de 0.5 m y está aislado con una capa de vidrio celular de 100 mm de espesor. ¿Cuál es la pérdida de calor por unidad de longitud del ducto en condiciones en las que el aceite calentado a 120°C fluye por el ducto y la superficie de la tierra está a una temperatura de 0°C?

4.19 Un conductor eléctrico largo se entierra en una zanja llena de arena ($k = 0.03$ W/m · K) a una profundidad de la línea central de 0.5 m. El conductor tiene un diámetro externo de 25 mm, y el flujo de corriente y la resistencia del cable ocasionan una disipación de 1 W por metro de longitud. El conductor se cubre con una manga aislante de 3 mm de espesor y conductividad térmica de 0.01 W/m · K. Estime la temperatura en la interfaz entre el conductor y la manga aislante cuando la temperatura en la superficie de la arena es 20°C.

4.20 Un cable largo de trasmisión de energía se entierra a una profundidad (distancia tierra a la línea central del cable) de 2 m. El cable está enfundado en un tubo de pared delgada de 0.1 m de diámetro, y para hacer al cable un *conductor* (esencialmente cero disipación de energía) el espacio entre el cable y el tubo está lleno de nitrógeno líquido a 77 K. Si el tubo se cubre con un superaislante ($k_i = 0.005$ W/m · K) de 0.05 m de espesor y la superficie de la tierra ($k_g = 1.2$ W/m · K) está a 300 K, ¿cuál es la carga de enfriamiento en W/m que debe mantener un refrigerador criogénico por unidad de longitud de ducto?

4.21 Un calentador eléctrico de 100 mm de longitud y 5 mm de diámetro se inserta en un hoyo hecho en dir

normal a la superficie de un bloque largo de material que tiene una conductividad térmica de 5 W/m · K. Estime la temperatura alcanzada por el calentador cuando disipa 50 W con la superficie del bloque a 25°C.

4.22 Dos tuberías paralelas espaciadas 0.5 m se entierran en un suelo de conductividad térmica de 0.5 W/m · K. Las tuberías tienen diámetros externos de 100 y 75 mm con temperaturas superficiales de 175 y 5°C, respectivamente. Estime la transferencia de calor por unidad de longitud entre las dos tuberías.

4.23 Un tubo de 50 mm de diámetro que tiene una temperatura superficial de 85°C está encajado en el plano central de una losa de concreto de 0.1 m de espesor con superficies superior e inferior a 20°C.

(a) Mediante la relación tabulada apropiada para esta configuración, encuentre el factor de forma. Determine la transferencia de calor por unidad de longitud de tubo.

(b) Usando el método de la gráfica de flujo, estime el factor de forma y compare con el resultado de la parte (a).

4.24 Vapor presurizado a 450 K fluye por un tubo largo de pared delgada de 0.5 m de diámetro. El tubo está envuelto por una funda de concreto de sección transversal cuadrada de 1.5 m de lado. El eje del tubo se centra en la funda, y las superficies externas de la funda se mantienen a 300 K. ¿Cuál es la pérdida de calor por unidad de longitud de tubo?

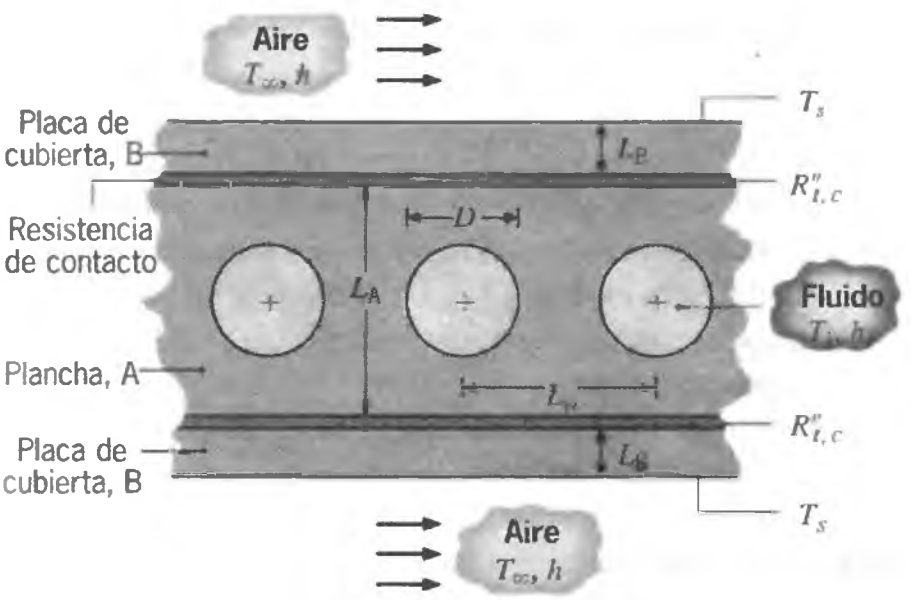
4.25 Por un tubo de cobre de pared delgada de 30 mm de diámetro fluye agua caliente a 85°C. El tubo está forrado de una capa cilíndrica excéntrica que se mantiene a 35°C y mide 120 mm de diámetro. La excentricidad, definida como la separación entre los centros del tubo y la capa, es 20 mm. El espacio entre el tubo y la capa está llena de un material aislante que tiene una conductividad térmica de 0.05 W/m · K. Calcule la pérdida de calor por unidad de longitud de tubo y compare el resultado con la pérdida de calor para un arreglo concéntrico.

4.26 Un horno de forma cúbica, con dimensiones externas de 0.35 m, está hecho de ladrillo refractario (arcilla refractaria). Si el espesor de la pared es 50 mm, la temperatura de la superficie interna es 600°C y la de la superficie externa es 75°C, calcule la pérdida de calor del horno.

Factores de forma con circuitos térmicos

4.27 Un horno cúbico de fundición de vidrio tiene dimensiones exteriores de ancho $W = 5$ m por lado y está construido de ladrillo refractario de espesor $L = 0.35$ m y conductividad térmica $k = 1.4$ W/m · K. Los lados y la parte superior del horno se exponen al aire ambiental a 25°C, con convección libre caracterizada por un coeficiente promedio $h = 5$ W/m^2 · K. La parte inferior del horno descansa sobre una plataforma enmarcada en la que gran parte de la superficie se expone al aire ambiental, y puede suponérsele un coeficiente de convección $h = 5$ W/m^2 · K como primera aproximación. En condiciones de operación para las que los gases de combustión mantienen las superficies internas del horno a 1100°C, ¿cuál es la pérdida de calor del horno?

4.28 Un fluido caliente pasa por canales circulares de una plancha de hierro colado (A) de espesor $L_A = 30$ mm que está en contacto pobre con las placas de cubierta (B) de espesor $L_B = 7.5$ mm. Los canales tienen un diámetro $D = 15$ mm con un espaciado de línea central de $L_o = 60$ mm. Las conductividades térmicas de los materiales son $k_A = 20$ W/m · K y $k_B = 75$ W/m · K, mientras que la resistencia de contacto entre los dos materiales es $R''_{t,c} = 2.0 \times 10^{-4}$ m^2 · K/W. El fluido caliente está a $T_i = 150$°C, y el coeficiente de convección es 1000 W/m^2 · K. La placa de cubierta se expone al aire ambiental a $T_\infty = 25$°C con un coeficiente de convección de 200 W/m^2 · K.



(a) Determine la transferencia de calor de un solo canal por unidad de longitud de la plancha en dirección normal a la página, q'_i.

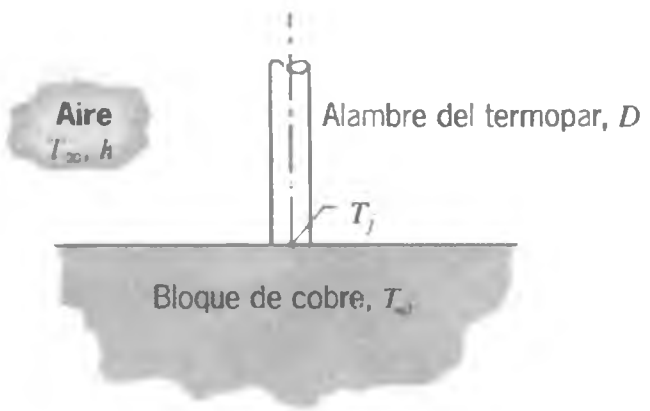
(b) Determine la temperatura de la superficie externa de la placa de cubierta, T_s.

(c) Comente los efectos que cambiar el espaciado de la línea central tendrá sobre q'_i y T_s. ¿Cómo afectaría aislar la superficie inferior a q'_i y T_s?

4.29 Un alambre largo de constantán de 1 mm de diámetro se suelda a tope a la superficie de un bloque largo de cobre, lo que forma una unión de termopar. El alambre se com-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

porta como una aleta, lo que permite al calor fluir desde la superficie, reduciendo por ello la temperatura de la unión sensible T_j por debajo de la del bloque T_o.

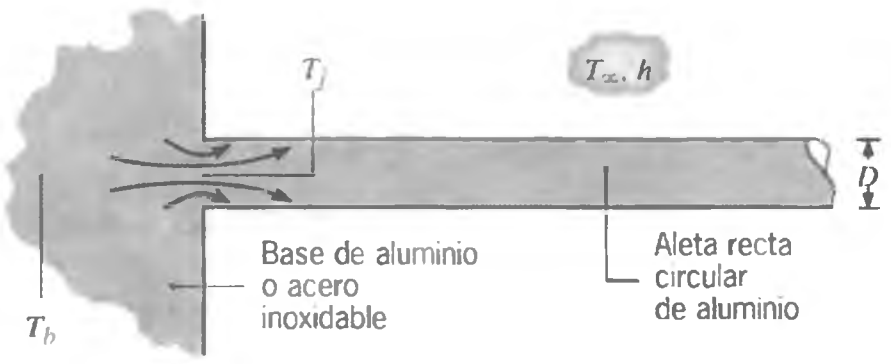


(a) Si el alambre está en aire a 25°C con un coeficiente de convección de 10 W/m² · K, estime el error de medición ($T_j - T_o$) para el termopar cuando el bloque está a 125°C.

(b) Para coeficientes de convección de 5, 10 y 25 W/m² · K, trace el error de medición como función de la conductividad térmica del material del bloque en el rango de 15 a 400 W/m · K. ¿En qué circunstancias es ventajoso usar un alambre de diámetro más pequeño?

4.30 Un conjunto más realista de condiciones para el ejemplo 4.1 implicaría el establecimiento de temperaturas y coeficientes de convección asociados con fluidos contiguos a las superficies interna y externa, en lugar de la especificación de las temperaturas de superficie. Considere condiciones para las que las superficies externas se expongan al aire ambiental, con $T_{\infty,2} = 25°C$ y $h_2 = 4$ W/m² · K, mientras que el aceite caliente que fluye por el hueco está caracterizado por $T_{\infty,1} = 300°C$ y $h_1 = 50$ W/m² · K. Determine la transferencia de calor y las temperaturas de las superficies correspondientes.

4.31 En el capítulo 3 supusimos que, cada vez que se unen aletas a un material base, la temperatura de la base no cambia. Lo que en verdad ocurre es que, si la temperatura del material de la base excede la temperatura del fluido, la unión de una aleta disminuye la temperatura de la unión T_j por debajo de la temperatura de la base, y el flujo de calor del material de la base a la aleta es bidimensional.



Considere condiciones en las que una aleta larga circular de aluminio de diámetro $D = 5$ mm se une al material de la base cuya temperatura lejos de la unión se mantiene a $T_b = 100°C$. Encuentre condiciones de convección que correspondan a $h = 50$ W/m² · K y $T_\infty = 25°C$.

(a) ¿Cuáles son la transferencia de calor de la aleta y la temperatura de la unión cuando el material de la base es (i) aluminio ($k = 240$ W/m · K) y (ii) acero inoxidable ($k = 15$ W/m · K)?

(b) Repita los cálculos anteriores si una resistencia de contacto térmica $R''_{t,c} = 3 \times 110^{-5}$ m² · K/W se asocia con el método de unión de la aleta recta circular al material de la base.

(c) Considere la resistencia térmica de contacto y elabore una gráfica de la transferencia de calor como función del coeficiente de convección en el rango $10 \leq h \leq 100$ W/m² · K para cada uno de los dos materiales.

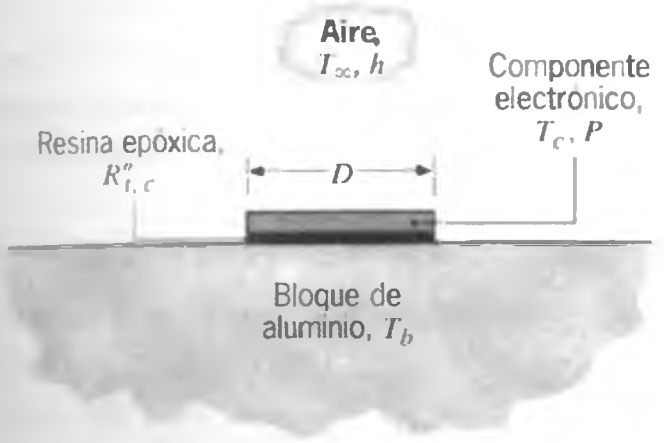
4.32 Se construye un iglú en forma de hemisferio, con un radio interno de 1.8 m y paredes de nieve compactada que tienen 0.5 m de grosor. En el interior del iglú el coeficiente de transferencia de calor superficial es 6 W/m² · K, en el exterior, en condiciones normales de viento, es 25 W/m² · K. La conductividad térmica de la nieve compactada es 0.15 W/m · K. La temperatura de la capa de hielo sobre la que se asienta el iglú es −20°C y tiene la misma conductividad térmica que la nieve compactada.



(a) Suponiendo que el calor corporal de los ocupantes proporciona una fuente continua de 320 W dentro del iglú, calcule la temperatura del aire interior cuando la del aire exterior es $T_\infty = -40°C$. Asegúrese de considerar las pérdidas de calor a través del piso del iglú.

(b) Utilizando el circuito térmico de la parte (a), lleve a cabo un análisis de sensibilidad de parámetros para determinar cuáles variables tienen un efecto significativo sobre la temperatura del aire interior. Por ejemplo, para condiciones de viento muy fuerte, el coeficiente de convección externo se duplicará o en exceso triplicará. ¿Tiene sentido construir el iglú con paredes de la mitad o el doble de espesor?

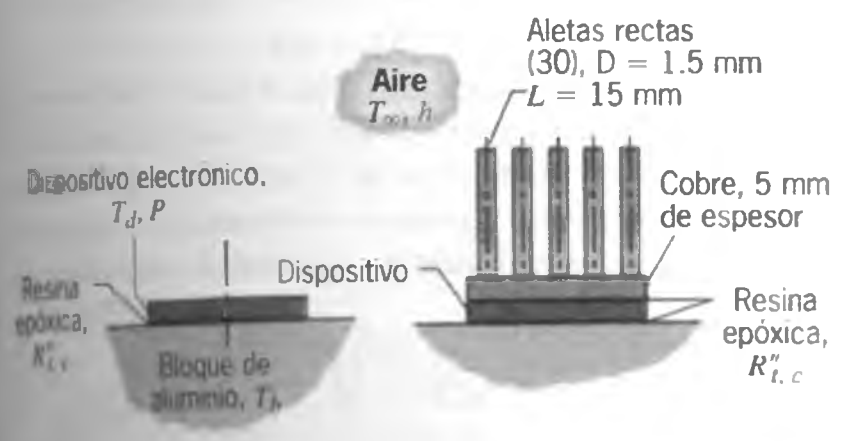
4.33 Un componente electrónico delgado de disipación de potencia tiene un diámetro $D = 10$ mm, y una superficie se pega con resina epóxica a un bloque grande de aluminio ($k = 237$ Wm · K). La resistencia interna para un área unitaria de la unión epóxica es $R''_{t,c} = 0.5 \times 10^{-4}$ m² · K/W, y en puntos bastante distantes del componente el bloque se mantiene a una temperatura $T_b = 25$°C. La otra superficie se expone a un flujo de aire para el que $h = 25$ W/m² · K y $T_\infty = 25$ °C.



(a) Dibuje el circuito térmico del sistema y etiquete las resistencias térmicas, las direcciones del flujo de calor y las temperaturas T_b y T_∞.

(b) Si la temperatura del componente no puede exceder $T_c = 100$ °C, ¿cuál es la potencia de operación P máxima permisible?

4.34 Un dispositivo electrónico en forma de disco de 20 mm de diámetro disipa 100 W cuando se monta al mismo nivel sobre un bloque grande de aleación de aluminio (2024) cuya temperatura se mantiene a 27°C. El arreglo de montaje es tal que hay una resistencia de contacto $R''_{t,c} = 5 \times 10^{-5}$ m² · K/W en la interfaz entre el dispositivo y el bloque.



(a) Calcule la temperatura que alcanzará el dispositivo suponiendo que toda la potencia que el mismo genera debe transferirse por conducción al bloque.

(b) A fin de operar el aparato en un nivel de alta potencia, un diseñador de circuitos propone unir un sumidero de calor con aletas en la parte superior del dispositivo. Las aletas rectas circulares están hechas de cobre ($k = 400$ Wm · K) y están expuestas a un flujo de aire a 27°C para el que el coeficiente de convección es 1000 W/m² · K. Para la temperatura del dispositivo que se calculó en la parte (a), ¿cuál es la potencia de operación permisible?

Ecuaciones en diferencias finitas: derivación

4.35 Considere la configuración nodal 2 de la tabla 4.2. Derive las ecuaciones en diferencias finitas, en condiciones de estado estable, para las siguientes situaciones.

(a) La frontera horizontal de la esquina interna está perfectamente aislada y la frontera vertical está sujeta al proceso de convección (T_∞, h).

(b) Ambas fronteras de la esquina interna están perfectamente aisladas. ¿Cómo se compara este resultado con la ecuación 4.45?

4.36 Considere la configuración nodal 3 de la tabla 4.2. Derive las ecuaciones en diferencias finitas, en condiciones de estado estable, para las siguientes situaciones.

(a) La frontera está aislada. Explique cómo modificar la ecuación 4.46 para que concuerde con su resultado.

(b) La frontera está sujeta a un flujo de calor constante.

4.37 Considere la configuración nodal 4 de la tabla 4.2. Derive las ecuaciones en diferencias finitas en condiciones de estado estable para las siguientes situaciones.

(a) La frontera superior de la esquina externa está perfectamente aislada y la frontera lateral está sujeta al proceso de convección (T_∞, h).

(b) Ambas fronteras de la esquina externa están perfectamente aisladas. ¿Cómo se compara este resultado con la ecuación 4.47?

4.38 Considere la transferencia de calor en un sistema coordenado cilíndrico unidimensional (radial), en condiciones de estado estable, con generación volumétrica de calor.

(a) Derive la ecuación en diferencias finitas para cualquier nodo interior m.

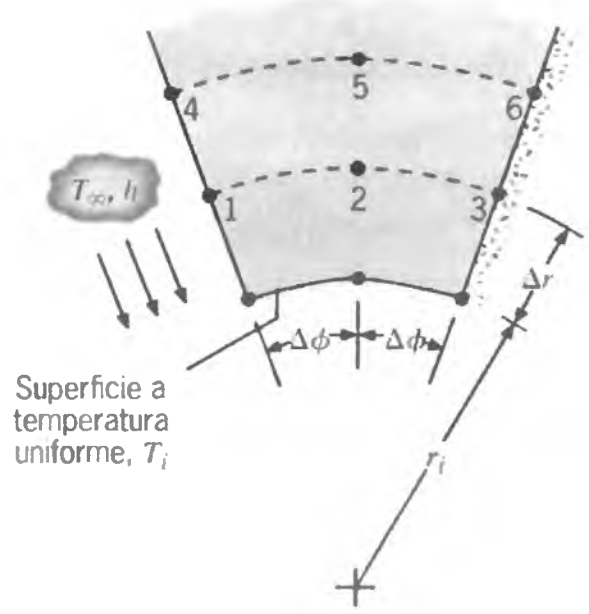
(b) Derive la ecuación en diferencias finitas para el nodo n localizado en la frontera externa sujeto al proceso de convección (T_∞, h).

4.39 Derive las ecuaciones en diferencias finitas que se requieren en el problema 4.38, pero para un sistema coordenado esférico unidimensional (radial).

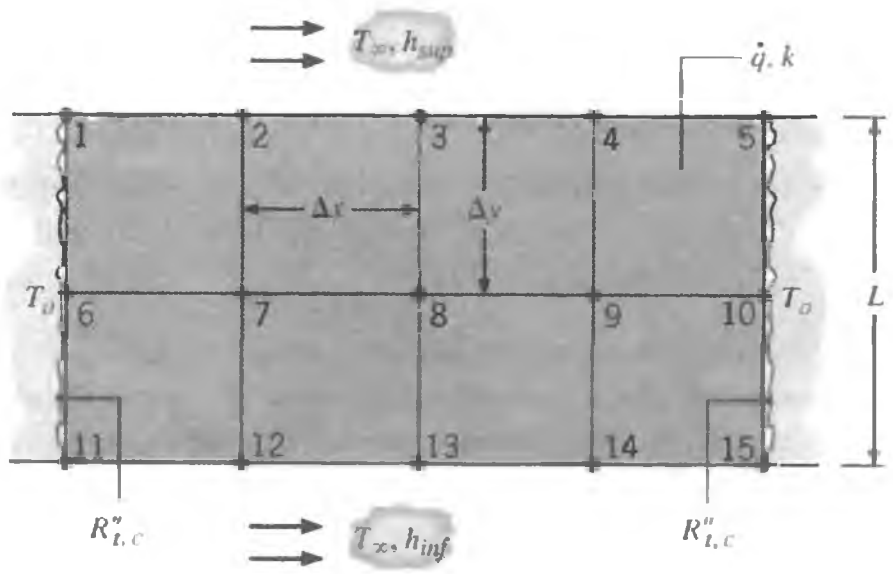
4.40 En una configuración cilíndrica bidimensional, los espaciados radial (Δr) y angular ($\Delta \phi$) de los nodos son uniformes. La frontera en $r = r_i$ es de temperatura uniforme T_i.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Las fronteras en la dirección radial son adiabáticas (aisladas) y expuestas a convección de superficie (T_∞, h), como se ilustra. Derive las ecuaciones en diferencias finitas para (a) el nodo 2, (b) el nodo 3 y (c) el nodo 1.



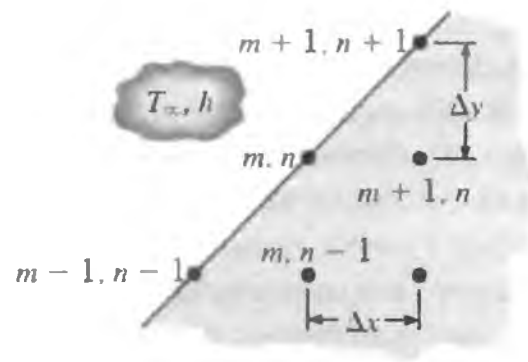
4.41 Las superficies superior e inferior de una barra de conducción se enfrían convectivamente por acción del aire a T_∞, y $h_{sup} \neq h_{inf}$. Los lados se enfrían manteniendo contacto con sumideros de calor a T_o, a través de una resistencia térmica de contacto de $R''_{t,c}$. La barra tiene conductividad térmica k, y el ancho es el doble del espesor L.



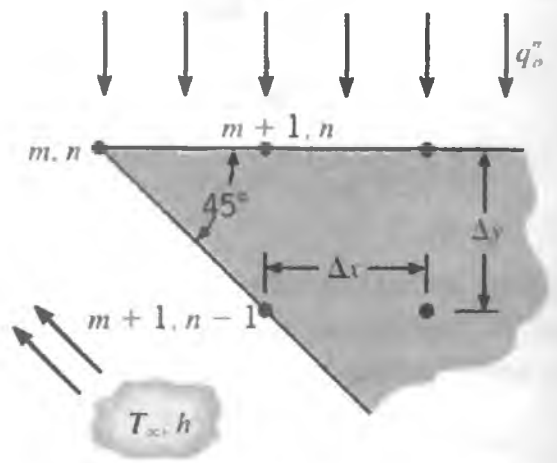
Considere condiciones de estado estable para las que se genera calor de manera uniforme a una tasa volumétrica $\dot{q}$ debido al paso de una corriente eléctrica. Use el método del balance de energía para derivar ecuaciones en diferencias finitas para los nodos 1 y 13.

4.42 Derive las ecuaciones en diferencias finitas nodales para las siguientes configuraciones.

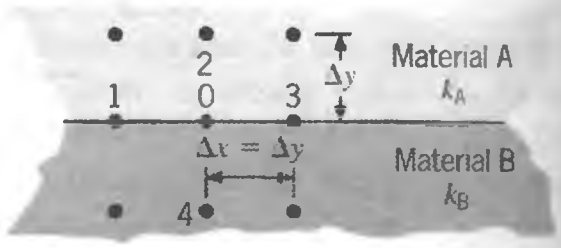
(a) Nodo m, n sobre una frontera diagonal sujeta a convección con un fluido a T_∞ y con un coeficiente de transferencia de calor h. Suponga $\Delta x = \Delta y$.



(b) Nodo m, n en la punta de una herramienta de corte con la superficie superior expuesta a un flujo de calor constante q''_o, y la superficie diagonal expuesta a un proceso de enfriamiento por convección con el fluido a T_∞ y un coeficiente de transferencia de calor h. Suponga $\Delta x = \Delta y$.

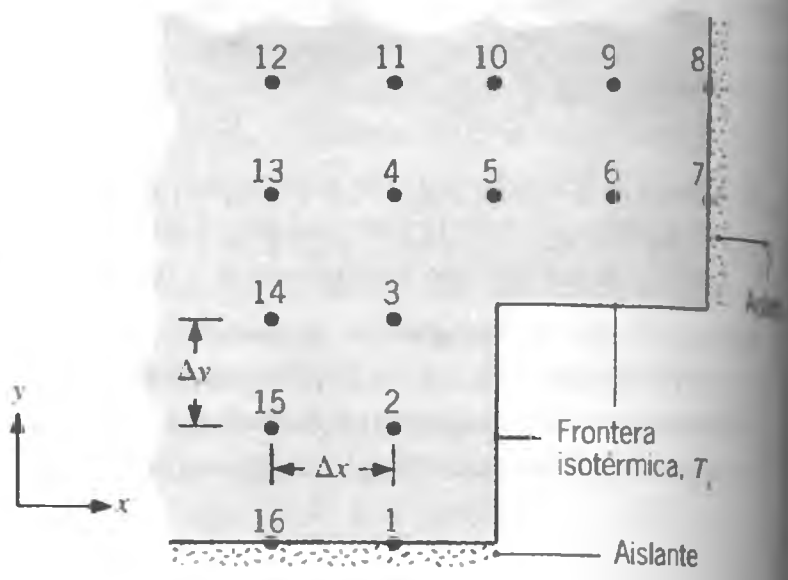


4.43 Considere el punto nodal 0 localizado en la frontera entre materiales de conductividad térmica k_A y k_B.



Derive la ecuación en diferencias finitas, suponiendo que no hay generación interna.

4.44 Considere la malla bidimensional ($\Delta x = \Delta y$) que representa condiciones de estado estable sin generación volumétrica interna para un sistema con conductividad térmica k. Una de las fronteras se mantiene a una temperatura constante T_s mientras que las otras son adiabáticas.



Derive una expresión para la transferencia de calor por unidad de longitud normal a la página que cruza la frontera isotérmica (T_s).

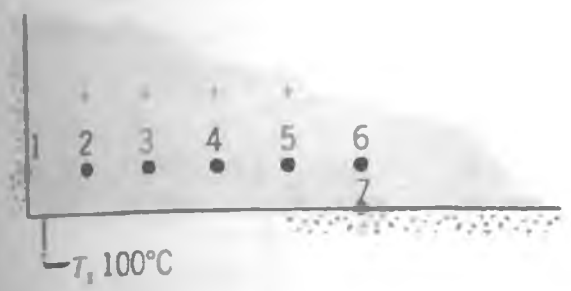
4.45 Considere una aleta unidimensional de área de sección transversal uniforme, aislada en su punta, $x = L$. (Véase la tabla 3.4, caso B). Se conocen las temperaturas en la base de la aleta T_b y del fluido T_∞, así como el coeficiente de transferencia de calor h y la conductividad térmica k.

(a) Derive la ecuación en diferencias finitas para cualquier nodo interior m.

(b) Derive la ecuación en diferencias finitas para un nodo n situado en la punta aislada.

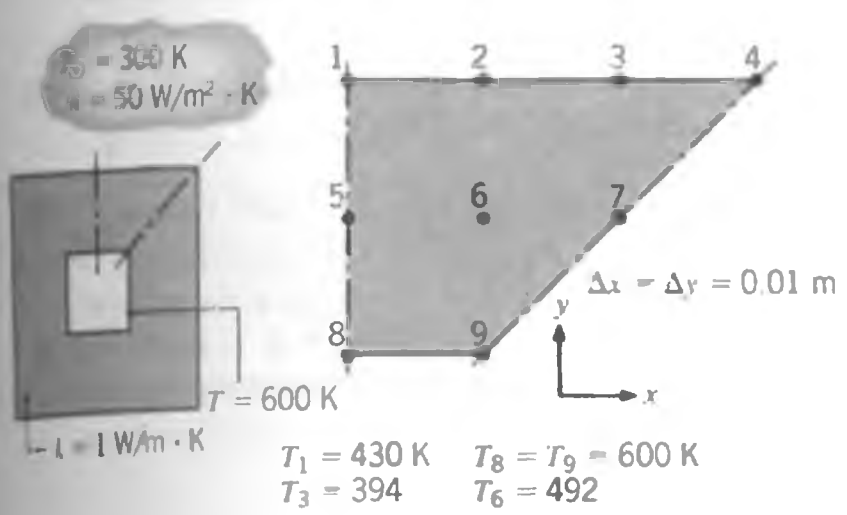
Ecuaciones en diferencias finitas: análisis

4.46 Considere la red para un sistema bidimensional con generación volumétrica interna que tiene las temperaturas nodales que se muestran abajo. Si el espacio de la malla es 12.5 mm y la conductividad térmica del material es 50 W/m · K, calcule la transferencia de calor por unidad de longitud normal a la página desde la superficie isotérmica (T_s).



Nodo	T_i (°C)
1	120.55
2	120.64
3	121.29
4	123.89
5	134.57
6	150.49
7	147.14

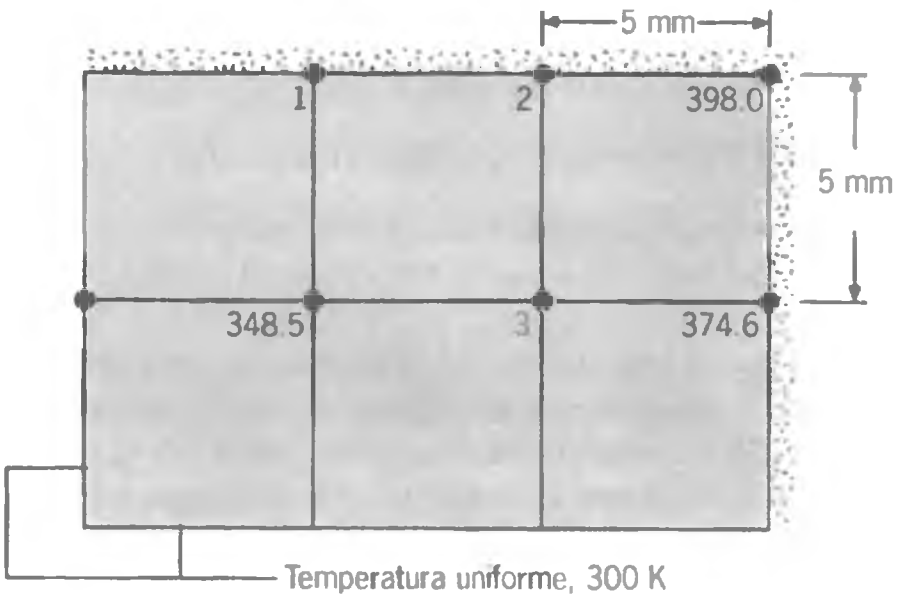
4.47 Considere el canal cuadrado que se muestra en el dibujo en operación en condiciones de estado estable. La superficie interior del canal está a una temperatura uniforme de 600 K, mientras que la superficie externa se expone a la convección con un fluido a 300 K y un coeficiente de convección de 50 W/m² · K. De un elemento simétrico del canal se ha construido una malla y se han etiquetado los nodos. Las temperaturas para los nodos 1, 3, 6, 8 y 9 están identificadas.



(a) Comenzando con volúmenes de control definidos apropiadamente, derive las ecuaciones en diferencias finitas para los nodos 2, 4 y 7 y determine las temperaturas T_2, T_4 y T_7 (K).

(b) Calcule la pérdida de calor por unidad de longitud desde el canal.

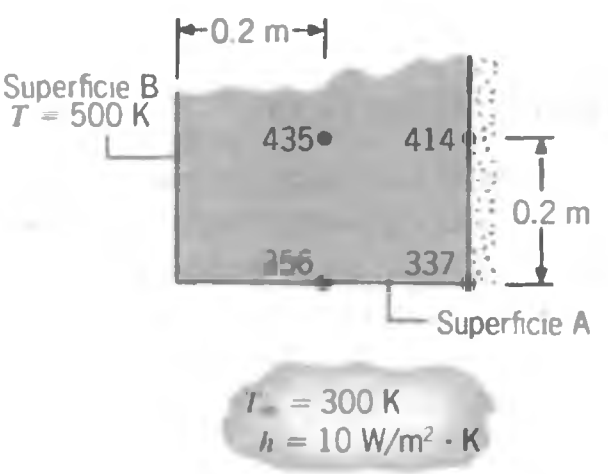
4.48 Las temperaturas de estado estable (K) en tres puntos nodales de una varilla rectangular larga son como se muestra. La varilla experimenta una rapidez de generación volumétrica uniforme de 5×10^7 W/m³ y tiene una conductividad térmica de 20 W/m · K. Dos de sus lados se mantienen a una temperatura constante de 300 K, mientras que los otros están aislados.



(a) Determine las temperaturas en los nodos 1, 2 y 3.

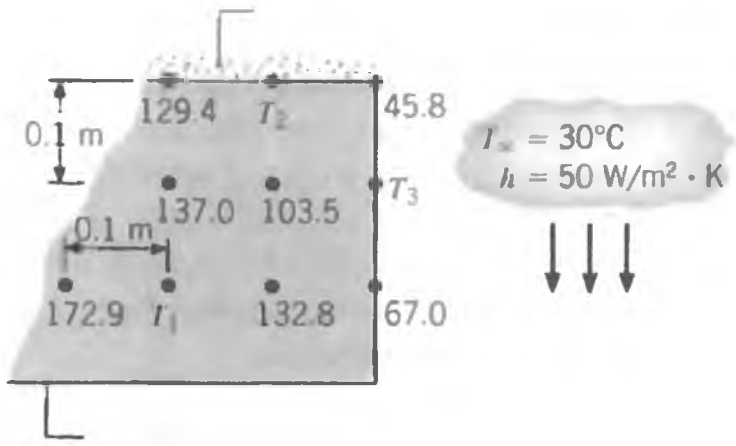
(b) Calcule la transferencia de calor por unidad de longitud (W/m) de la varilla con las temperaturas nodales. Compare este resultado con la transferencia de calor calculada del conocimiento de la generación volumétrica y las dimensiones de la varilla.

4.49 Las temperaturas (K) en los puntos nodales de un sistema bidimensional son como se muestra. La superficie B se conserva a una temperatura uniforme, mientras que la superficie A se sujeta a una condición de convección de frontera. Calcule la transferencia de calor que deja la superficie A por unidad de espesor normal a la página. Estime la conductividad térmica del material.



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del Litoral

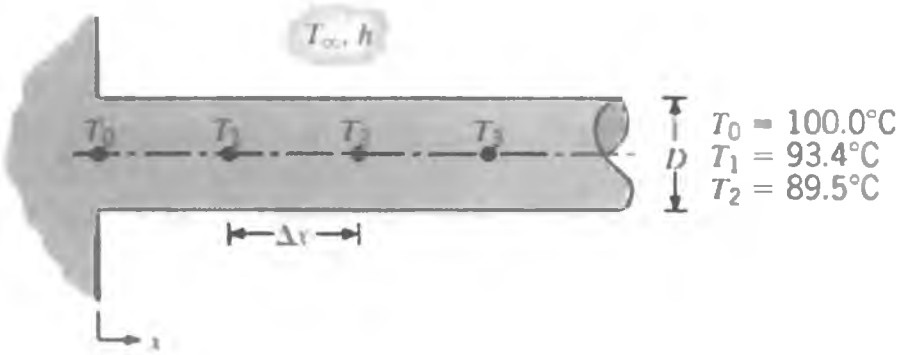
4.50 Las temperaturas de estado estable (°C) asociadas con puntos nodales seleccionados de un sistema bidimensional que tiene una conductividad térmica de 1.5 W/m · K se muestran en la malla.



(a) Determine las temperaturas en los nodos 1, 2 y 3.

(b) Calcule la transferencia de calor por unidad de espesor normal a la página del sistema al fluido.

4.51 Se llevó a cabo un análisis en diferencias finitas en estado estable sobre una aleta cilíndrica con un diámetro de 12 mm y conductividad térmica de 15 W/m · K. El proceso de convección se caracteriza por una temperatura del fluido de 25°C y un coeficiente de transferencia de calor de 25 W/m² · K.

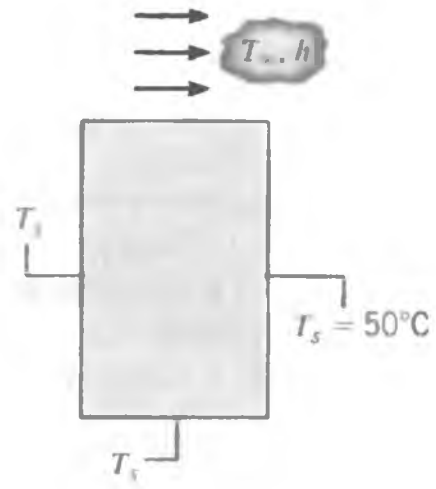


(a) Las temperaturas para los primeros tres nodos, separados por un incremento espacial de $x = 10$ mm, se dan en el dibujo. Determine la transferencia de calor de la aleta.

(b) Determine la temperatura en el nodo 3, T_3.

Soluciones en diferencias finitas

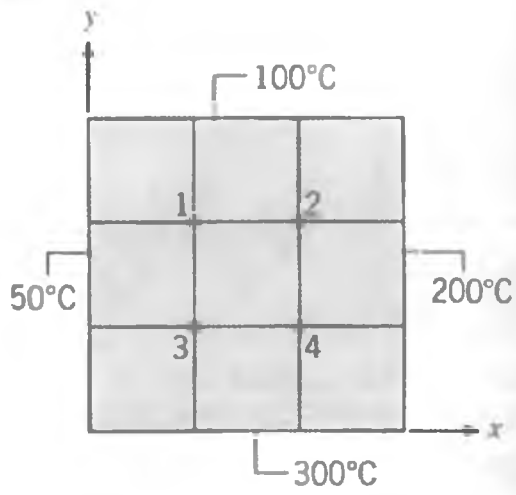
4.52 Una barra larga de sección transversal rectangular tiene 60 mm por 90 mm en un lado y una conductividad térmica de 1 W/m · K. Una de las superficies se expone a un proceso de convección con aire a 100°C y un coeficiente de convección de 100 W/m² · K, mientras que las restantes se mantienen a 50°C.



(a) Con un espaciado de malla de 30 mm, y el método de iteración de Gauss-Seidel, determine las temperaturas nodales y la transferencia de calor por unidad de longitud normal a la página en la barra desde el aire.

(b) Determine el efecto del espaciado de la malla sobre el campo de temperaturas y la transferencia de calor. De forma específica, considere un espaciado de malla de 15 mm. Para esta malla, explore el efecto de cambios en h sobre el campo de temperaturas.

4.53 Considere la conducción bidimensional de estado estable en una sección transversal cuadrada con las temperaturas superficiales que se establecen.



(a) Determine las temperaturas en los nodos 1, 2, 3 y 4. Estime la temperatura del punto medio.

(b) Reduciendo el tamaño de la malla por un factor de 2, determine las temperaturas nodales correspondientes. Compare sus resultados con los de la malla burda.

(c) De los resultados para la malla más fina, trace las isotermas 55, 150 y 250°C.

4.54 Considere una barra larga de sección transversal cuadrada (0.8 m por lado) y de conductividad térmica 2 W/m · K. Tres de estos lados se mantienen a una temperatura uniforme de 300°C. El cuarto lado se expone a un flujo de 100°C para el que el coeficiente de transferencia de calor por convección es 10 W/m² · K.

(a) Con una técnica numérica apropiada y un espaciado de malla de 0.2 m, determine la temperatura del punto medio y la transferencia de calor entre la barra y el fluido por unidad de longitud de la barra.

(b) Mediante la reducción del espaciado de la malla por un factor de 2, determine la temperatura del punto medio y la transferencia de calor. Elabore una gráfica de la distribución de temperaturas correspondiente a través de la superficie expuesta al fluido. También dibuje las isotermas 200 y 250°C.

4.55 Una varilla conductora larga de sección transversal rectangular (20 mm × 30 mm) y conductividad térmica $k = 20$ Wm · K experimenta una generación de calor uniforme a una razón de $\dot{q} = 5 \times 10^7$ W/m³, mientras sus superficies se mantienen a 27 °C.

(a) Con el método de diferencias finitas y un espaciado de malla de 5 mm, determine la distribución de temperaturas en la varilla.

(b) Si las condiciones de frontera no cambian, ¿qué rapidez de generación de calor ocasionará que la temperatura del punto medio alcance 600°C?

4.56 Un tubo por el que pasan gases de escape tiene una sección transversal cuadrada de 300 mm por lado. Las paredes son de ladrillo refractario de 150 mm de espesor con conductividad térmica de 0.85 Wm · K. Calcule la pérdida de calor del tubo de escape por unidad de longitud cuando las superficies interior y exterior se mantienen a 350 y 25°C, respectivamente. Use un espaciado de malla de 75 mm.

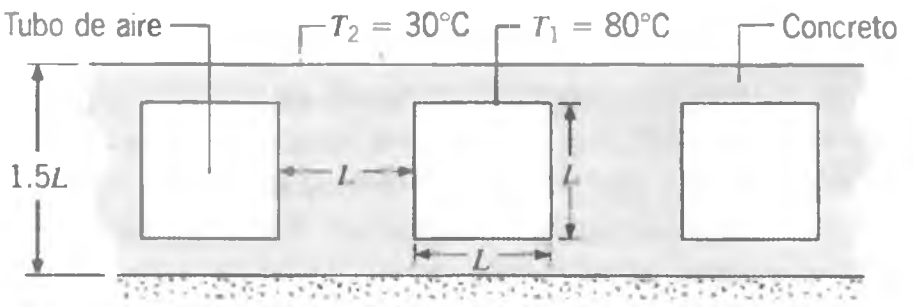
4.57 Considere el sistema del problema 4.56. La superficie interior se expone a gases calientes a 350 °C con un coeficiente de convección de 100 W/m² · K, mientras la superficie exterior experimenta convección con aire a 25°C y un coeficiente de convección de 5 W/m² · K.

(a) Para un espaciado de malla de 75 mm, calcule el campo de temperaturas dentro del sistema y determine la pérdida de calor por unidad de longitud por convección desde la superficie externa del escape al aire. Compare este resultado con el calor ganado por convección desde los gases calientes al aire.

(b) Determine el efecto del espaciado de la malla sobre el campo de temperaturas y la pérdida de calor por unidad de longitud al aire. De manera específica, considere un espaciado de malla de 25 mm. Para $\Delta x = \Delta y = 25$ mm, explore el efecto de cambios en los coeficientes de convección sobre el campo de temperaturas, y la pérdida de calor.

4.58 El perímetro de una placa de 4 mm de espesor, conductividad térmica 2 Wm · K y sección transversal cuadrada (100 mm por lado) se mantiene a 600 K. Una superficie de la placa está aislada, mientras la otra tiene una emisividad de 0.9 y está expuesta a alrededores a una temperatura de 300 K. No tome en cuenta los gradientes de temperatura en la dirección del espesor de la placa y use el método de Gauss-Seidel, con un espaciado de malla de 25 mm, para determinar el intercambio de calor por radiación entre la placa y sus alrededores. *Sugerencia:* Linealice la ecuación de la rapidez de radiación de acuerdo con la ecuación 1.8; después de cada iteración, actualice el valor del coeficiente de transferencia de calor por radiación h_r.

4.59 Un arreglo común para calentar un área superficial grande es mover aire caliente a través de tubos rectangulares bajo la superficie. Los tubos son cuadrados y se localizan a medio camino entre las superficies superior e inferior que están una expuesta al aire del ambiente y otra, aislada.

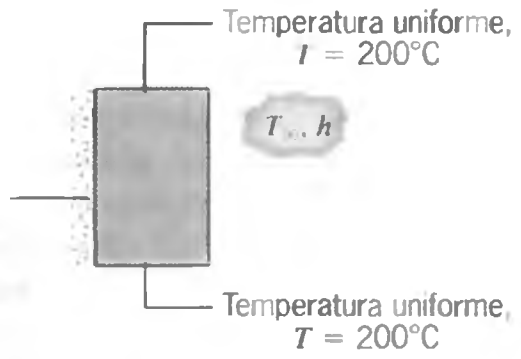


Cuando las temperaturas del piso y del tubo son 30 y 80°C, respectivamente, y la conductividad térmica del concreto es 1.4 Wm · K, calcule la transferencia de calor de cada tubo por unidad de longitud del mismo. Use un espaciado de la malla con $\Delta x = 2\Delta y$, donde $\Delta y = 0.125L$ y $L = 150$ mm.

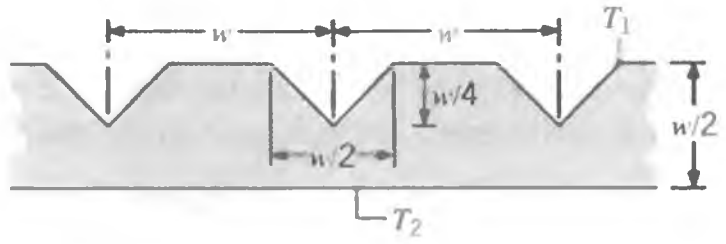
4.60 Considere el esquema de enfriamiento de turbina de gas del ejemplo 4.4. En el problema 3.23, se describen las ventajas asociadas con la aplicación de un *recubrimiento de barrera térmica* (TBC) a la superficie exterior de un álabe de la turbina. Si se aplica un recubrimiento de circonio de 0.5 mm de espesor ($k = 1.3$ W/m · K, $R''_{t,c} = 10^{-4}$ m² · K/W) a la superficie externa del álabe enfriada por aire, determine el campo de temperaturas en el álabe para las condiciones de operación del ejemplo 4.4.

4.61 Una barra larga de sección transversal rectangular de 0.4 m × 0.6 m en un lado, que tiene una conductividad térmica de 1.5 W/m · K, está sujeta a las condiciones de frontera que se muestran en la siguiente página. Dos de los lados se mantienen a una temperatura uniforme de 200°C. Uno de los lados es adiabático, y el lado restante está sujeto a un proceso de convección con $T_\infty = 30$°C y $h = 50$ W/m² · K. Con una técnica numérica apropiada y un espaciado de malla de 0.1 m, determine la distribución de temperaturas en la barra y la transferencia de calor entre la barra y el fluido por unidad de longitud de la barra.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral



4.62 La superficie superior de una placa, incluidos sus canales, se mantiene a una temperatura uniforme $T_1 = 200°C$. La superficie inferior está a $T_2 = 20°C$, la conductividad térmica es 15 Wm · K y el espaciado del acanalado es 0.16 m.

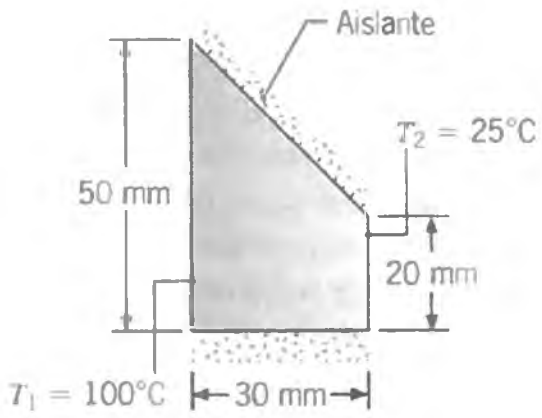


(a) Usando el método de diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 40$ mm, calcule las temperaturas nodales desconocidas y la transferencia de calor por ancho del espaciado de los canales (w) y por unidad de longitud normal a la página.

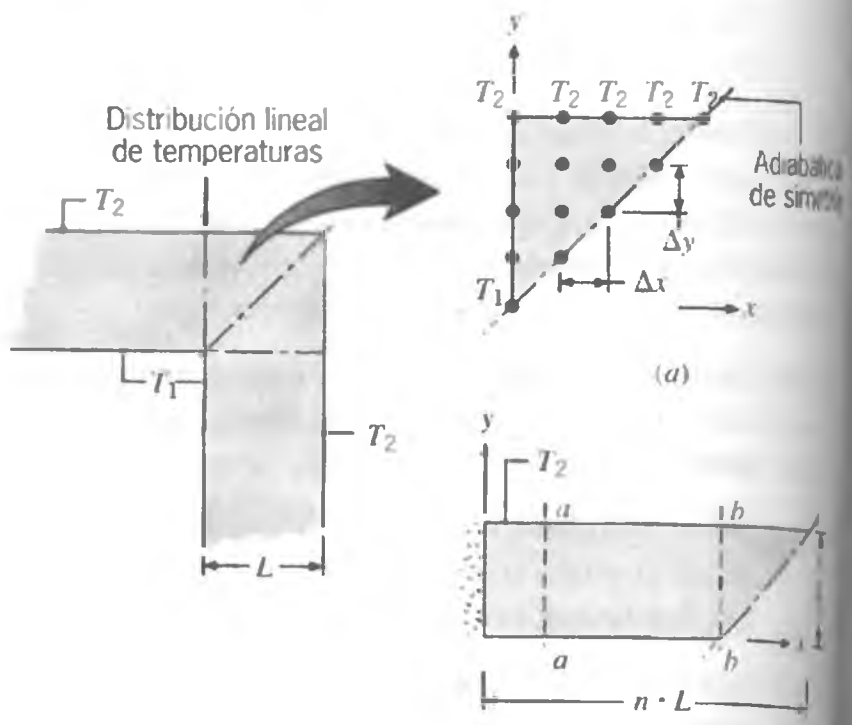
(b) Con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 10$ mm repita los cálculos anteriores y determine el campo de temperaturas y la transferencia de calor. Además considere condiciones para las que la superficie inferior no esté a una temperatura uniforme T_2 sino expuesta a un fluido a $T_\infty = 20$ °C. Con $\Delta x = \Delta y = 10$ mm, determine el campo de temperaturas y la transferencia de calor para valores de $h = 5$, 200 y 1000 W/m^2 · K, así como para $h \rightarrow \infty$.

4.63 Refiérase a la placa rectangular bidimensional del problema 4.2. Con un método numérico apropiado en el que $\Delta x = \Delta y = 0.25$ m, determine la temperatura en el punto medio (1, 0.5).

4.64 Una barra trapezoidal larga está sujeta a temperaturas uniformes sobre dos superficies, mientras que las superficies restantes están bien aisladas. Si la conductividad térmica del material es 20 W/m · K, estime la transferencia de calor por unidad de longitud de la barra con el método de diferencias finitas. Use el método de Gauss-Seidel de solución con un incremento del espacio de 10 mm.



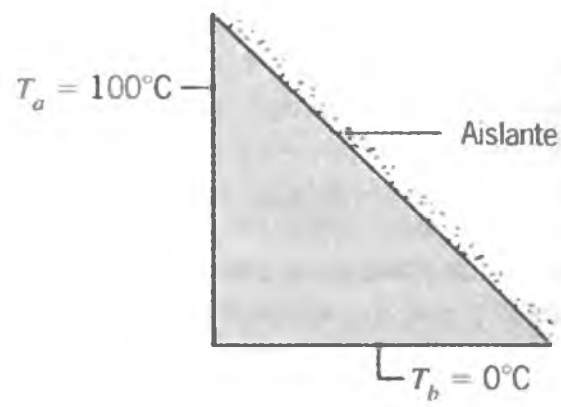
4.65 El factor de forma para la conducción a través de los bordes de paredes contiguas para las que $D > L/5$, donde D y L son la profundidad y espesor de la pared, respectivamente, se muestra en la tabla 4.1. El elemento bidimensional del borde, que se representa en el recuadro (a), está limitado por la adiabática de simetría diagonal y una sección del espesor de la pared sobre la cual la distribución de temperaturas se supone lineal entre T_1 y T_2.



(a) Con la red nodal del recuadro (a) para $L = 40$ m determine la distribución de temperaturas en el elemento para $T_1 = 100°C$ y $T_2 = 0°C$. Evalúe la transferencia de calor por unidad de profundidad (D = 1 m) si $k = 1$ W/m · K. Determine el factor de forma correspondiente para el borde y compare sus resultados con los de la tabla 4.1.

(b) Elija un valor de $n = 1$ o 1.5, y establezca una red nodal para el trapezoide del recuadro (b) y determine el campo de temperaturas correspondiente. Evalúe la validez de suponer distribuciones de temperatura lineales a través de las secciones $a-a$ y $b-b$.

4.66 La diagonal de una barra triangular larga está bien aislada, mientras que los lados de longitud equivalente se mantienen a las temperaturas uniformes T_a y T_b.

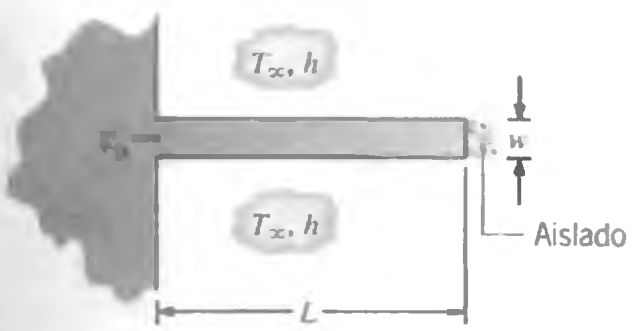


(a) Establezca una red nodal que conste de cinco nodos a lo largo de cada uno de los lados. Para uno de los nodos en la superficie diagonal, defina un volumen de control adecuado y derive la ecuación de diferencias finitas correspondiente. Con esta forma para los nodos diagonales y las ecuaciones apropiadas para los nodos interiores, encuentre la distribución de temperaturas para la barra. En un dibujo a escala de la forma, muestre las isotermas 25, 50 y 75°C.

(b) Un procedimiento alterno y más sencillo para obtener las ecuaciones de diferencias finitas para los nodos de la diagonal se sigue del reconocimiento de que la superficie diagonal aislada es un plano de simetría. Considere una red nodal cuadrada de 5 × 5 y represente su diagonal como una línea de simetría. Reconozca cuáles nodos en cada lado de la diagonal tienen temperaturas idénticas. Si hace esto de forma apropiada, puede tratar los nodos de la diagonal como nodos "interiores" y escriba las ecuaciones en diferencias finitas por inspección.

Aplicaciones especiales

4.67 Una aleta recta de sección transversal uniforme fabricada con un material de conductividad térmica 50 W/m · K, espesor $w = 6$ mm y longitud $L = 48$ mm, es muy larga en la dirección normal a la página. El coeficiente de transferencia de calor por convección es 500 W/m² · K con una temperatura de aire ambiental $T_\infty = 30$°C. La base de la aleta se mantiene a $T_b = 100$°C, mientras el extremo de la aleta está bien aislado.

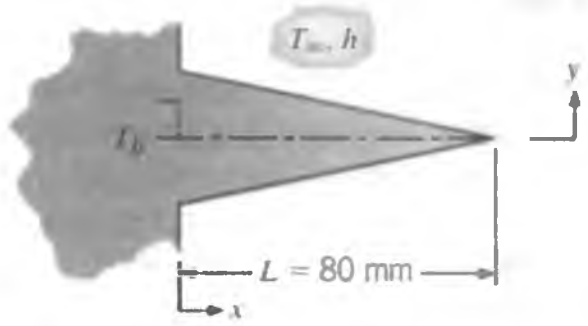


(a) Con el método de diferencias finitas y un incremento de espacio de 4 mm, estime la distribución de temperaturas dentro de la aleta. ¿Es razonable para esta aleta la suposición de transferencia unidimensional de calor?

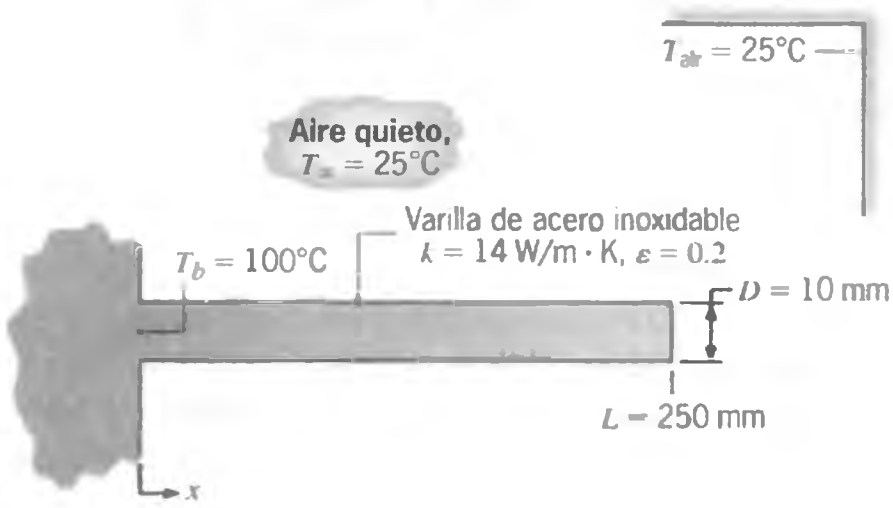
(b) Estime la transferencia de calor de la aleta por unidad de longitud normal a la página. Compare su resultado con la solución analítica unidimensional, ecuación 3.76.

(c) Con la malla de diferencias finitas de la parte (a), calcule y trace la distribución de temperaturas de la aleta para valores de $h = 10$, 100, 500 y 1000 W/m² · K. Determine y dibuje la transferencia de calor de la aleta como función de h.

4.68 Una aleta recta tiene un perfil triangular dado por la función $y = 0.2(L - x)$ y es muy larga en la dirección normal a la página. Ambas superficies superior e inferior experimentan convección con $T_\infty = 15$°C y $h = 100$ W/m² · K. La base de la aleta se mantiene a $T_b = 115$°C y el material de la aleta tiene una conductividad térmica de 25 W/m · K. Suponga una transferencia de calor unidimensional y usando el método de diferencias finitas con un incremento de espacio de 10 mm, determine la transferencia de calor y eficiencia de la aleta.



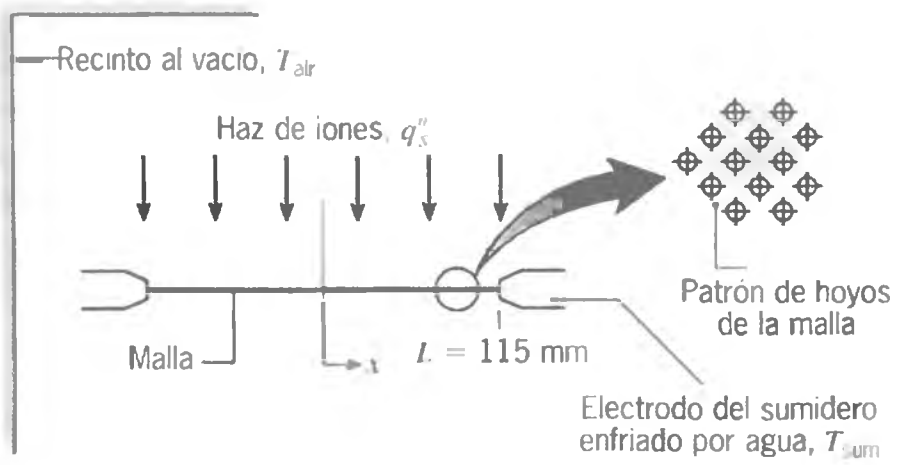
4.69 Una varilla de 10 mm de diámetro y 250 mm de longitud tiene un extremo que se mantiene a 100°C. La superficie de la varilla experimenta convección libre con el aire ambiental a 25°C y con un coeficiente de convección que depende de la diferencia entre la temperatura de la superficie y la del aire ambiental. Específicamente, el coeficiente se establece mediante una correlación de la forma, $h_{cl} = 2.89[0.6 + 0.624(T - T_\infty)^{1/6}]^2$, donde las unidades son h_{cl}(W/m² · K) y T(K). La superficie de la varilla tiene una emisividad $\varepsilon = 0.2$ y experimenta intercambio de radiación con los alrededores a $T_{alr} = 25$°C. El extremo de la aleta también experimenta convección libre e intercambio de radiación.



Suponiendo una conducción unidimensional y con el método de diferencias finitas que represente la aleta para cinco nodos, estime la distribución de temperaturas para la aleta. Determine también la transferencia de calor de la aleta y las contribuciones relativas de convección libre y de intercambio de radiación. *Sugerencia:* Para cada nodo que requiere un balance de energía, use la forma linealizada de la ecuación de la transferencia de calor, ecuación 1.8, con coeficiente de radiación h_r, ecuación 1.9, evaluada en cada nodo. De forma similar,

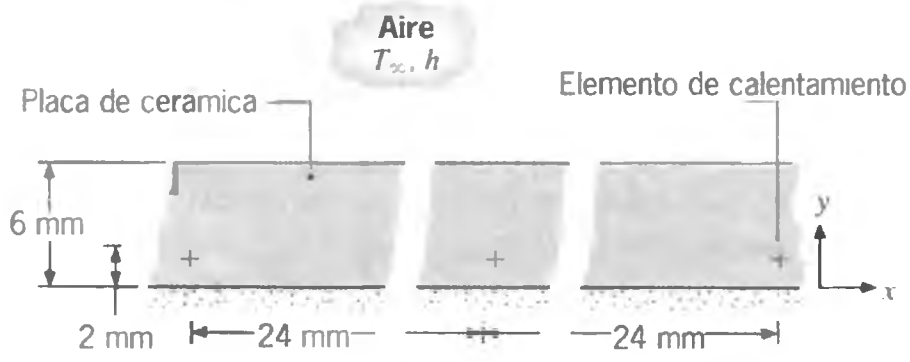
para la ecuación de la transferencia por convección asociada con cada nodo, debe evaluarse el coeficiente de convección libre h_{cl} para cada nodo.

4.70 Una hoja metálica delgada de 0.25 mm de espesor con un patrón de hoyos extremadamente pequeños sirve como una malla de aceleración para controlar el potencial eléctrico de un haz de iones. Esta malla se usa en un proceso químico de deposición de vapor (CVD) para la fabricación de semiconductores. La superficie superior de la malla se expone a un flujo de calor uniforme ocasionado por la absorción del haz de iones, $q''_s = 600\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$. Los bordes de la hoja se acoplan térmicamente a sumideros enfriados por agua que se mantienen a 300 K. Las superficies superior e inferior de la hoja experimentan un intercambio de radiación con las paredes del recinto al vacío que se mantienen a 300 K. La conductividad térmica efectiva del material de la hoja es 40 W/m · K y su emisividad es 0.45.



Suponiendo una conducción unidimensional y con el método de diferencias finitas para representar la malla con diez nodos en la dirección x, estime la distribución de temperaturas para la malla. *Sugerencia* Para cada nodo que requiera un balance de energía, utilice la forma linealizada de la ecuación de flujo de radiación, ecuación 1.8, con el coeficiente de radiación h_r, ecuación 1.9, evaluado para cada nodo

4.71 Elementos de calentamiento eléctrico de pequeño diámetro que disipan 50 W/m (longitud normal al dibujo) se usan para calentar una placa de cerámica de conductividad térmica 2 W/m · K. La superficie superior de la placa se expone al aire ambiental a 30°C con un coeficiente de convección de 100 W/m² · K, mientras que la superficie inferior está bien aislada.



(a) Con el método de Gauss-Seidel y un espaciado de malla de $\Delta x = 6$ mm y $\Delta y = 2$ mm, obtenga la distribución de temperaturas dentro de la placa.

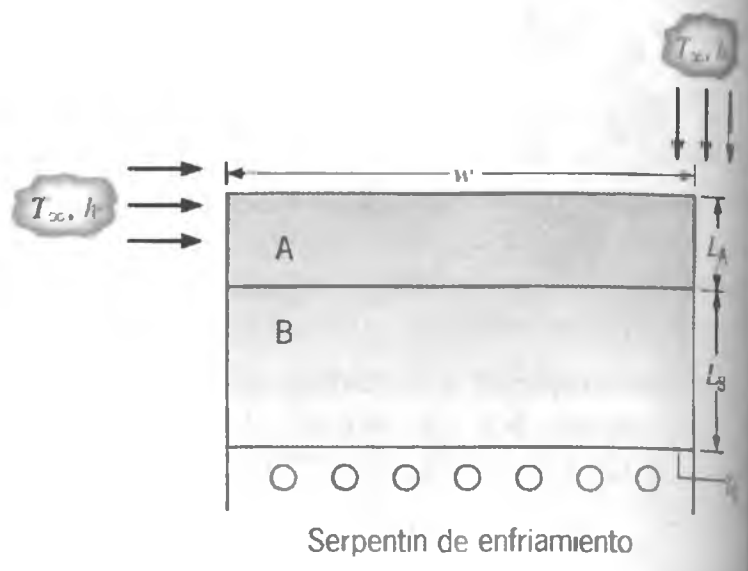
(b) Usando las temperaturas nodales calculadas, dibuje cuatro isotermas para ilustrar la distribución de temperaturas en la placa.

(c) Calcule la pérdida de calor por convección de la placa al fluido. Compare este valor con la rapidez de disipación del elemento.

(d) ¿Qué ventaja, si la hay, supone no hacer $\Delta x = \Delta y$ para esta situación?

(e) Con $\Delta x = \Delta y = 2$ mm, calcule el campo de temperaturas dentro de la placa y la transferencia de calor de ésta. En ninguna circunstancia puede exceder los 400°C la temperatura en cualquier posición en la placa. ¿Se excedería este límite si se detuviera el flujo de aire y la transferencia de calor al aire fuera por convección natural con $h = 10\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$?

4.72 Una barra larga de sección transversal rectangular [illegible] cada con dos materiales con conductividades térmicas $k_A = 15\ \text{W/m} \cdot \text{K}$ y $k_B = 1\ \text{W/m} \cdot \text{K}$ y espesores $L_A = 50$ mm y $L_B = 100$ mm, respectivamente. Su ancho es $w = 300$ mm. Tres lados de la barra están sujetos a condiciones de convección con $T_\infty = 100$°C y $h = 30\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$. Calcule la rapidez a la que el serpentín de enfriamiento debe eliminar calor por unidad de longitud de la barra para mantener la superficie inferior de la barra a $T_0 = 0$°C.



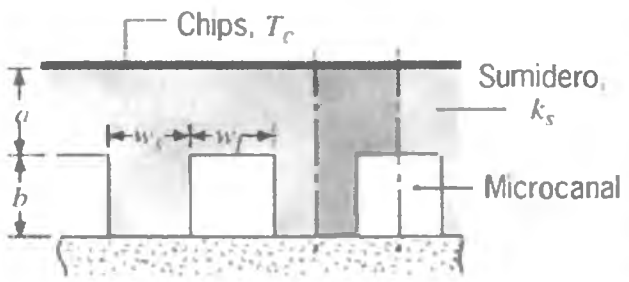
Serpentín de enfriamiento

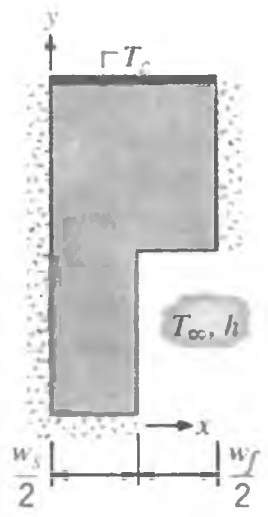
4.73 En el dibujo se muestra una representación simplificada para el enfriamiento en la integración a gran escala (VLSI) de microelectrónica. Un chip de silicio se monta en un sustrato dieléctrico, y una superficie del sistema se enfría convectivamente, mientras las superficies restantes están bien aisladas de los alrededores. El problema se [illegible] bidimensional al suponer que el sistema es muy largo en la dirección perpendicular al papel. En una operación en estado estable, la disipación de potencia eléc-

(a) Considere una placa fabricada de aluminio (k = 190 W/m · K) con canales rectangulares espaciados regularmente por los cuales se hace pasar agua. En operación normal, la disipación de potencia dentro de los chips tiene como resultado un flujo de calor uniforme $q''_o = 10^5$ W/m^2 en la base de la placa fría, mientras que el flujo de agua proporciona una temperatura $T_\infty = 15$ °C y un coeficiente de convección $h = 5000$ W/m^2 · K dentro de los canales. Estamos interesados en la obtención de la distribución de temperaturas de estado estable dentro de la placa fría y, a partir de consideraciones de simetría, es posible limitar nuestra atención a la red nodal establecida. Suponiendo que la superficie superior de la placa fría está bien aislada, determine las temperaturas nodales.

(b) Aunque hay interés en la operación a más altos niveles de potencia, las consideraciones de confiabilidad del sistema dictan que la temperatura máxima de la placa fría no debe exceder 40°C. Con la geometría establecida de la placa fría y de la red nodal, evalúe el efecto de cambios en las condiciones de operación o de diseño destinados a aumentar el flujo de calor de operación q''_o. Estime el límite superior para el flujo de calor.

4.76 Un sumidero de calor para enfriar chips de computadora se fabrica de cobre (k_s = 400 W/m · K) con microcanales por los que pasa un fluido de enfriamiento para el que $T_\infty = 25$ °C y $h = 30{,}000$ W/m^2 · K. El lado inferior del sumidero no experimenta eliminación de calor, y un diseño de sumidero de calor preliminar requiere las dimensiones $a = b = w_s = w_f = 200$ μm. En el recuadro se muestra un elemento simétrico de la trayectoria del calor del chip al fluido.



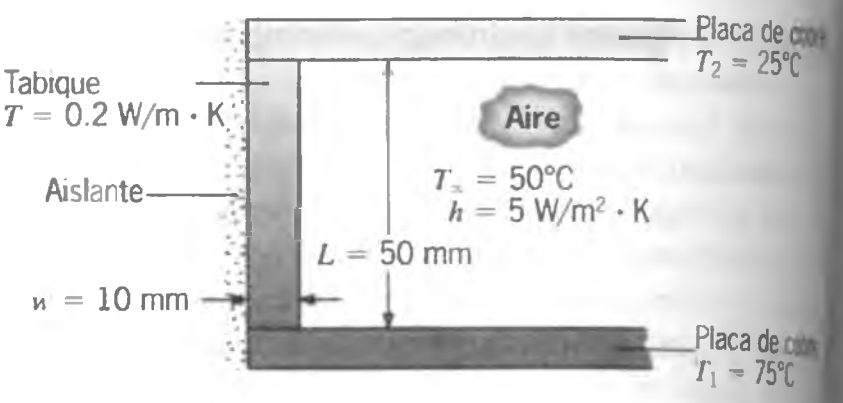


(a) Mediante el elemento simétrico con una red nodal cuadrada de $\Delta x = \Delta y = 100$ μm, determine el campo de temperaturas correspondiente y la transferencia de calor q' para el refrigerante por unidad de longitud de canal (W/m) para una temperatura máxima permisible del chip $T_{c,\,máx} = 75$°C. Estime la resistencia térmica correspondiente entre la superficie del chip y el fluido, $R'_{t,\,c-f}$ (m · K/W). ¿Cuál es la disipación de calor permisible máxima para un chip que mide 10 × 10 mm de lado?

(b) El espaciado de la malla que se usa en la solución en diferencias finitas anterior es burda, lo que tiene como resultado una precisión pobre para la distribución de temperaturas y para la rapidez de eliminación de calor. Investigue el efecto de un espaciado de la malla considerando incrementos espaciales de 50 y 25 μm.

(c) ¿Es posible alterar las dimensiones del sumidero de calor en congruencia con el requerimiento que $a = b = 400$ μm de modo que se reduzca la resistencia térmica global?

4.77 Una celda de prueba para medir coeficientes de convección libres entre dos placas paralelas consiste en dos placas largas de cobre separada por tabiques. La sección transversal del tabique de un extremo y las placas se muestran a continuación, junto con sus condiciones térmicas representativas.



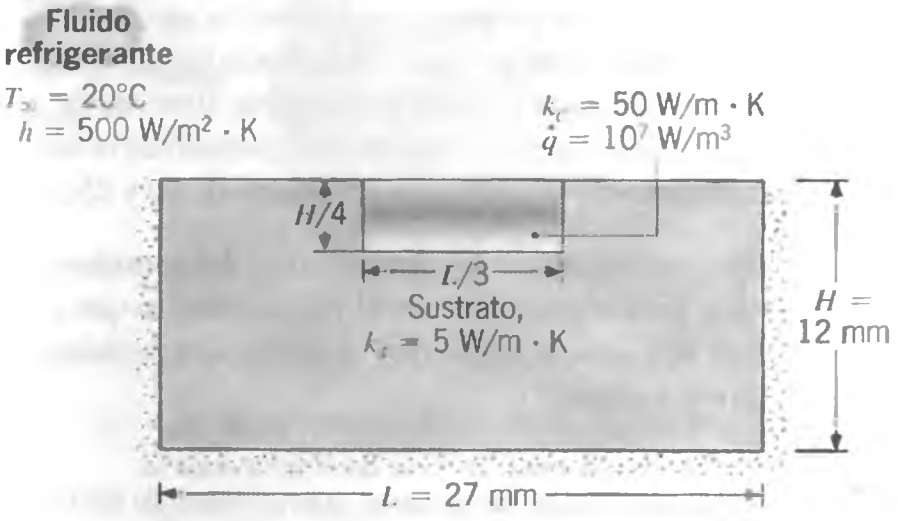
En el experimento se mide la potencia que se requiere para mantener la placa inferior a T_1 y, si hay una transferencia de calor insignificante a través del tabique al aire y a la placa superior, se supone que toda la potencia se transporta mediante convección libre a la placa superior.

(a) Suponiendo que la transferencia de calor a través del tabique es unidimensional, calcule la transferencia de calor por unidad de profundidad (W/m) a través del tabique al aire y a la placa superior. *Sugerencia*: Considere el tabique como una aleta de sección transversal uniforme con un temperatura final establecida.

(b) Calcule la transferencia de calor considerando conducción bidimensional dentro del tabique. Compare estos resultados con los de la parte (a).

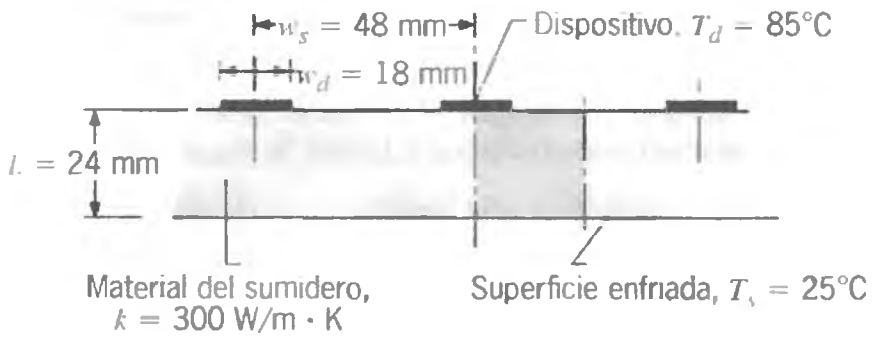
4.78 Se endurece una placa (k = 10 W/m · K) mediante una serie de costillas longitudinales que tienen una sección transversal rectangular de longitud $L = 8$ mm y ancho $w = 4$ mm. La base de la placa se mantiene a una temperatura uniforme $T_b = 45$°C, mientras las superficies de las costillas se exponen al aire a una temperatura de T_∞ = 25°C y un coeficiente de convección de $h = 600$ W/

ca en el chip proporciona calentamiento volumétrico uniforme a una razón $\dot{q}$. Sin embargo, la rapidez de calentamiento está limitada por restricciones sobre la temperatura máxima que el chip tiene permitido tomar.



Para las condiciones que se muestran en el dibujo, ¿la temperatura máxima en el chip excederá 85°C, temperatura máxima de operación permisible fijada por los estándares de la industria? Se sugiere un espaciado de malla de 3 mm.

4.74 Unos dispositivos electrónicos que disipan potencia eléctrica se enfrían mediante la conducción a un sumidero de calor. La superficie inferior del sumidero se enfría, y el espaciado de los dispositivos w_s, el ancho del dispositivo w_d y el espesor L y la conductividad térmica k del material del sumidero de calor afectan cada uno a la resistencia térmica entre el dispositivo y la superficie enfriada. La función del sumidero de calor es *extender* el calor que se disipa en el dispositivo a través del material del sumidero.



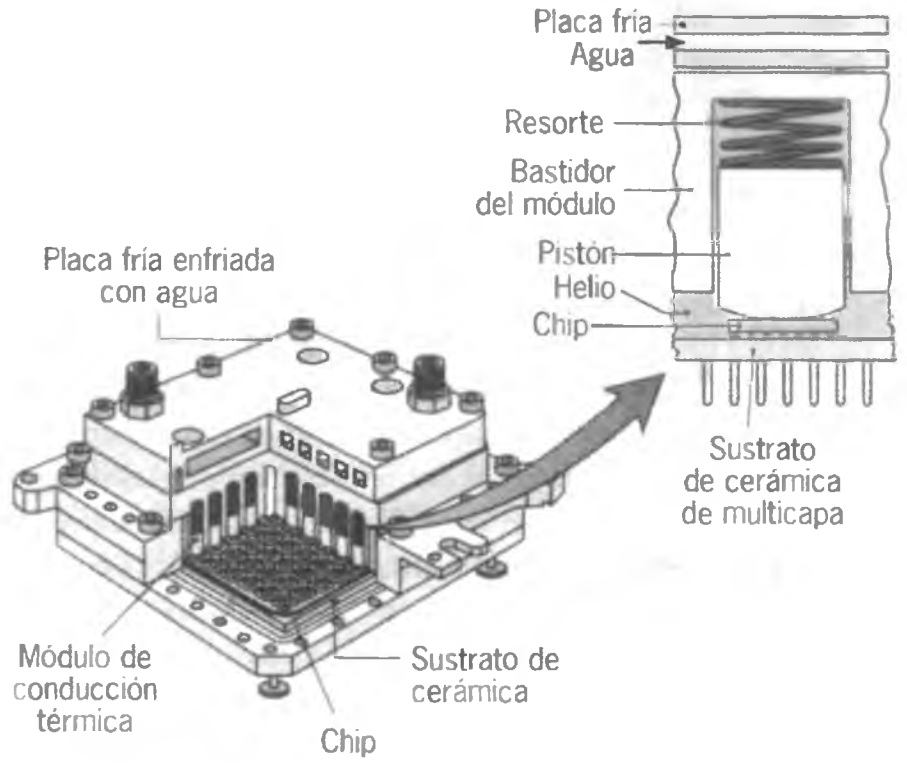
(a) Comenzando con el elemento simétrico sombreado, use el método de la gráfica de flujo para estimar la resistencia térmica por unidad de profundidad entre el dispositivo y la superficie inferior del sumidero, $R'_{t,d-s}$ (m · K/W). ¿Cómo se compara este valor con las resistencias térmicas que se basan en la suposición de conducción unidimensional en dominios rectangulares de (i) ancho w_d y longitud L y (ii) ancho w_s y longitud L?

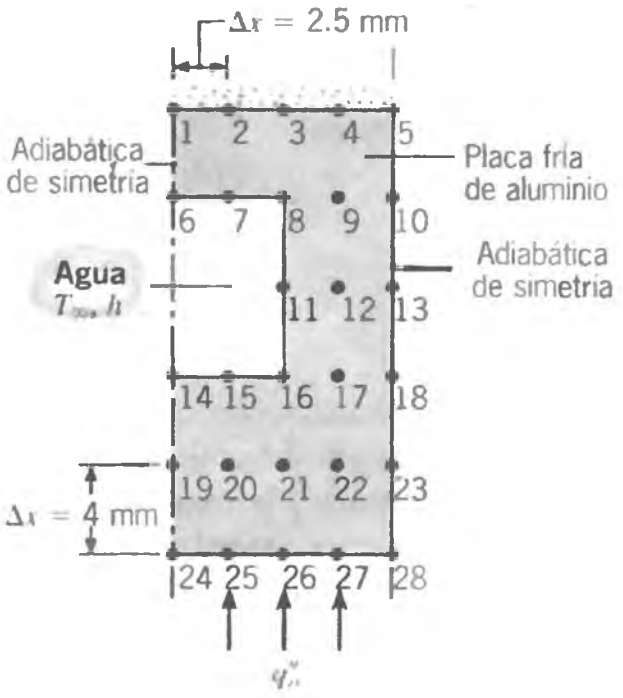
(b) Mediante una red nodal burda (5 × 5) calcule la resistencia térmica $R'_{t,d-s}$ (m · K/W).

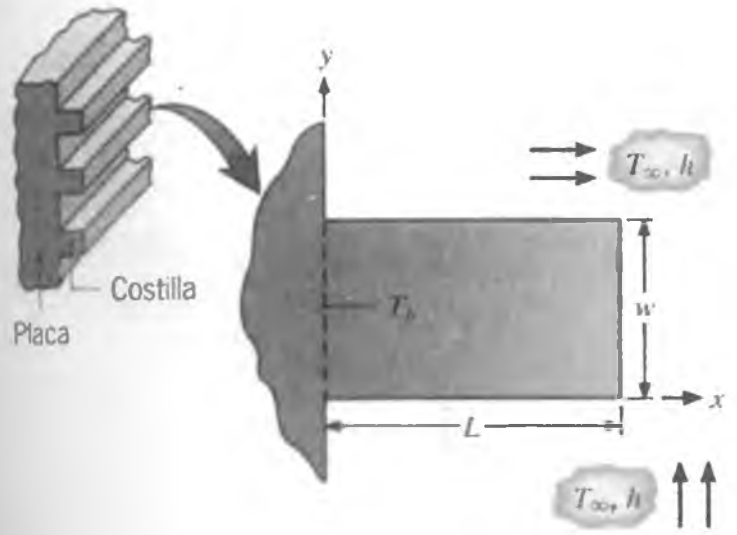
(c) Mediante redes nodales con espaciados de malla tres y cinco veces más pequeños que los de la parte (b), determine el efecto del tamaño de la malla sobre la precisión del cálculo de la resistencia térmica.

(d) Con la red nodal más fina desarrollada para la parte (c), determine el efecto del ancho del dispositivo sobre la resistencia térmica. De manera específica, con w_s y L fijas, encuentre la resistencia térmica para valores de w_d/w_s = 0.175, 0.275, 0.375 y 0.475.

4.75 Uno de los principales problemas al empaquetar circuitos integrados a gran escala (VLSI) tiene que ver con el enfriamiento de los elementos del circuito. El problema surge por el aumento de los niveles de disipación de potencia dentro de un chip, así como por empacar los chips muy juntos dentro de un módulo. IBM desarrolló una técnica nueva para enfriar módulos multichip. Con el nombre de módulo de conducción térmica (TCM), los chips se sueldan a un sustrato de cerámica de multicapa, y el calor que se disipa en cada chip se conduce por un pistón de aluminio con un resorte a una *placa fría* enfriada por agua.





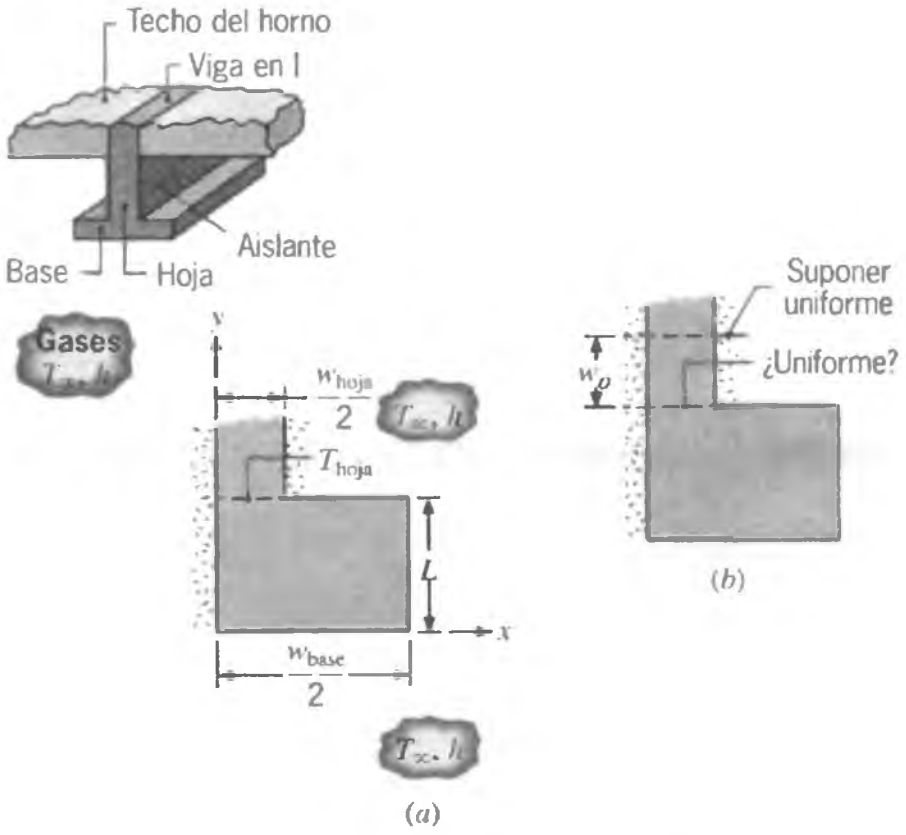


(a) Con el método de diferencias finitas con $\Delta x = \Delta y =$ 2 mm y un total de 5 × 3 puntos nodales y regiones, estime la distribución de temperaturas y la transferencia de calor de la base. Compare estos resultados con los que se obtuvieron al suponer que la transferencia de calor en la costilla es unidimensional y por ello semejante al comportamiento de una aleta.

(b) El espaciado de la malla que se usa en la anterior solución por diferencias finitas es burda, lo que tiene como resultado una precisión pobre para las estimaciones de temperaturas y de la transferencia de calor. Investigue el efecto del refinamiento de la malla al reducir el espaciado nodal a $\Delta x = \Delta y = 1$ mm (malla de 9 × 3).

(c) Investigue la naturaleza de la conducción bidimensional en la costilla y determine un criterio para el que sea razonable la aproximación unidimensional. Haga esto extendiendo su análisis de diferencias finitas para determinar la transferencia de calor de la base como función de la longitud de la costilla para el intervalo $1.5 \leq L/w \leq 10$, manteniendo la longitud l constante. Compare sus resultados con los determinados mediante la aproximación de la costilla como una aleta.

4.79 La mitad inferior de una viga en I que proporciona apoyo al techo de un horno penetra en la zona caliente. La hoja está bien aislada, mientras que las superficies de la base experimentan convección con los gases calientes a $T_\infty =$ 400°C y un coeficiente de convección $h = 150$ W/m² · K. Considere el elemento simétrico de la región de la base (recuadro *a*), suponiendo que la distribución de temperaturas a través de la hoja es uniforme a $T_{\text{hoja}} = 100$°C. La conductividad térmica de la viga es 10 W/m · K, y las dimensiones son $w_{\text{base}} = 80$ mm, $w_{\text{hoja}} = 30$ mm y $L =$ 30 mm.

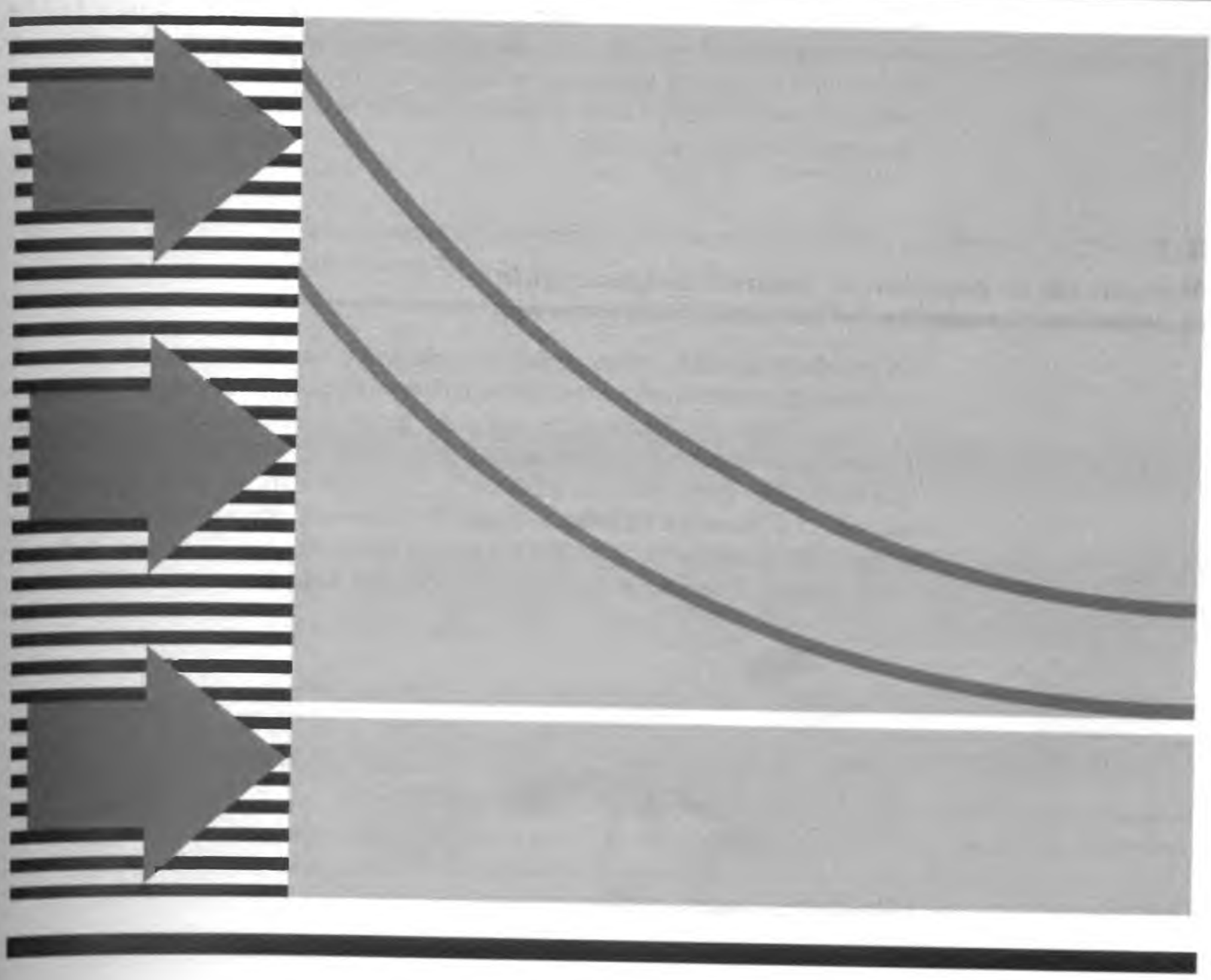


(a) Calcule la transferencia de calor por unidad de longitud para la viga con una red nodal de 5 × 4.

(b) ¿Es razonable suponer que la distribución de temperaturas a través de la interfaz hoja-base es uniforme? Considere el dominio en forma de L del recuadro (*b*) y use una red fina para obtener la distribución de temperaturas a través de la interfaz hoja-base. Haga la distancia $w_o \geq w_{\text{hoja}}/2$.

CAPÍTULO 5

Conducción en estado transitorio



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del

En nuestro tratamiento de la conducción hemos considerado de manera gradu condiciones más complicadas. Comenzamos con el caso simple de la conducción un dimensional de estado estable sin generación interna y posteriormente analizamos l complicaciones debidas a efectos multidimensionales y de generación. Sin embarg aún no hemos examinado situaciones en las que las condiciones varían con el tiempo.

Sabemos ahora que muchos problemas de transferencia dependen del tiempo. E tipo de problemas *no estables* o *transitorios*, normalmente surgen cuando cambian l condiciones de frontera de un sistema. Por ejemplo, si se altera la temperatura super cial de un sistema, la temperatura en cada punto del sistema también comenzará a cam biar. Los cambios continuarán ocurriendo hasta que se alcance una distribución d temperaturas de *estado estable*. Considere un lingote de metal caliente que se saca de u horno y se expone a un flujo de aire frío. Se transfiere energía por convección y radia ción desde la superficie a los alrededores. La energía que se transfiere por conducció también ocurre del interior del metal a la superficie, y la temperatura en cada punto del lingote disminuye hasta que se alcanza una condición de estado estable. Estos efecto que dependen del tiempo ocurren en muchos procesos industriales de calentamiento o de enfriamiento.

Para determinar la dependencia temporal de la distribución de temperaturas dentro de un sólido durante un proceso transitorio, se comienza por resolver la forma apropia da de la ecuación de calor, por ejemplo, la ecuación 2.13. En las secciones 5.4 a 5.6 se presentan algunos casos para los que ya se obtuvieron soluciones. Sin embargo, en condiciones en que los gradientes de temperatura dentro del sólido son pequeños, se utiliza un método más sencillo, denominado *resistencia interna despreciable* o *método de la capacitancia concentrada*.

5.1 *Método de la resistencia interna despreciable*

Un problema sencillo, incluso común, de conducción transitoria es aquel en que un sólido experimenta un cambio súbito en su ambiente térmico. Considere una pieza forjada de metal caliente que inicialmente está a una temperatura uniforme T_i y que se templa por inmersión en un líquido de temperatura más baja $T_\infty < T_i$ (figura 5.1). Si decimos que el templado comienza en el tiempo $t = 0$, la temperatura del sólido disminuirá en el tiempo $t > 0$, hasta que finalmente alcance T_∞. Esta reducción se debe a la transferencia de calor por convección en la interfaz sólido-líquido. La esencia del método de resistencia interna despreciable es la suposición de que la temperatura del sólido en cual

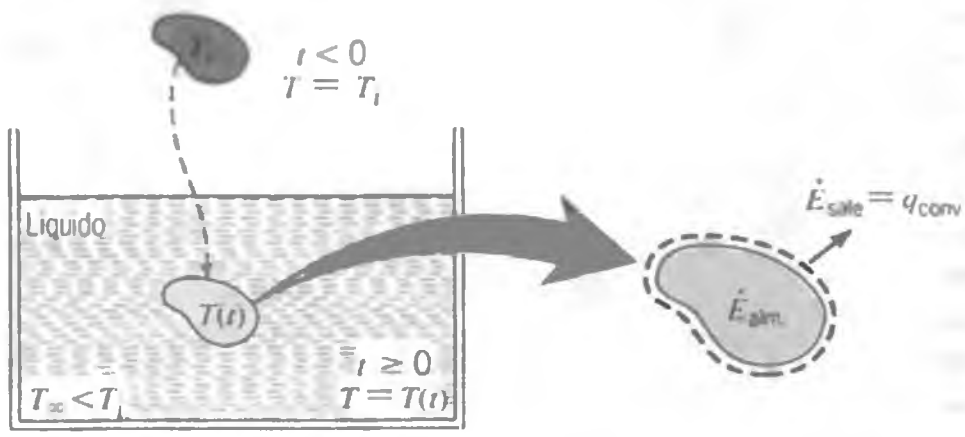


Figura 5.1 Enfriamiento de una pieza forjada de metal caliente.

cialmente uniforme en cualquier instante durante el proceso transitorio. Esta suposición implica que los gradientes de temperatura dentro del sólido son insignificantes.

De acuerdo con la ley de Fourier, la conducción de calor en ausencia de un gradiente de temperatura implica la existencia de una conductividad térmica infinita. Esta condición es claramente imposible. Sin embargo, aunque la condición nunca se satisface de forma exacta, se acerca mucho a ello si la resistencia a la conducción dentro del sólido es pequeña comparada con la resistencia a la transferencia de calor entre el sólido y sus alrededores. Por ahora suponga que, de hecho, éste es el caso.

Al no tomar en cuenta los gradientes de temperatura dentro del sólido, ya no es posible considerar el problema desde dentro del marco de la ecuación de difusión de calor. En su lugar, la respuesta de temperatura transitoria se determina realizando un balance global de energía en el sólido. Este balance debe relacionar la velocidad de pérdida de calor en la superficie con la rapidez de cambio de la energía interna. Al aplicar la ecuación 1.11a al volumen de control de la figura 5.1, este requerimiento toma la forma

$$-\dot{E}_{\text{sale}} = \dot{E}_{\text{alm}} \tag{5.1}$$

o

$$-hA_s(T - T_\infty) = \rho Vc \frac{dT}{dt} \tag{5.2}$$

Al introducir la diferencia de temperaturas

$$\theta \equiv T - T_\infty \tag{5.3}$$

y aceptar que $(d\theta/dt) = (dT/dt)$, se sigue que

$$\frac{\rho Vc}{hA_s} \frac{d\theta}{dt} = -\theta$$

Separando variables e integrando desde la condición inicial, para la que $t = 0$ y $T(0) = T_i$, obtenemos entonces

$$\frac{\rho Vc}{hA_s} \int_{\theta_i}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = -\int_0^t dt$$

donde

$$\theta_i \equiv T_i - T_\infty \tag{5.4}$$

Al evaluar las integrales se sigue que

$$\frac{\rho Vc}{hA_s} \ln \frac{\theta_i}{\theta} = t \tag{5.5}$$

o

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp\left[-\left(\frac{hA_s}{\rho Vc}\right)t\right] \tag{5.6}$$

La ecuación 5.5 sirve para determinar el tiempo que requiere el sólido para alcanzar alguna temperatura T o, a la inversa, la ecuación 5.6 es útil para calcular la temperatura que alcanza el sólido en algún tiempo t.

Los resultados anteriores indican que la diferencia entre las temperaturas del sólido y el fluido deben decaer exponencialmente a cero conforme t se aproxima a infinito.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

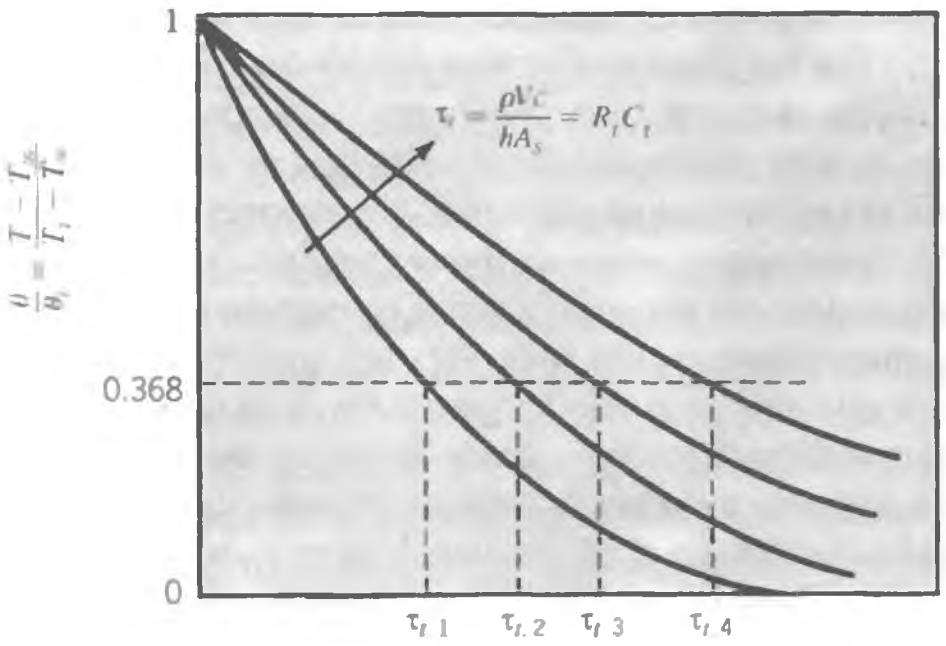


FIGURA 5.2 Respuesta de temperatura transitoria de sólidos de resistencia interna despreciable que corresponden a diferentes constantes térmicas de tiempo τ_t.

Este comportamiento se muestra en la figura 5.2. También es evidente, de la ecuación 5.6, que la cantidad $(\rho Vc/hA_s)$ se interpreta como una *constante térmica de tiempo*. Esta constante de tiempo se expresa como

$$\tau_t = \left(\frac{1}{hA_s}\right)(\rho Vc) = R_t C_t \tag{5.7}$$

donde R_t es la resistencia a la transferencia de calor por convección, y C_t es la *resistencia interna despreciable* del sólido. Cualquier aumento en R_t o C_t ocasionará que un sólido responda más lentamente a cambios en su ambiente térmico y aumentará el tiempo que se requiere para alcanzar el equilibrio térmico ($\theta = 0$). Este comportamiento es análogo a la disminución del voltaje que ocurre cuando un capacitor se descarga a través de un resistor en un circuito eléctrico RC.

Para determinar la transferencia total de energía Q que tiene lugar hasta algún tiempo t, escribimos

$$Q = \int_0^t q\, dt = hA_s \int_0^t \theta\, dt$$

Al sustituir para θ de la ecuación 5.6 e integrar, obtenemos

$$Q = (\rho Vc)\,\theta_i \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_t}\right)\right] \tag{5.8a}$$

La cantidad Q, por supuesto, está relacionada con el cambio en la energía interna del sólido, y de la ecuación 1.11b

$$-Q = \Delta E_{\text{alm}} \tag{5.8b}$$

Para el templado Q es positiva y el sólido experimenta una disminución de energía. Las ecuaciones 5.5, 5.6 y 5.8a también se aplican a situaciones donde el sólido se calienta ($\theta < 0$), en cuyo caso Q es negativa y la energía interna del sólido aumenta.

5.2 *Validez del método de la resistencia interna despreciable*

De los resultados precedentes es fácil ver por qué hay una fuerte preferencia por el uso del método de la resistencia interna despreciable. Es en verdad el método más sencillo y conveniente para resolver problemas de conducción transitoria. Por ello es importante determinar en qué condiciones se puede usar con precisión razonable.

Para desarrollar un criterio adecuado considere la conducción en estado estable a través de una pared plana de área A (figura 5.3). Aunque estamos suponiendo condiciones de estado estable, este criterio se extiende fácilmente a los procesos transitorios. Una superficie se mantiene a una temperatura $T_{s,1}$ y la otra se expone a un fluido de temperatura $T_\infty < T_{s,1}$. La temperatura de esta última superficie será algún valor intermedio, $T_{s,2}$, para el que $T_\infty < T_{s,2} < T_{s,1}$. De aquí, en condiciones de estado estable, el balance de energía de la superficie, ecuación 1.12, se reduce a

$$\frac{kA}{L}(T_{s,1} - T_{s,2}) = hA(T_{s,2} - T_\infty)$$

donde k es la conductividad térmica del sólido. Al reacomodar, obtenemos

$$\frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{T_{s,2} - T_\infty} = \frac{(L/kA)}{(1/hA)} = \frac{R_{\text{cond}}}{R_{\text{conv}}} = \frac{hL}{k} \equiv Bi \tag{5.9}$$

La cantidad (hL/k) que aparece en la ecuación 5.9 es un *parámetro adimensional*. Se denomina *número de Biot*, y desempeña un papel fundamental en problemas de conducción que implican efectos de convección superficial. De acuerdo con la ecuación 5.9, y como se ilustra en la figura 5.3, el número de Biot proporciona una medida de la caída de temperatura en el sólido en relación con la diferencia de temperaturas entre la superficie y el fluido. Advierta en especial las condiciones que corresponden a $Bi \ll 1$. El resultado indica que, para estas condiciones, es razonable *suponer* una distribución de temperaturas uniforme a través de un sólido en cualquier momento durante un proceso transitorio. Este resultado también se asocia con la interpretación del número de Biot como una razón de resistencias térmicas, ecuación 5.9. *Si* $Bi \ll 1$, *la resistencia a la conducción dentro del sólido es mucho menor que la resistencia a la convección a través de la capa límite del fluido.* En consecuencia, es razonable la suposición de una distribución de temperaturas uniforme.

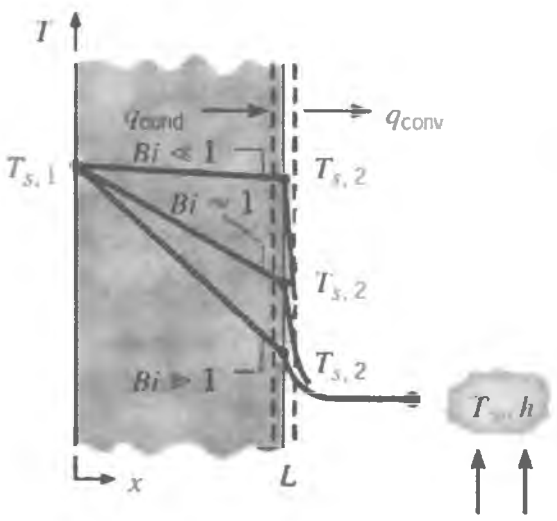


FIGURA 5.3
Efecto del número de Biot en la distribución de temperaturas de estado estable en una pared plana con convección en la superficie.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón B

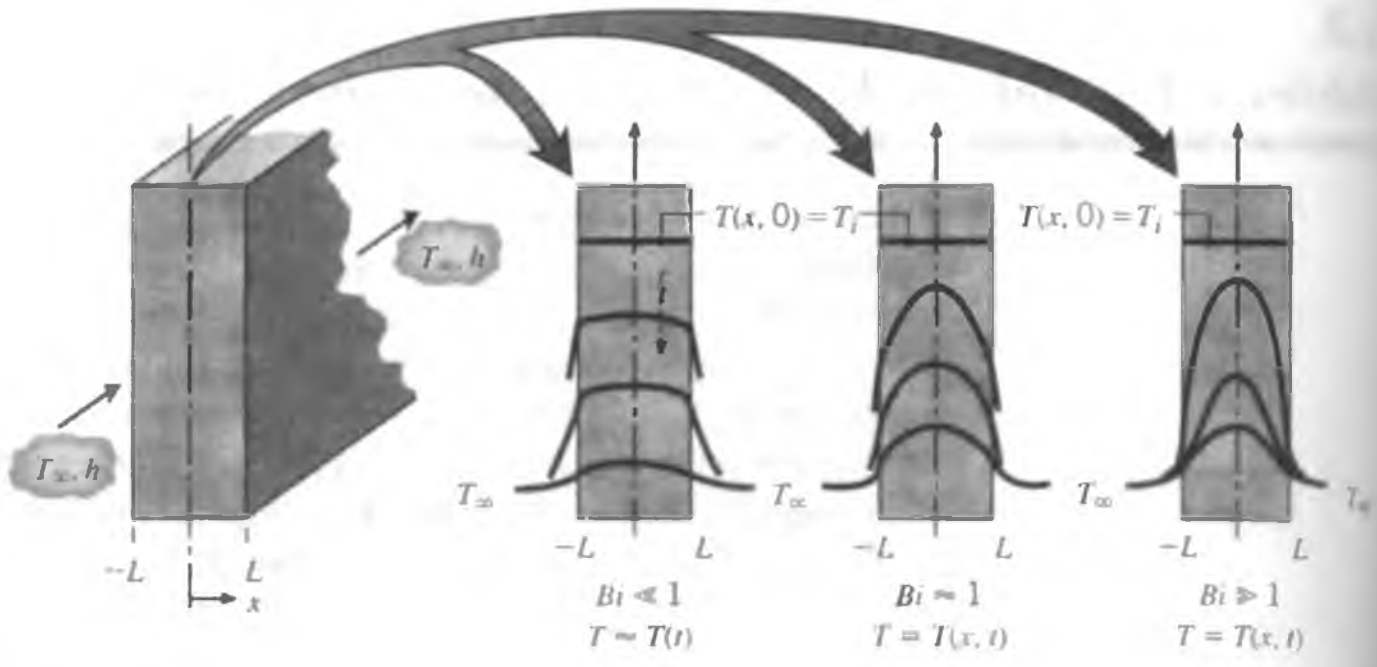


FIGURA 5.4 Distribución de temperaturas transitorias para diferentes números de Biot en una pared plana enfriada simétricamente mediante convección.

Introdujimos el número de Biot debido a su significado para los problemas de conducción transitoria. Considere la pared plana de la figura 5.4, que inicialmente está a una temperatura uniforme T_i y experimenta enfriamiento por convección cuando se sumerge en un fluido con $T_\infty < T_i$. Es posible tratar el problema como unidimensional en x, y estamos interesados en la variación de temperaturas con la posición y el tiempo, $T(x, t)$. Esta variación es una función fuerte del número de Biot, y se muestran tres condiciones en la figura 5.4. Para $Bi \ll 1$ el gradiente de temperatura en el sólido es pequeño y $T(x, t) \approx T(t)$. De hecho, toda la diferencia de temperaturas está entre el sólido y el fluido, y la temperatura del sólido permanece casi uniforme conforme desciende a T_∞. No obstante, para valores de moderados a grandes del número de Biot, los gradientes de temperaturas dentro del sólido son significativos. Por ello $T = T(x, t)$. Observe que para $Bi \gg 1$, la diferencia de temperaturas a través del sólido es ahora mucho más grande que la que hay entre la superficie y el fluido.

Concluimos esta sección recalcando la importancia del método de la resistencia interna despreciable. Su simplicidad inherente lo hace el método preferido para resolver problemas de conducción transitoria. Por tanto, cuando haya que enfrentar un problema de esa clase, *lo primero que debe hacerse es calcular el número de Biot*. Si se satisface la siguiente condición

$$Bi = \frac{hL_c}{k} < 0.1 \tag{5.10}$$

el error asociado con el uso del método de la resistencia interna despreciable es pequeño. Por sencillez, se acostumbra definir la *longitud característica* de la ecuación 5.10 como la relación entre el volumen del sólido y el área de la superficie, $L_c \equiv V/A_s$. Esta definición facilita el cálculo de L_c en sólidos de forma complicada y reduce a la mitad el espesor L para una pared plana de espesor $2L$ (figura 5.4), a $r_o/2$ para un cilindro largo y a $r_o/3$ para una esfera. Sin embargo, si se desea aplicar el criterio en forma prudente, L_c debe asociarse con la escala de longitud que corresponde a la diferencia máxima de temperaturas espaciales. En consecuencia, para una pared plana de espesor $2L$ calentada (o enfriada) de forma simétrica, L_c permanecería igual a la mitad del espesor L. Sin embargo, para un cilindro o esfera largos, L_c sería igual al radio real r_o en lugar de $r_o/2$ o $r_o/3$.

Finalmente, observamos que, con $L_c \equiv V/A_s$, el exponente de la ecuación 5.6 se expresa como

$$\frac{hA_s t}{\rho V c} = \frac{ht}{\rho c L_c} = \frac{hL_c}{k}\frac{k}{\rho c}\frac{t}{L_c^2} = \frac{hL_c}{k}\frac{\alpha t}{L_c^2}$$

o

$$\frac{hA_s t}{\rho V c} = Bi \cdot Fo \tag{5.11}$$

donde

$$Fo \equiv \frac{\alpha t}{L_c^2} \tag{5.12}$$

se denomina número de Fourier. Es un *tiempo sin dimensión* que, junto con el número de Biot, caracteriza los problemas de conducción transitoria. Al sustituir la ecuación 5.11 en la 5.6, obtenemos

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp\left(-Bi \cdot Fo\right) \tag{5.13}$$

Ejemplo 5.1

Una unión termopar, cuya forma se aproxima a una esfera, se usará para la medición de la temperatura en un flujo de gas. Se sabe que el coeficiente de convección entre la superficie de unión y el gas es $h = 40$ W/m$^2 \cdot$ K, y que las propiedades termofísicas de la unión son $k = 20$ W/m $\cdot$ K, $c = 400$ J/kg $\cdot$ K, y $\rho = 8500$ kg/m^3. Determine el diámetro de la unión necesario para que el termopar tenga un tiempo constante de 1 s. Si la unión está a 25°C y se la coloca en un flujo de gas que está a 200°C, ¿cuánto tiempo tardará la unión en alcanzar 199°C?

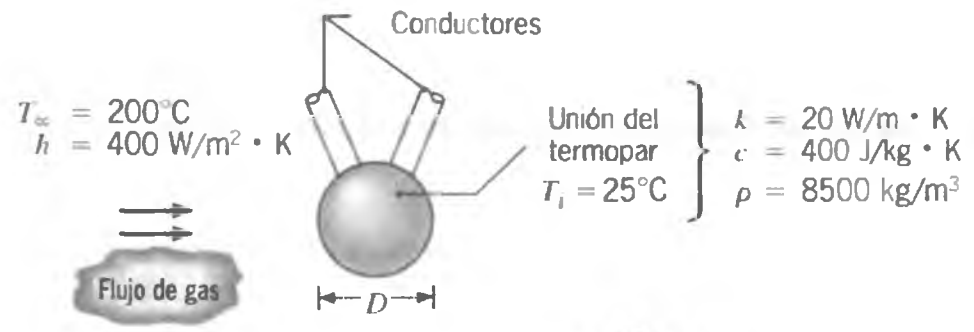
Solución

Se conoce: Propiedades termofísicas de la unión de termopar que se usa para medir la temperatura de un flujo de gas.

Encontrar:

1. Diámetro de la unión necesario para una constante de tiempo de 1 s.
2. Tiempo que se requiere para alcanzar 199°C en un flujo de gas a 200°C.

Esquema:



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Suposiciones:

1. La temperatura de la unión es uniforme en cualquier instante.
2. El intercambio de radiación con los alrededores es insignificante.
3. Las pérdidas por conducción a través de los alambres de conducción son insignificantes.
4. Propiedades constantes.

Análisis:

1. Como se desconoce el diámetro de la unión, no es posible comenzar la solución determinando si se satisface el criterio para usar el método de la resistencia interna despreciable, ecuación 5.10. Sin embargo, un procedimiento apropiado es usar el método para encontrar el diámetro y después determinar si se satisface el criterio. De la ecuación 5.7 y del hecho de que $A_s = \pi D^2$ y $V = \pi D^3/6$ para una esfera, se sigue que

$$\tau_t = \frac{1}{h\pi D^2} \times \frac{\rho \pi D^3}{6} c$$

Al reacomodar y sustituir los valores numéricos,

$$D = \frac{6h\tau_t}{\rho c} = \frac{6 \times 400 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 1 \text{ s}}{8500 \text{ kg/m}^3 \times 400 \text{ J/kg} \cdot \text{K}} = 7.06 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Con $L_c = r_o/3$ se sigue de la ecuación 5.10 que

$$Bi = \frac{h(r_o/3)}{k} = \frac{400 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 3.53 \times 10^{-4} \text{ m}}{3 \times 20 \text{ W/m} \cdot \text{K}} = 2.35 \times 10^{-4}$$

En consecuencia, la ecuación 5.10 se satisface (para $L_c = r_o$, así como para $L_c = r_o/3$) y el método de la resistencia interna despreciable sirve para una excelente aproximación.

2. De la ecuación 5.5, el tiempo que se requiere para que la unión alcance $T = 199°C$ es

$$t = \frac{\rho(\pi D^3/6)c}{h(\pi D^2)} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T - T_\infty} = \frac{\rho D c}{6h} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T - T_\infty}$$

$$t = \frac{8500 \text{ kg/m}^3 \times 7.06 \times 10^{-4} \text{ m} \times 400 \text{ J/kg} \cdot \text{K}}{6 \times 400 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}} \ln \frac{25 - 200}{199 - 200}$$

$$t = 5.2 \text{ s} \approx 5\tau_t$$

Comentarios: La transferencia de calor debida al intercambio de radiación entre la unión y los alrededores y la conducción a través de los alambres conductores afectan el tiempo de respuesta de la unión y da, de hecho, una temperatura de equilibrio que difiere de T_∞.

5.3 *Análisis general del método de resistencia interna despreciable*

Aunque la conducción transitoria en un sólido normalmente se inicia mediante la transferencia de calor por convección hacia o desde un fluido contiguo, otros procesos a la vez induzcan condiciones térmicas transitorias dentro del sólido. Por ejemplo, en

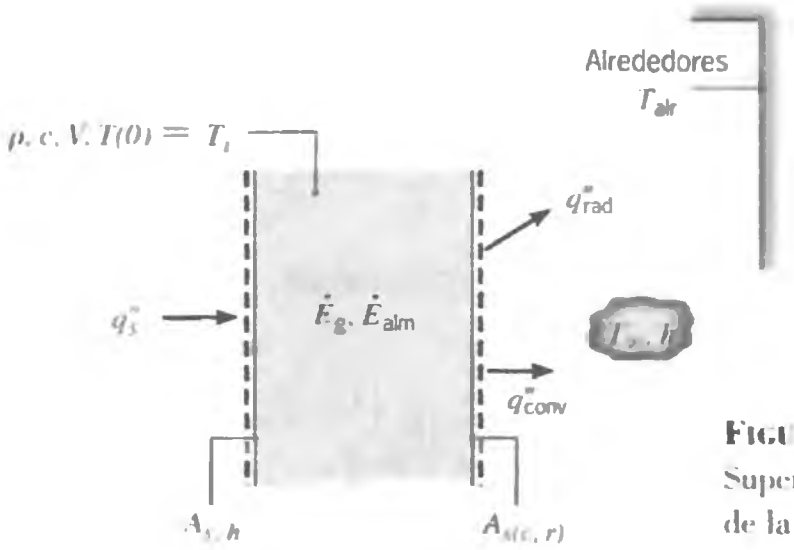


FIGURA 5.5
Superficie de control para el análisis general de la resistencia interna despreciable.

do se separa de sus alrededores mediante un gas o un vacío. Si las temperaturas del sólido y los alrededores difieren, el intercambio de radiación ocasionaría que cambie la energía térmica interna y por ello la temperatura del sólido. Los cambios de temperatura también podrían inducirse aplicando un flujo de calor a una parte de la superficie o a toda ella y/o iniciando la generación de energía térmica dentro del sólido. El calentamiento de la superficie se aplicaría, por ejemplo, al unir un calentador eléctrico de película o lámina a la superficie, mientras que la energía térmica se generaría haciendo pasar una corriente eléctrica a través del sólido.

La figura 5.5 describe una situación en que las condiciones térmicas dentro de un sólido estarán influidas de manera simultánea por convección, radiación, un flujo de calor aplicado a la superficie y la generación de energía interna. Se supone que, inicialmente ($t = 0$), la temperatura del sólido (T_i) difiere de la del fluido, T_∞, y de la de los alrededores, T_{alm}, y que se inicia tanto el calentamiento superficial como el global (q''_s y $\dot{q}$). El flujo de calor q''_s y la transferencia de calor por convección-radiación ocurren en partes mutuamente excluyentes de la superficie, $A_{s(h)}$ y $A_{s(c,r)}$, y se supone que la transferencia de convección-radiación se produce *desde* la superficie. Además, aunque la convección y la radiación se establecen para la misma superficie, las superficies pueden, de hecho, diferir ($A_{s,c} \neq A_{s,r}$). Aplicando la conservación de la energía en cualquier instante t, se sigue de la ecuación 1.11a que

$$q''_s A_{s,h} + \dot{E}_g - (q''_{conv} + q''_{rad})A_{s(c,r)} = \rho V c \frac{dT}{dt} \tag{5.14}$$

o, de las ecuaciones 1.3a y 1.7,

$$q''_s A_{s,h} + \dot{E}_g - [h(T - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T^4 - T^4_{alr})]A_{s(c,r)} = \rho V c \frac{dT}{dt} \tag{5.15}$$

Desafortunadamente, la ecuación 5.15 es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden no lineal y no homogénea que no es posible integrar para obtener una solución exacta.[1] Sin embargo, es posible obtener soluciones exactas para versiones simplificadas de la ecuación. Por ejemplo, si no hay un flujo de calor impuesto o la generación y convección no existen (vacío) o son insignificantes en relación con la radiación, la ecuación 5.15 se reduce a

$$\rho V c \frac{dT}{dt} = -\varepsilon A_{s,r}\sigma(T^4 - T^4_{alr}) \tag{5.16}$$

[1]Se puede obtener una solución aproximada de diferencia finita *discretizando* la derivativa de tiempo (sección 5.9) y *haciendo avanzar* la solución en el tiempo.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Al separar variables e integrar desde la condición inicial hasta cualquier tiempo t, se sigue que

$$\frac{\varepsilon A_{s,r}\sigma}{\rho Vc}\int_0^t dt = \int_{T_i}^{T}\frac{dT}{T_{alr}^4 - T^4} \tag{5.17}$$

Al evaluar ambas integrales y reacomodar, el tiempo que se requiere para alcanzar la temperatura T se convierte en

$$t = \frac{\rho Vc}{4\varepsilon A_{s,r}\sigma T_{alr}^3}\left\{\ln\left|\frac{T_{alr}+T}{T_{alr}-T}\right| - \ln\left|\frac{T_{alr}+T_i}{T_{alr}-T_i}\right| + 2\left[\tan^{-1}\left(\frac{T}{T_{alr}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{T_i}{T_{alr}}\right)\right]\right\} \tag{5.18}$$

Esta expresión no sirve para evaluar T de forma explícita en términos de t, T_i, y T_{alr}. Se reduce de manera fácil al resultado límite para $T_{alr} = 0$ (radiación al espacio). De regreso a la ecuación 5.17 se muestra fácilmente que, para $T_{alr} = 0$,

$$t = \frac{\rho Vc}{3\varepsilon A_{s,r}\sigma}\left(\frac{1}{T^3} - \frac{1}{T_i^3}\right) \tag{5.19}$$

Una solución exacta a la ecuación 5.15 también se obtendrá si es posible no tomar en cuenta la radiación y si h es independiente del tiempo. Si se introduce una temperatura reducida, $\theta \equiv T - T_\infty$, donde $d\theta/dt = dT/dt$, la ecuación 5.15 se reduce a una ecuación diferencial lineal de primer orden no homogénea, de la forma

$$\frac{d\theta}{dt} + a\theta - b = 0 \tag{5.20}$$

donde $a \equiv (hA_{s,c}/\rho Vc)$ y $b \equiv [(q_s'' A_{s,h} + \dot{E}_g)/\rho Vc]$. Aunque la ecuación 5.20 se resuelve sumando las soluciones homogénea y particular, un método alternativo es eliminar la falta de homogeneidad mediante la introducción de la transformación

$$\theta' \equiv \theta - \frac{b}{a} \tag{5.21}$$

Al reconocer que $d\theta'/dt = d\theta/dt$, la ecuación 5.21 se sustituye en (5.20) lo que da

$$\frac{d\theta'}{dt} + a\theta' = 0 \tag{5.22}$$

Si se separan variables y se integra desde 0 a t (θ_i' a θ'), se sigue que

$$\frac{\theta'}{\theta_i'} = \exp(-at) \tag{5.23}$$

o al sustituir para θ' y θ,

$$\frac{T - T_\infty - (b/a)}{T_i - T_\infty - (b/a)} = \exp(-at) \tag{5.24}$$

Por tanto,

$$\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp(-at) + \frac{b/a}{T_i - T_\infty}[1 - \exp(-at)] \tag{5.25}$$

Como es necesario, la ecuación 5.25 se reduce a (5.6) cuando $b = 0$ y produce $T = T_i$ en $t = 0$. Conforme $t \to \infty$, la ecuación 5.25 se reduce a $(T - T_\infty) = (b/a)$, que también se obtendría llevando a cabo un balance de energía en la superficie de control de la figura 5.5 para condiciones de estado estable.

Ejemplo 5.2

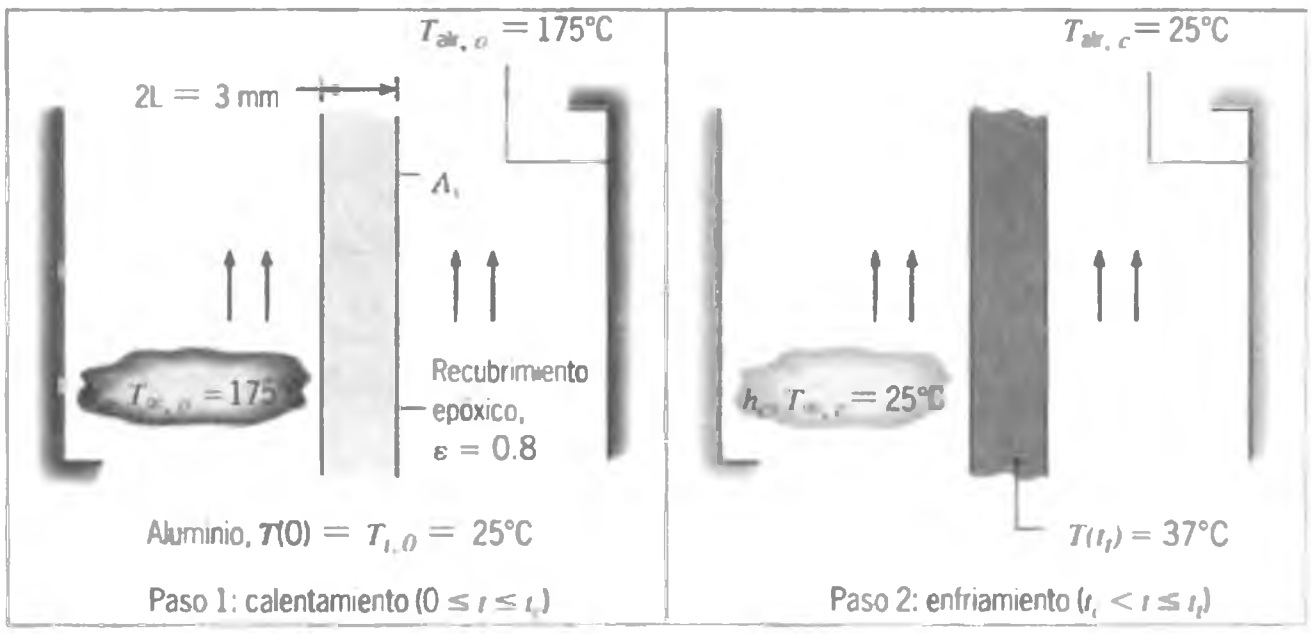
Un panel de aleación de aluminio (k = 177 W/m · K, c = 875 J/kg · K, y ρ = 2770 kg/m^3) de 3 mm de espesor se termina en ambos lados con un recubrimiento epóxico que debe curarse a, o por arriba de, T_c = 150°C durante al menos 5 minutos. La línea de producción para la operación de curado implica dos pasos: (1) calentamiento en un horno grande con aire a $T_{\infty,o}$ = 175°C y un coeficiente de convección h_o = 40 W/m^2 · K, y (2) enfriamiento en una cámara grande con aire a $T_{\infty,c}$ = 25°C y un coeficiente de convección h_c = 10 W/m^2 · K. La parte de calentamiento del proceso se lleva a cabo en un intervalo de tiempo t_e, que excede el tiempo t_c que se requiere para alcanzar 150°C en 5 minutos ($t_e = t_c + 300$ s). El recubrimiento tiene una emisividad ε = 0.8, y las temperaturas del horno y paredes de la cámara son 175°C y 25°C, respectivamente. Si el panel se coloca en el horno a una temperatura inicial de 25°C y se quita de la cámara a una temperatura *segura al tacto* de 37°C, ¿cuál es el tiempo total transcurrido para la operación de curado en dos pasos?

Solución

Se conoce: Condiciones de operación para un proceso de calentamiento/enfriamiento de dos pasos en el que un panel de aluminio recubierto se mantiene en, o por arriba de, una temperatura de 150°C por al menos 5 minutos.

Encontrar: Tiempo total t_f que requiere el proceso de dos pasos.

Esquema:



Suposiciones:

1. La temperatura del panel es uniforme en cualquier instante.
2. La resistencia térmica del recubrimiento epóxico es insignificante.
3. Propiedades constantes.

Análisis: Para evaluar la validez de la aproximación de la resistencia interna despreciable, comenzamos con el cálculo de los números de Biot para los procesos de calentamiento y enfriamiento.

$$Bi_h = \frac{h_c L}{k} = \frac{(40\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})(0.0015\ \text{m})}{177\ \text{W/m} \cdot \text{K}} = 3.4 \times 10^{-4}$$

$$Bi_c = \frac{h_c L}{k} = \frac{(10\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})(0.0015\ \text{m})}{177\ \text{W/m} \cdot \text{K}} = 8.5 \times 10^{-5}$$

Por ello la aproximación de la resistencia interna despreciable es excelente.

Para determinar si debe considerarse el intercambio de radiación entre el panel y sus alrededores, de la ecuación 1.9 se determina el coeficiente de transferencia de calor por radiación. El valor representativo de h_r para el proceso de calentamiento se asocia con la condición de curado, en cuyo caso

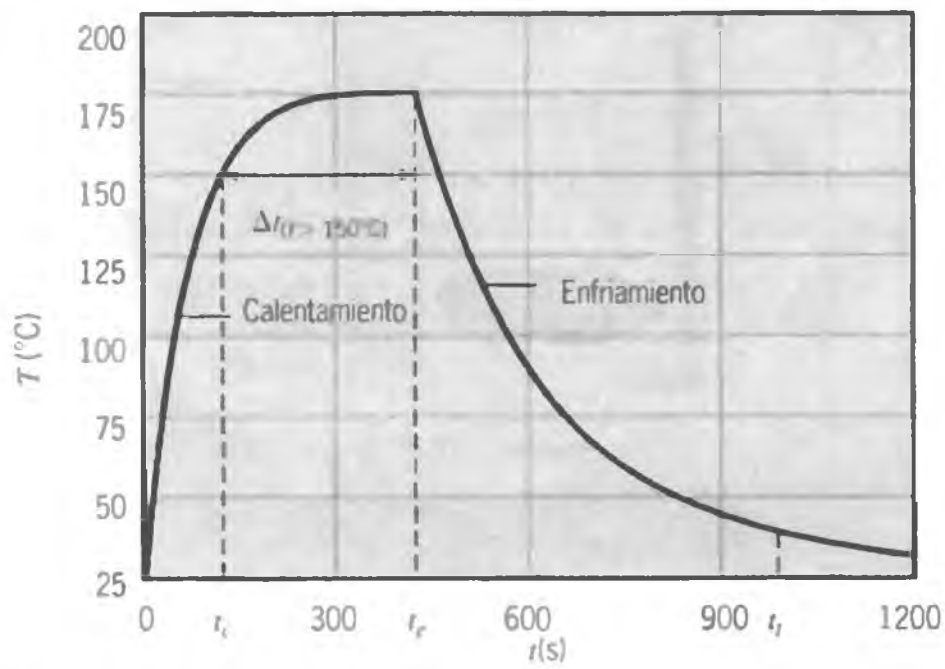
$$\begin{aligned} h_{r,o} &= \varepsilon\sigma(T_c + T_{\text{alr},o})(T_c^2 + T_{\text{alr},o}^2) \\ &= 0.8 \times 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4(423 + 448)\text{K}(423^2 + 448^2)\text{K}^2 \\ &= 15\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \end{aligned}$$

Con el uso de $T_c = 150°\text{C}$ con $T_{\text{alr},c} = 25°\text{C}$ para el proceso de calentamiento, también obtenemos $h_{r,c} = 5.1\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$. Como los valores de $h_{r,o}$ y $h_{r,c}$ son comparables con los de h_o y h_i, respectivamente, los efectos de radiación deben considerarse.

Con $V = 2LA_s$ y $A_{s,c} = A_{s,r} = 2A_s$, la ecuación 5.15 se expresa como

$$\int_{T_i}^{T} dT = T(t) - T_i = -\frac{1}{\rho c L}\int_0^t [h(T - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_{\text{alr}}^4)]dt$$

Al seleccionar un incremento de tiempo adecuado Δt, el lado derecho de esta ecuación se evalúa numéricamente para obtener la temperatura del panel en $t = \Delta t$, $2\Delta t$, $3\Delta t$, etc. En cada nuevo paso del cálculo, el valor de T que se calcula del paso anterior se usa en el integrando. Seleccionando $\Delta t = 10$ s, los cálculos para el proceso de calentamiento se extienden a $t_e = t_c + 300$ s, que son 5 minutos más del tiempo que se requiere para que el panel alcance $T_c = 150°\text{C}$. En t_e inicia el proceso de enfriamiento y continúa hasta que la temperatura del panel alcanza 37°C en $t = t_f$. La integración se lleva a cabo con el uso de un esquema de Runge-Kutta de cuarto orden, y los resultados de los cálculos se presentan en forma de gráfica como sigue:



El tiempo total para el proceso de dos pasos es

$$t_f = 989\ \text{s}$$

con tiempos intermedios de $t_c = 124$ s y $t_e = 424$ s.

Comentarios:

1. Por lo general, la precisión de una integración numérica mejora al disminuir Δt, pero a expensas del aumento del tiempo de cálculo. Sin embargo, en este caso los resultados que se obtienen para $\Delta t = 1$ s son idénticos a los que se obtienen para $\Delta t = 10$ s, lo que indica que el intervalo de tiempo más largo es suficiente para describir con exactitud la historia de la temperatura.
2. La duración del proceso de dos pasos se puede reducir al aumentar los coeficientes de convección y/o disminuir el periodo de calentamiento prolongado. La segunda opción es posible por el hecho de que, durante una parte del periodo de enfriamiento, la temperatura del panel permanece por arriba de 150°C. De aquí, para satisfacer el requerimiento de curado no es necesario prolongar el calentamiento tanto como 5 minutos a partir de $t = t_c$. Si los coeficientes de convección aumentan a $h_o = h_i = 100$ W/m$^2 \cdot$ K y se mantiene un periodo de calentamiento prolongado de 300 s, la integración numérica da $t_c = 58$ s y $t_i = 445$ s. El intervalo de tiempo correspondiente sobre el cual la temperatura del panel excede 150°C es $\Delta t_{(T>150°C)} = 306$ s (58 s $\leq t \leq$ 364 s). Si el periodo de calentamiento prolongado se reduce a 294 s, la integración numérica da $t_c = 58$ s, $t_i = 439$ s y $\Delta t_{(T>150°C)} = 300$ s. Así, el tiempo total de proceso se reduce, mientras que el requerimiento de curado aún se satisface.

5.4 *Efectos espaciales*

Con frecuencia surgen situaciones para las que el método de la resistencia interna despreciable no es apropiado y deben usarse métodos alternativos. Sin importar el método particular, ahora debemos enfrentar el hecho de que los gradientes dentro del medio ya no son insignificantes.

En su forma más general, los problemas de conducción transitoria se describen mediante la ecuación de calor, ecuación 2.13 para coordenadas rectangulares o las ecuaciones 2.20 y 2.23, respectivamente, para coordenadas cilíndricas y esféricas. La solución a estas ecuaciones diferenciales parciales proporciona la variación de la temperatura con el tiempo y con las coordenadas espaciales. Sin embargo, en muchos problemas, como el de la pared plana de la figura 5.4, sólo se necesita una coordenada espacial para describir la distribución interna de temperaturas. Sin generación interna y con la suposición de conductividad térmica constante, la ecuación 2.13 se reduce entonces a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{5.26}$$

Para resolver la ecuación 5.26 en cuanto a la distribución de temperaturas $T(x, t)$, es necesario especificar una condición *inicial* y dos *condiciones de frontera*. Para el problema de conducción transitoria típico de la figura 5.4, la condición inicial es

$$T(x, 0) = T_i \tag{5.27}$$

y las condiciones de frontera son

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \tag{5.28}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...

y

$$-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = h[T(L, t) - T_\infty] \tag{5.29}$$

La ecuación 5.27 presupone una distribución de temperaturas uniforme en el tiempo $t = 0$; la ecuación 5.28 refleja el *requerimiento de simetría* para el plano medio de la pared; y la ecuación 5.29 describe la condición de superficie experimentada en el tiempo $t > 0$. De las ecuaciones 5.26 a 5.29, es evidente que, además de depender de x y t, las temperaturas en la pared también dependen de un número de parámetros físicos. En particular

$$T = T(x, t, T_i, T_\infty, L, k, \alpha, h) \tag{5.30}$$

El problema precedente se resuelve de manera analítica o de forma numérica. Estos métodos se considerarán en las secciones posteriores, pero primero es importante notar las ventajas que se obtienen al adimensionalizar las ecuaciones determinantes. Esto se logra reacomodando las variables relevantes en *grupos* adecuados. Considere la variable dependiente T. Si la diferencia de temperaturas $\theta \equiv T - T_\infty$ se divide entre la *diferencia de temperaturas máxima posible* $\theta_i \equiv T_i - T_\infty$, se puede definir una forma adimensional de la variable dependiente como

$$\theta^* \equiv \frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} \tag{5.31}$$

En consecuencia, θ^* debe estar en el rango $0 \leq \theta^* \leq 1$. Una coordenada espacial adimensional se define como

$$x^* \equiv \frac{x}{L} \tag{5.32}$$

donde L es la mitad del espesor de la pared plana, y un tiempo adimensional se define como

$$t^* \equiv \frac{\alpha t}{L^2} \equiv Fo \tag{5.33}$$

donde t^* es equivalente al *número de Fourier* adimensional, ecuación 5.12.

Sustituyendo las definiciones de las ecuaciones 5.31 a 5.33 en las ecuaciones 5.26 a 5.29, la ecuación de calor se convierte en

$$\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} = \frac{\partial \theta^*}{\partial Fo} \tag{5.34}$$

y las condiciones inicial y de frontera son

$$\theta^*(x^*, 0) = 1 \tag{5.35}$$

$$\left.\frac{\partial \theta^*}{\partial x^*}\right|_{x^*=0} = 0 \tag{5.36}$$

y

$$\left.\frac{\partial \theta^*}{\partial x^*}\right|_{x^*=1} = -Bi\ \theta^*(1, t^*) \tag{5.37}$$

donde el número de Biot es $Bi \equiv hL/k$. En forma adimensional la dependencia funcional se expresa ahora como

$$\theta^* = f(x^*, Fo, Bi) \tag{5.38}$$

Recuerde que una dependencia funcional similar, sin la variación x^*, se obtuvo para el método de la resistencia interna despreciable, como se muestra en la ecuación 5.13.

Al comparar las ecuaciones 5.30 y 5.38, la considerable ventaja asociada con el cambio del problema a una forma adimensional se hace evidente. La ecuación 5.38 implica que *para una geometría establecida, la distribución de temperaturas transitoria es una función universal de x^*, Fo y Bi.* Es decir, la *solución adimensional* supone una forma establecida que no depende del valor particular de T_i, T_∞, L, k, α o h. Como esta generalización simplifica muchísimo la presentación y utilización de soluciones transitorias, las variables adimensionales se usan de manera intensiva en las secciones posteriores.

5.5 *Pared plana con convección*

Ya se han obtenido soluciones analíticas exactas a problemas de conducción transitoria para muchas geometrías simplificadas y condiciones de frontera y están bien documentadas [1-4]. Para este propósito se emplean varias técnicas matemáticas, incluido el método de separación de variables (sección 4.2), y normalmente la solución para la distribución de temperaturas adimensional, ecuación 5.38, está en la forma de una serie infinita. Sin embargo, excepto para valores muy pequeños del número de Fourier, esta serie se aproxima mediante un solo término y los resultados se representan en una forma gráfica conveniente.

5.5.1 Solución exacta

Considere una *pared plana* de espesor $2L$ (figura 5.6*a*). Si el espesor es pequeño en relación con el ancho y la altura de la pared, es razonable suponer que la conducción ocurre exclusivamente en la dirección x. Si la pared al principio está a una temperatura

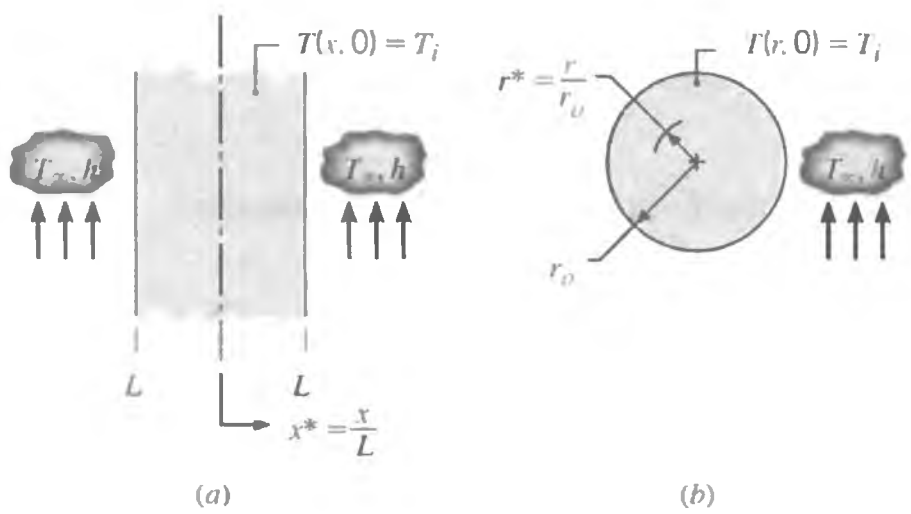


FIGURA 5.6 Sistemas unidimensionales con una temperatura inicial uniforme sujeta a condiciones de convección súbita. (*a*) Pared plana. (*b*) Cilindro infinito o esfera.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del Litoral

uniforme, $T(x, 0) = T_i$, y se sumerge súbitamente en un fluido de $T_\infty \neq T_i$, las temperaturas resultantes se obtienen resolviendo la ecuación 5.34 sujeta a las condiciones de las ecuaciones 5.35 a 5.37. Como las condiciones de convección para las superficies en $x^* = \pm 1$ son las mismas, la distribución de temperaturas en cualquier instante debe ser simétrica alrededor del plano medio ($x^* = 0$). Una solución exacta a este problema ya se obtuvo y es de la forma [2]

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) \cos(\zeta_n x^*) \tag{5.39a}$$

donde $Fo = \alpha t/L^2$ y el coeficiente C_n es

$$C_n = \frac{4 \operatorname{sen} \zeta_n}{2\zeta_n + \operatorname{sen}(2\zeta_n)} \tag{5.39b}$$

y los valores característicos (*eigenvalores*) de ζ_n son las raíces positivas de la ecuación trascendente

$$\zeta_n \tan \zeta_n = Bi \tag{5.39c}$$

Las primeras cuatro raíces de esta ecuación se dan en el apéndice B.3.

5.5.2 Solución aproximada

Se puede mostrar (problema 5.27) que para valores de $Fo > 0.2$, la solución en serie infinita, ecuación 5.39a, se aproxima con el primer término de la serie. Al recurrir a esta aproximación, la forma adimensional de la distribución de temperaturas se convierte en

$$\theta^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \cos(\zeta_1 x^*) \tag{5.40a}$$

o

$$\theta^* = \theta_o^* \cos(\zeta_1 x^*) \tag{5.40b}$$

donde $\theta_o^* = (T_o - T_\infty)/(T_i - T_\infty)$ representa la temperatura del plano medio ($x^* = 0$

$$\theta_o^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \tag{5.41}$$

Una implicación importante de la ecuación 5.40b es que la *dependencia de la temperatura con respecto al tiempo x en cualquier lugar dentro de la pared es la misma que la de la temperatura del plano medio.* Los coeficientes C_1 y ζ_1 se evalúan a partir de las ecuaciones 5.39b y 5.39c, respectivamente, y están dadas en la tabla 5.1 para un rango de números de Biot.

5.5.3 Transferencia total de energía

En muchas situaciones es útil conocer la energía total que disminuye en la pared en cualquier tiempo t en el proceso transitorio. El requerimiento de conservación de la energía, ecuación 1.11b, se aplica al intervalo de tiempo limitado por la condición inicial ($t = 0$) y cualquier tiempo $t > 0$

$$E_{ent} - E_{sale} = \Delta E_{alm} \tag{5.42}$$

TABLA 5.1 Coeficientes que se usan en la aproximación de un término para las soluciones de serie de la conducción transitoria unidimensional

	Pared plana		Cilindro infinito		Esfera	
Bi^a	ζ_1 (rad)	C_1	ζ_1 (rad)	C_1	ζ_1 (rad)	C_1
0.01	0.0998	1.0017	0.1412	1.0025	0.1730	1.0030
0.02	0.1410	1.0033	0.1995	1.0050	0.2445	1.0060
0.03	0.1732	1.0049	0.2439	1.0075	0.2989	1.0090
0.04	0.1987	1.0066	0.2814	1.0099	0.3450	1.0120
0.05	0.2217	1.0082	0.3142	1.0124	0.3852	1.0149
0.06	0.2425	1.0098	0.3438	1.0148	0.4217	1.0179
0.07	0.2615	1.0114	0.3708	1.0173	0.4550	1.0209
0.08	0.2791	1.0130	0.3960	1.0197	0.4860	1.0239
0.09	0.2956	1.0145	0.4195	1.0222	0.5150	1.0268
0.10	0.3111	1.0160	0.4417	1.0246	0.5423	1.0298
0.15	0.3779	1.0237	0.5376	1.0365	0.6608	1.0445
0.20	0.4328	1.0311	0.6170	1.0483	0.7593	1.0592
0.25	0.4801	1.0382	0.6856	1.0598	0.8448	1.0737
0.30	0.5218	1.0450	0.7465	1.0712	0.9208	1.0880
0.4	0.5932	1.0580	0.8516	1.0932	1.0528	1.0164
0.5	0.6533	1.0701	0.9408	1.1143	1.1656	1.1441
0.6	0.7051	1.0814	1.0185	1.1346	1.2644	1.1713
0.7	0.7506	1.0919	1.0873	1.1539	1.3225	1.1978
0.8	0.7910	1.1016	1.1490	1.1725	1.4320	1.2236
0.9	0.8274	1.1107	1.2048	1.1902	1.5044	1.2488
1.0	0.8603	1.1191	1.2558	1.2071	1.5708	1.2732
2.0	1.0769	1.1795	1.5995	1.3384	2.0288	1.4793
3.0	1.1925	1.2102	1.7887	1.4191	2.2889	1.6227
4.0	1.2646	1.2287	1.9081	1.4698	204556	1.7201
5.0	1.3138	1.2402	1.9898	1.5029	2.5704	1.7870
6.0	1.3496	1.2479	2.0490	1.5253	2.6537	1.8338
7.0	1.3766	1.2532	2.0937	1.5411	2.7165	1.8674
8.0	1.3978	1.2570	2.1286	1.5526	2.7654	1.8921
9.0	1.4149	1.2598	2.1566	1.5611	2.8044	1.9106
10.0	1.4289	1.2620	2.1795	1.5677	2.8363	1.9249
20.0	1.4961	1.2699	2.2881	1.5919	2.9857	1.9781
30.0	1.5202	1.2717	2.3261	1.5973	3.0372	1.9898
40.0	1.5325	1.2723	2.3455	1.5993	3.0632	1.9942
50.0	1.5400	1.2727	2.3572	1.6002	3.0788	1.9962
100.0	1.5552	1.2731	2.3809	1.6015	3.1102	1.9990
∞	1.5707	1.2733	2.4050	1.6018	3.1415	2.000

[a] $Bi = hL/k$ para la pared plana y hr_o/k para el cilindro infinito y la esfera. Véase la figura 5.6.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Al igualar la energía que se transfiere desde la pared Q a E_{sale} y con $E_{ent} = 0$ y $\Delta E_{alm} = E(t) - E(0)$, se sigue que

$$Q = -[E(t) - E(0)] \tag{5.43a}$$

o

$$Q = -\int \rho c[T(r, t) - T_i]\, dV \tag{5.43b}$$

donde la integración se lleva a cabo sobre el volumen de la pared. Es conveniente quitar las dimensiones a este resultado mediante la introducción de la cantidad

$$Q_o = \rho c V(T_i - T_\infty) \tag{5.44}$$

que se interpreta como la energía interna inicial de la pared relativa a la temperatura del fluido. También es la cantidad *máxima* de transferencia de energía que podría ocurrir si el proceso continuara al tiempo $t = \infty$. Por tanto, al suponer propiedades constantes, la razón de la energía total transferida de la pared en el intervalo de tiempo t a la transferencia máxima posible es

$$\frac{Q}{Q_o} = \int \frac{-[T(x, t) - T_i]}{T_i - T_\infty} \frac{dV}{V} = \frac{1}{V} \int (1 - \theta^*)\, dV \tag{5.45}$$

Al emplear la forma aproximada de la distribución de temperaturas para la pared plana, ecuación 5.40b, la integración que establece la ecuación 5.45 se ejecuta para obtener

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{\operatorname{sen} \zeta_1}{\zeta_1} \theta_o^* \tag{5.46}$$

donde θ_o^* se determina de la ecuación 5.41, con la ayuda de la tabla 5.1 para los valores de los coeficientes C_1 y ζ_1.

5.5.4 Consideraciones adicionales

Como el problema matemático es precisamente el mismo, los resultados precedentes también se aplican a una pared plana de espesor L, la cual está aislada en un lado ($x^* = 0$) y experimenta transporte convectivo en el otro ($x^* = +1$). Esta equivalencia es una consecuencia del hecho de que, sin importar si se establece un requisito simétrico o adiabático en $x^* = 0$, la condición de frontera es de la forma $\partial\theta^*/\partial x^* = 0$.

También debe advertirse que los resultados anteriores sirven para determinar la respuesta transitoria de una pared plana a un cambio súbito en la temperatura de la superficie. El proceso es equivalente a tener un coeficiente de convección infinito, en cuyo caso el número de Biot es infinito ($Bi = \infty$) y la temperatura del fluido T_∞ se reemplaza por la temperatura establecida de la superficie T_s.

Finalmente, observamos que las representaciones gráficas de las aproximaciones de un término ya se han desarrollado [5, 6] y se presentan en el apéndice D. Aunque las gráficas asociadas proporcionan un medio conveniente para resolver problemas de conducción unidimensional transitoria para $Fo > 0.2$, se logra mayor precisión mediante las ecuaciones 5.40 y 5.46.

5.6
Sistemas radiales con convección

Para un cilindro infinito o una esfera de radio r_o (figura 5.6*b*), que está a una temperatura inicial uniforme y experimenta un cambio en las condiciones de convección, se producen resultados similares a los de la sección 5.5. Es decir, es posible una solución en serie exacta para la dependencia con respecto al tiempo de la distribución radial de temperaturas, y se aprovecha la aproximación de un término para la mayoría de las condiciones. El cilindro infinito es una idealización que permite la suposición de conducción unidimensional en la dirección radial. Esta es una aproximación razonable para cilindros con $L/r_o \gtrsim 10$.

5.6.1 Soluciones exactas

Se han desarrollado soluciones exactas para la forma unidimensional transitoria de la ecuación de calor para el cilindro infinito y para la esfera. En cuanto a una temperatura inicial uniforme y condiciones de frontera convectivas, las soluciones [2] son como sigue.

Cilindro infinito En forma adimensional, la temperatura es

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) J_0(\zeta_n r^*) \tag{5.47a}$$

donde $Fo = \alpha t/r_o^2$,

$$C_n = \frac{2}{\zeta_n} \frac{J_1(\zeta_n)}{J_0^2(\zeta_n) + J_1^2(\zeta_n)} \tag{5.47b}$$

y los valores característicos de ζ_n son las raíces positivas de la ecuación trascendental

$$\zeta_n \frac{J_1(\zeta_n)}{J_0(\zeta_n)} = Bi \tag{5.47c}$$

Las cantidades J_1 y J_0 son funciones de Bessel de primera clase y sus valores se tabulan en el apéndice B.4. Schneider [2] tabuló las raíces de la ecuación trascendental (5.47c)

Esfera De manera similar, para la esfera

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) \frac{1}{\zeta_n r^*} \operatorname{sen}(\zeta_n r^*) \tag{5.48a}$$

donde $Fo = \alpha t/r_o^2$,

$$C_n = \frac{4[\operatorname{sen}(\zeta_n) - \zeta_n \cos(\zeta_n)]}{2\zeta_n - \operatorname{sen}(2\zeta_n)} \tag{5.48b}$$

y los valores característicos de ζ_n son las raíces positivas de la ecuación trascendental

$$1 - \zeta_n \cot \zeta_n = Bi \tag{5.48c}$$

Las raíces de la ecuación trascendental fueron tabuladas por Schneider [2].

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

5.6.2 Soluciones aproximadas

Para el cilindro infinito y la esfera, las soluciones en serie anteriores se aproximan nuevamente mediante un solo término para $Fo > 0.2$. De aquí, como para el caso de la pared plana, la dependencia respecto al tiempo de la temperatura en cualquier lugar dentro del sistema radial es la misma que la de la línea central o el punto central.

Cilindro infinito La aproximación de un término para la ecuación 5.47 es

$$\theta^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) J_0(\zeta_1 r^*) \tag{5.49a}$$

o

$$\theta^* = \theta_o^* J_0(\zeta_1 r^*) \tag{5.49b}$$

donde θ_o^* representa la temperatura de la línea central y es de la forma

$$\theta_o^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \tag{5.49c}$$

Los valores de los coeficientes C_1 y ζ_1 ya se han determinado y se enumeran en la tabla 5.1 para un rango de números de Biot.

Esfera De la ecuación 5.48a, la aproximación de un término es

$$\theta^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \frac{1}{\zeta_1 r^*} \operatorname{sen}(\zeta_1 r^*) \tag{5.50a}$$

o

$$\theta^* = \theta_o^* \frac{1}{\zeta_1 r^*} \operatorname{sen}(\zeta_1 r^*) \tag{5.50b}$$

donde θ_o^* representa la temperatura del centro y es de la forma

$$\theta_o^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \tag{5.50c}$$

Los valores de los coeficientes C_1 y ζ_1 ya se han determinado y se enumeran en la tabla 5.1 para un rango de números de Biot.

5.6.3 Transferencia total de energía

Como en la sección 5.5.3, se realiza un balance de energía para determinar la transferencia total de energía del cilindro infinito o de la esfera en el intervalo de tiempo $\Delta t = t$. Sustituyendo las soluciones aproximadas, ecuaciones 5.49b y 5.50b, y con la introducción de Q_o de la ecuación 5.44, los resultados son como sigue.

Cilindro infinito

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{2\theta_o^*}{\zeta_1} J_1(\zeta_1) \tag{5.51}$$

Esfera

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{3\theta_o^*}{\zeta_1^3} [\operatorname{sen}(\zeta_1) - \zeta_1 \cos(\zeta_1)] \tag{5.52}$$

Los valores de la temperatura del centro θ_o^* se determinan a partir de la ecuación 5.49c o 5.50c, con los coeficientes de la tabla 5.1 para el sistema apropiado.

5.6.4 Consideraciones adicionales

Como en el caso de la pared plana, los resultados anteriores son útiles para predecir la respuesta transitoria de cilindros largos y esferas sujetos a un cambio súbito en la temperatura de la *superficie*. Esto es, se establece un número de Biot infinito, y la temperatura del fluido T_∞ se reemplaza con la temperatura constante de la superficie T_s.

En el apéndice D se muestran representaciones gráficas de aproximaciones de un término.

EJEMPLO 5.3

Considere una tubería de acero (AISI 1010) que tiene 1 m de diámetro interno y una pared con espesor de 40 mm. La tubería está fuertemente aislada en el exterior y, antes del inicio del flujo, las paredes de la tubería se encuentran a una temperatura uniforme de $-20°C$. Con el inicio del flujo se bombea aceite caliente a 60°C por la tubería, con lo que se crea una condición convectiva de superficie que corresponde a $h = 500\ W/m^2 \cdot K$ en la superficie interior de la tubería.

1. ¿Cuáles son los números de Biot y de Fourier apropiados, 8 minutos después de iniciado el flujo?
2. A $t = 8$ min, ¿cuál es la temperatura de la superficie externa cubierta por aislante?
3. ¿Cuál es el flujo de calor q'' (W/m^2) a la tubería desde el aceite en $t = 8$ minutos?
4. ¿Cuánta energía por metro de longitud de tubería se ha transferido del aceite a la tubería en $t = 8$ minutos?

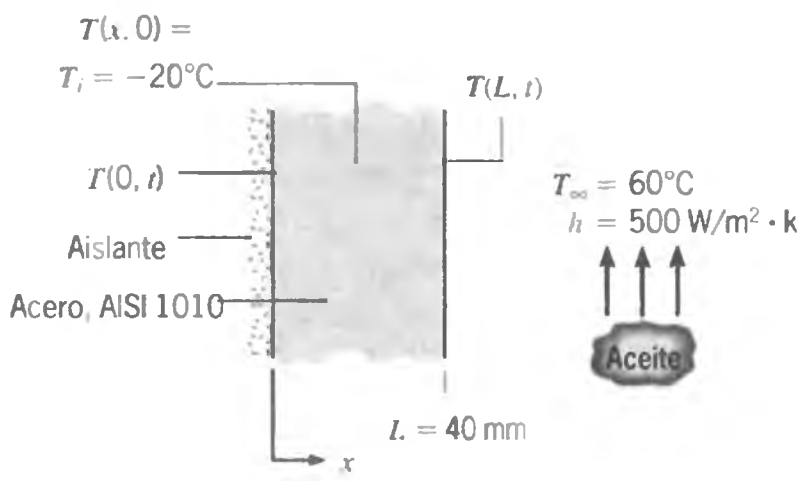
SOLUCIÓN

Se conoce: Pared sujeta a un cambio súbito en la condición superficial convectiva.

Encontrar:

1. Números de Biot y de Fourier después de 8 minutos.
2. Temperatura de la superficie externa de la tubería después de 8 minutos.
3. Flujo de calor a la pared en 8 minutos.
4. Energía transferida a la tubería por unidad de longitud después de 8 minutos.

Esquema:



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del Litoral

Suposiciones:

1. La pared de la tubería se aproxima como una pared plana, pues el espesor es mucho menor que el diámetro.
2. Propiedades constantes.
3. La superficie externa de la tubería es adiabática.

Propiedades: De la tabla A.1, acero tipo AISI 1010 [$T = (-20 + 60)°C/2 \approx 300$ K]: $\rho = 7823$ kg/m^3, $c = 434$ J/kg · K, $k = 63.9$ W/m · K, $\alpha = 18.8 \times 10^{-6}$ m^2/s.

Análisis:

1. En $t = 8$ minutos, los números de Biot y de Fourier se calculan de las ecuaciones 5.10 y 5.12, respectivamente, con $L_c = L$. Así,

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{500 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.04 \text{ m}}{63.9 \text{ W/m} \cdot \text{K}} = 0.313$$

$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{18.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \times 8 \text{ min} \times 60 \text{ s/min}}{(0.04 \text{ m})^2} = 5.64$$

2. Con $Bi = 0.313$, el uso del método de la resistencia interna despreciable no es apropiado. Sin embargo, como $Fo > 0.2$ y las condiciones transitorias en la pared aislada de espesor L de la tubería corresponden a las de una pared plana de espesor $2L$ que experimenta la misma condición de superficie, los resultados que se desean se obtienen de la aproximación de un término para una pared plana. La temperatura de plano medio se determina de la ecuación 5.41

$$\theta_o^* = \frac{T_o - T_\infty}{T_i - T_\infty} = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo)$$

donde, con $Bi = 0.313$, $C_1 = 1.047$ y $\zeta_1 = 0.531$ rad de la tabla 5.1. Con $Fo = 5.64$

$$\theta_o^* = 1.047 \exp[-(0.531 \text{ rad})^2 \times 5.64] = 0.214$$

Por tanto, después de 8 minutos la temperatura de la superficie externa de la tubería, que corresponde a la temperatura del plano medio de una pared plana, es

$$T(0, 8 \text{ min}) = T_\infty + \theta_o^*(T_i - T_\infty) = 60°C + 0.214(-20 - 60)°C = 42.9°C$$

3. La transferencia de calor a la superficie interna en $x = L$ es por convección, y para cualquier tiempo t el flujo de calor se obtiene de la ley de enfriamiento de Newton. De aquí en $t = 480$ s,

$$q_x''(L, 480 \text{ s}) \equiv q_L'' = h[T(L, 480 \text{ s}) - T_\infty]$$

Con el uso de la aproximación de un término para la temperatura de la superficie, la ecuación 5.40b con $x^* = 1$ tiene la forma

$$\theta^* = \theta_o^* \cos(\zeta_1)$$

$$T(L, t) = T_\infty + (T_i - T_\infty)\theta_o^* \cos(\zeta_1)$$

$$T(L, 8 \text{ min}) = 60°C + (-20 - 60)°C \times 0.214 \times \cos(0.531 \text{ rad})$$

$$T(L, 8 \text{ min}) = 45.2°C$$

El flujo de calor en $t = 8$ minutos es entonces

$$q''_L = 500 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K } (45.2 - 60)^\circ\text{C} = -7400 \text{ W/m}^2 \quad \triangleleft$$

4. La transferencia de energía a la pared de la tubería en el intervalo de 8 minutos se obtiene de las ecuaciones 5.44 y 5.46. Con

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{\text{sen } (\zeta_1)}{\zeta_1} \theta^*_o$$

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{\text{sen } (0.531 \text{ rad})}{0.531 \text{ rad}} \times 0.214 = 0.80$$

se sigue que

$$Q = 0.80 \, \rho c V (T_i - T_\infty)$$

o con un volumen por unidad de longitud de tubería de $V' = \pi DL$,

$$Q' = 0.80 \, \rho c \pi DL (T_i - T_\infty)$$
$$Q' = 0.80 \times 7823 \text{ kg/m}^3 \times 434 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$
$$\times \pi \times 1 \text{ m} \times 0.04 \text{ m } (-20 - 60)^\circ\text{C}$$
$$Q' = -2.73 \times 10^7 \text{ J/m} \quad \triangleleft$$

Comentarios:

1. El signo de menos que se asocia con q'' y Q' implica simplemente que la dirección de la transferencia de calor es del aceite a la tubería (en la pared de la tubería).
2. Los resultados anteriores también se obtienen de la aplicación de las gráficas de Heisler y Gröber del apéndice D. Por ejemplo, si se usa la figura D.1 con $Bi^{-1} = 3.2$, se sigue que $\theta^*_o \approx 0.22$ y el valor correspondiente de la temperatura del plano medio es $T_o \approx 42^\circ\text{C}$. Para $x^* = 1$ y $Bi^{-1} = 3.2$, la figura D.2 da $\theta(L, 8 \text{ min})/\theta_o(8 \text{ min}) \approx 0.86$, de donde se sigue que $T(L, 8 \text{ min}) \approx T_\infty + 0.86[T_o(8 \text{ min}) - T_\infty] \approx 45 \text{ °C}$ y $q''_L = -7500 \text{ W/m}^2$. Con $Bi = 0.313$ y $Bi^2Fo = 0.55$, la figura D.3 da $Q/Q_o \approx 0.78$. Al sustituir de la ecuación 5.44, se sigue que

$$Q' \approx 0.78 \rho c \pi DL (T_i - T_\infty) = -2.7 \times 10^7 \text{ J/m}$$

Los resultados precedentes están de acuerdo con los que se obtuvieron directamente de las aproximaciones con un solo término.

Ejemplo 5.4

Se evaluará un proceso nuevo para el tratamiento de un material especial. El material, una esfera de radio $r_o = 5$ mm, está inicialmente en equilibrio a 400°C en un horno. Se retira súbitamente del horno y se sujeta a un proceso de enfriamiento de dos pasos.

Paso 1 Enfriamiento en aire a 20°C durante un periodo de tiempo t_a hasta que la temperatura del centro alcanza un valor crítico, $T_a(0, t_a) = 335^\circ\text{C}$. Para esta situación, el coeficiente de calor convectivo es $h_a = 10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Después de que la esfera alcanza esta temperatura crítica, se inicia el segundo paso.

Paso 2 Enfriamiento en un baño de agua muy agitado a 20°C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección $h_w = 6000\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$.

Las propiedades termofísicas del material son $\rho = 3000\ \text{kg/m}^3$, $k = 20\ \text{W/m} \cdot \text{K}$, $c = 1000\ \text{J/kg} \cdot \text{K}$ y $\alpha = 6.66 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$.

1. Calcule el tiempo t_a que se requiere para que se complete el paso 1 del proceso de enfriamiento.
2. Calcule el tiempo t_w que se requiere durante el paso 2 del proceso para que el centro de la esfera se enfríe de 335°C (condición al final del paso 1) a 50°C.

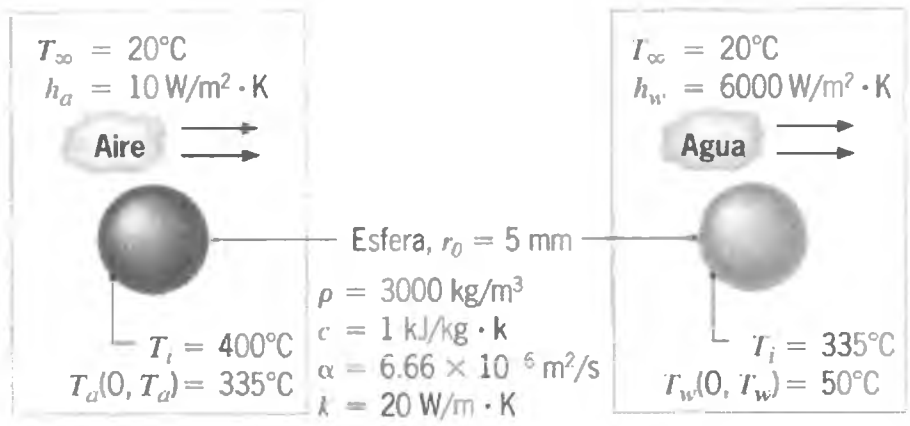
Solución

Se conoce: Requerimientos de temperatura para enfriar una esfera.

Encontrar:

1. Tiempo t_a que se requiere para llevar a cabo el enfriamiento que se desea en aire.
2. Tiempo t_w que se necesita para completar el enfriamiento en el baño de agua.

Esquema:



Suposiciones:

1. Conducción unidimensional en r.
2. Propiedades constantes.

Análisis:

1. Para determinar si es posible utilizar el método de la resistencia interna despreciable, se calcula el número de Biot. De la ecuación 5.10, con $L_c = r_o/3$,

$$Bi = \frac{h_a r_o}{3k} = \frac{10\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.005\ \text{m}}{3 \times 20\ \text{W/m} \cdot \text{K}} = 8.33 \times 10^{-4}$$

En consecuencia, se puede utilizar el método de la resistencia interna despreciable y la temperatura es casi uniforme a través de la esfera. De la ecuación 5.5 se tiene que

$$t_a = \frac{\rho V c}{h_a A_s} \ln \frac{\theta_i}{\theta_a} = \frac{\rho r_o c}{3h_a} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T_a - T_\infty}$$

donde $V = (4/3)\pi r_o^3$ y $A_s = 4\pi r_o^2$. De aquí

$$t_a = \frac{3000 \text{ kg/m}^3 \times 0.005 \text{ m} \times 1000 \text{ J/kg} \cdot \text{K}}{3 \times 10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}} \ln \frac{400 - 20}{335 - 20} = 94 \text{ s} \quad \triangleleft$$

2. Para determinar si el método de la resistencia interna despreciable también sirve en el segundo paso del proceso de enfriamiento, de nuevo se calcula el número de Biot. En este caso

$$Bi = \frac{h_w r_o}{3k} = \frac{6000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.005 \text{ m}}{3 \times 20 \text{ W/m} \cdot \text{K}} = 0.50$$

y el método de la resistencia interna despreciable no es apropiado. Sin embargo, a una excelente aproximación, la temperatura de la esfera es uniforme en $t = t_a$ y la aproximación con un término se usa para los cálculos de $t = t_a$ a $t = t_a + t_w$. El tiempo t_w al que la temperatura del centro alcanza 50°C, es decir, $T(0, t_w) = 50°\text{C}$, se obtiene reacomodando la ecuación 5.50c

$$Fo = -\frac{1}{\zeta_1^2} \ln \left[\frac{\theta_o^*}{C_1} \right] = -\frac{1}{\zeta_1^2} \ln \left[\frac{1}{C_1} \times \frac{T(0, t_w) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right]$$

donde $t_w = Fo\, r_o^2/\alpha$. Con el número de Biot definido ahora como

$$Bi = \frac{h_w r_o}{k} = \frac{6000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.005 \text{ m}}{20 \text{ W/m} \cdot \text{K}} = 1.50$$

La tabla 5.1 da $C_1 = 1.376$ y $\zeta_1 = 1.800$ rad. Se sigue que

$$Fo = -\frac{1}{(1.800 \text{ rad})^2} \ln \left[\frac{1}{1.376} \times \frac{(50 - 20)°\text{C}}{(335 - 20)°\text{C}} \right] = 0.82$$

y

$$t_w = Fo \frac{r_o^2}{\alpha} = 0.82 \frac{(0.005 \text{ m})^2}{6.66 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 3.1 \text{ s} \quad \triangleleft$$

Advierta que, con $Fo = 0.82$, se justifica el uso de la aproximación con un término.

Comentarios:

1. Si la distribución de temperaturas en la esfera al final del paso 1 no fuera uniforme, la aproximación con un término no serviría para los cálculos del paso 2.
2. La temperatura superficial de la esfera al final del paso 2 se obtiene de la ecuación 5.50b. Con $\theta_o^* = 0.095$ y $r^* = 1$.

$$\theta^*(r_o) = \frac{T(r_o) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{0.095}{1.800 \text{ rad}} \text{ sen } (1.800 \text{ rad}) = 0.0514$$

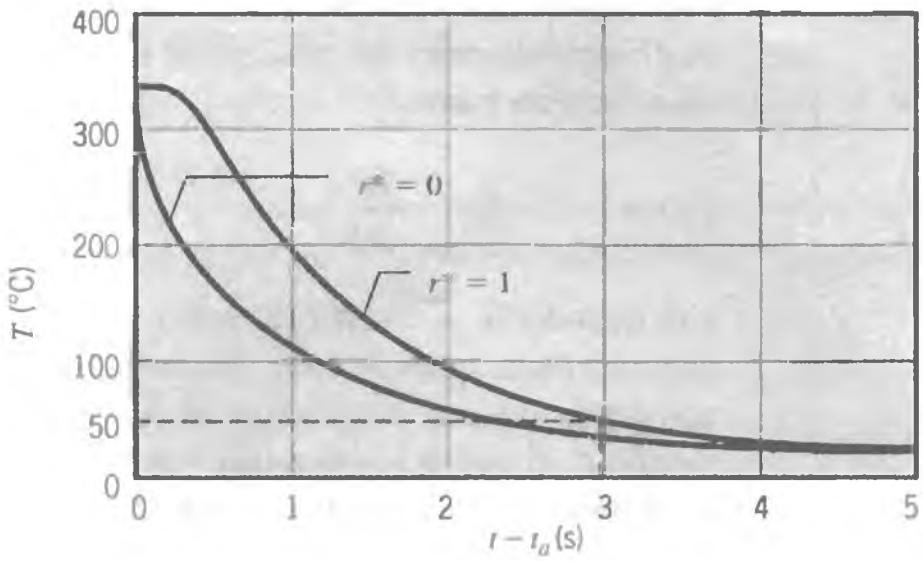
y

$$T(r_0) = 20°\text{C} + 0.0514(335 - 20)°\text{C} = 36°\text{C}$$

La serie infinita, ecuación 5.48a, y su aproximación con un término, ecuación 5.50b, sirve para calcular la temperatura en cualquier posición en la esfera y en cualquier tiempo $t > t_a$. Para $(t - t_a) < 0.2(0.005 \text{ m})^2/6.66 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} = 0.75$ s, debe conservarse un número suficiente de términos para asegurar la convergencia

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...

de la serie. Para $(t - t_a) > 0.75$ s, la aproximación con un término proporciona una convergencia satisfactoria. Al calcular y presentar en forma de gráfica las historias de las temperaturas para $r = 0$ y $r = r_0$, obtenemos los siguientes resultados para $0 \leq (t - t_a) \leq 5$ s:



3. Las gráficas de Heisler del apéndice D también sirven para analizar el proceso de paso 2. Con $Bi^{-1} = 0.67$ y $\theta_0^* = 0.095$, la figura D.7 da $Fo \approx 0.8$ en cuyo caso $t_w \approx 3.0$ s. De la figura D.8, con $r^* = 1$, $\theta(r_0)/\theta_0 \approx 0.52$, en cuyo caso $T(r_0) \approx 20°C + 0.52(50 - 20)°C \approx 36°C$.

5.7 *Sólido semiinfinito*

Otra geometría simple para la que es posible obtener soluciones analíticas es el sólido *semiinfinito*. Como tal sólido se extiende hasta el infinito en todas direcciones excepto una, se caracteriza por una sola superficie identificable (figura 5.7). Si se impone un cambio súbito de condiciones en esta superficie, ocurrirá una conducción unidimensional dentro del sólido. El sólido semiinfinito proporciona una *idealización útil* para muchos problemas prácticos. Se aprovecha para determinar la transferencia de calor transitoria cerca de la superficie de la tierra o para aproximar la respuesta transitoria de un sólido finito, como una losa gruesa. En cuanto a esta segunda situación la aproximación sería razonable para la primera parte del transitorio, durante la cual las temperaturas en el interior de la losa (a bastante distancia de la superficie) no son afectadas por el cambio en las condiciones de la superficie.

La ecuación de calor para la conducción transitoria en un sólido semiinfinito está dada por la ecuación 5.26. La condición inicial se establece mediante la ecuación 5.27 y la condición de frontera interior es de la forma

$$T(x \to \infty, t) = T_i \tag{5.}$$

Ya se han obtenido soluciones en forma cerrada para tres condiciones superficiales importantes, aplicadas de forma instantánea en $t = 0$ [1, 2]. Estas condiciones se muestran en la figura 5.7. Incluyen la aplicación de una temperatura superficial constante $T_s \neq T_i$, la aplicación de un flujo de calor superficial constante q_0'', la exposición de la superficie a un fluido caracterizado por $T_\infty \neq T_i$ y el coeficiente de convección h.

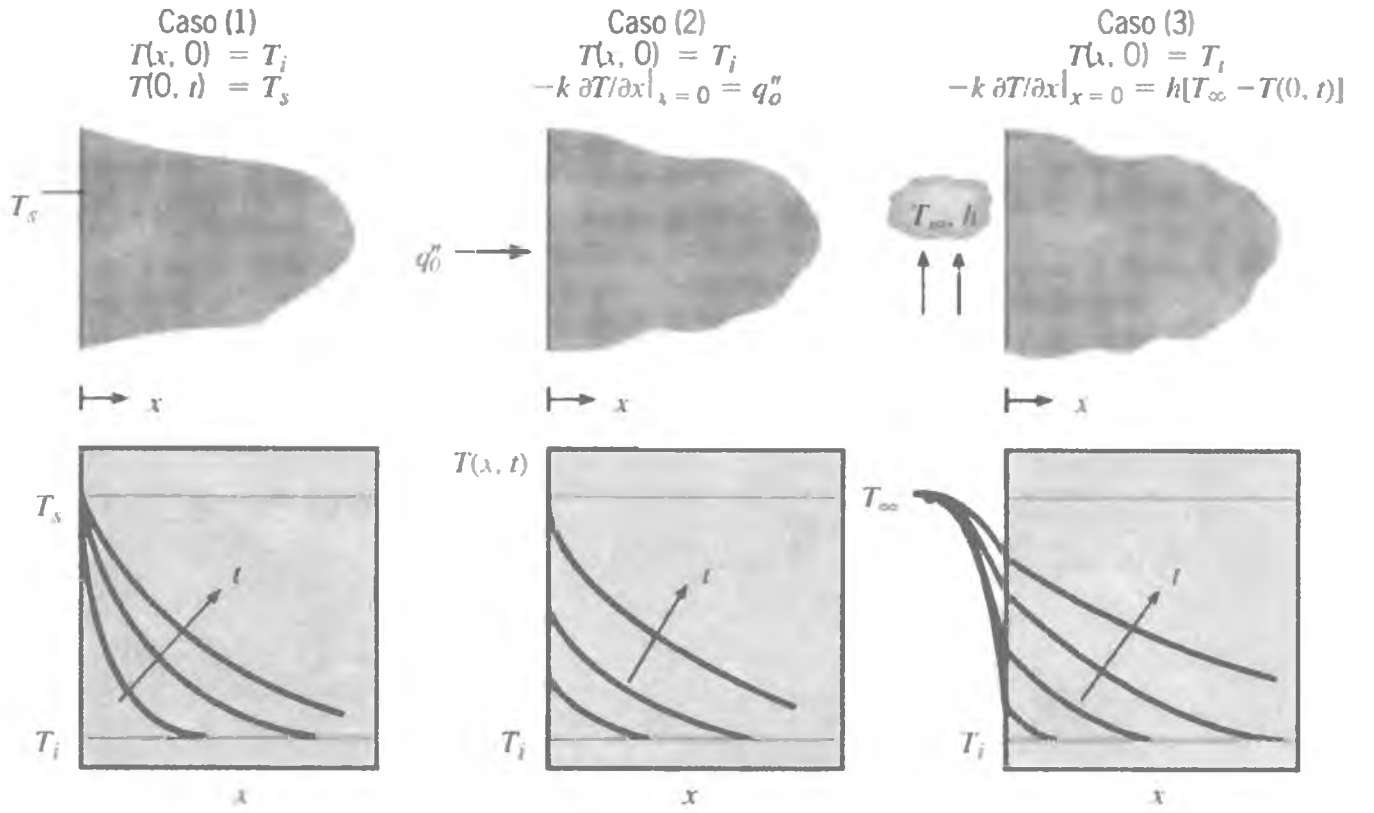


FIGURA 5.7 Distribuciones de temperatura transitorias en un sólido semiinfinito para tres condiciones de la superficie: temperatura superficial constante, flujo de calor superficial constante y convección superficial.

La solución para el caso 1 se obtiene al reconocer la existencia de una *variable de similitud* η, mediante la cual se transforma la ecuación de calor de una ecuación diferencial parcial, que incluye dos variables independientes (x y t), a una ecuación diferencial ordinaria expresada en términos sólo de la variable de similitud. Para confirmar que $\eta \equiv x/(4\alpha t)^{1/2}$ satisface este requisito, transformamos primero los operadores diferenciales pertinentes, de modo que

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT}{d\eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{(4\alpha t)^{1/2}}\frac{dT}{d\eta}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{d}{d\eta}\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{4\alpha t}\frac{d^2T}{d\eta^2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dT}{d\eta}\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{x}{2t(4\alpha t)^{1/2}}\frac{dT}{d\eta}$$

Sustituyendo en la ecuación 5.26, la ecuación de calor se convierte en

$$\frac{d^2T}{d\eta^2} = -2\eta\frac{dT}{d\eta} \tag{5.54}$$

Con $x = 0$ en correspondencia con $\eta = 0$, la condición de superficie se expresa como

$$T(\eta = 0) = T_s \tag{5.55}$$

y con $x \to \infty$, así como $t = 0$, que corresponde a $\eta \to \infty$, la condición inicial y la condición de frontera interior corresponden al único requerimiento

$$T(\eta \to \infty) = T_i \tag{5.56}$$

Como la ecuación de calor transformada y las condiciones inicial/de frontera son independientes de x y t, $\eta \equiv x/(4\alpha t)^{1/2}$ es, en realidad, una variable de similitud. Su

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

existencia implica que la *forma* de la distribución de temperaturas en el medio, $T(x)$, es independiente del tiempo y que, sin tener en cuenta los valores de x y t, la temperatura se representa como una función sólo de η.

La forma específica de la dependencia de la temperatura, $t(\eta)$, se obtiene mediante la separación de variables en la ecuación 5.54, de modo que

$$\frac{d(dT/d\eta)}{(dT/d\eta)} = -2\eta\, d\eta$$

Al integrar, se sigue que

$$\ln(dT/d\eta) = -\eta^2 + C_1'$$

o

$$\frac{dT}{d\eta} = C_1 \exp(-\eta^2)$$

Al integrar una segunda vez, obtenemos

$$T = C_1 \int_0^\eta \exp(-u^2)\, du + C_2$$

donde u es una variable muda. Al aplicar la condición de frontera en $\eta = 0$, ecuación 5.55, se sigue que $C_2 = T_s$, y

$$T = C_1 \int_0^\eta \exp(-u^2)\, du + T_s$$

De la segunda condición de frontera, ecuación 5.56, obtenemos

$$T_i = C_1 \int_0^\infty \exp(-u^2)\, du + T_s$$

o, mediante la evaluación de la integral definida,

$$C_1 = \frac{2(T_i - T_s)}{\pi^{1/2}}$$

De aquí la distribución de temperaturas se expresa como

$$\frac{T - T_s}{T_i - T_s} = (2/\pi^{1/2}) \int_0^\eta \exp(-u^2)\, du \equiv \text{erf}\ \eta \tag{5.57}$$

donde la *función gaussiana de error*, erf η, es una función matemática estándar que se tabula en el apéndice B. El flujo de calor en la superficie se obtiene con la aplicación de la ley de Fourier en $x = 0$, en cuyo caso

$$q_s'' = -k \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = -k(T_i - T_s) \left.\frac{d(\text{erf}\ \eta)}{d\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x}\right|_{\eta=0}$$

$$q_s'' = k(T_s - T_i)(2/\pi^{1/2})\exp(-\eta^2)(4\alpha t)^{-1/2}\big|_{\eta=0}$$

$$q_s'' = \frac{k(T_s - T_i)}{(\pi\alpha t)^{1/2}} \tag{5.58}$$

También se pueden obtener soluciones analíticas para las condiciones superficiales del caso 2 y del caso 3, y los resultados para los tres casos se resumen como sigue.

Caso 1 Temperatura superficial constante: $T(0, t) = T_s$

$$\frac{T(x, t) - T_s}{T_i - T_s} = \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \tag{5.57}$$

$$q_s''(t) = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi \alpha t}} \tag{5.58}$$

Caso 2 Flujo de calor superficial constante: $q_s'' = q_o''$

$$T(x, t) - T_i = \frac{2q_o''(\alpha t/\pi)^{1/2}}{k} \exp\left(\frac{-x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{q_o'' x}{k} \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \tag{5.59}$$

Caso 3 Convección superficial: $-k \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = h[T_\infty - T(0, t)]$

$$\frac{T(x, t) - T_i}{T_\infty - T_i} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \left[\exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2 \alpha t}{k^2}\right)\right]\left[\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right)\right] \tag{5.60}$$

La *función complementaria de error*, erfc w, se define como erfc $w \equiv 1 - \text{erf}\, w$.

Las historias de temperatura para los tres casos se muestran en la figura 5.7, y deben notarse las características distintivas. Con un cambio de intervalo en la temperatura de la superficie, caso 1, las temperaturas dentro del medio se aproximan de forma monótona a T_s al aumentar t, mientras que la magnitud del gradiente de temperatura de la superficie, y de ahí el flujo de calor superficial, disminuye como $t^{-1/2}$. En cambio, para un flujo de calor superficial fijo (caso 2), la ecuación 5.59 revela que $T(0, t) = T_s(t)$ aumenta monótonamente como $t^{1/2}$. Para la convección superficial (caso 3), la temperatura superficial y las temperaturas dentro del cuerpo se aproximan a la temperatura del fluido T_∞ al aumentar el tiempo. Conforme T_s se aproxima a T_∞, hay, por supuesto, una reducción en el flujo de calor superficial, $q_s''(t) = h[T_s(t) - T_\infty]$. En la figura 5.8 se presentan gráficas de las historias de temperatura específicas calculadas a partir de la ecuación 5.60. El resultado que corresponde a $h = \infty$ es equivalente al que se asocia con un cambio súbito en la temperatura de la superficie, caso 1.

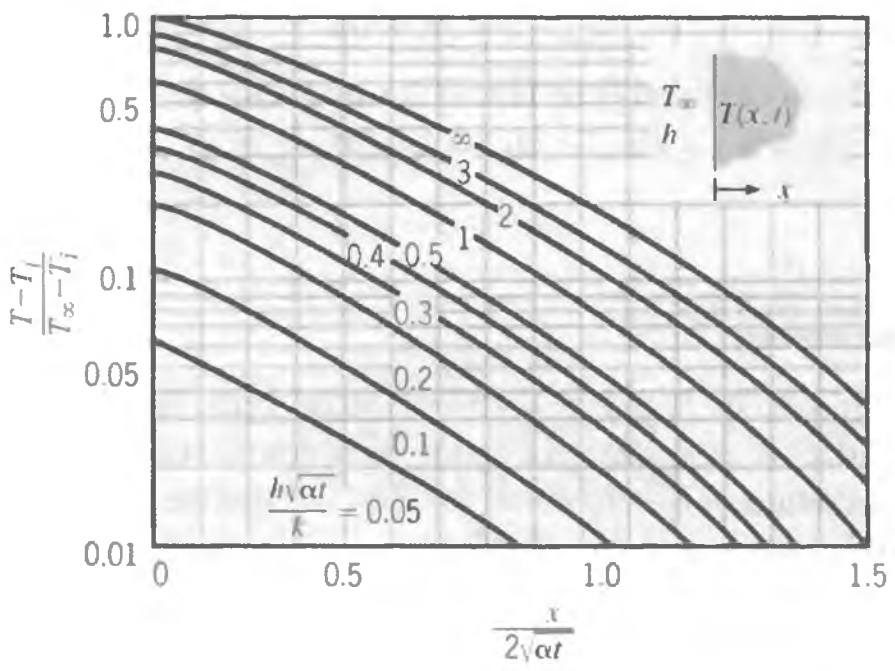


FIGURA 5.8
Historias de temperaturas en un sólido semiinfinito con convección superficial [2].
Adaptada con permiso.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

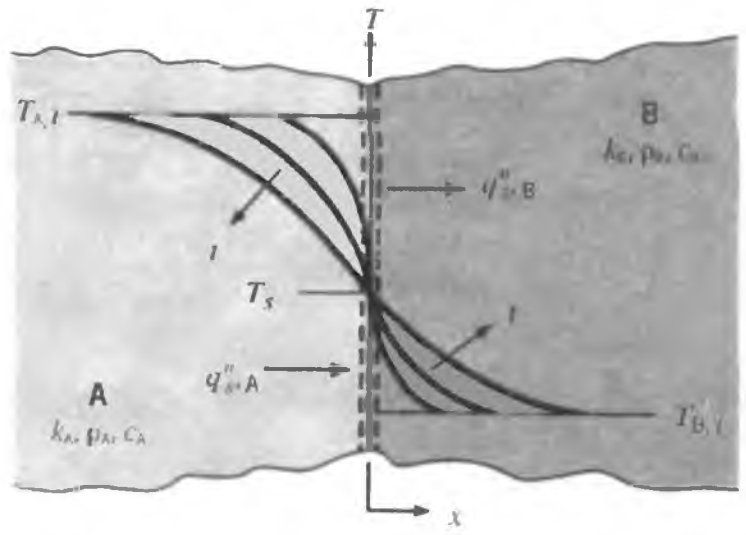


Figura 5.9
Contacto de la interfaz entre dos sólidos semiinfintos a diferentes temperaturas iniciales.

Es decir, para $h = \infty$, la superficie alcanza de manera instantánea la temperatura impuesta del fluido ($T_s = T_\infty$), y reduciendo a cero el segundo término del lado derecho de la ecuación 5.60, el resultado es equivalente a la ecuación 5.57.

Una permutación interesante del caso 1 resulta cuando se ponen en contacto en las superficies libres dos sólidos semiinfinitos inicialmente a temperaturas uniformes $T_{A,i}$ y $T_{B,i}$ (figura 5.9). Si la resistencia de contacto es insignificante, el requerimiento de equilibrio térmico exige que, en el instante de contacto ($t = 0$), ambas superficies deben tomar la misma temperatura T_s, para la que $T_{B,i} < T_s < T_{A,i}$. Como T_s no cambia al aumentar el tiempo, se sigue que la respuesta térmica transitoria y el flujo de calor superficial de cada uno de los sólidos está determinado por las ecuaciones 5.57 y 5.59, respectivamente.

La temperatura superficial de equilibrio de la figura 5.9 se determina a partir de un balance de energía en la superficie, el cual requiere que

$$q''_{s,A} = q''_{s,B} \tag{5.61}$$

Al sustituir de la ecuación 5.58 para $q''_{s,A}$ y $q''_{s,B}$ y reconocer que la coordenada x de la figura 5.9 requiere un cambio de signo para $q''_{s,A}$, se sigue que

$$\frac{-k_A(T_s - T_{A,i})}{(\pi\alpha_A t)^{1/2}} = \frac{k_B(T_s - T_{B,i})}{(\pi\alpha_B t)^{1/2}} \tag{5.62}$$

o, al resolver para T_s,

$$T_s = \frac{(k\rho c)_A^{1/2} T_{A,i} + (k\rho c)_B^{1/2} T_{B,i}}{(k\rho c)_A^{1/2} + (k\rho c)_B^{1/2}} \tag{5.63}$$

Por tanto, la cantidad $m \equiv (k\rho c)^{1/2}$ es un factor de peso que determina si T_s aproxima más de cerca a $T_{A,i}(m_A > m_B)$ o $T_{B,i}(m_B > m_A)$.

Ejemplo 5.5

En el tendido de la red de distribución de agua, las empresas deben preocuparse de la posibilidad de congelación durante periodos de frío. Aunque el problema de determinar la temperatura del suelo como función del tiempo es complicado para condiciones superficiales cambiantes, es posible basar estimaciones razonables en la suposición de una temperatura superficial constante en un periodo prolongado de clima frío. ¿Qué profundidad mínima de entierro x_m recomendaría para evitar el congelamiento en

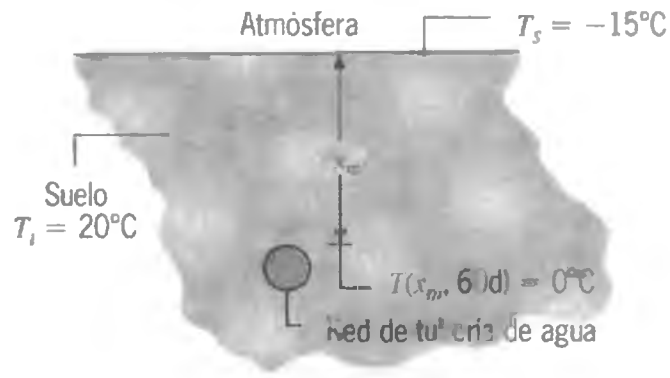
diciones en las que el suelo, inicialmente a una temperatura uniforme de 20°C, se somete a una temperatura superficial constante de −15°C durante 60 días?

SOLUCIÓN

Se conoce: Temperatura impuesta a la superficie del suelo inicialmente a 20°C.

Encontrar: Profundidad x_m a la que se congela el suelo después de 60 días.

Esquema:



Suposiciones:

1. Conducción unidimensional en x.
2. El suelo es un medio semiinfinito.
3. Propiedades constantes.

Propiedades: De la tabla A.3, suelo (300 K): $\rho = 2050$ kg/m^3, $k = 0.52$ W/m · K, $c = 1840$ J/kg · K, $\alpha = (k/\rho c) = 0.138 \times 10^{-6}$ m^2/s.

Análisis: Las condiciones establecidas corresponden a las del caso 1 de la figura 5.7, y la respuesta transitoria de temperatura del suelo está gobernada por la ecuación 5.57. Por tanto, en el tiempo $t = 60$ días después del cambio de la temperatura de la superficie,

$$\frac{T(x_m, t) - T_s}{T_i - T_s} = \text{erf}\left(\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

o

$$\frac{0 - (-15)}{20 - (-15)} = 0.429 = \text{erf}\left(\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

Por ello del apéndice B.1

$$\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}} = 0.40$$

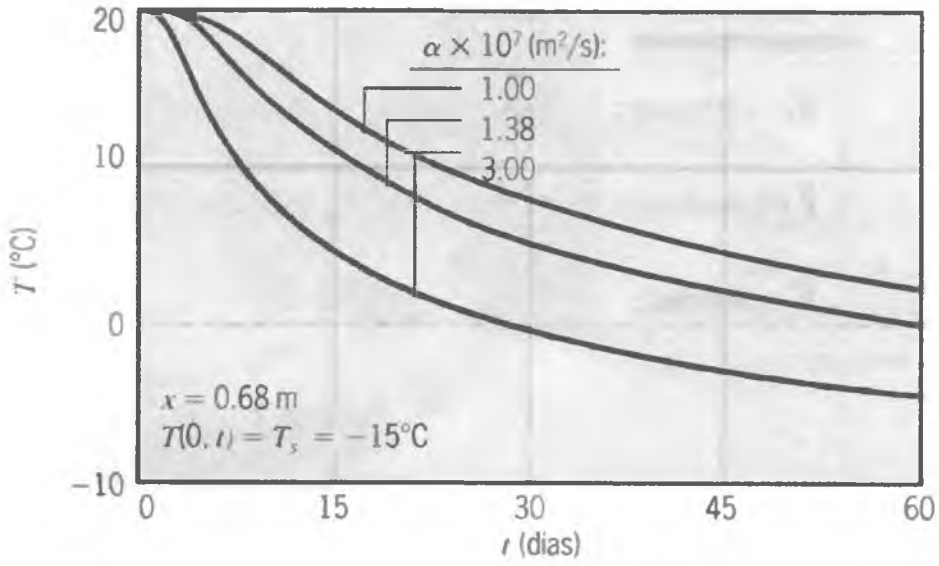
y

$$x_m = 0.80\alpha t = 0.80(0.138 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \times 60\ \text{días} \times 24\ \text{h/día} \times 3600\ \text{s/h})^{1/2} = 0.68\ \text{m} \quad \triangleleft$$

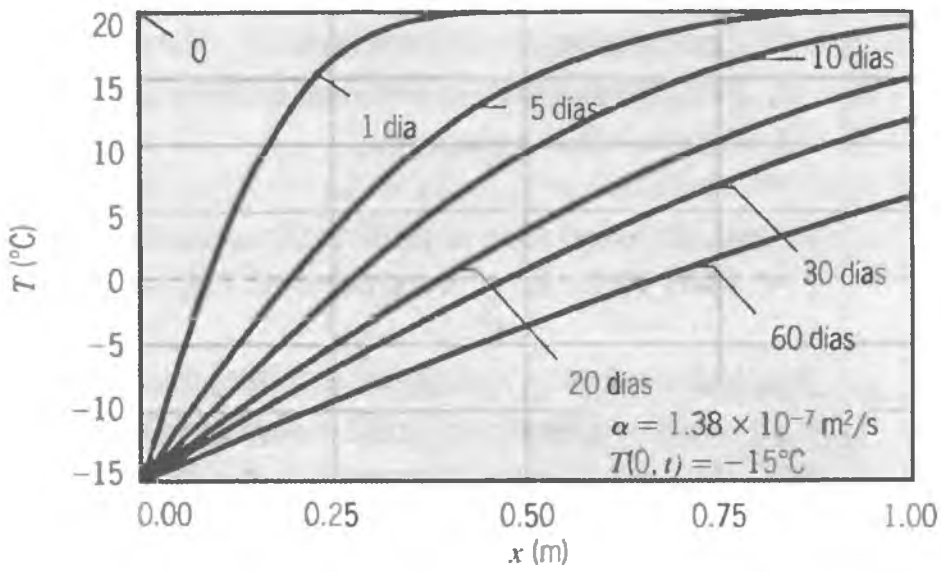
Comentarios: Las propiedades del suelo son altamente variables, dependiendo de la naturaleza del suelo y el contenido de humedad, un rango representativo de difusividades térmicas es $1 \times 10^{-7} < \alpha < 3 \times 10^{-7}$ m^2/s. A fin de evaluar el efecto de las

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...

propiedades del suelo sobre las condiciones de congelación, usamos la ecuación 5.57 para calcular las historias de la temperatura en $x_m = 0.68$ m para $\alpha \times 10^7 = 1.0$, 1.3[illegible] y 3.0 m²/s.



Si $\alpha > 1.38 \times 10^{-7}$ m²/s, no se alcanza el criterio de diseño en $x_m = 0.68$ m y ocurre la congelación. También es instructivo examinar las distribuciones de temperatura en el sólido en tiempos representativos durante el periodo de enfriamiento. Con la ecuación 5.57 con $\alpha = 1.38 \times 10^{-7}$ m²/s, se obtienen los siguientes resultados:



A medida que la penetración térmica aumenta con el incremento del tiempo, el gradiente de temperatura en la superficie, $\partial T/\partial x|_{x=0}$ y, por tanto, la velocidad de extracción de calor del suelo, disminuyen.

5.8 *Efectos multidimensionales*

A menudo se encuentran problemas transitorios en que los efectos bidimensionales e incluso tridimensionales son significativos. La solución a una clase de estos problemas se obtiene de los resultados unidimensionales de las secciones 5.5 a 5.7.

Considere la inmersión del cilindro *corto* de la figura 5.10, que inicialmente está a una temperatura uniforme T_i, en un fluido de temperatura $T_\infty \neq T_i$. Como la longitud y el diámetro son comparables, la posterior transferencia de energía por conducción será significativa para las direcciones de las coordenadas r y x. En consecuencia, la temperatura dentro del cilindro dependerá de r, x y t.

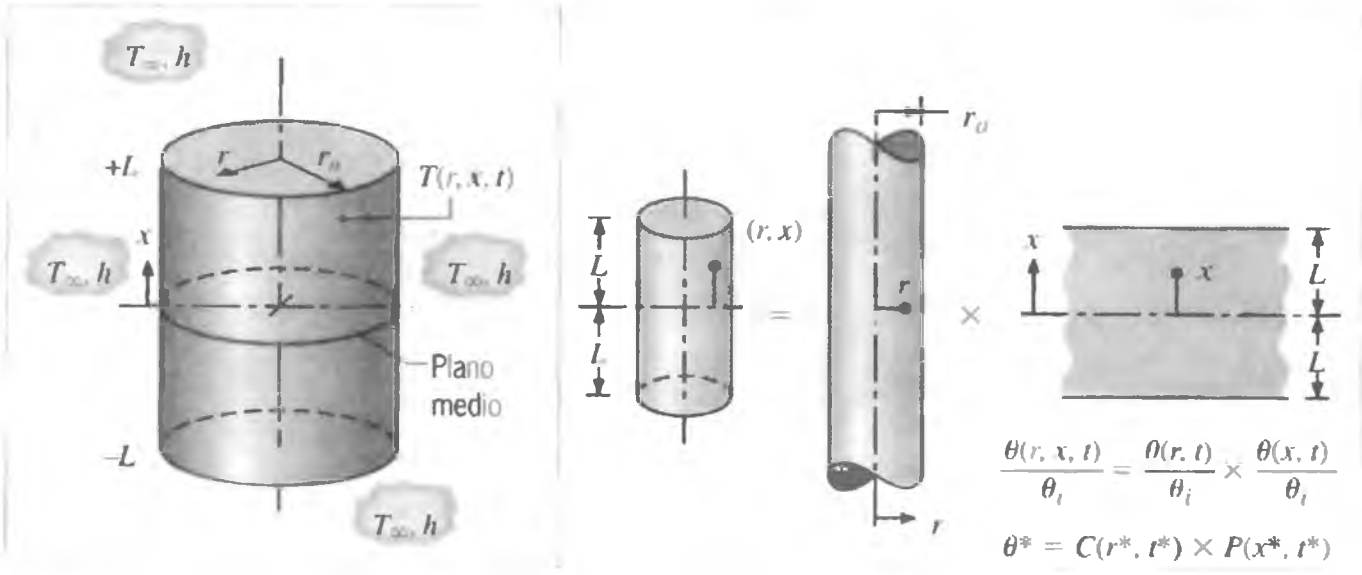


FIGURA 5.10 Conducción transitoria bidimensional en un cilindro corto. (*a*) Geometría. (*b*) Forma de la solución por producto de soluciones.

Al suponer propiedades constantes y ninguna generación, la forma apropiada de la ecuación de calor es, a partir de la ecuación 2.20,

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

donde se utiliza x en lugar de z para designar la coordenada axial. Se obtiene una solución en forma cerrada a esta ecuación mediante el método de separación de variables. Aunque no consideraremos los detalles de esta solución, es importante advertir que el resultado final se expresaría en la siguiente forma:

$$\frac{T(r, x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Pared}\\ \text{plana}}} \cdot \frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Cilindro}\\ \text{infinito}}}$$

Es decir, la solución bidimensional se expresa como un *producto* de soluciones unidimensionales que corresponden a las de una pared plana de espesor $2L$ y un cilindro infinito de radio r_0. Para $Fo > 0.2$, estas soluciones son proporcionadas por las aproximaciones con un término de las ecuaciones 5.40 y 5.49, así como las figuras D.1 y D.2 para la pared plana y las figuras D.4 y D.5 para el cilindro infinito.

Los resultados para otras geometrías multidimensionales se resumen en la figura 5.11. En cada caso la solución multidimensional se establece en términos de un producto que incluye una o más de las siguientes soluciones unidimensionales:

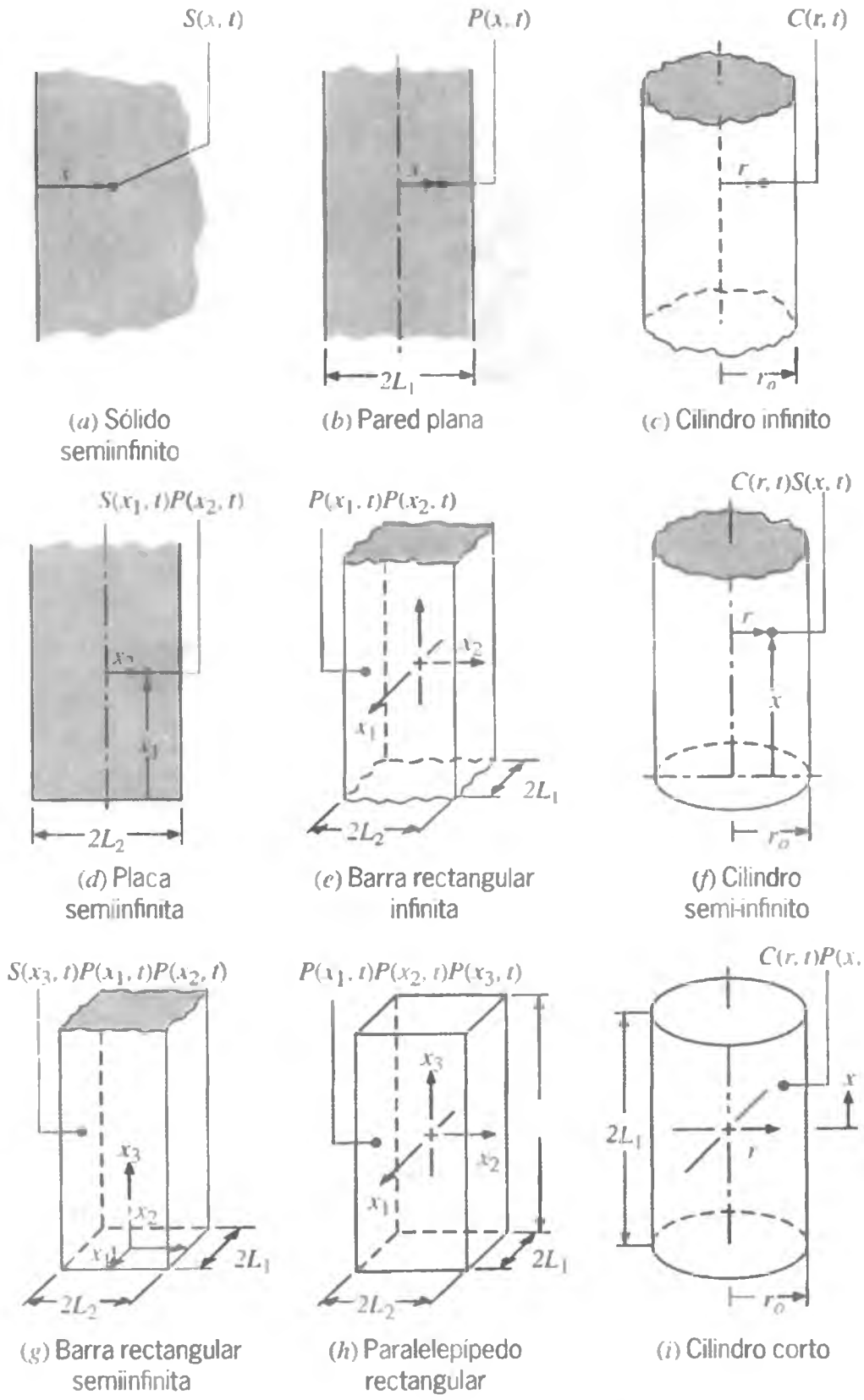
$$S(x, t) \equiv \frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Sólido}\\ \text{semiinfinito}}} \tag{5.64}$$

$$P(x, t) \equiv \frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Pared}\\ \text{plana}}} \tag{5.65}$$

$$C(r, t) \equiv \frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Cilindro}\\ \text{infinito}}} \tag{5.66}$$

La coordenada x para el sólido semiinfinito se mide desde la superficie, mientras que para la pared plana se mide desde el plano medio. Al usar la figura 5.11 deben observarse cuidadosamente los orígenes coordenados. La distribución tridimensional transi-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral



(*a*) Sólido semiinfinito
(*b*) Pared plana
(*c*) Cilindro infinito
(*d*) Placa semiinfinita
(*e*) Barra rectangular infinita
(*f*) Cilindro semi-infinito
(*g*) Barra rectangular semiinfinita
(*h*) Paralelepípedo rectangular
(*i*) Cilindro corto

Figura 5.11 Soluciones para sistemas multidimensionales expresadas como productos de resultados unidimensionales.

toria de temperaturas en un paralelepípedo rectangular, figura 5.11*h*, es entonces, por ejemplo, el producto de tres soluciones unidimensionales para paredes planas de espesores $2L_1$, $2L_2$ y $2L_3$. Es decir,

$$\frac{T(x_1, x_2, x_3, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = P(x_1, t) \cdot P(x_2, t) \cdot P(x_3, t)$$

Las distancias x_1, x_2 y x_3 se miden todas con respecto a un sistema coordenado rectangular cuyo origen está en el centro del paralelepípedo.

La cantidad de energía Q transferida hacia o desde un sólido durante un proceso de conducción transitoria multidimensional también se determina mediante la combinación de resultados unidimensionales, como muestra Langston [7].

Ejemplo 5.6

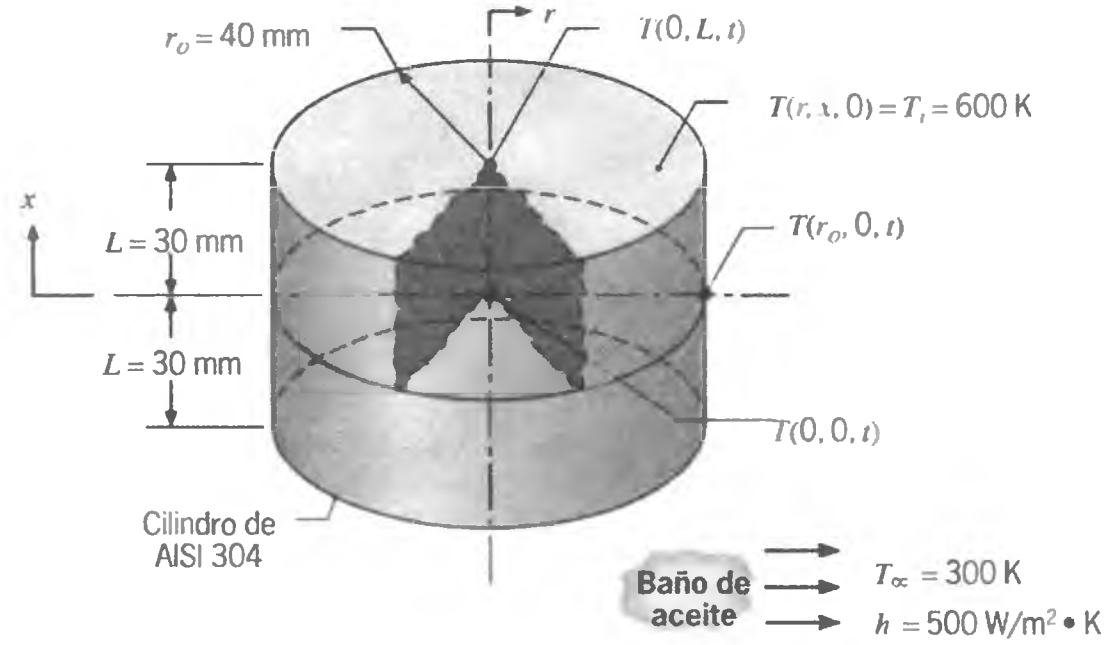
En un proceso de fabricación, unos cilindros de acero inoxidable (AISI 304) inicialmente a 600 K se templan al sumergirlos en un baño de aceite que se mantiene a 300 K con $h = 500$ W/m$^2 \cdot$ K. La longitud de cada cilindro es de $2L = 60$ mm y el diámetro $D = 80$ mm. Considere un tiempo de 3 minutos en el proceso de enfriamiento y determine las temperaturas en el centro del cilindro, en el centro de una cara circular y a la mitad de la altura lateral.

Solución

Se conoce: Temperatura inicial y dimensiones del cilindro, y temperatura y condiciones de convección de un baño de aceite.

Encontrar: Temperaturas $T(r, x, t)$ después de 3 minutos en el centro del cilindro, $T(0, 0, 3 \text{ min})$, en el centro de una cara circular, $T(0, L, 3 \text{ min})$, y a la mitad de la altura lateral, $T(r_o, 0, 3 \text{ min})$.

Esquema:



Suposiciones:

1. Conducción bidimensional en r y x.
2. Propiedades constantes.

Propiedades: Tabla A.1, acero inoxidable, AISI 304[$T = (600 + 300)/2 = 450$ K]: $\rho = 7900$ kg/m^3, $c = 526$ J/kg $\cdot$ K, $k = 17.4$ W/m $\cdot$ K, $\alpha = k/\rho c = 4.19 \times 10^{-6}$ m^2/s.

Análisis: El cilindro sólido de acero corresponde al caso (*i*) de la figura 5.11, y la temperatura en cualquier punto en el cilindro se expresa como el siguiente producto de soluciones unidimensionales.

$$\frac{T(r, x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = P(x, t)C(r, t)$$

donde $P(x, t)$ y $C(r, t)$ se definen por las ecuaciones 5.65 y 5.66, respectivamente. En consecuencia, para el centro del cilindro,

$$\frac{T(0, 0, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{T(0, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Pared}\\\text{plana}}} \cdot \frac{T(0, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Cilindro}\\\text{infinito}}}$$

De aquí, para la pared plana, con

$$Bi^{-1} = \frac{k}{hL} = \frac{17.4\text{ W/m} \cdot \text{K}}{500\text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.03\text{ m}} = 1.16$$

$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{4.19 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s} \times 180\text{ s}}{(0.03\text{ m})^2} = 0.84$$

se sigue de la ecuación 5.41 que

$$\theta_o^* = \frac{\theta_o}{\theta_i} = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo)$$

donde, con $Bi = 0.862$, $C_1 = 1.109$ y $\zeta_1 = 0.814$ rad de la tabla 5.1. Con $Fo = 0.84$,

$$\frac{\theta_o}{\theta_i}\bigg|_{\substack{\text{Pared}\\\text{plana}}} = \frac{T(0, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Pared}\\\text{plana}}} = 1.109 \exp[-(0.814\text{ rad})^2 \times 0.84] = 0.636$$

De manera similar, para el cilindro infinito, con

$$Bi^{-1} = \frac{k}{hr_o} = \frac{17.4\text{ W/m} \cdot \text{K}}{500\text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.04\text{ m}} = 0.87$$

$$Fo = \frac{\alpha t}{r_o^2} = \frac{4.19 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s} \times 180\text{ s}}{(0.04\text{ m})^2} = 0.47$$

se sigue de la ecuación 5.49c que

$$\theta_o^* = \frac{\theta_o}{\theta_i} = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo)$$

donde, con $Bi = 1.15$, $C_1 = 1.227$ y $\zeta_1 = 1.307$ de la tabla 5.1. Con $Fo = 0.47$,

$$\frac{\theta_o}{\theta_i}\bigg|_{\substack{\text{Cilindro}\\\text{infinito}}} = 1.109 \exp[-(1.307\text{ rad})^2 \times 0.47] = 0.550$$

De aquí, para el centro del cilindro,

$$\frac{T(0, 0, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.636 \times 0.550 = 0.350$$

$$T(0, 0, 3\text{ min}) = 300\text{ K} + 0.350(600 - 300)\text{ K} = 450\text{ K}$$

La temperatura en el centro de una cara circular se obtiene del requisito de que

$$\frac{T(0, L, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{T(L, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Pared}\\\text{plana}}} \cdot \frac{T(0, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Cilindro}\\\text{infinito}}}$$

donde, de la ecuación 5.40b,

$$\frac{\theta^*}{\theta_o^*} = \frac{\theta}{\theta_o} = \cos(\zeta_1 x^*)$$

De aquí, con $x^* = 1$, tenemos

$$\frac{\theta(L)}{\theta_o} = \frac{T(L, 3\text{ min}) - T_\infty}{T(0, 3\text{ min}) - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Pared}\\\text{plana}}} = \cos(0.814\text{ rad} \times 1) = 0.687$$

De aquí

$$\frac{T(L, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Pared}\\\text{plana}}} = \frac{T(L, 3\text{ min}) - T_\infty}{T(0, 3\text{ min}) - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Pared}\\\text{plana}}} \cdot \frac{T(0, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Pared}\\\text{plana}}}$$

$$\frac{T(L, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Pared}\\\text{plana}}} = 0.687 \times 0.636 = 0.437$$

Por tanto,

$$\frac{T(0, L, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.437 \times 0.550 = 0.240$$

$$T(0, L, 3\text{ min}) = 300\text{ K} + 0.24(600 - 300)\text{ K} = 372\text{ K}$$

◁

La temperatura en la altura media lateral se obtiene del requerimiento de que

$$\frac{T(r_o, 0, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{T(0, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Pared}\\\text{plana}}} \cdot \frac{T(r_o, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Cilindro}\\\text{infinito}}}$$

donde, de la ecuación 5.49b,

$$\frac{\theta^*}{\theta_o^*} = \frac{\theta}{\theta_o} = J_0(\zeta_1 r^*)$$

Con $r^* = 1$ y el valor de la función de Bessel determinada de la tabla B.4,

$$\frac{\theta(r_o)}{\theta_o} = \frac{T(r_o, 3\text{ min}) - T_\infty}{T(0, 3\text{ min}) - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Cilindro}\\\text{infinito}}} = J_0(1.307\text{ rad} \times 1) = 0.616$$

De aquí

$$\frac{T(r_o, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Cilindro}\\\text{infinito}}} = \frac{T(r_o, 3\text{ min}) - T_\infty}{T(0, 3\text{ min}) - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Cilindro}\\\text{infinito}}} \cdot \frac{T(0, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Cilindro}\\\text{infinito}}}$$

$$\frac{T(r_o, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\bigg|_{\substack{\text{Cilindro}\\\text{infinito}}} = 0.616 \times 0.550 = 0.339$$

De aquí

$$\frac{T(r_o, 0, 3\text{ min}) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.636 \times 0.339 = 0.216$$

$$T(r_o, 0, 3\text{ min}) = 300\text{ K} + 0.216(600 - 300)\text{ K} = 365\text{ K}$$

◁

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Comentarios:

1. Verifique que la temperatura en el borde del cilindro es $T(r_o, L, 3 \text{ min}) = 344$ K.
2. Las gráficas de Heisler del apéndice D también servirán para obtener los resultados que se desean. Al usar estas gráficas, se obtiene $\theta_o/\theta_i|_{\text{Pared plana}} \approx 0.64$, $\theta_o/\theta_i|_{\text{Cilindro infinito}} \approx 0.55$, $\theta(L)/\theta_o|_{\text{Pared plana}} \approx 0.68$, y $\theta(r_o)/\theta_o \equiv 0.61$, que están de acuerdo con los resultados que se obtienen de las aproximaciones de un término.

5.9 *Métodos de diferencias finitas*

Las soluciones analíticas a problemas transitorios se restringen a geometrías simples y a condiciones de frontera, como las consideradas en las secciones anteriores. Sin embargo, en muchos casos la geometría y/o las condiciones de frontera evitan el uso de las técnicas analíticas, y hay que recurrir a los métodos de *diferencias finitas*. Estos métodos, que se introdujeron en la sección 4.4 para condiciones de estado estable, abarcan fácilmente problemas transitorios. En esta sección consideramos las formas *explícita* e *implícita* de las soluciones en diferencias finitas para problemas de conducción transitoria.

5.9.1 Discretización de la ecuación de calor: método explícito

Una vez más consideremos el sistema bidimensional de la figura 4.5. En condiciones transitorias con propiedades constantes y sin generación interna, la forma apropiada de la ecuación de calor, ecuación 2.15, es

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{5.65}$$

Para obtener la forma en diferencias finitas de esta ecuación, podemos usar las aproximaciones de *diferencia central* para las derivadas espaciales establecidas por las ecuaciones 4.31 y 4.32. Una vez más los subíndices m y n sirven para designar las posiciones x y y de los *puntos nodales discretos*. Sin embargo, además de discretizar el espacio, el problema debe discretizarse en el tiempo. El entero p se introduce con este propósito, donde

$$t = p\Delta t \tag{5.66}$$

y la aproximación en diferencias finitas para la derivada respecto al tiempo en la ecuación 5.67 se expresa como

$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{m,n} \approx \frac{T^{p+1}_{m,n} - T^{p}_{m,n}}{\Delta t} \tag{5.67}$$

El superíndice p se utiliza para denotar la dependencia con respecto al tiempo de T; la derivada con respecto al tiempo se expresa en términos de la diferencia en tem-

turas asociada con los tiempos *nuevo* $(p + 1)$ y *anterior* (p). Por ello los calculos deben llevarse a cabo en tiempos sucesivos separados por el intervalo Δt, y como una solución en diferencias finitas restringe la determinación de temperaturas a puntos discretos en el espacio, también la restringe a puntos discretos en el tiempo.

Si la ecuación 5.69 se sustituye en la ecuación 5.67, la naturaleza de la solución en diferencias finitas dependerá del tiempo específico al que se evalúan las temperaturas en las aproximaciones en diferencias finitas para las derivadas espaciales. En el *método explícito* de solución, estas temperaturas se evalúan en el tiempo *anterior* (p). Por esto, la ecuación 5.69 se considera que es una aproximación *en diferencias hacia adelante* para la derivada respecto al tiempo. Al evaluar los términos en el lado derecho de las ecuaciones 4.31 y 4.32 en p y sustituir en la ecuación 5.67, la forma explícita de la ecuación en diferencias finitas para el nodo interior m, n es

$$\frac{1}{\alpha}\frac{T_{m,n}^{p+1} - T_{m,n}^{p}}{\Delta t} = \frac{T_{m+1,n}^{p} + T_{m-1,n}^{p} - 2T_{m,n}^{p}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{m,n+1}^{p} + T_{m,n-1}^{p} - 2T_{m,n}^{p}}{(\Delta y)^2} \tag{5.70}$$

Al resolver para la temperatura nodal en el tiempo nuevo $(p + 1)$ y suponer que $\Delta x = \Delta y$, se sigue que

$$T_{m,n}^{p+1} = Fo(T_{m+1,n}^{p} + T_{m-1,n}^{p} + T_{m,n+1}^{p} + T_{m,n-1}^{p}) + (1 - 4Fo)T_{m,n}^{p} \tag{5.71}$$

donde Fo es una forma en diferencias finitas del número de Fourier

$$Fo = \frac{\alpha\,\Delta t}{(\Delta x)^2} \tag{5.72}$$

Si el sistema es unidimensional en x, la forma explícita de la ecuación en diferencias finitas para un nodo interior m se reduce a

$$T_{m}^{p+1} = Fo(T_{m+1}^{p} + T_{m-1}^{p}) + (1 - 2Fo)T_{m}^{p} \tag{5.73}$$

Las ecuaciones 5.71 y 5.73 son *explícitas* pues las temperaturas nodales *desconocidas* para el tiempo nuevo se determinan de manera exclusiva mediante temperaturas nodales *conocidas* en el tiempo anterior. Por ello el cálculo de las temperaturas desconocidas es directo. Como se conoce la temperatura de cada nodo interior en $t = 0$ $(p = 0)$ de las condiciones iniciales establecidas, los cálculos comienzan en $t = \Delta t(p = 1)$, donde la ecuación 5.71 o 5.73 se aplica a cada nodo interior para determinar su temperatura. Con temperaturas conocidas para $t = \Delta t$, la ecuación en diferencias finitas apropiada se aplica entonces a cada nodo para determinar su temperatura en $t = 2\,\Delta t(p = 2)$. De esta forma, la distribución transitoria de temperaturas se obtiene al *avanzar en el tiempo*, con el uso de intervalos de Δt.

La precisión de la solución en diferencias finitas se mejora disminuyendo los valores de Δx y Δt. Por supuesto, el número de puntos nodales interiores que debe considerarse aumenta al disminuir Δx, y el número de intervalos de tiempo que se requieren para llevar la solución a un tiempo final establecido aumenta al disminuir Δt. Por ello el tiempo de cálculo aumenta al disminuir Δx y Δt. La elección de Δx normalmente se

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede d[illegible]

basa en un compromiso entre la precisión y los requerimientos de cálculo. Sin embargo, una vez que se hace esta selección, el valor de Δt tal vez no se elija de forma independiente. Se determina, en realidad, mediante requerimientos de *estabilidad*.

Una característica inconveniente del método explícito es que no es incondicionalmente *estable*. En un problema transitorio, la solución para las temperaturas nodales debe aproximarse de forma continua a los valores finales (de estado estable) al aumentar el tiempo. Sin embargo, con el método explícito, esta solución se caracteriza por oscilaciones numéricamente inducidas, que son físicamente imposibles. Las oscilaciones se vuelven *inestables*, lo que ocasiona que la solución difiera de las condiciones de estado estable reales. Para evitar este tipo resultados erróneos, el valor establecido de Δt debe mantenerse por debajo de cierto límite, el cual depende de Δx y otros parámetros del sistema. Esta dependencia se denomina *criterio de estabilidad*, y se obtiene matemáticamente o demuestra partir de un argumento termodinámico (véase el problema 5.78). Para los problemas de interés en este texto, el *criterio se determina requiriendo que el coeficiente asociado con el nodo de interés en el tiempo anterior sea mayor que o igual a cero*. En general, esto se hace reuniendo todos los términos que incluyen $T_{m,n}^{p}$ para obtener la forma del coeficiente. Este resultado sirve entonces para obtener una relación límite que incluya Fo, del cual se determina el máximo valor permisible de Δt. Por ejemplo, con las ecuaciones 5.71 y 5.73 ya expresadas en la forma que se desea, se sigue que el criterio de estabilidad para un nodo interior unidimensional es $(1 - 2Fo) \geq 0$, o

$$Fo \leq \frac{1}{2} \tag{5.74}$$

y para un nodo bidimensional, es $(1 - 4Fo) \geq 0$, o

$$Fo \leq \frac{1}{4} \tag{5.75}$$

Para los valores establecidos de Δx y α, estos criterios sirven para determinar límites superiores al valor de Δt.

Las ecuaciones 5.71 y 5.73 también se derivan al aplicar el método del balance de energía de la sección 4.4.3 a un volumen de control alrededor del nodo interior. Para explicar cambios en el almacenamiento de energía térmica, una forma general de la ecuación de balance de energía se expresa como

$$\dot{E}_{\text{ent}} + \dot{E}_{\text{g}} = \dot{E}_{\text{alm}} \tag{5.76}$$

Con el interés de adoptar una metodología congruente, de nuevo se supone que todo el flujo de calor está adentro del nodo.

Para ilustrar la aplicación de la ecuación 5.76, considere el nodo superficial de un sistema unidimensional que se muestra en la figura 5.12. Para determinar más precisamente las condiciones térmicas cerca de la superficie, a este nodo se le asigna un espesor de la mitad del que tienen los nodos interiores. Al suponer transferencia por convección desde un fluido contiguo y ninguna generación, se sigue de la ecuación 5.76 que

$$hA(T_\infty - T_0^p) + \frac{kA}{\Delta x}(T_1^p - T_0^p) = \rho cA\,\frac{\Delta x}{2}\,\frac{T_0^{p+1} - T_0^p}{\Delta t}$$

o, al resolver para la temperatura superficial en $t + \Delta t$,

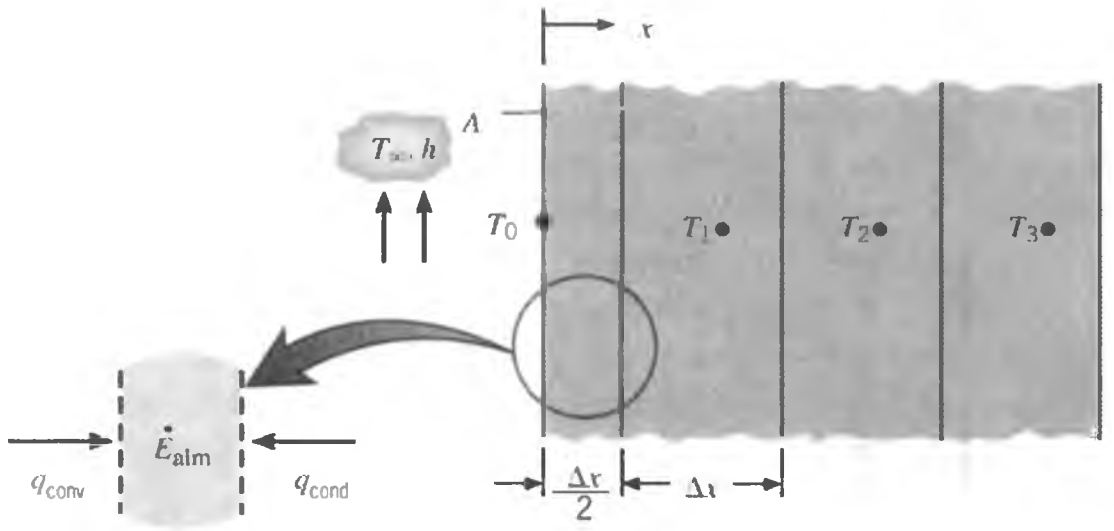


Figura 5.12 Nodo de superficie con convección y conducción transitoria unidimensional.

$$T_0^{p+1} = \frac{2h\,\Delta t}{\rho c\,\Delta x}(T_\infty - T_0^p) + \frac{2\alpha\,\Delta t}{\Delta x^2}(T_1^p - T_0^p) + T_0^p$$

Al reconocer que $(2h\,\Delta t/\rho c\,\Delta x) = 2(h\,\Delta x/k)(\alpha\,\Delta t/\Delta x^2) = 2\,BiFo$ y reagrupar términos que incluyen T_0^p, se sigue que

$$T_0^{p+1} = 2Fo(T_1^p + Bi\,T_\infty) + (1 - 2Fo - 2Bi\,Fo)T_0^p \tag{5.77}$$

La forma en diferencias finitas del número de Biot es

$$Bi = \frac{h\,\Delta x}{k} \tag{5.78}$$

Al recordar el procedimiento para determinar el criterio de estabilidad, requerimos que el coeficiente para T_0^p sea mayor que o igual a cero, de aquí

$$1 - 2Fo - 2BiFo \geq 0$$

o

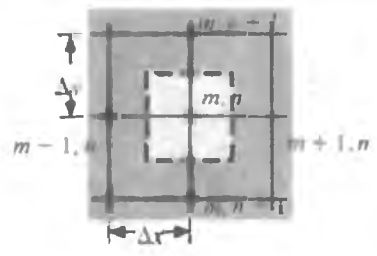
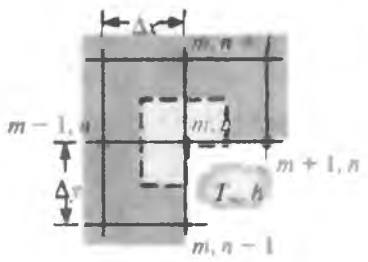
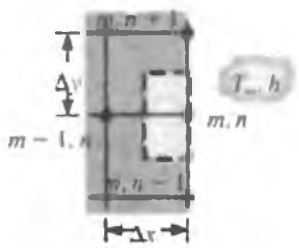
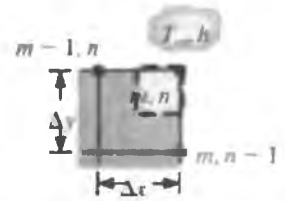
$$Fo(1 + Bi) \leq \tfrac{1}{2} \tag{5.79}$$

Dado que la solución en diferencias finitas completa exige la ecuación 5.73 para los nodos interiores, así también la ecuación 5.77 se requiere para el nodo superficial. La ecuación 5.79 debe contrastarse con la ecuación 5.74 para determinar cuál requisito es el más riguroso. Como $Bi \geq 0$, es evidente que el valor límite de Fo para la ecuación 5.79 es menor que el de la ecuación 5.74. Por tanto, para asegurar la estabilidad en todos los nodos hay que usar la ecuación 5.79 a fin de seleccionar el valor máximo permisible de Fo, y de aquí Δt, para ser utilizados en los cálculos.

Las formas de la ecuación explícita en diferencias finitas para varias geometrías comunes se presentan en la tabla 5.2. Cada ecuación se deriva aplicando el método del balance de energía a un volumen de control alrededor del nodo correspondiente. Con el propósito de desarrollar confianza en su habilidad para aplicar este método, intente verificar al menos una de estas ecuaciones.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

TABLA 5.2 Resumen de ecuaciones en diferencias finitas bidimensionales transitorias ($\Delta x = \Delta y$)

Configuración	Método explícito: Ecuación en diferencias finitas	Método explícito: Criterio de estabilidad	Método implícito
	$T_{m,n}^{p+1} = Fo(T_{m+1,n}^{p} + T_{m-1,n}^{p} + T_{m,n+1}^{p} + T_{m,n-1}^{p}) + (1 - 4Fo)T_{m,n}^{p}$ (5.71)	$Fo \leq \frac{1}{4}$ (5.75)	$(1 + 4Fo)T_{m,n}^{p+1} - Fo(T_{m+1,n}^{p+1} + T_{m-1,n}^{p+1} + T_{m,n+1}^{p+1} + T_{m,n-1}^{p+1}) = T_{m,n}^{p}$ (5.87)
1. Nodo interior			
	$T_{m,n}^{p+1} = \frac{2}{3}Fo(T_{m+1,n}^{p} + 2T_{m-1,n}^{p} + 2T_{m,n+1}^{p} + T_{m,n-1}^{p} + 2Bi\,T_{\infty}) + (1 - 4Fo - \frac{1}{3}Bi\,Fo)T_{m,n}^{p}$ (5.80)	$Fo(3 + Bi) \leq \frac{3}{4}$ (5.81)	$(1 + 4Fo(1 + \frac{1}{3}Bi))T_{m,n}^{p+1} - \frac{2}{3}Fo\,(T_{m+1,n}^{p+1} + 2T_{m-1,n}^{p+1} + 2T_{m,n+1}^{p+1} + T_{m,n-1}^{p+1}) = T_{m,n}^{p} + \frac{1}{3}Bi\,Fo\,T_{\infty}$ (5.90)
2. Nodo en esquina interior con convección			
	$T_{m,n}^{p+1} = Fo(2T_{m-1,n}^{p} + T_{m,n+1}^{p} + T_{m,n-1}^{p} + 2Bi\,T_{\infty}) + (1 - 4Fo - 2Bi\,Fo)T_{m,n}^{p}$ (5.82)	$Fo(2 + Bi) \leq \frac{1}{2}$ (5.83)	$(1 + 2Fo(2 + Bi))T_{m,n}^{p+1} - Fo(2T_{m-1,n}^{p+1} + T_{m,n+1}^{p+1} + T_{m,n-1}^{p+1}) = T_{m,n}^{p} + 2Bi\,Fo\,T_{\infty}$ (5.91)
3. Nodo en superficie plana con convección[a]			
	$T_{m,n}^{p+1} = 2Fo(T_{m-1,n}^{p} + T_{m,n-1}^{p} + 2Bi\,T_{\infty}) + (1 - 4Fo - 4Bi\,Fo)T_{m,n}^{p}$ (5.84)	$Fo(1 + Bi) \leq \frac{1}{4}$ (5.85)	$(1 + 4Fo(1 + Bi))T_{m,n}^{p+1} - 2Fo(T_{m-1,n}^{p+1} + T_{m,n-1}^{p+1}) = T_{m,n}^{p} + 4Bi\,Fo\,T_{\infty}$ (5.92)
4. Nodo en esquina exterior con convección			

[a] Para obtener la ecuación en diferencias finitas y/o criterio de estabilidad para una superficie adiabática (o superficie de simetría), simplemente haga Bi igual a cero.

EJEMPLO 5.7

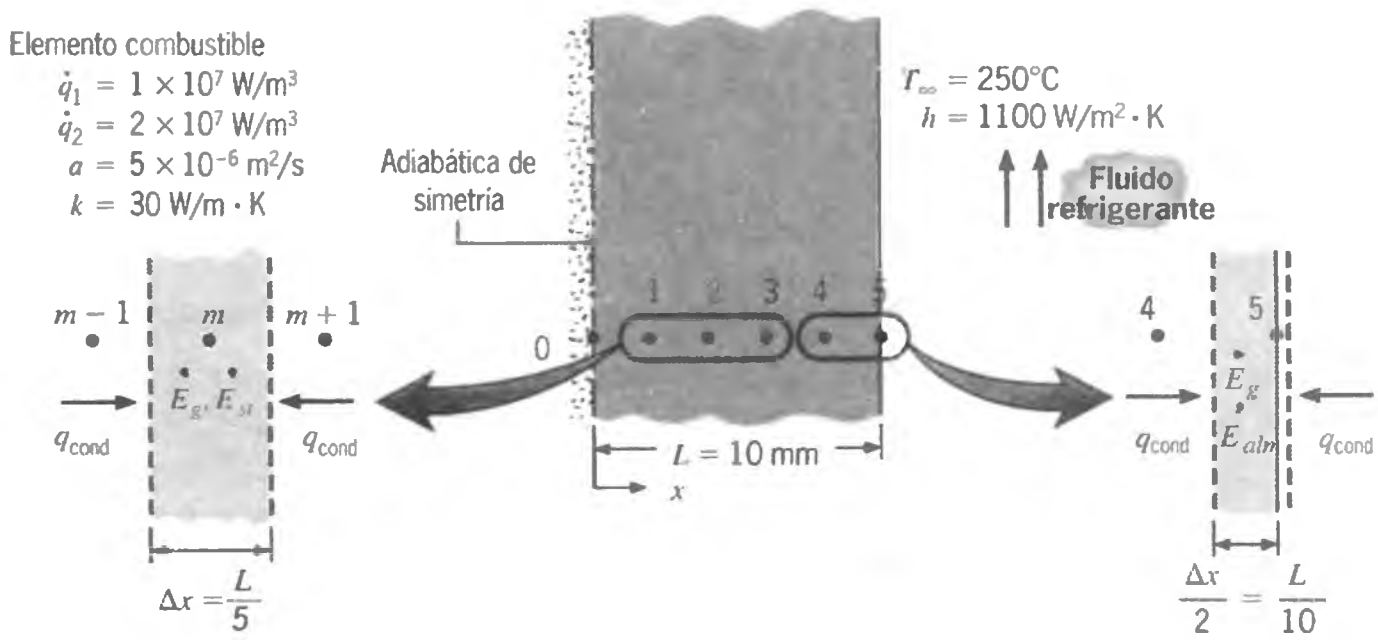
Un elemento combustible de un reactor nuclear en la forma de pared plana de espesor $2L = 20$ mm se enfría convectivamente en ambas superficies, con $h = 1100$ W/m$^2 \cdot$ K y $T_\infty = 250$°C. A potencia normal de operación, el calor se genera de modo uniforme dentro del elemento a una rapidez volumétrica de $\dot{q}_1 = 10^7$ W/m^3. Si hay un cambio en la rapidez de generación, ocurrirá una desviación de las condiciones de estado estable asociada con la operación normal. Considere un cambio súbito a $\dot{q}_2 = 2 \times 10^7$ W/m^3, y use el método explícito de diferencias finitas para determinar la distribución de temperaturas del elemento combustible después de 1.5 s. Las propiedades térmicas del elemento combustible son $k = 30$ W/m $\cdot$ K y $\alpha = 5 \times 10^{-6}$ m^2/s.

SOLUCIÓN

Se conoce: Condiciones asociadas con la generación de calor en un elemento combustible rectangular con enfriamiento superficial.

Encontrar: Distribución de temperaturas 1.5 s después de un cambio en la potencia de operación.

Esquema:



Suposiciones:

1. Conducción unidimensional en x.
2. Generación uniforme.
3. Propiedades constantes.

Análisis: Se obtendrá una solución numérica con un incremento espacial de $\Delta x = 2$ mm. Como hay simetría alrededor del plano medio, la red nodal da seis temperaturas nodales desconocidas. Con el método de balance de energía, ecuación 5.76, se deriva una ecuación explícita en diferencias finitas para cualquier nodo interior m.

$$kA\frac{T_{m-1}^p - T_m^p}{\Delta x} + kA\frac{T_{m+1}^p - T_m^p}{\Delta x} + \dot{q}A\,\Delta x = \rho A\,\Delta x\,c\frac{T_m^{p+1} - T_m^p}{\Delta t}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Al resolver para T_m^{p+1} y reacomodar,

$$T_m^{p+1} = Fo\left[T_{m-1}^p + T_{m+1}^p + \frac{\dot{q}(\Delta x)^2}{k}\right] + (1 - 2Fo)T_m^p \quad (1$$

Esta ecuación sirve para el nodo 0, con $T_{m-1}^p = T_{m+1}^p$, así como para los nodos 1, 2, 3 4. Al aplicar la conservación de la energía a un volumen de control alrededor del nodo 5

$$hA(T_\infty - T_5^p) + kA\frac{T_4^p - T_5^p}{\Delta x} + \dot{q}A\frac{\Delta x}{2} = \rho A\frac{\Delta x}{2}c\frac{T_5^{p+1} - T_5^p}{\Delta t}$$

o

$$T_5^{p+1} = 2Fo\left[T_4^p + Bi\,T_\infty + \frac{\dot{q}(\Delta x)^2}{2k}\right] + (1 - 2Fo - 2Bi\,Fo)T_5^p \quad (2$$

Como el criterio de estabilidad más restrictivo se asocia con la ecuación 2, seleccionamos Fo del requerimiento

$$Fo(1 + Bi) \leq \tfrac{1}{2}$$

De aquí, con

$$Bi = \frac{h\,\Delta x}{k} = \frac{1100\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}\ (0.002\ \text{m})}{30\ \text{W/m} \cdot \text{K}} = 0.0733$$

se sigue que

$$Fo \leq 0.466$$

o

$$\Delta t = \frac{Fo(\Delta x)^2}{\alpha} \leq \frac{0.466(2 \times 10^{-3}\ \text{m})^2}{5 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} \leq 0.373\ \text{s}$$

Para estar en el límite de estabilidad, seleccionamos $\Delta t = 0.3$ s, que corresponde a

$$Fo = \frac{5 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}(0.3\ \text{s})}{(2 \times 10^{-3}\ \text{m})^2} = 0.375$$

Al sustituir valores numéricos, incluido $\dot{q} = \dot{q}_2 = 2 \times 10^7\ \text{W/m}^3$, la ecuación nodal se convierte en

$$T_0^{p+1} = 0.375(2T_1^p + 2.67) + 0.250T_0^p$$
$$T_1^{p+1} = 0.375(T_0^p + T_2^p + 2.67) + 0.250T_1^p$$
$$T_2^{p+1} = 0.375(T_1^p + T_3^p + 2.67) + 0.250T_2^p$$
$$T_3^{p+1} = 0.375(T_2^p + T_4^p + 2.67) + 0.250T_3^p$$
$$T_4^{p+1} = 0.375(T_3^p + T_5^p + 2.67) + 0.250T_4^p$$
$$T_5^{p+1} = 0.750(T_4^p + 19.67) + 0.195T_5^p$$

Para comenzar la solución debe conocerse la distribución de temperaturas inicial. Esta distribución está dada por la ecuación 3.42, con $\dot{q} = \dot{q}_1$. Al obtener $T_s = T_5$ de la ecuación 3.46,

$$T_5 = T_\infty + \frac{\dot{q}L}{h} = 250°\text{C} + \frac{10^7\ \text{W/m}^3 \times 0.01\ \text{m}}{1100\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}} = 340.91°\text{C}$$

se sigue que

$$T(x) = 16.67\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + 340.91°\text{C}$$

Las temperaturas calculadas para los puntos nodales de interés se muestran en el primer renglón de la tabla adjunta.

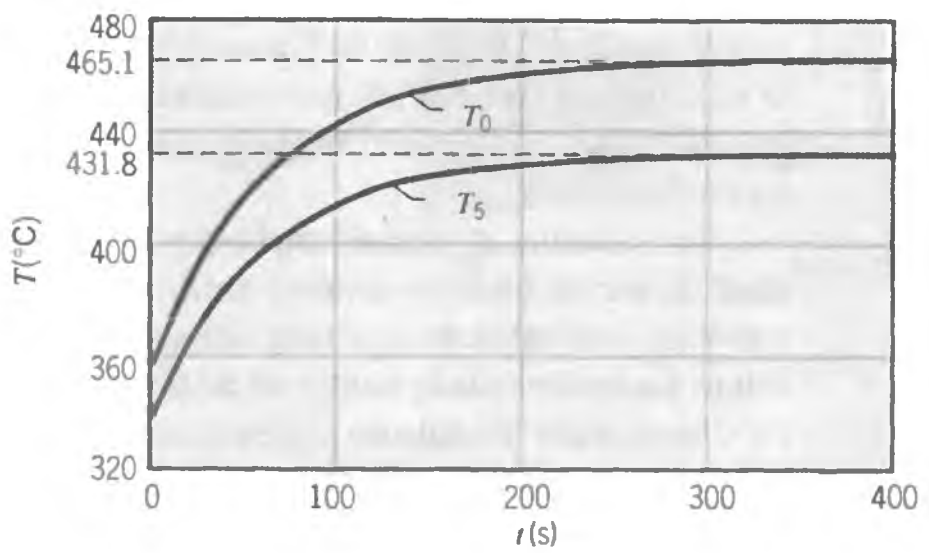
Con el uso de ecuaciones en diferencias finitas, las temperaturas nodales se calculan de manera consecutiva con un incremento de 0.3 s hasta que se alcanza el tiempo final deseado. Los resultados se ilustran en los renglones 2 a 6 de la tabla y se pueden contrastar con la nueva condición de estado estable (renglón 7), que se obtuvo con las ecuaciones 3.42 y 3.46 donde $\dot{q} = \dot{q}_2$:

Temperaturas nodales tabuladas

p	t(s)	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
0	0	357.58	356.91	354.91	351.58	346.91	340.91
1	0.3	358.08	357.41	355.41	352.08	347.41	341.41
2	0.6	358.58	357.91	355.91	352.58	347.91	341.88
3	0.9	359.08	358.41	356.41	353.08	348.41	342.35
4	1.2	359.58	358.91	356.91	353.58	348.89	342.82
5	1.5	360.08	359.41	357.41	354.07	349.37	343.27
∞	∞	465.15	463.82	459.82	453.15	443.82	431.82

Comentarios: Es evidente que a 1.5 s la pared está en las primeras etapas del proceso transitorio y que se tendrían que hacer muchos cálculos adicionales para alcanzar las condiciones de estado estable con la solución en diferencias finitas. El tiempo de cálculo se reduce ligeramente usando el incremento de tiempo máximo permisible (Δt = 0.373 s), pero con alguna pérdida de precisión. Con el interés de maximizar la precisión, debe reducirse el intervalo de tiempo hasta que los resultados calculados se hagan independientes de reducciones posteriores de Δt.

Al extender la solución en diferencias finitas, es posible determinar el tiempo que se requiere para alcanzar la nueva condición de estado estable, con historias de temperaturas calculadas para los nodos del plano medio (0) y de superficie (5) que tienen las siguientes formas:



Con temperaturas de estado estable T_0 = 465.15°C y T_5 = 431.82°C, es evidente que la nueva condición de equilibrio se alcanza dentro de 250 s del cambio de paso en la potencia de operación.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolivar - Sede del Litoral

5.9.2 Discretización de la ecuación de calor: método implícito

En el esquema de diferencias finitas *explícito*, la temperatura de cualquier nodo en $t + \Delta$ se calcula a partir del conocimiento de temperaturas en el mismo nodo y en los nodos vecinos para el *tiempo anterior* t. De aquí que la determinación de una temperatura nodal en algún tiempo es *independiente* de las temperaturas en los otros nodos para el *mismo tiempo*. Aunque el método ofrece facilidad de cálculo, sufre de limitaciones en la selección de Δt. Para un incremento de espacio dado, el intervalo de tiempo debe ser compatible con los requisitos de estabilidad. Con frecuencia, ésta dicta el uso de valores extremadamente pequeños de Δt, y se necesita un número muy grande de intervalos de tiempo para obtener una solución.

A menudo se obtiene una reducción en el monto del tiempo de cálculo con el empleo de un esquema de diferencias finitas *implícito*, en lugar de explícito. La forma implícita de una ecuación en diferencias finitas se deriva con el uso de la ecuación 5.66 para aproximar la derivada respecto del tiempo, mientras se evalúan todas las otras temperaturas en el *nuevo* tiempo $(p + 1)$, en lugar del tiempo anterior (p). Se considera entonces que la ecuación 5.69 proporciona una aproximación en diferencias hacia atrás para la derivada con respecto al tiempo. A diferencia de la ecuación 5.70, la forma implícita de la ecuación en diferencias finitas para el nodo interior de un sistema bidimensional es entonces

$$\frac{1}{\alpha}\frac{T^{p+1}_{m,n} - T^{p}_{m,n}}{\Delta t} = \frac{T^{p+1}_{m+1,n} + T^{p+1}_{m-1,n} - 2T^{p+1}_{m,n}}{(\Delta x)^2} + \frac{T^{p+1}_{m,n+1} + T^{p+1}_{m,n-1} - 2T^{p+1}_{m,n}}{(\Delta y)^2} \tag{5.86}$$

Al reacomodar y suponer que $\Delta x = \Delta y$, se sigue que

$$(1 + 4Fo)T^{p+1}_{m,n} - Fo(T^{p+1}_{m+1,n} + T^{p+1}_{m-1,n} + T^{p+1}_{m,n+1} + T^{p+1}_{m,n-1}) = T^{p}_{m,n} \tag{5.87}$$

De la ecuación 5.87 es evidente que la temperatura *nueva* del nodo m, n depende de las temperaturas *nuevas* de sus nodos contiguos que, en general, se desconocen. Por tanto, para determinar las temperaturas nodales desconocidas en $t + \Delta t$, las correspondientes ecuaciones nodales deben *resolverse simultáneamente*. Esta solución es posible con el uso de la iteración de Gauss-Seidel o inversión de matrices, como se mostró en la sección 4.5. La *solución consecutiva* implicaría entonces resolver de forma simultánea las ecuaciones nodales en cada tiempo $t = \Delta t, 2\Delta t, \ldots$, hasta que se alcanza el tiempo final deseado.

Con relación al método explícito, la formulación implícita tiene la ventaja importante de ser *incondicionalmente estable*. Es decir, la solución permanece estable para todos los intervalos de espacio y tiempo, en cuyo caso no hay restricciones en Δx y Δt. Como los valores más grandes de Δt pueden utilizarse, por tanto, con un método implícito, los tiempos de cálculo suelen reducirse con poca pérdida de precisión. No obstante, para maximizar la precisión, Δt debe ser suficientemente pequeña para asegurar que los resultados sean independientes de reducciones adicionales en su valor.

La forma implícita de una ecuación de diferencias finitas también puede derivarse del método del balance de energía. Para el nodo de superficie de la figura 5.12, se muestra fácilmente que

$$(1 + 2Fo + 2Fo\,Bi)T^{p+1}_{0} - 2Fo\,T^{p+1}_{1} = 2Fo\,Bi\,T_{\infty} + T^{p}_{0} \tag{5.}$$

Para cualquier nodo interior de la figura 5.12, también se muestra que

$$(1 + 2Fo)T_m^{p+1} - Fo(T_{m-1}^{p+1} + T_{m+1}^{p+1}) = T_m^p \tag{5.89}$$

En la tabla 5.2 se presentan formas de la ecuación implícita en diferencias finitas para otras geometrías comunes. Cada ecuación se deriva al aplicar el método del balance de energía.

Ejemplo 5.8

Una placa gruesa de cobre que inicialmente está a temperatura uniforme de 20°C se expone de súbito a radiación en una superficie de modo que el flujo neto de calor se mantiene a un valor constante de 3×10^5 W/m^2. Con las técnicas en diferencias finitas explícita e implícita y un incremento espacial de $\Delta x = 75$ mm, determine la temperatura en la superficie irradiada y en un punto interior que esté a 150 mm de la superficie después de transcurridos 2 minutos. Compare los resultados con los que se obtienen de una solución analítica apropiada.

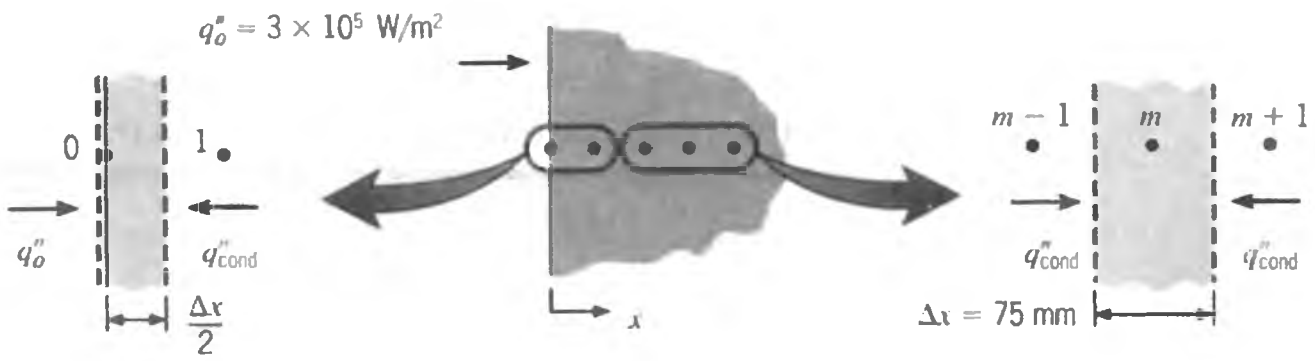
Solución

Se conoce: Placa gruesa de cobre, inicialmente a una temperatura uniforme, que se somete a un flujo neto constante de calor en una superficie.

Encontrar:

1. Con el método explícito de diferencias finitas, determine las temperaturas en la superficie y a 150 mm de la superficie después de transcurrido un tiempo de 2 minutos.
2. Repita los cálculos con el método implícito de diferencias finitas.
3. Determine las mismas temperaturas de forma analítica.

Esquema:



Suposiciones:

1. Conducción unidimensional en x.
2. La placa gruesa se aproxima como un medio semiinfinito con flujo de calor superficial constante.
3. Propiedades constantes.

Propiedades: Tabla A.1, cobre (300 K): $k = 401$ W/m · K, $\alpha = 117 \times 10^{-6}$ m^2/s.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Análisis:

1. Una forma explícita de la ecuación en diferencias finitas para el nodo superficial se obtiene aplicando un balance de energía a un volumen de control alrededor del nodo.

$$q_o'' A + kA\frac{T_1^p - T_0^p}{\Delta x} = \rho A\frac{\Delta x}{2}c\frac{T_0^{p+1} - T_0^p}{\Delta t}$$

o

$$T_0^{p+1} = 2Fo\left(\frac{q_o''\,\Delta x}{k} + T_1^p\right) + (1 - 2Fo)T_0^p$$

La ecuación en diferencias finitas para cualquier nodo interior está dada por la ecuación 5.73. Los nodos superficial e interior están regidos por el criterio de estabilidad

$$Fo \leq \tfrac{1}{2}$$

Advierta que las ecuaciones en diferencias finitas se simplifican al elegir el valor máximo permisible de $Fo = \frac{1}{2}$. De aquí

$$\Delta t = Fo\frac{(\Delta x)^2}{\alpha} = \frac{1}{2}\frac{(0.075\text{ m})^2}{117 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}} = 24\text{ s}$$

Con

$$\frac{q_o''\,\Delta x}{k} = \frac{3 \times 10^5\text{ W/m}^2\,(0.075\text{ m})}{401\text{ W/m} \cdot \text{K}} = 56.1°\text{C}$$

las ecuaciones en diferencias finitas se convierten en

$$T_0^{p+1} = 56.1°\text{C} + T_1^p \qquad \text{y} \qquad T_m^{p+1} = \frac{T_{m+1}^p + T_{m-1}^p}{2}$$

para los nodos superficial e interior, respectivamente. Después de ejecutar los cálculos, los resultados se tabulan como sigue:

Solución explicita en diferencias finitas para $Fo = \frac{1}{2}$

p	t(s)	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4
0	0	20	20	20	20	20
1	24	76.1	20	20	20	20
2	48	76.1	48.1	20	20	20
3	72	104.2	48.1	34.1	20	20
4	96	104.2	69.1	34.1	27.1	20
5	120	125.3	69.1	48.1	27.1	20

Después de 2 minutos, la temperatura de la superficie y la temperatura interior que se desea son $T_0 = 125.3°\text{C}$ y $T_2 = 48.1°\text{C}$.

Observe que el cálculo de temperaturas idénticas en tiempos sucesivos para el mismo nodo es una deformación del uso del valor máximo permisible de Fo con la técnica explícita de diferencias finitas. La condición física real es, por supuesto,

una en la que la temperatura cambia de forma continua con el tiempo. La deformación se elimina y la precisión de los cálculos se mejora reduciendo el valor de Fo.

Para determinar el punto al que es posible mejorar la precisión al reducir Fo, rehagamos los cálculos para $Fo = \frac{1}{4}$ ($\Delta t = 12$ s). Las ecuaciones en diferencias finitas son entonces de la forma

$$T_0^{p+1} = \tfrac{1}{2}(56.1°\text{C} + T_1^p) + \tfrac{1}{2}T_0^p$$

$$T_m^{p+1} = \tfrac{1}{4}(T_{m+1}^p + T_{m-1}^p) + \tfrac{1}{2}T_m^p$$

y los resultados de los cálculos se tabulan como sigue:

Solución explícita en diferencias finitas para $Fo = \frac{1}{4}$

p	t(s)	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
0	0	20	20	20	20	20	20	20	20	20
1	12	48.1	20	20	20	20	20	20	20	20
2	24	62.1	27.0	20	20	20	20	20	20	20
3	36	72.6	34.0	21.8	20	20	20	20	20	20
4	48	81.4	40.6	24.4	20.4	20	20	20	20	20
5	60	89.0	46.7	27.5	21.3	20.1	20	20	20	20
6	72	95.9	52.5	30.7	22.6	20.4	20.0	20	20	20
7	84	102.3	57.9	34.1	24.1	20.8	20.1	20.0	20	20
8	96	108.1	63.1	37.6	25.8	21.5	20.3	20.0	20.0	20
9	108	113.7	68.0	41.0	27.6	22.2	20.5	20.1	20.0	20.0
10	120	118.9	72.6	44.4	29.6	23.2	20.8	20.2	20.0	20.0

Después de 2 min, las temperaturas que se desean son $T_0 = 118.9°\text{C}$ y $T_2 = 44.4°\text{C}$. Al comparar los resultados anteriores con los que se obtienen para $Fo = \frac{1}{2}$, es claro que al reducir Fo eliminamos el problema de temperaturas recurrentes. Predecimos también una penetración térmica grande (al nodo 6 en lugar del nodo 3). Una evaluación del mejoramiento en la precisión debe esperar una comparación con los resultados basados en una solución exacta.

2. Al realizar un balance de energía sobre un volumen de control alrededor del nodo de superficie, la forma implícita de la ecuación en diferencias finitas es

$$q_o'' + k\frac{T_1^{p+1} - T_0^{p+1}}{\Delta x} = \rho\frac{\Delta x}{2}c\frac{T_0^{p+1} - T_0^p}{\Delta t}$$

o

$$(1 + 2Fo)T_0^{p+1} - 2FoT_1^{p+1} = \frac{2\alpha q_o''\,\Delta t}{k\,\Delta x} + T_0^p$$

Al elegir de forma arbitraria $Fo = \frac{1}{2}$ ($\Delta t = 24$ s), se sigue que

$$2T_0^{p+1} - T_1^{p+1} = 56.1 + T_0^p$$

De la ecuación 5.89, la ecuación en diferencias finitas para cualquier nodo interior es entonces de la forma

$$-T_{m-1}^{p+1} + 4T_m^{p+1} - T_{m+1}^{p+1} = 2T_m^p$$

Como tratamos con un sólido semiinfinito, el número de nodos es, en principio, infinito. En la práctica, el número está limitado a los nodos que están afecta-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

dos por el cambio en la condición de frontera para el periodo de tiempo de interés. De los resultados del método explícito, es evidente que se pueden elegir con seguridad nueve nodos correspondientes a T_0, T_1,..., T_8. Suponemos que en $t = 120$ s, no hay cambio en T_8.

Tenemos ahora un conjunto de nueve ecuaciones que deben resolverse simultáneamente para cada incremento de tiempo. Con el método de inversión de matrices, expresamos las ecuaciones en la forma $[A][T] = [C]$, donde

$$[A] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 56.1 + T_0^p \\ 2T_1^p \\ 2T_2^p \\ 2T_3^p \\ 2T_4^p \\ 2T_5^p \\ 2T_6^p \\ 2T_7^p \\ 2T_8^p + T_0^{p+1} \end{bmatrix}$$

Observe que los valores numéricos para los componentes de $[C]$ se determinan de los valores anteriores de las temperaturas nodales. Advierta también cómo la ecuación en diferencias finitas para el nodo 8 aparece en las matrices $[A]$ y $[C]$.

Se puede armar una tabla de temperaturas nodales, que comience con el primer renglón ($p = 0$) correspondiente a la condición inicial que se establece. Para obtener temperaturas nodales de los tiempos siguientes, debe encontrarse primero la inversa de la matriz coeficiente $[A]^{-1}$. En cada tiempo $p + 1$, se multiplica entonces por el vector columna $[C]$, que se evalúa en p, para obtener las temperaturas T_0^{p+1}, T_1^{p+1},..., T_8^{p+1}. Por ejemplo, al multiplicar $[A]^{-1}$ por el vector columna correspondiente a $p = 0$,

$$[C]_{p=0} = \begin{bmatrix} 76.1 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix}$$

se obtiene el segundo renglón de la tabla. Al actualizar $[C]$, el proceso se repite cuatro veces más para determinar las temperaturas nodales en 120 s. Las temperaturas que se desean son $T_0 = 114.7°C$ y $T_2 = 44.2°C$.

Solución implícita en diferencias finitas para $Fo = \frac{1}{2}$

p	t(s)	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
0	0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0
1	24	52.4	28.7	22.3	20.6	20.2	20.0	20.0	20.0	20.0
2	48	74.0	39.5	26.6	22.1	20.7	20.2	20.1	20.0	20.0
3	72	90.2	50.3	32.0	24.4	21.6	20.6	20.2	20.1	20.0
4	96	103.4	60.5	38.0	27.4	22.9	21.1	20.4	20.2	20.1
5	120	114.7	70.0	44.2	30.9	24.7	21.9	20.8	20.3	20.1

3. Al aproximar la placa como un medio semiinfinito, la expresión analítica apropiada está dada por la ecuación 5.59, aplicable a cualquier punto en la placa.

$$T(x, t) - T_i = \frac{2q''_o(\alpha t/\pi)^{1/2}}{k} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{q''_o x}{k} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

En la superficie, esta expresión da

$$T(0, 120\text{ s}) - 20°\text{C} = \frac{2 \times 3 \times 10^5\ \text{W/m}^2}{401\ \text{W/m} \cdot \text{K}} (117 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \times 120\ \text{s}/\pi)^2$$

o

$$T(0, 120\text{ s}) = 120.0°\text{C} \quad \triangleleft$$

En el punto interior ($x = 0.15$ m)

$$T(0.15\text{ m}, 120\text{ s}) - 20°\text{C} = \frac{2 \times 3 \times 10^5\ \text{W/m}^2}{401\ \text{W/m} \cdot \text{K}}$$

$$\times (117 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \times 120\ \text{s}/\pi)^{1/2}$$

$$\times \exp\left[-\frac{(0.15\text{ m})^2}{4 \times 117 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \times 120\ \text{s}}\right] - \frac{3 \times 10^5\ \text{W/m}^2 \times 0.15\text{ m}}{401\ \text{W/m} \cdot \text{K}}$$

$$\times \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{0.15\text{ m}}{2\sqrt{117 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \times 120\ \text{s}}}\right)\right] = 45.4°\text{C} \quad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Comparando los resultados exactos con los que se obtienen de las tres soluciones aproximadas, es claro que el método explícito con $Fo = \frac{1}{4}$ proporciona predicciones más precisas.

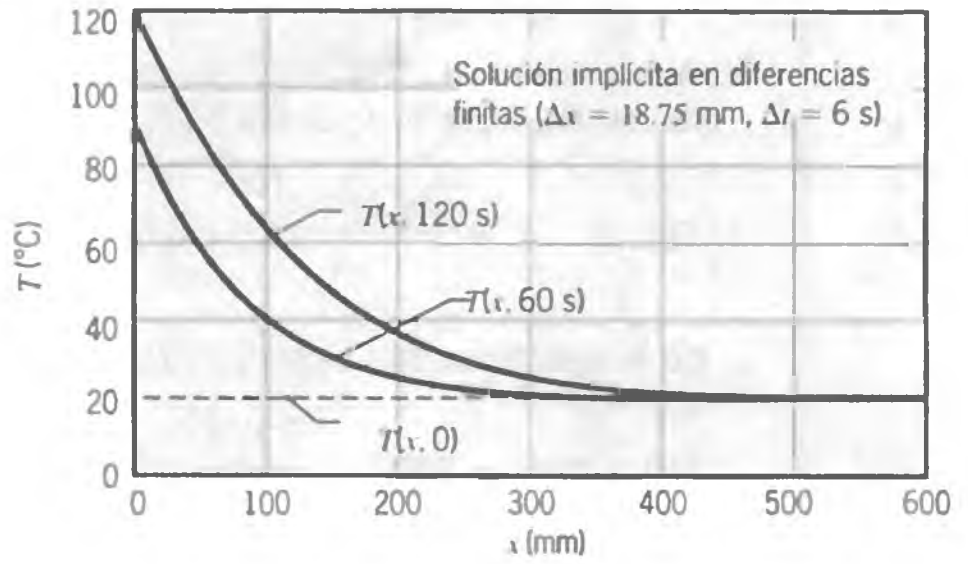
Método	$T_0 = T$**(0, 120 s)**	$T_2 = T$**(0.15 m, 120 s)**
Explícito ($Fo = \frac{1}{2}$)	125.3	48.1
Explícito ($Fo = \frac{1}{4}$)	118.9	44.4
Implícito ($Fo = \frac{1}{2}$)	114.7	44.2
Exacto	120.0	45.4

Esto no es inesperado, pues el valor correspondiente de Δt es 50% más pequeño que el usado en los otros dos métodos. Aunque los cálculos se simplifican con el

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del Litoral

valor máximo permisible de *Fo* en el método explícito, la precisión de los resultados rara vez es satisfactoria.

2. La precisión de los cálculos precedentes resulta inversamente afectada por la malla burda ($\Delta x = 75$ mm), así como por los pasos de tiempo grandes ($\Delta t = 24$ s, 12 s). Al aplicar el método implícito con $\Delta x = 18.75$ mm y $\Delta t = 6$ s ($Fo = 2.0$), la solución da $T_0 = T(0, 120\text{ s}) = 119.2°\text{C}$ y $T_2 = T(0.15\text{ m}, 120\text{ s}) = 45.3°\text{C}$, los cuales están de acuerdo con la solución exacta. Es posible elaborar gráficas de distribuciones completas de temperatura en cualquiera de los tiempos discretos y los resultados que se obtienen en $t = 60$ y 120 son como sigue:



Note que, para $t = 120$ s, la suposición de un medio semiinfinito seguiría siendo válida si el espesor de la placa excede aproximadamente 500 mm.

3. Observe que la matriz coeficiente [*A*] es *tridiagonal*. Es decir, todos los elementos son cero excepto los que están en la diagonal principal o en cualquier lado de ella. Las matrices tridiagonales están asociadas con problemas de conducción unidimensional.

4. Una condición de calentamiento radiativo más general sería aquella en la que la superficie se expone súbitamente a los alrededores a una temperatura elevada T_∞ (problema 5.91). La transferencia neta por radiación a la superficie se calcula entonces a partir de la ecuación 1.7. Al permitir la transferencia de calor por convección a la superficie, la aplicación de la conservación de la energía al nodo de superficie da una ecuación explícita en diferencias finitas de la forma

$$\varepsilon\sigma[T_{\text{alr}}^4 - (T_0^p)^4] + h(T_\infty - T_0^p) + k\frac{T_1^p - T_0^p}{\Delta x} = \rho\frac{\Delta x}{2}c\frac{T_0^{p+1} - T_0^p}{\Delta t}$$

Aplicar esta ecuación en diferencias finitas en una solución numérica es complicado por el hecho de que es *no lineal*. Sin embargo, la ecuación se *linealiza* mediante la introducción del coeficiente de transferencia de calor h_r definido por la ecuación 1.9, y la ecuación en diferencias finitas es

$$h_r^p(T_{\text{alr}} - T_0^p) + h(T_\infty - T_0^p) + k\frac{T_1^p - T_0^p}{\Delta x} = \rho\frac{\Delta x}{2}c\frac{T_0^{p+1} - T_0^p}{\Delta t}$$

La solución prosigue en la forma usual, aunque el efecto de un número de Biot radiativo ($Bi_r \equiv h_r\,\Delta x/k$) debe incluirse en el criterio de estabilidad, y el valor de h_r debe actualizarse en cada paso de los cálculos. Si se usa el método implícito, h_r se calcula en $p + 1$, en cuyo caso hay que realizar un cálculo iterativo en cada paso de tiempo.

5.10 *Resumen*

La conducción transitoria ocurre en numerosas aplicaciones de ingeniería y es posible manejarla con diferentes métodos. Ciertamente hay mucho que decir en cuanto a sencillez, en cuyo caso, cuando se enfrente con un problema transitorio, lo primero que debe hacer es calcular el número de Biot. Si este número es mucho menor que la unidad, utilice el método de la resistencia interna despreciable para obtener resultados precisos con requerimientos mínimos de cálculo. Sin embargo, si el número de Biot no es mucho menor que la unidad, considere los efectos espaciales, y use algún otro método. Los resultados analíticos están disponibles en formas de gráfica y de ecuación convenientes para la pared plana, el cilindro infinito, la esfera y el sólido semiinfinito. Debe saber cuándo y cómo utilizar estos resultados. Si las complejidades geométricas y/o la forma de las condiciones de frontera evitan su uso, recurra a una técnica numérica aproximada, como el método de diferencias finitas.

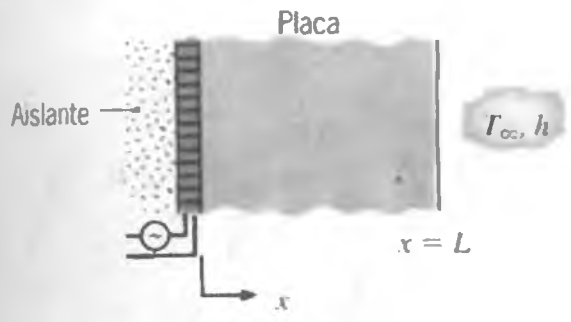
Bibliografía

1. Carslaw, H. S. y J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, 2a. ed., Oxford University Press, Londres, 1959.
2. Schneider, P. J., *Conduction Heat Transfer*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1955.
3. Kakac, S y Y. Yener, *Heat Conduction*, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1985.
4. Poulikakos, D., *Conduction Heat Transfer*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
5. Heisler, M. P., "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating", *Trans. ASME*, **69**, 227-236, 1947.
6. Gröber, H., S., Erk y U. Grigull, Fundamentals of Heat Transfer, McGraw-Hill, Nueva York, 1961.
7. Langston, L. S., "Heat Transfer from Multidimensional Objets Using One-Dimensional Solutions for Heat Loss", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 25, 149-150, 1982.

Problemas

Consideraciones cualitativas

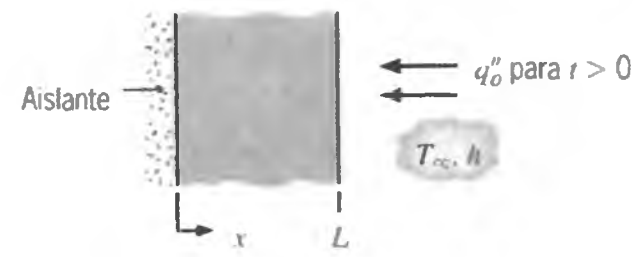
5.1 Considere un calentador eléctrico delgado unido a una placa y montado en un aislante. Inicialmente, el calentador y la placa están a la temperatura del aire ambiental, T_∞. De pronto, se activa la potencia del calentador, lo que da un flujo de calor constante q_o''(W/m^2) en la superficie interna de la placa.



(a) Dibuje y acote, en coordenadas T–x, las distribuciones de temperaturas: inicial, de estado estable y en dos tiempos intermedios.

(b) Trace el flujo de calor en la superficie exterior $q_s''(L, t)$ como función del tiempo.

5.2 La superficie interior de una pared plana está aislada mientras que la superficie externa se expone a un flujo de aire a T_∞. La pared está a una temperatura uniforme que corresponde a la del flujo de aire. De pronto, se conecta una fuente de calor por radiación que aplica un flujo uniforme q_o'' a la superficie externa.



(a) Dibuje y acote, en coordenadas T–x, las distribuciones de temperaturas: inicial, de estado estable y en dos tiempos intermedios.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

(b) Trace el flujo de calor en la superficie externa $q''_s(L, t)$ como función del tiempo.

5.3 Un horno de microondas opera sobre el principio de que la aplicación de un campo de alta frecuencia ocasiona que oscilen las moléculas eléctricamente polarizadas de los alimentos. El efecto neto es la *generación casi uniforme* de energía térmica dentro de los alimentos. Considere el proceso de cocinar un trozo de carne de $2L$ de espesor en un horno de microondas y compárelo con cocinar en un horno convencional, donde *cada lado* se *calienta por radiación*. En cada caso la carne se calentará de 0°C a una temperatura *mínima* de 90°C. Base su comparación en una gráfica de la distribución de temperaturas en tiempos seleccionados para cada uno de los procesos de cocinado. En particular, considere el tiempo t_0 al que se inicia el calentamiento, un tiempo t_1 durante el proceso de calentamiento, el tiempo t_2 que corresponde a la conclusión del calentamiento y un tiempo t_3 completamente dentro del subsiguiente proceso de enfriamiento.

5.4 Una placa de espesor $2L$, área superficial A_s, masa M y calor específico c_p, inicialmente a una temperatura uniforme T_i, se calienta de pronto en ambas superficies mediante un proceso de convección (T_∞, h) durante un periodo t_0, después del cual la placa se aísla. Suponga que la temperatura del plano medio no alcanza T_∞ dentro de este periodo.

(a) Suponiendo $B_i \gg 1$ para el proceso de calentamiento, dibuje y acote, en coordenadas T–x, las siguientes distribuciones de temperaturas: inicial, de estado estable ($t \to \infty$), $T(x, t_0)$ y en dos tiempos intermedios entre $t = t_0$ y $t \to \infty$.

(b) Trace y acote, en coordenadas T–t, las distribuciones de temperatura del plano medio y de la superficie expuesta.

(c) Repita las partes (a) y (b), suponga $B_i \ll 1$ para la placa.

(d) Derive una expresión para la temperatura de estado estable $T(x, \infty) = T_f$, y deje los resultados en términos de los parámetros de la placa (M, c_p), condiciones térmicas (T_i, T_∞, h), la temperatura de la superficie $T(L, t)$ y el tiempo de calentamiento t_0.

Método de la capacitancia concentrada o resistencia interna despreciable

5.5 Unos balines de acero de 12 mm de diámetro se templan mediante el calentamiento a 1150 K y después se enfrían lentamente a 400 K en un aire ambiental para el cual $T_\infty = 325$ K y $h = 20$ W/m$^2 \cdot$ K. Suponiendo que las propiedades del acero son K = 40 W/m $\cdot$ K, $\rho = 7800$ kg/m^3, y $c = 600$ J/Kg $\cdot$ k, estime el tiempo que se requiere para el proceso de enfriamiento.

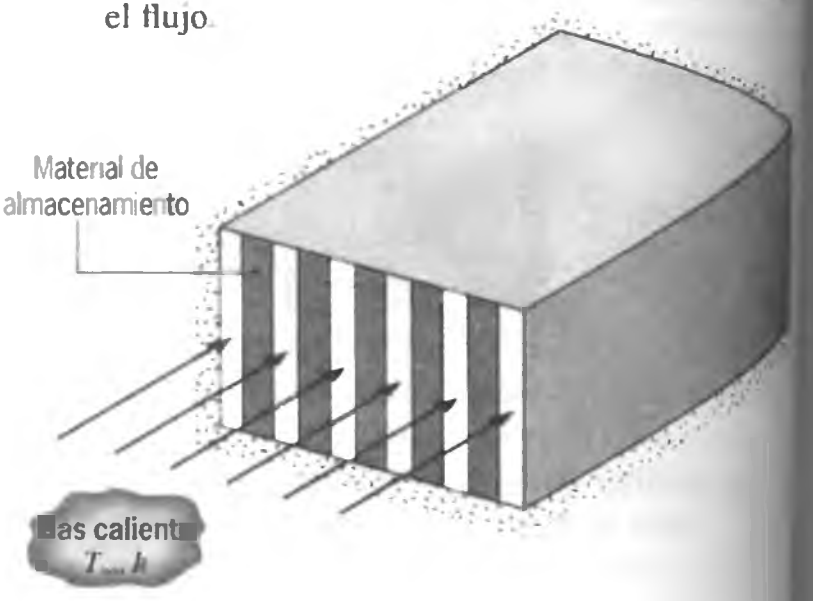
5.6 El coeficiente de transferencia de calor para el aire que fluye alrededor de una esfera se determinará mediante la observación de la historia de temperatura de una esfera fabricada con cobre puro. La esfera, que tiene 12.7 mm de diámetro, está a 66°C antes de colocarla en un flujo de aire que tiene una temperatura de 27°C. Un termopar en la superficie externa de la esfera indica 55°C 69 s después de que se inserta la esfera en el flujo de aire. Suponga y después justifique que la esfera se comporta como un objeto espacial isotérmico, y calcule el coeficiente de transferencia de calor.

5.7 Una esfera sólida de acero (AISI 1010), de 300 mm de diámetro, se recubre con una capa de material dieléctrico de 2 mm de espesor y una conductividad térmica de 0.04 W/m $\cdot$ K. La esfera recubierta está inicialmente a una temperatura uniforme de 500°C y de pronto se templa en un baño de aceite para el que $T_\infty = 100$°C, $h = 3300$ W/m $\cdot$ K. Estime el tiempo que se requiere para que la esfera recubierta alcance 140°C. *Sugerencia:* Deje de lado el efecto del almacenamiento de energía en el material dieléctrico, puesto que su capacitancia térmica ($\rho c V$) es pequeña comparada con la de la esfera de acero.

5.8 Una bala esférica de plomo de 6 mm de diámetro se mueve aproximadamente a Mach 3. La onda de choque resultante calienta el aire alrededor de la bala a 700 K, y el coeficiente de convección promedio para la transferencia de calor entre el aire y la bala es 500 W/m$^2 \cdot$ K. Si la bala sale del barril a 300 K y el tiempo de vuelo es 0.4 s, ¿cuál es la temperatura en la superficie en el momento del impacto?

5.9 Unos ejes de maquinaria de acero al carbón (AISI 1010) de 0.1 m de diámetro se tratan con calor en un horno calentado por gas cuyos gases están a 1200 K y proporcionan un coeficiente de convección de 100 W/m$^2 \cdot$ K. Si los ejes entran en el horno a 300 K, ¿cuánto tiempo deben permanecer en el horno para alcanzar una temperatura en la línea central de 800 K?

5.10 Una unidad de almacenamiento de energía térmica consiste en un canal rectangular largo, que está bien aislado en la superficie externa y encierra capas alternadas del material de almacenamiento y rejillas para el flujo.



Cada capa del material de almacenamiento es una plancha de aluminio de ancho W = 0.05 m, que está a una temperatura inicial de 25°C. Considere condiciones en las que la unidad de almacenamiento se carga con el paso de un gas caliente a través de las rejillas, suponiendo que la temperatura del gas y el coeficiente de convección tienen valores constantes de T_∞ = 600°C y h = 100 W/m² · K a lo largo del canal. ¿Cuánto tiempo se tardará en alcanzar 75% del almacenamiento máximo posible de energía? ¿Cuál es la temperatura del aluminio en ese momento?

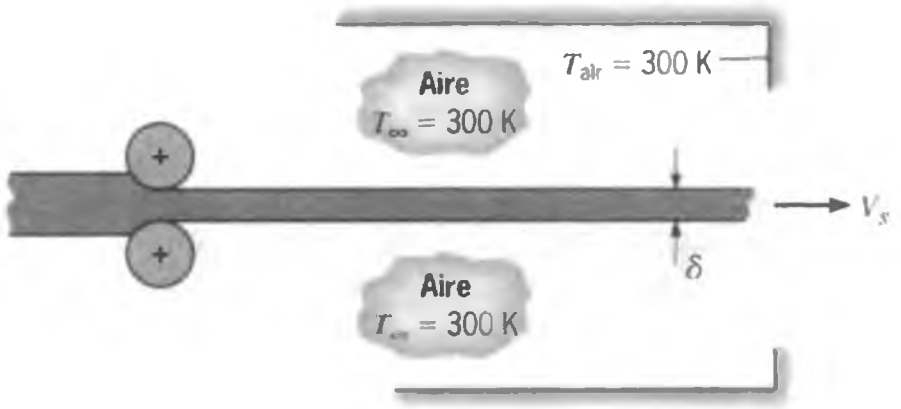
5.11 Un resorte de hojas cuyas dimensiones son 32 mm por 10 mm por 1.1 m se rocía con un recubrimiento anticorrosivo delgado, que se trata con calor suspendiendo el resorte de forma vertical en la dirección de su longitud y pasándolo a través de un horno transportador que mantiene el aire a una temperatura de 175°C. Se han obtenido recubrimientos satisfactorios en resortes, inicialmente a 25°C, con un tiempo de permanencia en el horno de 35 min. El proveedor del recubrimiento especifica que el recubrimiento debe tratarse durante 10 min por arriba de una temperatura de 140°C. ¿Cuánto tiempo permanecerá en el horno un resorte con dimensiones de 76 mm por 35 mm por 1.6 m a fin de tratar térmicamente el recubrimiento de manera apropiada? Las propiedades termofísicas del material de resorte son ρ = 8131 kg/m³, c_p = 473 J/kg · K, y k = 42 W/m · K.

5.12 Una herramienta que se utiliza para fabricar dispositivos semiconductores consiste en un portaherramienta (disco cilíndrico metálico grueso) en el que un brazo robótico coloca una chapa de silicio muy delgada (ρ = 2700 kg/m³, c = 875 J/kg · K, k = 177 W/m · K). Una vez en su posición, se energiza un campo eléctrico en el portaherramientas, lo que crea una fuerza electrostática que mantiene la chapa firmemente fija al portaherramientas. Para asegurar una resistencia de contacto reproducible entre el portaherramientas y entre ciclo y ciclo, se introduce gas helio presurizado en el centro del portaherramientas y fluye (muy lentamente) de forma radial hacia afuera entre las imperfecciones de la región de interfaz.



Se realiza un experimento en condiciones en las que la chapa, inicialmente a una temperatura uniforme $T_{w,i}$ = 100°C, se coloca de pronto en el portaherramientas, que está a una temperatura uniforme y constante T_c = 23°C. Con la chapa en su lugar, se aplican la fuerza electrostática y el flujo de gas helio. Después de 15 s, se determina que la temperatura de la chapa es 33°C. ¿Cuál es la resistencia de contacto térmico $R''_{t,c}$ (m² · K/W) entre la chapa y el portaherramientas? ¿El valor de $R''_{t,c}$ aumentará, disminuirá o permanecerá igual si se usa aire, en lugar de helio, como gas de purga?

5.13 Del último grupo de rodillos en un tren de laminación en caliente emergen tiras de acero y se enfrían (por ambas superficies) mediante transferencia de calor por convección y radiación al aire ambiente y los alrededores, respectivamente, donde $T_\infty = T_{alr}$ = 300 K.



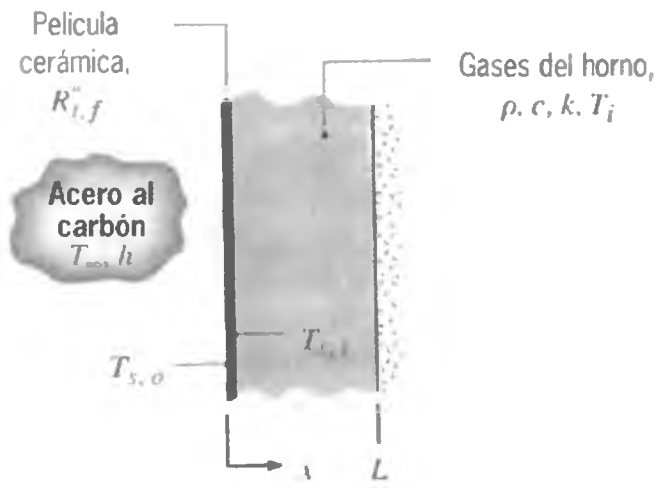
El espesor de las tiras es δ = 5 mm, y su densidad, calor específico, conductividad térmica y emisividad son ρ = 7900 kg/m³, c_p = 640 J/kg · K, k = 30 W/m · K y ε = 0.7, respectivamente.

(a) Suponiendo un coeficiente de convección uniforme de h = 25 W/m² · K, determine el tiempo que se requiere para enfriar la tira de una temperatura inicial de 940°C a 540°C, punto en el que se puede enrollar para su embarque. Si la tira se mueve a 10 m/s, ¿cuán larga debe ser la sección de enfriamiento? ¿Qué concluye usted acerca de la efectividad de este método de enfriamiento?

(b) Determine el tiempo que se requiere para enfriar la tira, primero suponiendo una transferencia de calor sólo por radiación, y después una sólo por convección. Para cada uno de los tres casos (convección y radiación, sólo radiación y sólo convección), elabore una gráfica de la temperatura de la tira como función del tiempo en el rango 540°C ≤ T ≤ 940°C. En este rango, también trace el coeficiente de transferencia de calor por radiación, h_r, como función del tiempo.

5.14 La pared plana de un horno se fabrica de acero al carbón simple (k = 60 W/m · K, ρ = 7850 kg/m³, c = 430 J/kg · K) y tiene un espesor L = 10 mm. Para protegerla de los efectos corrosivos de los gases de combustión del horno, una superficie de la pared se cubre con una película delgada de cerámica que, para un área superficial unitaria, tiene una resistencia térmica de $R''_{t,f}$ = 0.01 m² · K/W. La superficie opuesta está bien aislada de los alrededores.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...



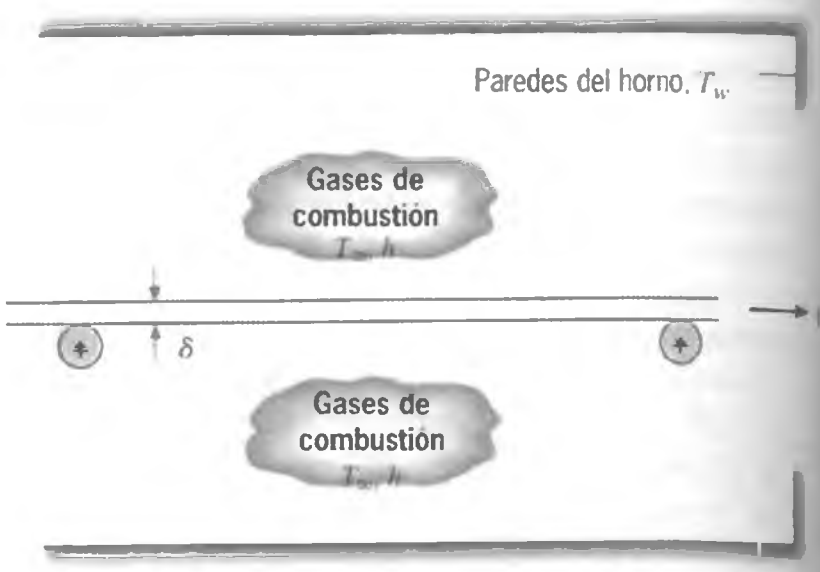
Al poner en funcionamiento el horno, la pared está a una temperatura inicial de $T_i = 300$ K, y los gases de combustión entran en el horno a $T_\infty = 1300$ K, con lo que proporcionan un coeficiente de convección $h = 25$ W/m^2 · K en la película cerámica. Suponiendo que la película tiene una resistencia térmica interna insignificante, ¿cuánto tiempo tardará la superficie interior del acero en alcanzar una temperatura de $T_{s,i} = 1200$ K? ¿Cuál es la temperatura $T_{s,o}$ de la superficie expuesta de la película cerámica en ese momento?

5.15 En un proceso industrial que requiere altas corrientes de cd, se utilizan varillas de cobre en camisas de agua, de 20 mm de diámetro, para conducir la corriente. El agua, que fluye de forma continua entre la camisa y la varilla, mantiene la temperatura de la varilla a 75°C durante la operación normal a 500 A. Se sabe que la resistencia eléctrica de la varilla es 0.15 Ω/m. Tal vez surjan problemas si el agua refrigerante deja de estar disponible (por ejemplo, debido al mal funcionamiento de una válvula). En esta situación la transferencia de calor de la superficie de la varilla disminuiría enormemente, y la varilla se fundiría.

(a) Suponiendo que no hay transferencia de calor de la varilla después de la pérdida del fluido refrigerante, estime cuánto tiempo tardaría la varilla en fundirse.

(b) Como protección contra una falla térmica debido a la pérdida del refrigerante, se propone la instalación de un sistema de enfriamiento de respaldo. A partir de consideraciones acerca de la dinámica de fluidos, se determina que un sistema de respaldo se activaría en 5 s. De nuevo suponiendo que no hay transferencia de calor de la varilla luego de la pérdida de fluido refrigerante, determine su temperatura después de 5 s. Se consideran dos sistemas de enfriamiento de respaldo, uno implica agua y el otro, aire comprimido, que estarían cada uno a una temperatura de 15°C y proporcionarían coeficientes de convección de 10,000 W/m^2 · K y 1000 W/m^2 · K, respectivamente. Determine la respuesta térmica transitoria de la varilla después de la activación de cada uno de los sistemas de respaldo. En ambos casos, no considere la transferencia por radiación. Trace las historias de las temperaturas, $T(t)$, para los dos casos y seleccione el sistema de respaldo más adecuado.

5.16 Una tira de acero de espesor $\delta = 12$ mm se recuece haciéndola pasar a través de un horno grande cuyas paredes se mantienen a una temperatura T_w que corresponde a la de los gases de combustión que fluyen a través del horno ($T_w = T_\infty$). La tira, cuya densidad, calor específico, conductividad térmica y emisividad son $\rho = 7900$ kg/m^3, $c_p = 640$ J/kg · K, $k = 30$ W/m · K y $\varepsilon = 0.7$, respectivamente, se calentará de 300°C a 600°C.



(a) Para un coeficiente de convección uniforme de $h = 100$ W/m^2 · K y $T_w = T_\infty = 700$°C, determine el tiempo que se requiere para calentar la tira. Si la tira se mueve a 0.5 m/s, ¿cuán larga debe ser el horno?

(b) El proceso de templado se acelera (aumenta la velocidad de la tira de acero) al incrementar las temperaturas ambientales. Para la longitud del horno que se obtiene en la parte (a), determine la velocidad de la tira para $T_w = T_\infty = 850$°C, y para $T_w = T_\infty = 1000$°C. Para cada conjunto de temperaturas ambientales (700, 850 y 1000°C), trace una gráfica de la temperatura de la tira como función del tiempo en el rango 25°C ≤ T ≤ 600°C. En este rango, también dibuje el coeficiente de transferencia de calor, h_r, como función del tiempo.

5.17 Un alambre largo de diámetro $D = 1$ mm se sumerge en un baño de aceite de temperatura $T_\infty = 25$°C. El alambre tiene una resistencia eléctrica por unidad de longitud de $R'_e = 0.01$ Ω/m. Si fluye una corriente de $I = 100$ A por el del alambre y el coeficiente de convección es $h = 500$ W/m^2 · K, ¿cuál es la temperatura de estado estable del alambre? Del tiempo que se aplica la corriente, ¿cuánto tiempo tarda el alambre en alcanzar una temperatura que está a 1°C de distancia del valor de estado estable? Las propiedades del alambre son $\rho = 8000$ kg/m^3, $c = 500$ J/kg · K y $k = 20$ W/m · K.

5.18 Considere el sistema del problema 5.1 donde la temperatura de la placa es isotérmica espacial durante el proceso transitorio.

(a) Obtenga una expresión para la temperatura de la placa como función del tiempo $T(t)$ en términos de q''_0, T_∞, h, L, y las propiedades ρ y c de la placa.

(b) Determine la constante térmica de tiempo y la temperatura de estado estable para una placa de 12 mm de espesor de cobre puro cuando $T_\infty = 27°C$, $h = 50\ W/m^2 \cdot K$, y $q''_0 = 5000\ W/m^2$. Estime el tiempo que se requiere para lograr condiciones de estado estable.

(c) Para las condiciones de la parte (b), así como para $h = 100$ y $200\ W/m^2 \cdot K$, calcule y trace las historias de temperatura correspondientes de la placa para $0 \leq t \leq 2500$ s.

5.19 Un dispositivo electrónico, como un transistor de potencia montado sobre un disipador de calor con aletas, se modela como un objeto espacialmente isotérmico con generación interna de calor y una resistencia de convección externa.

(a) Considere un sistema de masa M, calor específico c y área superficial A_s, que inicialmente está en equilibrio con el medio a T_∞. De súbito se energiza el dispositivo electrónico, de modo que ocurre una generación de calor constante $\dot{E}_g$ (W). Muestre que la respuesta de temperatura del dispositivo es

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

donde $\theta \equiv T - T(\infty)$ y $T(\infty)$ es la temperatura de estado estable que corresponde a $t \to \infty$; $\theta_i = T_i - T(\infty)$; T_i = temperatura inicial del dispositivo; R = resistencia térmica $1/\bar{h}A_s$; y C = resistencia térmica interna M_c.

(b) Un dispositivo electrónico, que genera 60 W de calor, se monta en un disipador de calor de aluminio que pesa 0.31 kg y alcanza una temperatura de 100°C en aire ambiente a 20°C en condiciones de estado estable. Si el dispositivo está inicialmente a 20°C, ¿qué temperatura alcanzará 5 min después de que se conecta la potencia?

5.20 Antes de ser inyectado en un horno, se precalienta carbón pulverizado haciéndolo pasar a través de un tubo cilíndrico cuya superficie se mantiene a $T_{alr} = 1000°C$. Si los granos se aproximan como esferas de 1 mm de diámetro y se puede suponer que se calientan por transferencia de radiación de la superficie del tubo, ¿cuán largo debe ser el tubo para calentar el carbón que entra a 25°C a una temperatura de 600°C? ¿Se justifica el uso de la resistencia interna despreciable?

5.21 Una esfera de metal de diámetro D, que está a temperatura uniforme T_i, se quita súbitamente de un horno y se cuelga de un alambre fino en un cuarto amplio con aire a una temperatura uniforme T_∞ y las paredes que lo rodean a una temperatura T_{alr}.

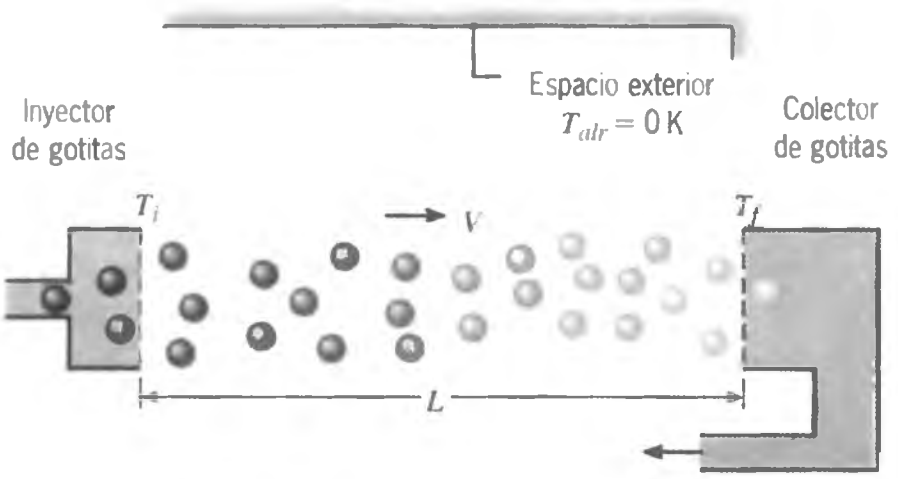
(a) Sin tomar en cuenta la transferencia de calor por radiación, obtenga una expresión del tiempo que se requiere para enfriar la esfera a alguna temperatura T.

(b) Sin tomar en cuenta la transferencia de calor por convección, obtenga una expresión del tiempo que se requiere para enfriar la esfera a la temperatura T.

(c) ¿Cómo determinaría el tiempo que se requiere para que la esfera se enfríe a la temperatura T si la convección y radiación son del mismo orden de magnitud?

(d) Considere una esfera de aluminio anodizado ($\varepsilon = 0.75$) de 50 mm de diámetro, que está a una temperatura inicial de $T_i = 800$ K. Tanto el aire como los alrededores están a 300 K, y el coeficiente de convección es $10\ W/m^2 \cdot K$. Para las condiciones de las partes (a), (b) y (c), determine el tiempo que se requiere para que la esfera se enfríe a 400 K. Elabore una gráfica de las series históricas de temperatura correspondientes. Repita los cálculos para una esfera de aluminio pulido ($\varepsilon = 0.1$).

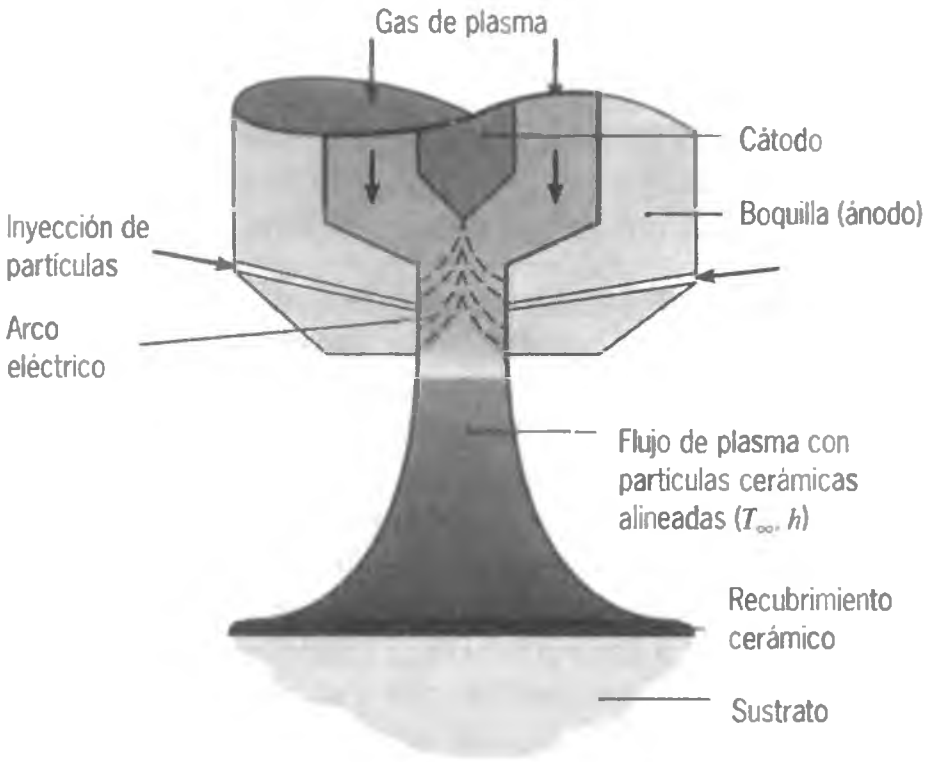
5.22 A medida que las estaciones espaciales permanentes aumentan de tamaño, hay un incremento concomitante en la cantidad de potencia eléctrica que disipan. Para prevenir las temperaturas de los compartimientos de la estación de modo que no excedan los límites establecidos, es necesario transferir el calor disipado al espacio. Un nuevo esquema de rechazo de calor que se propone para este propósito se denomina Radiador de gotitas líquidas (LDR, Liquid Droplet Radiator). Primero se transfiere el calor a un aceite de alto vacío, que después se inyecta al espacio exterior como un flujo de pequeñas gotas. Se permite que el flujo atraviese una distancia L, en la que se enfría por radiación de energía al espacio exterior a temperatura del cero absoluto. Las gotitas entonces se reúnen y se devuelven a la estación espacial.



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Considere condiciones en que las gotitas con emisividad $\varepsilon = 0.95$ y diámetro $D = 0.5$ mm se inyectan a una temperatura de $T_i = 500$ K y una velocidad $V = 0.1$ m/s. Las propiedades del aceite son $\rho = 885$ kg/m^3, $c = 1900$ J/kg · K, y $k = 0.145$ W/m · K. Suponiendo que cada gota radia a la profundidad del espacio a $T_{alr} = 0$ K, determine la distancia L que se requiere para que las gotitas impacten al colector a una temperatura final $T_f = 300$ K. ¿Cuál es la cantidad de energía térmica rechazada por cada gotita?

5.23 A menudo se utilizan procesos de recubrimiento por pulverizado de plasma para proporcionar protección superficial a materiales expuestos a medios hostiles que inducen degradación a través de factores como uso, corrosión o falla térmica absoluta. Los recubrimientos *cerámicos* se usan normalmente con este propósito. Mediante la inyección de polvo cerámico a través de la boquilla (ánodo) de un soplete de plasma, las partículas se alinean por el flujo de plasma, dentro del cual se aceleran y calientan.



Durante su *tiempo de vuelo*, las partículas cerámicas deben calentarse a su punto de fusión y experimentar la completa conversión al estado líquido. El recubrimiento se moldea conforme las gotitas fundidas chocan (salpican) sobre el material del sustrato y experimentan una rápida solidificación. Considere condiciones para las que partículas esféricas de alúmina (Al_2O_3) de diámetro $D_p = 50$ μm, densidad $\rho_p = 3970$ kg/m^3, conductividad térmica $k_p = 10.5$ W/m · K y calor específico $c_p = 1560$ J/kg · K se inyectan en un arco de plasma, que está a $T_\infty = 10{,}000$ K y proporciona un coeficiente $h = 30{,}000$ W/m^2 · K para el calentamiento por convección de las partículas. El punto de fusión y el calor latente de fusión de la alúmina son $T_{pf} = 2318$ K y $h_{sf} = 3577$ KJ/kg, respectivamente.

(a) Sin tomar en cuenta la radiación, obtenga una expresión del tiempo de vuelo, t_{i-f} que se requiere para calentar una partícula desde su temperatura inicial T_i a su punto de fusión T_{pf} y, una vez en el punto de fusión, para que la partícula experimente la fusión completa. Evalúe t_{i-f} para $T_i = 300$ K y las condiciones de calentamiento establecidas.

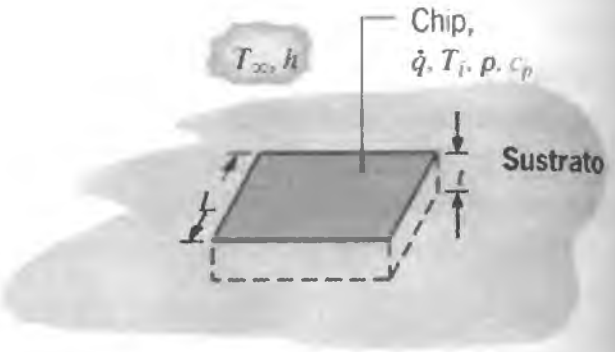
(b) Suponiendo que la alúmina tiene una emisividad de $\varepsilon_p = 0.4$ y que las partículas intercambian radiación con los alrededores a $T_{alr} = 300$ K, evalúe la validez de dejar de lado la radiación.

5.24 Unas varillas metálicas largas de sección transversal circular se tratan por calentamiento haciendo pasar una corriente eléctrica por ellas para proporcionar generación volumétrica uniforme a una rapidez $\dot{q}$ (W/m^3). Las varillas son de diámetro D y se colocan en una cámara grande cuyas paredes se mantienen a la misma temperatura T_∞ que el aire encerrado. La convección de la superficie de las varillas al aire se caracteriza por el coeficiente h.

(a) Obtenga una expresión que sirva para determinar la temperatura de estado estable de la varilla.

(b) Sin considerar la radiación y estableciendo una temperatura inicial ($t = 0$) de la varilla $T_i = T_\infty$, obtenga la respuesta transitoria de temperatura de la varilla.

5.25 Un chip de longitud $L = 5$ mm por lado y espesor $t = 1$ mm se incrusta en sustrato cerámico, y la superficie expuesta se enfría convectivamente mediante un líquido dieléctrico para el que $h = 150$ W/m^2 · K y $T_\infty = 20$°C.



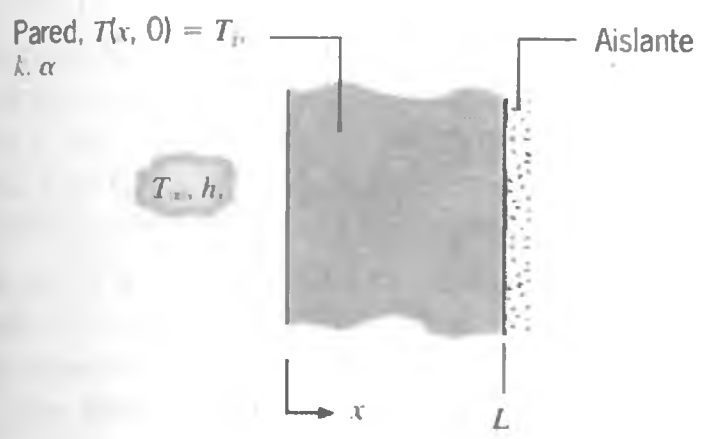
En el modo apagado el chip está en equilibrio térmico con el fluido refrigerante ($T_i = T_\infty$). Sin embargo, cuando el chip se energiza, la temperatura aumenta hasta que se establece un nuevo estado. Para propósitos de análisis, el chip energizado se caracteriza por un calentamiento volumétrico uniforme con $\dot{q} = 10^6$ W/m^3. Suponiendo una resistencia de contacto finita entre el chip y el sustrato y una resistencia de conducción insignificante dentro del chip, determine la temperatura de estado estable del chip T_f. Después de la activación del chip, ¿cuánto tiempo pasará antes que esté dentro de 1°C de su temperatura? La densidad del chip y su calor específico son $\rho = 2000$ kg/m^3 y $c = 700$ J/kg · K, respectivamente.

5.26 Considere las condiciones del problema 5.25. Además de tratar la transferencia de calor por convección directamente del chip al fluido refrigerante, un análisis más realista explicaría la transferencia indirecta del chip al sustrato y luego del sustrato al fluido refrigerante. La resistencia térmica total asociada con esta ruta indirecta incluye contribuciones debidas a la interfaz chip-sustrato (una resistencia de contacto), conducción unidimensional en el sustrato y convección de la superficie del sustrato al fluido refrigerante. Si esta resistencia térmica total es $R_t = 200$ K/W, ¿cuál es la temperatura de estado estable del chip T_f? Después de la activación del chip, ¿cuánto tiempo le toma llegar a 1°C de esta temperatura?

Conducción unidimensional: pared plana

5.27 Considere la solución de serie, ecuación 5.39, para la pared plana con convección. Calcule las temperaturas del plano medio ($x^* = 0$) y de la superficie ($x^* = 1$) θ^* para $Fo = 0.1$ y 1, use $Bi = 0.1$, 1, y 10. Considere sólo los primeros cuatro valores propios o eigenvalores. Con base en estos resultados analice la validez de las soluciones aproximadas, ecuaciones 5.40 y 5.41.

5.28 Considere la pared unidimensional que se muestra en el dibujo, que inicialmente está a una temperatura uniforme T_i y se somete de pronto a la condición de frontera de convección con un fluido a T_∞.

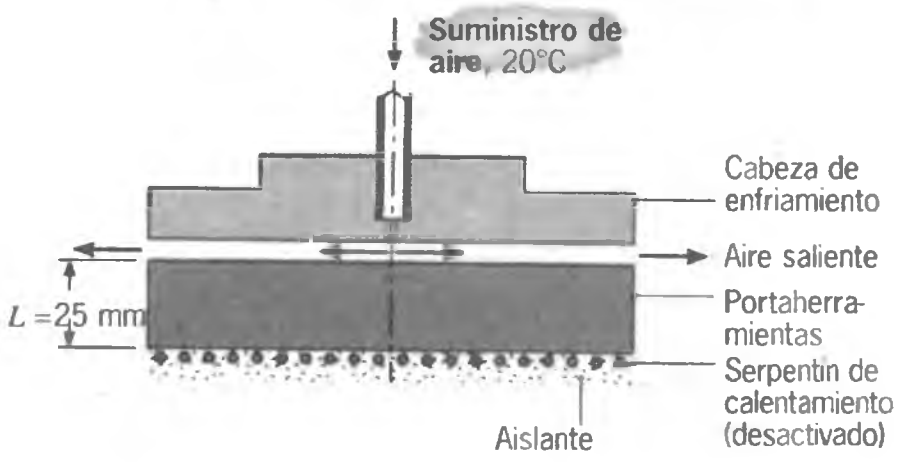


Para una pared en particular, caso 1, la temperatura en $x = L_1$ después de $t_1 = 100$ s es $T_1(L_1, t_1) = 315$°C. Otra pared, caso 2, tiene diferentes condiciones de espesor y térmicas como se muestra a continuación.

Caso	L (m)	α (m²/s)	k (W/m · K)	T_i (°C)	T_∞ (°C)	h (W/m² · K)
1	0.10	15×10^{-6}	50	300	400	200
2	0.40	25×10^{-6}	100	30	20	100

¿Cuánto tiempo tardará la segunda pared en alcanzar 28.5°C en la posición $x = L_2$? Use como base del análisis la dependencia funcional adimensional para la distribución de temperaturas transitoria que se expresa en la ecuación 5.38.

5.29 Con referencia a la herramienta para procesar semiconductores del problema 5.12, se desea en algún momento del ciclo de fabricación enfriar el portaherramienta, que está fabricado con aleación de aluminio 2024. El esquema de enfriamiento que se propone pasa aire a 15°C entre la cabeza del suministro de aire y la superficie del portaherramientas.



(a) Si el portaherramienta está inicialmente a una temperatura uniforme de 100°C, calcule el tiempo que se requiere para que la superficie inferior alcance 25°C, suponiendo un coeficiente de convección uniforme de 50 W/m² · K en la interfaz cabeza-portaherramienta.

(b) Genere una gráfica del tiempo de enfriamiento como función del coeficiente de convección en el rango $10 \leq h \leq 2000$ W/m² · K. Si el límite inferior representa una condición de convección libre sin ninguna cabeza presente, comente la efectividad del diseño de la cabeza como método para enfriar el portaherramientas.

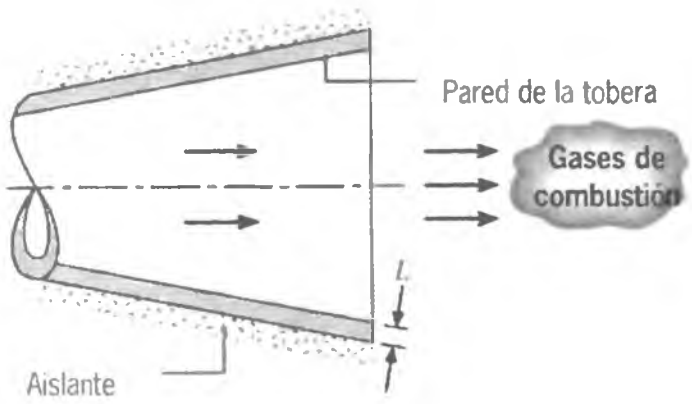
5.30 Después de una larga y pesada semana de estudio, usted y un acompañante están listos para descansar. Saca un bistec de 50 mm de grueso del congelador ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que el bistec se descongele? Suponga que el bistec está inicialmente a −6°C, que se deshiela cuando la temperatura del plano medio alcanza 4°C, y que la temperatura de la habitación es 23°C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m² · K. Trate el bistec como un corte que tiene las propiedades del agua líquida a 0°C. No tome en cuenta el calor de fusión asociado con el cambio de fase por fusión.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral
DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...

5.31 Una pared plana unidimensional con espesor de 0.1 m inicialmente a una temperatura uniforme de 250°C se sumerge de pronto en un baño de aceite a 30°C. Suponiendo que el coeficiente de transferencia de calor por convección para la pared en el baño es 500 W/m² · K, calcule la temperatura de la superficie de la pared 9 min después de la inmersión. Las propiedades de la pared son $k = 50$ W/m · K, $\rho = 7835$ kg/m³ y $c = 465$ J/kg · K.

5.32 Considere la unidad de almacenamiento de energía térmica del problema 5.10, pero con un material de mampostería de $\rho = 1900$ kg/m³, $c = 800$ J/kg · K y $k = 0.70$ W/m · K usado en lugar del aluminio. ¿Cuánto tiempo tomará alcanzar 75% del máximo almacenamiento posible de energía? ¿Cuáles son las temperaturas máxima y mínima de la mampostería en este tiempo?

5.33 La pared de la tobera de un cohete tiene un espesor $L = 25$ mm y está fabricada de una alta aleación de acero para la que $\rho = 8000$ kg/m³, $c = 500$ J/kg · K, y $k = 25$ W/m · K. Durante una prueba de encendido, la pared está inicialmente a $T_i = 25$°C y la superficie interna se expone a los gases calientes de combustión para los que $h = 500$ W/m² · K y $T_\infty = 1750$°C. La superficie externa está bien aislada.



(a) Si la pared debe mantenerse al menos a 100°C por debajo de su punto de fusión $T_{pf} = 1600$°C, ¿cuál es el tiempo de encendido máximo permisible t_f? El diámetro de la tobera es mucho mayor que su espesor.

(b) Para aumentar t_f, se considera cambiar el espesor de la pared L. ¿Se debe aumentar o disminuir L? ¿Por qué? Para espesores de la pared de $L = 10$, 25 y 50 mm, calcule y dibuje las historias de temperatura de las superficies interna y externa en el periodo $0 \leq t \leq 600$ s. El valor de t_f se aumentaría seleccionando un material con diferentes propiedades termofísicas. ¿Hay que elegir materiales de valores de ρ, c y k mayores o menores?

5.34 Durante la operación transitoria, la tobera de acero del motor de un cohete no debe exceder una temperatura de operación máxima permisible de 1500 K cuando se expone a los gases de combustión caracterizados por una temperatura de 2300 K y un coeficiente de convección de 5000 W/m² · K. Para aumentar la duración de la operación del motor, se propone que se aplique un *recubrimiento de barrera térmica* ($k = 10$ W/m · K, $\alpha = 6 \times 10^{-6}$ m²/s) a la superficie interior de la tobera.

(a) Si el recubrimiento cerámico tiene 10 mm de espesor y una temperatura inicial de 300 K, obtenga una estimación conservadora de la máxima duración permisible de la operación del motor. El radio de la tobera es mucho mayor que el espesor combinado de la pared y el recubrimiento.

(b) Calcule y trace las temperaturas de la superficie interna y externa del recubrimiento como función del tiempo para $0 \leq t \leq 150$ s. Repita los cálculos para un espesor de 40 mm de recubrimiento.

5.35 En un proceso de templado, una placa de vidrio, que inicialmente está a una temperatura uniforme T_i, se enfría mediante la reducción súbita de la temperatura de ambas superficies a T_s. La placa tiene 20 mm de espesor, y el vidrio tiene una difusividad térmica de $\alpha = 4 \times 10^{-7}$ m²/s.

(a) ¿Cuánto tiempo pasará para que la temperatura del plano medio alcance 50% de su reducción máxima posible de temperatura?

(b) Si $(T_i - T_s) = 300$°C, ¿cuál es el gradiente de temperatura máximo en el vidrio en el tiempo anterior?

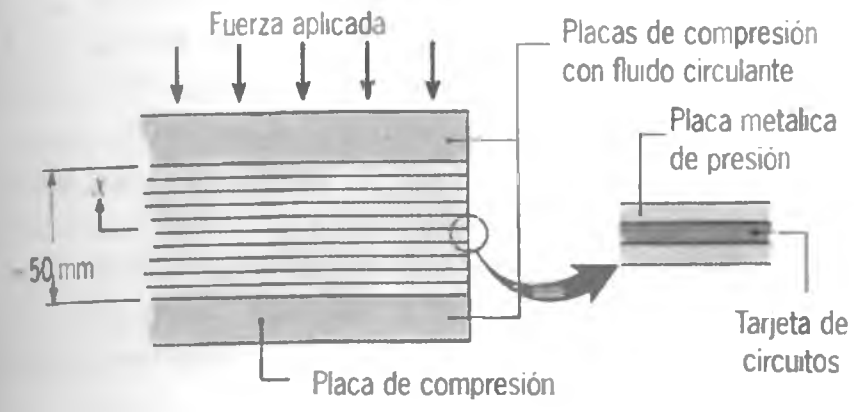
5.36 La resistencia y estabilidad de neumáticos se aumentan calentando ambos lados del hule ($k = 0.14$ W/m · K, $\alpha = 6.35 \times 10^{-8}$ m²/s) en una cámara de vapor para la que $T_\infty = 200$°C. En el proceso de calentamiento, una pared de hule de 20 mm de espesor (que se supone deshebrado) se lleva de una temperatura inicial de 25°C a una temperatura del plano medio de 150°C.

(a) Si el flujo de vapor sobre las superficies de los neumáticos mantiene un coeficiente de convección $h = 200$ W/m² · K, ¿cuánto tiempo tardará en alcanzar la temperatura del plano medio que se desea?

(b) A fin de acelerar el proceso de calentamiento se recomienda que el flujo de vapor sea suficientemente vigoroso como para mantener las superficies de los neumáticos a 200°C a través del proceso. Calcule y trace las temperaturas del plano medio y de la superficie para este caso, así como para las condiciones de la parte (a).

5.37 Unas tarjetas de circuitos de fibra de vidrio reforzadas con epóxico y recubiertas de cobre se tratan mediante el calentamiento de una pila de ellas a alta presión como se muestra en el dibujo. El propósito de la operación de calentamiento-prensado es curar el epóxico que une las hojas de fibra de vidrio, impartiendo

dez a las tarjetas. La pila, denominada *libro*, se compone de 10 *tarjetas* y 11 *placas de prensado*, que evitan que el epóxico fluya entre las tarjetas e imparten un acabado suave a las tarjetas curadas. A fin de llevar a cabo un análisis térmico simplificado, es razonable aproximar el libro como si tuviera una conductividad térmica efectiva (k) y una capacitancia térmica efectiva ρc_p). Calcule las propiedades efectivas si cada una de las tarjetas y placas tiene un espesor de 2.36 mm y las siguientes propiedades termofísicas: tarjeta (b) ρ_b = 1000 kg/m^3, $c_{p,b}$ = 1500 J/kg · K, k_b = 0.30 W/m · K; placa (p) ρ_p = 8000 kg/m^3, $c_{p,p}$ = 480 J/kg · K, k_p = 12 W/m · K.



5.38 Unas tarjetas de circuitos se tratan mediante el calentamiento de una pila de ellas bajo alta presión como se ilustra en el problema 5.37. Las placas de compresión en la parte superior e inferior de la pila se mantienen a una temperatura uniforme mediante un fluido circulante. El propósito de la operación de prensado-calentamiento es curar el epóxico, que une las hojas de fibra de vidrio, e impartir rigidez a las tarjetas. La condición de curado se logra cuando el epóxico se mantiene en o por arriba de 170°C durante al menos 5 min. Las propiedades termofísicas efectivas de la pila o *libro* (tarjetas y placas metálicas de presión) son k = 0.613 W/m · K y $\rho c_p = 2.73 \times 10^6$ J/m^3 · K.

(a) Si el libro está inicialmente a 15°C y, después de la aplicación de presión, las placas de compresión se llevan de manera súbita a una temperatura uniforme de 190°C, calcule el tiempo t_e que transcurre para que el plano medio del libro alcance la temperatura de curado de 170°C.

(b) Si en este instante, $t = t_e$, la temperatura de las placas de compresión se reduce súbitamente a 15°C, ¿cuánta energía tendría que eliminar del libro el fluido refrigerante en circulación en las placas, a fin de regresar la pila a su temperatura inicial uniforme?

5.39 Se forma una capa de hielo en el parabrisas de 5 mm de espesor de un auto mientras se encuentra estacionado durante una noche fría en la que la temperatura ambiental es −20°C. Al arrancar, con un nuevo sistema desempañante, la superficie interior se expone súbitamente a un flujo de aire a 30°C. Suponga que el hielo se comporta como una capa aislante en la superficie externa, ¿qué coeficiente de convección interior permitiría a la superficie exterior alcanzar 0°C en 60 s? Las propiedades termofísicas del parabrisas son ρ = 2200 kg/m^3, c_p = 830 J/kg · K, y k = 1.2 W/m · K.

Conducción unidimensional: cilindro largo

5.40 Unas varillas cilíndricas de acero (AISI 1010), de 50 mm de diámetro, se tratan por calentamiento haciéndolas pasar a través de un horno de 5 m de longitud en el que el aire se mantiene a 750°C. Las varillas entran a 50°C y alcanzan una temperatura en la línea central de 600°C antes de salir. Para un coeficiente de convección de 125 W/m^2 · K, estime la velocidad a la que deben hacerse pasar las varillas a través del horno.

5.41 Estime el tiempo que se requiere para cocinar un *hot dog o salchicha* en agua hirviendo. Suponga que el hot dog está inicialmente a 6°C, que el coeficiente de transferencia de calor por convección es 100 W/m^2 · K y que la temperatura final es 80°C en la línea central. Trate el *hot dog* como un cilindro largo de 20 mm de diámetro que tiene las propiedades: ρ = 880 kg/m^3, c = 3350 J/kg · K y k = 0.52 W/m · K.

5.42 Una varilla larga de 60 mm de diámetro y propiedades termofísicas ρ = 8000 kg/m^3, c = 500 J/kg · K y k = 50 W/m · K está inicialmente a una temperatura uniforme y se calienta en un horno de convección forzada que se mantiene a 750 K. Se estima que el coeficiente de convección es 1000 W/m^2 · K.

(a) ¿Cuál es la temperatura de la línea central de la varilla cuando la temperatura de la superficie es 550 K?

(b) En un proceso de tratamiento con calor, la temperatura de la línea central de la varilla debe aumentar de T_i = 300 K a T = 500 K. Calcule y trace las series históricas de temperaturas de la línea central para h = 100, 500 y 1000 W/m^2 · K. En cada caso el cálculo termina cuando T = 500 K.

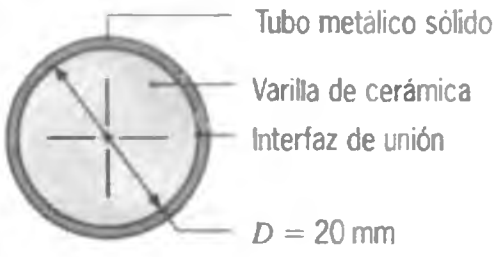
5.43 Un cilindro largo de 30 mm de diámetro, inicialmente a una temperatura uniforme de 1000 K, se templa de pronto en un gran baño de aceite de temperatura constante a 350 K. Las propiedades del cilindro son k = 1.7 W/m · K, c = 1600 J/kg · K y ρ = 400 kg/m^3, mientras el coeficiente de convección es 50 W/m^2 · K.

(a) Calcule el tiempo que se requiere para que la superficie del cilindro alcance 500 K.

(b) Calcule y elabore una gráfica de la serie histórica de temperaturas de la superficie para $0 \le t \le 300$ s. Si se agitara el aceite, y proporcionara un coeficiente de convección de 250 W/m^2 · K, ¿cómo cambiaría la historia de temperaturas?

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

5.44 Una varilla larga de pirocerámica de 20 mm de diámetro se reviste con un tubo metálico muy delgado para protección mecánica. La unión entre la varilla y el tubo tiene una resistencia de contacto térmico $R'_{t,c} = 0.12$ m · K/W.



(a) Si la varilla está inicialmente a una temperatura uniforme de 900 K y se enfría de súbito mediante la exposición a un flujo de aire para el que $T_\infty = 300$ K y $h = 100$ W/m² · K, ¿en qué tiempo la línea central alcanzará 600 K?

(b) El enfriamiento se acelera al aumentar la velocidad del aire y, por tanto, el coeficiente de convección. Para valores de $h = 100$, 500 y 1000 W/m² · K, calcule y elabore una gráfica de las temperaturas de la línea central y de la superficie de la pirocerámica como función del tiempo para $0 \leq t \leq 300$ s. Comente las implicaciones de lograr un enfriamiento mejorado con sólo aumentar h.

5.45 Una varilla larga de 40 mm de diámetro, fabricada de zafiro (óxido de aluminio) e inicialmente a una temperatura uniforme de 800 K, se enfría de súbito con un fluido a 300 K que tiene un coeficiente de transferencia de calor de 1600 W/m² · K. Después de 35 s, la varilla se envuelve en un aislante y no experimenta pérdidas de calor. ¿Cuál será la temperatura de la varilla después de un largo tiempo?

5.46 Una barra larga de 70 mm de diámetro e inicialmente a 90°C se enfría al sumergirla en un baño de agua que está a 40°C y que proporciona un coeficiente de convección de 20 W/m² · K. Las propiedades termofísicas de la barra son $\rho = 2600$ kg/m³, $c = 1030$ J/kg · K y $k = 3.50$ W/m · K.

(a) ¿Cuánto tiempo debe permanecer la barra en el baño a fin de que, cuando se quite y se le permita equilibrar mientras está aislada de cualquier medio, alcance una temperatura uniforme de 55°C?

(b) ¿Cuál es la temperatura de la superficie de la barra cuando se quita del baño?

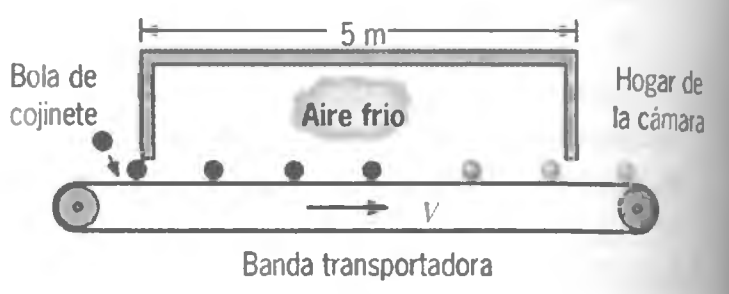
5.47 Una varilla larga de plástico de 30 mm de diámetro ($k = 0.3$ W/m · K y $\rho c_p = 1040$ kJ/m³ · K) se calienta de manera uniforme en un horno a fin de prepararla para una operación de prensado. Para obtener mejores resultados, la temperatura en la varilla no debe ser menor de 200°C. ¿A qué temperatura uniforme debe calentarse la varilla en el horno si, en el peor de los casos, la varilla se coloca en una banda transportadora durante 3 min mientras se expone a enfriamiento por convección con aire ambiente a 25°C y con un coeficiente de convección de 8 W/m² · K? Una condición adicional para obtener buenos resultados es una diferencia de temperaturas máxima-mínima de menos de 10°C. ¿Se satisface esta condición? Y, si no, ¿qué hacer para satisfacerla?

Conducción unidimensional: esfera

5.48 En el tratamiento térmico para endurecer cojinetes de bolas de acero ($c = 500$ J/kg · K, $\rho = 7800$ kg/m³, $k = 50$ W/m · K), se desea aumentar la temperatura de la superficie por un tiempo corto sin calentar de manera significativa el interior de la bola. Este tipo de calentamiento se lleva a cabo mediante la inmersión súbita de la bola en un baño de sal derretida con $T_\infty = 1300$ K y $h = 5000$ W/m² · K. Suponga que cualquier posición dentro de la bola cuya temperatura exceda 1000 K se endurecerá. Estime el tiempo que se requiere para endurecer el milímetro externo de una bola de 20 mm de diámetro, si su temperatura inicial es 300 K.

5.49 Una esfera de 80 mm de diámetro ($k = 50$ W/m · K y $\alpha = 1.5 \times 10^{-6}$ m²/s) está inicialmente a una temperatura elevada uniforme y se templa en un baño de aceite que se mantiene a 50°C. El coeficiente de convección para el proceso de enfriamiento es 1000 W/m² · K. En cierto momento, la temperatura de la superficie de la esfera es 150°C. ¿Cuál es la temperatura correspondiente del centro de la esfera?

5.50 Se propone una cámara de aire frío para templar cojinetes de bolas de acero de diámetro $D = 0.2$ m y temperatura inicial $T_i = 400$°C. El aire en la cámara se mantiene a −15°C mediante un sistema de refrigeración, y las bolas de acero pasan a través de la cámara en una banda transportadora. La producción óptima de cojinetes requiere que se elimine 70% del contenido inicial de energía térmica de la bola por arriba de −15°C. Se dejan de lado los efectos de radiación, y el coeficiente de transferencia de calor por convección dentro de la cámara es 1000 W/m² · K. Estime el tiempo de permanencia de las bolas dentro de la cámara y recomiende una velocidad de conducción para la banda transportadora. Se pueden usar las siguientes propiedades para el acero: $k = 50$ W/m · K, $\alpha = 2 \times 10^{-5}$ m²/s y $c = 450$ J/kg · K.



5.51 Unos cojinetes de bolas de acero inoxidable (AISI 304), que se calientan de manera uniforme a 850°C, se endurecen al templarlos en un baño de aceite que se mantiene a 40°C. El diámetro de la bola es 20 mm, y el coeficiente de convección asociado con el baño de aceite es 1000 W/m² · K.

(a) Si el templado no va a ocurrir sino hasta que la temperatura de la superficie de las bolas alcance 100°C, ¿cuánto tiempo deben permanecer éstas en el aceite? ¿Cuál es la temperatura del centro al final del periodo de enfriamiento?

(b) Si se templan 10,000 bolas por hora, ¿cuál es la velocidad a la que el sistema de enfriamiento de baño de aceite debe quitar energía a fin de mantener su temperatura a 40°C?

5.52 Un granizo esférico de 5 mm de diámetro se forma en una nube de gran altitud a −30°C. Si el granizo comienza a caer a través de aire más caliente que está a 5°C, ¿cuánto tiempo transcurrirá antes de que la superficie externa comience a derretirse? ¿Cuál es la temperatura del centro del granizo en este tiempo, y cuánta energía (J) se transfiere al granizo? Se supone un coeficiente de transferencia de calor por convección de 250 W/m² · K, y las propiedades del granizo se toman de las del hielo.

5.53 Una esfera de 30 mm de diámetro inicialmente a 800 K se templa en un baño que tiene una temperatura constante de 320 K con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 75 W/m² · K. Las propiedades termofísicas del material de la esfera son: ρ = 400 kg/m, c = 1600 J/kg · K y k = 1.7 W/m · K.

(a) Muestre, de forma cualitativa en coordenadas T–t, las temperaturas del centro y en la superficie de la esfera como función del tiempo.

(b) Calcule el tiempo que se requiere para que la superficie de la esfera alcance 415 K.

(c) Determine el flujo de calor (W/m²) en la superficie externa de la esfera en el tiempo determinado en la parte (b).

(d) Determine la energía (J) que pierde la esfera durante el proceso de enfriado a la temperatura de la superficie de 415 K.

(e) Al tiempo determinado por la parte (b), la esfera se quita rápidamente del baño y se cubre con un aislante perfecto, de modo que no hay pérdida de calor desde la superficie de la esfera. ¿Cuál será la temperatura de la esfera después de que transcurre un largo tiempo?

(f) Calcule y trace las historias de las temperaturas del centro y de la superficie en un periodo $0 \leq t \leq 150$ s. ¿Qué efecto tendrá un aumento en el coeficiente de convección a h = 200 W/m² · K sobre las historias de las temperaturas anteriores? Para h = 75 y 200 W/m² · K, calcule y elabore una gráfica del flujo de calor en la superficie como función del tiempo para $0 \leq t \leq 180$ s.

5.54 Las esferas A y B están inicialmente a 800 K, y se templan de manera simultánea en baños de temperatura constante, cada una con temperatura de 320 K. Los siguientes parámetros están asociados con cada una de las esferas y sus procesos de enfriamiento.

	Esfera A	Esfera B
Diámetro (mm)	300	30
Densidad (kg/m³)	1600	400
Calor específico (kJ/kg · K)	0.400	1.60
Conductividad térmica (W/m · K)	170	1.70
Coeficiente de convección (W/m² · K)	5	50

(a) Muestre de manera cualitativa , en coordenadas T contra t, la temperatura en el centro y en la superficie para cada esfera como función del tiempo. Explique de forma breve el razonamiento por el que determina las posiciones relativas de las curvas.

(b) Calcule el tiempo que se requiere para que la superficie de cada esfera alcance 415 K.

(c) Determine la energía ganada por cada uno de los baños durante el proceso de enfriamiento de las esferas a 415 K.

5.55 El coeficiente de convección para el flujo sobre una esfera sólida, se determina al sumergiendo la esfera, que inicialmente está a 25°C, en el flujo, que está a 75°C, y midiendo su temperatura superficial en algún momento durante el proceso de calentamiento transitorio.

(a) Si la esfera tiene un diámetro de 0.1 m, una conductividad térmica de 15 W/m · K y una difusividad térmica de 10^{-5} m²/s, ¿en qué tiempo se registrará una temperatura superficial de 60°C si el coeficiente de convección es 300 W/m² · K?

(b) Evalúe el efecto de la difusividad térmica sobre la respuesta térmica del material mediante el cálculo de las historias de temperatura en el centro y la superficie para $\alpha = 10^{-6}$, 10^{-5} y 10^{-4} m²/s. Elabore una gráfica con los resultados para el periodo $0 \leq t \leq 300$ s. De manera similar, evalúe el efecto de la conductividad térmica mediante la consideración de valores de k = 1.5, 15, y 150 W/m · K.

5.56 En un proceso para fabricar cuentas de vidrio (k = 1.4 W/m · K, ρ = 2200 kg/m³ y c_p = 800 J/kg · K) de

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...itural

3 mm de diámetro, las cuentas se suspenden en un flujo de aire dirigido hacia arriba que está a T_∞ = 15°C y mantiene un coeficiente de convección h = 400 W/m² · K.

(a) Si las cuentas están a una temperatura inicial T_i = 477°C, ¿cuánto tiempo se deben suspender para alcanzar una temperatura en el centro de 80°C? ¿Cuál es la correspondiente temperatura en la superficie?

(b) Calcule y dibuje las temperaturas central y superficial como función del tiempo para $0 \leq t \leq 20$ s y h = 100, 400 y 1000 W/m² · K.

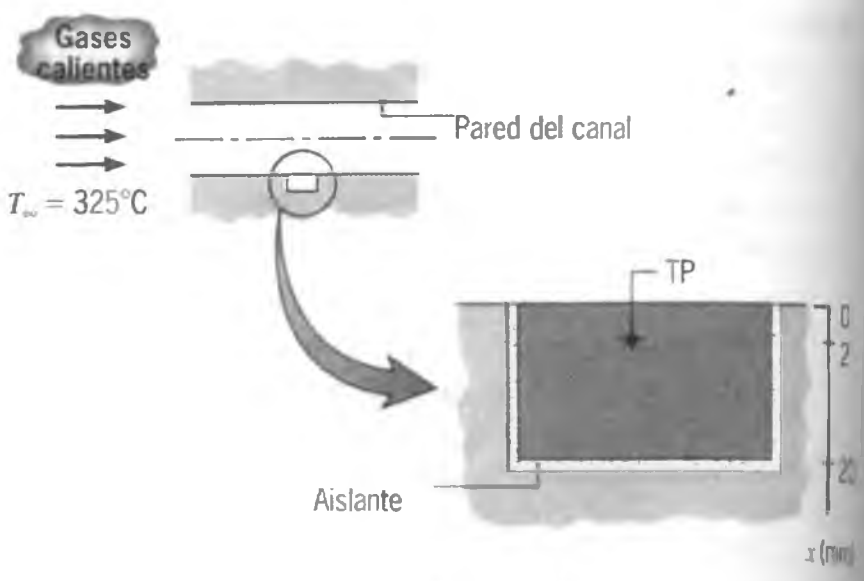
Medios semiinfinitos

5.57 Dos bloques largos de materiales diferentes, como cobre y concreto, se colocaron en un cuarto (23°C) durante largo tiempo. ¿Cuál de los dos bloques se sentirá más frío al tacto, si es que alguno se siente frío? Suponga que los bloques son sólidos semiinfinitos y que la mano está a una temperatura de 37°C.

5.58 El pavimento de asfalto puede alcanzar temperaturas tan altas como 50°C en un día caluroso de verano. Suponga que tal temperatura existe en el pavimento, cuando de súbito una tormenta reduce la temperatura de la superficie a 20°C. Calcule el monto total de energía (J/m²) que se transferirá del asfalto en un periodo de 30 min en el que la superficie se mantiene a 20°C.

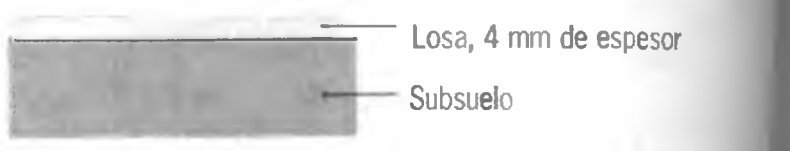
5.59 La pared de un horno está fabricada de ladrillo refractario ($\alpha = 7.1 \times 10^{-7}$ m²/s), y la superficie interior se mantiene a 1100 K durante la operación del horno. La pared está diseñada de acuerdo con el criterio de que, para una temperatura inicial de 300 K, la temperatura del punto medio no excederá 325 K después de 4 h de operación del horno. ¿Cuál es el espesor mínimo permisible de la pared?

5.60 Un bloque de material de 20 mm de espesor con propiedades termofísicas conocidas (k = 15 W/m · K y $\alpha = 2.0 \times 10^{-5}$ m²/s) se incrusta en la pared de un canal que inicialmente está a 25°C y que se somete de pronto a un proceso de convección con gases a 325°C. Se instala un termopar (TP) 2 mm por debajo de la superficie de la pared del canal con el propósito de registrar la historia temporal de la temperatura (en seguida del inicio del flujo de gas caliente) y, a partir de ello, de determinar el flujo de calor transitorio. Para un tiempo transcurrido de 10 s, el termopar indica una temperatura de 167°C.



Calcule el correspondiente flujo de calor convectivo en la superficie, suponiendo que el bloque se comporta como un sólido semiinfinito. Compare este resultado con el que se obtiene de la aproximación con un término para una pared plana.

5.61 Una losa de hierro consiste en una placa masiva que se mantiene a 150°C mediante un calentador eléctrico empotrado. El hierro se pone en contacto con una loseta para suavizar el adhesivo, lo que permite levantar la teja fácilmente del subsuelo. El adhesivo se suavizará lo suficiente si se calienta por arriba de 50°C por al menos 2 min, pero su temperatura no debe exceder 120°C para evitar el deterioro del adhesivo. Suponga que la losa y el subsuelo tienen una temperatura inicial de 25°C y propiedades termofísicas equivalentes de k = 0.15 W/m · K y $\rho c_p = 1.5 \times 10^6$ J/m³ · K.

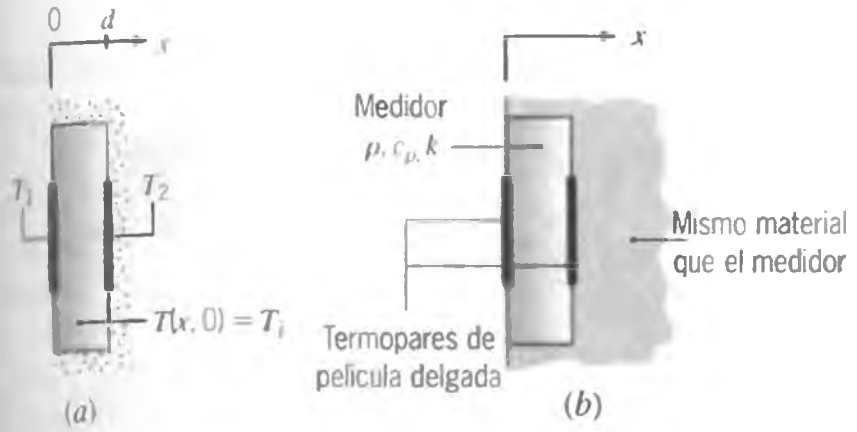


(a) ¿Cuánto tiempo tardará un trabajador que use la losa de hierro para levantar una losa? ¿La temperatura del adhesivo excederá 120°C?

(b) Si la losa de hierro tiene un área superficial cuadrada de 254 mm de lado, ¿cuánta energía se eliminará de ella durante el tiempo que tarda en elevar la losa?

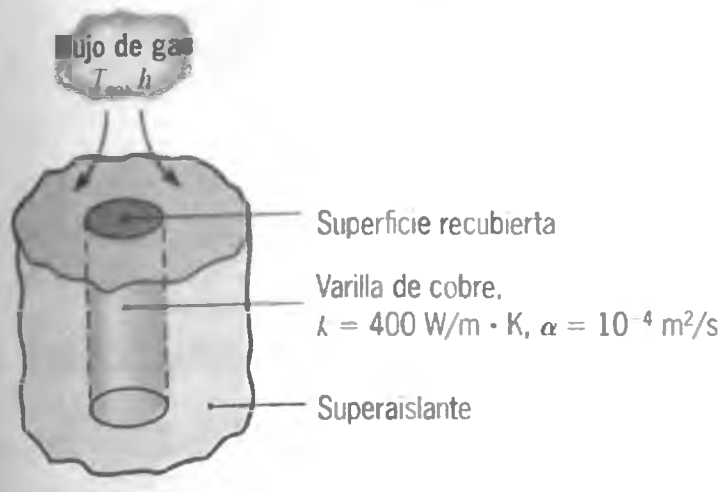
5.62 El fabricante de un medidor de flujo de calor como el que se ilustra en el problema 1.8 afirma que la constante de tiempo para una respuesta de 63.2% es $\tau = (4d^2\rho c_p)/\pi^2 k$, donde ρ, c_p, y k son las propiedades termofísicas del material del medidor y d es el espesor. Al no conocer el origen de esta relación, la tarea de usted es modelar el medidor mediante la consideración de los dos casos extremos que se ilustran abajo. En ambos casos, el medidor, inicialmente a una temperatura uniforme T_i, se expone a un cambio súbito en la temperatura de la superficie, $T(0, t) = T_s$. Para el caso (a) el lado posterior del medidor está aislado, y para el caso (b) el medidor está incrustado en un sólido

miinfinito que tiene las mismas propiedades termofísicas que el medidor.



Desarrolle relaciones para predecir la constante de tiempo del medidor en los dos casos y compárelas con la relación del fabricante. ¿Qué conclusión extrae de este análisis con respecto a la respuesta transitoria de los medidores para diferentes aplicaciones?

5.63 Un procedimiento simple para medir coeficientes de transferencia superficial de calor por convección implica cubrir la superficie con una capa delgada de material que tenga una temperatura precisa del punto de fusión. Después se calienta la superficie y, mediante la determinación del tiempo que se requiere para que ocurra la fusión, se determina el coeficiente de convección. El siguiente arreglo experimental utiliza el procedimiento para determinar el coeficiente de convección para un flujo de gas normal a la superficie. De manera específica, una varilla larga de cobre se cubre con un superaislante de conductividad térmica muy baja, y se aplica una capa muy delgada a la superficie expuesta.



Si la varilla está inicialmente a 25°C y se pasa un flujo de gas para el que $h = 200$ W/m² · K y $T_\infty = 300$°C, ¿cuál es la temperatura del punto de fusión del recubrimiento si se observa que la fusión ocurre en $t = 400$ s?

5.64 Una compañía de seguros lo contrata a usted como asesor para entender y saber más sobre las lesiones por quemaduras. Están interesados en especial en las lesiones inducidas cuando una parte del cuerpo de un trabajador llega a hacer contacto con maquinaria que está a temperaturas elevadas en el rango de 50 a 100°C. El asesor médico les informa que ocurrirá una lesión térmica irreversible (muerte de la célula) en cualquier tejido vivo que se mantenga a $T \geq 48$°C durante $\Delta t \geq 10$ s. Quieren información con respecto al grado de daño irreversible del tejido (medido por la distancia desde la superficie de la piel) como función de la temperatura de la maquinaria y el tiempo durante el cual se tiene contacto entre la piel y la maquinaria. Suponga que el tejido vivo tiene una temperatura normal de 37°C, es isotrópico y tiene propiedades constantes equivalentes a las del agua líquida.

(a) Para evaluar la seriedad del problema, calcule lugares en el tejido en los que la temperatura alcanzará 48°C después de 10 s de exposición a la maquinaria a 50°C y 100°C.

(b) Para una temperatura de la maquinaria de 100°C y $0 \leq t \leq 30$ s, calcule y trace las historias de la temperatura en lugares de tejido a 0.5, 1, 2 y 5 mm de la piel.

5.65 Un procedimiento para determinar la conductividad térmica de un material sólido implica incrustar un termopar en una placa gruesa del sólido y medir la respuesta a un cambio establecido en la temperatura en una superficie. Considere un arreglo en que el termopar se incrusta 10 mm desde una superficie que de súbito se lleva a una temperatura de 100°C mediante la exposición a agua en ebullición. Si la temperatura inicial de la placa fue 30°C y el termopar mide una temperatura de 65°C, 2 min después de que la superficie se lleva a 100°C, ¿cuál es su conductividad térmica? Se sabe que la densidad y el calor específico del sólido son 2200 kg/m³ y 700 J/kg · K.

5.66 Un calentador eléctrico en forma de lámina se coloca en contacto firme con la superficie de una placa gruesa de baquelita que tiene una temperatura uniforme de 300 K. Determine la temperatura de la placa en la superficie y a una profundidad de 25 mm, 10 min después de que se energiza el calentador y proporciona un flujo de calor constante a la superficie de 2500 W/m².

5.67 Una placa muy gruesa con difusividad térmica 5.6×10^{-6} m²/s y conductividad térmica 20 W/m · K está inicialmente a una temperatura uniforme de 325°C. De pronto, la superficie se expone a un fluido refrigerante a 15°C cuyo coeficiente de transferencia de calor por convección es 100 W/m² · K.

(a) Determine las temperaturas en la superficie y a una profundidad de 45 mm después de transcurridos 3 min.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

(b) Calcule y elabore una gráfica de las historias de temperatura ($0 \leq t \leq 300$ s) en $x = 0$ y $x = 45$ mm para las siguientes variaciones de los parámetros: (i) $\alpha = 5.6 \times 10^{-7}$, 5.6×10^{-6}, y 5.6×10^{-5} m²/s; y (2) $k = 2$, 20; y 200 W/m · K.

5.68 Una pared gruesa de roble inicialmente a 25°C, se expone de pronto a productos de combustión para los que $T_\infty = 800$°C y $h = 20$ W/m · K.

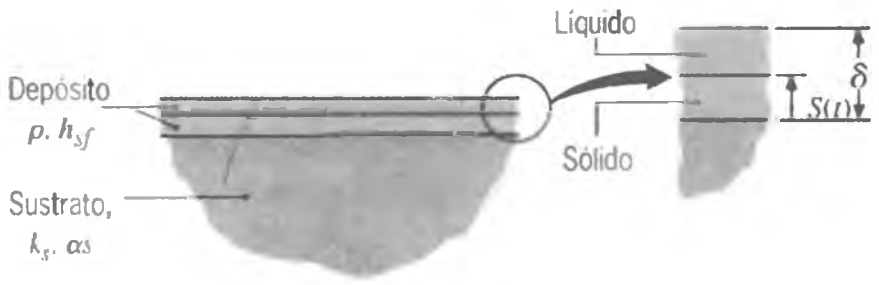
(a) Determine el tiempo de exposición que se requiere para que la superficie alcance la temperatura de ignición de 400°C.

(b) Elabore una gráfica de la distribución de temperaturas $T(x)$ en el medio a $t = 325$ s. La distribución debe extenderse a una posición en la que $t \approx 25$°C.

5.69 Es bien sabido que, aunque dos materiales estén a la misma temperatura, uno se siente más frío al tacto que el otro. Considere placas gruesas de cobre y vidrio, cada cual a una temperatura inicial de 300 K. Suponiendo que el dedo está a una temperatura inicial de 310 K y que tiene las propiedades termofísicas $\rho = 1000$ kg/m³, $c = 4180$ J/kg · K y $k = 0.625$ W/m · K, determine si el cobre o el vidrio se sentirá más frío al tacto.

5.70 Dos placas de acero inoxidable ($\rho = 8000$ kg/m³, $c = 500$ J/kg · K, $k = 15$ W/m · K), cada una de 20 mm de espesor y aisladas en una superficie, están inicialmente a 400 y 300 K cuando se presionan una a otra por sus superficies no aisladas. ¿Cuál es la temperatura de la superficie aislada de la placa caliente después de transcurrido 1 min?

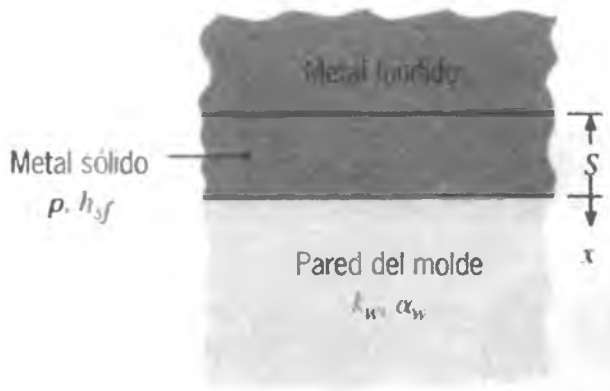
5.71 Los recubrimientos especiales a menudo se forman depositando capas delgadas de un material fundido sobre un sustrato sólido. La solidificación comienza en la superficie del sustrato y continúa hasta que el espesor S de la capa sólida se hace igual al espesor δ del depósito.



(a) Considere las condiciones en que el material fundido a su temperatura de fusión T_f se deposita en un sustrato *grande* que está a una temperatura inicial uniforme T_i. Con $S = 0$ en $t = 0$, desarrolle una expresión para estimar el tiempo t_d que se requiere para solidificar por completo el depósito si permanece a T_f a lo largo del proceso de solidificación. Exprese el resultado en términos de la conductividad y de la difusividad térmicas del sustrato (k_s, α_s), la densidad y el calor latente de fusión del depósito (ρ, h_{sf}), el espesor del depósito δ y las temperaturas relevantes (T_f, T_i).

(b) El proceso de deposición de plasma pulverizado del problema 5.23 se usa para aplicar un recubrimiento de alúmina delgado ($\delta = 2$ mm) sobre un sustrato grueso de tungsteno. El sustrato tiene una temperatura inicial uniforme $T_i = 300$ K, y su conductividad y difusividad térmicas se aproximan como $k_s = 120$ W/m · K y $\alpha_s = 4.0 \times 10^{-5}$ m²/s, respectivamente. La densidad y el calor latente de la alúmina son $\rho = 3970$ kg/m³ y $h_{sf} = 3577$ kJ/kg, respectivamente, y la alúmina se solidifica a su temperatura de fusión ($T_f = 2318$ K). Suponiendo que la capa fundida se deposita instantáneamente sobre el sustrato, estime el tiempo que se requiere para que el depósito se solidifique.

5.72 Cuando un metal fundido se vacía en un molde que es un conductor pobre, la resistencia al flujo de calor predominante está dentro de la pared del molde. Considere condiciones en las que un metal líquido se solidifica en un molde de paredes gruesas de conductividad térmica k_w y difusividad térmica α_w. La densidad y el calor latente de fusión del metal se designan como ρ y h_{sf}, respectivamente, y en ambos estados, fundido y sólido, la conductividad térmica del metal es mucho más grande que la del molde.



Antes de que inicie la solidificación ($S = 0$), la pared del molde está en todo lugar a una temperatura inicial uniforme T_i y el metal fundido está a su temperatura de fusión (punto de fusión) T_f. En seguida de que se inicia la solidificación, hay transferencia de calor por conducción en la pared del molde, y el espesor del metal solidificado, S, aumenta con el tiempo t.

(a) Dibuje la distribución de temperaturas unidimensional, $T(x)$, en la pared del molde y en el metal en $t = 0$ y a dos tiempos posteriores durante la solidificación. Indique con claridad cualesquiera suposiciones fundamentales.

(b) Obtenga una relación para la variación del espesor S de la capa sólida con el tiempo t, expresada

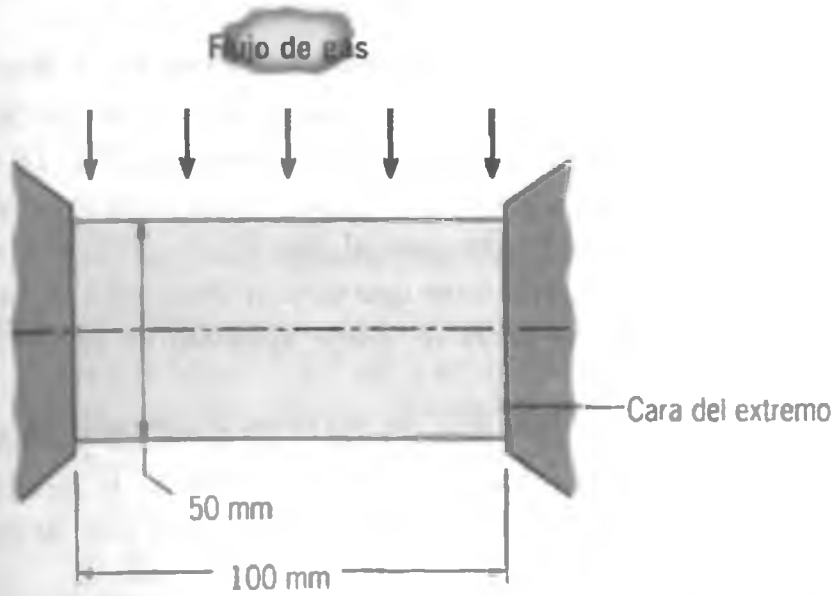
resultado en términos de los parámetros apropiados del sistema.

Conducción multidimensional

5.73 Un lingote largo de acero (carbón homogéneo) de sección transversal cuadrada de 0.3 m por 0.3 m, inicialmente a una temperatura uniforme de 30°C, se coloca en un horno de impregnación térmica que tiene una temperatura de 750°C. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección para el proceso de calentamiento es 100 W/m² · K, ¿cuánto tiempo debe permanecer el lingote en el horno antes de que la temperatura de su centro alcance 600°C?

5.74 Un ladrillo refractario de dimensiones 0.06 m × 0.09 m × 0.20 m se quita de un horno de calcinación a 1600 K y se enfría en aire a 40°C con $h = 50$ W/m² · K. ¿Cuál es la temperatura en el centro y en las esquinas del ladrillo después de 50 min de enfriamiento?

5.75 Una punta cilíndrica de cobre de 100 mm de longitud y 50 mm de diámetro está inicialmente a una temperatura uniforme de 20°C. Las caras de los extremos se someten de pronto a una intensa rapidez de calentamiento que las eleva a una temperatura de 500°C. Al mismo tiempo, la superficie cilíndrica se somete a calentamiento por un flujo de gas con una temperatura de 500°C y un coeficiente de transferencia de calor de 100 W/m² · K.



(a) Determine la temperatura en el punto central del cilindro 8 s después de la aplicación súbita del calor.

(b) Considerando los parámetros que rigen la distribución de temperaturas en problemas de difusión transitoria de calor, ¿se justifican cualesquiera suposiciones simplificadas al analizar este problema particular? Explique brevemente.

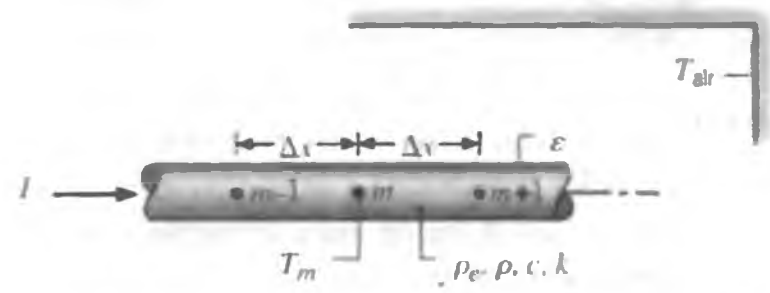
5.76 Recordando que la carne no se cuece sino hasta que cada parte de ella ha alcanzado una temperatura de 80°C, ¿cuánto tiempo tomará cocinar un trozo de carne de 2.25 kg? Suponga que la carne está inicialmente a 6°C y que la temperatura del horno es 175°C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 15 W/m² · K. Trate la carne como un cilindro con propiedades de agua líquida, que tiene un diámetro igual a su longitud.

5.77 Una varilla larga de 20 mm de diámetro fabricada de alúmina (óxido de aluminio policristalino) está inicialmente a una temperatura uniforme de 850 K. La varilla se expone de súbito a un fluido a 350 K con $h =$ 500 W/m² · K. Estime la temperatura de la línea central de la varilla después de 30 s en un extremo expuesto y a una distancia axial de 6 mm del extremo.

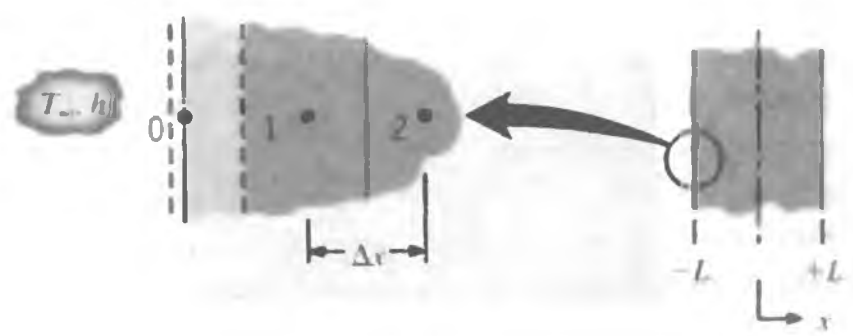
Ecuaciones en diferencias finitas: derivación

5.78 El criterio de estabilidad para el método explícito requiere que el coeficiente del término T_m^p de la ecuación unidimensional en diferencias finitas sea cero o positivo. Considere la situación en que las temperaturas en los dos nodos vecinos (T_{m-1}^p, T_{m+1}^p) son 100°C mientras que el nodo central (T_m^p) está a 50°C. Muestre que para valores de $Fo > \frac{1}{2}$, la ecuación en diferencias finitas predecirá un valor de T_m^{p+1} que viola la segunda ley de la termodinámica.

5.79 Una varilla delgada de diámetro D está inicialmente en equilibrio con sus alrededores, un recinto grande al vacío a temperatura T_{alr}. De súbito se hace pasar una corriente eléctrica I (A) por la varilla que tiene una resistividad eléctrica ρ_e y emisividad ε. En la figura se identifican otras propiedades termofísicas pertinentes. Derive la ecuación en diferencias finitas transitoria para el nodo m.

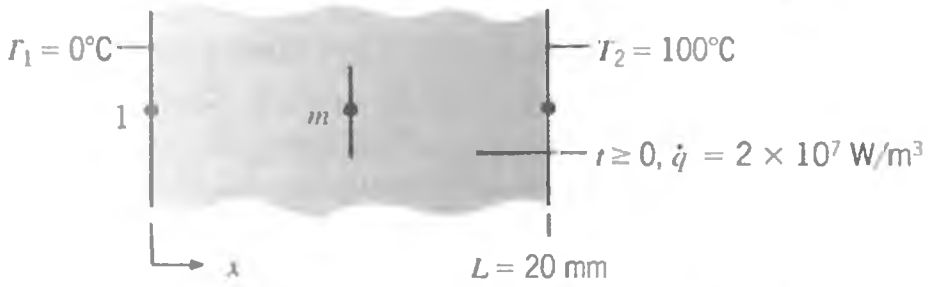


5.80 Una placa unidimensional de espesor $2L$ está inicialmente a una temperatura uniforme T_i. De súbito, pasa una corriente eléctrica a través de la placa lo que ocasiona un calentamiento volumétrico uniforme $\dot{q}$ (W/m³). Al mismo tiempo, ambas superficies externas ($x = \pm L$) están sujetas a un proceso de convección a T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor h.



Escriba la ecuación en diferencias finitas que exprese la conservación de la energía para el nodo 0 que se localiza en la superficie externa en $x = -L$. Reacomode su ecuación e identifique cualesquiera coeficientes adimensionales importantes.

5.81 Una pared plana ($\rho = 4000$ kg/m^3, $c_p = 500$ J/kg · K, $k = 10$ W/m · K) de espesor $L = 20$ mm tiene inicialmente una distribución lineal de temperaturas en estado estable con límites que se mantienen a $T_1 = 0°C$ y $T_2 = 100°C$. De súbito, se hace pasar una corriente eléctrica a través de la pared que ocasiona una generación uniforme de energía a una razón $\dot{q} = 2 \times 10^7$ W/m^3. Las condiciones de frontera T_1 y T_2 permanecen fijas.



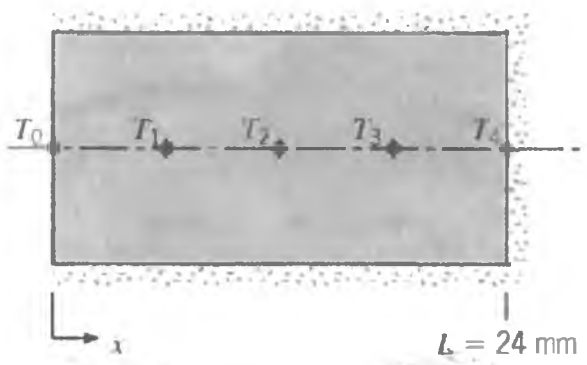
(a) En coordenadas T–x, dibuje las distribuciones de temperaturas para los siguientes casos: (i) condición inicial ($t \leq 0$); (ii) condiciones de estado estable ($t \rightarrow \infty$), suponiendo que la temperatura máxima en la pared excede T_2; y (iii) para dos tiempos intermedios. Acote todas las características importantes de las distribuciones.

(b) Para el sistema de tres puntos nodales que se muestra de forma esquemática (1, m, 2), defina un volumen de control apropiado para el nodo m y, con la identificación de todos los procesos relevantes, derive la ecuación en diferencias finitas correspondiente siguiendo el método *explícito* o el *implícito*.

(c) Con un incremento temporal de $\Delta t = 5$ s, use el método de diferencias finitas para obtener valores de T_m de los primeros 45 s de tiempo transcurrido. Determine los flujos de calor correspondientes en las fronteras, es decir, q''_1 (0, 45 s) y q''_x (20 mm, 45 s).

(d) Para determinar el efecto del tamaño de la malla, repita su análisis con rejillas de 5 y 11 puntos nodales ($\Delta x = 5.0$ y 2.0 mm, respectivamente).

5.82 Un cilindro circular sólido de material plástico ($\alpha = 6 \times 10^{-7}$ m^2/s) está inicialmente a una temperatura uniforme de 20°C y está bien aislado a lo largo de su superficie lateral y en un extremo. Al tiempo $t = 0$, se le aplica calor al extremo izquierdo lo que ocasiona que T_0 aumente linealmente con el tiempo a una razón de 1°C/s.



(a) Con el método explícito con $Fo = \frac{1}{2}$ derive las ecuaciones en diferencias finitas para los nodos 1, 2, 3 y 4.

(b) Construya una tabla que tenga como encabezados p, t, y las temperaturas nodales T_0 a T_4. Determine la temperatura de la superficie T_0 cuando $T_4 = 35°C$.

Soluciones en diferencias finitas: sistemas unidimensionales

5.83 Una pared de 0.12 m de espesor que tiene una difusividad térmica de 1.5×10^{-6} m^2/s está inicialmente a una temperatura uniforme de 85°C. De pronto una cara se baja a una temperatura de 20°C mientras la otra cara queda perfectamente aislada.

(a) Con la técnica de diferencias finitas explícita y con incrementos de espacio y tiempo de 30 mm y 300 s, respectivamente, determine la distribución de temperaturas a $t = 45$ min.

(b) Con $\Delta x = 30$ mm y $\Delta t = 300$ s, calcule $T(x, t)$ para $0 \leq t \leq t_{ss}$, donde t_{ss} es el tiempo que se requiere para que la temperatura en cada punto nodal alcance un valor que esté a 1°C de la temperatura de estado estable. Repita los cálculos precedentes para $\Delta t = 75$ s. Para cada valor de Δt, trace las historias de la temperatura para cada cara y para el plano medio.

5.84 La pared plana del problema 2.43 ($k = 1.5$ W/m · K, $\alpha = 7.5 \times 10^{-6}$ m^2/s) tiene un espesor de $L = 50$ mm y una temperatura inicial uniforme de 25°C. De súbito, el límite en $x = L$ experimenta calentamiento debido a un fluido para el que $T_\infty = 50°C$ y $h = 75$ W/m^2 · K, mientras que el otro límite en $x = 0$ experimenta un flujo de calor aplicado de $q''_0 = 200$ W/m^2.

(a) Con $\Delta x = 5$ mm y $\Delta t = 20$ s, calcule y dibuje las distribuciones de temperaturas en la pared para (i) la condición inicial, (ii) la condición de estado estable y (iii) dos tiempos intermedios.

(b) En coordenadas $q''_x - x$, trace las distribuciones del flujo de calor que corresponden a las cuatro distribuciones de temperaturas que se representan en la parte (a).

(c) En coordenadas $q''_x - t$, elabore una gráfica del flujo de calor en $x = 0$ y $x = L$.

5.85 La pared plana del problema 2.44 ($k = 50$ W/m · K, $\alpha = 1.5 \times 10^{-6}$ m^2/s) tiene un espesor de $L = 40$ mm y una temperatura inicial uniforme de $T_o = 25°C$. Súbitamente, la frontera en $x = L$ experimenta calentamiento por un fluido para el que $T_\infty = 50°C$ y $h = 1000$ W/m^2 · K, mientras se genera calor de manera uniforme dentro de la pared a $\dot{q} = 1 \times 10^7$ W/m^3. La frontera en $x = 0$ permanece a T_o.

(a) Con $\Delta x = 4$ mm y $\Delta t = 1$ s, trace las distribuciones de temperaturas en la pared para (i) la condición inicial, (ii) la condición de estado estable y (iii) dos tiempos intermedios.

(b) En coordenadas q''_x–t, dibuje el flujo de calor en $x = 0$ y $x = L$. ¿En qué tiempo transcurrido hay flujo de calor cero en $x = L$?

5.86 Considere el elemento de combustible del ejemplo 5.7. Inicialmente, el elemento está a una temperatura uniforme de 250°C sin generación de calor. De súbito, el elemento se inserta en el núcleo del reactor, lo que ocasiona una rapidez de generación volumétrica de calor de $\dot{q} = 10^8$ W/m^3. Las superficies se enfrían de forma convectiva con $T_\infty = 250$°C y $h = 1100$ W/m$^2 \cdot$ K. Con el método explícito y un incremento espacial de 2 mm, determine la distribución de temperaturas 1.5 s después de que el elemento se inserta en el núcleo.

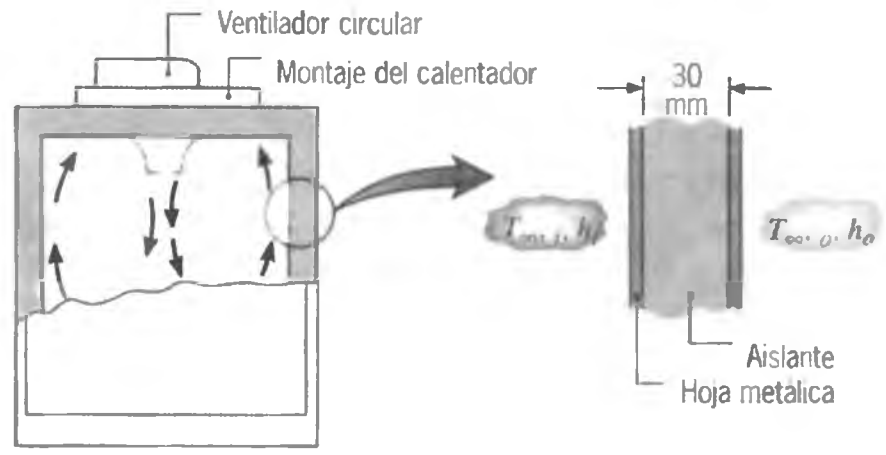
5.87 Una pared plana de 100 mm de espesor y una generación volumétrica de calor $\dot{q} = 1.5 \times 10^6$ W/m^3 se expone a condiciones de convección de $T_\infty = 30$°C y $h = 1000$ W/m$^2 \cdot$ K en ambas superficies. La pared se mantiene en condiciones de estado estable cuando, de pronto, el nivel de generación de calor ($\dot{q}$) se reduce a cero. La difusividad térmica y la conductividad térmica del material de la pared son 1.6×10^{-6} m^2/s y 75 W/m $\cdot$ K. Se sugiere un incremento espacial de 10 mm.

(a) Estime la temperatura del plano medio 3 min después de que se desconecta la generación.

(b) En coordenadas T–x trace la distribución de temperaturas que se obtiene en la parte (a). Muestre también las distribuciones de temperaturas inicial y de estado estable para la pared.

5.88 Una pieza fundida de plástico grande con difusividad térmica 6.0×10^{-7} m^2/s se quita de su molde a una temperatura uniforme de 150°C. La pieza fundida se expone entonces a un flujo de aire de alta velocidad de modo que la superficie experimenta un cambio súbito de temperatura a 20°C. Suponiendo que la pieza se aproxima a un medio semiinfinito y con un método en diferencias fintas y un incremento espacial de 6 mm, estime la temperatura a una distancia de 18 mm de la superficie después de que transcurren 3 min. Verifique el resultado mediante la comparación con la solución analítica apropiada.

5.89 La sección transversal de la pared de un horno está compuesta de un aislante de 30 mm de espesor intercalado entre dos láminas delgadas (1.5 mm de espesor) de acero inoxidable. En condiciones de estado estable, el horno opera con una temperatura del aire interior $T_{\infty,i} = 150$°C y una temperatura del aire ambiental $T_{\infty,o} = 20$°C con $h_i = 100$ W/m$^2 \cdot$ K y $h_o = 10$ W/m$^2 \cdot$ K. Cuando el nivel de calentamiento del horno varía y la velocidad del ventilador cambia para aumentar sustancialmente la circulación del aire dentro del horno, la superficie interna del horno experimenta un cambio de temperatura súbito a 100°C. El aislante tiene una conductividad térmica de 0.03 W/m $\cdot$ K y una difusividad térmica de 7.5×10^{-7} m^2/s. Para la solución en diferencias finitas, use un incremento espacial de 6 mm. Suponga que el efecto de las hojas de acero inoxidable es insignificante y que el coeficiente de transferencia de calor por convección exterior h_o permanece sin cambio. Estime el tiempo que se requiere para que la pared del horno se aproxime a condiciones de estado estable después de que la temperatura de la pared interior cambia a 100°C.



5.90 Una placa muy delgada con difusividad térmica 5.6×10^{-6} m^2/s y conductividad térmica 20 W/m $\cdot$ K está inicialmente a una temperatura uniforme de 325°C. De súbito, la superficie se expone a un fluido refrigerante a 15°C cuyo coeficiente de transferencia de calor por convección es 100 W/m$^2 \cdot$ K. Con el método de diferencias finitas para un incremento espacial de $\Delta x = 15$ mm y un incremento temporal de 18 s, determine las temperaturas en la superficie y a una profundidad de 45 mm después de transcurridos 3 min.

5.91 Remitiéndose al ejemplo 5.8, comentario 4, considere una súbita exposición de la superficie a alrededores a una temperatura elevada (T_{alr}) y a convección (T_∞, h).

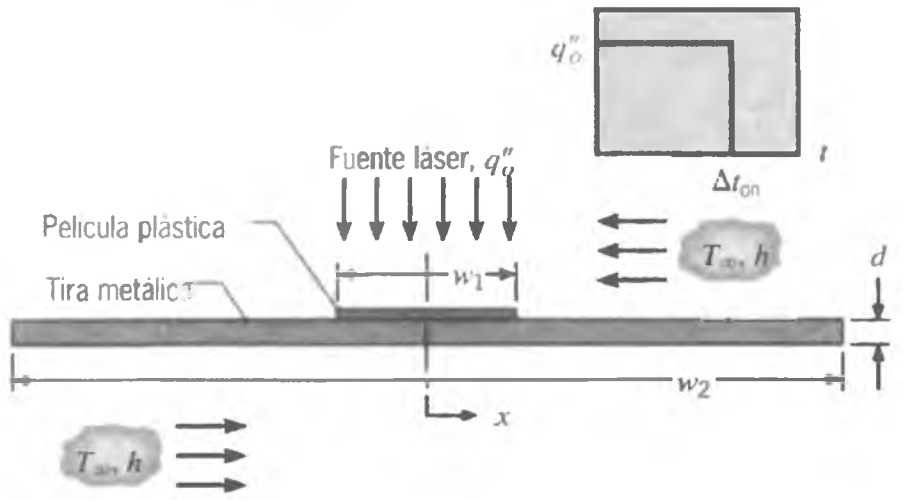
(a) Derive la ecuación en diferencias finitas explícita para el nodo de superficie en términos de Fo, Bi y Bi_t.

(b) Obtenga el criterio de estabilidad para el nodo de superficie. ¿Cambia este criterio con el tiempo? ¿Es más restrictivo el criterio que el utilizado para un nodo interior?

(c) Una losa gruesa de material ($k = 1.5$ W/m $\cdot$ K, $\alpha = 7 \times 10^{-7}$ m^2/s, $\varepsilon = 0.9$), inicialmente a una temperatura uniforme de 27°C, se expone de pronto a alrededores a 1000 K. Sin tomar en cuenta la convección y utilizando un incremento espacial de 10 mm, determine las temperaturas en la superficie y a 30 mm de la superficie después de transcurrido 1 min.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...Litoral

5.92 Considere la operación de unión que se describe en el problema 3.97, que se analizó en condiciones de estado estable. En este caso, el láser se utilizará para calentar la película en un tiempo establecido, con lo que se crea la situación de calentamiento transitorio que se muestra en el dibujo.



La tira está inicialmente a 25°C y el láser proporciona un flujo uniforme de 85,000 W/m^2 en un tiempo $\Delta t_{on} = 10$ s. Las dimensiones del sistema y propiedades termofísicas permanecen iguales, pero el coeficiente de convección al aire ambiente a 25°C es ahora 100 W/m$^2 \cdot$ K.

(a) Con el método implícito en diferencias finitas para $\Delta x = 4$ mm y $\Delta t = 1$ s, obtenga las series históricas de temperatura para $0 \leq t \leq 30$ s en el centro y el borde de la película, $T(0, t)$ y $T(w_1/2, t)$, respectivamente, para determinar si el adhesivo se cura de manera satisfactoria por arriba de 90°C para 10 s y si se excede su temperatura de degradación de 200°C.

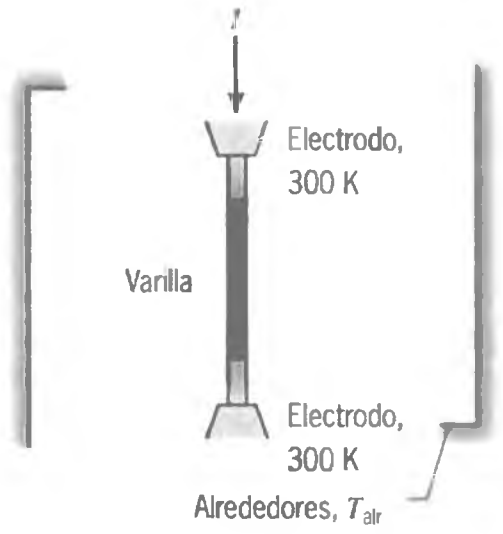
(b) Valide el código de su programa mediante la comparación con los resultados de estado estable del problema 3.97. ¿Qué tipo de solución analítica buscaría a fin de probar el comportamiento transitorio apropiado de su código?

5.93 Un extremo de una varilla de acero inoxidable (AISI 316) de 10 mm de diámetro y 0.16 m de longitud se inserta en una montura que se mantiene a 200°C. La varilla, cubierta con una manga aislante, alcanza una temperatura uniforme en toda su longitud. Cuando se quita la manga la varilla queda expuesta al aire ambiente a 25°C de modo que el coeficiente de transferencia de calor por convección es 30 W/m$^2 \cdot$ K.

(a) Con la técnica de diferencias finitas explícita y un incremento espacial $\Delta x = 0.016$ m, estime el tiempo que se requiere para que la parte media de la longitud de la varilla alcance 100°C.

(b) Con $\Delta x = 0.016$ m y $\Delta t = 10$ s, calcule $T(x, t)$ para $0 \leq t \leq t_1$, donde t_1 es el tiempo que se requiere para que la parte media de la longitud de la varilla alcance 50°C. Dibuje la distribución de temperaturas para $t = 0$, 200 s, 400 s y t_1.

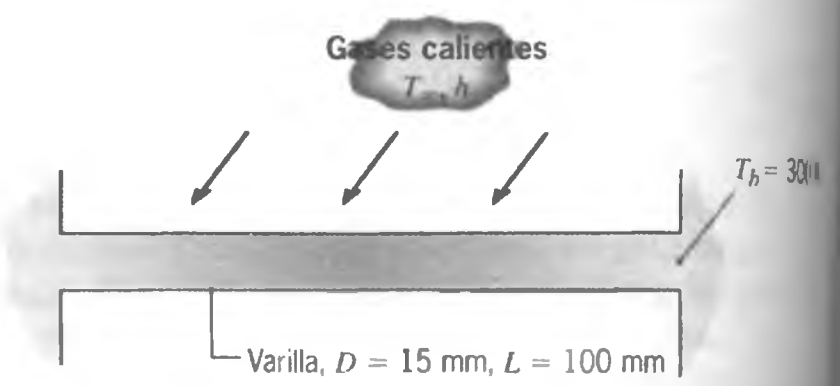
5.94 Una varilla de tantalio de 3 mm de diámetro y 120 mm de longitud se sostiene con dos electrodos dentro de un recinto grande al vacío. Inicialmente la varilla está en equilibrio con los electrodos y sus alrededores, que se mantienen a 300 K. De súbito, una corriente eléctrica, $I = 80$ A, pasa a través de la varilla. Suponga que la emisividad de la varilla es 0.1 y que la resistividad eléctrica $95 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m. Use la tabla A.1 para obtener las otras propiedades termofísicas que se requieren para la solución. Utilice un método en diferencias finitas con un incremento espacial de 10 mm.



(a) Estime el tiempo que se requiere para que la mitad de la longitud de la varilla alcance 1000 K.

(b) Determine la distribución de temperaturas de estado estable y calcule de manera aproximada cuánto tiempo tardará la varilla en alcanzar esta condición.

5.95 Una varilla de apoyo ($k = 15$ W/m $\cdot$ K, $\alpha = 4.0 \times 10^{-6}$ m^2/s) de diámetro $D = 15$ mm y longitud $L = 100$ mm atraviesa un canal cuyas paredes se mantienen a una temperatura $T_h = 300$ K. Súbitamente la varilla se expone a un flujo cruzado de gases calientes para los que $T_\infty = 600$ K y $h = 75$ W/m$^2 \cdot$ K. Las paredes del canal se enfrían y permanecen a 300 K.



(a) Con una técnica numérica apropiada determine la respuesta térmica de la varilla al calentamiento convectivo. Dibuje la temperatura de la mitad como función del tiempo transcurrido. Con un modelo analítico apropiado de la varilla, determine la distribución de temperaturas de estado estable y compare el resultado con el que se obtiene numéricamente para tiempos transcurridos muy grandes.

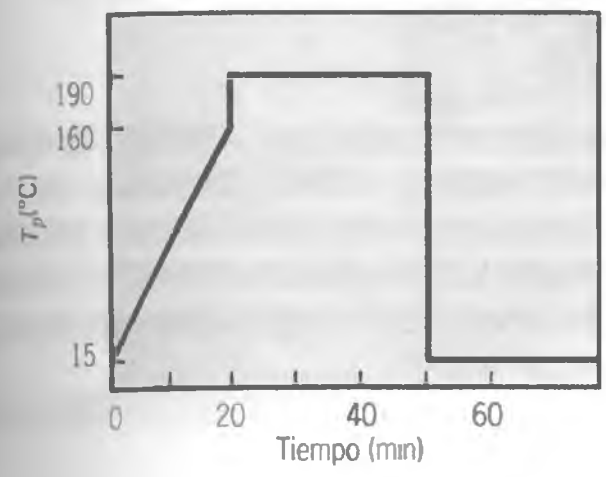
(b) Después de que la varilla alcanza las condiciones de estado estable, el flujo de gases calientes se suspende súbitamente y la varilla se enfría por convección libre al aire ambiental a $T_\infty = 300$ K y por intercambio de radiación con los alrededores a $T_{alr} = 300$ K. El coeficiente de convección libre se expresa como $h(\text{W/m}^2 \cdot \text{K}) = C\,\Delta T^n$, donde $C = 4.4$ $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}^{1.188}$ y $n = 0.188$. La emisividad de la varilla es 0.5. Determine la respuesta térmica posterior de la varilla. Trace la temperatura del medio como función del tiempo de enfriamiento, y determine el tiempo que se requiere para que la varilla alcance una *temperatura segura al tacto* de 315 K.

5.96 Considere la hoja rejilla de aceleración ($k = 40$ W/m · K $\alpha = 3 \times 10^{-5}$ m^2/s, $\varepsilon = 0.45$) del problema 4.70. Desarrolle un modelo en diferencias finitas implícito de la hoja que sirve para los siguientes propósitos.

(a) Suponiendo que la hoja está a una temperatura uniforme de 300 K cuando se activa la fuente del haz de iones, obtenga una gráfica de histórica posterior de temperatura-tiempo del tramo medio. ¿A qué tiempo transcurrido alcanza este punto de la hoja una temperatura a 1 K del valor de estado estable?

(b) La hoja se opera en condiciones de estado estable cuando, de pronto, se desactiva el haz de iones. Obtenga una gráfica de la historia temperaturas-tiempo del medio. ¿Cuánto tiempo transcurre para que el punto más caliente de la hoja se enfríe a 315 K, que es un estado seguro al tacto?

5.97 Unas tarjetas de circuitos se tratan mediante el calentamiento de una pila de ellas bajo alta presión como se ilustra en el problema 5.37 y se describe, además, en el problema 5.38. Se busca un método de solución en diferencias finitas con dos consideraciones adicionales. Primera, el libro se tratará como si tuviese características distribuidas, en lugar de concentradas, con un espaciado de rejilla $\Delta x = 2.36$ mm con nodos en el centro de la tarjeta o placa de circuitos individual. Segunda, en lugar de elevar la temperatura de las placas a 190°C mediante un cambio súbito, se utilizará el programa de calentamiento que se muestra a continuación a fin de minimizar las tensiones térmicas excesivas inducidas por los gradientes térmicos rápidamente cambiantes en la vecindad de los rodillos.



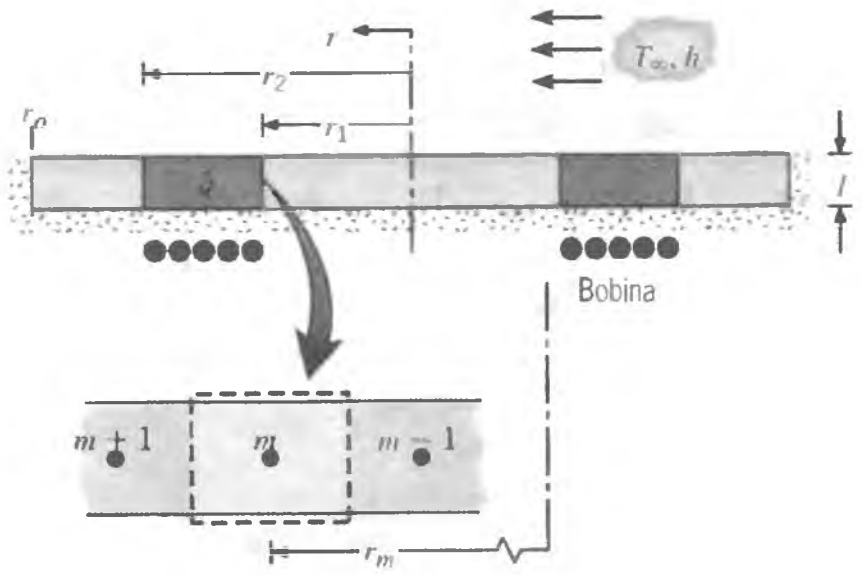
(a) Usando un incremento de tiempo $\Delta t = 60$ s y el método implícito, determine la historia de la temperatura del plano medio del libro y vea si ocurrirá el curado (170°C por 5 min).

(b) Siguiendo la reducción de las temperaturas de los rodillos a 15°C ($t = 50$ min), ¿cuánto tiempo tardará el plano medio del libro en alcanzar 37°C, una temperatura segura a la que el operador puede comenzar a descargar la prensa?

(c) Valide su código de programa con el calendario de calentamiento de un cambio súbito de la temperatura del rodillo de 15 a 190°C y compare sus resultados con los de una solución analítica apropiada (véase el problema 5.38).

Ecuaciones en diferencias finitas: coordenadas cilíndricas

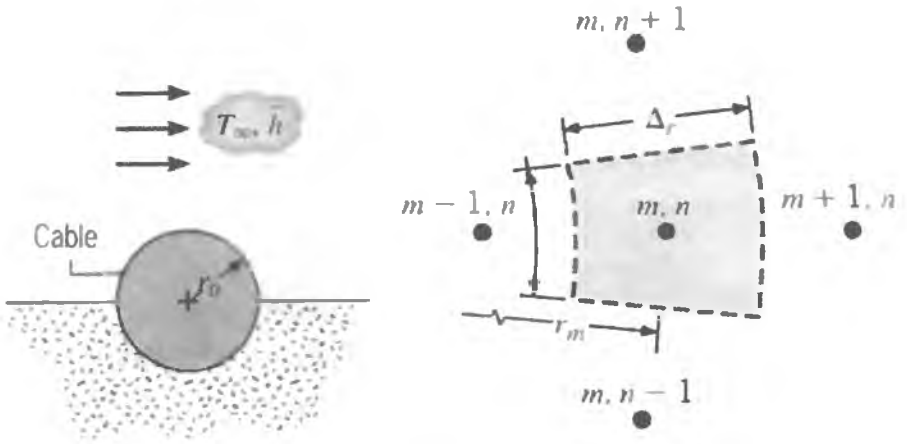
5.98 Un disco circular delgado está sujeto a calentamiento por inducción de una bobina, el efecto de la cual es proporcionar una generación de calor uniforme dentro de una sección anular, como se muestra. La convección ocurre en la superficie superior, mientras la superficie inferior está bien aislada.



(a) Derive la ecuación en diferencias finitas, transitoria, para el nodo m, que está dentro de la región sujeta al calentamiento por inducción.

(b) En coordenadas T–r dibuje, de forma cuantitativa, la distribución de temperaturas de estado estable, e identifique las características importantes.

5.99 Un cable eléctrico, que experimenta una generación volumétrica uniforme $\dot{q}$, se semientierra en un material aislante mientras la superficie superior se expone a un proceso de convección (T_∞, h).



(a) Derive las ecuaciones en diferencias finitas, explícitas, para un nodo interior (m, n), el nodo central $(m = 0)$, y los nodos de la superficie externa (M, n) para los límites de convección y aislado.

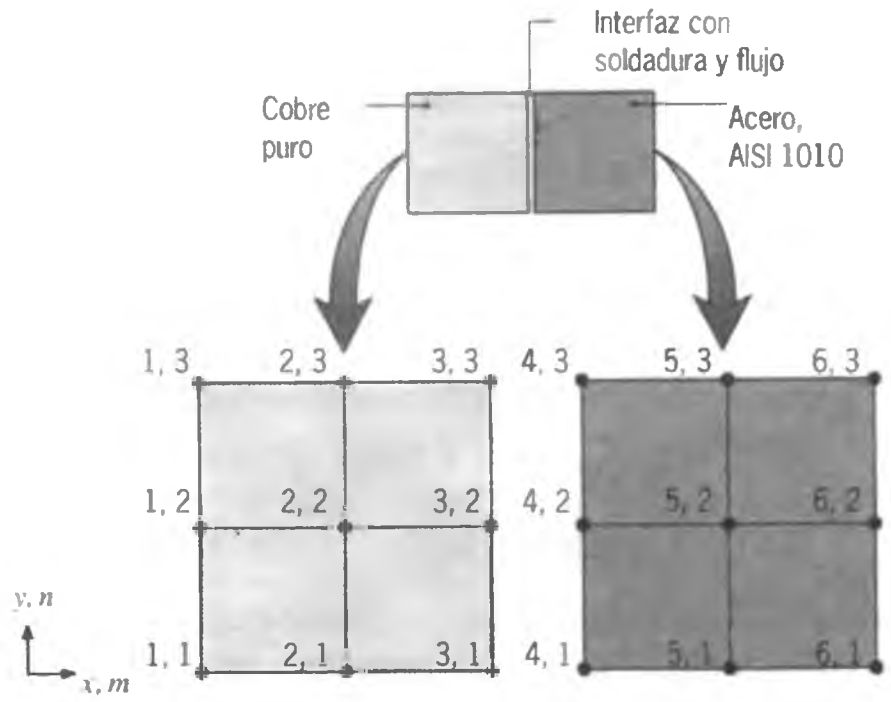
(b) Obtenga el criterio de estabilidad para cada una de las ecuaciones en diferencias finitas. Identifique el criterio más restrictivo.

Soluciones de diferencias finitas: sistemas bidimensionales

5.100 Se soldarán dos barras muy largas (en la dirección normal a la página), las cuales tienen las distribuciones de temperaturas iniciales que se establecen. En el tiempo $t = 0$, la cara $m = 3$ de la barra de cobre (puro) hace contacto con la cara $m = 4$ de la barra de acero (AISI 1010). La soldadura y el flujo actúan como una capa interfacial de espesor insignificante y resistencia efectiva de contacto $R''_{t,c} = 2 \times 10^{-5}$ m² · K/W.

Temperaturas iniciales (K)

n/*m*	1	2	3	4	5	6
1	700	700	700	1000	900	800
2	700	700	700	1000	900	800
3	700	700	700	1000	900	800



$\Delta x = \Delta y = 20$ mm

(a) Derive la ecuación en diferencias finitas explícita en términos de Fo y $Bi_c = \Delta x/kR''_{t,c}$ para $T_{4,2}$ y determine el criterio de estabilidad correspondiente.

(b) Si $Fo = 0.01$, determine $T_{4,2}$ un intervalo de tiempo después de que se hace contacto. ¿Cuál es Δt? ¿Se satisface el criterio de estabilidad?

5.101 Considere el sistema del problema 4.57. Inicialmente sin flujo de gases de escape, las paredes ($\alpha = 5.5 \times 10^{-6}$ m²/s) están a una temperatura uniforme de 25°C. Empleando el método de diferencias finitas implícito con un incremento temporal de 1 h, encuentre la distribución de temperaturas en la pared 1, 2, 5 y 20 h después de la introducción de los gases de escape.

5.102 Considere el sistema del problema 4.71. Inicialmente la placa cerámica ($\alpha = 1.5 \times 10^{-6}$ m²/s) está a una temperatura uniforme de 30°C, y de súbito los elementos de calentamiento eléctrico se energizan. Con el método de diferencias finitas implícito, estime el tiempo que se requiere para que la diferencia entre las temperaturas de superficie e inicial alcancen 95% de la diferencia para las condiciones de estado estable. Use un incremento de tiempo de 2 s.

5.103 Considere el módulo de conducción térmica y las condiciones de operación del problema 4.75. Para evaluar la respuesta transitoria de la placa fría, que tiene una difusividad térmica de $\alpha = 75 \times 10^{-6}$ m²/s, suponga que, cuando se activa el modulo en $t = 0$, la temperatura inicial de la placa fría es $T_i = 15$°C y que se aplica un flujo de calor uniforme $q''_0 = 10^5$ W/m² a su base. Con el método de diferencias finitas implícito y un incremento de tiempo $\Delta t = 0.1$ s, calcule las temperaturas nodales designadas como función del tiempo. De las temperaturas calculadas en un tiempo particular, evalúe la razón de transferencia de calor por convección al agua a la entrada de calor en la base. Suspenda los cálculos cuando esta razón alcance 0.99. Imprima el campo de temperaturas en intervalos de 5 s y en el tiempo para el que cesen los cálculos.

CAPÍTULO 6

Introducción a la convección



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Hasta aquí, nos hemos concentrado en la transferencia de calor por conducción y hemos considerado la convección sólo hasta el punto en que proporciona una posible condición de frontera para problemas de conducción. En la sección 1.2.2 utilizamos el término "convección" para describir la transferencia de energía entre una superficie y un fluido que se mueve sobre ésta. Aunque el mecanismo de difusión (movimiento aleatorio de las moléculas del fluido) contribuye a esta transferencia, generalmente la aportación dominante es la del movimiento global o total de las partículas del fluido.

En nuestro tratamiento de la convección tenemos dos objetivos principales. Además de comprender los mecanismos físicos que fundamentan la transferencia por convección, deseamos desarrollar los medios para llevar a cabo cálculos de transferencia por convección. Este capítulo se dedica principalmente a lograr el primer objetivo. En particular, se realiza un esfuerzo para concentrar en un lugar muchos de los fundamentos. Se discuten los orígenes físicos y se desarrollan parámetros adimensionales relevantes, así como analogías importantes.

Una característica única de este capítulo es la forma en la que se introducen los efectos de transferencia de masa por convección en analogía con los de transferencia de calor por convección. En la transferencia de masa por convección, el movimiento global del fluido se combina con la difusión para fomentar el transporte de una especie para la que existe un gradiente de concentración. En este texto nos concentramos en la transferencia de masa por convección que ocurre en la superficie de un sólido volátil o un líquido debida al movimiento de un gas sobre la superficie.

Con las bases conceptuales ya establecidas, en los capítulos siguientes se desarrollan herramientas útiles a fin de cuantificar los efectos de la convección. Los capítulos 7 y 8 presentan métodos para calcular los coeficientes asociados con la *convección forzada* en configuraciones de *flujo externo* e *interno*, respectivamente. El capítulo 9 describe métodos para determinar estos coeficientes en la *convección libre*, y el capítulo 10 considera el problema de la *convección con cambio de fase* (*ebullición* y *condensación*). El capítulo 11 desarrolla métodos para diseñar y evaluar el desempeño de *intercambiadores de calor*, dispositivos que se utilizan de forma amplia en la práctica de la ingeniería para llevar a cabo la transferencia de calor entre fluidos.

En consecuencia, comenzamos por ampliar nuestra comprensión de la naturaleza de la convección.

6.1 *El problema de la transferencia de calor por convección*

Considere la condición de flujo de la figura 6.1*a*. Un fluido con velocidad V y temperatura T_∞ fluye sobre una superficie de forma arbitraria y de área A_s. Se supone que la superficie está a una temperatura uniforme, T_s, y si $T_s \neq T_\infty$, sabemos que ocurrirá una transferencia de calor por convección. El *flujo local de calor* q'' se expresa como

$$q'' = (T_s - T_\infty) \tag{6.1}$$

donde h es el *coeficiente de convección local*. Como las condiciones de flujo varían de punto a punto sobre la superficie, q'' y h también varían a lo largo de la superficie. La *transferencia total de calor* q se obtiene integrando el flujo local sobre toda la superficie. Es decir,

$$q = \int_{A_s} q'' \, dA_s \tag{6.2}$$

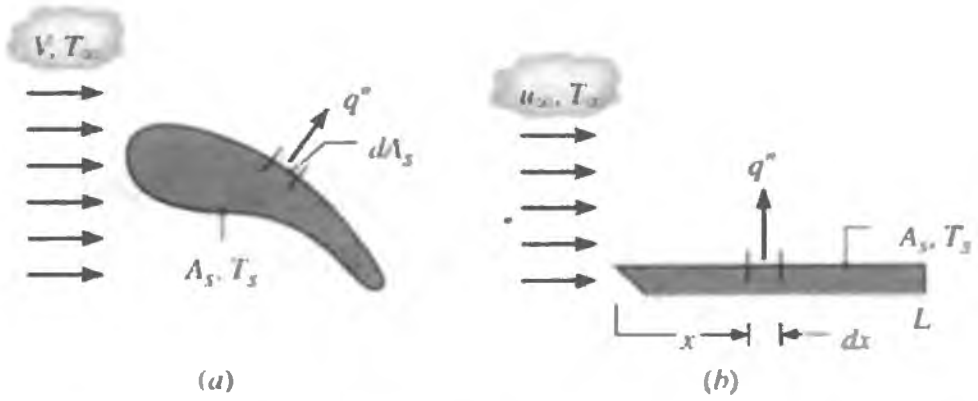


FIGURA 6.1 Efectos de la transferencia local y total de calor por convección. (*a*) Superficie de forma arbitraria. (*b*) Placa plana.

o, de la ecuación 6.1

$$q = (T_s - T_\infty)\int_{A_s} h\, dA_s \tag{6.3}$$

Definiendo un *coeficiente de convección promedio* $\bar{h}$ para toda la superficie, el calor total transferido se expresa como

$$q = \bar{h} A_s (T_s - T_\infty) \tag{6.4}$$

Al igualar las ecuaciones 6.3 y 6.4, se sigue que los coeficientes de convección promedio y local están relacionados por una expresión de la forma

$$\bar{h} = \frac{1}{A_s}\int_{A_s} h\, dA_s \tag{6.5}$$

Advierta que para el caso especial de flujo sobre una placa plana (figura 6.1*b*), h varía con la distancia x desde la primera orilla y la ecuación se reduce a

$$\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h\, dx \tag{6.6}$$

Es posible obtener resultados similares para la transferencia de masa por convección. Si un fluido de concentración molar de especies $C_{A,\infty}$ fluye sobre una superficie en la que la concentración de especies se mantiene en algún valor uniforme $C_{A,s} \neq C_{A,\infty}$ (figura 6.2*a*), ocurrirá una transferencia de especies por convección. La especie A es normalmente un vapor que se transfiere en un flujo de gas debido a la evaporación o sublimación de una superficie líquida o sólida, respectivamente, y estamos interesados en determinar la velocidad a la que ocurre esta transferencia. Como en el caso de la transferencia de calor, este cálculo se basa en el uso de un coeficiente de convección.

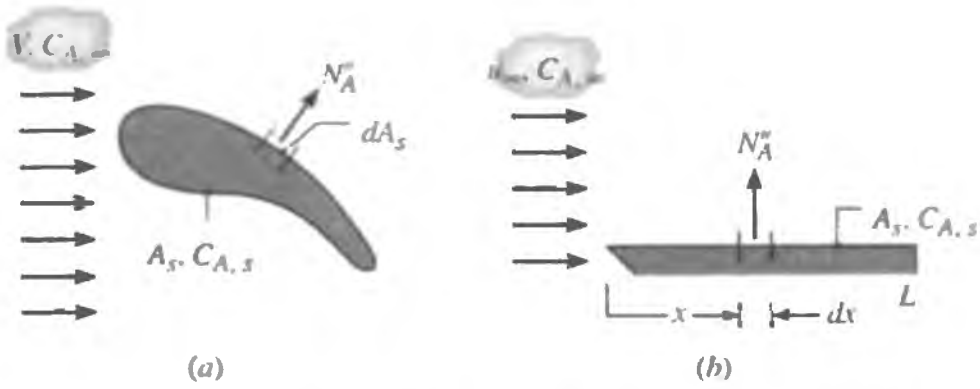


FIGURA 6.2 Efectos de la transferencia local y total de especies por convección. (*a*) Superficie de forma arbitraria. (*b*) Placa plana.

En particular, es posible relacionar el flujo molar de la especie A con el producto de un coeficiente de transferencia y una diferencia de concentración. Con referencia a la figura 6.2, el flujo molar de la especie A, N''_A (kmol/s · m^2), se expresa como

$$N''_A = h_m(C_{A,s} - C_{A,\infty}) \tag{6.7}$$

donde h_m (m/s) es el *coeficiente de transferencia de masa por convección*. Las concentraciones molares $C_{A,s}$ y $C_{A,\infty}$ tienen unidades de kilogramo-mol por metro cúbico (kmol/m^3). La transferencia molar total para una superficie completa, N_A (kmol/s), se expresa entonces como

$$N_A = \bar{h}_m A_s(C_{A,s} - C_{A,\infty}) \tag{6.8}$$

donde los coeficientes promedio y local de transferencia de masa por convección están relacionados por una ecuación de la forma

$$\bar{h}_m = \frac{1}{A_s}\int_{A_s} h_m \, dA_s \tag{6.9}$$

Para la placa plana de la figura 6.2*b*, se sigue que

$$\bar{h}_m = \frac{1}{L}\int_0^L h_m \, dx \tag{6.10}$$

La transferencia de especies también se expresa como un flujo de masa, n''_A (kg/s · m^2), o como una transferencia de masa, n_A (kg/s), multiplicando ambos lados de las ecuaciones 6.7 y 6.8, respectivamente, por el peso molecular $\mathcal{M}_A$ (kg/kmol) de la especie A. En consecuencia,

$$n''_A = h_m(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}) \tag{6.11}$$

y

$$n_A = \bar{h}_m A_s(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}) \tag{6.12}$$

donde ρ_A (kg/m^3) es la densidad de masa de la especie A.[1]

Para llevar a cabo un cálculo de transferencia de masa por convección, es necesario determinar el valor de $C_{A,s}$ o $\rho_{A,s}$. Tal determinación se hace fácilmente notando que existe equilibrio termodinámico en la interfaz entre el gas y el líquido o fase sólida. Una consecuencia de esta condición de equilibrio es que la temperatura del vapor en la interfaz es igual a la temperatura superficial T_s. Una segunda implicación es que el vapor se encuentra en un *estado saturado*, en cuyo caso las tablas termodinámicas como la tabla A.6 para el agua, sirven para obtener su densidad a partir del conocimiento de T_s. Con una buena aproximación, la concentración molar del vapor en la superficie también se determina de la presión de vapor a través de la aplicación de la ecuación de estado para un gas ideal. Es decir,

$$C_{A,s} = \frac{p_{sat}(T_s)}{\mathcal{R}T_s} \tag{6.13}$$

[1] Aunque la nomenclatura anterior es bastante adecuada para caracterizar los procesos de transferencia de masa de este texto, no existe nomenclatura estándar alguna, por lo que a menudo es difícil reconciliar los resultados de diferentes publicaciones. Webb [1] proporciona una revisión de las diferentes formas en las que es posible formular potenciales, conductores, flujos y coeficientes de convección.

donde $\mathcal{R}$ es la constante universal de los gases y $p_{sat}(T_s)$ es la presión de vapor que corresponde a la saturación en T_s. Observe que la densidad de masa del vapor y la concentración molar están relacionadas por $\rho_A = \mathcal{M}_A C_A$.

El flujo local y/o la transferencia total son de máxima importancia en cualquier problema de convección. Estas cantidades se determinan de las ecuaciones de flujo o modelos, 6.1, 6.4, 6.7 y 6.8, que dependen del conocimiento de los coeficientes local y promedio de convección. Por esta razón, la determinación de estos coeficientes se ve como *el problema de convección*. Sin embargo, el problema no es sencillo, pues además de depender de numerosas *propiedades del fluido* como la densidad, viscosidad, conductividad térmica y calor específico, los coeficientes dependen de la *geometría de la superficie* y de las *condiciones de flujo*. Esta multiplicidad de variables independientes resulta porque la transferencia por convección está determinada por las *capas límite* que se producen en la superficie.

Ejemplo 6.1

Se encuentra que los resultados experimentales para el coeficiente local de transferencia de calor h_x para el flujo sobre una placa plana, con una superficie en extremo áspera, se ajustan a la relación

$$h_x(x) = ax^{-0.1}$$

donde a es un coeficiente ($W/m^{1.9} \cdot K$) y x (m) es la distancia desde la orilla de la placa.

1. Desarrolle una expresión para la razón del coeficiente promedio de transferencia de calor $\bar{h}_x$ en una placa de longitud x al coeficiente local de transferencia de calor h_x en x.
2. Muestre, de manera cualitativa, la variación de h_x y $\bar{h}_x$ como función de x.

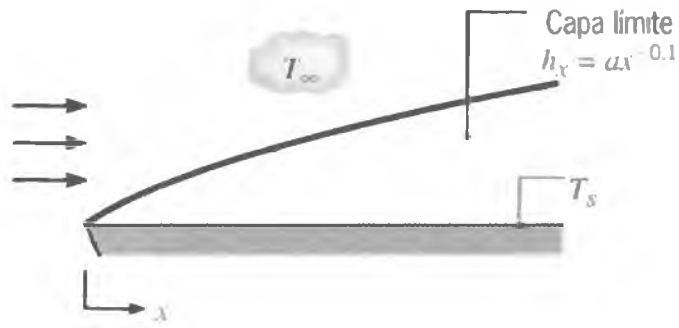
Solución

Se conoce: Variación del coeficiente local de transferencia de calor , $h_x(x)$.

Encontrar:

1. La razón del coeficiente promedio de transferencia de calor $\bar{h}(x)$ al valor local $h_x(x)$.
2. Dibuje la variación de h_x y $\bar{h}_x$ con x.

Esquema:



Análisis:

1. De la ecuación 6.6 el valor promedio del coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la región de 0 a x es

$$\bar{h}_x = \bar{h}_x(x) = \frac{1}{x}\int_0^x h_x(x)\,dx$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

Al sustituir la expresión para el coeficiente local de transferencia de calor

$$h_x(x) = ax^{-0.1}$$

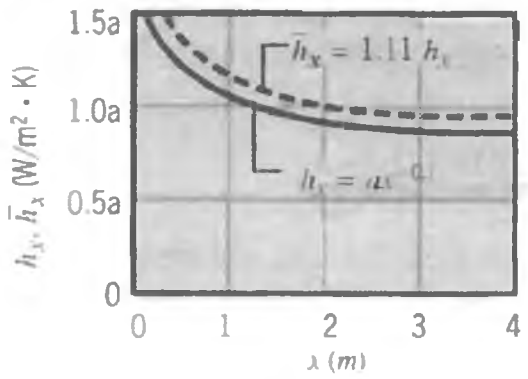
e integrar, obtenemos

$$\bar{h}_x = \frac{1}{x}\int_0^x ax^{-0.1}\,dx = \frac{a}{x}\int_0^x x^{-0.1}\,dx = \frac{a}{x}\left(\frac{x^{+0.9}}{0.9}\right) = 1.11ax^{-0.1}$$

o

$$\bar{h}_x = 1.11h_x$$

2. La variación de h_x y $\bar{h}_x$ con x es como sigue:



Comentarios: El desarrollo de la capa límite ocasiona que los coeficientes local y promedio disminuyan al aumentar la distancia desde la orilla; por tanto, el coeficiente promedio hasta x debe exceder el valor local en x.

Ejemplo 6.2

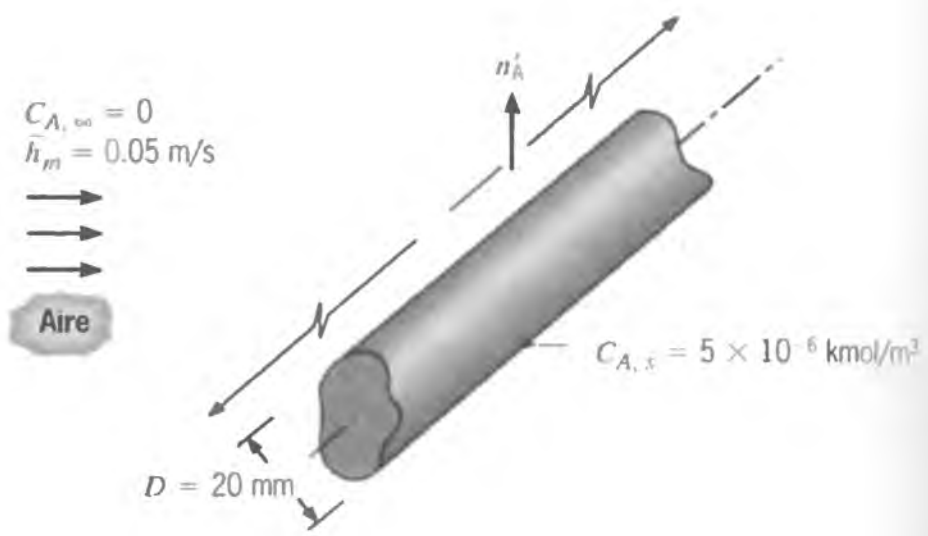
Un cilindro circular largo de 20 mm de diámetro fabricado de naftalina sólida, que es un repelente común para las polillas, se expone a un flujo de aire que proporciona un coeficiente de transferencia de masa por convección $\bar{h}_m = 0.05$ m/s. La concentración molar de vapor de naftalina en la superficie del cilindro es 5×10^{-6} kmol/m^3, y su peso molecular es 128 kg/kmol. ¿Cuál es la velocidad de sublimación de masa por unidad de longitud del cilindro?

Solución

Se conoce: Concentración de vapor saturado de naftalina.

Encontrar: Velocidad de sublimación por unidad de longitud, n'_A (kg/s · m).

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Concentración insignificante de naftalina en flujo libre de aire.

Análisis: La naftalina se transporta al aire por convección y, de la ecuación 6.8, la transferencia molar para el cilindro es

$$N_A = \bar{h}_m \pi D L (C_{A,s} - C_{A,\infty})$$

Con $C_{A,\infty} = 0$ y $N'_A = N_A/L$, se sigue que

$$N'_A = (\pi D)\bar{h}_m C_{A,s} = \pi \times 0.02\ \text{m} \times 0.05\ \text{m/s} \times 5 \times 10^{-6}\ \text{kmol/m}^3$$

$$N'_A = 1.57 \times 10^{-8}\ \text{kmol/s} \cdot \text{m}$$

La velocidad de sublimación de masa es entonces

$$n'_A = \mathcal{M}_A N'_A = 128\ \text{kg/kmol} \times 1.57 \times 10^{-8}\ \text{kmol/s} \cdot \text{m}$$

$$n'_A = 2.01 \times 10^{-6}\ \text{kg/s} \cdot \text{m}$$ ◁

6.2 *Capas límite de convección*

6.2.1 Capa límite de velocidad o hidrodinámica

Para introducir el concepto de una capa límite, considere el flujo sobre la placa plana de la figura 6.3. Cuando las partículas del fluido hacen contacto con la superficie, adquieren una velocidad cero. Estas partículas actúan entonces para retardar el movimiento de partículas en la capa contigua del fluido, que a su vez actúa para retardar el movimiento de las partículas en la siguiente capa, y así sucesivamente hasta que, a una distancia $y = \delta$ de la superficie, el efecto se hace insignificante. Este retardo o desaceleración del movimiento del fluido se asocia con los *esfuerzos cortantes* τ que actúan en planos que son paralelos a la velocidad del fluido (figura 6.3). Al aumentar la distancia y desde la superficie, el componente x de la velocidad del fluido, u, debe entonces aumentar hasta que se aproxima al valor del flujo libre u_∞. Se usa el subíndice ∞ para designar las condiciones en el *flujo libre* fuera de la capa límite.

La cantidad δ se denomina *espesor de la capa límite* y normalmente se define como el valor de y para el que $u = 0.99u_\infty$. El *perfil de velocidad de la capa límite* se refiere a la forma en la que u varía con y a través de la capa límite. En consecuencia, el flujo del fluido se caracteriza por dos regiones distintas, una capa fluida delgada (capa límite) en la que los gradientes de velocidades y los esfuerzos cortantes son grandes y

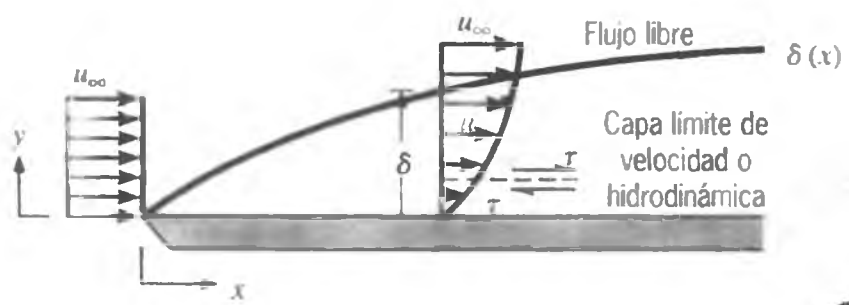


FIGURA 6.3
Desarrollo de la capa límite de velocidad o hidrodinámica sobre una placa plana.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

una región fuera de la capa límite en la que los gradientes de velocidad y los esfuerzos cortantes son insignificantes. Con el aumento de la distancia desde la primera orilla, los efectos de la viscosidad penetran más en el flujo libre y la capa límite crece (δ aumenta con x).

Como se relaciona con la velocidad del fluido, la capa límite anterior se denomina, de manera más específica, *capa límite de velocidad* o *hidrodinámica*. Se produce siempre que hay un flujo de fluido sobre una superficie y es de fundamental importancia para problemas que incluyen transporte por convección. En la mecánica de fluidos, su significado para el ingeniero proviene de su relación con el esfuerzo cortante superficial τ_s y, en consecuencia, con los efectos de fricción de la superficie. En cuanto a flujos externos, proporciona la base para determinar el *coeficiente de fricción* local

$$C_f \equiv \frac{\tau_s}{\rho u_\infty^2/2} \tag{6.14}$$

un parámetro adimensional clave a partir del cual se determina la resistencia de rozamiento de la superficie. Al suponer un *fluido newtoniano*, se evalúa el esfuerzo cortante de la superficie a partir del conocimiento del gradiente de velocidad en la superficie

$$\tau_s = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \tag{6.15}$$

donde μ es una propiedad del fluido que se conoce como *viscosidad dinámica*.

6.2.2 Capa límite térmica

Así como se produce una capa límite hidrodinámica cuando hay un paso de fluido sobre una superficie, debe producirse una *capa límite térmica* si difieren las temperaturas del flujo libre de fluido y de la superficie. Considere el flujo sobre una placa plana isotérmica (figura 6.4). Al inicio de la placa, el *perfil de temperatura* es uniforme, con $T(y) = T_\infty$. Sin embargo, las partículas del fluido que hacen contacto con la placa alcanzan el equilibrio térmico a la temperatura de la superficie de la placa. A su vez, estas partículas intercambian energía con las de la capa adyacente del fluido, y se producen en el fluido gradientes de temperatura. La región del fluido en la que existen estos gradientes de energía es la capa límite térmica, y su espesor δ_t por lo común se define como el valor de y para el que la razón $[(T_s - T)/(T_s - T_\infty)] = 0.99$. Al aumentar la distancia desde el inicio de la placa, los efectos de transferencia de calor penetran más en el flujo libre y crece la capa límite térmica.

Se demuestra fácilmente la relación entre las condiciones en esta capa límite y el coeficiente de transferencia de calor por convección. El flujo de calor *local* se obtiene a cualquier distancia x desde la orilla, mediante la aplicación de la ley de Fourier al fluido en $y = 0$. Es decir,

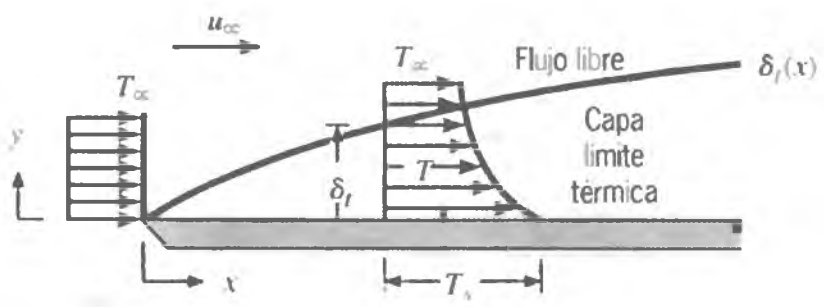


Figura 6.4
Producción de la capa límite térmica sobre una placa plana isotérmica.

$$q_s'' = -k_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \tag{6.16}$$

Esta expresión es apropiada pues, *en la superficie, no hay movimiento de fluido y la transferencia de energía ocurre sólo por conducción.* Al combinar la ecuación 6.16 con la ley de enfriamiento de Newton, ecuación 6.1, obtenemos

$$h = \frac{-k_f \left.\partial T/\partial y\right|_{y=0}}{T_s - T_\infty} \tag{6.17}$$

Por ello las condiciones en la capa límite térmica, que influyen fuertemente en el gradiente de temperatura de la pared $\partial T/\partial y|_{y=0}$, determinan la transferencia de calor a través de la capa límite. Como $(T_s - T_\infty)$ es una constante, independiente de x, mientras δ_t se incrementa al aumentar x, los gradientes de temperatura en la capa límite deben disminuir al aumentar x. En consecuencia, la magnitud de $\partial T/\partial y|_{y=0}$ disminuye al aumentar x, y se sigue que q_s'' y h disminuyen al aumentar x.

6.2.3 Capa límite de concentración

Así como las capas límites hidrodinámica y térmica determinan la fricción de la pared y la transferencia de calor por convección, la *capa límite de concentración* determina la transferencia de masa por convección. Si una mezcla binaria de las especies químicas A y B fluye sobre una superficie y la concentración de la especie A en la superficie, $C_{A,s}$, difiere de la concentración en el flujo libre, $C_{A,\infty}$ (figura 6.5), se producirá una capa límite de concentración. Ésta es la región del fluido en la que existen gradientes de concentración, y su espesor d_c se define normalmente como el valor de y para el que $[(C_{A,s} - C_A)/(C_{A,s} - C_{A,\infty})] = 0.99$. La transferencia de especies por convección entre la superficie y el flujo libre de fluido está determinada por las condiciones en esta capa límite.

La relación entre transferencia de especies por convección y la capa límite de concentración se demuestra al reconocer primero que el flujo molar asociado con la transferencia por difusión se determina mediante una expresión análoga a la ley de Fourier. Para las condiciones de interés en este texto, la expresión, que se denomina *ley de Fick*, tiene la forma

$$N_A'' = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial y} \tag{6.18}^2$$

[2]Esta expresión resulta de una forma más general de la ley de difusión de Fick (sección 14.1.2) cuando la concentración molar total de la mezcla, $C = C_A + C_B$, es una constante.

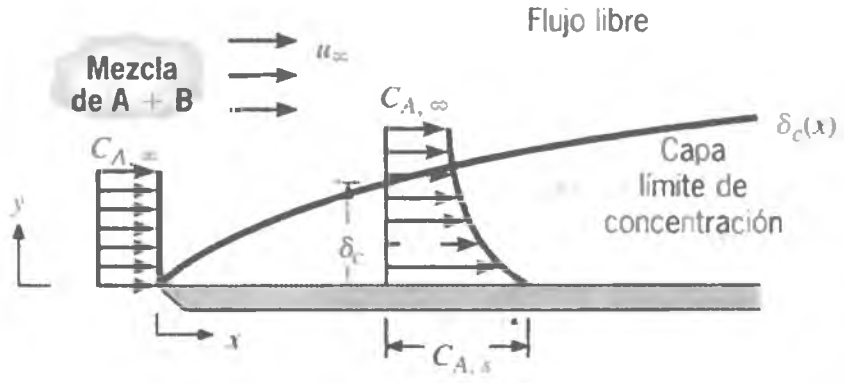


FIGURA 6.5
Evolución de la capa límite de concentración de especies sobre una placa plana.

donde D_{AB} es una propiedad de la mezcla binaria que se conoce como *coeficiente de difusión binario*. En cualquier punto que corresponda a $y > 0$ en la capa límite de concentración de la figura 6.5, la transferencia de especies se debe al movimiento global de fluido y a la difusión. Sin embargo, en $y = 0$ no hay movimiento de fluido y la transferencia de especies es sólo por difusión. Al aplicar la ley de Fick en $y = 0$, el flujo de especies a cualquier distancia desde el inicio de la superficie es entonces

$$N''_A = -D_{AB} \left. \frac{\partial C_A}{\partial y} \right|_{y=0} \tag{6.19}$$

Al combinar las ecuaciones 6.7 y 6.19, se sigue que

$$h_m = \frac{-D_{AB}\, \partial C_A / \partial y|_{y=0}}{C_{A,s} - C_{A,\infty}} \tag{6.20}$$

Por tanto, las condiciones en la capa límite de concentración, que influyen grandemente en el gradiente de concentración de la superficie $\partial C_A/\partial y|_{y=0}$, influirán en el coeficiente de transferencia de masa por convección y, por ello, en la transferencia de especies en la capa límite.

Los resultados anteriores también se expresan en una base de masa, en lugar de molar. Al multiplicar ambos lados de la ecuación 6.18 por el peso molecular de las especies $\mathcal{M}_A$, el flujo de masa de especies debido a la difusión es

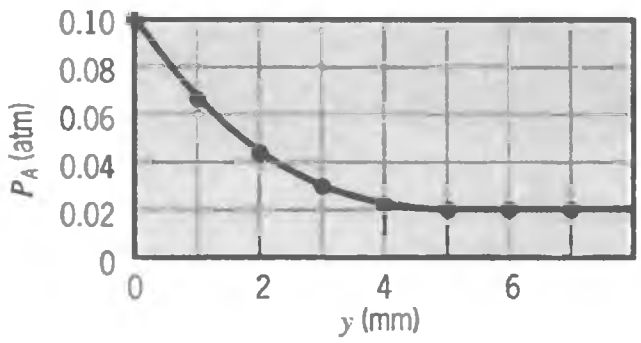
$$n''_A = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial y} \tag{6.21}$$

Con la aplicación de esta ecuación en $y = 0$ y al combinar con la ecuación 6.11, obtenemos

$$h_m = \frac{-D_{AB}\, \partial \rho_A / \partial y|_{y=0}}{\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}} \tag{6.22}$$

Ejemplo 6.3

En algún lugar de la superficie de un contenedor de agua, se realizan mediciones de la presión parcial de vapor de agua p_A (atm) como función de la distancia y desde la superficie, y los resultados son como sigue:



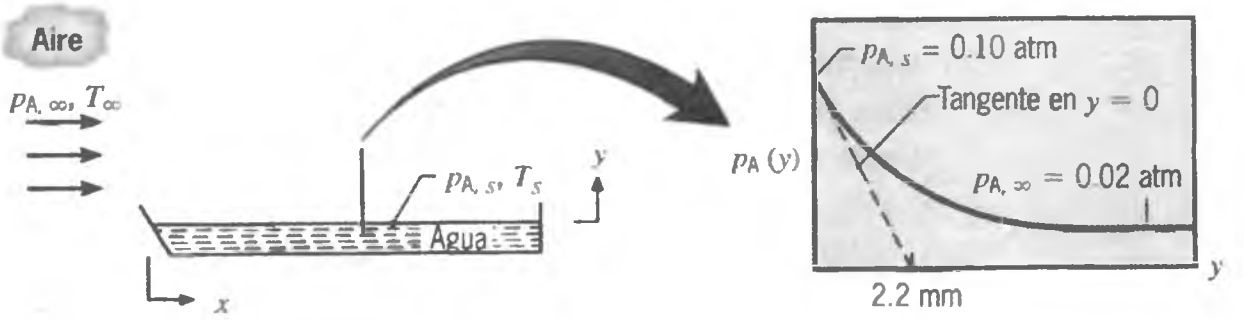
Determine el coeficiente de transferencia de masa por convección $h_{m,x}$ en este lugar.

Solución

Se conoce: Presión parcial p_A del vapor de agua como función de la distancia y en una posición particular sobre la superficie de una capa de agua.

Encontrar: Coeficiente de transferencia de masa por convección en la posición establecida.

Esquema:



Suposiciones:

1. El vapor de agua se aproxima como un gas ideal.
2. Las condiciones son isotérmicas.

Propiedades: Tabla A.6, vapor saturado (0.1 atm = 0.101 bar): $T_s = 319$ K. Tabla A.8, vapor de agua-aire (319 K): $D_{AB}(319\text{ K}) = D_{AB}(298\text{ K}) \times (319\text{ K}/298\text{ K})^{3/2} = 0.288 \times 10^{-4}$ m^2/s.

Análisis: De la ecuación 6.22 el coeficiente de transferencia de masa por convección es

$$h_{m,x} = \frac{-D_{AB}\,\partial p_A/\partial y|_{y=0}}{p_{A,s} - p_{A,\infty}}$$

o, al aproximar el vapor de agua como un gas ideal,

$$p_A = \rho_A RT$$

con T constante (condiciones isotérmicas),

$$h_{m,x} = \frac{-D_{AB}\,\partial p_A/\partial y|_{y=0}}{p_{A,s} - p_{A,\infty}}$$

De la distribución de presión de vapor medida

$$\left.\frac{\partial p_A}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{(0 - 0.1)\text{ atm}}{(0.0022 - 0)\text{ m}} = -45.5\text{ atm/m}$$

De aquí

$$h_{m,x} = \frac{-0.288 \times 10^{-4}\text{ m}^2/\text{s}\,(-45.5\text{ atm/m})}{(0.1 - 0.02)\text{ atm}} = 0.0164\text{ m/s}$$

Comentarios: Del equilibrio termodinámico en la interfaz vapor-líquido, la temperatura en la interfaz se determinó de acuerdo con la tabla A.6.

6.2.4 Significado de las capas límite

En suma, la capa límite de velocidad o hidrodinámica tiene una extensión $\delta(x)$ y se caracteriza por la presencia de gradientes de velocidad y esfuerzos cortantes. La capa límite térmica tiene extensión $\delta_t(x)$ y se caracteriza por gradientes de temperatura y la transferencia de calor. Finalmente, la capa límite de concentración tiene una extensión

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral
DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

$\delta_c(x)$ y está caracterizada por gradientes de concentración y transferencia de especies. Para el ingeniero, las manifestaciones principales de las tres capas límite son, respectivamente, *fricción superficial*, *transferencia de calor por convección* y *transferencia de masa por convección*. Los parámetros clave de las capas límite son, entonces, el *coeficiente de fricción* C_f y los *coeficientes de transferencia de calor* y *masa por convección* h y h_m, respectivamente.

Para el flujo sobre cualquier superficie, siempre existirá una capa límite de velocidad y, por ello, fricción superficial. Sin embargo, una capa térmica límite y, de aquí, transferencia de calor por convección, existe sólo si difieren las temperaturas de la superficie y del flujo libre. De manera similar, una capa límite de concentración y la transferencia de masa por convección existen sólo si la concentración superficial de una especie difiere de su concentración en el flujo libre. Tal vez surjan situaciones en las que estén presentes las tres capas límite. En tales casos, las capas límite rara vez crecen a la misma velocidad, y los valores de δ, δ_t y δ_c en una posición x dada no son iguales.

6.3 *Flujo laminar y turbulento*

Un primer paso esencial en el tratamiento de cualquier problema de convección es determinar si la capa límite es *laminar* o *turbulenta*. La fricción superficial y la transferencia por convección dependen en gran medida de cuál de estas condiciones existe.

Como se muestra en la figura 6.6, hay claras diferencias entre las condiciones de flujo laminar y turbulento. En la capa límite laminar, el movimiento del fluido es altamente ordenado y es posible identificar líneas de flujo a lo largo de las cuales se mueven las partículas. El movimiento del fluido a lo largo de una línea de flujo se caracteriza por los componentes de la velocidad en las direcciones x y y. Como el componente v de la velocidad está en la dirección normal a la superficie, contribuirá de manera significativa a la transferencia de momento, energía o especies a través de la capa límite. Se necesita el movimiento del fluido normal a la superficie para el crecimiento de la capa límite en la dirección x.

En cambio, el movimiento del fluido en la capa límite turbulenta es altamente irregular y se caracteriza por fluctuaciones de velocidad; éstas aumentan la transferencia

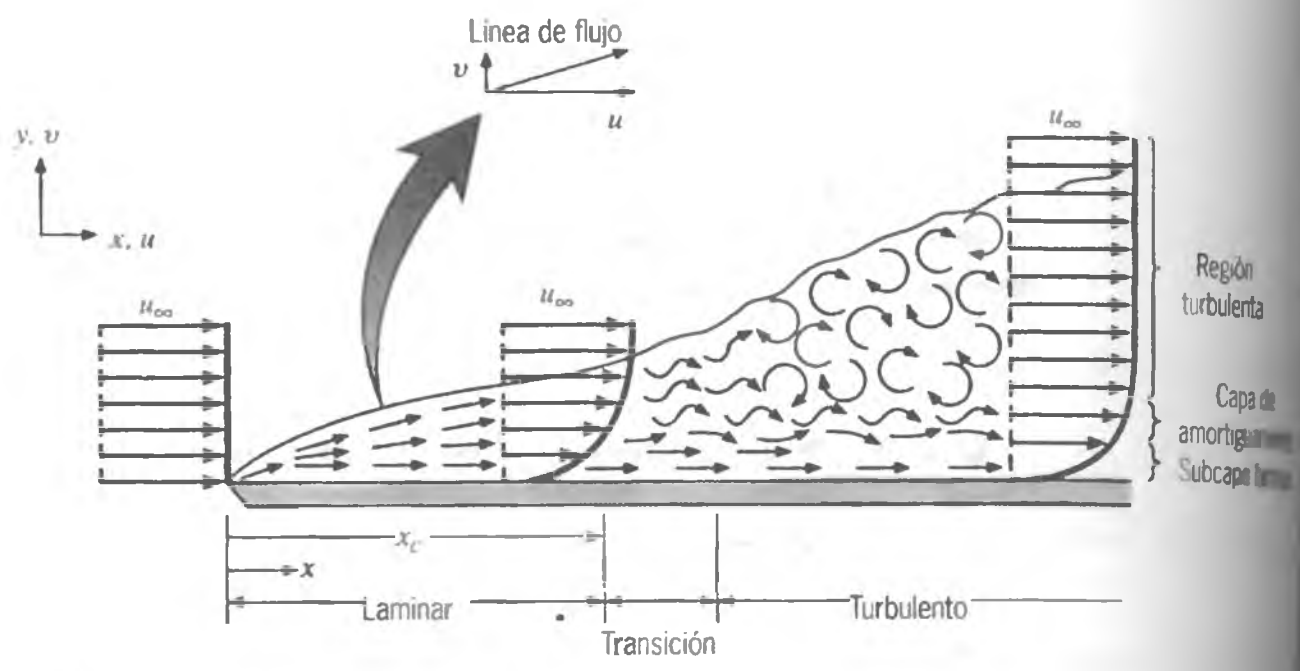


FIGURA 6.6 Desarrollo de la capa límite hidrodinámica sobre una placa plana.

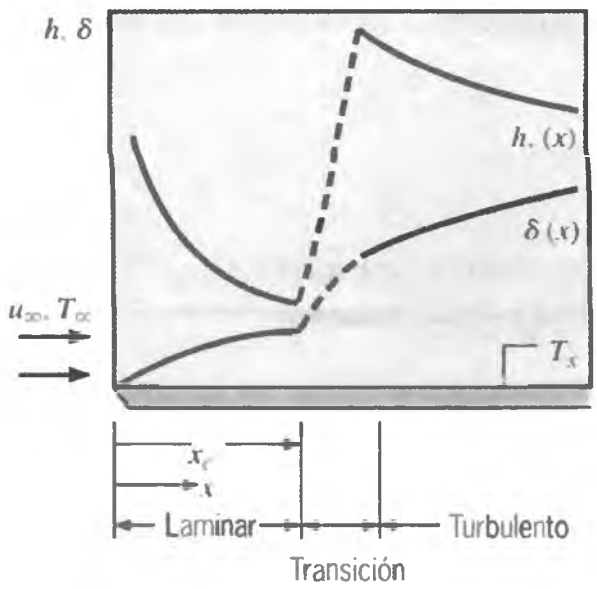


FIGURA 6.7 Variación del espesor δ de la capa límite hidrodinámica y del coeficiente local de transferencia de calor h para el flujo sobre una placa plana isotérmica.

de momento, energía y especies y, por consiguiente, aumenta la fricción de la superficie así como la transferencia por convección. La mezcla del fluido que resulta de las fluctuaciones produce espesores de la capa límite turbulenta más grandes y perfiles de la capa límite (velocidad, temperatura y concentración) más planos que en el flujo laminar.

Las condiciones anteriores se muestran de forma esquemática en la figura 6.6 para la evolución de una capa límite hidrodinámica sobre una placa plana. La capa límite es inicialmente laminar, pero a alguna distancia desde el inicio, se amplifican las pequeñas perturbaciones y comienza a ocurrir la transición a un flujo turbulento. Empiezan a producirse fluctuaciones del fluido en la *región de transición*, y la capa límite finalmente se vuelve por completo turbulenta. En la región completamente turbulenta, las condiciones se caracterizan por un movimiento tridimensional aleatorio de porciones grandes de fluido, y no es de sorprender que la transición a la turbulencia esté acompañada por aumentos significativos en los espesores de la capa límite, en el esfuerzo cortante de la pared y en los coeficientes de convección. Estos efectos se ilustran en la figura 6.7 para el espesor δ de la capa límite hidrodinámica y el coeficiente local de transferencia de calor por convección h. En la capa límite turbulenta, es posible delinear tres regiones diferentes. Por ejemplo, una *subcapa laminar* en la que el transporte está dominado por la difusión y el perfil de velocidad es casi lineal. Hay una *capa de amortiguamiento* contigua en la que la mezcla por difusión y turbulenta son comparables, y hay una *zona turbulenta* en la que el transporte está dominado por la mezcla turbulenta.

Al calcular el comportamiento de la capa límite, a menudo es razonable suponer que la transición comienza en alguna posición x_c. Esta posición se determina mediante un agrupamiento adimensional de variables llamado *número de Reynolds*,

$$Re_x \equiv \frac{\rho u_\infty x}{\mu} \tag{6.23}$$

donde la longitud característica x es la distancia desde el inicio de la superficie. El *número de Reynolds crítico* es el valor de Re_x para el que comienza la transición, y se sabe que, para el flujo sobre una placa plana, varía de 10^5 a 3×10^6, dependiendo de la aspereza de la superficie y del nivel de turbulencia del flujo libre. A menudo se supone un valor representativo de

$$Re_{x,c} = \frac{\rho u_\infty x_c}{\mu} = 5 \times 10^5 \tag{6.24}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede del Litoral

para cálculos de la capa límite y, a menos que se señale otra cosa, se utiliza para los cálculos de este texto.

6.4 *Ecuaciones para la transferencia por convección*

Podemos mejorar nuestra comprensión de los efectos físicos que determinan el comportamiento de la capa límite e ilustrar más su relevancia para el transporte por convección mediante el desarrollo de las ecuaciones que gobiernan las condiciones de la capa límite. Considere la producción simultánea de las capas límite hidrodinámica, térmica y de concentración sobre la superficie de la figura 6.8. Se considera que el fluido es una mezcla binaria de las especies A y B, y que la capa límite de concentración de la especie A se origina a partir de una diferencia entre las concentraciones en el flujo libre y en la superficie ($C_{A,\infty} \neq C_{A,s}$). La selección de los espesores relativos ($\delta_t > \delta_c >$ es arbitraria, por el momento, y los factores que influyen en la producción de la capa límite relativa se tratan más adelante en este capítulo. Para simplificar el desarrollo suponemos condiciones de flujo estable bidimensional para las que x está en la dirección a lo largo de la superficie y y es normal a la superficie. Para cada una de las capas límite, identificaremos los procesos físicos relevantes y aplicaremos las leyes de conservación apropiadas para volúmenes de control de tamaño infinitesimal. La extensión de este desarrollo a flujos tridimensionales puede hacerse fácilmente [2, 3].

6.4.1 Capa límite de velocidad o hidrodinámica

Una ley de conservación pertinente para la capa límite de velocidad o hidrodinámica es que la materia no se puede crear ni destruir. Enunciada en el contexto del volumen de control diferencial de la figura 6.9, esta ley requiere que, para el flujo estable, *la velocidad neta a la que la masa atraviesa al volumen de control* (flujo de entrada-flujo de salida) *tiene que ser igual a cero*. La masa entra y sale del volumen de control exclusivamente a través del movimiento global del fluido. El transporte debido a este

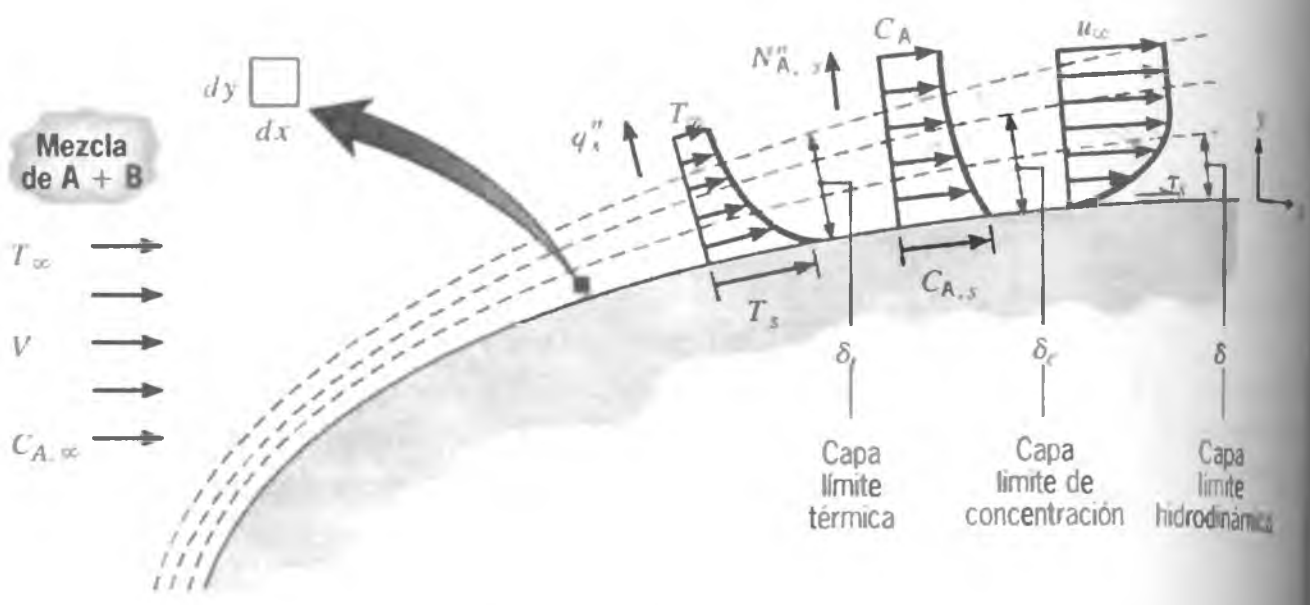


FIGURA 6.8 Producción de las capas límite de velocidad, térmica y de concentración para una superficie arbitraria.

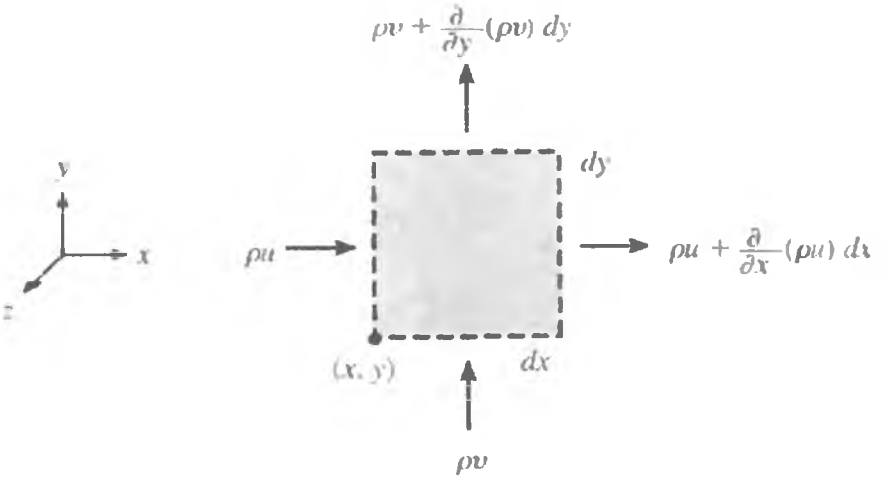


FIGURA 6.9 Volumen de control diferencial ($dx \cdot dy \cdot 1$) para conservación de la masa en la capa límite hidrodinámica bidimensional.

miento a menudo se denomina *advección*. Si una esquina del volumen de control se localiza en (x, y), la velocidad a la que entra la masa al volumen de control a través de la superficie perpendicular a x se expresa como $(\rho u)\, dy$, donde ρ es la densidad total de masa ($\rho = \rho_A + \rho_B$) y u es el componente x de la *velocidad de masa promedio*. El volumen de control tiene profundidad unitaria en la dirección z. Como ρ y u varían con x, la velocidad a la que la masa sale de la superficie en $x + dx$ se expresa mediante una expansión en serie de Taylor de la forma

$$\left[(\rho u) + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\, dx\right] dy$$

Con el uso de un resultado similar para la dirección y, el requerimiento de la conservación de la masa se convierte en

$$(\rho u)\, dy + (\rho v)\, dx - \left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\, dx\right] dy - \left[\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y}\, dy\right] dx = 0$$

Al cancelar términos y dividir entre $dx\, dy$, obtenemos

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \tag{6.25}$$

La ecuación 6.25, *ecuación de continuidad*, es una expresión general del requerimiento de conservación de la masa *global*, y debe satisfacerse en todo punto en la capa límite de velocidad o hidrodinámica. La ecuación se aplica a un fluido de una sola especie, así como también para mezclas en las que pueden estar teniendo lugar la difusión de especies y las reacciones químicas.

La segunda ley fundamental pertinente a la capa límite de velocidad es la *segunda ley del movimiento de Newton*. Para un volumen de control diferencial en la capa límite de velocidad, este requisito establece que la suma de todas las fuerzas que actúan sobre el volumen de control debe ser igual a la velocidad neta a la que fluye el momento a través del volumen de control (flujo de salida/flujo de entrada).

Dos tipos de fuerzas actúan sobre el fluido en la capa límite: *fuerzas de cuerpo*, que son proporcionales al volumen, y *fuerzas superficiales*, que son proporcionales al área. Los campos gravitacional, centrífugo, magnético y/o eléctrico contribuyen a la fuerza total de cuerpo, y designamos las componentes x y y de esta fuerza por unidad de volumen de fluido como X y Y, respectivamente. Las fuerzas superficiales F_s se deben a la presión estática del fluido así como al *esfuerzo viscoso*. En cualquier punto de

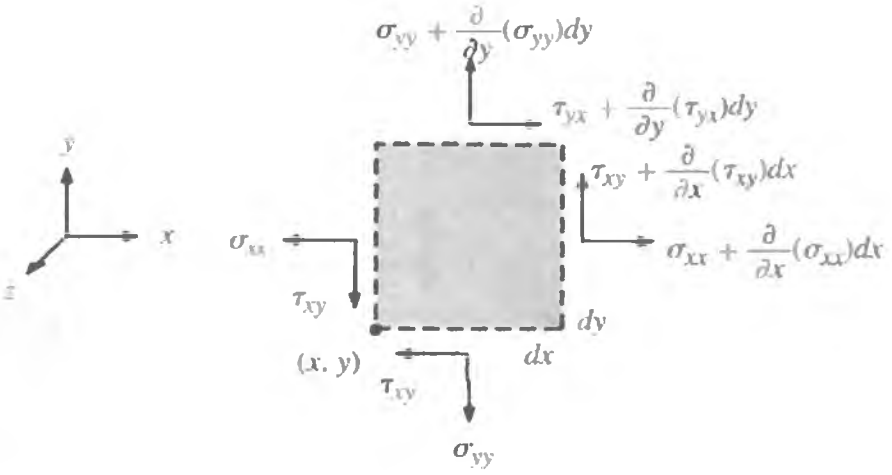


FIGURA 6.10 Esfuerzos normal y cortante para un volumen de control ($dx \cdot dy \cdot 1$) en la capa límite hidrodinámica bidimensional.

la capa límite, el esfuerzo viscoso (una fuerza por unidad de área) se descompone en dos componentes perpendiculares, que incluyen un *esfuerzo normal* σ_{ij} y un esfuerzo cortante τ_{ij} (figura 6.10).

Se utiliza una notación de doble subíndice para especificar los componentes del esfuerzo. El primer subíndice indica la orientación de la superficie al proporcionar la dirección de su normal hacia afuera, y el segundo señala la dirección del componente de la fuerza. En consecuencia, para la superficie x de la figura 6.10, el esfuerzo normal σ_{xx} corresponde a un componente de la fuerza normal a la superficie, y el esfuerzo cortante τ_{xy}, a una fuerza en la dirección y a lo largo de la superficie. Todos los componentes de esfuerzo que se muestran son positivos en el sentido de que *tanto* la normal a la superficie *como* el componente de la fuerza están en la misma dirección. Es decir, ambos están en la dirección coordenada positiva o en la dirección coordenada negativa. Mediante esta convención los esfuerzos viscosos normales son esfuerzos de *tracción*. En cambio, la presión estática se origina a partir de una fuerza externa que actúa sobre el fluido en el volumen de control y es, por tanto, un esfuerzo de *compresión*.

Hay que señalar varias características del esfuerzo viscoso. La fuerza asociada surge entre los elementos contiguos de fluido y es una consecuencia natural del movimiento del fluido y la viscosidad. Por tanto, se supone que las fuerzas superficiales de la figura 6.10 actúan sobre el fluido dentro del volumen de control y se atribuyen a su interacción con el fluido de los alrededores. Estos esfuerzos desaparecerían si la velocidad del fluido, o el gradiente de velocidad, se hicieran cero. En lo que respecta a los esfuerzos viscosos normales (σ_{xx} y σ_{yy}) no deben confundirse con la presión estática, que no desaparece cuando la velocidad es cero.

Cada uno de los esfuerzos cambia de forma continua en cada una de las direcciones coordenadas. Con una expansión en serie de Taylor para los esfuerzos, la fuerza superficial *neta* para cada una de las dos direcciones se expresa como

$$F_{s,x} = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) dx\, dy \tag{6.}$$

$$F_{s,y} = \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y} \right) dx\, dy \tag{6.}$$

Para aplicar la segunda ley de Newton, también deben evaluarse los flujos de momento del fluido a través del volumen de control. Si nos concentramos en la dirección x, los flujos relevantes son como se muestra en la figura 6.11. El flujo de masa en cada una de las dos direcciones hace una contribución al flujo de momento x total. Por ejemplo, el flujo de masa a través de la superficie x (en el plano y–z) es (ρu), y el flujo de momento

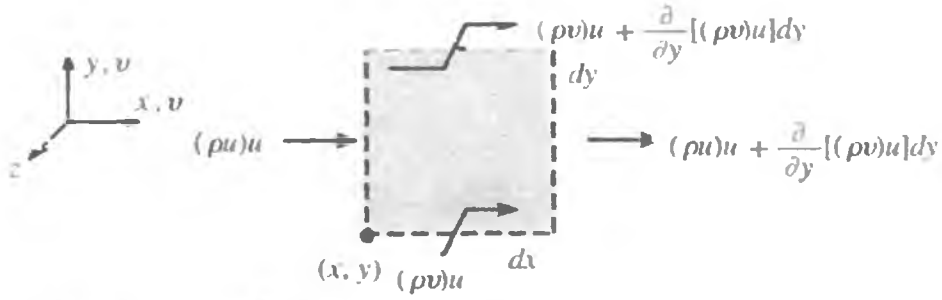


FIGURA 6.11 Flujos de momento para un control de volumen diferencial ($dx \cdot dy \cdot 1$) en la capa límite hidrodinámica bidimensional.

x correspondiente es $(\rho u)u$. De forma similar, el flujo de momento x debido al flujo de masa a través de la superficie y (en el plano x–z) es $(\rho v)u$. Estos flujos pueden cambiar en cada una de las direcciones coordenadas, y la velocidad *neta* a la que el momento x atraviesa el volumen de control es

$$\frac{\partial[(\rho u)u]}{\partial x}\,dx(dy) + \frac{\partial[(\rho v)u]}{\partial y}\,dy(dx)$$

Al igualar la velocidad de cambio del momento x del fluido con la suma de las fuerzas en la dirección x, obtenemos

$$\frac{\partial[(\rho u)u]}{\partial x} + \frac{\partial[(\rho v)u]}{\partial y} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + X \tag{6.28}$$

Esta expresión se acomoda en una forma más conveniente mediante la expansión de las derivadas del lado izquierdo y sustituyendo de la ecuación de continuidad, ecuación 6.25, lo que da

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial x}(\sigma_{xx} - p) + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + X \tag{6.29}$$

Se obtiene una expresión similar para la dirección y y es de la forma

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}(\sigma_{yy} - p) + Y \tag{6.30}$$

No hay que perder de vista la física representada por las ecuaciones 6.29 y 6.30. Los dos términos en el lado izquierdo de cada ecuación representan la velocidad *neta* de flujo de momento del volumen de control. Los términos del lado derecho explican la fuerza neta de viscosidad debida a la presión, así como la fuerza de cuerpo. Estas ecuaciones deben satisfacerse en cada punto de la capa límite, y con la ecuación 6.25 se resuelven para el campo de velocidades.

Antes de obtener una solución para las ecuaciones precedentes, es necesario relacionar los esfuerzos viscosos con las otras variables de flujo. Estos esfuerzos están asociados con la deformación del fluido y son una función de la viscosidad del fluido y de los gradientes de velocidad. De la figura 6.12 se deduce que un *esfuerzo normal* debe producir una *deformación lineal* del fluido, mientras que un *esfuerzo cortante* produce una *deformación angular*. Además, la magnitud de un esfuerzo es proporcional a la *velocidad* a la que ocurre la deformación. La velocidad de deformación está relacionada, a su vez, con la viscosidad del fluido y con los gradientes de velocidad en el flujo. Para

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

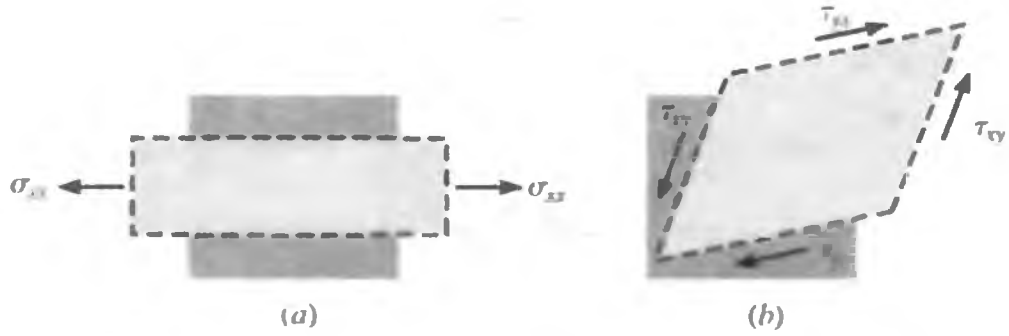


Figura 6.12 Deformación de un elemento de fluido debido a esfuerzos viscosos. (*a*) Deformación lineal debido a un esfuerzo normal. (*b*) Deformación angular debida a esfuerzos cortantes.

un *fluido newtoniano*,[3] los esfuerzos son proporcionales a los gradientes de velocidad, donde la constante de proporcionalidad es la viscosidad del fluido. Sin embargo, debido a su complejidad, el desarrollo de las relaciones específicas se deja a las diferentes publicaciones [2], y nos limitamos a la presentación de los resultados. En particular, se muestra que

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{6.31}$$

$$\sigma_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{6.32}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \tag{6.33}$$

Al sustituir las ecuaciones 6.31 a 6.33 en las ecuaciones 6.29 y 6.30, las ecuaciones de los momentos x y y se convierten en

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left\{\mu\left[2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right]\right\} + \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] + X \tag{6.34}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}\left\{\mu\left[2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right]\right\} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] + Y \tag{6.35}$$

Las ecuaciones 6.25, 6.34 y 6.35 proporcionan una representación completa de las condiciones en una capa límite hidrodinámica bidimensional, y el campo de velocidades en la capa límite se determina resolviendo estas ecuaciones. Una vez que se conoce

[3] En un fluido newtoniano el esfuerzo cortante es linealmente proporcional a la rapidez de deformación angular. Todos los fluidos de interés en este texto son newtonianos.

campo de velocidad, es fácil obtener el esfuerzo cortante de la pared τ_s a partir de la ecuación 6.15.

6.4.2 Capa límite térmica

Para aplicar el requerimiento de conservación de la energía (ecuación 1.11a) a un volumen de control diferencial en la capa límite térmica (figura 6.13), primero es necesario delinear los procesos físicos relevantes. La energía por unidad de masa del fluido incluye la energía térmica interna e y la energía cinética $V^2/2$, donde $V^2 \equiv u^2 + v^2$. En consecuencia, las energías térmica y cinética se transportan por advección con el movimiento *global del fluido* a través de las superficies de control, y para la dirección x, la velocidad *neta* a la que esta energía *ingresa* en el volumen de control es

$$\dot{E}_{\text{adv},x} - \dot{E}_{\text{adv},x+dx} \equiv \rho u\left(e + \frac{V^2}{2}\right) dy - \left\{\rho u\left(e + \frac{V^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left[\rho u\left(e + \frac{V^2}{2}\right)\right] dx\right\} dy$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho u\left(e + \frac{V^2}{2}\right)\right] dx\, dy \tag{6.36}$$

La energía también se transfiere a través de la superficie de control mediante *procesos moleculares*. Habrá dos contribuciones: la que se debe a la *conducción* y la transferencia de energía debida a la *difusión* de las *especies* A y B. Sin embargo, sólo en capas límite que reaccionan químicamente, la difusión de especies influye fuertemente en las condiciones térmicas. Por ello, el efecto no se toma en cuenta en este desarrollo. Para el proceso de conducción, la transferencia *neta* de energía en el volumen de control es

$$\dot{E}_{\text{cond},x} - \dot{E}_{\text{cond},x+dx} = -\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) dy - \left[-k\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) dx\right] dy$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) dx\, dy \tag{6.37}$$

La energía también se transfiere hacia y desde el fluido en el volumen de control mediante interacciones de *trabajo* que incluyen las *fuerzas de cuerpo* y *superficiales*.

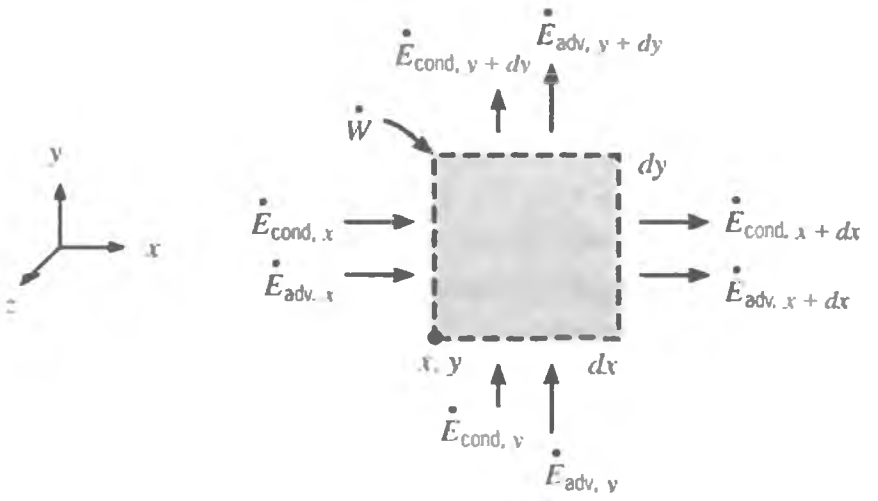


FIGURA 6.13 Volumen de control diferencial ($dx \cdot dy \cdot 1$) para la conservación de la energía en la capa límite térmica bidimensional.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

La transferencia *neta* a la que las fuerzas en la dirección x realizan trabajo *sobre* el fluido se expresa como

$$\dot{W}_{\text{net},x} = (Xu)\,dx\,dy + \frac{\partial}{\partial x}[(\sigma_{xx} - p)u]\,dx\,dy + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yx}u)\,dx\,dy \tag{6.38}$$

El primer término en el lado derecho de la ecuación 6.38 representa el trabajo ejecutado por la fuerza de cuerpo, y los términos restantes explican el trabajo *neto* realizado por las fuerzas de presión y de viscosidad.

Con las ecuaciones 6.36 a 6.38, así como las ecuaciones análogas para la dirección y, el requerimiento de conservación de la energía (ecuación 1.11*a*) se expresa como

$$\begin{aligned} &-\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho u\left(e + \frac{V^2}{2}\right)\right] - \frac{\partial}{\partial y}\left[\rho v\left(e + \frac{V^2}{2}\right)\right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + (Xu + Yv) - \frac{\partial}{\partial x}(pu) - \frac{\partial}{\partial y}(pv) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x}(\sigma_{xx}u + \tau_{xy}v) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yx}u + \sigma_{yy}v) + \dot{q} = 0 \end{aligned} \tag{6.39}$$

donde $\dot{q}$ es la rapidez a la que se genera energía por unidad de volumen. Esta expresión proporciona una forma general del requerimiento de conservación de la energía para la capa límite térmica.

Como la ecuación 6.39 representa la conservación de las energías *cinética y térmica interna*, rara vez se usa en la solución de problemas de transferencia de calor. En su lugar, se obtiene una forma más conveniente, denominada *ecuación de energía térmica*, multiplicando las ecuaciones 6.29 y 6.30 por u y v, respectivamente, y restando los resultados de la ecuación 6.39. Después de muchas manipulaciones, se sigue que [3]

$$\rho u\frac{\partial e}{\partial x} + \rho v\frac{\partial e}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) - p\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \mu\Phi + \dot{q} \tag{6.40}$$

donde el término $p(\partial u/\partial x + \partial v/\partial y)$ representa una conversión reversible entre energía cinética y térmica, y $\mu\Phi$, la *disipación viscosa*, se define como

$$\mu\Phi \equiv \mu\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right] - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right\} \tag{6.41}$$

El primer término en el lado derecho de la ecuación 6.41 se origina de los esfuerzos cortantes viscosos, y los términos restantes surgen de los esfuerzos normales viscosos. Colectivamente, los términos explican la velocidad a la que la *energía cinética se convierte de forma irreversible a energía térmica debido a los efectos viscosos en el fluido*.

A veces es más conveniente trabajar con una formulación de la ecuación de energía térmica basada en la entalpía i del fluido, en lugar de su energía interna e. Al introducir la definición de entalpía

$$i = e + \frac{p}{\rho} \tag{6.42}$$

y sustituir de la ecuación 6.25, la ecuación 6.40 se reacomoda para que dé

$$\rho u\frac{\partial i}{\partial x} + \rho v\frac{\partial i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \left(u\frac{\partial p}{\partial x} + v\frac{\partial p}{\partial y}\right) + \mu\Phi + \dot{q} \tag{6.43}$$

Para expresar el lado izquierdo de la ecuación de energía térmica en términos de la temperatura, es necesario especificar la naturaleza de la sustancia. Si, por ejemplo, la sustancia es un *gas ideal*, $di = c_p dT$ y la ecuación 6.43 se convierte en

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \left(u\frac{\partial p}{\partial x} + v\frac{\partial p}{\partial y}\right) + \mu\Phi + \dot{q} \tag{6.44}$$

De manera alternativa, si la sustancia es *incompresible*, $c_v = c_p$ y la ecuación 6.25 se reduce a

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{6.45}$$

Con $de = c_v dT = c_p dT$, la ecuación 6.40 se reduce entonces a

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \mu\Phi + \dot{q} \tag{6.46}$$

6.4.3 Capa límite de concentración

Dado que consideramos una mezcla binaria en la que hay gradientes de concentración de especies (figura 6.8), habrá un transporte *relativo* de las especies, y debe satisfacerse la *conservación de las especies* en cada punto de la capa límite de concentración. La forma adecuada de la ecuación de conservación se obtiene identificando los procesos que afectan al *transporte* y *generación* de la especie A para un volumen diferencial de control en la capa límite.

Considere el volumen de control de la figura 6.14. La especie A se transporta por *advección* (con la velocidad media de la mezcla) y por *difusión* (relativa al movimiento medio) en cada una de las direcciones coordenadas. La concentración también se ve

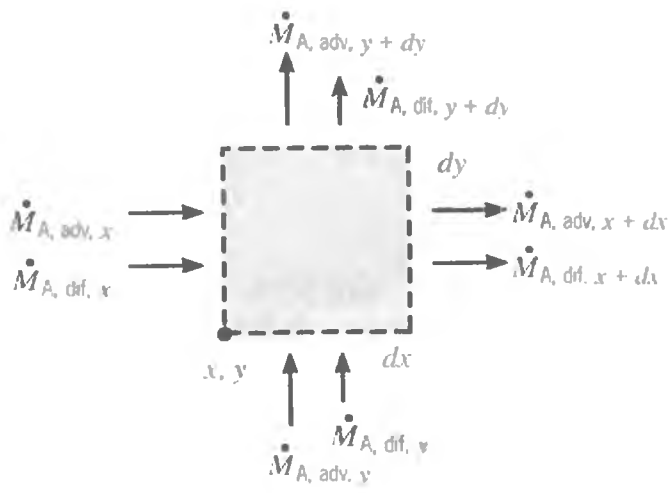


FIGURA 6.14 Volumen de control diferencial ($dx \cdot dy \cdot 1$) para la conservación de especies en la capa límite de concentración bidimensional.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

afectada por las reacciones químicas, y designamos la rapidez a la que se genera la masa de la especie A por unidad de volumen debida a tales reacciones como $\dot{n}_A$.

La velocidad *neta* a la que la especie A *ingresa* en el volumen de control debido a la *advección* en la dirección x es

$$\dot{M}_{A,\,adv,\,x} - \dot{M}_{A,\,adv,\,x+dx} = (\rho_A u)\,dy - \left[(\rho_A u) + \frac{\partial(\rho_A u)}{\partial x}dx\right]dy$$

$$= -\frac{\partial(\rho_A u)}{\partial x}dx\,dy \tag{6.47}$$

De manera similar, al suponer un fluido incompresible (ρ constante) y usar la ley de Fick (ecuación 6.21) para evaluar el flujo de difusión, la velocidad *neta* a la que la especie A *ingresa* en el volumen de control debido a la *difusión* en la dirección x es

$$\dot{M}_{A,\,dif,\,x} - \dot{M}_{A,\,dif,\,x+dx} = \left(-D_{AB}\frac{\partial\rho_A}{\partial x}\right)dy - \left[\left(-D_{AB}\frac{\partial\rho_A}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(-D_{AB}\frac{\partial\rho_A}{\partial x}\right)dx\right]dy = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_{AB}\frac{\partial\rho_A}{\partial x}\right)dx\,dy \tag{6.48}$$

Hay expresiones similares a las ecuaciones 6.47 y 6.48 para la dirección y.

Con referencia a la figura 6.14, el requerimiento de conservación de las especies es

$$\dot{M}_{A,\,adv,\,x} - \dot{M}_{A,\,adv,\,x+dx} + \dot{M}_{A,\,adv,\,y} - \dot{M}_{A,\,adv,\,y+dy} + \dot{M}_{A,\,dif,\,x} - \dot{M}_{A,\,dif,\,x+dx} + \dot{M}_{A,\,dif,\,y} - \dot{M}_{A,\,dif,\,y+dy} + \dot{M}_{A,\,g} = 0 \tag{6.49}$$

Al sustituir de las ecuaciones 6.47 y 6.48, así como de las formas similares para la dirección y, se sigue que

$$\frac{\partial(\rho_A u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_A v)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_{AB}\frac{\partial\rho_A}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_{AB}\frac{\partial\rho_A}{\partial y}\right) + \dot{n}_A \tag{6.50}$$

Una forma más útil de esta ecuación se obtiene al expandir los términos del lado izquierdo y sustituir de la ecuación global de continuidad (6.25). Si la densidad de masa total ρ se supone constante, la ecuación 6.50 se reduce a

$$u\frac{\partial\rho_A}{\partial x} + v\frac{\partial\rho_A}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_{AB}\frac{\partial\rho_A}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_{AB}\frac{\partial\rho_A}{\partial y}\right) + \dot{n}_A \tag{6.51}$$

o en forma molar

$$u\frac{\partial C_A}{\partial x} + v\frac{\partial C_A}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial y}\right) + \dot{N}_A \tag{6.52}$$

Ejemplo 6.4

Una de las pocas situaciones en la que es posible obtener soluciones *exactas* para las ecuaciones de transferencia por convección incluye lo que se denomina *flujo paralelo*. En este caso el movimiento del fluido es sólo en una dirección. Considere un caso especial de flujo paralelo que incluye una placa estacionaria y una móvil de extensión

finita separadas por una distancia L, con el espacio de en medio lleno con un fluido incompresible. Esta situación se denomina flujo de Couette y ocurre, por ejemplo, en una chumacera.

1. ¿Cuál es la forma apropiada de la ecuación de continuidad (ecuación 6.25)?
2. Comenzando con la ecuación de momento (ecuación 6.34), determine la distribución de velocidades entre las placas.
3. Comenzando con la ecuación de energía (ecuación 6.46), determine la distribución de temperaturas entre las placas.
4. Considere condiciones en las que el fluido es aceite de motor con $L = 3$ mm. La velocidad de la placa móvil es $U = 10$ m/s, y las temperaturas de las placas estacionaria y móvil son $T_0 = 10°C$ y $T_L = 30°C$, respectivamente. Calcule el flujo de calor para cada una de las placas y determine la temperatura máxima en el aceite.

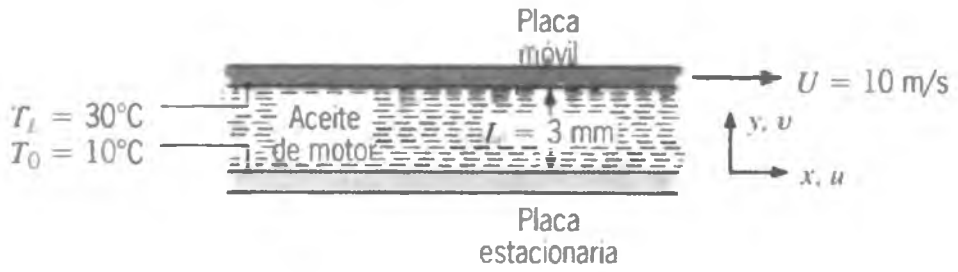
SOLUCIÓN

Se conoce: Flujo de Couette con transferencia de calor.

Encontrar:

1. La forma de la ecuación de continuidad.
2. Distribución de la velocidad.
3. Distribución de temperaturas.
4. Flujos de calor superficiales y temperatura máxima para las condiciones establecidas.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Flujo bidimensional (sin variaciones en z).
3. Fluido incompresible con propiedades constantes.
4. No hay fuerzas de cuerpo.
5. No hay generación interna de energía.

Propiedades: Tabla A.8, aceite de motor (20°C): $\rho = 888.2$ kg/m^3, $k = 0.145$ W/m · K, $\upsilon = 900 \times 10^{-6}$ m^2/s, $\mu = \upsilon\rho = 0.799$ N · s/m^2.

Análisis:

1. Para un fluido incompresible (ρ constante) y flujo paralelo ($v = 0$), la ecuación 6.25 se reduce a

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad \triangleleft$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

La implicación importante de este resultado es que, aunque depende de y, el componente x de la velocidad u es independiente de x. Se dice entonces que el campo de velocidad está *desarrollado por completo*.

2. Para condiciones de estado estable bidimensionales con $v = 0$, $(\partial u/\partial x) = 0$ y $\dot{q} = 0$, la ecuación 6.34 se reduce a

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

Sin embargo, en el flujo de Couette, el movimiento de un fluido se mantiene no por el gradiente de presión, $\partial p/\partial x$, sino por una fuerza externa que proporciona el movimiento de la placa superior con relación a la placa inferior. De aquí $(\partial p/\partial x) = 0$. En consecuencia, con viscosidad constante, la ecuación de momento x se reduce a

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

La distribución de velocidad que se desea se obtiene resolviendo esta ecuación. Al integrar dos veces, obtenemos

$$u(y) = C_1 y + C_2$$

donde C_1 y C_2 son las constantes de integración. Al aplicar las condiciones de frontera

$$u(0) = 0 \qquad u(L) = U$$

se sigue que $C_2 = 0$ y $C_1 = U/L$. La distribución de velocidad es entonces

$$u(y) = \frac{y}{L} U$$

3. La ecuación de energía (6.46) se simplifica para las condiciones establecidas en particular para condiciones de estado estable bidimensionales con $v = 0$, $(\partial u/\partial x) = 0$ y $\dot{q} = 0$, se sigue que

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

Sin embargo, como las placas superior e inferior están a temperatura uniforme, el campo de temperaturas también debe estar desarrollado por completo, en cuyo caso $(\partial T/\partial x) = 0$. Para conductividad térmica constante la forma apropiada de la ecuación de energía es, entonces,

$$0 = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

La distribución de temperaturas deseada se obtiene resolviendo esta ecuación, reacomodar y sustituir para la distribución de velocidades.

$$k \frac{d^2 T}{dy^2} = -\mu\left(\frac{du}{dy}\right)^2 = -\mu\left(\frac{U}{L}\right)^2$$

Al integrar dos veces, obtenemos

$$T(y) = -\frac{\mu}{2k}\left(\frac{U}{L}\right)^2 y^2 + C_3 y + C_4$$

Las constantes de integración se obtienen de las condiciones de frontera

$$T(0) = T_0 \qquad T(L) = T_L$$

en cuyo caso

$$C_4 = T_0 \qquad y \qquad C_3 = \frac{T_L - T_0}{L} + \frac{\mu}{2k}\frac{U^2}{L}$$

y

$$T(y) = T_0 + \frac{\mu}{2k}U^2\left[\frac{y}{L} - \left(\frac{y}{L}\right)^2\right] + (T_L - T_0)\frac{y}{L} \qquad \triangleleft$$

4. Conociendo la distribución de temperaturas, los flujos de calor de la superficie se obtienen al aplicar la ley de Fourier. De aquí

$$q_y'' = -k\frac{dT}{dy} = -k\left[\frac{\mu}{2k}U^2\left(\frac{1}{L} - \frac{2y}{L^2}\right) + \frac{T_L - T_0}{L}\right]$$

En las superficies inferior y superior, respectivamente, se sigue que

$$q_0'' = -\frac{\mu U^2}{2L} - \frac{k}{L}(T_L - T_0) \qquad y \qquad q_L'' = +\frac{\mu U^2}{2L} - \frac{k}{L}(T_L - T_0)$$

En consecuencia, para los valores numéricos establecidos,

$$q_0'' = -\frac{0.799\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2 \times 100\ \text{m}^2/\text{s}^2}{2 \times 3 \times 10^{-3}\ \text{m}} - \frac{0.145\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{3 \times 10^{-3}\ \text{m}}(30 - 10)^\circ\text{C}$$

$$q_0'' = -13{,}315\ \text{W/m}^2 - 967\ \text{W/m}^2 = -14.3\ \text{kW/m}^2 \qquad \triangleleft$$

$$q_L'' = +13{,}315\ \text{W/m}^2 - 967\ \text{W/m}^2 = 12.3\ \text{kW/m}^2 \qquad \triangleleft$$

La posición de la temperatura máxima en el aceite puede derivarse del requerimiento de que

$$\frac{dT}{dy} = \frac{\mu}{2k}U^2\left(\frac{1}{L} - \frac{2y}{L^2}\right) + \frac{T_L - T_0}{L} = 0$$

Al resolver para y se sigue que

$$y_{\text{máx}} = \left[\frac{k}{\mu U^2}(T_L - T_0) + \frac{1}{2}\right]L$$

o para las condiciones establecidas

$$y_{\text{máx}} = \left[\frac{0.145\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{0.799\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2 \times 100\ \text{m}^2/\text{s}^2}(30 - 10)^\circ\text{C} + \frac{1}{2}\right]L = 0.536L$$

Al sustituir el valor de $y_{\text{máx}}$ en la expresión para $T(y)$ se sigue que

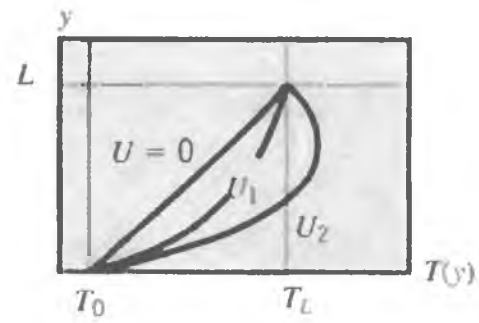
$$T_{\text{máx}} = 89.3^\circ\text{C} \qquad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Dado el fuerte efecto de la disipación viscosa para las condiciones establecidas, la temperatura máxima ocurre en el aceite y hay transferencia de calor a la placa ca-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del Litoral

liente, así como a la fría. La distribución de temperaturas es una función de la velocidad de la placa que se mueve, y el efecto se muestra a continuación en forma esquemática.



Para velocidades menores que U_1, la temperatura máxima corresponde a la de la placa caliente; para $U = 0$ no hay disipación viscosa, y la distribución de temperaturas es lineal.

2. Reconozca que las propiedades se evaluaron en $\bar{T} = (T_L + T_0)/2 = 20°C$, que no es una buena medida de la temperatura promedio del aceite. Para cálculos más precisos, las propiedades deben evaluarse en un valor más apropiado de la temperatura promedio (por ejemplo, $\bar{T} \approx 55°C$), y los cálculos deben repetirse.

6.5 *Aproximaciones y condiciones especiales*

Las ecuaciones de la sección anterior proporcionan una explicación completa de los procesos físicos que influyen en las condiciones de las capas límite hidrodinámica, térmica y de concentración estables bidimensionales. Sin embargo, es rara la situación en que necesite considerarse la totalidad de los términos, y es normal trabajar con formas simplificadas de las ecuaciones. La situación usual es aquella en que la capa límite se caracteriza como: *incompresible* (ρ es constante), con *propiedades constantes* (k, μ, etc.) y *fuerzas de cuerpo insignificantes* ($X = Y = 0$), *no reactivas* ($\dot{n}_A = 0$) y *sin generación de energía* ($\dot{q} = 0$).

Es posible llevar a cabo simplificaciones adicionales recordando lo que se conoce como *aproximaciones de capa límite*. Como los espesores de la capa límite normalmente son muy pequeños, se sabe que se aplican las siguientes desigualdades:

$$\left.\begin{aligned} u &\gg v \\ \frac{\partial u}{\partial y} &\gg \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned}\right] \quad \text{Capa límite de velocidad o hidrodinámica}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y} \gg \frac{\partial T}{\partial x}\right] \quad \text{Capa límite térmica}$$

$$\left.\frac{\partial C_A}{\partial y} \gg \frac{\partial C_A}{\partial x}\right] \quad \text{Capa límite de concentración}$$

Es decir, el componente de velocidad en dirección a lo largo de la superficie es mucho mayor que el de la normal a la superficie, y los gradientes normales a la superficie son mucho más grandes que los gradientes a lo largo de la superficie. Los esfuerzos normales dados por las ecuaciones 6.31 y 6.32 son entonces insignificantes, y el único componente relevante del esfuerzo cortante de la ecuación 6.33 se reduce a

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{6.53}$$

Además, las transferencias por conducción y difusión de especies para la dirección y son mucho mayores que las de la dirección x.

Hay que dar atención especial al efecto de la transferencia de especies sobre la capa límite. Recuerde que la producción de la capa límite de velocidad se caracteriza generalmente por la existencia de velocidad de fluido cero *en la superficie*. Esta condición pertenece al componente v de la velocidad normal a la superficie, así como al componente v de la velocidad a lo largo de la superficie. Sin embargo, si hay transferencia de masa simultánea hacia o desde la superficie, es evidente que v ya no puede ser cero en la superficie. No obstante, para los problemas de transferencia de masa de interés en este texto, será razonable suponer que $v = 0$, lo que es equivalente a suponer que la transferencia de masa tiene un efecto insignificante sobre la capa límite hidrodinámica. La suposición es razonable para problemas que implican evaporación o sublimación de interfaces gas-líquido o gas-sólido, respectivamente. No es razonable, sin embargo, para problemas de *enfriamiento por transferencia de masa* que implican transferencia de masa de superficies grandes [4]. Además, notamos que, con transferencia de masa, el fluido de la capa límite es una mezcla binaria de las especias A y B, y sus propiedades deben ser las de la mezcla. Sin embargo, en todos los problemas de interés $C_A \ll C_B$, y es razonable suponer que las propiedades de la capa límite (como k, μ, c_p, etc.) son las de la especie B.

Con las simplificaciones y aproximaciones anteriores, la ecuación de continuidad global (6.25) y la ecuación del momento x (6.34) se reducen a

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{6.54}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{6.55}$$

Además, a partir de un análisis del orden de magnitud que usa las aproximaciones de la capa límite de velocidad [2], se muestra que la ecuación del momento y (6.35) se reduce a

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \tag{6.56}$$

Es decir, la *presión no varía en la dirección normal a la superficie*. Por ello la presión en la capa límite depende sólo de x y es igual a la presión en el flujo libre fuera de la capa límite. La forma de $p(x)$, que depende de la geometría de la superficie, se obtiene entonces a partir de una consideración separada de las condiciones de flujo en el flujo

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

libre. De aquí, en lo que toca a la ecuación 6.55, $(\partial p/\partial x) = (dp/dx)$, y el gradiente de presión se trata como una cantidad conocida.

Con las simplificaciones anteriores, la ecuación de energía (6.46) se reduce a

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{v}{c_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \tag{6.57}$$

y la ecuación de continuidad de especies (6.52) se convierte en

$$u\frac{\partial C_A}{\partial x} + v\frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB}\frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \tag{6.58}$$

Advierta que el último término del lado derecho de la ecuación 6.57 es lo que queda de la disipación viscosa, ecuación 6.41. En la mayor parte de las situaciones, este término se deja de lado en relación con los que explican la advección (lado izquierdo de la ecuación) y la conducción (primer término del lado derecho). De hecho, es sólo para flujos sónicos o para el movimiento de alta velocidad de aceites lubricantes que la disipación viscosa no se puede dejar de lado.

Las ecuaciones 6.54, 6.55 y 6.58 se resuelven para determinar las variaciones espaciales de u, v, T y C_A en las diferentes capas límite. Para un flujo incompresible de propiedades constantes, las ecuaciones 6.54 y 6.55 están *desacopladas* de 6.57 y 6.58. Es decir, las ecuaciones 6.54 y 6.55 se resuelven para el *campo de velocidad*, $u(x, y)$ y $v(x, y)$, para excluir las ecuaciones 6.57 y 6.58. Del conocimiento de $u(x, y)$, se evalúa el gradiente de velocidad $(\partial u/\partial y)_{y=0}$, y el esfuerzo cortante en la pared se obtiene de la ecuación 6.15. En cambio, a través de la aparición de u y v en las ecuaciones 6.57 y 6.58, la temperatura y la concentración de especies están *acopladas* con el campo de velocidad. Por ello deben conocerse las ecuaciones 6.57 y 6.58 antes de que $u(x, y)$ y $v(x, y)$ se resuelvan para $T(x, y)$ y $C_A(x, y)$. Una vez que se obtienen $T(x, y)$ y $C_A(x, y)$ de tales soluciones, se determinan los coeficientes de transferencia de calor por convección y de transferencia de masa a partir de las ecuaciones 6.17 y 6.20, respectivamente. Se sigue que estos coeficientes dependen en gran medida del campo de velocidad.

Como las soluciones de la capa límite por lo general implican matemáticas más allá del alcance de este libro, nuestro tratamiento al respecto se restringirá al análisis del flujo paralelo sobre una placa plana isotérmica (sección 7.2 y apéndice E). Sin embargo, en textos avanzados de convección [5–7] se discuten otras soluciones analíticas y se obtienen soluciones detalladas de la capa límite mediante el uso de técnicas numéricas (diferencias finitas o elemento finito) [8].

No sólo desarrollamos las ecuaciones de la capa límite con el propósito de obtener soluciones. De hecho, nos motivaron principalmente otras dos consideraciones. Una de ellas es cultivar una apreciación de los diferentes procesos físicos que ocurren en las capas límite. Estos procesos, por supuesto, afectarán la fricción de la pared, así como la transferencia de energía y especies en las capas límite. Una segunda motivación surge del hecho de que las ecuaciones sirven para identificar los *parámetros* clave de *similitud de la capa límite*, así como *analogías* importantes entre *momento*, calor y transferencia de *masa*.

6.6
Similitud de capas límite: ecuaciones de transferencia por convección normalizadas

Si examinamos las ecuaciones 6.55, 6.57 y 6.58 con más cuidado, reparamos en una fuerte similitud. De hecho, si el gradiente de presión que aparece en la ecuación 6.55 y el término de disipación viscosa de la ecuación 6.57 son insignificantes, las tres ecuaciones son de la misma forma. *Cada ecuación se caracteriza por términos de advección sobre el lado izquierdo y un término de difusión en el lado derecho.* Esta situación describe *flujos de convección forzada de baja velocidad*, que se encuentran en muchas aplicaciones de ingeniería y ocuparán gran parte de nuestra atención en este texto. Es posible desarrollar las implicaciones de esta similitud de manera racional haciendo primero *adimensionales* las ecuaciones gobernantes.

6.6.1 Parámetros de similitud de la capa límite

Las ecuaciones de la capa límite se normalizan definiendo primero variables independientes adimensionales de las formas

$$x^* \equiv \frac{x}{L} \qquad \text{y} \qquad y^* \equiv \frac{y}{L} \tag{6.59}$$

donde L es alguna *longitud característica* para la superficie de interés (por ejemplo, la longitud de una placa plana). Además, las variables dependientes adimensionales también se definen como

$$u^* \equiv \frac{u}{V} \qquad \text{y} \qquad v^* \equiv \frac{v}{V} \tag{6.60}$$

donde V es la velocidad a contracorriente de la superficie (figura 6.8), y como

$$T^* \equiv \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} \tag{6.61}$$

$$C_A^* \equiv \frac{C_A - C_{A,s}}{C_{A,\infty} - C_{A,s}} \tag{6.62}$$

Las ecuaciones 6.59 a 6.62 se sustituyen en las ecuaciones 6.55, 6.57 y 6.58 para obtener las formas adimensionales de las ecuaciones de conservación que se muestran en la tabla 6.1. Advierta que no se toma en cuenta la disipación viscosa y que $p^* \equiv (p/\rho V^2)$ es una presión adimensional. Las condiciones de frontera que se requieren para resolver las ecuaciones también se muestran en la tabla.

De la forma de las ecuaciones 6.63 a 6.65, se infieren tres *parámetros de similitud*. Los parámetros de similitud son importantes pues nos permiten aplicar los resultados obtenidos para una superficie que experimenta un conjunto de condiciones a superficies *geométricamente similares* que experimentan condiciones por completo diferentes. Estas condiciones varían, por ejemplo, con la naturaleza del fluido, la velocidad del fluido y/o con el tamaño de la superficie (determinada por L).

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Tabla 6.1 Ecuaciones de transferencia por convección y condiciones de frontera en forma adimensional

Capa límite	Ecuación de conservación	Ecuaciones de frontera: Pared	Ecuaciones de frontera: Corriente libre	Parámetros de similitud
Velocidad	$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{dp^*}{dx^*} + \frac{\nu}{VL}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$ (6.63)	$u^*(x^*, 0) = 0$ $v^*(x^*, 0) = 0$	$u^*(x^*, \infty) = \frac{u_\infty(x^*)}{V}$ (6.66)	Re_L
Térmica	$u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{\alpha}{VL}\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$ (6.64)	$T^*(x^*, 0) = 0$	$T^*(x^*, \infty) = 1$ (6.67)	Re_L, Pr
Concentración	$u^*\frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = \frac{D_{AB}}{VL}\frac{\partial^2 C_A^*}{\partial y^{*2}}$ (6.65)	$C_A^*(x^*, 0) = 0$	$C_A^*(x^*, \infty) = 1$ (6.68)	Re_L, Sc

Al comenzar con la ecuación 6.63, observamos que la cantidad ν/VL es un grupo *adimensional* cuyo recíproco se denomina número de Reynolds.

Número de Reynolds:

$$Re_L \equiv \frac{VL}{\nu} \tag{6.6}$$

De la ecuación 6.64 notamos también que el término α/VL es un grupo adimensional que se expresa como $(\nu/VL)(\alpha/\nu) = (Re_L)^{-1}(\alpha/\nu)$. La razón de las propiedades, α/ν, también es adimensional y su recíproco se denomina número de Prandtl.

Número de Prandtl:

$$Pr \equiv \frac{\nu}{\alpha} \tag{6.7}$$

Finalmente, de la ecuación de continuidad de especies, ecuación 6.65, notamos que el término D_{AB}/VL es equivalente a $(\nu/VL)(D_{AB}/\nu) = (Re_L)^{-1}(D_{AB}/\nu)$. La razón D_{AB}/ν, también adimensional y su recíproco se denomina número de Schmidt.

Número de Schmidt:

$$Sc \equiv \frac{\nu}{D_{AB}} \tag{6.7}$$

Con las ecuaciones 6.69 a 6.71 y las ecuaciones de capa límite, ecuaciones 6.63 a 6.68, y la inclusión de la forma adimensional de la ecuación de continuidad (6.54), el conjunto completo de ecuaciones de capa límite viene a ser

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \tag{6.7}$$

$$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*}=-\frac{dp^*}{dx^*}+\frac{1}{Re_L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \tag{6.73}$$

$$u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*}=\frac{1}{Re_L Pr}\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \tag{6.74}$$

$$u^*\frac{\partial C_A^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*}=\frac{1}{Re_L Sc}\frac{\partial^2 C_A^*}{\partial y^{*2}} \tag{6.75}$$

6.6.2 Forma funcional de las soluciones

Las ecuaciones anteriores son muy útiles desde el punto de vista de que indican cómo se simplifican y generalizan los resultados importantes de capa límite. La ecuación de momento (6.73) indica que, aunque las condiciones en la capa límite hidrodinámica dependen de las propiedades del fluido ρ y μ, la velocidad V y la escala de longitud L, es posible simplificar esta dependencia agrupando estas variables en la forma del número de Reynolds. Por tanto, anticipamos que la solución a la ecuación 6.73 será de la forma funcional

$$u^* = f_1\left(x^*, y^*, Re_L, \frac{dp^*}{dx^*}\right) \tag{6.76}$$

Observe que la distribución de presión $p^*(x^*)$ depende de la geometría de la superficie y se obtiene de manera independiente considerando las condiciones de flujo en el flujo libre. Por ello, la aparición de dp^*/dx^* en la ecuación 6.76 representa la influencia de la geometría en la distribución de velocidades.

De la ecuación 6.15, el esfuerzo cortante en la superficie, $y^* = 0$, se expresa como

$$\tau_s = \mu\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=0} = \left(\frac{\mu V}{L}\right)\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0}$$

y de las ecuaciones 6.14 y 6.69 se sigue que el coeficiente de fricción es

$$C_f = \frac{\tau_s}{\rho V^2/2} = \frac{2}{Re_L}\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} \tag{6.77}$$

De la ecuación 6.76 también sabemos que

$$\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} = f_2\left(x^*, Re_L, \frac{dp^*}{dx^*}\right)$$

Así, *para una geometría establecida*, la ecuación 6.77 se expresa como

$$C_f = \frac{2}{Re_L} f_2(x^*, Re_L) \tag{6.78}$$

La importancia de este resultado no debe pasarse por alto. La ecuación 6.78 afirma que el coeficiente de fricción, parámetro adimensional de importancia considerable para el ingeniero, se expresa exclusivamente en términos de una coordenada espacial adi-

mensional y del número de Reynolds. Por consiguiente, para una geometría establecida esperamos que la función que relaciona C_f con x^* y Re_L se aplique *universalmente*. Es decir, esperamos que se aplique a diferentes fluidos y sobre un amplio intervalo de valores de V y L.

Resultados similares se obtienen para los coeficientes de convección de calor y de transferencia de masa. De manera intuitiva, es posible anticipar que h depende de las propiedades del fluido (k, c_p, μ, y ρ), la velocidad del fluido V, la escala de longitud l y la geometría de la superficie. Sin embargo, la ecuación 6.74 sugiere la manera en la que se simplifica esta dependencia. En particular, la solución a esta ecuación se expresa en la forma

$$T^* = f_3\left(x^*, y^*, Re_L, Pr, \frac{dp^*}{dx^*}\right) \tag{6.79}$$

donde la dependencia respecto a dp^*/dx^* se origina de la influencia del movimiento del fluido (u^* y v^*) sobre las condiciones térmicas. Una vez más el término dp^*/dx^* representa el efecto de la geometría de la superficie. De la definición del coeficiente de convección, ecuación 6.17, y de las variables adimensionales, ecuaciones 6.59 y 6.61, también obtenemos

$$h = -\frac{k_f}{L}\frac{(T_\infty - T_s)}{(T_s - T_\infty)}\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} = +\frac{k_f}{L}\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0}$$

Esta expresión implica definir un parámetro adimensional dependiente que se denomina número de Nusselt.

Número de Nusselt:

$$Nu \equiv \frac{hL}{k_f} = +\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} \tag{6.80}$$

Este parámetro es igual al gradiente de temperatura adimensional en la superficie y proporciona una medida de la transferencia de calor por convección que ocurre en la superficie. De la ecuación 6.79 se sigue que, *para una geometría establecida*,

$$Nu = f_4(x^*, Re_L, Pr) \tag{6.81}$$

El número de Nusselt es para la capa límite térmica lo que el coeficiente de fricción es a la capa límite de velocidad. La ecuación 6.81 implica que para una geometría dada, el número de Nusselt debe ser alguna *función universal de* x^*, Re_L y Pr. Si se conociera esta función, serviría para calcular el valor de Nu para diferentes fluidos y para diferentes valores de V y L. Del conocimiento de Nu, se puede encontrar el coeficiente de convección local h y entonces se calcula el flujo de calor *local* a partir de la ecuación 6.1. Además, como el coeficiente de transferencia de calor *promedio* se obtiene integrar sobre la superficie del cuerpo, debe ser independiente de la variable espacial x^*. De aquí se sigue que la dependencia funcional del número de Nusselt *promedio*

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k_f} = f_5(Re_L, Pr) \tag{6.82}$$

De manera similar, se argumenta que, para la transferencia de masa en un flujo de gas sobre un líquido que se evapora o un sólido que se sublima, el coeficiente de

ferencia de masa por convección h_m depende de las propiedades D_{AB}, ρ y μ, la velocidad V y la longitud característica L. Sin embargo, la ecuación 6.75 indica que es posible simplificar esta dependencia. La solución a esta ecuación debe ser de la forma

$$C_A^* = f_6\left(x^*, y^*, Re_L, Sc, \frac{dp^*}{dx^*}\right) \tag{6.83}$$

donde la dependencia respecto a dp^*/dx^* se origina de nuevo de la influencia del movimiento del fluido. De la definición del coeficiente de convección, ecuación 6.20, y de las variables adimensionales, ecuaciones 6.59 y 6.62, sabemos que

$$h_m = -\frac{D_{AB}}{L}\frac{(C_{A,\infty} - C_{A,s})}{(C_{A,s} - C_{A,\infty})}\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} = +\frac{D_{AB}}{L}\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0}$$

De aquí es posible definir un parámetro adimensional dependiente que se denomina número de Sherwood (Sh).

Número de Sherwood:

$$Sh \equiv \frac{h_m L}{D_{AB}} = +\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} \tag{6.84}$$

Este parámetro es igual al gradiente de concentración adimensional en la superficie, y proporciona una medida de la transferencia de masa por convección que ocurre en la superficie. De la ecuación 6.83 se sigue que, *para una geometría establecida*,

$$Sh = f_7(x^*, Re_L, Sc) \tag{6.85}$$

El número de Sherwood es a la capa límite de concentración lo que el número de Nusselt es a la capa límite térmica, y la ecuación 6.85 implica que debe ser una función universal de x^*, Re_L y Sc. Como en el caso del número de Nusselt, también es posible trabajar con un número de Sherwood promedio que depende sólo de Re_L y Sc.

$$\overline{Sh} = \frac{\bar{h}_m L}{D_{AB}} = f_8(Re_L, Sc) \tag{6.86}$$

Del desarrollo anterior obtuvimos los parámetros adimensionales relevantes para capas límite de convección forzada y de baja velocidad. Lo realizamos al expresar en forma adimensional las ecuaciones diferenciales que describen los procesos físicos dentro de las capas límite. Un enfoque alternativo incluiría el uso del análisis dimensional en la forma del teorema pi de Buckingham [9]. Sin embargo, el éxito de este método depende de la habilidad para seleccionar, principalmente de la intuición, los diversos parámetros que influyen en un problema. Por ejemplo, al conocer de antemano que $\bar{h} = f(k, c_p, \rho, \mu, V, L)$, se utiliza el teorema pi de Buckingham para obtener la ecuación 6.82. Sin embargo, al comenzar con la forma diferencial de las ecuaciones de conservación, eliminamos el trabajo de adivinar y establecimos los parámetros de similitud de forma rigurosa.

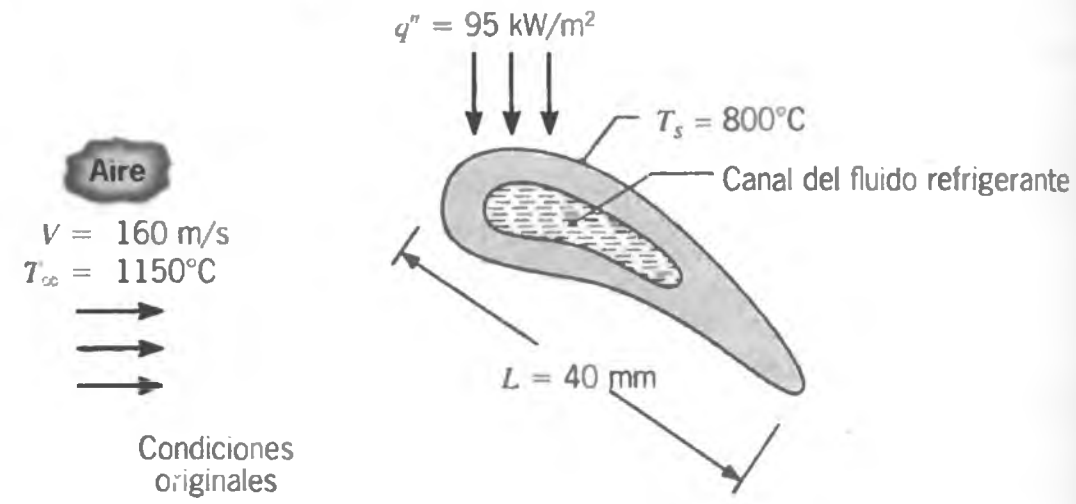
El valor de una expresión como la ecuación 6.82 debe apreciarse por completo. Establece que los resultados de la transferencia de calor por convección, obtenidos teórica o experimentalmente, se representan en términos de tres grupos adimensionales,

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

en lugar de los siete parámetros originales. La conveniencia que proporcionan estas simplificaciones es evidente. Además, una vez que se obtiene la forma de la dependencia funcional de la ecuación 6.82 para una geometría superficial particular, digamos a partir de mediciones de laboratorio, se sabe que es aplicable de forma *universal*. Por esto queremos decir que es posible aplicarla a diferentes fluidos, velocidades y escalas de longitud, mientras las suposiciones implícitas en las ecuaciones de la capa límite original sigan siendo válidas (por ejemplo, fuerzas insignificantes de cuerpo y de disipación viscosa).

Ejemplo 6.5

Las pruebas experimentales sobre una parte del álabe de turbina que se muestra indican un flujo de calor hacia la hoja de $q'' = 95{,}000$ W/m^2. Para mantener una temperatura superficial en estado estable de 800°C, se elimina el calor que se transfiere al álabe haciendo circular un fluido refrigerante dentro del mismo.



1. Determine el flujo de calor que llega al álabe si la temperatura se reduce a 700°C al aumentar el flujo de fluido refrigerante.
2. Determine el flujo de calor en la misma posición adimensional para un álabe de turbina similar que tiene una longitud de cuerda $L = 80$ mm, cuando el álabe opera en un flujo de aire a $T_\infty = 1150$°C y $V = 80$ m/s, con $T_s = 800$°C.

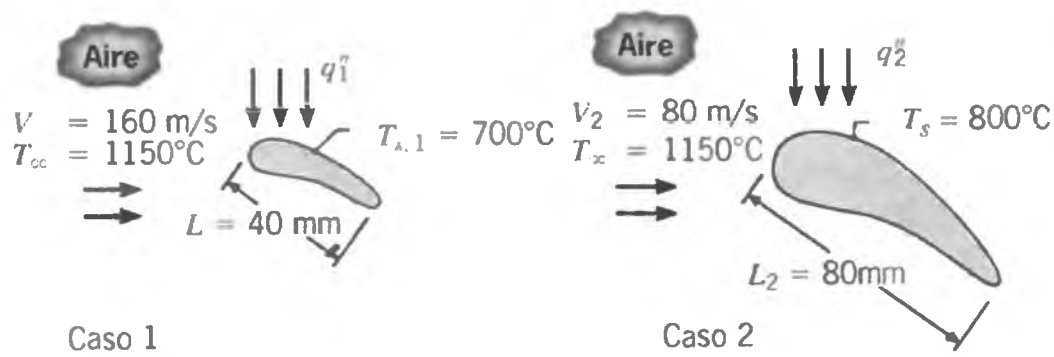
Solución

Se conoce: Condiciones de operación de un álabe de turbina enfriada internamente.

Encontrar:

1. Flujo de calor hacia el álabe cuando se reduce la temperatura de la superficie.
2. Flujo de calor hacia un álabe de turbina más larga de la misma forma con velocidad de aire reducida.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable
2. Propiedades del aire constantes.

Análisis:

1. De la ecuación 6.81 se sigue que, para la geometría establecida,

$$Nu = \frac{hL}{k} = f_4(x^*, Re_L, Pr)$$

Por tanto, como no hay cambio en x^*, Re_L o Pr asociados con un cambio en T_s para propiedades constantes, el número de Nusselt local no cambia. Además, como L y k tampoco cambian, el coeficiente de convección local permanece igual. El flujo de calor que se desea para el caso 1 se obtiene entonces a partir de la ley de enfriamiento de Newton

$$q_1'' = h_1(T_\infty - T_s)_1$$

donde

$$h_1 = h = \frac{q''}{(T_\infty - T_s)}$$

De aquí

$$q_1'' = \frac{q''(T_\infty - T_s)_1}{(T_\infty - T_s)} = 95{,}000\ \text{W/m}^2 \frac{(1150 - 700)^\circ\text{C}}{(1150 - 800)^\circ\text{C}} = 122{,}000\ \text{W/m}^2 \quad \triangleleft$$

2. Para determinar el flujo de calor asociado con el álabe más largo y el flujo de aire reducido (caso 2), advertimos primero que, aunque L aumenta por un factor de 2, la velocidad disminuye por el mismo factor y el número de Reynolds no cambia. Es decir,

$$Re_{L,2} = \frac{V_2 L_2}{\nu} = \frac{VL}{\nu} = Re_L$$

En consecuencia, como x^* y Pr tampoco cambian, el número de Nusselt local permanece igual.

$$Nu_2 = Nu$$

Sin embargo, como la longitud característica es diferente, el coeficiente de convección cambia, donde

$$\frac{h_2 L_2}{k} = \frac{hL}{k} \qquad \text{o} \qquad h_2 = h\frac{L}{L_2} = \frac{q''}{(T_\infty - T_s)}\frac{L}{L_2}$$

El flujo de calor es entonces

$$q_2'' = h_2(T_\infty - T_s) = q'' \frac{(T_\infty - T_s)}{(T_\infty - T_s)}\frac{L}{L_2}$$

$$q_2'' = 95{,}000\ \text{W/m}^2 \times \frac{0.04\ \text{m}}{0.08\ \text{m}} = 47{,}500\ \text{W/m}^2 \quad \triangleleft$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del Litoral

Comentarios: Si el número de Reynolds para las dos situaciones de la parte 2 no es el mismo, es decir, $Re_{L,2} \neq Re_L$, el flujo de calor q_2'' sólo se obtiene si la forma particular de la función f_4 se conoce. Este tipo de formas se proporciona para muchas configuraciones diferentes en los capítulos siguientes.

6.7 *Significado físico de los parámetros adimensionales*

Todos los parámetros adimensionales anteriores tienen interpretaciones físicas que se relacionan con las condiciones en las capas límite. Considere el *número de Reynolds* Re (ecuación 6.69), el cual se interpreta como la *razón de las fuerzas de inercia a las fuerzas viscosas* en la capa límite hidrodinámica. Para un volumen de control diferencial en esta capa límite, las fuerzas de inercia se asocian con un aumento en el flujo de momento del fluido que se mueve a través del volumen de control. De la ecuación 6.28, es evidente que estas fuerzas son de la forma $\partial[(\rho u)u]/\partial x$, en cuyo caso una aproximación del orden de magnitud da $F_I \approx \rho V^2/L$. De manera similar, la fuerza cortante neta es de la forma $\partial\tau_{yx}/\partial y = \partial[\mu(\partial u/\partial y)]/\partial y$ y se aproxima como $F_s \approx \mu V/L^2$. Por tanto, la razón de las fuerzas es

$$\frac{F_I}{F_s} \approx \frac{\rho V^2 / L}{\mu V / L^2} = \frac{\rho VL}{\mu} = Re_L$$

Esperamos entonces que las fuerzas de inercia dominen para valores grandes de Re y que las fuerzas viscosas dominen para Re pequeños.

Hay varias consecuencias importantes de este resultado. Recuerde que el número de Reynolds determina la existencia de flujo laminar o turbulento. En cualquier flujo existen pequeñas perturbaciones que se pueden amplificar para producir condiciones turbulentas. Sin embargo, para Re pequeños, las fuerzas viscosas son suficientemente grandes con relación a las fuerzas de inercia para evitar esta amplificación. Por ello se mantiene el flujo laminar. Pero, al aumentar Re, los efectos viscosos se hacen menos importantes de manera progresiva en relación con los efectos de inercia, y las pequeñas perturbaciones se amplifican a un punto en el que ocurre la transición. Debemos esperar también que la magnitud del número de Reynolds influya en el espesor δ de la capa límite hidrodinámica. Al aumentar Re en una posición fija sobre una superficie, esperamos que las fuerzas viscosas se vuelvan menos influyentes en relación con las fuerzas de inercia. Por ello, los efectos de la viscosidad no penetran tan lejos en el flujo libre, y el valor de δ disminuye.

La interpretación física del número de Prandtl se sigue de su definición como la razón de la difusividad del momento ν a la difusividad térmica α. El número de Prandtl proporciona una *medida de la efectividad relativa del transporte de momento y energía por difusión en las capas límite hidrodinámica y térmica*, respectivamente. De la tabla A.4 vemos que el número de Prandtl de los gases es cercano a la unidad, en cuyo caso la transferencia de energía y momento por difusión son comparables. En un metal líquido (tabla A.7), $Pr \ll 1$ y la velocidad de difusión de energía excede grandemente la velocidad de difusión de momento. Lo opuesto es cierto para aceites (tabla A.5), para

los que $Pr \gg 1$. De esta interpretación se sigue que el valor de Pr influye fuertemente en el crecimiento relativo de las capas límite hidrodinámica y térmica. De hecho, para capas límite laminares (en las que el transporte por difusión *no* se oscurece por la mezcla turbulenta), es razonable esperar que

$$\frac{\delta}{\delta_t} \approx Pr^n \tag{6.87}$$

donde n es un exponente positivo. De aquí, para un gas $\delta_t \approx \delta$; para un metal líquido $\delta_t \gg \delta$; para un aceite $\delta_t \ll \delta$.

De manera similar, el *número de Schmidt*, que se define por la ecuación 6.71, proporciona *una medida de la efectividad relativa del transporte de momento y masa por difusión en las capas límite hidrodinámica y de concentración*, respectivamente. Por consiguiente, para la transferencia de masa por convección en flujos laminares, determina los espesores relativos de las capas límite de velocidad y concentración, donde

$$\frac{\delta}{\delta_c} \approx Sc^n \tag{6.88}$$

Otro parámetro, que está relacionado con Pr y Sc, es el *número de Lewis* (Le). Se define como

$$Le = \frac{\alpha}{D_{AB}} = \frac{Sc}{Pr} \tag{6.89}$$

y es relevante para cualquier situación que incluya la transferencia simultánea de calor y masa por convección. De las ecuaciones 6.87 a 6.89 se sigue entonces que

$$\frac{\delta_t}{\delta_c} \approx Le^n \tag{6.90}$$

Así, el número de Lewis es una medida de los espesores relativos de las capas límite térmica y de concentración. Para la mayor parte de las aplicaciones es razonable suponer un valor de $n = 1/3$ en las ecuaciones 6.87, 6.88 y 6.90.

La tabla 6.2 enumera los grupos adimensionales que aparecen con frecuencia en los textos sobre transferencia de calor y masa. La lista incluye grupos ya considerados, así como los que se introducirán para condiciones especiales. Conforme se enfrente a un grupo nuevo, apréndase de memoria su definición e interpretación. Advierta que el *número de Grashöf* proporciona una medida de la razón de las fuerzas de empuje a las fuerzas viscosas en la capa límite hidrodinámica. Su papel en la convección libre (capítulo 9) es, con mucho, el mismo que tiene el número de Reynolds en la convección forzada. El *número de Eckert* proporciona una medida de la energía cinética del flujo en relación con la diferencia de entalpías a través de la capa límite térmica. Juega un papel importante en flujos de alta velocidad para los que la disipación viscosa es significativa. Tenga en cuenta también que, aunque similares en forma, los números de Nusselt y Biot difieren en definición e interpretación. Mientras que el número de Nusselt se define en términos de la conductividad térmica del fluido, el número de Biot se basa en la conductividad térmica del sólido, ecuación 5.9.

TABLA 6.2 Grupos adimensionales seleccionados de transferencia de calor y masa

Grupo	Definición	Interpretación
Número de Biot (Bi)	$\frac{hL}{k_s}$	Razón de la resistencia térmica interna de un sólido a la resistencia térmica de la capa límite.
Número de Biot para transferencia de masa (Bi_m)	$\frac{h_m L}{D_{AB}}$	Razón de la resistencia interna de transferencia de especies a la resistencia de transferencia de especies de la capa límite.
Número de Bond (Bo)	$\frac{g(\rho_l - \rho_v)L^2}{\sigma}$	Razón de las fuerzas gravitacional y de tensión superficial.
Coeficiente de fricción (C_f)	$\frac{\tau_s}{\rho V^2/2}$	Esfuerzo cortante superficial adimensional.
Número de Eckert (Ec)	$\frac{V^2}{c_p(T_s - T_\infty)}$	Energía cinética del flujo en relación con la diferencia de entalpías de la capa límite.
Número de Fourier (Fo)	$\frac{\alpha t}{L^2}$	Razón de la rapidez de conducción de calor a la rapidez de almacenamiento de energía térmica en un sólido. Tiempo adimensional.
Número de Fourier para transferencia de masa (Fo_m)	$\frac{D_{AB} t}{L^2}$	Razón de la rapidez de difusión de especies a la rapidez de almacenamiento de especies. Tiempo adimensional.
Factor de fricción (f)	$\frac{\Delta p}{(L/D)(\rho u_m^2/2)}$	Caída de presión adimensional para flujo interno.
Número de Grashof (Gr_L)	$\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$	Razón de las fuerzas de empuje a las viscosas.
Factor j de Colburn (j_H)	$St\, Pr^{2/3}$	Coeficiente de transferencia de calor adimensional.
Factor j de Colburn (j_m)	$St_m\, Sc^{2/3}$	Coeficiente de transferencia de masa adimensional.
Número de Jakob (Ja)	$\frac{c_p(T_s - T_{sat})}{h_{fg}}$	Razón de energía sensible a latente absorbida durante el cambio de fase líquido-vapor.
Número de Lewis (Le)	$\frac{\alpha}{D_{AB}}$	Razón de las difusividades térmica y de masa.
Número de Nusselt (Nu_L)	$\frac{hL}{k_f}$	Gradiente de temperatura adimensional en la superficie.
Número de Peclet (Pe_L)	$\frac{VL}{\alpha} = Re_L\, Pr$	Parámetro de transferencia de calor independiente adimensional.
Número de Prandtl (Pr)	$\frac{c_p\mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$	Razón de las difusividades de momento y térmica
Número de Reynolds (Re_l)	$\frac{VL}{\nu}$	Razón de las fuerzas de inercia y viscosas.
Número de Schmidt (Sc)	$\frac{\nu}{D_{AB}}$	Razón de las difusividades de momento y de masa.
Número de Sherwood (Sh_L)	$\frac{h_m L}{D_{AB}}$	Gradiente de concentración adimensional en la superficie.
Número de Stanton (St)	$\frac{h}{\rho V c_p} = \frac{Nu_L}{Re_L\, Pr}$	Número de Nusselt modificado.

TABLA 6.2 *Continuación*

Grupo	Definición	Interpretación
Número de Stanton para transferencia de masa (St_m)	$\frac{h_m}{V} = \frac{Sh_L}{Re_L\, Sc}$	Número de Sherwood modificado.
Número de Weber (We)	$\frac{\rho V^2 L}{\sigma}$	Razón de las fuerzas de inercia a las de tensión superficial.

6.8 *Analogías de la capa límite*

Como ingenieros, nuestro interés en el comportamiento de la capa límite se dirige principalmente hacia los parámetros adimensionales C_f, Nu, y Sh. Del conocimiento de estos parámetros, se calcula el esfuerzo cortante de la pared y las transferencias de calor y masa por convección. Por tanto, es comprensible que las expresiones que relacionan C_f, Nu y Sh sean entre sí herramientas útiles en el análisis de convección. Estas expresiones están disponibles en la forma de *analogías de capas límite*.

6.8.1 Analogía de la transferencia de calor y masa

Si dos o más procesos están gobernados por ecuaciones adimensionales de la misma forma, se dice que los procesos son *análogos*. Claramente entonces, de las ecuaciones 6.64 y 6.65 y de las condiciones de frontera, ecuaciones 6.67 y 6.68, de la tabla 6.1, las transferencias de calor y de masa por convección son análogas. Cada una de las ecuaciones diferenciales se compone con términos de advección y difusión de la misma forma. Además, como se muestra en las ecuaciones 6.74 y 6.75, cada ecuación está relacionada con el campo de velocidades por medio de Re_L, y los parámetros Pr y Sc toman papeles análogos. Una consecuencia de esta analogía es que las relaciones adimensionales que gobiernan el comportamiento de la capa límite térmica deben ser las mismas que las que gobiernan la capa límite de concentración. Por ello, los perfiles de temperatura y concentración de la capa límite deben ser de la misma forma funcional.

Recordando el análisis de la sección 6.6.2, cuyas características se resumen en la tabla 6.3, de la analogía de transferencia de calor y masa se obtiene un resultado importante. Del párrafo precedente, se sigue que f_3 de la ecuación 6.79 debe ser de la misma forma que f_6 de la ecuación 6.83. De las ecuaciones 6.80 y 6.84 se sigue entonces que los gradientes de temperatura y concentración adimensionales evaluados en la superficie y, por tanto, los valores de Nu y Sh, son análogos. Es decir, f_4 de la ecuación 6.81 es de la misma forma que f_7 de la ecuación 6.85. De manera similar, las expresiones para los números de Nusselt y Sherwood promedio, que incluyen las funciones f_5 y f_8 de las ecuaciones 6.82 y 6.86, respectivamente, también son de la misma forma. *En consecuencia, las relaciones de transferencia de calor y masa para una geometría particular son intercambiables*. Si, por ejemplo, se lleva a cabo un conjunto de experimentos de transferencia de calor para determinar la forma de f_4 de una geometría de superficie particular, los resultados sirven para la transferencia de masa por convección que implique la misma geometría, reemplazando simplemente Nu con Sh y Pr con Sc.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

TABLA 6.3 Relaciones funcionales relacionadas con las analogías de las capas límite

Flujo de fluido	Transferencia de calor	Masa
$u^* = f_1\left(x^*, y^*, Re_L, \dfrac{dp^*}{dx^*}\right)$ (6.76)	$T^* = f_3\left(x^*, y^*, Re_L, Pr, \dfrac{dp^*}{dx^*}\right)$ (6.79)	$C_A^* = f_6\left(x^*, y^*, Re_L, Sc, \dfrac{dp^*}{dx^*}\right)$ (6.83)
$C_f = \dfrac{2}{Re_L}\left.\dfrac{\partial u^*}{\partial y^*}\right\|_{y^*=0}$ (6.77)	$Nu = \dfrac{hL}{k} = +\left.\dfrac{\partial T^*}{\partial y^*}\right\|_{y^*=0}$ (6.80)	$Sh = \dfrac{h_m L}{D_{AB}} = +\left.\dfrac{\partial C_A^*}{\partial y^*}\right\|_{y^*=0}$ (6.84)
$C_f = \dfrac{2}{Re_L} f_2(x^*, Re_L)$ (6.78)	$Nu = f_4(x^*, Re_L, Pr)$ (6.81)	$Sh = f_7(x^*, Re_L, Sc)$ (6.85)
	$\overline{Nu} = f_5(Re_L, Pr)$ (6.82)	$\overline{Sh} = f_8(Re_L, Sc)$ (6.86)

La analogía también es útil para relacionar de forma directa los dos coeficientes de convección. En los capítulos siguientes encontraremos que Nu y Sh por lo general son proporcionales a Pr^n y Sc^n, respectivamente, donde n es un exponente positivo menor que 1. Para anticipar esta dependencia, usamos las ecuaciones 6.81 y 6.85 para obtener

$$Nu = f'_4(x^*, Re_L)Pr^n \qquad \text{y} \qquad Sh = f'_7(x^*, Re_L)Sc^n$$

en cuyo caso

$$\frac{Nu}{Pr^n} = f'_4(x^*, Re_L) = f'_7(x^*, Re_L) = \frac{Sh}{Sc^n} \tag{6.91}$$

Al sustituir de las ecuaciones 6.80 y 6.84 obtenemos

$$\frac{hL/k}{Pr^n} = \frac{h_m L/D_{AB}}{Sc^n}$$

o, de la ecuación 6.89,

$$\frac{h}{h_m} = \frac{k}{D_{AB} Le^n} = \rho c_p Le^{1-n} \tag{6.92}$$

Este resultado a menudo sirve para determinar un coeficiente de convección, por ejemplo, h_m, a partir del conocimiento del otro coeficiente. La misma relación se aplica a los coeficientes promedio $\bar{h}$ y $\bar{h}_m$, y sirve en el flujo turbulento, así como en el laminar. Para la mayor parte de las aplicaciones es razonable suponer un valor de $n = \frac{1}{3}$.

EJEMPLO 6.6

Un sólido de forma arbitraria se suspende en aire atmosférico que tiene una temperatura de flujo libre y velocidad de 20°C y 100 m/s, respectivamente. El sólido tiene una longitud característica de 1 m, y la superficie se mantiene a 80°C. En estas condiciones, las mediciones del flujo de calor en un punto particular (x^*) sobre la superficie y de la temperatura en la capa límite sobre este punto (x^*, y^*) revelan valores de

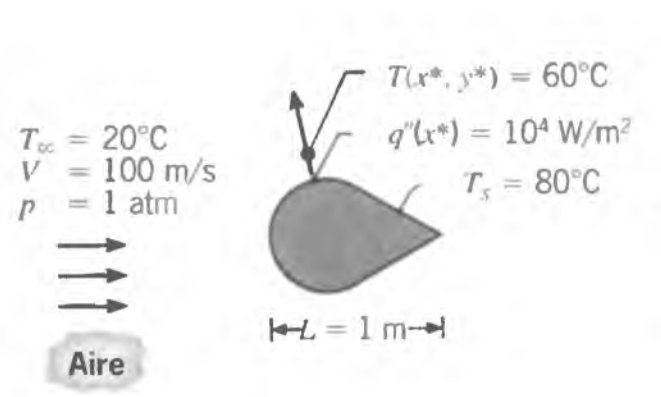
10^4 W/m^2 y 60°C, respectivamente. Se llevará a cabo una operación de transferencia de masa para un segundo sólido que tiene la misma forma, pero una longitud característica de 2 m. En particular, una delgada película de agua sobre el sólido se evaporará en aire atmosférico seco que tiene una velocidad de flujo libre de 50 m/s, estando el aire y el sólido a una temperatura de 50°C. ¿Cuáles son la concentración molar y el flujo molar de especies del vapor de agua en una posición (x^*, y^*) que corresponde al punto en el que se realizaron las mediciones de temperatura y flujo de calor en el primer caso?

SOLUCIÓN

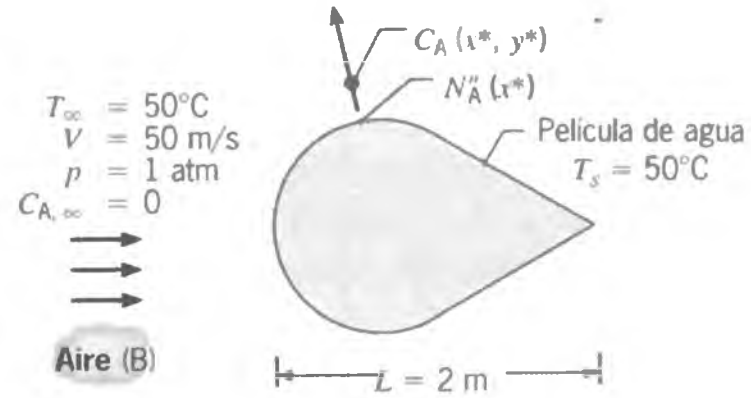
Se conoce: La temperatura y flujo de calor de una capa límite en un lugar sobre un sólido en un flujo de aire de temperatura y velocidad establecidas.

Encontrar: La concentración y el flujo de vapor de agua asociados con la misma posición sobre una superficie más grande de la misma forma.

Esquema:



Caso 1: transferencia de calor



Caso 2: transferencia de masa

Suposiciones:

1. Comportamiento de capa límite incompresible bidimensional de estado estable; propiedades constantes.
2. Las aproximaciones de capa límite son válidas.
3. Disipación viscosa insignificante.
4. La fracción molar del vapor de agua en la capa límite de concentración es mucho menor que la unidad.

Propiedades: Tabla A.4, aire (50°C): $\upsilon = 18.2 \times 10^{-6}$ m^2/s, $k = 28 \times 10^{-3}$ W/m · K, $Pr = 0.70$. Tabla A.6, vapor de agua saturado (50°C): $\rho_{A,\,sat} = \upsilon_g^{-1} = 0.082$ kg/m^3. Tabla A.8, vapor de agua-aire (50°C): $D_{AB} \approx 0.26 \times 10^{-4}$ m^2/s.

Análisis: La concentración molar y el flujo deseados se determinan recurriendo a la analogía entre transferencia de calor y de masa. De las ecuaciones 6.79 y 6.83, sabemos que

$$T^* \equiv \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = f_3\left(x^*, y^*, Re_L, Pr, \frac{dp^*}{dx^*}\right)$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolivar - Sede del Litoral

y

$$C_A^* \equiv \frac{C_A - C_{A,s}}{C_{A,\infty} - C_{A,s}} = f_6\left(x^*, y^*, Re_L, Sc, \frac{dp^*}{dx^*}\right)$$

Sin embargo, para el caso 1

$$Re_{L,1} = \frac{V_1 L_1}{\nu} = \frac{100\ \text{m/s} \times 1\ \text{m}}{18.2 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 5.5 \times 10^6, \qquad Pr = 0.70$$

mientras que para el caso 2

$$Re_{L,2} = \frac{V_2 L_2}{\nu} = \frac{50\ \text{m/s} \times 2\ \text{m}}{18.2 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 5.5 \times 10^6$$

$$Sc = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{18.2 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}}{26 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 0.70$$

Como $Re_{L,1} = F\ Pr = Sc$, $x_1^* = x_2^*$, $y_1^* = y_2^*$, y las geometrías de las superficies son las mismas, se sigue que $f_3 = f_6$. De aquí

$$\frac{C_A(x^*, y^*) - C_{A,s}}{C_{A,\infty} - C_{A,s}} = \frac{T(x^*, y^*) - T_s}{T_\infty - T_s} = \frac{60 - 80}{20 - 80} = 0.33$$

o, con $C_{A,\infty} = 0$,

$$C_A(x^*, y^*) = C_{A,s}(1 - 0.33) = 0.67 C_{A,s}$$

Con

$$C_{A,s} = C_{A,\text{sat}}(50°\text{C}) = \frac{\rho_{A,\text{sat}}}{\mathcal{M}_A} = \frac{0.082\ \text{kg/m}^3}{18\ \text{kg/kmol}} = 0.0046\ \text{kmol/m}^3$$

se sigue que

$$C_A(x^*, y^*) = 0.67(0.0046\ \text{kmol/m}^3) = 0.0031\ \text{kmol/m}^3$$

El flujo molar se obtiene de la ecuación 6.7

$$N_A''(x^*) = h_m(C_{A,s} - C_{A,\infty})$$

con h_m evaluado de la analogía. De las ecuaciones 6.81 y 6.85 sabemos que, como $x_1^* = x_2^*$, $Re_{L,1} = Re_{L,2}$ y $Pr = Sc$, se sigue que $f_4 = f_7$. De aquí

$$Sh = \frac{h_m L_2}{D_{AB}} = Nu = \frac{hL_1}{k}$$

Con $h = q''/(T_s - T_\infty)$ de la ley de enfriamiento de Newton,

$$h_m = \frac{L_1}{L_2} \times \frac{D_{AB}}{k} \times \frac{q''}{(T_s - T_\infty)} = \frac{1}{2} \times \frac{0.26 \times 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}}{0.028\ \text{W/m} \cdot \text{K}} \times \frac{10^4\ \text{W/m}^2}{(80 - 20)°\text{C}}$$

$$h_m = 0.077\ \text{m/s}$$

Por tanto,

$$N_A''(x^*) = 0.077\ \text{m/s}\ (0.0046 - 0.0)\ \text{kmol/m}^3$$

o

$$N_A''(x^*) = 3.54 \times 10^{-4}\ \text{kmol/s} \cdot \text{m}^2$$

Comentarios: Reconozcamos que, como la fracción molar del vapor de agua en la capa límite de concentración es pequeña, la viscosidad cinemática del aire (υ_B) se utiliza para evaluar $Re_{L,2}$.

6.8.2 Enfriamiento evaporativo

Una aplicación importante de la analogía de transferencia de calor y masa es en el proceso de *enfriamiento evaporativo*, que ocurre cada vez que un gas fluye sobre un líquido (figura 6.15). La evaporación debe ocurrir a partir de la superficie del líquido, y la energía asociada con el cambio de fase es el calor latente de vaporización del líquido. La evaporación ocurre cuando moléculas de líquido cerca de la superficie experimentan colisiones que aumentan su energía por arriba de la necesaria para vencer la energía de unión de la superficie. La energía que se requiere para mantener la evaporación debe venir de la energía interna del líquido, que entonces experimenta una reducción de temperatura (efecto de enfriamiento). Sin embargo, si se mantienen condiciones de estado estable, la energía latente perdida por el líquido debido a la evaporación debe recuperarse mediante la transferencia de energía al líquido desde sus alrededores. Considerando nulos los efectos de radiación, esta transferencia tal vez se deba a la convección de energía sensible del gas o a la adición de calor por otros medios como, por ejemplo, mediante un calentador eléctrico sumergido en el líquido. Al aplicar la conservación de la energía a una superficie de control alrededor del líquido (ecuación 1.11*a*), se sigue que, para un área superficial unitaria,

$$q''_{conv} + q''_{agr} = q''_{evap} \tag{6.93}$$

donde q''_{evap} se aproxima como el producto del flujo de masa evaporativo y el calor latente de vaporización

$$q''_{evap} = n''_A h_{fg} \tag{6.94}$$

Si no se agrega calor por otros medios, la ecuación 6.93 se reduce a un balance entre la transferencia de calor por convección desde el gas y la pérdida de calor evaporativa desde el líquido. Al sustituir de las ecuaciones 6.1, 6.11 y 6.94, la ecuación 6.93 se expresa como

$$h(T_\infty - T_s) = h_{fg} h_m [\rho_{A,sat}(T_s) - \rho_{A,\infty}] \tag{6.95}$$

donde la densidad de vapor en la superficie es la que se asocia con las condiciones saturadas en T_s. Por ello, la magnitud del efecto de enfriamiento se expresa como

$$T_\infty - T_s = h_{fg} \left(\frac{h_m}{h} \right) \left[\rho_{A,sat}(T_s) - \rho_{A,\infty} \right] \tag{6.96}$$

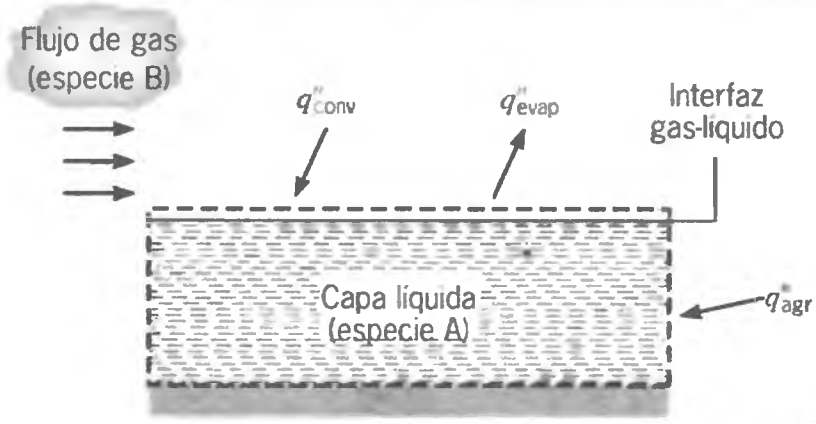


FIGURA 6.15
Intercambio de calor latente y sensible en una interfaz gas-líquido.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Al sustituir para (h_m/h) de la ecuación 6.92 y para las densidades de vapor de la ley de gas ideal, el efecto de enfriamiento también se expresa como

$$(T_\infty - T_s) = \frac{\mathcal{M}_A h_{fg}}{\mathcal{R}\rho c_p Le^{2/3}}\left[\frac{P_{A,\,sat}(T_s)}{T_s} - \frac{P_{A,\infty}}{T_\infty}\right] \tag{6.97}$$

En pro de la precisión, las propiedades del gas (especie B) ρ, C_p y Le deben evaluarse en la temperatura media aritmética de la capa límite térmica, $T_{ma} = (T_s + T_\infty)/2$. Se supone un valor representativo $n = 1/3$ para el exponente de Pr y Sc de la ecuación 6.92.

La ecuación 6.97 por lo general se aplica con una buena aproximación. Una forma algo menos precisa, pero más cómoda, se obtiene suponiendo que T_s y T_∞ son aproximadamente igual a T_{ma}. En consecuencia,

$$(T_\infty - T_s) \approx \frac{\mathcal{M}_A h_{fg}}{\mathcal{R} c_p\, Le^{2/3}\, \rho T_{ma}}[p_{A,\,sat}(T_s) - p_{A,\infty}]$$

o, al reconocer que $m_A \ll m_B$, se introduce la expresión $(\rho T_{ma}) = p/\mathcal{R}/\mathcal{M}_B$ de la ecuación de estado de un gas ideal para obtener

$$(T_\infty - T_s) \approx \frac{(\mathcal{M}_A/\mathcal{M}_B)h_{fg}}{c_p\, Le^{2/3}}\left[\frac{p_{A,\,sat}(T_s)}{p} - \frac{p_{A,\infty}}{p}\right] \tag{6.98}$$

Numerosas aplicaciones ambientales e industriales de los resultados anteriores surgen en situaciones en las que el gas es *aire* y el líquido es *agua*.

Ejemplo 6.7

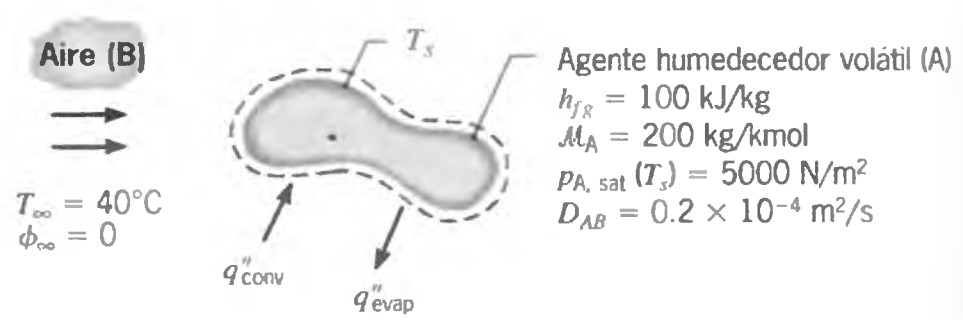
Un recipiente, que se envuelve en una tela humedecida de forma continua con un líquido altamente volátil, se utiliza para conservar bebidas frías en regiones áridas calientes. Suponga que el recipiente se coloca en aire ambiental seco a 40°C, y que la transferencia de calor y masa entre el agente humedecedor y el aire ocurre por convección forzada. Se sabe que el agente humedecedor tiene un peso molecular de 200 kg/mol y un calor latente de vaporización de 100 kJ/kg. Su presión de vapor saturado para las condiciones que se establecen es aproximadamente 5000 N/m^2, y el coeficiente de difusión del vapor en aire es 0.2×10^{-4} m^2/s. ¿Cuál es la temperatura de estado estable de la bebida?

Solución

Se conoce: Propiedades del agente humedecedor utilizado para enfriar por evaporación un contenedor de bebidas.

Encontrar: Temperatura de estado estable de la bebida.

Esquema:



Suposiciones:

1. La analogía de transferencia de calor y masa es aplicable.
2. El vapor muestra un comportamiento de gas ideal.
3. Los efectos de radiación son insignificantes.
4. Las propiedades del aire se evalúan en una temperatura media de la capa límite que se supone a 300 K.

Propiedades: Tabla A.4, aire (300 K): $\rho = 1.16$ kg/m^3, $c_p = 1.007$ kJ/kg · K, $\alpha = 22.5 \times 10^{-6}$m^2/s.

Análisis: Sujeto a las suposiciones anteriores, el efecto de enfriamiento evaporativo está dado por la ecuación 6.97.

$$(T_\infty - T_s) = \frac{\mathcal{M}_A h_{fg}}{\mathcal{R}\rho c_p Le^{2/3}}\left[\frac{p_{A,\,sat}(T_s)}{T_s} - \frac{p_{A,\,\infty}}{T_\infty}\right]$$

Al hacer $p_{A,\,\infty} = 0$ y reacomodar, se sigue que

$$T_s^2 - T_\infty T_s + B = 0$$

donde el coeficiente B es

$$B = \frac{\mathcal{M}_A h_{fg} p_{A,\,sat}}{\mathcal{R}\rho c_p Le^{2/3}}$$

o

$$B = [200 \text{ kg/kmol} \times 100 \text{ kJ/kg} \times 5000 \text{ N/m}^2 \times 10^{-3} \text{ kJ/N} \cdot \text{m}]$$
$$\div \left[8.315 \text{ kJ/kmol} \cdot \text{K} \times 1.16 \text{ kg/m}^3 \times 1.007 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \times \left(\frac{22.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}{20 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}\right)^{2/3}\right] = 9514 \text{ K}^2$$

De aquí

$$T_s = \frac{T_\infty \pm \sqrt{T_\infty^2 - 4B}}{2} = \frac{313 \text{ K} \pm \sqrt{(313)^2 - 4(9514)} \text{ K}}{2}$$

Al rechazar el signo de menos sobre bases físicas (T_s debe ser igual a T_∞ si no hay evaporación, en cuyo caso $P_{A,sat} = 0$ y $B = 0$), se sigue que

$$T_s = 278.9 \text{ K} = 5.9°\text{C} \quad \triangleleft$$

Comentarios: El resultado es independiente de la forma del recipiente siempre que se pueda usar la analogía de transferencia de calor y de masa.

6.8.3 Analogía de Reynolds

Es posible obtener una segunda analogía de capa límite al observar en la tabla 6.1 que, para $dp^*/dx^* = 0$ y $Pr = Sc = 1$, las ecuaciones de conservación, ecuaciones 6.63 a 6.65, son precisamente de la misma forma. Además, como $u_\infty = V$ si $dp^*/dx^* = 0$, las condiciones de frontera, ecuaciones 6.66 a 6.68, también tienen igual forma. Por consi-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

guiente, las soluciones para u^*, T^* y C_A^* deben ser equivalentes. Es decir, de las ecuaciones 6.76, 6.79 y 6.83 de la tabla 6.3, $f_1 = f_3 = f_6$. Además, el coeficiente de fricción, el número de Nusselt y el número de Sherwood están relacionados por el requisito que $f_2 = f_4 = f_7$, y, de las ecuaciones 6.78, 6.81 y 6.85, concluimos que

$$C_f \frac{Re_L}{2} = Nu = Sh \tag{6.99}$$

Al reemplazar *Nu* y *Sh* por el *número de Stanton* (*St*) y por el *número de Stanton de transferencia de masa* (St_m), respectivamente,

$$St \equiv \frac{h}{\rho V c_p} = \frac{Nu}{Re\, Pr} \tag{6.100}$$

$$St_m \equiv \frac{h_m}{V} = \frac{Sh}{Re\, Sc} \tag{6.101}$$

La ecuación 6.99 también se expresa en la forma

$$\frac{C_f}{2} = St = St_m \tag{6.102}$$

La ecuación 6.102 se conoce como la *analogía de Reynolds*, y relaciona los parámetros claves de ingeniería de las capas límite de velocidad o hidrodinámica, térmica y de concentración. Si se conoce el parámetro de velocidad, la analogía sirve para obtener los otros parámetros, y viceversa. Sin embargo, hay numerosas restricciones asociadas con el uso de este resultado. Además de depender de la validez de las aproximaciones de capa límite, la exactitud de la ecuación 6.102 depende de hacer $Pr \approx Sc \approx 1$ y $dp^*/dx^* \approx 0$. Sin embargo, está demostrado que la analogía se aplica en un amplio intervalo de *Pr* y *Sc*, si se incluyen ciertas correcciones. En particular las *analogías de Reynolds modificadas*, o de *Chilton-Colburn* [10, 11], tienen la forma

$$\frac{C_f}{2} = St\, Pr^{2/3} \equiv j_H \qquad 0.6 < Pr < 60 \tag{6.103}$$

$$\frac{C_f}{2} = St_m\, Sc^{2/3} \equiv j_m \qquad 0.6 < Sc < 3000 \tag{6.104}$$

donde j_H y j_m son los *factores j de Colburn* para transferencia de calor y de masa, respectivamente. Para el flujo laminar las ecuaciones 6.103 y 6.104 sólo son apropiadas cuando $dp^*/dx^* \approx 0$, pero en el flujo turbulento las condiciones son menos sensibles al efecto de los gradientes de presión y estas ecuaciones siguen siendo aproximadamente válidas. Si la analogía es útil para cualquier punto sobre una superficie, se aplica también a los coeficientes promedio de la superficie.

6.9 *Efectos de la turbulencia*

En este punto reconocemos que las condiciones de turbulencia caracterizan numerosos flujos de interés práctico. De hecho, en la práctica el ingeniero trata mucho más a menudo con flujos turbulentos que con flujos laminares. Es bien conocido que las pro-

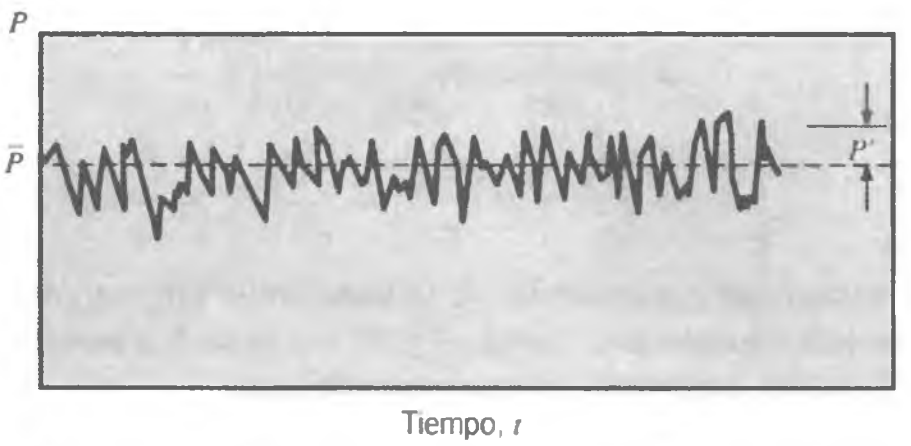


FIGURA 6.16 Variación de una propiedad con el tiempo en algún punto en una capa límite turbulenta.

ñas perturbaciones asociadas con distorsiones en las líneas de fluido de un flujo laminar finalmente conducen a condiciones turbulentas. Estas perturbaciones se pueden originar desde el flujo libre, o se inducen por la aspereza de la superficie. El comienzo de la turbulencia depende de si estas perturbaciones se amplían o se atenúan en la dirección de flujo del fluido, que a su vez depende de la razón de la fuerza de inercia a la viscosa (número de Reynolds). Recuerde que si el número de Reynolds es pequeño, las fuerzas de inercia son pequeñas en relación con las fuerzas viscosas. Las perturbaciones que ocurren de manera natural se disipan entonces, y el flujo permanece como laminar. Sin embargo, para un número de Reynolds grande, las fuerzas de inercia son suficientemente grandes para amplificar las perturbaciones, y ocurre una transición a la turbulencia. En la sección 6.3 observamos que el número de Reynolds crítico, Re_c, que se requiere para la transición es aproximadamente 5×10^5 para un flujo sobre una placa plana.

La turbulencia se asocia con la existencia de *fluctuaciones aleatorias* en el fluido y, al menos en pequeña escala, el flujo es inherentemente *inestable*. Este comportamiento se muestra en la figura 6.16, donde la variación sobre una propiedad del flujo arbitraria P se traza como función del tiempo en alguna posición en una capa límite turbulenta. La propiedad P es un componente de la velocidad, la temperatura del fluido o una concentración de especies, y en cualquier instante se representa como la suma de un valor *medio respecto al tiempo* $\bar{P}$ y un componente de fluctuación P'. El promedio se toma sobre un tiempo grande comparado con el periodo de una fluctuación típica, y si $\bar{P}$ es independiente del tiempo, se dice que el flujo medio respecto al tiempo es *estable*.

La existencia de flujo turbulento será ventajosa en el sentido de que proporciona transferencia de calor y de masa aumentadas. Sin embargo, el movimiento es en extremo complicado y difícil de describir de forma teórica. Aunque las ecuaciones de capa límite que se desarrollaron en las secciones anteriores son aún aplicables, las variables dependientes (u, v, T, C_A) deben interpretarse como *valores instantáneos*, y es imposible predecir su variación exacta en el tiempo. En sentido práctico, sin embargo, esa incapacidad para determinar la variación de las propiedades instantáneas P con el tiempo no es una restricción seria, pues el ingeniero por lo general se ocupa sólo de las propiedades medias respecto al tiempo $\bar{P}$. Las ecuaciones de la forma $P = \bar{P} + P'$ se sustituyen por cada una de las variables de flujo en las ecuaciones de capa límite. Para un flujo de propiedades constantes, incompresible y estable, con los procedimientos de promedio temporal ya establecidos [2, 12], se obtienen las siguientes formas de las ecuaciones del momento x, energía y conservación de especies:

$$\rho\left(\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right) = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho\overline{u'v'}\right) \tag{6.105}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

$$\rho c_p\left(\bar{u}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{T}}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - \rho c_p\overline{v'T'}\right) \tag{6.106}$$

$$\left(\bar{u}\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(D_{AB}\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y} - \overline{v'C'_A}\right) \tag{6.107}$$

Las ecuaciones son como las de la capa límite laminar, excepto por la presencia de términos adicionales de la forma $\overline{a'b'}$. Estos términos explican el efecto de las fluctuaciones de turbulencia sobre el transporte de momento, energía y especies.

Sobre la base de los resultados precedentes, es normal hablar de un esfuerzo cortante *total* y de flujos *totales*, que se definen como

$$\tau_{tot} = \left(\mu\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho\overline{u'v'}\right) \tag{6.108}$$

$$q''_{tot} = -\left(k\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - \rho c_p\overline{v'T'}\right) \tag{6.109}$$

$$N''_{A,\,tot} = -\left(D_{AB}\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y} - \overline{v'C'_A}\right) \tag{6.110}$$

y consisten en contribuciones debidas a difusión molecular y mezcla turbulenta. A partir de la forma de estas ecuaciones vemos cómo las transferencias de momento, energía y especies aumentan por la existencia de la turbulencia. El término $\rho\overline{u'v'}$, que aparece en la ecuación 6.108, representa el flujo de momento debido a las fluctuaciones turbulentas y a menudo se le denomina *esfuerzo de Reynolds*.

Un modelo conceptual sencillo atribuye el transporte de momento, calor y masa en una capa límite turbulenta al movimiento de *remolinos*, pequeñas porciones de fluido en la capa límite que se mueven por un tiempo corto antes de perder su identidad. Debido a este movimiento, el transporte de momento, energía y especies aumenta mucho. La noción de transporte por remolinos implica la introducción de un coeficiente de transporte que se define como la *difusividad parásita para la transferencia de momento* ε_M, que tiene la forma

$$\rho\varepsilon_M\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \equiv -\rho\overline{u'v'} \tag{6.111}$$

Por eso el esfuerzo cortante total se expresa como

$$\tau_{tot} = \rho(\nu + \varepsilon_M)\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{6.112}$$

De manera similar, se definen las *difusividades parásitas para la transferencia de calor y de masa* ε_H y ε_m mediante las relaciones

$$\varepsilon_H\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \equiv -\overline{v'T'} \tag{6.113}$$

$$\varepsilon_m\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y} \equiv -\overline{v'C'_A} \tag{6.114}$$

en cuyo caso

$$q''_{tot} = -\rho c_p(\alpha + \varepsilon_H)\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \tag{6.115}$$

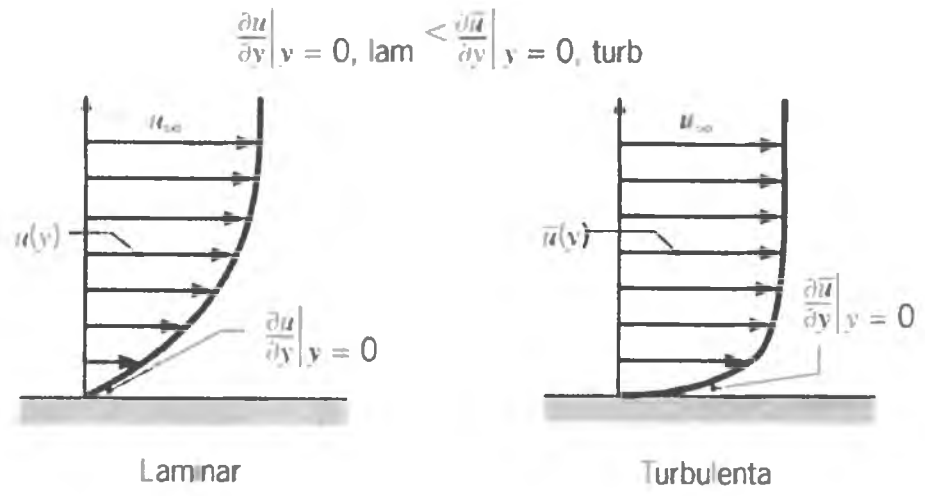


FIGURA 6.17 Comparación de perfiles de capas límite laminar y turbulenta de velocidad para la misma velocidad de flujo libre.

$$N''_{A,\,tot} = -(D_{AB} + \varepsilon_m)\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y} \tag{6.116}$$

En la región de una capa límite turbulenta removida de la superficie (región núcleo) las difusividades parásitas son mucho mayores que las difusividades moleculares. La mezcla aumentada que se asocia con esta condición tiene el efecto de hacer que los perfiles de velocidad, temperatura y concentración sean más uniformes en el núcleo. Este comportamiento se muestra en la figura 6.17 para capas límite laminar y turbulenta de velocidad que corresponden a la misma velocidad de flujo libre. En consecuencia, el gradiente de velocidad en la superficie y, por tanto, el esfuerzo cortante superficial, es mucho más grande para la capa límite turbulenta que para la capa límite laminar. De manera similar, se argumenta que la temperatura de la superficie o el gradiente de concentración, y las transferencias de calor o de masa, son mucho más grandes para el flujo turbulento que para el laminar. Debido a este aumento de las transferencias de calor y masa por convección, se desea tener condiciones de flujo turbulento en muchas aplicaciones de ingeniería. Sin embargo, el aumento en el esfuerzo cortante de la pared siempre tendrá el efecto inverso de aumentar los requerimientos de potencia de bombeo o de ventilación. Un problema fundamental al efectuar un análisis de capa límite turbulenta implica la determinación de las difusividades parásitas como función de las propiedades medias del flujo. A diferencia de las difusividades moleculares, que son estrictamente propiedades del fluido, las difusividades parásitas dependen mucho de la naturaleza del flujo y varían de punto a punto en una capa límite. El problema es tal que continúa atrayendo a muchos investigadores hacia el estudio de la mecánica de fluidos.

6.10 *Coeficientes de convección*

En este capítulo intentamos desarrollar los fundamentos del fenómeno de transporte por convección. Sin embargo, en el proceso se desea que usted no pierda de vista lo que sigue siendo *el problema de la convección*. Nuestro objetivo principal es aún el de desarrollar los medios para determinar los coeficientes de convección h y h_m. Aunque estos coeficientes se obtienen al resolver las ecuaciones de capa límite, es sólo para las

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar

situaciones de flujo simple que tales soluciones se llevan a cabo fácilmente. El método más práctico a menudo implica el cálculo de h y h_m a partir de relaciones empíricas de la forma dada por las ecuaciones 6.81 y 6.85. La forma particular de estas ecuaciones se obtiene *correlacionando* resultados de mediciones de transferencia de calor y de masa por convección en términos de grupos adimensionales apropiados. Éste es el enfoque en el que se hace énfasis en los capítulos siguientes.

6.11 *Resumen*

En este capítulo se intentan desarrollar, de forma lógica, las bases matemáticas y físicas del transporte por convección. Para comprobar que haya entendido el material, usted mismo debe plantearse las preguntas apropiadas. ¿Qué son las capas límite de velocidad o hidrodinámica, térmica y de concentración? ¿En qué condiciones se producen y por qué son de interés para el ingeniero? ¿Cómo difieren las capas límite laminar y turbulenta, y cómo se determina si una capa límite particular es laminar o turbulenta? Hay numerosos procesos que afectan a la transferencia de momentum, energía y especies en una capa límite. ¿Cuáles son? ¿Cómo se representan matemáticamente? ¿Qué son las aproximaciones de capa límite y en qué forma alteran las ecuaciones de conservación? ¿Cuáles son los grupos adimensionales relevantes para las diversas capas limite? ¿Cómo se interpretan físicamente? ¿Cómo el uso de estos grupos facilitará los cálculos de convección? ¿Cómo son los comportamientos análogos de las capas límite de velocidad, térmica y de concentración? ¿Cómo tomar en cuenta los efectos de la turbulencia en un análisis de capa límite? Y, finalmente, ¿cuál es el problema central de la convección?

Bibliografía

1. Webb, R. L., *Int. Comm. Heat Mass Trans.*, 17, 529, 1990.
2. Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, 7a ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1979.
3. Bird, R. B., W. E. Stewart y E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, caps. 10 y 18, Wiley, Nueva York, 1966.
4. Hartnett, J. P., "Mass Transfer Cooling", en W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett, Editores, *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1973.
5. Kays, W. M. y M. E. Crawford, *Convective Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1980.
6. Burmeister, L. C., *Convective Heat Transfer*, Wiley-Interscience, Nueva York, 1983.
7. Kaviani, M., *Principles of Convective Heat Transfer*, Springer-Verlag, Nueva York, 1994.
8. Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1980.
9. Fox, R. W. y A. T. McDonald, *Introduction to Fluid Mechanics*, Wiley, Nueva York, 1992.
10. Colburn, A. P., *Trans. Am. Inst. Chem. Engrs.*, 29, 174, 1933.
11. Chilton, T. H. y A. P. Colburn, *Ind. Eng. Chem.*, **26**, 1183, 1934.
12. Hinze, J. O., *Turbulence*, 2a ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1975.

Problemas

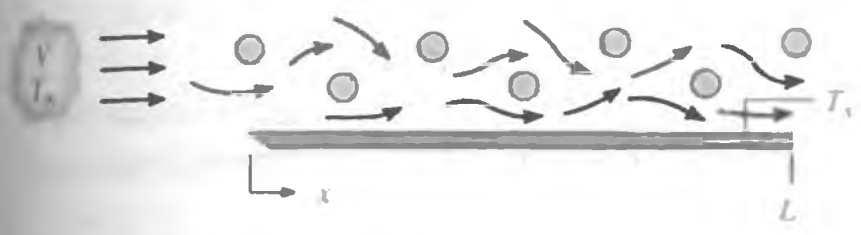
Coeficientes de transferencia de calor

6.1 Se sabe que el coeficiente local de transferencia de calor h_x para el flujo laminar sobre una placa plana varía a $x^{-1/2}$, donde x es la distancia medida desde el inicio ($x = 0$) de la placa. ¿Cuál es la razón del coeficiente promedio entre el inicio y algún lugar x sobre la placa al coeficiente local en x?

6.2 Para la convección laminar libre de una superficie vertical caliente, el coeficiente de convección local se expresa como $h_x = Cx^{-1/4}$, donde h_x es el coeficiente en la distancia x desde el inicio de la superficie y la cantidad C, que depende de las propiedades del fluido, es independiente de x. Obtenga una expresión para la razón $\bar{h}_x/h_x$, donde $\bar{h}$ es el coeficiente promedio entre el inicio ($x = 0$) y la posición x. Dibuje la variación de h_x y $\bar{h}_x$ con x.

6.3 Un flujo circular de gas caliente a T_∞ se dirige en sentido normal a una placa circular que tiene radio r_o y se mantiene a una temperatura uniforme T_s. El flujo de gas sobre la placa tiene simetría axial, lo que ocasiona que el coeficiente de convección local tenga una dependencia radial de la forma $h(r) = a + br^n$, donde a, b y n son constantes. Determine la transferencia de calor hacia la placa, exprese sus resultados en términos de T_∞, T_s, r_o, a, b y n.

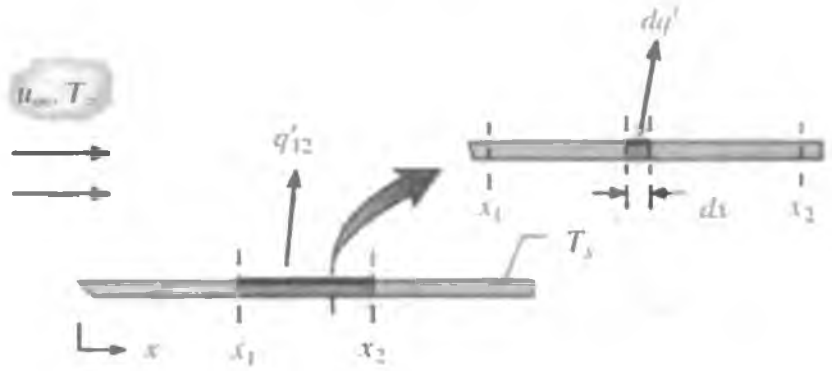
6.4 El flujo paralelo de aire atmosférico sobre una placa plana de longitud $L = 3$ m se rompe mediante un arreglo de varillas estacionarias que se colocan en la trayectoria del flujo sobre la placa.



Se realizan mediciones de laboratorio del coeficiente de convección local en la superficie de la placa para un valor establecido de V y $T_s > T_\infty$. Los resultados están relacionados por una expresión de la forma $h_x = 0.7 + 13.6x - 3.4x^2$, donde h_x tiene unidades de W/m² · K y x está en metros. Evalúe el coeficiente de convección promedio $\bar{h}_L$ para toda la placa y la razón $\bar{h}_L/h_L$, al final de la placa.

6.5 Aire a una temperatura de flujo libre $T_\infty = 20°C$ está en un flujo paralelo sobre una placa plana de longitud $L = 5$ m y temperatura $T_s = 90°C$. Sin embargo, los obstáculos colocados en el flujo intensifican la mezcla al aumentar la distancia x desde el inicio, y la variación espacial de las temperaturas medidas en la capa límite están correlacionadas por una expresión de la forma $T(°C) = 20 + 70 \exp(-600xy)$, donde x y y están en metros. Determine y elabore una gráfica de la forma en la que varía el coeficiente de convección local h con x. Evalúe el coeficiente de convección promedio $\bar{h}$ para la placa.

6.6 La transferencia de calor por unidad de anchura (normal a la página) desde una sección longitudinal, $x_2 - x_1$, se expresa como $q'_{12} = \bar{h}_{12}(x_2 - x_1)(T_s - T_\infty)$, donde $\bar{h}_{12}$ es el coeficiente promedio para la sección de longitud $(x_2 - x_1)$. Considere un flujo laminar sobre una placa plana con una temperatura uniforme T_s. La variación espacial del coeficiente de convección local es de la forma $h_x = Cx^{-1/2}$, donde C es una constante.



(a) Comenzando con la ecuación de enfriamiento de Newton en la forma $dq' = h_x\,dx(T_s - T_\infty)$, derive una expresión para $\bar{h}_{12}$ en términos de C, x_1 y x_2.

(b) Derive una expresión para $\bar{h}_{12}$ en términos de x_1, x_2 y los coeficientes promedio $\bar{h}_1$ y $\bar{h}_2$, que corresponden a las longitudes x_1 y x_2, respectivamente.

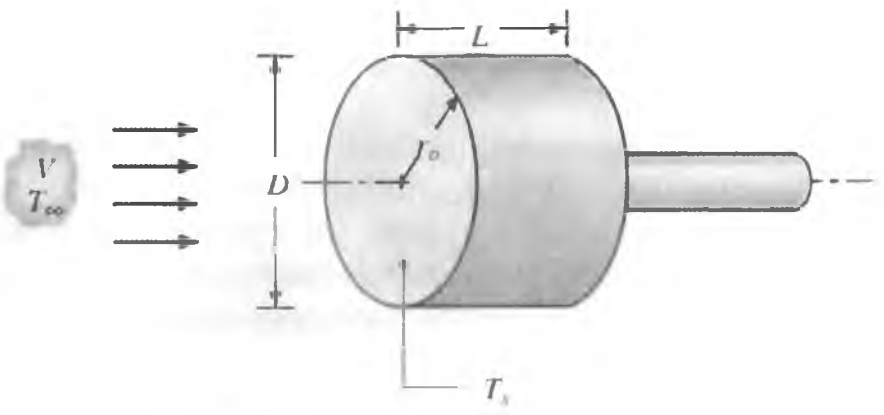
6.7 Los experimentos que se hicieron a fin de determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección para un flujo uniforme normal a un disco circular calentado dan una distribución radial del número de Nusselt de la forma

$$Nu_D = \frac{h(r)D}{k} = Nu_o\left[1 + a\left(\frac{r}{r_o}\right)^n\right]$$

donde n y a son positivos. El número de Nusselt en el punto de estancamiento está correlacionado en términos de los números de Reynolds ($Re_D = VD/\nu$) y de Prandtl

$$Nu_o = \frac{h(r=0)D}{k} = 0.814 Re_D^{1/2} Pr^{0.36}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar



Obtenga una expresión para el número de Nusselt promedio, $\overline{Nu}_D = \bar{h}D/k$, que corresponda a una transferencia de calor desde un disco isotérmico. Normalmente, el desarrollo de una capa límite desde un punto de estancamiento da un coeficiente de convección que disminuye al aumentar la distancia desde el punto de estancamiento. Proporcione una explicación plausible de por qué se observa la tendencia opuesta para el disco.

6.8 Un procedimiento experimental para validar los resultados del problema anterior implica precalentar un disco de cobre a una temperatura inicial T_i elevada y registrar su historia de temperaturas $T(t)$ conforme se enfría mediante el flujo que choca a una temperatura final T_f. La disminución de temperatura medida se compara entonces con las predicciones basadas en la correlación para Nu_D. Suponga que valores de $a = 0.30$ y $n = 2$ se asocian con la correlación.

Considere las condiciones experimentales para las que un disco de diámetro $D = 50$ mm y longitud $L = 25$ mm se precalienta a $T_i = 1000$ K y se enfría a $T_f = 400$ K mediante un flujo de aire que choca a $T_\infty = 300$ K. La superficie enfriada del disco tiene una emisividad de $\varepsilon = 0.8$ y se expone a alrededores isotérmicos lejanos para los que $T_{alr} = T_\infty$. Las otras superficies del disco están bien aisladas, y la trasferencia de calor a través de la varilla de apoyo se considera insignificante. Con los resultados del problema anterior, calcule y trace las historias de temperatura que corresponden a velocidades del aire de $V = 4$, 20 y 50 m/s. Se suponen propiedades constantes para el cobre ($\rho = 8933$ kg/m^3, $c_p = 425$ J/kg · K, $k = 386$ W/m · K) y para el aire ($\upsilon = 38.8 \times 10^{-6}$ m^2/s, $k = 0.0407$ W/m · K, $Pr = 0.684$).

Perfiles de la capa límite

6.9 En un flujo sobre una superficie, los perfiles de velocidad y temperatura son de la forma

$$u(y) = Ay + By^2 - Cy^3 \qquad \text{y}$$
$$T(y) = D + Ey + Fy^2 - Gy^3$$

donde los coeficientes A a G son constantes. Obtenga expresiones para el coeficiente de fricción C_f y el coeficiente de convección h en términos de u_∞, T_∞ y los coeficientes apropiados del perfil y de las propiedades del fluido.

6.10 Agua a una temperatura $T_\infty = 25$°C fluye sobre una de las superficies de una pared de acero (AISI 1010) cuya temperatura es $T_{s,1} = 40$°C. La pared es de 0.35 m de espesor, y la temperatura de la otra superficie es $T_{s,2} = 100$°C. Para condiciones de estado estable, ¿cuál es el coeficiente de convección asociado con el flujo de agua? ¿Cuál es el gradiente de temperatura en la pared y en el agua que está en contacto con la pared? Dibuje la distribución de temperaturas en la pared y en el agua contigua.

6.11 En determinada aplicación que implica un flujo de aire sobre una superficie calentada, la distribución de temperaturas de la capa límite se aproxima como

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = 1 - \exp\left(-Pr\,\frac{u_\infty y}{\nu}\right)$$

donde y es la distancia normal a la superficie y el número de Prandtl, $Pr = c_p\mu/k = 0.7$, es una propiedad adimensional del fluido. Si $T_\infty = 400$K, $T_s = 300$ K, y $u_\infty/\nu = 5000$ m^{-1}, ¿cuál es el flujo de calor por unidad de área en la superficie?

Transición de la capa límite

6.12 Considere un flujo de aire sobre una placa plana de longitud $L = 1$ m en condiciones para las que ocurre la transición en $x_c = 0.5$ m con base en el número de Reynolds crítico, $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$. En las regiones laminar y turbulenta, los coeficientes de convección local son, respectivamente,

$$h_{lam}(x) = C_{lam}x^{-0.5} \qquad \text{y} \qquad h_{turb} = C_{turb}x^{-0.2}$$

donde $C_{lam} = 8.845$ W/m^2 · K$^{0.5}$, $C_{turb} = 49.75$ W/m^2 · K$^{0.8}$, y x tiene unidades de m.

(a) Mediante la evaluación de las propiedades termofísicas del aire a 350 K, determine la velocidad del flujo de aire.

(b) Desarrolle una expresión para el coeficiente de convección promedio $\bar{h}_{lam}(x)$, como función de la distancia desde el inicio de la placa, x, para la región laminar, $0 \le x \le x_c$.

(c) Desarrolle una expresión para el coeficiente de convección promedio, $\bar{h}_{turb}(x)$, como función de la distancia desde el inicio de la placa, x, para la región turbulenta, $x_c \le x \le L$.

(d) En las mismas coordenadas, trace los coeficientes de convección local y promedio, h_x y $\bar{h}_x$, respectivamente, como función de x para $0 \le x \le L$.

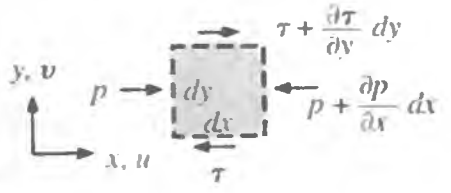
6.13 Un ventilador que proporciona velocidades de aire de hasta de 50 m/s se utilizará en un túnel de viento de baja velocidad con aire atmosférico a 25°C. Si se desea un

el túnel de viento para estudiar el comportamiento de capa límite de una placa plana hasta números de Reynolds $Re_x = 10^8$, ¿cuál es la longitud de placa mínima que debe utilizarse? ¿A qué distancia desde el inicio de la placa ocurriría la transición si el número de Reynolds crítico fuera $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$?

6.14 Suponiendo un número de Reynolds de transición de 5×10^5, determine la distancia desde el inicio de una placa plana a la que ocurrirá la transición para cada uno de los siguientes fluidos cuando $u_\infty = 1$ m/s: aire atmosférico, aceite de motor y mercurio. En cada caso la temperatura del fluido es 27°C.

Ecuaciones de conservación y soluciones

6.15 Considere el volumen de control que se muestra para el caso especial de condiciones de estado estable con $v = 0$, $T = T(y)$ y ρ es constante.



(a) Pruebe que $u = u(y)$ si $v = 0$ en cualquier lugar.

(b) Derive la ecuación del momento en x y simplifíquela tanto como sea posible.

(c) Derive la ecuación de energía y simplifíquela tanto como sea posible.

6.16 Considere una chumacera ligeramente cargada que usa aceite y tiene las propiedades constantes m = 10^{-2} kg/s · m y $k = 0.15$ W m · K. Si el cojinete y la chumacera se mantienen cada uno a una temperatura de 40°C, ¿cuál es la temperatura máxima en el aceite cuando el cojinete gira a 10 m/s?

6.17 Considere una chumacera ligeramente cargada que usa aceite y tiene las propiedades constantes $\rho = 800$ kg/m^3, $v = 10^{-5}$ m^2/s, y $k = 0.13$ Wm · K. El diámetro de la chumacera es 5 mm; el espacio es 0.25 mm y el cojinete opera a 3600 rpm.

(a) Determine la distribución de temperaturas en la película de aceite, suponiendo que no hay transferencia de calor en la chumacera y que la superficie del cojinete se mantiene a 75°C.

(b) ¿Cuál es la transferencia de calor del cojinete, y cuánta potencia se necesita para hacer girar la chumacera?

6.18 Considere dos placas paralelas largas (infinitas), separadas 5 mm. Una placa es estacionaria, mientras que la otra se mueve a una velocidad de 200 m/s. Ambas placas se mantienen a 27°C. Considere dos casos, uno en que las placas están separadas por agua y otro en que las placas están separadas por aire.

(a) Para cada uno de los dos fluidos, ¿cuál es la fuerza por unidad de área superficial que se requiere para mantener la condición anterior? ¿Cuál es el requerimiento de potencia correspondiente?

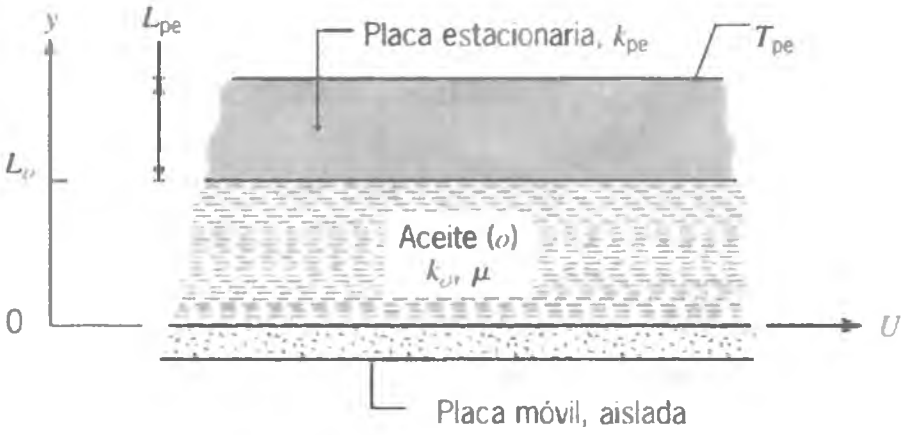
(b) ¿Cuál es la disipación viscosa asociada con cada uno de los dos fluidos?

(c) ¿Cuál es la temperatura máxima en cada uno de los dos fluidos?

6.19 Se hace un juicio con respecto a la influencia de la disipación viscosa en la transferencia de calor por convección forzada mediante el cálculo de la cantidad *Pr Ec*, donde el número de Prandtl $Pr = c_p m/k$ y el número de Eckert $Ec = U^2/c_p DT$ son *grupos adimensionales*. La velocidad característica y la diferencia de temperaturas del problema se designan como U y ΔT, respectivamente. Si $Pr\ Ec \ll 1$, no se toman en cuenta los efectos de disipación. Considere el flujo de Couette para el que una placa se mueve a 10 m/s y se mantiene una diferencia de temperaturas de 25°C entre las placas. Mediante la evaluación de las propiedades a 27°C, determine el valor de *Pr Ec* para aire agua, y aceite de motor. ¿Cuál es el valor de *Pr Ec* para aire si la placa se mueve a la velocidad del sonido?

6.20 Considere el flujo de Couette para el que la placa móvil se mantiene a una temperatura uniforme y la placa estacionaria está aislada. Determine la temperatura de la placa aislada, exprese su resultado en términos de las propiedades del fluido y la temperatura y velocidad de la placa móvil. Obtenga una expresión para el flujo de calor por unidad de área en la placa móvil.

6.21 Considere el flujo de Couette con transferencia de calor para el cual la placa inferior (placa móvil) se mueve con una velocidad de $U = 5$ m/s y está perfectamente aislada. La placa superior (placa estacionaria) es estacionaria y está construida de un material con conductividad térmica $k_{pe} = 1.5$ W/m · K y espesor $L_{pe} = 3$ mm. La superficie externa se mantiene a $T_{pe} = 40$°C. Las placas están separadas por una distancia $L_o = 5$ mm, que se llena con un aceite de motor de viscosidad m = 0.799 N · s/m^2 y conductividad térmica $k_o = 0.145$ W/m · K.

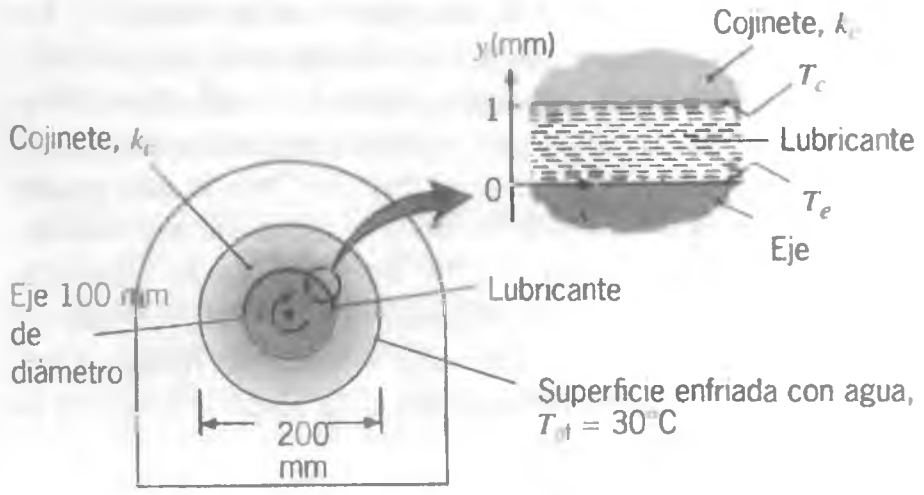


DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

(a) En coordenadas $T(y)$–y, dibuje la distribución de temperaturas en la película de aceite y la placa móvil.

(b) Obtenga una expresión para la temperatura en la superficie inferior de la película de aceite, $T(0) = T_0$, en términos de la velocidad de la placa U, los parámetros de la placa estacionaria (T_{pe}, k_{pe}, L_{pe}) y los parámetros del aceite (μ, k_o, L_o). Calcule esta temperatura para las condiciones establecidas.

6.22 Un eje con un diámetro de 100 mm gira a 9000 rpm en una chumacera de 70 mm de longitud. Un hueco uniforme con lubricante separa el eje y la chumacera. Las propiedades del lubricante son $\mu = 0.03$ N · s/m^2 y $k = 0.15$ W/m · K, mientras que el material del cojinete tiene una conductividad térmica de $k_c = 45$ Wm · K.



(a) Determine la disipación viscosa, $\mu\Phi$(W/m^3), en el lubricante.

(b) Determine la transferencia de calor (W) del lubricante, suponiendo que no se pierde calor a través del eje.

(c) Si la cubierta del cojinete se enfría con agua, de modo que la superficie externa del cojinete se mantiene a 30°C, determine las temperaturas del cojinete y del eje, T_c y T_e.

6.23 Considere el flujo de Couette con transferencia de calor como se describe en el ejemplo 6.4.

(a) Reacomode la distribución de temperaturas para obtener la forma adimensional

$$\theta(\eta) = \eta[1 + \tfrac{1}{2}Pr\,Ec(1 - \eta)]$$

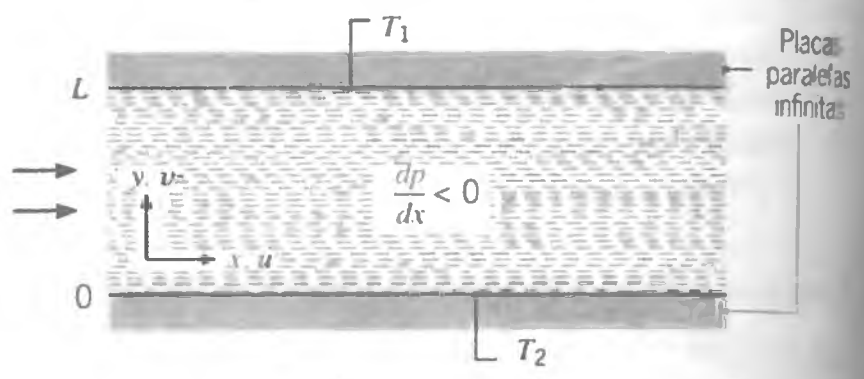
donde $\theta \equiv [T(y) - T_0]/[T_L - T_0]$ y $\eta = y/L$. Los *grupos adimensionales* son el número de Prandtl $Pr = \mu c_p/k$ y el número de Eckert $Ec = U^2/c_p(T_L - T_0)$.

(b) Derive una expresión que establezca las condiciones en las que no habrá transferencia de calor a la placa superior.

(c) Derive una expresión para la transferencia de calor a la placa inferior según las condiciones identificadas en la parte (b).

(d) Genere una gráfica de θ contra η para $0 \le \eta \le 1$ y valores de $Pr\,Ec = 0, 1, 2, 4, 10$. Explique las características clave de las distribuciones de temperatura.

6.24 Considere el problema de un flujo laminar incompresible estable entre dos placas paralelas infinitas estacionarias que se mantienen a diferentes temperaturas.



Denominado *flujo de Poiseuille* con transferencia de calor, este caso especial de flujo paralelo es uno para el que el componente x de la velocidad es finita, pero los componentes y y z (v y w) son cero.

(a) ¿Cuál es la forma de la ecuación de continuidad para este caso? ¿En qué dirección el flujo *se encuentra completamente desarrollado*?

(b) ¿Qué formas toman las ecuaciones de momento en x y y? ¿Cuál es la forma del perfil de velocidad? Observe que, a diferencia del flujo de Couette, el movimiento del fluido entre las placas ahora se mantiene mediante un gradiente de presión finito. ¿Cómo es este gradiente de presión en relación con la velocidad máxima del fluido?

(c) Suponiendo que la disipación viscosa es significativa y reconociendo que las condiciones deben estar térmicamente desarrolladas por completo, ¿cuál es la forma apropiada de la ecuación de energía? Resuelva esta ecuación para la distribución de temperaturas. ¿Cuál es el flujo de calor en la superficie superior ($y = L$)?

6.25 Considere las ecuaciones de conservación (6.25, 6.39, 6.43).

(a) Identifique cada ecuación y describa con brevedad el significado físico de cada término.

(b) Identifique las aproximaciones y condiciones especiales que se hacen para reducir estas expresiones a las ecuaciones de capa límite (6.54, 6.55 y 6.57).

(c) Compare las ecuaciones 6.55 y 6.57, e identifique las condiciones para las que las ecuaciones tienen la misma forma. Comente la existencia de una analogía de transferencia de calor y de momento.

Similitud y parámetros adimensionales

6.26 En una buena aproximación, la viscosidad dinámica, la conductividad térmica k y el calor específico c_p son independientes de la presión. ¿De qué forma la viscosidad

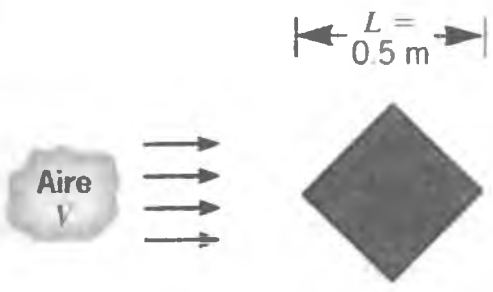
dad cinemática n y la difusividad térmica a varían con la presión para un líquido incompresible y para un gas ideal? Determine υ y α del aire a 350 K para presiones de 1 y 10 atm.

6.27 Un objeto de forma irregular tiene una longitud característica $L = 1$ m y se mantiene a una temperatura superficial uniforme $T_s = 400$K. Cuando se coloca en aire atmosférico a una temperatura $T_\infty = 300$ K y se mueve con una velocidad $V = 100$ m/s, el flujo promedio de calor desde la superficie al aire es 20,000 W/m^2. Si un segundo objeto de la misma forma, pero con una longitud característica $L = 5$ m, se mantiene a una temperatura superficial $T_s = 400$ K y se coloca en aire atmosférico a $T_\infty = 300$ K, ¿cuál será el valor del coeficiente promedio de convección si la velocidad del aire es $V = 20$ m/s?

6.28 Los experimentos muestran que, para un flujo de aire a $T_\infty = 35°C$ y $V_1 = 100$ m/s, la transferencia de calor desde el álabe de una turbina de longitud característica $L_1 = 0.15$ m y temperatura superficial $T_{s,1} = 300°C$ es $q_1 = 1500$ W. ¿Cuál será la transferencia de calor desde el álabe de una segunda turbina de longitud característica $L_2 = 0.3$ m que opera a $T_{s,2} = 400°C$ en un flujo de aire a $T_\infty = 35°C$ y $V_2 = 50$ m/s? El área de la superficie del álabe se supone directamente proporcional a su longitud característica.

6.29 Las mediciones experimentales del coeficiente de transferencia de calor por convección para una barra cuadrada en un flujo cruzado dan los siguientes valores:

$\bar{h}_1 = 50$ W/m$^2 \cdot$ K cuando $V_1 = 20$ m/s
$\bar{h}_2 = 40$ W/m$^2 \cdot$ K cuando $V_2 = 15$ m/s



Suponga que la forma funcional del número de Nusselt es $Nu = CRe^m Pr^n$, donde C, m y n son constantes.

(a) ¿Cuál será el coeficiente de transferencia de calor por convección para una barra similar con $L = 1$ m cuando $V = 15$ m/s?

(b) ¿Cuál será el coeficiente de transferencia de calor por convección para una barra similar con $L = 1$ cuando $V = 30$ m/s?

(c) ¿Los resultados serían iguales si se utilizara el lado de la barra, en lugar de la diagonal, como longitud característica?

6.30 Se encontró que los resultados experimentales para la transferencia de calor sobre una placa plana con una superficie en extremo áspera están correlacionados por una expresión de la forma

$$Nu_x = 0.04 Re_x^{0.9} Pr^{1/3}$$

donde Nu_x es el valor local del número de Nusselt en una posición x medida desde el inicio de la placa. Obtenga una expresión para la razón del coeficiente de transferencia de calor promedio $\bar{h}_x$ al coeficiente local h_x.

6.31 Considere las condiciones para las que un fluido con una velocidad de flujo libre $V = 1$ m/s fluye sobre una superficie con una longitud característica $L = 1$ m, lo que proporciona un coeficiente promedio de transferencia de calor por convección $\bar{h} = 100$ W/m$^2 \cdot$ K. Calcule los parámetros adimensionales Nu_L, Re_L, Pr y j_H para los siguientes fluidos: aire, aceite de motor, mercurio y agua. Suponga que los fluidos están a 300 K.

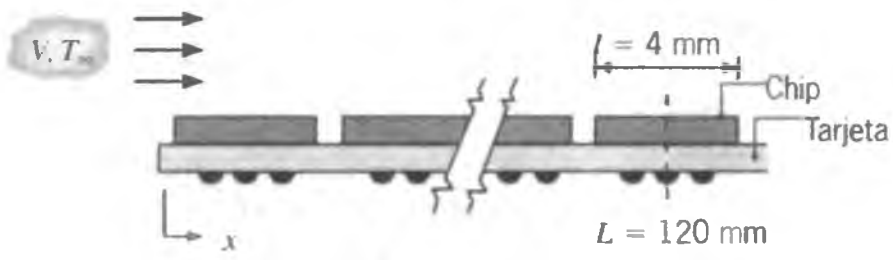
6.32 Se sabe que para el flujo sobre una placa plana de longitud L, el coeficiente local de transferencia de calor h_x varía como $x^{-1/2}$, donde x es la distancia desde el inicio de la placa. ¿Cuál es la razón del número de Nusselt promedio para toda la placa (Nu_L) al número de Nusselt local en $x = L$(Nu_L)?

6.33 Para el flujo de capa límite laminar sobre una placa plana con aire a 20°C y 1 atm, el espesor de la capa límite térmica δ_t es aproximadamente 13% mayor que el espesor de la capa límite hidrodinámica δ. Determine la razón δ/δ_t si el fluido es etilenglicol bajo las mismas condiciones de flujo.

6.34 Dibuje la variación de la velocidad y del espesor de la capa límite térmica con la distancia desde el inicio de una placa plana para el flujo laminar de aire, agua, aceite de motor y mercurio. Para cada caso suponga una temperatura media del fluido de 300 K.

6.35 Se utiliza aire forzado a $T_\infty = 25°C$ y $V = 10$ m/s para enfriar elementos electrónicos sobre una tarjeta de circuitos. Uno de tales elementos es un chip, de 4 mm por 4 mm, que se localiza a 120 mm desde el inicio de la tarjeta. Los experimentos revelan que el flujo sobre ésta es perturbado por los elementos y que la transferencia de calor por convección está correlacionada mediante una expresión de la forma

$$Nu_x = 0.04 Re_x^{0.85} Pr^{1/3}$$



Estime la temperatura superficial del chip si éste disipa 30 mW.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolivar Sede del Litoral

6.36 Considere el chip sobre la tarjeta de circuitos del problema anterior. Para asegurar una operación confiable en periodos extensos, la temperatura del chip no debe exceder 85°C. Suponiendo la disponibilidad de aire forzado a $T_\infty = 25°C$ y la aplicabilidad de la correlación de transferencia de calor establecida, calcule y dibuje la disipación de potencia máxima permisible del chip P_c como función de la velocidad del aire para $1 \leq V \leq 25$ m/s. Si la superficie del chip tiene una emisividad de 0.80 y la tarjeta está montada en un recinto grande cuyas paredes están a 25°C, ¿cuál es el efecto de la radiación sobre la gráfica $P_c - V$?

Analogía de Reynolds

6.37 Una placa plana delgada de 0.2 m por 0.2 m de lado se orienta de forma paralela a un flujo de aire atmosférico con velocidad 40 m/s. El aire está a una temperatura $T_\infty = 20°C$, mientras la placa se mantiene a $T_s = 120°C$. El aire fluye sobre las superficies superior e inferior de la placa, y la medición de la fuerza de arrastre revela un valor de 0.057 N. ¿Cuál es la transferencia de calor desde ambos lados de la placa al aire?

6.38 El aire atmosférico está en flujo paralelo ($u_\infty = 15$ m/s, $T_\infty = 15°C$) sobre una superficie plana de calentamiento que se mantendrá a una temperatura de 140°C. El área de la superficie de calentamiento es 0.25 m^2, y se sabe que el flujo de aire induce una fuerza de arrastre de 0.25 N sobre el calentador. ¿Cuál es la potencia eléctrica necesaria para mantener la temperatura superficial establecida?

6.39 Para el flujo sobre una placa plana con una superficie extremadamente áspera, se sabe que los efectos de la transferencia de calor por convección están correlacionados mediante la expresión del problema 6.30. Para un flujo de aire a 50 m/s, ¿cuál es el esfuerzo cortante de la superficie en $x = 1$ m desde el inicio de la placa? Suponga que el aire está a una temperatura de 300 K.

Coeficientes de transferencia de masa

6.40 En un día de verano la temperatura del aire es 27°C y la humedad relativa es 30%. El agua de la superficie de un lago se evapora a razón de 0.10 kg/h por metro cuadrado de la superficie del área. La temperatura del agua también es 27°C. Determine el valor del coeficiente de transferencia de masa por convección.

6.41 Se observa que un contenedor de agua de 230 mm de diámetro a 23°C tiene una razón de pérdida de masa de 1.5×10^{-5} kg/s cuando el aire ambiental está seco y a 23°C.

(a) Determine el coeficiente de transferencia de masa por convección para esta situación.

(b) Estime la razón de pérdida de masa por evaporación cuando el aire ambiental tiene una humedad relativa de 50 por ciento.

(c) Estime la razón de pérdida de masa por evaporación cuando las temperaturas del agua y del aire ambiente son 47°C, suponiendo que el coeficiente de transferencia de masa por convección permanece sin cambio y el aire ambiental está seco.

6.42 La razón a la que se pierde agua debido a la evaporación de la superficie de un cuerpo de agua se determina al medir la velocidad de retroceso de la superficie. Considere un día de verano para el que la temperatura del agua y del aire ambiente es 305 K y la humedad relativa del aire es 40%. ¿Si se sabe que la velocidad de retroceso de la superficie es 0.1 mm/h, cuál es la razón a la que se pierde masa debido a la evaporación por área de superficie unitaria? ¿Cuál es el coeficiente de transferencia de masa por convección?

6.43 La fotosíntesis, como ocurre en las hojas de una planta verde, implica el transporte de dióxido de carbono (CO_2) de la atmósfera a los cloroplastos de las hojas, y la rapidez de fotosíntesis se cuantifica en términos de la rapidez de asimilación de CO_2 por los cloroplastos. Esta asimilación está fuertemente influenciada por la transferencia de CO_2 a través de la capa límite que se produce en la superficie de la hoja. Bajo condiciones para las que la densidad del CO_2 es 6×10^{-4} kg/m³ en el aire y 5×10^{-4} kg/m³ en la superficie de la hoja y el coeficiente de transferencia de masa por convección es 10^{-2} m/s, ¿cuál es la rapidez de fotosíntesis en términos de kilogramos de CO_2 asimilados por unidad de tiempo y área de la superficie de la hoja?

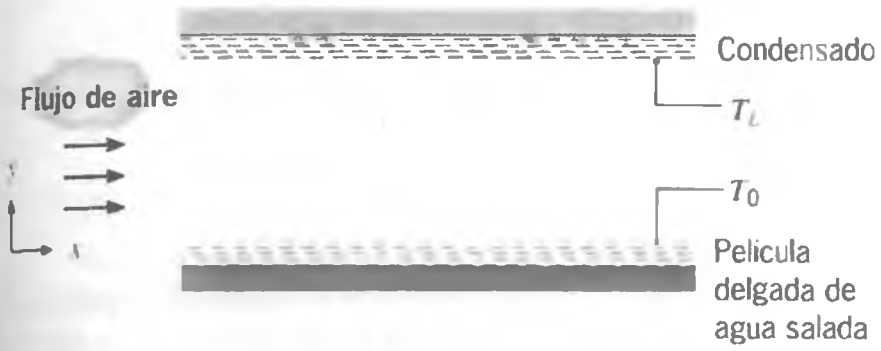
6.44 La especie A se evapora desde una superficie plana en la especie B. Suponga que el perfil de concentración para la especie A en la capa límite de concentración es de la forma $C_A(y) = Dy^2 + Ey + F$, donde D, E y F son constantes en cualquier posición x y y se mide a lo largo de una normal desde la superficie. Desarrolle una expresión para el coeficiente de transferencia de masa por convección h_m en términos de estas constantes, la concentración de A en el flujo libre $C_{A,\infty}$ y la difusividad de masa D_{AB}. Escriba una expresión para el flujo molar de transferencia de masa por convección para la especie A.

Ecuación y solución de conservación de especies

6.45 Considere el problema 6.24, cuando el fluido es una mezcla binaria con diferentes concentraciones molares $C_{A,1}$ y $C_{A,2}$ en las superficies superior e inferior, respectivamente. Para la región entre las placas, ¿cuál es la forma apropiada de la ecuación de continuidad de la especie A? Obtenga expresiones para la distribución de concentración de especies y el flujo de especies en la superficie superior.

6.46 Un esquema simple para desalinización implica tener una película delgada de agua salada en la super-

inferior de dos placas paralelas largas (infinitas) que están ligeramente inclinadas y separadas por una distancia L.



Existe un flujo de aire laminar incompresiblemente lento entre las placas, de modo que el componente x de la velocidad es finito mientras que los componentes y y z son cero. Ocurre evaporación de la película líquida sobre la superficie inferior, que se mantiene a una temperatura elevada T_0, mientras sucede la condensación en la superficie superior, que se mantiene a una temperatura reducida T_L. Las concentraciones molares correspondientes de vapor de agua en las superficies inferior y superior se designan como $C_{A,0}$ y $C_{A,L}$, respectivamente. La concentración y temperatura de especies se supone independiente de x y z.

(a) Obtenga una expresión para la distribución de la concentración molar de vapor de agua $C_A(y)$ en el aire. ¿Cuál es la rapidez de producción de masa de agua pura por unidad de área superficial? Exprese sus resultados en términos de $C_{A,0}$, $C_{A,L}$, L y el coeficiente de difusión vapor-aire D_{AB}.

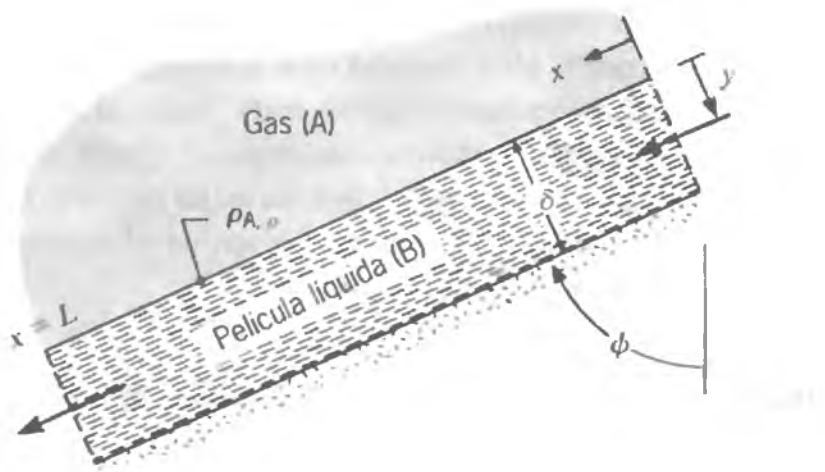
(b) Obtenga una expresión para la rapidez a la que debe suministrarse calor por unidad de área para mantener la superficie inferior a T_0. Exprese su resultado en términos de $C_{A,0}$, $C_{A,L}$, T_0, T_L, L, D_{AB}, h_{fg} (calor latente de vaporización del agua), y la conductividad térmica k.

6.47 Considere las ecuaciones de conservación (6.43) y (6.52).

(a) Describa el significado físico de cada término.

(b) Identifique las aproximaciones y condiciones especiales necesarias para reducir estas expresiones a las ecuaciones de capa límite (6.57 y 6.58). Comparando estas ecuaciones, identifique las condiciones bajo las que tienen la misma forma. Comente la existencia de una analogía de transferencia de calor y de masa.

6.48 La *película deslizante* se utiliza en el procesamiento químico para eliminar las especies gaseosas. Implica que el flujo de un líquido a lo largo de una superficie se puede inclinar a algún ángulo $\phi \geq 0$.



El flujo se mantiene por gravedad, y la especie gaseosa A fuera de la película es absorbida en la interfaz líquido-gas. La película está en un flujo laminar completamente desarrollado sobre toda la placa, de modo que sus componentes de la velocidad en las direcciones y y z son cero. La densidad de masa de A en $y = 0$ en el líquido es una constante $\rho_{A,0}$ independiente de x.

(a) Escriba la forma apropiada de la ecuación de momento en x para la película. Resuelva esta ecuación para la distribución del componente de la velocidad en x, $u(y)$, en la película. Exprese el resultado en términos de δ, g, ϕ, y las propiedades del líquido μ y ρ. Escriba una expresión para la velocidad máxima $u_{máx}$.

(b) Obtenga una forma apropiada de la ecuación de conservación de la especie A para condiciones dentro de la película. Si se supone, además, que el transporte de la especie A a través de la interfaz gas-líquido no penetra muy lejos en la película, la posición $y = \delta$ se considera, para todo propósito práctico, como $y = \infty$. Esta condición implica que a una buena aproximación, $u = u_{máx}$ en la región de penetración. Sujeto a estas suposiciones, determine una expresión para $\rho_A(x, y)$ que se aplique en la película. *Sugerencia*: Este problema es análogo a la conducción en un medio semiinfinito con un cambio súbito en la temperatura de la superficie.

(c) Si un coeficiente de transferencia de masa por convección se define como

$$h_{m,x} \equiv \frac{n''_{A,x}}{\rho_{A,o}}$$

donde $n''_{A,x}$ es el flujo de masa local en la interfaz gas-líquido, desarrolle una correlación adecuada para Sh_x como función de Re_x y Sc.

(d) Desarrolle una expresión para la rapidez de absorción total de gas por unidad de ancho para una película de longitud L (kg/s · m).

(e) Una película de agua de 1 mm de espesor baja por la superficie interna de un tubo vertical de 2 m de longitud y tiene un diámetro interno de 50 mm. Un

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...oral

flujo de aire que contiene amoniaco (NH_3) se mueve por el tubo, de modo que la densidad de masa de NH_3 en la interfaz gas-líquido (no en el líquido) es 25 kg/m^3. Se forma una solución diluida de amoniaco en agua, y el coeficiente de difusión es 2×10^{-9} m^2/s. ¿Cuál es la rapidez de eliminación de masa de NH_3 por absorción?

Similitud y analogía de transferencia de calor y de masa

6.49 Considere el flujo cruzado del gas *X* sobre un objeto que tiene una longitud característica $L = 0.1$ m. Para un número de Reynolds de 1×10^4, el coeficiente promedio de transferencia de calor es 25 W/m$^2 \cdot$ K. El mismo objeto después se impregna con el líquido *Y* y se sujeta a las mismas condiciones de flujo. Dadas las siguientes propiedades termofísicas, ¿cuál es el coeficiente promedio de transferencia de masa por convección?

	υ (m^2/s)	k (W/m $\cdot$ K)	α (m^2/s)
Gas X	21×10^{-6}	0.030	29×10^{-6}
Líquido Y	3.75×10^{-7}	0.665	1.65×10^{-7}
Vapor Y	4.25×10^{-5}	0.023	4.55×10^{-5}
Mezcla de gas X-vapor Y:		$Sc = 0.72$	

6.50 Considere condiciones para las que un fluido con una velocidad de corriente libre $V = 1$ m/s fluye sobre una superficie que se evapora o se sublima con una longitud característica $L = 1$ m, lo que proporciona un coeficiente promedio de transferencia de masa por convección $\bar{h}_m = 10^{-2}$ m/s. Calcule los parámetros adimensionales Sh_L, Re_L, Sc y $\bar{j}_m$ para las siguientes combinaciones: flujo de aire sobre agua, flujo de aire sobre naftalina y glicerol caliente sobre hielo. Suponga una temperatura del fluido de 300 K y una presión de 1 atm.

6.51 Dibuje la variación de los espesores de la capas límite de velocidad y concentración con la distancia desde el inicio de una placa plana para las siguientes condiciones de flujo laminar: flujo de aire sobre una película de agua, flujo de aire sobre una capa de hielo seco, flujo de aire sobre una placa de naftalina y flujo de glicerol caliente sobre una capa de hielo, que se funde y disuelve en el glicerol. Para cada caso suponga una temperatura media del fluido de 300 K.

6.52 Un objeto de forma irregular tiene una longitud característica $L = 1$ m y se mantiene a una temperatura superficial uniforme $T_s = 325$ K. Éste se suspende en un flujo de aire que está a presión atmosférica ($p = 1$ atm) y tiene una velocidad $V = 100$ m/s y una temperatura $T_\infty = 275$ K. El flujo promedio de calor de la superficie al aire es 12,000 W/m^2. Refiriéndose a la situación anterior como caso 1, considere los siguientes casos y determine si las condiciones son análogas a las del caso 1. Cada caso incluye un objeto de la misma forma, que se suspende en un flujo de aire de la misma manera. Donde exista un comportamiento análogo, determine el valor correspondiente del coeficiente promedio de convección.

(a) Los valores de T_s, T_∞ y p permanecen igual, pero $L = 2$ m y $V = 50$ m/s.

(b) Los valores de T_s y T_∞ permanecen igual, pero $L = 2$ m, $V = 50$ m/s, y $p = 0.2$ atm.

(c) La superficie se cubre con una película líquida que se evapora en el aire. Todo el sistema está a 300 K, y el coeficiente de difusión para la mezcla aire-vapor es $D_{AB} = 1.12 \times 10^{-4}$ m^2/s. También, $L = 2$ m, $V = 50$ m/s y $p = 1$ atm.

(d) La superficie se cubre con otra película líquida para la que $D_{AB} = 1.12 \times 10^{-4}$ m^2/s, y el sistema está a 300 K. En este caso $L = 2$ m, $V = 250$ m/s, y $p = 0.2$ atm.

6.53 En un día frío de abril se sabe que un corredor vestido ligeramente pierde calor a razón de 500 W debido a la convección al aire de los alrededores a $T_\infty = 10$°C. La piel del corredor permanece seca y a una temperatura $T_s = 30$°C. Tres meses después, el corredor se mueve a la misma velocidad, pero el día es caluroso y húmedo con una temperatura $T_\infty = 30$°C y una humedad relativa de $\phi_\infty = 60\%$. El corredor está ahora empapado de sudor y tiene una temperatura superficial uniforme de 35°C. Bajo ambas condiciones las propiedades del aire se suponen constantes con $\upsilon = 1.6 \times 10^{-5}$ m^2/s, $k = 0.026$ W/m $\cdot$ K, $Pr = 0.70$, y D_{AB} (vapor de agua-aire) $= 2.3 \times 10^{-5}$ m^2/s.

(a) ¿Cuál es la razón de pérdida de agua debida a la evaporación en el día de verano?

(b) ¿Cuál es la pérdida total de calor por convección en el día de verano?

6.54 Un objeto de forma irregular de 1 m de longitud que se mantiene a una temperatura constante de 100°C se suspende en un flujo de aire que tiene una temperatura de flujo libre de 0°C, presión atmosférica de 1 atm y una velocidad de 120 m/s. La temperatura del aire medida en un punto cercano al objeto en el flujo de aire es 80°C. Un segundo objeto de la misma forma tiene 2 m de longitud y se suspende en un flujo de aire de la misma forma. La velocidad de flujo libre del aire es 60 m/s, el aire y el objeto están a 50°C, y la presión total es 1 atm. Un recubrimiento plástico sobre la superficie del objeto se seca mediante este proceso. El peso molecular del vapor es 82 y la presión de saturación a 50°C para el material plástico es 0.0323 atm. La difusividad de masa para el vapor en aire a 50°C es 2.60×10^{-5} m^2/s.

(a) Para el segundo objeto, en una posición que corresponde al punto de medición del primer objeto, determine la concentración de vapor y la presión parcial.

(b) Si el flujo de calor promedio q'' es 2000 W/m^2 para el primer objeto, determine el flujo de masa promedio n''_A (kg/s · m^2) para el segundo objeto.

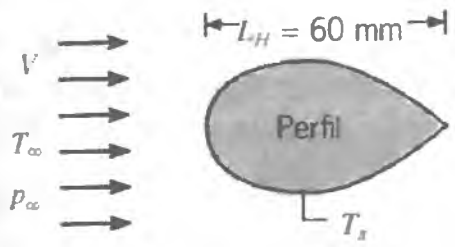
6.55 Un proceso industrial implica la evaporación de agua de una película líquida que se forma sobre el perímetro de una superficie. Se hace pasar aire seco sobre la superficie, y de mediciones de laboratorio la correlación de transferencia de calor por convección es de la forma

$$\overline{Nu}_L = 0.43 Re_L^{0.58} Pr^{0.4}$$

(a) Para una temperatura del aire y velocidad de 27°C y 10 m/s, respectivamente, ¿cuál es la rapidez de evaporación de una superficie de 1 m^2 de área y longitud característica $L = 1$ m? Aproxime la densidad de vapor saturado como $\rho_{A,\,sat} = 0.0077$ kg/m^3.

(b) ¿Cuál es la temperatura de estado estable de la película líquida?

6.56 Un perfil aerodinámico que sostiene la envoltura de un cojinete se expone a un flujo de aire caliente del escape de un motor. Es necesario llevar a cabo experimentos para determinar el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección $\bar{h}$ del aire al perfil a fin de poder enfriarlo a la temperatura superficial que se desea T_s. Se decide realizar experimentos de transferencia de masa sobre un objeto de la misma forma y para obtener los resultados de transferencia de calor que se desean mediante el uso de la analogía de transferencia de calor y de masa.



Los experimentos de transferencia de masa se llevaron a cabo con un modelo del perfil de la mitad del tamaño construido de naftalina expuesta a un flujo de aire a 27°C. Las mediciones de transferencia de masa dan estos resultados:

$\overline{Sh}_L$	Re_L
282	60,000
491	120,000
568	144,000
989	288,000

(a) Con los resultados experimentales de transferencia de masa, determine los coeficientes C y m para una correlación de la forma $\overline{Sh}_L = C\, Re_L^m\, Sc^{1/3}$.

(b) Determine el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección $\bar{h}$ para el perfil de tamaño completo, $L_H = 60$ mm, cuando se expone a un flujo de aire libre con $V = 60$ m/s, $T_\infty = 184$°C, y $p_\infty = 1$ atm cuando $T_s = 70$°C.

(c) El área de la superficie del perfil se expresa como $A_s = 2.2 L_H \cdot l$, donde l es la longitud normal a la página. Para las condiciones de la parte (b), ¿cuál es el cambio en la transferencia de calor al perfil si la longitud característica L_H se duplica?

6.57 Glicerol caliente fluye sobre una capa de hielo cuya forma es tal que los efectos de transferencia de calor por convección se correlacionan mediante una ecuación de la forma $\overline{Nu}_L = 0.25\, Re_L^{0.7}\, Pr^{1/3}$. El hielo se funde y disuelve en el glicerol. Bajo condiciones para las que el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección es $\bar{h}_L = 100$ W/m^2 · K, ¿cuál es el coeficiente promedio de transferencia de masa por convección?

6.58 Considere las condiciones del problema 6.12, pero con una película delgada de agua sobre la superficie. Si el aire es seco y el número de Schmidt Sc es 0.6, ¿cuál es el flujo de masa evaporativo? ¿Hay transferencia neta de energía hacia o desde el agua?

6.59 Considere las condiciones del problema 6.4, para el que un experimento de transferencia de calor dio la distribución que se establece del coeficiente local de convección, $h_x(x)$. El experimento se realizó para temperaturas de superficie y flujo libre de 310 y 290 K, respectivamente. Ahora considere repetir el experimento bajo condiciones en que la superficie se cubre con una capa delgada de naftalina y tanto la superficie como el aire están a 300 K. ¿Cuál es el valor correspondiente del coeficiente promedio de transferencia de masa por convección, $\bar{h}_{m,\,L}$?

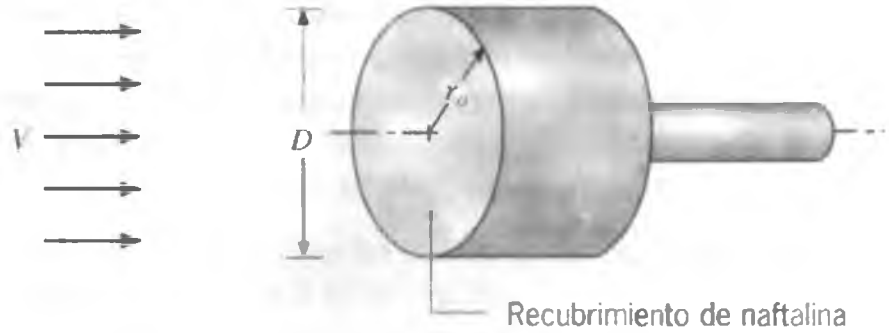
6.60 Con el uso de la técnica de sublimación de naftalina, la distribución radial del coeficiente local de transferencia de masa por convección para un flujo uniforme normal a un disco circular está correlacionada por una expresión de la forma

$$Sh_D \equiv \frac{h_m(r)D}{D_{AB}} = Sh_o\left[1 + a\left(\frac{r}{r_o}\right)^n\right]$$

El número de Sherwood (Sh_0) del punto de estancamiento depende de los números de Reynolds ($Re_D = VD/\upsilon$) y de Schmidt ($SC = \upsilon/D_{AB}$), y los datos se correlacionan mediante la siguiente expresión:

$$Sh_o = \frac{h_m(r=0)D}{D_{AB}} = 0.814 Re_D^{1/2}\, Sc^{0.36}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral



Obtenga una expresión para el número de Nusselt promedio ($\overline{Nu}_D = \bar{h}D/k$) que corresponda a la transferencia de calor desde un disco isotérmico expuesto a las condiciones de flujo anteriores. Si $a = 1.2$ y $n = 5.5$, ¿cuál es la transferencia de calor de un disco de diámetro $D = 20$ mm y temperatura superficial $T_s = 125°C$ a un flujo de aire para el que $Re_D = 5 \times 10^4$ y $T_\infty = 25°C$? Por lo común, la producción de una capa límite desde un punto de estancamiento da un coeficiente de convección decreciente con el aumento de la distancia desde el punto de estancamiento. Proporcione una explicación plausible de por qué la tendencia opuesta se observa para el disco.

6.61 Para reducir la amenaza de los depredadores, el urogallo de arena, un ave de Kenya, deposita sus huevos en lugares distantes de las fuentes de agua. Para llevar agua a sus polluelos, el urogallo vuela a la fuente más cercana y, mediante la inmersión de la parte inferior de su cuerpo, recoge agua en su plumaje. El urogallo regresará a su nido, y los polluelos beberán agua del plumaje. Por supuesto, si el tiempo de vuelo es demasiado largo, las pérdidas evaporativas ocasionarán una reducción significativa en el contenido de agua del plumaje y los polluelos sucumbirán por deshidratación.



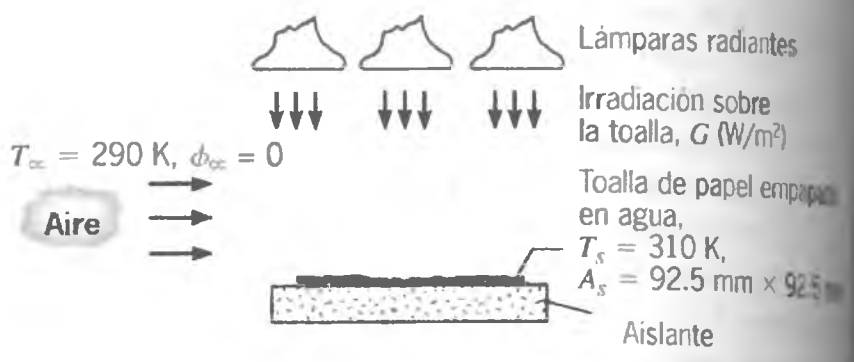
Para comprender mejor la transferencia convectiva durante el vuelo, se llevaron a cabo estudios en un túnel de viento con el uso de modelos del urogallo. Mediante el calentamiento de la parte del modelo que corresponde al plumaje donde se recoge el agua, se determinó el coeficiente de transferencia de calor por convección. Los resultados para diferentes velocidades de aire y tamaños de modelo se usaron para desarrollar una correlación empírica de la forma

$$\overline{Nu}_L = 0.034 Re_L^{4/5} Pr^{1/3}$$

El área efectiva de la superficie de la parte que recoge agua del plumaje se designa como A_s, y la longitud característica se define como $L = (A_s)^{1/2}$.

Considere las condiciones para las que el urogallo recoge 0.05 kg de agua dentro del plumaje de $A_s = 0.04$ m^2 y regresa a su nido a una velocidad constante $V = 30$ m/s. El aire ambiente está quieto y a una temperatura y humedad relativa de $T_\infty = 37°C$ y $\phi_\infty = 25\%$, respectivamente. Si, a lo largo del vuelo, la superficie A_s se cubre con una película de agua líquida a $T_s = 32°C$, ¿cuál es la distancia máxima permisible del nido a la fuente de agua, si el ave debe regresar con al menos 50% del suministro de agua inicial? Las propiedades del aire y de la mezcla aire-vapor se toma como $\nu = 16.7 \times 10^{-6}$ m^2/s y $D_{AB} = 26.0 \times 10^{-6}$ m^2/s.

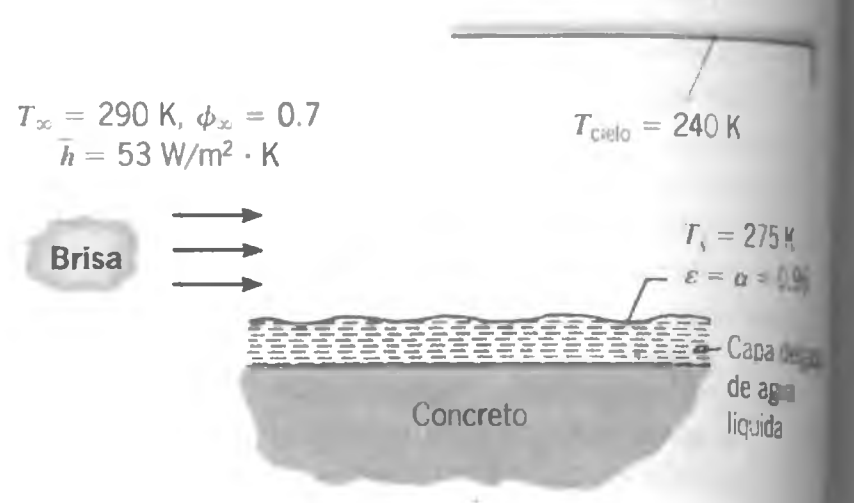
6.62 Un experimento de laboratorio implica la transferencia simultánea de calor y de masa de una toalla empapada con agua que experimenta la irradiación de un banco de lámparas radiantes y un flujo de aire paralelo sobre la superficie. Con una correlación de convección que se introducirá en el capítulo 7, se estima que el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección es $\bar{h} = 28.7$ W/m$^2 \cdot$ K. Suponga que las propiedades radiativas de la toalla son las del agua, para las que $\alpha = \varepsilon = 0.96$, y que los alrededores están a 300 K.



(a) Determine la velocidad a la que el agua se evapora de la toalla, n_A (kg/s).

(b) Lleve a cabo un balance de energía sobre la toalla para determinar la transferencia neta de radiación q_{rad} (W), a la toalla. Determine la irradiación G (W/m^2).

6.63 En primavera, las superficies como aceras y carpetas asfálticas están algunas veces húmedas en la mañana, aun cuando no llueva durante la noche. Las condiciones nocturnas típicas se muestran en el dibujo.

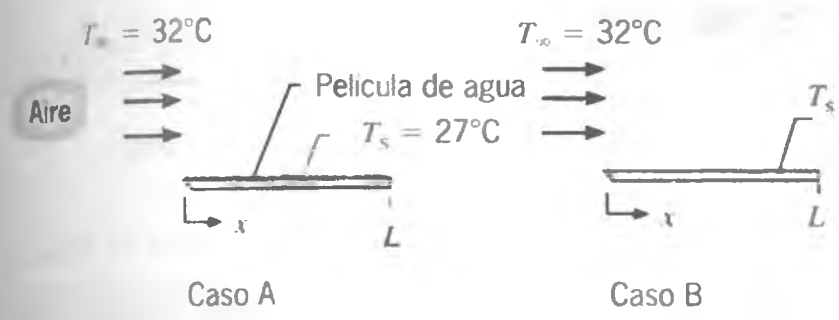


(a) Determine los flujos de calor asociados con la convección, q''_{conv}, evaporación, q''_{evap}, e intercambio de radiación con los alrededores, q''_{rad}.

(b) ¿Sus cálculos explican por qué el concreto está mojado en lugar de seco? Explique con brevedad.

(c) ¿Fluye calor de la capa líquida al concreto? ¿O del concreto a la capa líquida? Determine el flujo de calor por conducción hacia adentro o hacia afuera del concreto.

6.64 Aire seco a 32°C fluye sobre una placa mojada de longitud 200 mm y ancho 1 m (caso A). Un calentador eléctrico empotrado suministra 432 W y la temperatura de la superficie es 27°C.

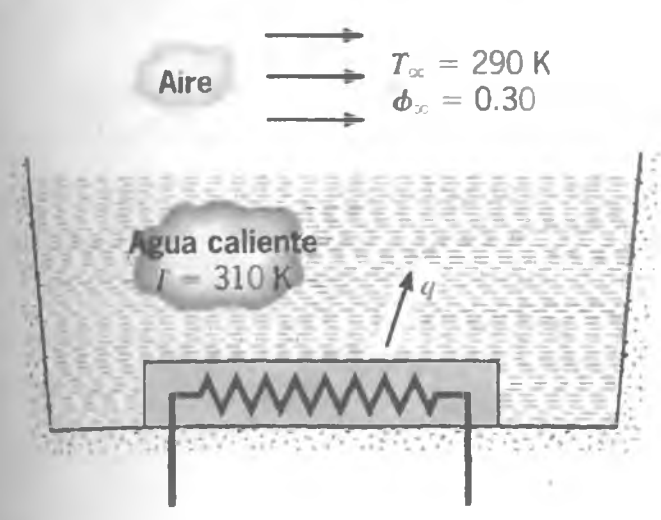


(a) ¿Cuál es la velocidad de evaporación del agua desde la placa (kg/h)?

(b) Después de un largo periodo de operación, toda el agua se evapora de la placa y la superficie está seca (caso B). Para las mismas condiciones de flujo libre y la misma potencia de calentamiento que en el caso A, estime la temperatura de la placa, T_s.

Enfriamiento evaporativo

6.65 Un exitoso ingeniero de California instaló una piscina caliente circular en su patio y encontró que, para las condiciones típicas de operación que se muestran abajo, debe agregar agua a razón de 0.001 kg/s a fin de mantener un nivel fijo de agua en la piscina.



Si la piscina está bien aislada en sus lados y en la parte inferior y la temperatura del agua de la toma es igual a la del agua de la piscina, ¿a qué rapidez deben suministrar energía los calentadores eléctricos para mantener el agua a 310 K?

6.66 Se sabe que en noches claras la temperatura del aire no necesita caer por debajo de 0°C para que una capa delgada de agua sobre la tierra se congele. Considere tal capa de agua en una noche clara para la que la temperatura efectiva del cielo es −30°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección debido al movimiento del viento es $h = 25\ W/m^2 \cdot K$. Se supone que el agua tiene una emisividad de 1.0 y que está aislada de la tierra en lo que a la conducción respecta.

(a) Sin tomar en cuenta la evaporación, determine la temperatura más baja que tendrá el aire sin que se congele el agua.

(b) Para las condiciones dadas, estime el coeficiente de transferencia de masa para evaporación del agua (m/s).

(c) Tome en cuenta ahora el efecto de la evaporación, ¿cuál es la temperatura más baja que tendrá el aire sin congelamiento del agua? Suponga que el aire está seco.

6.67 Una expresión para la presión parcial real de vapor de agua en términos de las temperaturas de bulbo húmedo y bulbo seco, denominada ecuación de Carrier, está dada como

$$p_v = p_{gw} - \frac{(p - p_{gw})(T_{bs} - T_{bh})}{1810 - T_{wb}}$$

donde p_v, p_{gw}, y p son la presión parcial real, la presión de saturación a la temperatura de bulbo húmedo y la presión total (todos en bar), mientras que T_{bs} y T_{bh} son las temperaturas de bulbo seco y húmedo en kelvin. Considere aire a 1 atm y 37.8°C que fluye sobre un termómetro de bulbo húmedo que indica 21.1°C.

(a) Con la ecuación de Carrier, calcule la presión parcial del vapor de agua en el flujo libre. ¿Cuál es la humedad relativa?

(b) Refiérase a una carta psicrométrica y obtenga la humedad relativa de forma directa para las condiciones que se indican, y compare el resultado con la parte (a).

(c) Use el valor de la presión de vapor que se obtiene en la parte (a) con la relación de enfriamiento evaporativo, ecuación 6.98, para calcular una diferencia de temperaturas entre el aire global y el bulbo húmedo. Compare esta diferencia de temperatura con la diferencia de temperaturas real. ¿Cuál es el porcentaje de diferencia entre los dos valores?

6.68 Un termómetro de bulbo húmedo consiste en un termómetro de mercurio en vidrio cubierto con una tela húmeda (agua). Cuando se suspende en un flujo de aire, la lectura de estado estable del termómetro indica la temperatura de bulbo húmedo T_{bh}; obtenga una expresión para determinar la humedad relativa del aire a par-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

tir del conocimiento de la temperatura del aire (T_∞), la temperatura de bulbo húmedo, y las propiedades de aire y vapor de agua apropiadas. Si $T_\infty = 45°C$ y $T_{bh} = 25°C$, ¿cuál es la humedad relativa del flujo de aire?

6.69 Un proceso industrial implica la evaporación de una película delgada de agua de una superficie perimétrica al calentarla desde abajo y al forzar aire a través de ésta. Mediciones de laboratorio para esta superficie proporcionan la siguiente correlación de transferencia de calor:

$$\overline{Nu}_L = 0.043 Re_L^{0.58} Pr^{0.4}$$

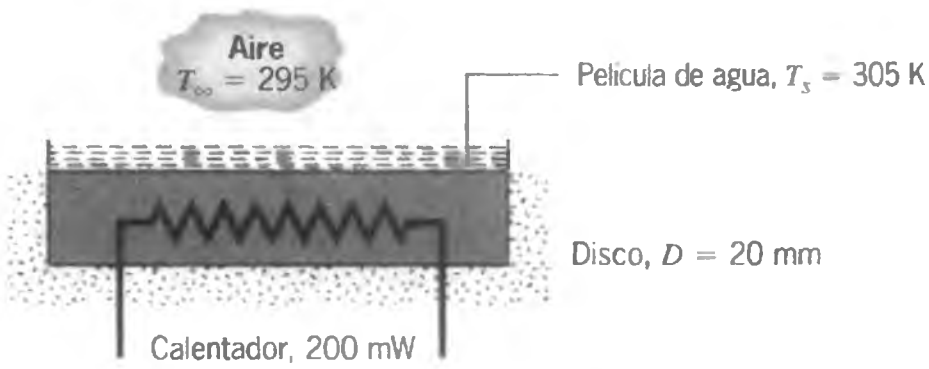
El aire que fluye sobre la superficie tiene una temperatura de 290 K, velocidad de 10 m/s, y está completamente seca ($\phi_\infty = 0$). La superficie tiene una longitud de 1 m y un área superficial de 1 m^2. Se suministra justo la suficiente energía para mantener su temperatura de estado estable a 310 K.

(a) Determine el coeficiente de transferencia de calor y la velocidad a la que la superficie pierde calor por convección.

(b) Determine el coeficiente de transferencia de masa y la velocidad de evaporación (kg/h) del agua sobre la superficie.

(c) Determine la rapidez a la que debe suministrarse calor a la superficie para estas condiciones.

6.70 Un disco de 20 mm de diámetro se cubre con una película de agua. Bajo condiciones de estado estable, se requiere una potencia de calentamiento de 200 mW para mantener la película de agua del disco a 305 K en aire seco a 295 K y la rapidez de evaporación observada es 2.55×10^{-4} kg/h.



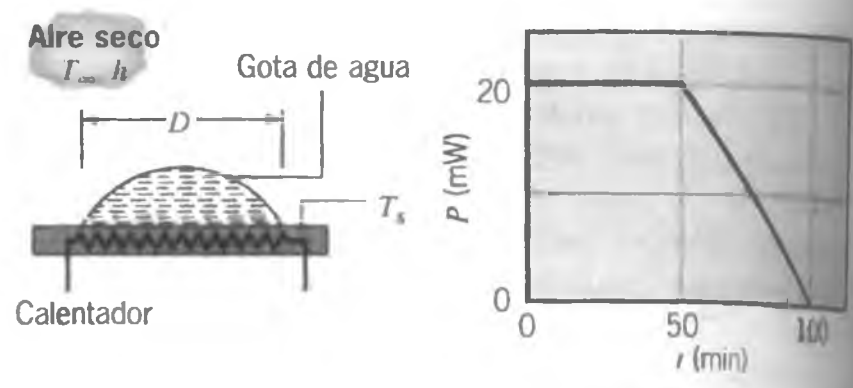
(a) Calcule el coeficiente promedio de transferencia de masa por convección, $\bar{h}_m$, para el proceso de evaporación.

(b) Calcule el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección, $\bar{h}$.

(c) ¿Los valores de $\bar{h}_m$ y $\bar{h}$ satisfacen la analogía calor-masa?

(d) Si la humedad relativa del aire ambiente a 295 K se incrementara de 0 (seco) a 0.50, pero la potencia suministrada al calentador se mantuviera a 200 mW, la velocidad de evaporación, ¿aumentaría o disminuiría? ¿Las temperaturas del disco aumentarían o disminuirían?

6.71 Se conduce un experimento para determinar el coeficiente de transferencia de masa por convección de una pequeña gota, con un calentador controlado para operar a una temperatura constante. La historia de la potencia requerida para evaporar por completo la gota a una temperatura de 37°C, se muestra en el dibujo. Se observa que, a medida que la gota se seca, el diámetro húmedo sobre la superficie del calentador permanece casi constante en un valor de 4 mm.



(a) Calcule el coeficiente de transferencia de masa por convección con base en el área húmeda durante el proceso de evaporación cuando la gota, el calentador y el aire ambiental *seco* están a 37°C.

(b) ¿Cuánta energía se requerirá para evaporar la gota si la temperatura del aire ambiental *seco* es 27°C, mientras que la temperatura de gota-calentador permanece a 37°C?

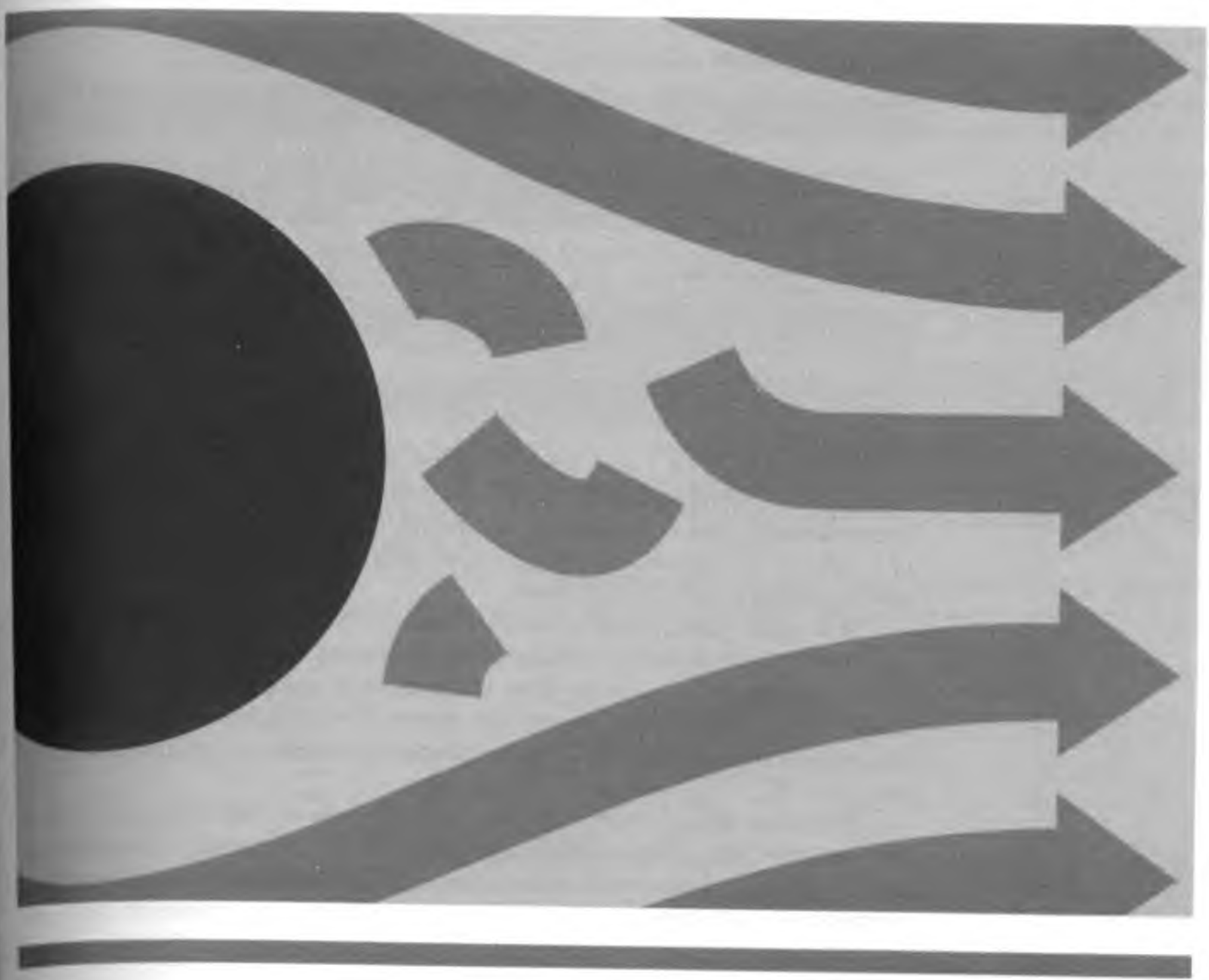
6.72 Se desea desarrollar un modelo simple para predecir la historia temporal de la temperatura de un plato durante el ciclo de secado en una máquina lavavajillas. Después del ciclo de lavado, el plato está a $T_p(t) = T_p(0) = 65°C$ y el aire en la lavadora está completamente saturado ($\phi_\infty = 1.0$) a $T_\infty = 55°C$. Los valores del área superficial del plato A_s, masa M y calor específico c son tales que $Mc/A_s = 1600$ J/m$^2 \cdot$ K.

(a) Suponiendo que el plato está cubierto completamente por una película de agua y sin considerar las resistencias térmicas de la película y del plato, derive una ecuación diferencial para predecir la temperatura del plato como función del tiempo.

(b) Para las condiciones iniciales ($t = 0$) estime el cambio en la temperatura de la placa con el tiempo, dT/dt (°C/s), suponiendo que el coeficiente promedio de transferencia de calor sobre el plato es 3.5 W/m$^2 \cdot$ K.

CAPÍTULO 7

Flujo externo



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

En este capítulo, centramos nuestra atención en el problema de calcular la transferencia de calor y masa hacia o desde una superficie en un flujo externo. En tales flujos las capas límite se producen libremente, sin restricciones impuestas por las superficies contiguas. En consecuencia, siempre existe una región del flujo fuera de la capa límite en la que los gradientes de velocidad, temperatura y/o concentración son despreciables. Los ejemplos incluyen el movimiento del fluido sobre una placa plana (inclinada o paralela a la velocidad de flujo libre) y el flujo sobre superficies curvas como una esfera, un cilindro o el álabe de una turbina.

Por el momento confinamos nuestra atención a problemas de *convección forzada de baja velocidad sin* que ocurra *cambio de fase* dentro del fluido. En la convección *forzada*, el movimiento relativo entre el fluido y la superficie se mantiene por medios externos, como un ventilador o una bomba, y no por fuerzas de empuje debidas a los gradientes de temperatura en el fluido (convección *natural*). Los *flujos internos*, la *convección natural* y la *convección con cambio de fase* se tratan en los capítulos 8, 9 y 10, respectivamente.

Nuestro objetivo principal es determinar los coeficientes de convección para diferentes geometrías de flujo. En particular, deseamos obtener formas específicas de las funciones que representan estos coeficientes. Al quitar las dimensiones a las ecuaciones de conservación en el capítulo 6, encontramos que los coeficientes de convección local y promedio se correlacionan mediante ecuaciones de la forma

Transferencia de calor:

$$Nu_x = f_4(x^*, Re_x, Pr) \tag{6.81}$$

$$\overline{Nu}_x = f_5(Re_x, Pr) \tag{6.82}$$

Transferencia de masa:

$$Sh_x = f_7(x^*, Re_x, Sc) \tag{6.85}$$

$$\overline{Sh}_x = f_8(Re_x, Sc) \tag{6.86}$$

Se agrega el subíndice x para resaltar nuestro interés por las condiciones de una posición particular sobre la superficie. La barra sobrepuesta indica un promedio de $x^* = 0$ donde la capa límite se comienza a desarrollar, a la posición de interés. Recuerde que *el problema de convección* es el de obtener estas funciones. Hay dos enfoques posibles, uno teórico y otro experimental.

El *enfoque experimental* o *empírico* implica llevar a cabo mediciones de transferencia de calor y masa en condiciones de laboratorio controladas y correlacionar los datos en términos de los parámetros adimensionales apropiados. En la sección 7.1 se proporciona una exposición general del método. Éste se aplica a muchas geometrías y condiciones de flujo diferentes y los resultados importantes se presentan en las secciones 7.2 a 7.8.

El *enfoque teórico* implica resolver las ecuaciones de capa límite para una geometría particular. Por ejemplo, al obtener el perfil de temperaturas T^* a partir de tal solución, la ecuación 6.80 sirve entonces para evaluar el número local de Nusselt: Nu_x y por tanto, el coeficiente local de convección: h_x. Con el conocimiento de cómo varía h_x sobre la superficie, la ecuación 6.5 se usa para determinar el coeficiente promedio $\bar{h}$

convección $\bar{h}_x$ y, por tanto, el número de Nusselt $\overline{Nu}_x$. En la sección 7.2.1 se ilustra este enfoque mediante el uso del *método de similitud* para obtener una *solución exacta* de las ecuaciones de capa límite para una placa plana en flujo laminar paralelo [1−3]. En el apéndice E se obtiene una *solución aproximada* para mismo problema con el uso del *método integral* [4].

7.1 Método empírico

La forma en la que es posible obtener una correlación de transferencia de calor por convección de manera experimental se ilustra en la figura 7.1. Si una geometría establecida, como la de la placa plana en un flujo paralelo, se calienta eléctricamente para mantener $T_s > T_\infty$, ocurre la transferencia de calor por convección de la superficie al fluido. Sería fácil medir T_s y T_∞, así como la potencia eléctrica, $E \cdot I$, que es igual a la transferencia total de calor q. El coeficiente de convección $\bar{h}_L$, que es un promedio que se asocia con toda la placa, se calcula entonces para la ley de enfriamiento de Newton (ecuación 6.4). Además, del conocimiento de la longitud característica L y las propiedades del fluido, los números de Nusselt, Reynolds y Prandtl se calculan a partir de sus definiciones, ecuaciones 6.82, 6.69 y 6.70, respectivamente.

El procedimiento anterior se puede repetir para una variedad de condiciones de prueba. Podemos variar la velocidad u_∞ y la longitud de placa L, así como también la naturaleza del fluido, con el uso, por ejemplo, de aire, agua y aceite de motor, que tienen números de Prandtl sustancialmente diferentes. Tendríamos entonces muchos valores diferentes del número de Nusselt que correspondan a un amplio rango de números de Reynolds y de Prandtl, y con los resultados se elabora una gráfica en una escala *log–log*, como se muestra en la figura 7.2*a*. Cada símbolo representa un conjunto único de condiciones de prueba. Como suele ocurrir, los resultados asociados con un fluido dado, y por ello un número de Prandtl fijo, caen cerca de una línea recta, que se puede representar mediante una expresión algebraica de la forma

$$\overline{Nu}_L = C\, Re_L^m\, Pr^n \tag{7.1}$$

Puesto que los valores de C, m y n a menudo son independientes de la naturaleza del fluido, la familia de líneas rectas que corresponden a diferentes números de Prandtl se integran en una sola línea al trazar los resultados en términos de la razón, $\overline{Nu}_L/Pr^n$, según se muestra en la figura 7.2*b*.

Como la ecuación 7.1 se infiere a partir de mediciones experimentales, se denomina *correlación empírica*. Sin embargo, los valores específicos del coeficiente C y los

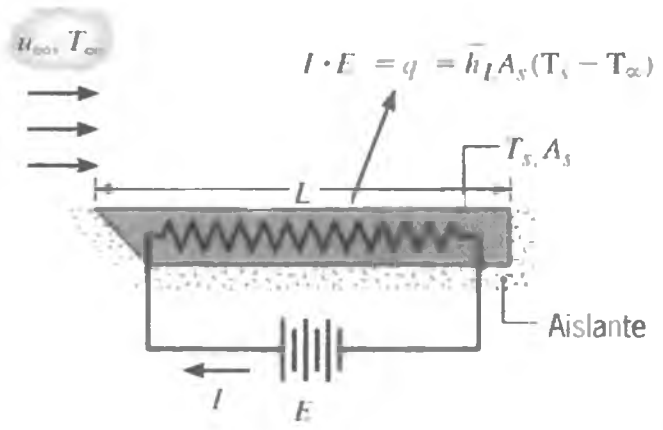


FIGURA 7.1
Experimento para medir el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección $\bar{h}_L$.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

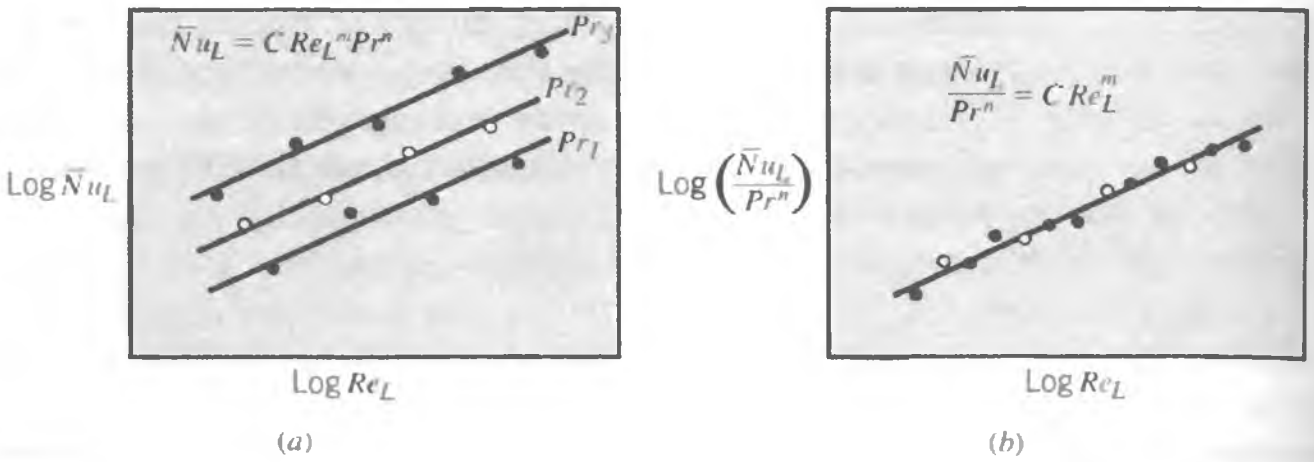


FIGURA 7.2 Representación adimensional de las mediciones de transferencia de calor por convección.

exponentes m y n varían con la naturaleza de la geometría de la superficie y del tipo de flujo.

Utilizaremos expresiones de la forma dada por la ecuación 7.1 para muchos casos especiales, y es importante reconocer que la suposición de *propiedades de fluido constantes* a menudo está implícita en los resultados. Sin embargo, sabemos que las propiedades del fluido varían con la temperatura a través de la capa límite y que esta variación ciertamente influirá en la transferencia de calor. Esta influencia se maneja en una de dos formas. En un método, se usa la ecuación 7.1 con todas las propiedades evaluadas a una temperatura media de la capa límite T_f, que se denomina *temperatura de película*.

$$T_f \equiv \frac{T_s + T_\infty}{2} \tag{7.2}$$

El método alterno es evaluar todas las propiedades en T_∞ y multiplicar el lado derecho de la ecuación 7.1 por un parámetro adicional para explicar las variaciones de las propiedades. El parámetro normalmente es de la forma $(Pr_\infty/Pr_s)^r$ o $(\mu_\infty/\mu_s)^r$, donde los subíndices ∞ y s designan la evaluación de las propiedades en las temperaturas de flujo libre y de la superficie, respectivamente. Ambos métodos se usan en los resultados que siguen.

Finalmente, observamos que también es posible llevar a cabo experimentos para obtener correlaciones de transferencia de masa por convección. Sin embargo, bajo condiciones en las que la analogía de transferencia de calor y de masa (sección 6.8.1) se aplica, la correlación de transferencia de masa toma la misma forma que la correspondiente a la correlación de transferencia de calor. En consecuencia, anticipamos las correlaciones de la forma

$$\overline{Sh}_L = C\,Re_L^m\,Sc^n \tag{7.3}$$

donde, para una geometría y condiciones de flujo dadas, los valores de C, m y n son los mismos que los que aparecen en la ecuación 7.1.

7.2 *Placa plana en un flujo paralelo*

A pesar de su sencillez, el flujo paralelo sobre una placa plana (figura 7.3) ocurre en numerosas aplicaciones de ingeniería. Como se analizó en la sección 6.3, el desar-

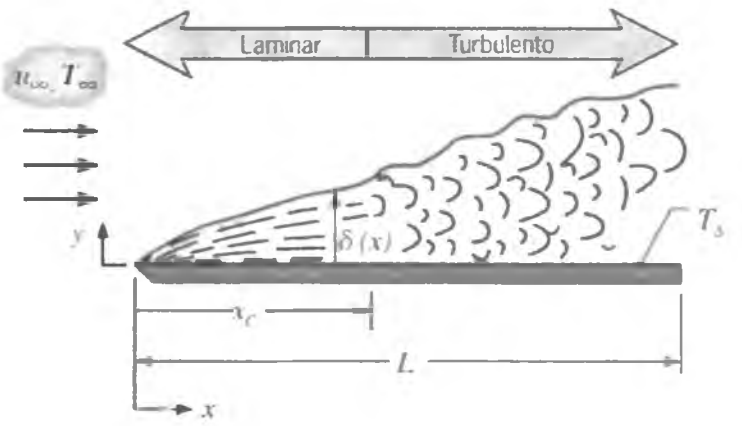


FIGURA 7.3
Placa plana en un flujo paralelo.

de la capa límite laminar comienza desde el inicio de la placa ($x = 0$) y la transición a la turbulencia ocurre en una posición corriente abajo (x_c) para la que se alcanza un número de Reynolds crítico $Re_{x,c}$. Comenzamos con la consideración de las condiciones en la capa límite laminar.

7.2.1 Flujo laminar: solución de similitud

Los parámetros principales de convección se obtienen resolviendo la forma apropiada de las ecuaciones de capa límite, al suponer un flujo *laminar incompresible y estable* con *propiedades de fluido constantes* y *disipación viscosa despreciable* y al reconocer que $dp/dx = 0$, las ecuaciones de capa límite (6.54, 6.55, 6.57 y 6.58) se reducen a

Continuidad:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{7.4}$$

Momento:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{7.5}$$

Energía:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{7.6}$$

Especies:

$$u\frac{\partial \rho_A}{\partial x} + v\frac{\partial \rho_A}{\partial y} = D_{AB}\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial y^2} \tag{7.7}$$

La solución de estas ecuaciones se simplifica por el hecho de que, para propiedades constantes, las condiciones en la capa límite de velocidad (hidrodinámica) son independientes de la temperatura y concentración de especies. En consecuencia, comenzaremos por la solución del problema hidrodinámico, ecuaciones 7.4 y 7.5, con la exclusión

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

de las ecuaciones 7.6 y 7.7. Una vez que el problema hidrodinámico está resuelto, se obtienen las soluciones a las ecuaciones 7.6 y 7.7, que dependen de u y v.

La solución hidrodinámica sigue el método de Blasius [1, 2]. Las componentes de la velocidad se definen en términos de una función de corriente $\psi(x, y)$,

$$u \equiv \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{y} \quad v \equiv -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{7.8}$$

de modo que la ecuación 7.4 se satisface de forma automática y por ello ya no es necesaria. Se definen entonces nuevas variables, la dependiente y la independiente, f y η, respectivamente, tales que

$$f(\eta) \equiv \frac{\psi}{u_\infty \sqrt{\nu x/u_\infty}} \tag{7.9}$$

$$\eta \equiv y\sqrt{u_\infty/\nu x} \tag{7.10}$$

Como veremos, el uso de estas variables simplifica el problema al reducir la ecuación diferencial parcial, ecuación 7.5, a una ecuación diferencial ordinaria.

La solución de Blasius se denomina *solución de similitud*, y η es una *variable de similitud*. Esta terminología se utiliza porque, a pesar del crecimiento de la capa límite con la distancia x desde el inicio, el perfil de velocidad u/u_∞ permanece *geométricamente similar*. Esta similitud es de la forma funcional

$$\frac{u}{u_\infty} = \phi\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

donde δ es el espesor de la capa límite. Al suponer que este espesor varía como $(\nu x/u_\infty)^{1/2}$ se sigue que

$$\frac{u}{u_\infty} = \phi(\eta) \tag{7.11}$$

Así, el perfil de velocidad se supone determinado unívocamente por la variable de similitud η, que depende de x y de y.

De las ecuaciones 7.8 a 7.10 obtenemos

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = u_\infty \sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}}\frac{df}{d\eta}\sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} = u_\infty \frac{df}{d\eta} \tag{7.12}$$

y

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\left(u_\infty \sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}}\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{u_\infty}{2}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty x}}f\right)$$

$$v = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\nu u_\infty}{x}}\left(\eta \frac{df}{d\eta} - f\right) \tag{7.13}$$

Al derivar las componentes de la velocidad, se muestra también que

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{u_\infty}{2x}\eta\frac{d^2 f}{d\eta^2} \tag{7.14}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = u_\infty \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}\frac{d^2 f}{d\eta^2} \tag{7.15}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u_\infty^2}{\nu x}\frac{d^3 f}{d\eta^3} \tag{7.16}$$

Al sustituir estas expresiones en la ecuación 7.5, obtenemos

$$2\frac{d^3 f}{d\eta^3} + f\frac{d^2 f}{d\eta^2} = 0 \tag{7.17}$$

Por ello, el problema hidrodinámico de la capa límite se reduce a resolver una ecuación diferencial ordinaria de tercer orden no lineal. Las condiciones de frontera apropiadas son

$$u(x, 0) = v(x, 0) = 0 \quad \text{y} \quad u(x, \infty) = u_\infty$$

o, en términos de las variables de similitud,

$$\left.\frac{df}{d\eta}\right|_{\eta=0} = f(0) = 0 \quad \text{y} \quad \left.\frac{df}{d\eta}\right|_{\eta=\infty} = 1 \tag{7.18}$$

La solución a la ecuación 7.17, sujeta a las condiciones de la ecuación 7.18, se obtiene mediante una expansión en serie [2] o por integración numérica [3]. En la tabla 7.1 se presentan resultados seleccionados de los que es posible extraer información útil. Observamos primero que, para una buena aproximación, $(u/u_\infty) = 0.99$ para $\eta = 5.0$. Al definir el espesor de la capa límite δ como el valor de y para el que $(u/u_\infty) = 0.99$, se sigue de la ecuación 7.10 que

$$\delta = \frac{5.0}{\sqrt{u_\infty / \nu x}} = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} \tag{7.19}$$

De la ecuación 7.19 es claro que δ aumenta al aumentar x y ν pero disminuye al aumentar u_∞ (cuanto mayor sea la velocidad de flujo, más delgada será la capa *límite*). Además, de la ecuación 7.15 el esfuerzo cortante de la pared se expresa como

$$\tau_s = \mu\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \mu u_\infty\sqrt{u_\infty/\nu x}\left.\frac{d^2 f}{d\eta^2}\right|_{\eta=0}$$

Por tanto, de la tabla 7.1

$$\tau_s = 0.332 u_\infty\sqrt{\rho\mu u_\infty/x}$$

El coeficiente *local* de fricción es entonces

$$C_{f,x} \equiv \frac{\tau_{s,x}}{\rho u_\infty^2/2} = 0.664 Re_x^{-1/2} \tag{7.20}$$

Del conocimiento de las condiciones en la capa límite de velocidad o hidrodinámica, las ecuaciones de continuidad de energía y de especie se pueden resolver ahora. Para resolver la ecuación 7.6 introducimos la temperatura adimensional $T^* \equiv [(T - T_s)/(T_\infty - T_s)]$ y suponemos una solución de similitud de la forma $T^* = T^*(\eta)$. Al hacer las sustituciones necesarias, la ecuación 7.6 se reduce a

$$\frac{d^2 T^*}{d\eta^2} + \frac{Pr}{2} f\frac{dT^*}{d\eta} = 0 \tag{7.21}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Tabla 7.1 Funciones de capa límite laminar para una placa plana [3]

$\eta = y\sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}$	f	$\frac{df}{d\eta} = \frac{u}{u_\infty}$	$\frac{d^2f}{d\eta^2}$
0	0	0	0.332
0.4	0.027	0.133	0.331
0.8	0.106	0.265	0.327
1.2	0.238	0.394	0.317
1.6	0.420	0.517	0.297
2.0	0.650	0.630	0.267
2.4	0.922	0.729	0.228
2.8	1.231	0.812	0.184
3.2	1.569	0.876	0.139
3.6	1.930	0.923	0.098
4.0	2.306	0.956	0.064
4.4	2.692	0.976	0.039
4.8	3085	0.988	0.022
5.2	3.482	0.994	0.011
5.6	3.880	0.997	0.005
6.0	4.280	0.999	0.002
6.4	4.679	1.000	0.001
6.8	5.079	1.000	0.000

Advierta la dependencia de la solución térmica sobre las condiciones hidrodinámicas a través de la aparición de la variable f en la ecuación 7.21. Las condiciones de frontera apropiadas son

$$T^*(0) = 0 \qquad \text{y} \qquad T^*(\infty) = 1 \tag{7.22}$$

Sujeta a las condiciones de la ecuación 7.22, la ecuación 7.21 se resuelve mediante integración numérica para diferentes valores del número de Prandtl. Una consecuencia importante de esta solución es que, para $Pr \gtrsim 0.6$, los resultados para el gradiente de temperatura de la superficie $dT^*/d\eta|_{\eta=0}$ se correlacionan mediante la siguiente relación

$$\left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0} = 0.332Pr^{1/3}$$

Al expresar el coeficiente local de convección como

$$h_x = \frac{q_s''}{T_s - T_\infty} = -\frac{T_\infty - T_s}{T_s - T_\infty}\, k \left.\frac{\partial T^*}{\partial y}\right|_{y=0}$$

$$h_x = k\left(\frac{u_\infty}{\nu x}\right)^{1/2} \left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0}$$

se sigue que el número de Nusselt *local* es de la forma

$$Nu_x \equiv \frac{h_x x}{k} = 0.332Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3} \qquad Pr \gtrsim 0.6 \tag{7.23}$$

De la solución a la ecuación 7.21, se sigue también que la razón de la velocidad al espesor de la capa límite térmica es

$$\frac{\delta}{\delta_t} \approx Pr^{1/3} \tag{7.24}$$

donde δ está dada por la ecuación 7.19.

La solución de la capa límite de concentración se obtiene de manera similar. Al introducir una densidad de especies normalizada $\rho_A^* \equiv [(\rho_A - \rho_{A,s})/(\rho_{A,\infty} - \rho_{A,s})]$ y suponer una solución de similitud, la ecuación 7.7 se convierte en

$$\frac{d^2\rho_A^*}{d\eta^2} + \frac{Sc}{2} f \frac{d\rho_A^*}{d\eta} = 0 \tag{7.25}$$

con

$$\rho_A^*(0) = 0 \qquad \text{y} \qquad \rho_A^*(\infty) = 1 \tag{7.26}$$

Para $Sc \gtrsim 0.6$, la solución correspondiente da

$$\left.\frac{d\rho_A^*}{d\eta}\right|_{\eta=0} = 0.332 Sc^{1/3}$$

en cuyo caso

$$h_{m,x} \equiv \frac{n_A''}{\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}} = D_{AB} \left.\frac{\partial \rho_A^*}{\partial y}\right|_{y=0} = D_{AB} \sqrt{u_\infty/\nu x} \left.\frac{d\rho_A^*}{d\eta}\right|_{\eta=0}$$

y

$$Sh_x \equiv \frac{h_{m,x} x}{D_{AB}} = 0.332 Re_x^{1/2}\, Sc^{1/3} \qquad Sc \gtrsim 0.6 \tag{7.27}$$

De la solución a la ecuación 7.25, se sigue también que la razón de los espesores de la capa límite es

$$\frac{\delta}{\delta_c} \approx Sc^{1/3} \tag{7.28}$$

Los resultados precedentes sirven para calcular importantes parámetros de capa límite *laminar* para cualquier $0 < x < x_c$, donde x_c es la distancia desde el borde en el que comienza la transición. Las ecuaciones 7.20, 7.23 y 7.27 implican que $\tau_{s,x}$, h_x y $h_{m,x}$ son, en principio, infinitos en el inicio de la placa y disminuyen como $x^{-1/2}$ en la dirección de flujo. Las ecuaciones 7.24 y 7.28 también implican que, para valores de Pr y Sc cercanos a la unidad, que es el caso para la mayoría de los gases, las tres capas límite experimentan crecimientos casi iguales. Las ecuaciones 7.23 y 7.27, así como las ecuaciones 7.24 y 7.28, son precisamente de la misma forma, lo que confirma la analogía de la transferencia de calor y de masa.

A partir de los resultados locales anteriores, se determinan los parámetros promedio de capa límite. Con el coeficiente promedio de fricción definido como

$$\overline{C}_{f,x} \equiv \frac{\overline{\tau}_{s,x}}{\rho u_\infty^2/2} \tag{7.29}$$

donde

$$\overline{\tau}_{s,x} \equiv \frac{1}{x} \int_0^x \tau_{s,x}\, dx$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

la forma de $\tau_{s,x}$ se sustituye de la ecuación 7.20 y se lleva a cabo la integración para obtener

$$\overline{C}_{f,x} = 1.328 Re_x^{-1/2} \tag{7.30}$$

Además, de las ecuaciones 6.6 y 7.23, el coeficiente *promedio* de transferencia de calor para flujo laminar es

$$\bar{h}_x = \frac{1}{x}\int_0^x h_x\, dx = 0.332 \left(\frac{k}{x}\right) Pr^{1/3} \left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{1/2} \int_0^x \frac{dx}{x^{1/2}}$$

Al integrar y sustituir de la ecuación 7.23, se sigue que $\bar{h}_x = 2h_x$. De aquí

$$\overline{Nu}_x \equiv \frac{\bar{h}_x x}{k} = 0.664 Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3} \qquad Pr \gtrsim 0.6 \tag{7.31}$$

De forma similar, se muestra que

$$\overline{Sh}_x \equiv \frac{\bar{h}_{m,x}\, x}{D_{AB}} = 0.664 Re_x^{1/2}\, Sc^{1/3} \qquad Sc \gtrsim 0.6 \tag{7.32}$$

Si el flujo es laminar en toda la superficie, el subíndice x se reemplaza por L, y las ecuaciones 7.30 a 7.32 sirven para predecir las condiciones promedio para toda la superficie.

De las expresiones anteriores vemos que, para el flujo laminar sobre una placa plana, los coeficientes *promedio* de fricción y convección desde el inicio a un punto x sobre la superficie son el *doble* de los coeficientes *locales* en ese punto. Advertimos también que, al usar estas expresiones, el efecto de las propiedades variables se trata mediante la evaluación de todas las propiedades a la *temperatura de película*, ecuación 7.2.

En cuanto a fluidos con número de Prandtl pequeño, a saber, *metales líquidos*, la ecuación 7.23 no se aplica. Sin embargo, para este caso, el desarrollo de la capa límite térmica es mucho más rápido que el de la capa límite de velocidad o hidrodinámica ($\delta_t \gg \delta$), y es razonable suponer una velocidad uniforme ($u = u_\infty$) a través de la capa límite térmica. A partir de una solución a la ecuación de capa límite térmica basada en esta suposición [5]. Se muestra que

$$Nu_x = 0.565 Pe_x^{1/2} \qquad Pr \leq 0.05, \qquad Pe_x \gtrsim 100 \tag{7.33}$$

donde $Pe_x \equiv Re_x Pr$ es el *número de Peclet* (tabla 6.2). A pesar de la naturaleza corrosiva y reactiva de los metales líquidos, sus propiedades únicas (punto de fusión y presión de vapor bajos, así como capacidad y conductividad térmicas altas) los hacen atractivos como refrigerantes en aplicaciones que requieren altas transferencias de calor.

Churchill y Ozoe [6] recomiendan una ecuación de correlación única, que se aplica para todos los números de Prandtl. Para el flujo laminar sobre una placa isotérmica, el coeficiente local de convección se obtiene de

$$Nu_x = \frac{0.3387 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.0468/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \qquad Pe_x \gtrsim 100 \tag{7.34}$$

con $\overline{Nu}_x = 2Nu_x$.

7.2.2 Flujo turbulento

De la experimentación [7] se sabe que, para flujos turbulentos con números de Reynolds hasta aproximadamente 10^7, el coeficiente *local* de fricción está correlacionado por completo mediante una expresión de la forma

$$C_{f,x} = 0.0592 Re_x^{-1/5} \qquad Re_x \leq 10^7 \tag{7.35}$$

La expresión también se usa dentro de 15% de precisión para valores de Re_x hasta 10^8. Además, se sabe que, con una aproximación razonable, el espesor de la capa límite de velocidad se expresa como

$$\delta = 0.37x\, Re_x^{-1/5} \tag{7.36}$$

Al comparar estos resultados con los de la capa límite laminar, ecuaciones 7.19 y 7.20, vemos que el crecimiento de la capa límite turbulenta es mucho más rápido (δ varía como $x^{4/5}$ en contraste con $x^{1/2}$ para el flujo laminar) y que la disminución en el coeficiente de fricción es más gradual ($x^{-1/5}$ contra $x^{-1/2}$). En el flujo turbulento, la producción de la capa límite está influida fuertemente por fluctuaciones aleatorias en el fluido y no por la difusión molecular. Por eso, el crecimiento relativo de la capa límite no depende del valor de Pr o de Sc, y la ecuación 7.36 es útil para obtener los espesores de la capa límite térmica y de concentración, así como la de velocidad. Es decir, para flujo turbulento, $\delta \approx \delta_t \approx \delta_c$.

Al usar la ecuación 7.35 con la analogía de Reynolds modificada, o de Chilton-Colburn, ecuaciones 6.103 y 6.104, el número de Nusselt *local* para flujo turbulento es

$$Nu_x = St\, Re_x\, Pr = 0.0296 Re_x^{4/5}\, Pr^{1/3} \qquad 0.6 < Pr < 60 \tag{7.37}$$

y el número de Sherwood *local* es

$$Sh_x = St_m\, Re_x Sc = 0.0296 Re_x^{4/5} Sc^{1/3} \qquad 0.6 < Sc < 3000 \tag{7.38}$$

La mezcla aumentada ocasiona que la capa límite turbulenta crezca de forma más rápida que la capa límite laminar y que tenga coeficientes de fricción y de convección más grandes.

Es posible determinar ahora expresiones para los coeficientes promedio con el uso de los procedimientos de la sección 7.2.1. Sin embargo, como la capa límite turbulenta por lo general está precedida por una capa límite laminar, primero consideramos las condiciones de la capa límite *mezclada*.

7.2.3 Condiciones de capa límite mezclada

Para el flujo laminar sobre toda la placa, se utilizan las ecuaciones 7.30 a 7.32 para calcular los coeficientes promedio. Además, si ocurre la transición hacia la parte posterior de la placa, por ejemplo, en el rango $0.95 \leq (x_c/L) \leq 1$, estas ecuaciones se usan para calcular los coeficientes promedio con una razonable aproximación. Sin embargo, cuando ocurre la transición lo suficientemente antes del fin de la placa, $(x_c/L) \leq 0.95$, los coeficientes promedio de la superficie estarán influenciados por las condiciones en las capas límite laminar y turbulenta.

En la situación de la capa límite mezclada (figura 7.3), se utiliza la ecuación 6.6 para obtener el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección para to-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

da la placa. Al integrar sobre la región laminar ($0 \leq x \leq x_c$) y después sobre la región turbulenta ($x_c < x \leq L$), esta ecuación se expresa como

$$\bar{h}_L = \frac{1}{L}\left(\int_0^{x_c} h_{\text{lam}}\, dx + \int_{x_c}^{L} h_{\text{turb}}\, dx\right)$$

donde se supone que ocurre la transición de forma abrupta en $x = x_c$. Al sustituir de las ecuaciones 7.23 y 7.37 para h_{lam} y h_{turb}, respectivamente, obtenemos

$$\bar{h}_L = \left(\frac{k}{L}\right)\left[0.332\left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{1/2}\int_0^{x_c}\frac{dx}{x^{1/2}} + 0.0296\left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{4/5}\int_{x_c}^{L}\frac{dx}{x^{1/5}}\right] Pr^{1/3}$$

Al integrar, obtenemos

$$\overline{Nu}_L = \left[0.664 Re_{x,c}^{1/2} + 0.037\left(Re_L^{4/5} Re_{x,c}^{4/5}\right)\right] Pr^{1/3}$$

$$\overline{Nu}_L = (0.037 Re_L^{4/5} - A) Pr^{1/3} \tag{7.39}$$

donde la constante A está determinada por el valor del número de Reynolds crítico. Es decir,

$$A = 0.037 Re_{x,c}^{4/5} - 0.664 Re_{x,c}^{1/2} \tag{7.40}$$

Si se supone un número de Reynolds de transición representativo $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$, la ecuación 7.39 se reduce a

$$\overline{Nu}_L = (0.037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3} \tag{7.41}$$

$$\begin{bmatrix} 0.6 < Pr < 60 \\ 5\times10^5 < Re_L \leq 10^8 \\ Re_{x,c} = 5\times10^5 \end{bmatrix}$$

donde las relaciones entre corchetes indican el rango de aplicabilidad. De manera similar se muestra que, para transferencia de masa por convección,

$$\overline{Sh}_L = (0.037 Re_L^{4/5} - 871) Sc^{1/3} \tag{7.42}$$

$$\begin{bmatrix} 0.6 < Sc < 3000 \\ 5\times10^5 < Re_L \leq 10^8 \\ Re_{x,c} = 5\times10^5 \end{bmatrix}$$

y para el coeficiente de fricción

$$\overline{C}_{f,L} = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1742}{Re_L} \tag{7.43}$$

$$\begin{bmatrix} 5\times10^5 < Re_L \leq 10^8 \\ Re_{x,c} = 5\times10^5 \end{bmatrix}$$

En situaciones para las que $L \gg x_c (Re_L \gg Re_{x,c})$, $A \ll 0.037 Re_L^{4/5}$ y con una razonable aproximación las ecuaciones 7.41 y 7.42 se reducen a

$$\overline{Nu}_L = 0.037 Re_L^{4/5}\, Pr^{1/3} \tag{7.44}$$

$$\overline{Sh}_L = 0.037 Re_L^{4/5}\, Sc^{1/3} \tag{7.45}$$

De forma similar, se sigue que

$$\overline{C}_{f,L} = 0.074 Re_L^{-1/5} \tag{7.46}$$

El uso de los resultados anteriores también es apropiado cuando existe una capa límite turbulenta sobre toda la placa. Tal condición se lleva a cabo *enganchando* la capa límite al inicio de la placa, con el uso de un alambre fino o algún otro generador de turbulencia.

Todas las correlaciones precedentes requieren la evaluación de las propiedades del fluido a la temperatura de película, ecuación 7.2. Un enfoque alternativo para tratar la dependencia respecto a la temperatura de las propiedades del fluido lo sugirió Whitaker [8] sobre la base de las mediciones de Zhukauskas [9]. Churchill [6, 10] revisó de manera crítica los resultados teóricos y experimentales disponibles y sugirió una sola ecuación de correlación que se aplica sobre todo el intervalo de *Re* y *Pr*. Se sugieren diferentes constantes para su uso con la ecuación, donde los valores específicos dependen de la existencia de una temperatura superficial o un flujo de calor uniformes y de si se está interesado en las condiciones locales o promedio.

7.2.4 Casos especiales

Todas las expresiones anteriores del número de Nusselt se restringen a situaciones para las que la temperatura superficial T_s es uniforme. Una excepción común implica la existencia de una *longitud inicial no calentada* ($T_s = T_\infty$) corriente arriba de una sección calentada ($T_s \neq T_\infty$). Como se muestra en la figura 7.4, el crecimiento de la capa límite de velocidad comienza en $x = 0$, mientras que la generación de la capa límite térmica comienza en $x = \xi$. De aquí que no hay transferencia de calor para $0 \leq x \leq \xi$. Con el uso de una solución integral de capa límite [5], se sabe que, para flujo laminar,

$$Nu_x = \frac{Nu_x\big|_{\xi=0}}{[1-(\xi/x)^{3/4}]^{1/3}} \tag{7.47}$$

donde $Nu_x|_{\xi=0}$ está dado por la ecuación 7.23. En Nu_x y $Nu_x|_{\xi=0}$, la longitud característica x se mide desde el inicio de la longitud inicial no calentada. Se ha descubierto también que, para flujo turbulento,

$$Nu_x = \frac{Nu_x\big|_{\xi=0}}{[1-(\xi/x)^{9/10}]^{1/9}} \tag{7.48}$$

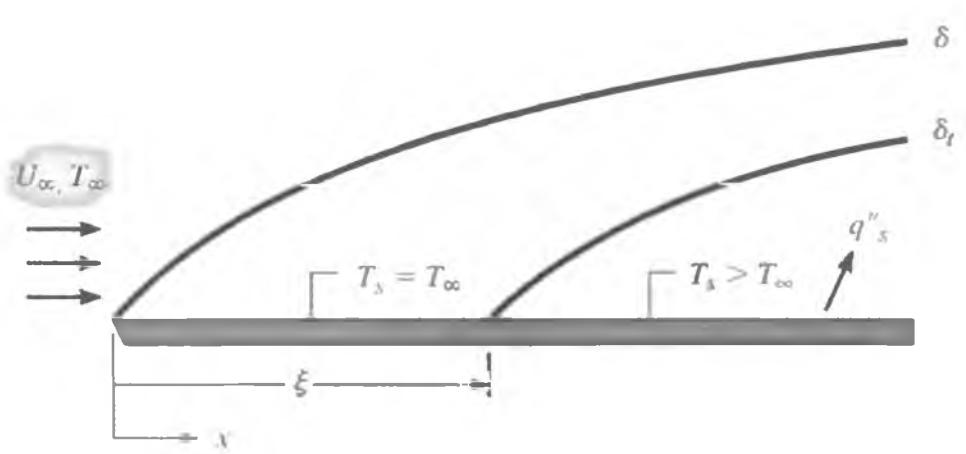


FIGURA 7.4
Placa plana en flujo paralelo con longitud inicial no calentada.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolivar - Sede del Litoral

donde $Nu_x|_{\xi=0}$ está dado por la ecuación 7.37. Las ecuaciones 7.47 y 7.48 se aplican para $x > \xi$, y obtener los números de Nusselt promedio para $\xi < x < L$, se tienen que integrar numéricamente. Resultados análogos de transferencia de masa se obtienen al reemplazar (Nu_x, Pr) con (Sh_x, Sc).

También es posible tener un flujo de calor superficial uniforme, en lugar de una temperatura uniforme, impuesto en la placa. Para el flujo laminar, se muestra que [5]

$$Nu_x = 0.453\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3} \qquad Pr \geq 0.6 \tag{7.49}$$

mientras que para flujo turbulento

$$Nu_x = 0.0308\, Re_x^{4/5}\, Pr^{1/3} \qquad 0.6 \leq Pr \leq 60 \tag{7.50}$$

De aquí el número de Nusselt es 36% y 4% mayor que el que resulta de la temperatura superficial constante para flujo laminar y turbulento, respectivamente. La corrección para el efecto de una longitud inicial no calentada se logra utilizando las ecuaciones 7.49 y 7.50 con las ecuaciones 7.47 y 7.48, respectivamente. Si se conoce el flujo de calor, se puede usar el coeficiente de convección para determinar la temperatura superficial local

$$T_s(x) = T_\infty + \frac{q_s''}{h_x} \tag{7.51}$$

Como la transferencia total de calor se determina con facilidad a partir del producto del flujo uniforme y del área de la superficie, $q = q_s'' A_s$, no es apropiado introducir un coeficiente promedio de convección para el propósito de determinar q. Sin embargo, tal vez aún se desee determinar una *temperatura superficial promedio* a partir de una expresión de la forma

$$\overline{(T_s - T_\infty)} = \frac{1}{L}\int_0^L (T_s - T_\infty)\, dx = \frac{q_s''}{L}\int_0^L \frac{x}{k\, Nu_x}\, dx \tag{7.52}$$

donde Nu_x se obtiene de la correlación de convección apropiada. Al sustituir de la ecuación 7.49, se sigue que

$$\overline{(T_s - T_\infty)} = \frac{q_s'' L}{k\, \overline{Nu}_L} \tag{7.53}$$

donde

$$\overline{Nu}_L = 0.680\, Re_L^{1/2}\, Pr^{1/3} \tag{7.53a}$$

Este resultado es sólo 2% más grande que el que se obtiene al evaluar la ecuación 7.51 en $x = L$. Las diferencias son incluso más pequeñas para el flujo turbulento, lo que sugiere que cualquiera de los Nu_L que se obtienen para una temperatura superficial uniforme se usan con la ecuación 7.53a para evaluar $\overline{(T_s - T_\infty)}$.

Aunque las ecuaciones de esta sección son adecuadas para la mayoría de los cálculos de ingeniería, en la práctica rara vez proporcionan valores exactos para los coeficientes de convección. Las condiciones varían de acuerdo con la turbulencia de flujo libre y la aspereza de la superficie, y se puede incurrir en errores tan grandes como 25% al usar las expresiones. Blair [11] proporciona una descripción detallada de los efectos de la turbulencia del flujo libre.

7.3
Metodología para un cálculo de convección

Aunque analizamos sólo las correlaciones para el flujo paralelo sobre una placa plana, la selección y aplicación de una correlación de convección para *cualquier situación de flujo* se facilita al seguir algunas reglas simples.

1. *Conocer de inmediato la geometría del flujo.* ¿El problema implica flujo sobre una placa plana, una esfera o un cilindro? La forma específica de la correlación de convección depende, por supuesto, de la geometría.

2. *Especificar la temperatura de referencia apropiada y evaluar las propiedades del fluido pertinentes a esa temperatura.* Para diferencias moderadas de temperatura de la capa límite, puede usarse la temperatura de película, ecuación 7.2, con este propósito. Sin embargo, consideraremos correlaciones que requieren la evaluación de propiedades a la temperatura de la corriente libre e incluyen una variación de las propiedades para explicar el efecto de propiedad no constante.

3. *En problemas de transferencia de masa, las propiedades pertinentes del fluido son las de la especie B.* En nuestro tratamiento de la transferencia de masa por convección, nos preocupamos sólo de *mezclas binarias diluidas*. Es decir, los problemas implican el transporte de alguna especie A para la que $x_A \ll 1$. Para una buena aproximación, suponga que las propiedades de la mezcla son las propiedades de la especie B. El número de Schmidt, por ejemplo, sería $Sc = \nu_B/D_{AB}$ y el número de Reynolds sería $Re_L = (VL/\nu_B)$.

4. *Calcule el número de Reynolds.* Las condiciones de la capa límite están fuertemente influenciadas por este parámetro. Si la geometría es una placa plana en flujo paralelo, determine si el flujo es laminar o turbulento.

5. *Decida si se requiere un coeficiente local o promedio en la superficie.* Recuerde que, para una temperatura superficial o densidad de vapor constante, el coeficiente local se usa para determinar el flujo en un punto particular sobre la superficie, mientras que el coeficiente promedio determina la transferencia para toda la superficie.

6. *Seleccione la correlación apropiada.*

Ejemplo 7.1

Aire a presión de 6 kN/m^2 y una temperatura de 300°C fluye con una velocidad de 10 m/s sobre una paca plana de 0.5 m de longitud. Estime la velocidad de enfriamiento por unidad de ancho de la placa necesaria para mantenerla a una temperatura superficial de 27°C.

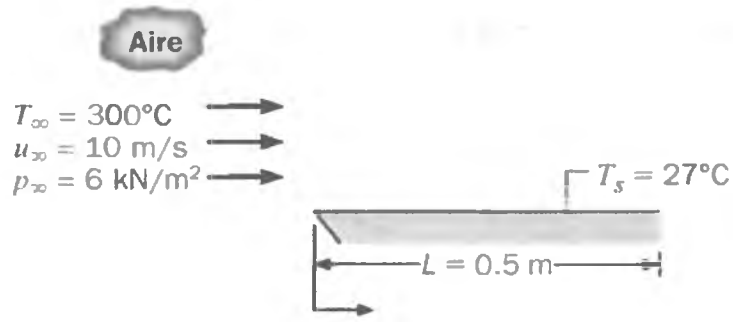
Solución

Se conoce: Flujo de aire sobre una placa plana isotérmica.

Encontrar: Velocidad de enfriamiento por unidad de ancho de la placa, q'(W/m).

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...ioral

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Efectos de radiación despreciables.

Propiedades: Tabla A.4, aire (T_f = 437 K, p = 1 atm): $\nu = 30.84 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 36.4 \times 10^{-3}$ W/m · K, $Pr = 0.687$. Propiedades como k, Pr y μ se suponen independientes de la presión con una excelente aproximación. Sin embargo, para un gas, la viscosidad cinemática $\nu = \mu/\rho$ variará con la presión a causa de su dependencia de la densidad. De la ley de gases ideales, $\rho = p/RT$, se sigue que la razón de viscosidades cinemáticas para un gas a la misma temperatura pero a diferentes presiones, p_1 y p_2 es $(\nu_1/\nu_2) = (p_2/p_1)$. De aquí, la viscosidad cinemática del aire a 437 K y $p_\infty = 6 \times 10^3$ N/m² es

$$\nu = 30.84 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \times \frac{1.0133 \times 10^5\ \text{N/m}^2}{6 \times 10^3\ \text{N/m}^2} = 5.21 \times 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Análisis: Para una placa de ancho unitario, se sigue de la ley de enfriamiento de Newton, que la transferencia de calor por convección *hacia* la placa es

$$q' = \bar{h}L(T_\infty - T_s)$$

Para determinar la correlación de convección apropiada para calcular $\bar{h}$, primero se debe determinar el número de Reynolds

$$Re_L = \frac{u_\infty L}{\nu} = \frac{10\ \text{m/s} \times 0.5\ \text{m}}{5.21 \times 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}} = 9597$$

Por ello, el flujo es laminar sobre toda la placa, y la correlación apropiada está dada por la ecuación 7.31

$$\overline{Nu}_L = 0.664 Re_L^{1/2}\, Pr^{1/3} = 0.664(9597)^{1/2}(0.687)^{1/3} = 57.4$$

El coeficiente promedio de convección es entonces

$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_L\, k}{L} = \frac{57.4 \times 0.0364\ \text{W/m} \cdot \text{K}}{0.5\ \text{m}} = 4.18\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$

y la velocidad de enfriamiento requerido por unidad de ancho de la placa es

$$q' = 4.18\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.5\ \text{m}(300 - 27)^\circ\text{C} = 570\ \text{W/m}$$

Comentarios: Los resultados de la tabla A.4 se aplican a gases a presión atmosférica excepto para la viscosidad cinemática, la densidad de masa y la difusividad térmica, ...

utilizan por lo general a otras presiones sin corrección. La viscosidad cinemática y la difusividad térmica para presiones diferentes de 1 atm se obtienen al dividir el valor tabulado entre la presión (atm).

EJEMPLO 7.2

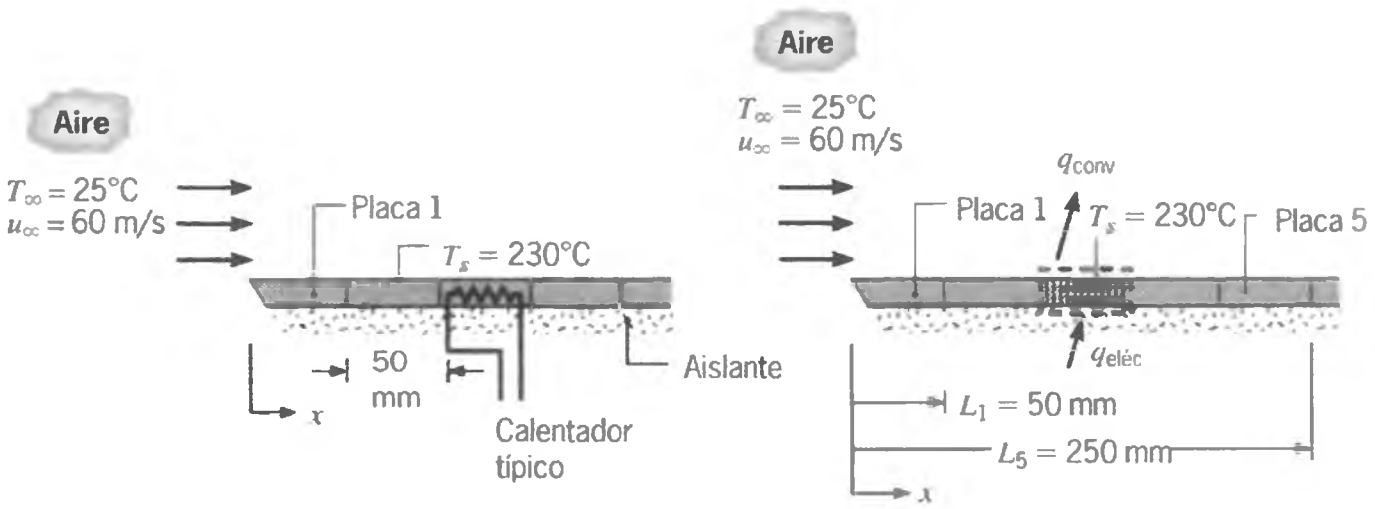
Una placa plana de ancho $w = 1$ m se mantiene a una temperatura superficial uniforme, $T_s = 230°C$, mediante el uso de calentadores eléctricos de cinta controlados de forma independiente, cada uno de los cuales es de 50 mm de longitud. Si fluye aire atmosférico a 25°C sobre la placa a una velocidad de 60 m/s, ¿en qué calentador la potencia eléctrica es un máximo? ¿Cuál es el valor de esta potencia?

SOLUCIÓN

Se conoce: Flujo de aire sobre una placa plana con calentadores segmentados.

Encontrar: Requerimiento de potencia máxima de calentamiento.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Efectos de radiación despreciables.
3. Superficie inferior de la placa adiabática.

Propiedades: Tabla A.4, aire ($T_f = 400$ K, $p = 1$ atm): $\nu = 26.41 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 0.0338$ W/m · K, $Pr = 0.690$.

Análisis: La posición del calentador que requiere la potencia eléctrica máxima, se determina encontrando primero el punto de transición de la capa límite. El número de Reynolds basado en la longitud L_1 del primer calentador es

$$Re_1 = \frac{u_\infty L_1}{\nu} = \frac{60 \text{ m/s} \times 0.05 \text{ m}}{26.41 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 1.14 \times 10^5$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Si se supone que el número de Reynolds de transición es $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$, se sigue que la transición ocurrirá en el quinto calentador, o de manera más específica en

$$x_c = \frac{\nu}{u_\infty} Re_{x,c} = \frac{26.41 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}}{60\ \text{m/s}} 5 \times 10^5 = 0.22\ \text{m}$$

El calentador que requiere la potencia eléctrica máxima es aquel que tiene el mayor coeficiente promedio de convección. Al conocer cómo varía el coeficiente local de convección con la distancia desde el borde inicial, concluimos que hay tres posibilidades:

1. Calentador 1, dado que corresponde al coeficiente local de convección laminar más grande.
2. Calentador 5, ya que corresponde al coeficiente local de convección turbulenta más grande.
3. Calentador 6, pues existen condiciones de turbulencia en todo el calentador.

Para cada uno de estos calentadores, la conservación de la energía requiere que

$$q_{\text{eléc}} = q_{\text{conv}}$$

Para el primer calentador,

$$q_{\text{conv},1} = \bar{h}_1 L_1 w(T_s - T_\infty)$$

donde $\bar{h}_1$ se determina por ecuación 7.31

$$\overline{Nu}_1 = 0.664 Re_1^{1/2} Pr^{1/3} = 0.664(1.14 \times 10^5)^{1/2}(0.69)^{1/3} = 198$$

De aquí

$$\bar{h}_1 = \frac{\overline{Nu}_1\, k}{L_1} = \frac{198 \times 0.0338\ \text{W/m} \cdot \text{K}}{0.05\ \text{m}} = 134\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$

y

$$q_{\text{conv},1} = 134\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}(0.05 \times 1)\text{m}^2\,(230 - 25)^\circ\text{C} = 1370\ \text{W}$$

El requerimiento de potencia para el quinto calentador se obtiene al restar la pérdida total de calor asociada con los primeros cuatro calentadores de la asociada con los primeros cinco calentadores. En consecuencia,

$$q_{\text{conv},5} = \bar{h}_{1-5} L_5 w(T_s - T_\infty) - \bar{h}_{1-4} L_4 w(T_s - T_\infty)$$
$$q_{\text{conv},5} = (\bar{h}_{1-5} L_5 - \bar{h}_{1-4} L_4) w(T_s - T_\infty)$$

El valor de $\bar{h}_{1-4}$ se obtiene de la ecuación 7.31, donde

$$\overline{Nu}_4 = 0.664 Re_4^{1/2} Pr^{1/3}$$

Con $Re_4 = 4Re_1 = 4.56 \times 10^5$,

$$\overline{Nu}_4 = 0.664(4.56 \times 10^5)^{1/2}(0.69)^{1/3} = 396$$

De aquí

$$\bar{h}_{1-4} = \frac{\overline{Nu}_4 k}{L_4} = \frac{396 \times 0.0338\ \text{W/m} \cdot \text{K}}{0.2\ \text{m}} = 67\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$

En cambio, el quinto calentador se caracteriza por condiciones de capa límite mezclada, y $\bar{h}_{1-5}$ se debe obtener de la ecuación 7.41. Con $Re_5 = 5Re_1 = 5.70 \times 10^5$,

$$\overline{Nu}_5 = (0.037Re_5^{4/5} - 871)\, Pr^{1/3}$$

$$\overline{Nu}_5 = [0.037(5.70 \times 10^5)^{4/5} - 871](0.69)^{1/3} = 546$$

De aquí

$$\bar{h}_{1-5} = \frac{\overline{Nu}_5\, k}{L_5} = \frac{546 \times 0.0338 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.25 \text{ m}} = 74 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

La transferencia de calor del quinto calentador es entonces

$$q_{\text{conv, 5}} = (74 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.25 \text{ m} - 67 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.20 \text{ m}) \times 1 \text{ m } (230 - 25)^\circ\text{C}$$

$$q_{\text{conv, 5}} = 1050 \text{ W}$$

De manera similar, el requerimiento de potencia para el sexto calentador se obtiene restando la pérdida total asociada con los primeros cinco calentadores de la asociada con los primeros seis calentadores. De aquí

$$q_{\text{conv, 6}} = (\bar{h}_{1-6}L_6 - \bar{h}_{1-5}L_5)w(T_s - T_\infty)$$

donde $\bar{h}_{1-6}$ se obtiene de la ecuación 7.41. Con $Re_6 = 6Re_1 = 6.84 \times 10^5$,

$$\overline{Nu}_6 = [0.037(6.84 \times 10^5)^{4/5} - 871](0.69)^{1/3} = 753$$

De aquí

$$\bar{h}_{1-6} = \frac{\overline{Nu}_6\, k}{L_6} = \frac{753 \times 0.0338 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.30 \text{ m}} = 85 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

y

$$q_{\text{conv, 6}} = (85 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.30 \text{ m} - 74 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.25 \text{ m}) \times 1 \text{ m } (230 - 25)^\circ\text{C}$$

$$q_{\text{conv, 6}} = 1440 \text{ W} \quad \triangleleft$$

De aquí $q_{\text{conv, 6}} > q_{\text{conv, 1}} > q_{\text{conv, 5}}$, y la sexta placa tiene el requerimiento de potencia más grande.

Comentarios:

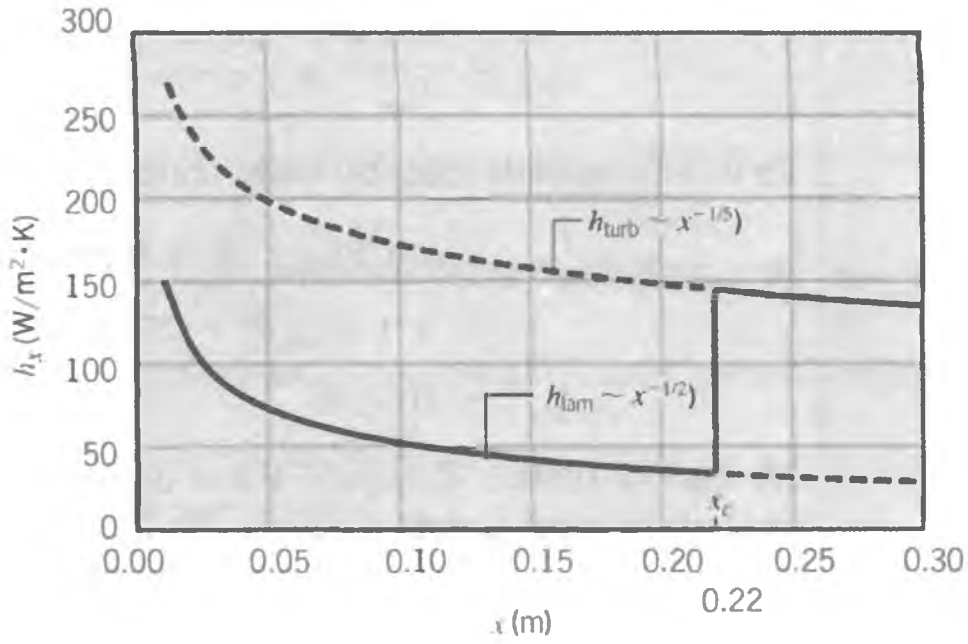
1. Un método alternativo de encontrar la transferencia de calor por convección desde una placa particular implica estimar un coeficiente de convección local promedio para la superficie. Por ejemplo, la ecuación 7.37 podría usarse para evaluar el coeficiente local de convección en el punto medio de la sexta placa. Con $x = 0.275$ m, $Re_x = 6.27 \times 10^5$, $Nu_x = 1136$ y $h_x = 140$ W/m$^2 \cdot$ K, la transferencia de calor por convección de la sexta placa es

$$q_{\text{conv, 6}} = h_x(L_6 - L_5)w(T_s - T_\infty)$$

$$q_{\text{conv, 6}} = 140 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K } (0.30 - 0.25) \text{ m} \times 1 \text{ m } (230 - 25)^\circ\text{C} = 1440 \text{ W}$$

Este procedimiento se utiliza sólo cuando la variación del coeficiente local de convección con la distancia es gradual, como en el flujo turbulento. Llevaría a un error significativo si se usara para una superficie que experimente transición.

2. La variación del coeficiente local de convección a lo largo de la placa plana se determina a partir de las ecuaciones 7.21 y 7.30 para el flujo laminar y turbulento, respectivamente, y los resultados están representados por las curvas sólidas del siguiente esquema:



La disminución como $x^{-1/2}$ del coeficiente de convección laminar se supone que termina de forma abrupta en $x_c = 0.22$ m, donde la transición provoca un aumento de más de cuatro veces en el coeficiente local de convección. Para $x > x_c$, la disminución en el coeficiente de convección es más gradual ($x^{-1/5}$). Las líneas punteadas representan extensiones de las distribuciones, que se aplicarían si el valor de x_c se corriera. Por ejemplo, $Re_{x,c}$ disminuiría si la turbulencia de la corriente libre aumentara y/o la superficie se hiciera áspera. El valor menor de x_c ocasionaría que las distribuciones laminar y turbulenta, respectivamente, se extendieran sobre partes más pequeñas y más grandes de la placa. Un efecto similar se logra al aumentar u_∞. En este caso, los valores más grandes de h_x se asociarían con las distribuciones laminar y turbulenta ($h_{lam} \sim u_\infty^{1/2}$, $h_{turb} \sim u_\infty^{4/5}$).

Ejemplo 7.3

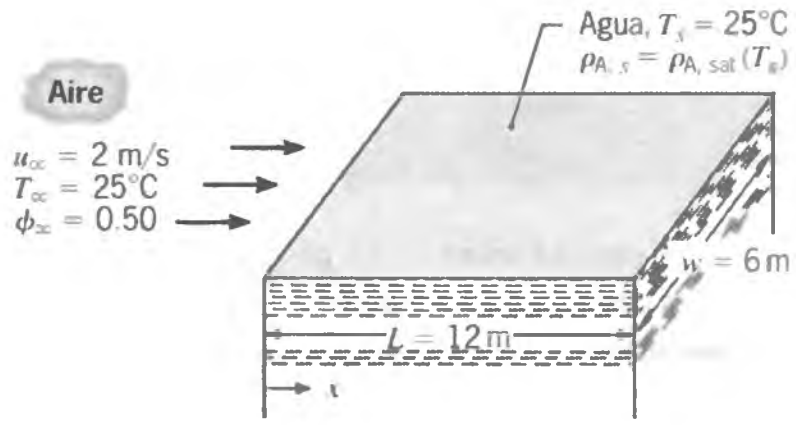
Las condiciones de sequía en cierta región del país impulsan a las autoridades a cuestionar si se puede permitir la operación de las piscinas residenciales. Como jefe de ingenieros de una ciudad que tiene un gran número de piscinas, se le pide a usted estimar la pérdida *diaria* de agua debido a la evaporación de las piscinas. Como condiciones representativas, suponga temperatura de agua y aire ambiental de 25°C, humedad relativa ambiental del 50%, dimensiones superficiales de una piscina de 6 × 12 m y una velocidad de viento de 2 m/s en la dirección del lado largo de la piscina. Suponga que la turbulencia de la corriente libre del aire es insignificante y que la superficie del agua es suave y al nivel de la orilla de la piscina. ¿Cuál es la pérdida de agua para la piscina en kilogramos por día?

SOLUCIÓN

Se conoce: Condiciones del aire ambiente arriba de una piscina.

Encontrar: Pérdida diaria de agua por evaporación.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Superficie suave del agua y turbulencia de flujo libre insignificante.
3. Analogía aplicable de transferencia de calor y masa.
4. Número de Reynolds de transición 5×10^5.
5. Comportamiento de gas ideal para el vapor de agua en la corriente libre.

Propiedades: Tabla A.4, aire (25°C): $\nu = 15.7 \times 10^{-6}$ m²/s. Tabla A.8, vapor de agua–aire (25°C): $D_{AB} = 0.26 \times 10^{-4}$ m²/s, $Sc = \nu/D_{AB} = 0.60$. Tabla A.6 vapor de agua saturada (25°C): $\rho_{A,sat} = v_g^{-1} = 0.0226$ kg/m³.

Análisis: Con un número de Reynolds de

$$Re_L = \frac{u_\infty L}{\nu} = \frac{2 \text{ m/s} \times 12 \text{ m}}{15.7 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 1.53 \times 10^6$$

ocurre la transición a $x_c = (5 = 10^5/1.53 \times 10^6)12 = 3.9$ m. Por ello existe una condición de capa limite mezclada, y la ecuación 7.42 da

$$\overline{Sh}_L = (0.037 Re_L^{4/5} - 871) Sc^{1/3}$$

$$\overline{Sh}_L = [0.037(1.53 \times 10^6)^{4/5} - 871](0.60)^{1/3} = 2032$$

Se sigue que

$$\bar{h}_{m,L} = \overline{Sh}_L \left(\frac{D_{AB}}{L}\right) = 2032 \frac{0.26 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}}{12 \text{ m}} = 4.4 \times 10^{-3} \text{ m/s}$$

La velocidad de evaporación para la piscina es entonces

$$n_A = \bar{h}_m A(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty})$$

o, con la suposición que el vapor de agua de flujo libre es un gas ideal

$$\phi_\infty = \frac{\rho_{A,\infty}}{\rho_{A,sat}(T_\infty)}$$

y con $\rho_{A,s} = \rho_{A,sat}(T_s)$,

$$n_A = \bar{h}_m A[\rho_{A,sat}(T_s) - \phi_\infty \rho_{A,sat}(T_\infty)]$$

Como $T_s = T_\infty = 25°C$, se sigue que

$$n_A = \bar{h}_m A \rho_{A,sat}(25°C)[1 - \phi_\infty]$$

En consecuencia

$$n_A = 4.4 \times 10^{-3} \text{ m/s} \times 72 \text{ m}^2 \times 0.0226 \text{ kg/m}^3 \times 0.5 \times 86{,}400 \text{ s/día}$$

$$n_A = 309 \text{ kg/día}$$

Comentarios: Es probable que la temperatura superficial del agua sea ligeramente menor que la temperatura del aire debido al efecto de enfriamiento evaporativo.

7.4 *Flujo alrededor de un cilindro*

7.4.1 Consideraciones de flujo

Otro flujo externo común incluye el movimiento del fluido normal al eje de un cilindro circular. Como se muestra en la figura 7.5, el fluido de la corriente libre se lleva al reposo en el *punto de estancamiento delantero*, con el acompañamiento de una elevación de la presión. A partir de este punto, la presión disminuye al aumentar x, mientras que la coordenada laminar y la capa límite se producen bajo la influencia de un *gradiente de presión favorable* ($dp/dx < 0$). Sin embargo, la presión debe finalmente alcanzar un mínimo, y hacia la parte posterior del cilindro ocurre la producción de otra capa límite en la presencia de un *gradiente de presión adverso* ($dp/dx > 0$).

En la figura 7.5 se debe advertir la distinción entre la velocidad corriente arriba V y la velocidad de flujo libre u_∞. A diferencia de las condiciones para la placa libre en un flujo paralelo, estas velocidades difieren con u_∞, que ahora depende de la distancia x desde el punto de estancamiento. De la ecuación de Euler para un flujo no viscoso [1], $u_\infty(x)$ debe mostrar un comportamiento opuesto al de $p(x)$. Es decir, de $u_\infty = 0$ en el punto de estancamiento, el fluido se acelera debido al gradiente de presión favorable

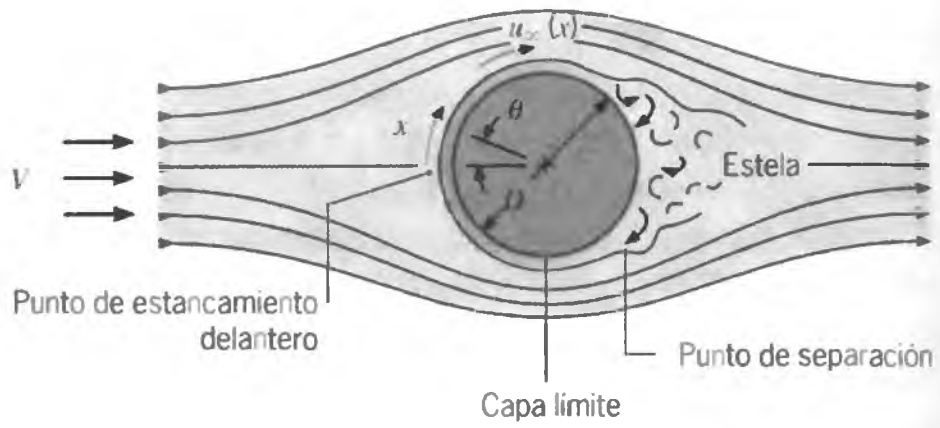


FIGURA 7.5 Formación de la capa límite y separación sobre un cilindro circular en flujo cruzado.

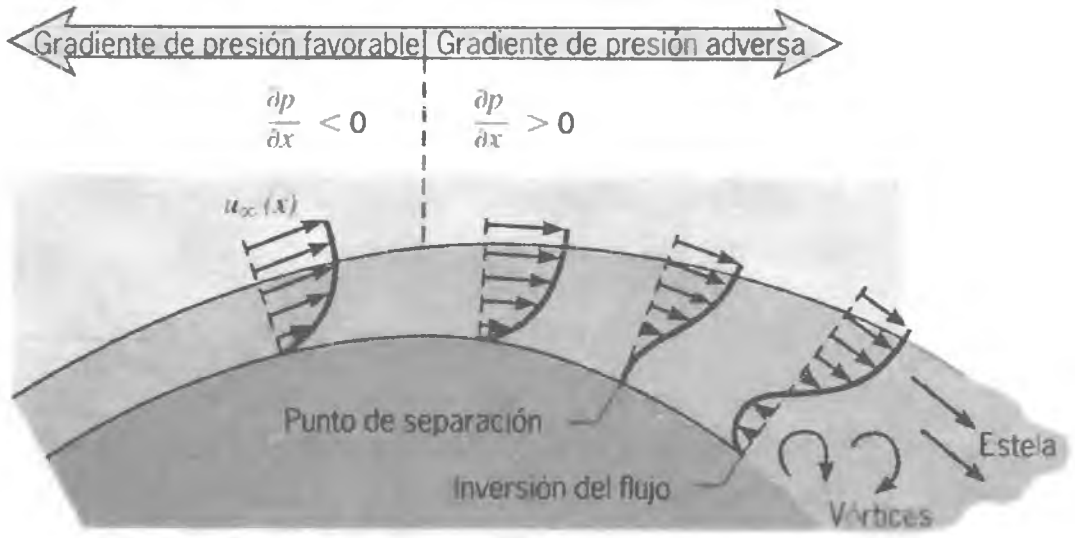


FIGURA 7.6 Perfil de velocidad asociado con la separación en un cilindro circular en flujo cruzado.

($du_\infty/dx > 0$ cuando $dp/dx < 0$), alcanza una velocidad máxima cuando $dp/dx = 0$, y se desacelera debido al gradiente de presión adverso ($du_\infty/dx <$ cuando $dp/dx > 0$). A medida que el fluido se desacelera, el gradiente de velocidad en la superficie, $\partial u/\partial y|_{y=0}$, finalmente se hace cero (figura 7.6). En esta posición, denominada *punto de separación*, el fluido cerca de la superficie carece de suficiente momento para vencer el gradiente de presión, y es imposible un movimiento continuo corriente abajo. Como el fluido que se aproxima también impide que el flujo regrese corriente arriba, debe ocurrir la *separación de la capa límite*. Ésta es una condición por la que la capa límite se separa de la superficie, y se forma una *estela* en la región corriente abajo. El flujo en esta región se caracteriza por la formación de vórtices y es altamente irregular. El *punto de separación* es la posición para la que $(\partial u/\partial y)_s = 0$.

La ocurrencia de una *transición de la capa límite*, que depende del número de Reynolds, influye fuertemente en la posición del punto de separación. Para el cilindro circular la longitud característica es el diámetro, y el número de Reynolds se define como

$$Re_D \equiv \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{VD}{\nu}$$

Dado que el momento del fluido en una capa límite turbulenta es mayor que en la capa límite laminar, es razonable esperar que la transición retrase la ocurrencia de la separación. Si $Re_D \lesssim 2 \times 10^5$, la capa límite permanece como laminar, y la separación ocurre en $\theta \approx 80°$ (figura 7.7). Sin embargo, si $Re_D \gtrsim 2 \times 10^5$, ocurre la transición de la capa límite, y la separación se retrasa a $\theta \approx 140°$.

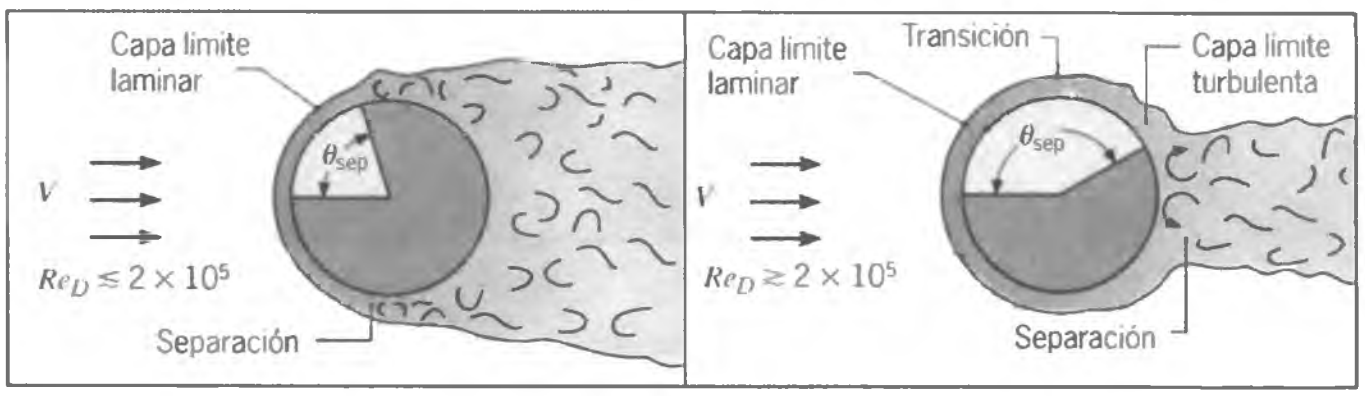


FIGURA 7.7 Efecto de la turbulencia sobre la separación.

Los procesos anteriores influyen mucho en la fuerza de arrastre, F_D, que actua sobre el cilindro. Esta fuerza tiene dos componentes, uno de los cuales se debe al esfuerzo cortante superficial de la capa límite (*arrastre por fricción*). El otro componente se debe a un diferencial de presión en la dirección del flujo que resulta de la formación de la estela (*arrastre de forma*, o *de presión*). Un *coeficiente de arrastre* adimensional C_D se define como

$$C_D \equiv \frac{F_D}{A_f(\rho V^2/2)} \tag{7.54}$$

donde A_f es el área frontal del cilindro (área proyectada perpendicular a la velocidad de flujo libre). El coeficiente de arrastre es una función del número de Reynolds y en la figura 7.8 se presentan resultados. Para $Re_D < 2$, los efectos de separación son despreciables y las condiciones están dominadas por el arrastre de fricción. Sin embargo, al aumentar el número de Reynolds, el efecto de la separación y, por tanto, el arrastre de forma, se hace más importante. La reducción grande en C_D que ocurre para $Re_D > 2 \times 10^5$ se debe a la transición de la capa límite, que retrasa la separación, y por ello reduce la extensión de la región de la estela y la magnitud del arrastre de forma.

7.4.2 Transferencia de calor y de masa por convección

En la figura 7.9 se muestran resultados experimentales para la variación del número local de Nusselt con θ para el cilindro en un flujo cruzado de aire. No es de sorprender que en los resultados influya mucho la naturaleza de la producción de la capa límite sobre la superficie. Considere las condiciones para $Re_D \lesssim 10^5$. Al comenzar en el punto de estancamiento, Nu_θ disminuye al aumentar θ como resultado del desarrollo de la capa límite laminar. Sin embargo, se alcanza un mínimo en $\theta \approx 80°$C, donde ocurre la separación y Nu_θ aumenta con θ debido a la mezcla asociada con la formación de vórtices en la estela. En cambio, para $Re_D \gtrsim 10^5$, la variación de Nu_θ con θ se caracteriza por dos mínimos. La disminución en Nu_θ del valor en el punto de estancamiento de nuevo

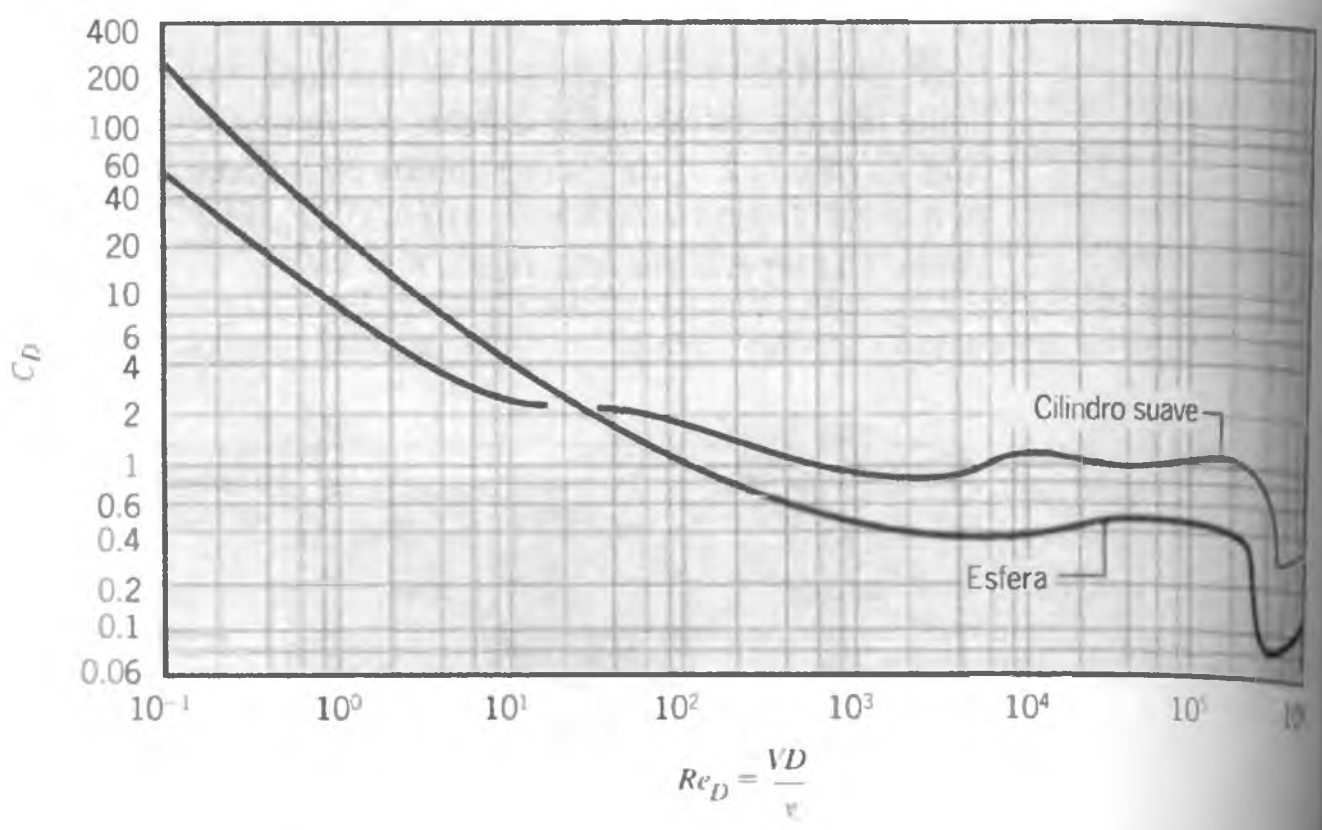


Figura 7.8 Coeficientes de arrastre para un cilindro circular suave en flujo cruzado y para una esfera [7]. Adaptado con permiso.

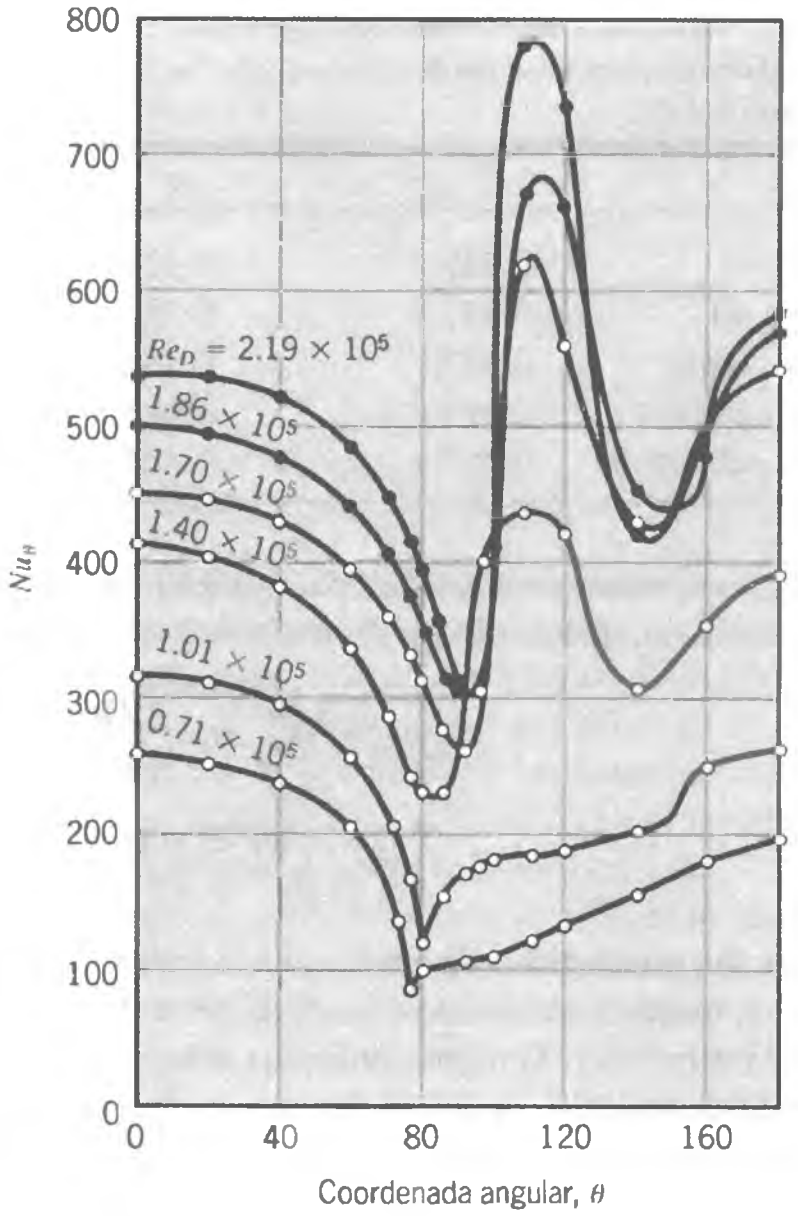


FIGURA 7.9
Número de Nusselt local para flujo de aire normal a un cilindro circular. Adaptado con permiso de W. H. Giedt, *Trans.* ASME, **71**, 375, 1949.

se debe a la producción de la capa límite, pero el agudo aumento que ocurre entre 80° y 100° ahora se debe a la transición de la capa límite a turbulenta. Con el desarrollo posterior de la capa límite turbulenta, Nu_θ de nuevo comienza a disminuir. Finalmente ocurre la separación ($\theta \approx 140°$), y Nu_θ aumenta como resultado de la mezcla en la región de la estela. El aumento en Nu_θ con el aumento de Re_D se debe a una reducción correspondiente en el espesor de la capa límite.

Se pueden obtener correlaciones para el número de Nusselt local, y en el punto de estancamiento delantero para $Pr \geq 0.6$, el análisis de la capa límite [5] da una expresión de la forma

$$Nu_D(\theta = 0) = 1.15 Re_D^{1/2} Pr^{1/3} \tag{7.55a}$$

Sin embargo, desde el punto de vista de los cálculos de ingeniería, estamos más interesados en las condiciones promedio globales. La correlación empírica debida a Hilpert [13]

$$\overline{Nu}_D \equiv \frac{\bar{h} D}{k} = C Re_D^m Pr^{1/3} \tag{7.55b}$$

se usa ampliamente, donde las constantes C y m se listan en la tabla 7.2. La ecuación 7.55 también es útil para el *flujo de gas* sobre cilindros de sección transversal no circular, con la longitud característica D y las constantes que se obtienen de la tabla 7.3. Al trabajar con las ecuaciones 7.55, todas las propiedades se evalúan a la temperatura de película.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Tabla 7.2 Constantes de la ecuación 7.55b para el cilindro circular en flujo cruzado [13, 14]

Re_D	C	m
0.4–4	0.989	0.330
4–40	0.911	0.385
40–4000	0.683	0.466
4000–40,000	0.193	0.618
40,000–400,000	0.027	0.805

Se sugieren otras correlaciones para el cilindro circular en flujo cruzado [8, 16, 17]. La correlación, que se debe a Zhukauskas [16], es de la forma

$$\overline{Nu}_D = C\,Re_D^m\,Pr^n\left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{1/4} \qquad (7.56)$$

$$\begin{bmatrix} 0.7 < Pr < 500 \\ 1 < Re_D < 10^6 \end{bmatrix}$$

donde todas las propiedades se evalúan en T_∞ excepto Pr_s, que se evalúa en T_s. En la tabla 7.4 se presentan valores de C y m. Si $Pr \leq 10$, $n = 0.37$; si $Pr > 10$, $n = 0.36$. Churchill y Bernstein [17] propusieron una sola ecuación de gran extensión que cubre todo el rango de Re_D para el que se dispone de datos, así como un amplio rango de Pr. La ecuación se recomienda para toda $Re_D Pr > 0.2$ y tiene la forma

$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62\,Re_D^{1/2}\,Pr^{1/3}}{[1+(0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{Re_D}{282{,}000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \qquad (7.57)$$

donde todas las propiedades se evalúan a la temperatura de película.

Tabla 7.3 Constantes de la ecuación 7.55b para cilindros no circulares en flujo cruzado de un gas [15]

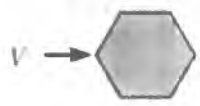
Geometría	*ReD*	*C*	*m*
Cuadrado			
	$5 \times 10^3 - 10^5$	0.246	0.588
	$5 \times 10^3 - 10^5$	0.102	0.675
Hexágono			
	$5 \times 10^3 - 1.95 \times 10^4$	0.160	0.638
	$1.95 \times 10^4 - 10^5$	0.0385	0.782
	$5 \times 10^3 - 10^5$	0.153	0.638
Placa vertical			
	$4 \times 10^3 - 1.5 \times 10^4$	0.228	0.731

TABLA 7.4 Constantes de la ecuación 7.56 para el cilindro circular en flujo cruzado [16]

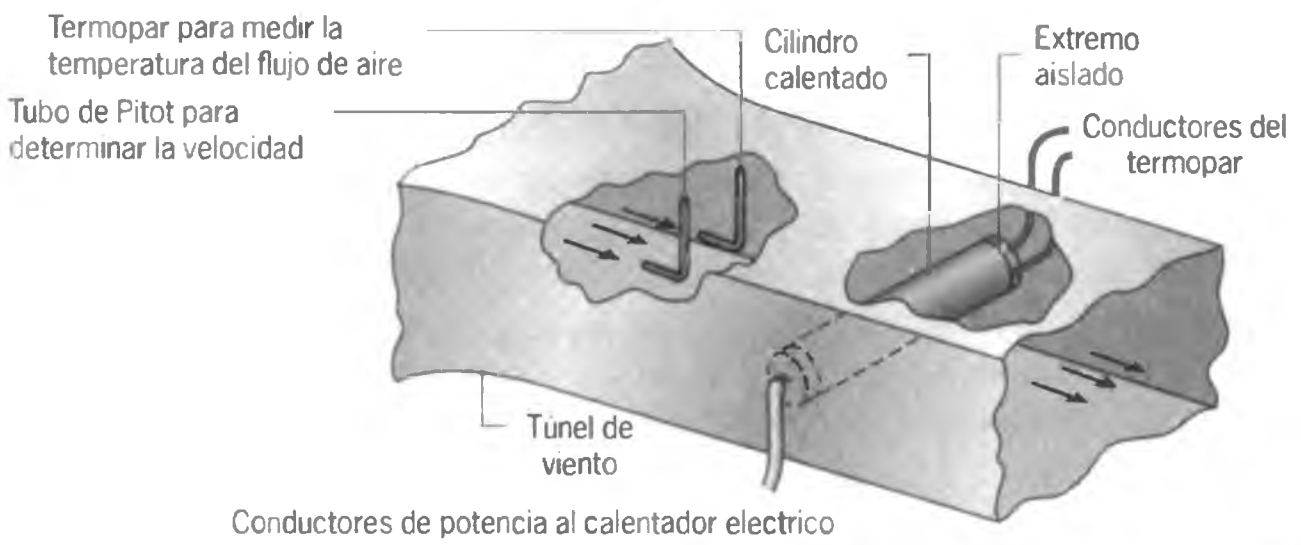
Re_D	C	m
1−40	0.75	0.4
40−1000	0.51	0.5
$10^3-2\times10^5$	0.26	0.6
$2\times10^5-10^6$	0.076	0.7

De nuevo advertimos al lector que no vea cualquiera de las correlaciones anteriores como sacrosantas. Cada una de ellas es razonable sobre cierto rango de condiciones, pero para la mayoría de los cálculos de ingeniería no se debe esperar una precisión mucho mejor que 20% Debido a que se basan en resultados más recientes que abarcan un amplio rango de condiciones, las ecuaciones 7.56 y 7.57 se usan para los cálculos de este texto. Morgan [18] proporciona una revisión detallada de muchas de las correlaciones desarrolladas para el cilindro circular.

Finalmente, advertimos que al invocar la analogía de transferencia de calor y de masa de un cilindro en flujo cruzado, las ecuaciones 7.55 y 7.57 sirven para problemas que impliquen transferencia de masa por convección de un cilindro en flujo cruzado, simplemente reemplazando $\overline{Nu}_D$ por $\overline{Sh}_D$ y Pr por Sc. En problemas de transferencia de masa, las variaciones de las propiedades de la capa límite son normalmente pequeñas. Por consiguiente, cuando se usa la analogía de la transferencia de masa de la ecuación 7.56, la razón de propiedades, que explica los efectos de propiedades no constantes, se puede considerar insignificante.

EJEMPLO 7.4

Se han efectuado experimentos sobre un cilindro metálico de 12.7 mm de diámetro y 94 mm de longitud. El cilindro se calienta internamente mediante un calentador eléctrico y se sujeta a un flujo cruzado de aire en un túnel de viento de baja velocidad. En un conjunto específico de condiciones de operación en que la velocidad y temperatura del aire a contracorriente se mantuvieron a $V = 10$ m/s y 26.2°C, respectivamente, se midió que la disipación de potencia del calentador fue $P = 46$ W, mientras que la temperatura superficial del cilindro se determinó como $T_s = 128.4$°C. Se estima que 15% de la disipación de potencia se pierde a través del efecto acumulado de la radiación superficial y de la conducción a través de los extremos.



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede ... oral

1. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección a partir de las observaciones experimentales.
2. Compare el resultado experimental con el coeficiente de convección calculado a partir de una correlación apropiada.

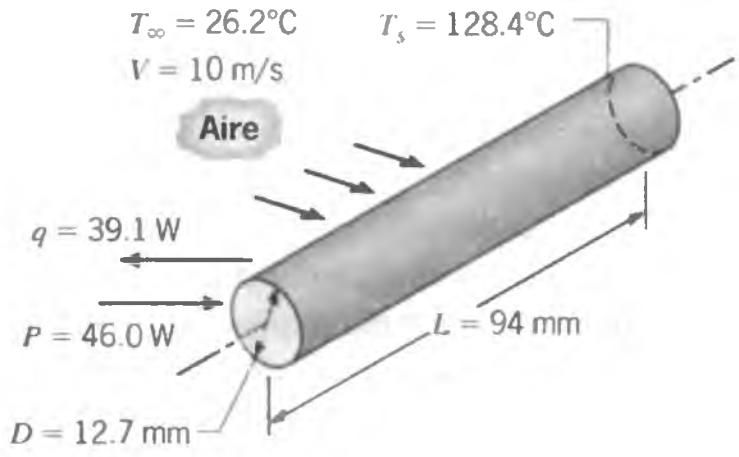
SOLUCIÓN

Se conoce: Condiciones de operación para un cilindro calentado.

Encontrar:

1. Coeficiente de convección asociado con las condiciones de operación.
2. Coeficiente de convección a partir de una correlación apropiada.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Temperatura superficial uniforme del cilindro.

Propiedades: Tabla A.4, aire ($T_\infty = 26.2°C \approx 300$ K): $\nu = 15.89 \times 10^{-6}$ m^2/s, $k = 26.3 \times 10^{-3}$ W/m · K, $Pr = 0.707$. Tabla A.4, aire ($T_f \approx 350$ K): $\nu = 20.92 \times 10^{-6}$ m^2/s, $k = 30 \times 10^{-3}$ W/m · K, $Pr = 0.700$. Tabla A :4. aire ($T_s = 128.4°C \approx 401$ K): $Pr = 0.690$.

Análisis:

1. El coeficiente de transferencia de calor por convección se determina a partir de los datos, mediante el uso de la ley de enfriamiento de Newton. Es decir,

$$\bar{h} = \frac{q}{A(T_s - T_\infty)}$$

Con $q = 0.85P$ y $A = \pi DL$, se sigue que

$$\bar{h} = \frac{0.85 \times 46 \text{ W}}{\pi \times 0.0127 \text{ m} \times 0.094 \text{ m} \, (128.4 - 26.2)°C} = 102 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

2. Al trabajar con la relación de Zhukauskas, ecuación 7.56

$$\overline{Nu}_D = C \, Re_D^m \, Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{1/4}$$

todas las propiedades, excepto Pr_s, se evalúan en T_∞. En consecuencia,

$$Re_D = \frac{VD}{\nu} = \frac{10 \text{ m/s} \times 0.0127 \text{ m}}{15.89 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 7992$$

Por tanto, de la tabla 7.4, $C = 0.26$ y $m = 0.6$. También, como $Pr < 10$, $n = 0.37$. Se sigue que

$$\overline{Nu}_D = 0.26(7992)^{0.6}(0.707)^{0.37}\left(\frac{0.707}{0.690}\right)^{0.25} = 50.5$$

$$\bar{h} = \overline{Nu}_D \frac{k}{D} = 50.5 \frac{0.0263 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.0127 \text{ m}} = 105 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \quad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Con el uso de la relación de Churchill, ecuación 7.57,

$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{Re_D}{282{,}000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

Con todas las propiedades evaluadas en T_f, $Pr = 0.70$ y

$$Re_D = \frac{VD}{\nu} = \frac{10 \text{ m/s} \times 0.0127 \text{ m}}{20.92 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 6071$$

Por ello el número de Nusselt y el coeficiente de convección son

$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62(6071)^{1/2}(0.70)^{1/3}}{[1 + (0.4/0.70)^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{6071}{282{,}000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} = 40.6$$

$$\bar{h} = \overline{Nu}_D \frac{k}{D} = 40.6 \frac{0.030 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.0127 \text{ m}} = 96.0 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Alternativamente, de la correlación de Hilpert, ecuación 7.55b,

$$\overline{Nu}_D = C Re_D^m Pr^{1/3}$$

Con todas las propiedades evaluadas a la temperatura de película, $Re_D = 6071$ y $Pr = 0.70$. Por tanto, de la tabla 7.2, $C = 0.193$ y $m = 0.618$. El número de Nusselt y el coeficiente de convección son

$$\overline{Nu}_D = 0.193(6071)^{0.618}(0.700)^{0.333} = 37.3$$

$$\bar{h} = \overline{Nu}_D \frac{k}{D} = 37.3 \frac{0.030 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.0127 \text{ m}} = 88 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

2. Las incertidumbres asociadas con la medición de la velocidad del aire, la estimación de la pérdida de calor en los extremos del cilindro y con promediar la temperatura de la superficie del cilindro, que varía de forma axial y circunferencial, hacen que los resultados experimentales sean precisos a no más del 15%. En consecuencia, los cálculos basados en cada una de las tres correlaciones están dentro de la incertidumbre experimental de los resultados medidos.

3. Reconozca la importancia de usar la temperatura apropiada cuando se evalúan las propiedades del fluido.

7.5 *Esfera*

Los efectos de la capa límite asociados con el flujo alrededor de una esfera son mucho más parecidos a los del cilindro circular, en el que la transición y separación representan papeles importantes. En la figura 7.8 se presentan resultados para el coeficiente de arrastre, que se define con la ecuación 7.54. En el límite de números de Reynolds muy pequeños (*flujo de deslizamiento*), el coeficiente es inversamente proporcional al número de Reynolds y la relación específica se denomina *ley de Stokes*

$$C_D = \frac{24}{Re_D} \qquad Re_D < 0.5 \tag{7.58}$$

Existen numerosas correlaciones de transferencia de calor propuestas, y Whitaker [8] recomienda una expresión de la forma

$$\overline{Nu}_D = 2 + (0.4\,Re_D^{1/2} + 0.06\,Re_D^{2/3})\,Pr^{0.4}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{1/4} \tag{7.59}$$

$$0.71 < Pr < 380$$
$$3.5 < Re_D < 7.6\times10^4$$
$$1.0 < \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right) < 3.2$$

Todas las propiedades excepto μ_s se evalúan en T_∞, y el resultado se aplica a problemas de transferencia de masa con sólo reemplazar $\overline{Nu}_D$ y Pr con $\overline{Sh}_D$ y Sc, respectivamente. Un caso especial de transferencia de calor y de masa por convección de esferas se relaciona con el transporte de gotas líquidas que caen libremente, y a menudo se utiliza la correlación de Ranz y Marshall [19]

$$\overline{Nu}_D = 2 + 0.6Re_D^{1/2}\,Pr^{1/3} \tag{7.60}$$

En el límite cuando $Re_D \to 0$, las ecuaciones 7.59 y 7.60 se reducen a $\overline{Nu}_D = 2$, que corresponde a la transferencia de calor por conducción desde una superficie esférica a un medio infinito estacionario alrededor de la superficie.

Ejemplo 7.5

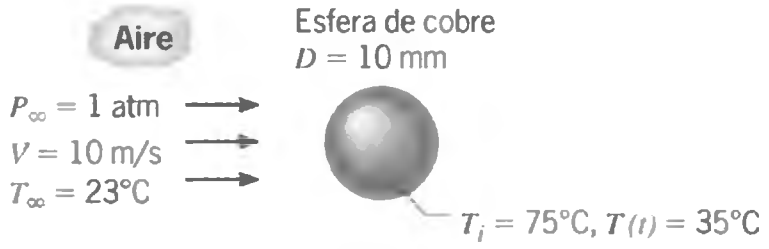
La película plástica decorativa sobre una esfera de cobre de 10 mm de diámetro se cura en un horno a 75°C. Al quitarla del horno, la esfera se sujeta a un flujo de aire a 1 atm y 23°C con una velocidad de 10 m/s. Estime cuánto tiempo toma enfriar la esfera a 35°C.

Solución

Se conoce: Enfriamiento de una esfera en un flujo de aire.

Encontrar: Tiempo t que se requiere para enfriar $T_i = 75°C$ a $T(t) = 35°C$.

Esquema:



Suposiciones:

1. Resistencia y capacitancia térmicas insignificantes en la película de plástico.
2. Esfera espacialmente isotérmica.
3. Efectos de radiación despreciables.

Propiedades: Tabla A.1, cobre ($T \approx 328$ K): $\rho = 8933$ kg/m^3, $k = 399$ W/m · K, $c_p = 387$ J/kg · K. Tabla A.4, aire ($T_\infty = 296$ K): $\mu = 181.6 \times 10^{-7}$ N · s/m^2, $\nu = 15.36 \times 10^{-6}$ m^2/s, $k = 0.0258$ W/m · K, $Pr = 0.709$. Tabla A.4, aire ($T_s \approx 328$ K): $\mu = 197.8 \times 10^{-7}$ N · s/m^2.

Análisis: El tiempo que se requiere para completar el proceso de enfriamiento se obtiene a partir de los resultados para una resistencia interna despreciable. En particular, de las ecuaciones 5.4 y 5.5

$$t = \frac{\rho V c_p}{\bar{h} A_s} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T - T_\infty}$$

o, con $V = \pi D^3/6$ y $A_s = \pi D^2$,

$$t = \frac{\rho c_p D}{6\bar{h}} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T - T_\infty}$$

De la ecuación 7.59

$$\overline{Nu}_D = 2 + (0.4 Re_D^{1/2} + 0.06 Re_D^{2/3})\, Pr^{0.4} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{1/4}$$

donde

$$Re_D = \frac{VD}{\nu} = \frac{10 \text{ m/s} \times 0.01 \text{ m}}{15.36 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 6510$$

Por consiguiente, el número de Nusselt y el coeficiente de convección son

$$\overline{Nu}_D = 2 + [0.4(6510)^{1/2} + 0.06(6510)^{2/3}](0.709)^{0.4} \times \left(\frac{181.6 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2}{197.8 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2}\right)^{1/4} = 47.4$$

$$\bar{h} = \overline{Nu}_D \frac{k}{D} = 47.4 \frac{0.0258 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.01 \text{ m}} = 122 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

El tiempo que se requiere para el enfriamiento es entonces

$$t = \frac{8933 \text{ kg/m}^3 \times 387 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \times 0.01 \text{ m}}{6 \times 122 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}} \ln\left(\frac{75 - 23}{35 - 23}\right) = 69.2 \text{ s} \quad \triangleleft$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede del Litoral

Comentarios:

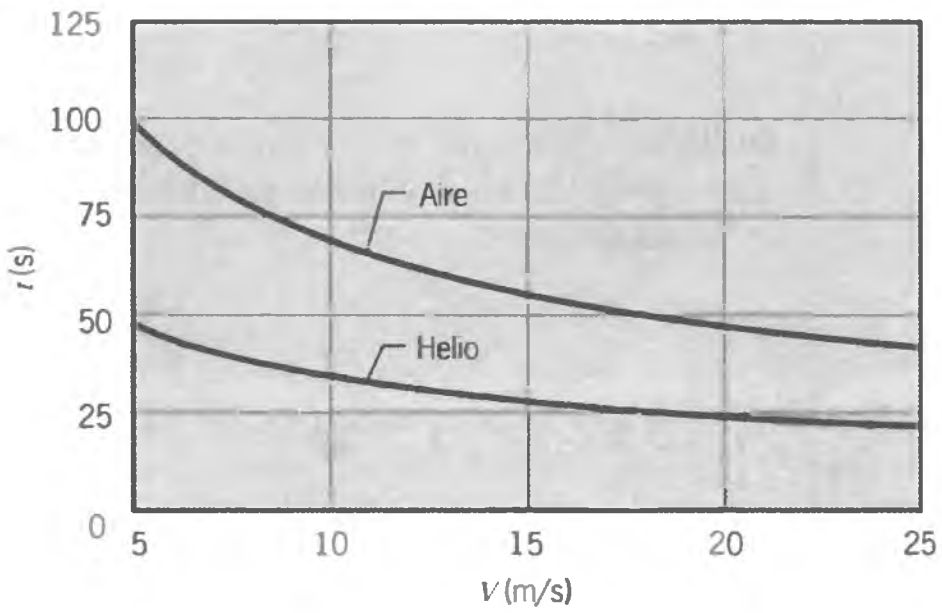
1. La validez del método de la resistencia interna despreciable se determina calculando el número de Biot. De la ecuación 5.10

$$Bi = \frac{\bar{h}L_c}{k_s} = \frac{\bar{h}(r_o/3)}{k_s} = \frac{122\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.005\ \text{m}/3}{399\ \text{W/m} \cdot \text{K}} = 5.1 \times 10^{-4}$$

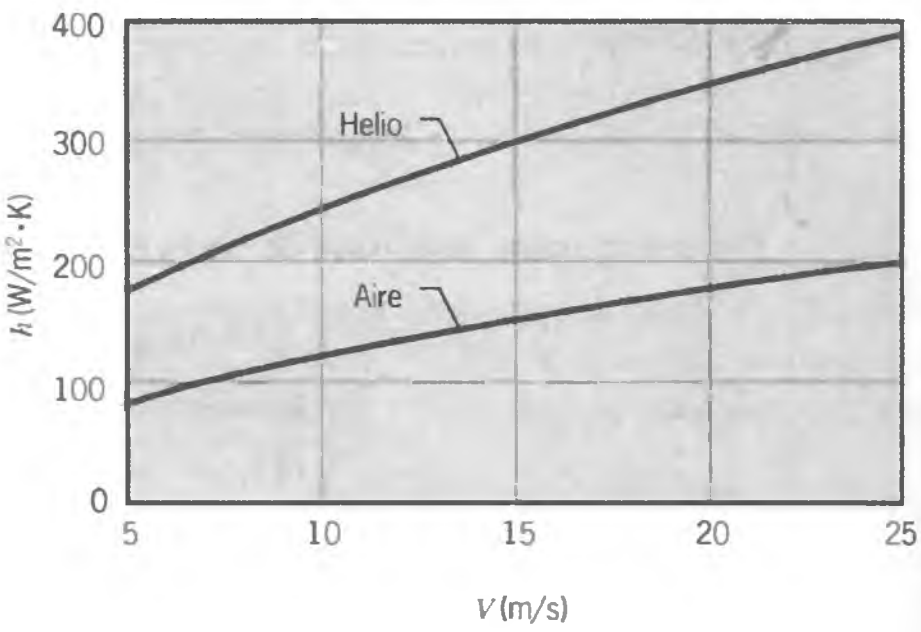
   y el criterio se satisface.

2. Aunque sus definiciones son similares, el número de Nusselt se define en términos de la conductividad térmica del fluido, mientras que el número de Biot se define en términos de la conductividad térmica del sólido.

3. Las opciones para aumentar las velocidades de producción incluyen la aceleración del proceso de enfriamiento mediante el aumento de la velocidad del fluido y/o con el uso de un fluido diferente. Al aplicar los procedimientos anteriores, el tiempo de enfriamiento se calcula y gráfica para aire y helio sobre la gama de velocidades, $5 \leq V \leq 25$ m/s.



Aunque los números de Reynolds para He son mucho más pequeños que los del aire, la conductividad térmica es mucho mayor y, como se muestra a continuación



Por ello, es posible aumentar las velocidades de producción al sustituir helio por aire, aunque con un incremento significativo en costo.

7.6 *Flujo a través de un banco de tubos*

La transferencia de calor hacia o desde un banco (o haz) de tubos en flujo cruzado es relevante para numerosas aplicaciones industriales, como la generación de vapor en una caldera o el enfriamiento en el serpentín de un acondicionador de aire. El arreglo geométrico se muestra de forma esquemática en la figura 7.10. Normalmente, un fluido se mueve sobre los tubos, mientras que un segundo fluido a una temperatura diferente corre por los tubos. En esta sección estamos interesados de forma específica en la transferencia de calor por convección asociada con el flujo cruzado sobre los tubos.

Las filas de tubos de un banco están *escalonadas* o *alineadas* en la dirección de la velocidad del fluido V (figura 7.11). La configuración se caracteriza por el diámetro del tubo D y por la *separación transversal* S_T y la *separación longitudinal* S_l medidas entre los centros de los tubos. Las condiciones del flujo dentro del banco están dominadas por los efectos de separación de la capa límite y por las interacciones de estelas, que a su vez influyen en la transferencia de calor por convección.

El coeficiente de transferencia de calor asociado con un tubo está determinado por su posición en el banco. El coeficiente para un tubo en la primera línea es aproximadamente igual al de un solo tubo en flujo cruzado, mientras que los coeficientes de transferencia de calor más grandes están asociados con tubos en las líneas internas. Los tubos de las primeras líneas actúan como una rejilla de turbulencia, que aumenta el coeficiente de transferencia de calor para los tubos de las líneas siguientes. Sin embargo, en la mayoría de las configuraciones las condiciones de transferencia de calor se estabilizan, de modo que ocurren pocos cambios en el coeficiente de convección para un tubo más allá de la cuarta o quinta línea.

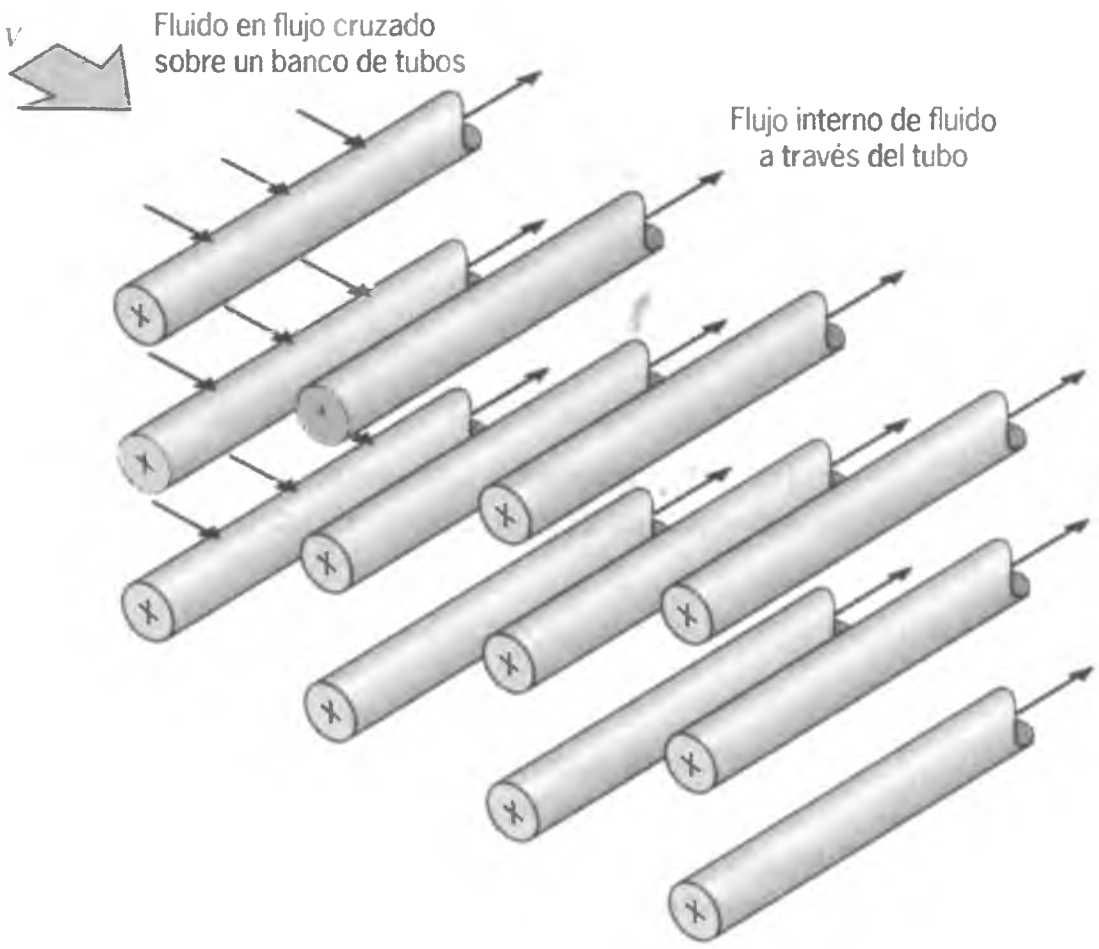


FIGURA 7.10 Esquema de un banco de tubos en flujo cruzado.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ... ...oral

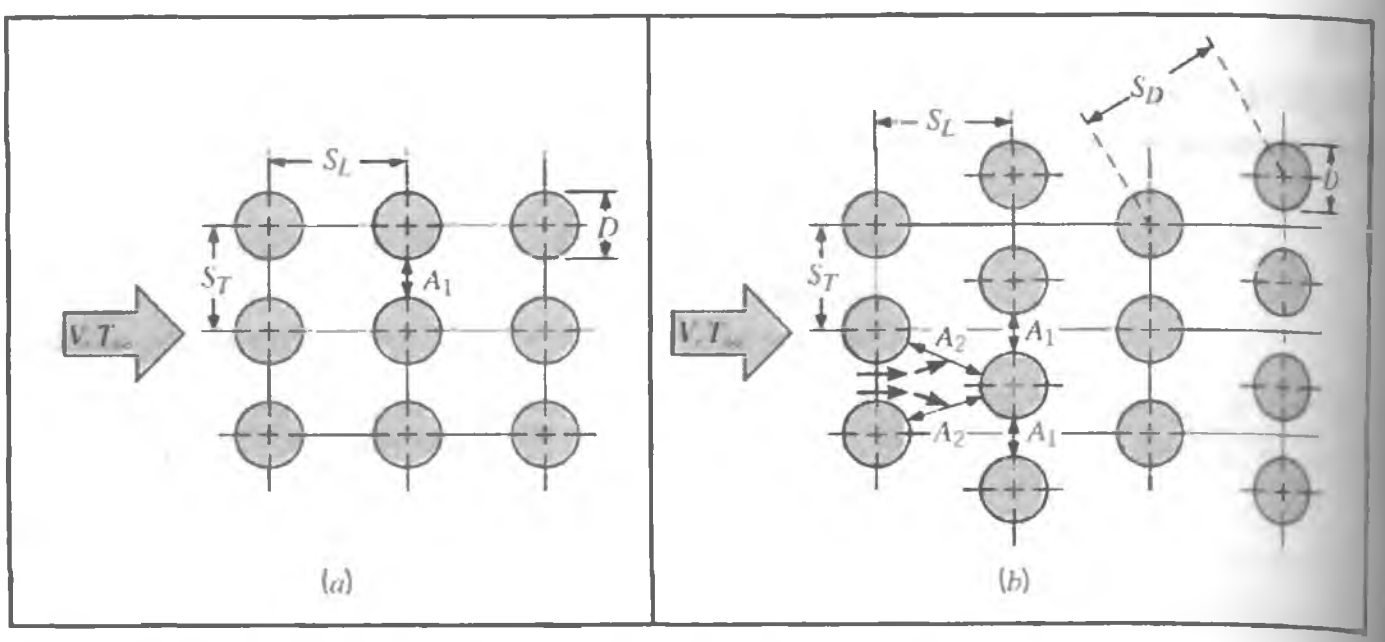


FIGURA 7.11 Arreglos de tubos en un banco. (*a*) Alineados. (*b*) Escalonados.

En general, deseamos conocer el coeficiente *promedio* de transferencia de calor para *todo* el haz de tubos. Para un flujo de aire a través de haces de tubos compuestos de *10 o más líneas* ($N_L \geq 10$), Grimison [20] obtuvo una correlación de la forma

$$\overline{Nu}_D = C_1 \, Re_{D,\,\text{máx}}^{m} \qquad \begin{bmatrix} N_L \geq 10 \\ 2000 < Re_{D,\,\text{máx}} < 40{,}000 \\ Pr = 0.7 \end{bmatrix} \tag{7.61}$$

donde C_1 y m se presentan en la tabla 7.5 y

$$Re_{D,\,\text{máx}} \equiv \frac{\rho V_{\text{máx}} D}{\mu} \tag{7.62}$$

Se ha vuelto práctica común extender este resultado a otros fluidos mediante la inserción del factor $1.13Pr^{1/3}$, en cuyo caso

$$\overline{Nu}_D = 1.13 C_1 Re_{D,\,\text{máx}}^{m} \, Pr^{1/3} \tag{7.63}$$

$$\begin{bmatrix} N_L \geq 10 \\ 2000 < Re_{D,\,\text{máx}} < 40{,}000 \\ Pr \geq 0.7 \end{bmatrix}$$

Todas las propiedades que aparecen en las ecuaciones precedentes están evaluadas a la temperatura de película. Si $N_L < 10$, se aplica un factor de corrección tal que

$$\overline{Nu}_D\big|_{(N_L<10)} = C_2 \, \overline{Nu}_D\big|_{(N_L\geq 10)} \tag{7.64}$$

donde C_2 está dado en la tabla 7.6.

El número de Reynolds $Re_{D,\,\text{máx}}$ para las correlaciones anteriores se basa en la *velocidad máxima del fluido* que ocurre dentro del banco de tubos. Para el arreglo alineado, $V_{\text{máx}}$ ocurre en el plano transversal A_1 de la figura 7.11*a*, y del requerimiento de conservación de la masa para un fluido incompresible

$$V_{\text{máx}} = \frac{S_T}{S_T - D} V \tag{7.65}$$

TABLA 7.5 Constantes de las ecuaciones 7.61 y 7.63 para el flujo de aire sobre un banco de tubos de 10 o más líneas [20]

	S_T/D							
	1.25		**1.5**		**2.0**		**3.0**	
S_l/D	C_1	m	C_1	m	C_1	m	C_1	m
Alineado								
1.25	0.348	0.592	0.275	0.608	0.100	0.704	0.0633	0.752
1.50	0.367	0.586	0.250	0.620	0.101	0.702	0.0678	0.744
2.00	0.418	0.570	0.299	0.602	0.229	0.632	0.198	0.648
3.00	0.290	0.601	0.357	0.584	0.374	0.581	0.286	0.608
Escalonado								
0.600	—	—	—	—	—	—	0.213	0.636
0.900	—	—	—	—	0.446	0.571	0.401	0.581
1.000	—	—	0.497	0.558	—	—	—	—
1.125	—	—	—	—	0.478	0.565	0.518	0.560
1.250	0.518	0.556	0.505	0.554	0.519	0.556	0.522	0.562
1.500	0.451	0.568	0.460	0.562	0.452	0.568	0.488	0.568
2.000	0.404	0.572	0.416	0.568	0.482	0.556	0.449	0.570
3.000	0.310	0.592	0.356	0.580	0.440	0.562	0.428	0.574

Para la configuración escalonada, la velocidad máxima ocurre en el plano transversal A_1 o el plano diagonal A_2 de la figura 7.11*b*. Ocurrirá en A_2 si las filas están espaciadas de modo que

$$2(S_D - D) < (S_T - D)$$

El factor 2 resulta de la bifurcación experimentada por el fluido que se mueve del plano A_1 al A_2. De aquí $V_{\text{máx}}$ ocurre en A_2 si

$$S_D = \left[S_L^2 + \left(\frac{S_T}{2}\right)^2\right]^{1/2} < \frac{S_T + D}{2}$$

en cuyo caso está dada por

$$V_{\text{máx}} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V \tag{7.66}$$

Si $V_{\text{máx}}$ ocurre en A_1 para la configuración escalonada, se calcula de nuevo de la ecuación 7.65.

TABLA 7.6 Factor de corrección C_2 de la ecuación 7.64 para $N_L < 10$ [21]

N_L	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Alineado	0.64	0.80	0.87	0.90	0.92	0.94	0.96	0.98	0.99
Escalonado	0.68	0.75	0.83	0.89	0.92	0.95	0.97	0.98	0.99

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

Tabla 7.7 Constantes de la ecuación 7.67 para el banco de tubos en flujo cruzado [16]

Configuración	$Re_{D,\,máx}$	C	m
Alineado	$10 - 10^2$	0.80	0.40
Escalonado	$10 - 10^2$	0.90	0.40
Alineado	$10^2 - 10^3$	Se aproxima como un cilindro único (aislado)	
Escalonado	$10^2 - 10^3$		
Alineado	$10^3 - 2 \times 10^5$	0.27	0.63
$(S_T/S_L > 0.7)^a$			
Escalonado	$10^3 - 2 \times 10^5$	$0.35(S_T/S_L)^{1/5}$	0.60
$(S_T/S_L < 2)$			
Escalonado	$10^3 - 2 \times 10^5$	0.40	0.60
$(S_T/S_L > 2)$			
Alineado	$2 \times 10^5 - 2 \times 10^6$	0.021	0.84
Escalonado	$2 \times 10^5 - 2 \times 10^6$	0.022	0.84

[a]Para $S_T/S_L < 0.7$, la transferencia de calor es ineficiente y los tubos alineados no se deben usar.

Se han obtenido resultados más recientes [8, 16], y Zhukauskas [16] propuso una correlación de la forma

$$\overline{Nu}_D = C\,Re_{D,\,máx}^{m}\,Pr^{0.36}\left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{1/4} \qquad (7.67)$$

$$\begin{bmatrix} N_L \geq 20 \\ 0.7 < Pr < 500 \\ 1000 < Re_{D,\,máx} < 2\times10^6 \end{bmatrix}$$

donde todas las propiedades excepto Pr_s se evalúan en la media aritmética de las temperaturas de entrada y salida del fluido, y las constantes C y m se presentan en una lista en la tabla 7.7. La necesidad de evaluar las propiedades del fluido en la media aritmética de las temperaturas de entrada ($T_i = T_\infty$) y de salida (T_o) está indicada por el hecho de que la temperatura del fluido disminuirá o aumentará, respectivamente, debido a la transferencia de calor hacia o desde los tubos. Si el cambio de temperatura del fluido, $|T_i - T_o|$, es grande, resultaría un error significativo de la evaluación de las propiedades en la temperatura de entrada. Si $N_L < 20$, se aplica un factor de corrección tal que

$$\overline{Nu}_D\big|_{(N_L<20)} = C_2\,\overline{Nu}_D\big|_{(N_L\geq 20)} \qquad (7.6$$

donde C_2 está dado en la tabla 7.8.

Tabla 7.8 Factor de corrección C_2 de la ecuación 7.68 para $N_L < 20$ ($Re_D > 10^3$) [16]

N_L	1	2	3	4	5	7	10	13	16
Alineado	0.70	0.80	0.86	0.90	0.92	0.95	0.97	0.98	0.99
Escalonado	0.64	0.76	0.84	0.89	0.92	0.95	0.97	0.98	0.99

El flujo alrededor de los tubos en la primera línea de un banco corresponde al de un cilindro único (aislado) en flujo cruzado. Sin embargo, para las líneas siguientes, el flujo depende en gran parte del arreglo del banco de tubos (figura 7.12). Los tubos alineados más allá de la primera línea están en las estelas turbulentas de los tubos de contracorriente, y para valores moderados de S_L los coeficientes de convección asociados con las líneas corriente abajo aumentan por la turbulencia del flujo. Normalmente, el coeficiente de convección de una línea se incrementa al aumentar el número de líneas hasta aproximadamente la quinta línea, después de la cual hay poco cambio en la turbulencia y, por tanto, en el coeficiente de convección. Sin embargo, para valores pequeños de S_T/S_L, las líneas contracorriente, en efecto, protegen a las líneas corriente abajo de gran parte del flujo, y la transferencia de calor se ve afectada adversamente. Es decir, la trayectoria preferida del flujo es en bandas entre los tubos y gran parte de la superficie del tubo no se expone al flujo principal. Por esta razón, la operación de los bancos de tubos alineados con $S_T/S_L < 0.7$ (tabla 7.7) es inconveniente. Sin embargo, para el arreglo escalonado la trayectoria del flujo principal es más tortuosa, y una gran parte del área superficial de los tubos corriente abajo permanece en esta trayectoria. En general, el aumento de la transferencia de calor es favorecido por el flujo más tortuoso de un arreglo escalonado, en particular, para números de Reynolds pequeños ($Re_D < 100$).

Como el fluido experimenta un cambio grande en la temperatura a medida que se mueve por el banco de tubos, la transferencia de calor sería significativamente sobre-

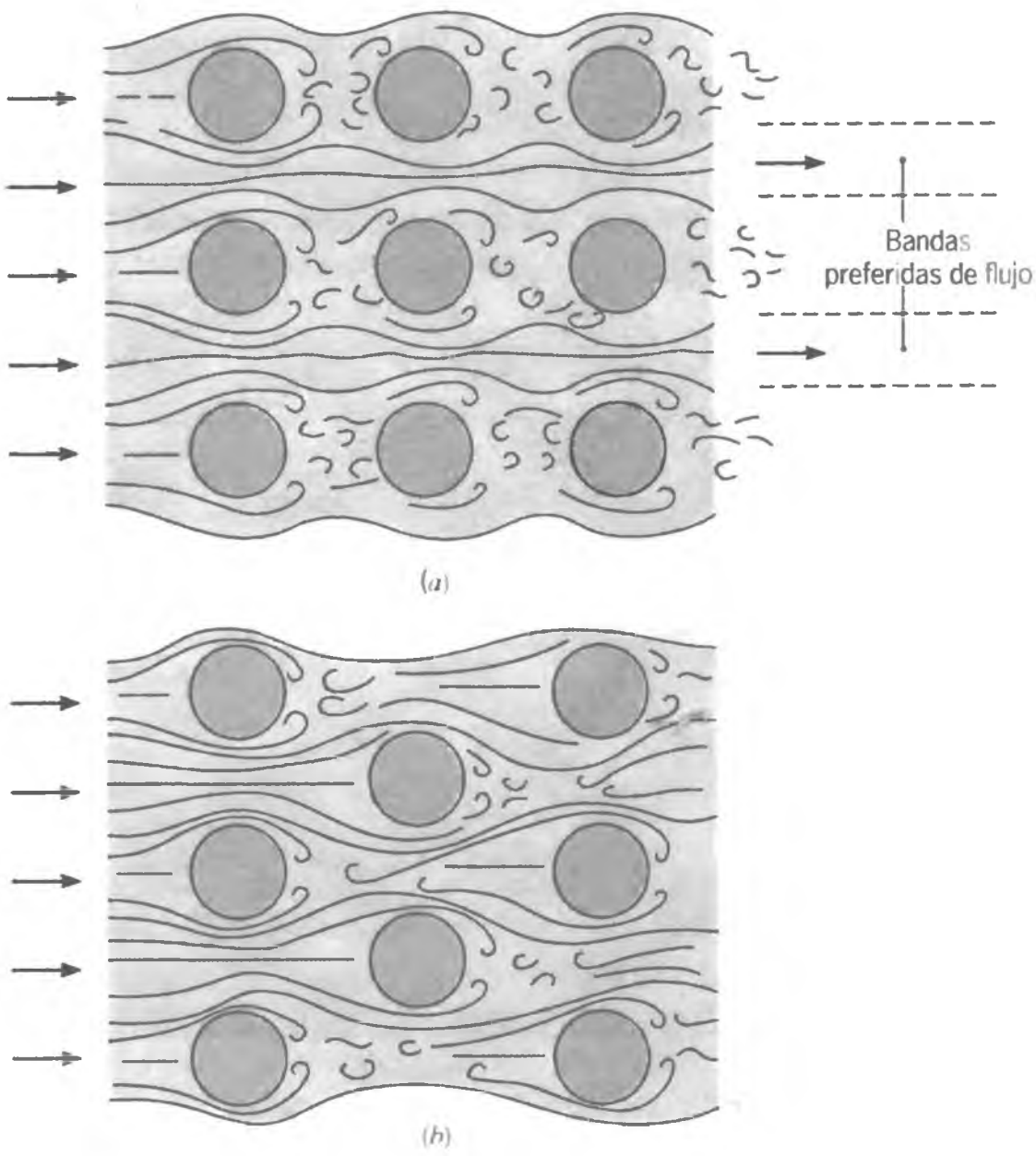


FIGURA 7.12 Condiciones de flujo para tubos *(a)* alineados y *(b)* escalonados.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ... ...oral

pronosticada al usar $\Delta T = T_s - T_\infty$ como la diferencia de temperaturas en la ley de enfriamiento de Newton. A medida que el fluido se mueve a través del banco, su temperatura se aproxima a T_s y $|\Delta T|$ disminuye. En el capítulo 11 se muestra que la forma apropiada de ΔT es una *diferencia de temperaturas media logarítmica*,

$$\Delta T_{ml} = \frac{(T_s - T_i) - (T_s - T_o)}{\ln\left(\dfrac{T_s - T_i}{T_s - T_o}\right)} \tag{7.69}$$

donde T_i y T_o son las temperaturas del fluido a medida que entra y sale del banco, respectivamente. La temperatura de salida, que se necesita para determinar ΔT_{ml}, se estima de

$$\frac{T_s - T_o}{T_s - T_i} = \exp\left(-\frac{\pi D N \bar{h}}{\rho V N_T S_T c_p}\right) \tag{7.70}$$

donde N es el número total de tubos en el banco y N_T es el número de tubos en el plano transversal. Una vez que se conoce ΔT_{ml}, la transferencias de calor por unidad de longitud de los tubos se calcula de

$$q' = N(\bar{h}\,\pi\, D\, \Delta T_{ml}) \tag{7.71}$$

Los resultados anteriores sirven para determinar las transferencias de masa asociadas con la evaporación o sublimación desde las superficies de un banco de cilindros en flujo cruzado. Una vez más, sólo es necesario reemplazar $\overline{Nu}_D$ y Pr con $\overline{Sh}_D$ y Sc, respectivamente.

Terminamos por reconocer que, en general, hay tanto interés en la caída de presión asociada con el flujo a través de un banco de tubos como en la de transferencia global de calor. La potencia que se requiere para mover el fluido a través del banco a menudo es un gasto mayor de operación y es directamente proporcional a la caída de presión.

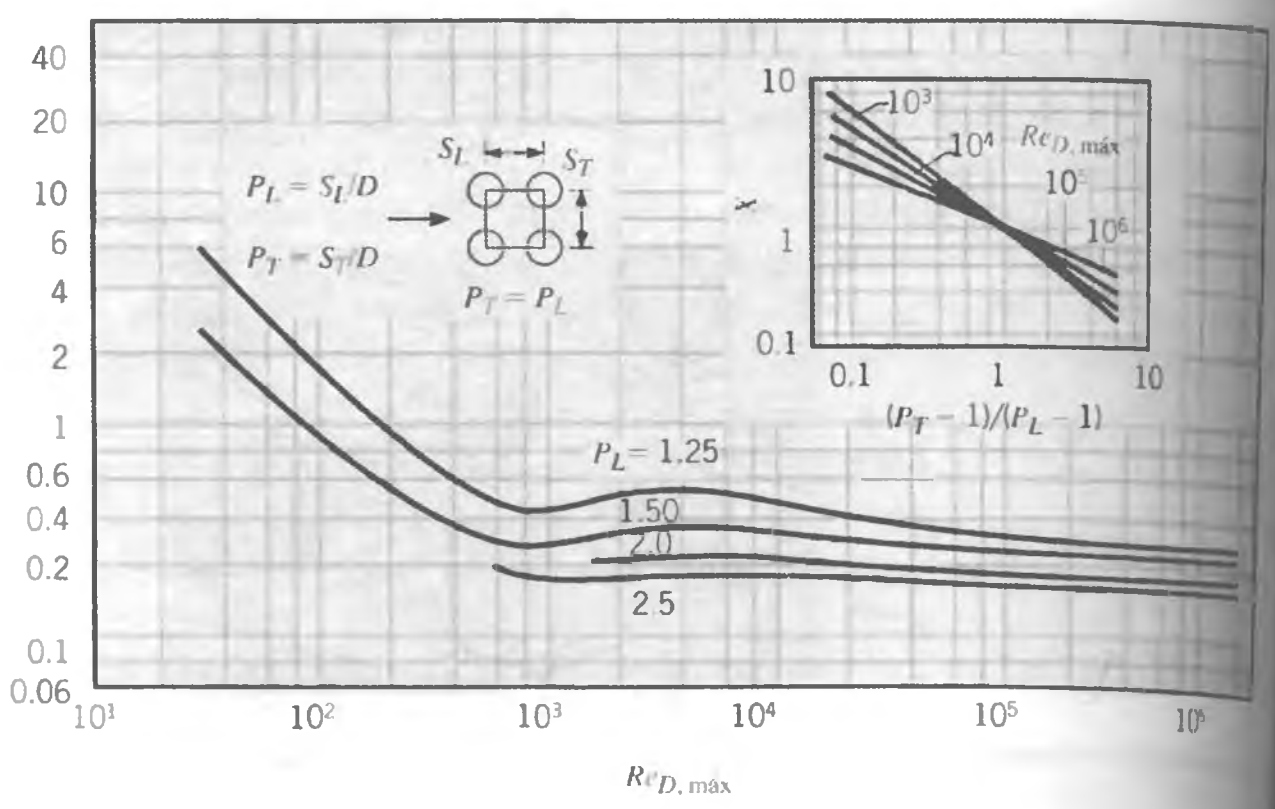


FIGURA 7.13 Factor de fricción f y factor de corrección χ para la ecuación 7.72. Arreglo de tubos en línea [16]. Usada con permiso.

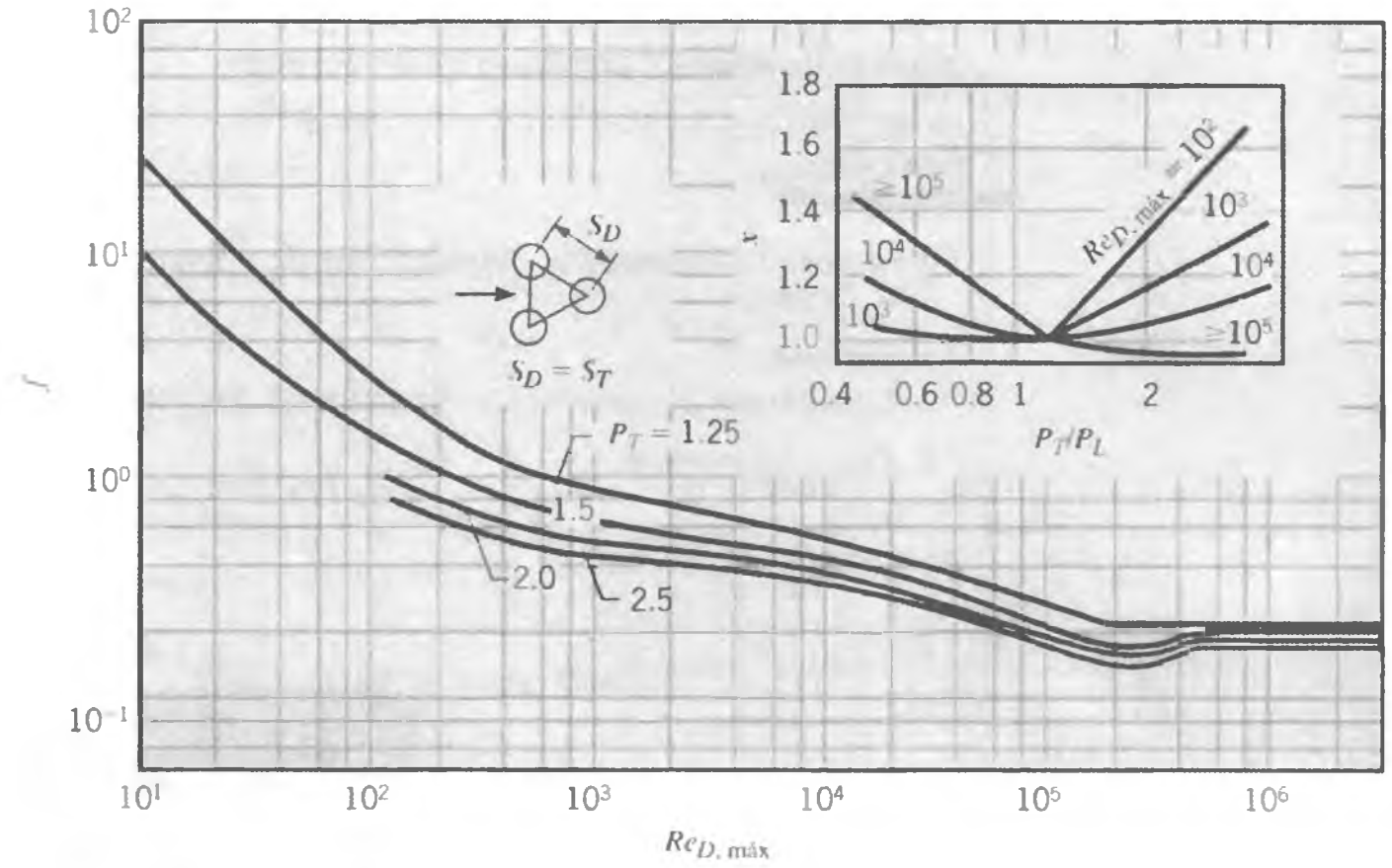


FIGURA 7.14 Factor de fricción f y factor de corrección χ para la ecuación 7.72. Arreglo de haces de tubos escalonados [16]. Usada con permiso.

que se expresa como [16]

$$\Delta p = N_L \chi \left(\frac{\rho V^2_{máx}}{2} \right) f \tag{7.72}$$

El factor de fricción f y el factor de corrección χ se presentan en forma de gráfica en las figuras 7.13 y 7.14. La figura 7.13 pertenece a un arreglo cuadrado de tubos en línea en el que los espaciados adimensionales longitudinal y transversal, $P_L \equiv S_L/D$, y $P_T \equiv S_T/D$, respectivamente, son iguales. El factor de corrección χ, graficado en el recuadro, se usa para aplicar los resultados a otros arreglos en línea. De manera similar, la figura 7.14 se aplica a un arreglo escalonado de tubos en la forma de un triángulo equilátero ($S_T = S_D$), y el factor de corrección permite la extensión de los resultados a otros arreglos escalonados. Observe que el número de Reynolds que aparece en las figuras 7.13 y 7.14 se basa en la velocidad máxima del fluido $V_{máx}$.

EJEMPLO 7.6

A menudo se dispone de agua presurizada a temperaturas elevadas, la cual se puede usar para calefacción de locales o aplicaciones en procesos industriales. En tales casos es normal usar un haz de tubos en el que el agua se hace pasar por éstos, mientras que también pasa aire en flujo cruzado sobre ellos. Considere un arreglo escalonado para el que el diámetro exterior del tubo es 16.4 mm y los espaciados longitudinal y transversal son $S_L = 34.3$ mm y $S_T = 31.3$ mm. Hay siete líneas de tubos en la dirección del flujo de aire y ocho tubos por línea. En condiciones de operación típicas, la temperatura superficial del cilindro es de 70°C, mientras que la temperatura del flujo de aire a contracorriente y la velocidad son 15°C y 6 m/s, respectivamente. Determine el coefi-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede ... oral

ciente de convección del lado del aire y la transferencia de calor para el haz de tubos ¿Cuál es la caída de presión del lado del aire?

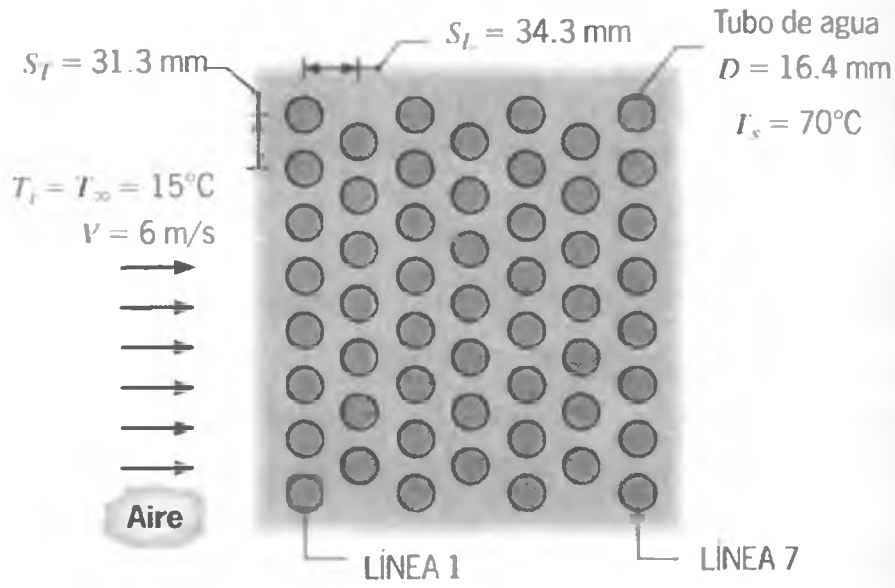
SOLUCIÓN

Se conoce: Geometría y condiciones de operación de un banco de tubos.

Encontrar:

1. Coeficiente de convección del lado del aire y la transferencia de calor
2. Caída de presión.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Efectos de radiación despreciables.
3. Efecto insignificante del cambio en la temperatura del aire a través del banco de tubos sobre las propiedades del aire.

Propiedades: Tabla A.4, aire (T_∞ = 15°C): ρ = 1.217 kg/m^3, c_p = 1007 J/kg · K, $\nu = 14.82 \times 10^{-6}$ m^2/s, k = 0.0253 W/m · K, Pr = 0.710. Tabla A.4, aire (T_s = 70°C) Pr = 0.701. Tabla A.4, aire (T_f = 43°C): $\nu = 17.4 \times 10^{-6}$ m^2/s, k = 0.0274 W/m · K, Pr = 0.705.

Análisis:

1. De las ecuaciones 7.67 y 7.68, el número de Nussel del lado del aire es

$$\overline{Nu}_D = C_2 C\, Re_{D,\text{máx}}^m\, Pr^{0.36} \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{1/4}$$

Como $S_D = [S_L^2 + (S_T/2)^2]^{1/2}$ = 37.7 mm es mayor que $(S_T + D)/2$, la velocidad máxima ocurre en el plano transversal, A_1, de la figura 7.11. Por consiguiente, de la ecuación 7.65

$$V_{\text{máx}} = \frac{S_T}{S_T - D} V = \frac{31.3 \text{ mm}}{(31.3 - 16.4) \text{ mm}} 6 \text{ m/s} = 12.6 \text{ m/s}$$

Con

$$Re_{D,\,\text{máx}} = \frac{V_{\text{máx}} D}{\nu} = \frac{12.6\ \text{m/s} \times 0.0164\ \text{m}}{14.82 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 13{,}943$$

y

$$\frac{S_T}{S_L} = \frac{31.3\ \text{mm}}{34.3\ \text{mm}} = 0.91 < 2$$

se sigue de las tablas 7.7 y 7.8 que

$$C = 0.35\left(\frac{S_T}{S_L}\right)^{1/5} = 0.34, \qquad m = 0.60, \qquad \text{y} \qquad C_2 = 0.95$$

De aquí

$$\overline{Nu}_D = 0.95 \times 0.34(13{,}943)^{0.60}(0.71)^{0.36}\left(\frac{0.710}{0.701}\right)^{0.25} = 87.9$$

y

$$\bar{h} = \overline{Nu}_D \frac{k}{D} = 87.9 \times \frac{0.0253\ \text{W/m} \cdot \text{K}}{0.0164\ \text{m}} = 135.6\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \qquad \triangleleft$$

De la ecuación 7.70

$$T_s - T_o = (T_s - T_i)\exp\left(-\frac{\pi D N \bar{h}}{\rho V N_T S_T c_p}\right)$$

$$T_s - T_o = (55°\text{C})\exp\left(-\frac{\pi(0.0164\ \text{m})\ 56\ (135.6\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})}{1.217\ \text{kg/m}^3\ (6\ \text{m/s})\ 8\ (0.0313\ \text{m})\ 1007\ \text{J/kg} \cdot \text{K}}\right)$$

$$T_s - T_o = 44.5°\text{C}$$

Por ello, de las ecuaciones 7.69 y 7.71,

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{(T_s - T_i) - (T_s - T_o)}{\ln\left(\dfrac{T_s - T_i}{T_s - T_o}\right)} = \frac{(55 - 44.5)°\text{C}}{\ln\left(\dfrac{55}{44.5}\right)} = 49.6°\text{C}$$

y

$$q' = N(\bar{h}\pi D\,\Delta T_{\text{ml}}) = 56\pi \times 135.6\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.0164\ \text{m} \times 49.6°\text{C}$$

$$q' = 19.4\ \text{kW/m} \qquad \triangleleft$$

2. La caída de presión se obtiene de la ecuación 7.72.

$$\Delta p = N_L \chi\left(\frac{\rho V_{\text{máx}}^2}{2}\right) f$$

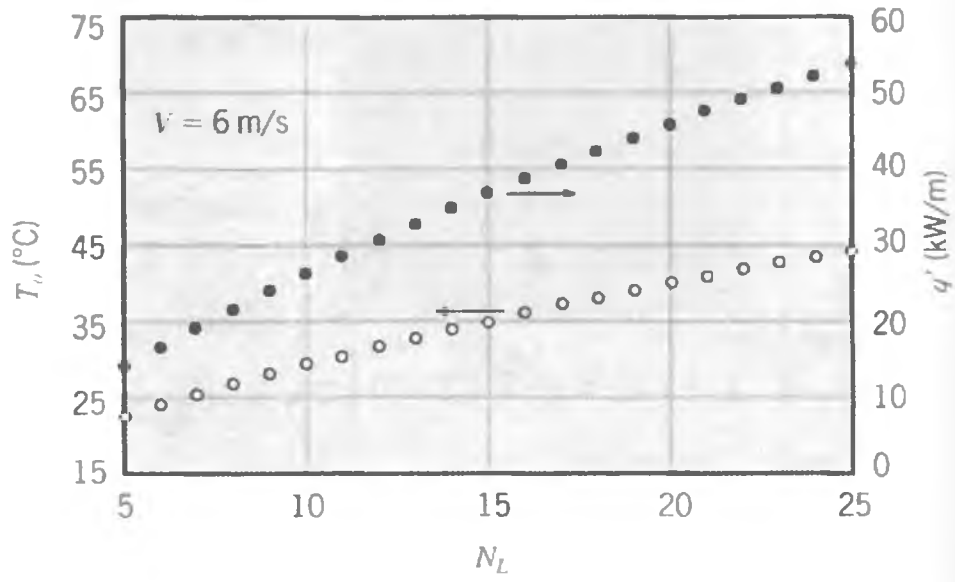
Con $Re_{D,\,\text{máx}} = 13{,}943$, $P_l = (S_l/D) = 1.91$, y $(P_T/P_L) = 0.91$, se sigue de la figura 7.14 que $\chi \approx 1.04$ y $f \approx 0.35$. De aquí con $N_L = 7$

$$\Delta p = 7 \times 1.04\left[\frac{1.217\ \text{kg/m}^3(12.6\ \text{m/s})^2}{2}\right]0.35$$

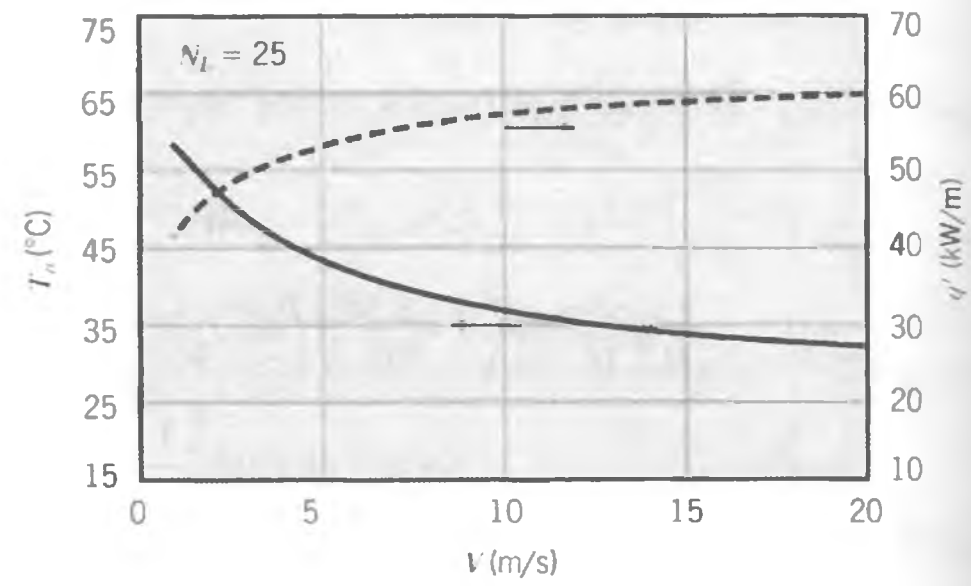
$$\Delta p = 246\ \text{N/m}^2 = 2.46 \times 10^{-3}\ \text{bars} \qquad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Con las propiedades evaluadas en $\bar{T}_f$, $Re_{D,\,máx} = 11{,}876$. Con $S_T/D \approx 2$ y $S_L/D = 2$, se sigue de las tablas 7.5 y 7.6 que $C_1 = 0.482$, $m = 0.556$, y $C_2 = 0.97$. De las ecuaciones 7.63 y 7.64, el número de Nusselt es entonces $\overline{Nu}_D = 86.7$, y $\bar{h} = 144.8\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$. Los valores de $\bar{h}$ que se obtienen de las ecuaciones 7.63 y 7.67 concuerdan, por tanto, al 7%, lo que está dentro de sus incertidumbres.
2. Al utilizar $\Delta T_i \equiv T_s - T_i$ en lugar de ΔT_{ml} en la ecuación 7.71, la transferencia de calor se ha sobrestimado en 11 por ciento.
3. Como la temperatura del aire se predice que aumenta sólo 10.5°C, la evaluación de las propiedades del aire en $T_i = 15\ °\text{C}$ es una aproximación razonable. Sin embargo, si se desea mejorar la precisión, los cálculos se repiten con las propiedades reevaluadas en $(T_i + T_o)/2 = 20.25°\text{C}$.
4. La temperatura de salida del aire y la transferencia de calor aumentarán al incrementar el número de líneas de tubos, y para un número fijo de líneas, se varían ajustando la velocidad del aire. Para $5 \leq N_L \leq 25$ y $V = 6$ m/s, los cálculos paramétricos basados en las ecuaciones 7.67 a 7.71 dan los siguientes resultados:



La temperatura de salida del aire se aproximaría de forma asintótica a la temperatura de la superficie al aumentar N_L, punto en el que la transferencia de calor se aproxima a un valor constante y no hay ventaja al agregar más líneas de tubos. Observe que Δp aumenta de forma lineal al aumentar N_L. Para $N_L = 25$ y $1 \leq V \leq 20$ m/s, obtenemos



Aunque la transferencia de calor aumenta al aumentar V, la temperatura de salida del aire disminuye, aproximándose a T_i conforme $V \longrightarrow \infty$.

7.7 Chorros de choque

Un solo chorro de gas o un arreglo de tales chorros, que chocan normalmente sobre una superficie, es útil para lograr coeficientes aumentados para calentamiento, enfriamiento, o secado por convección. Las aplicaciones incluyen el templado de placas de vidrio, recocido de hojas metálicas, secado de productos textiles y de papel, enfriado de componentes calientes en máquinas de turbina a gas, y deshielo de sistemas de aeronaves.

7.7.1 Consideraciones hidrodinámicas y geométricas

Como se muestra en la figura 7.15, unos chorros de gas se descargan normalmente en un ambiente en reposo desde una boquilla redonda de diámetro D o desde una boquilla de ranura (rectangular) de ancho W. Normalmente, el chorro es turbulento y, en la salida de la boquilla, se caracteriza por un perfil de velocidad uniforme. Sin embargo, al aumentar la distancia desde la salida, el intercambio de momento entre el chorro y el ambiente ocasiona que el límite libre del chorro se ensanche y que se contraiga el *núcleo potencial* dentro del cual se retiene la velocidad de salida uniforme. Corriente abajo del núcleo potencial el perfil de velocidad es no uniforme sobre toda la sección

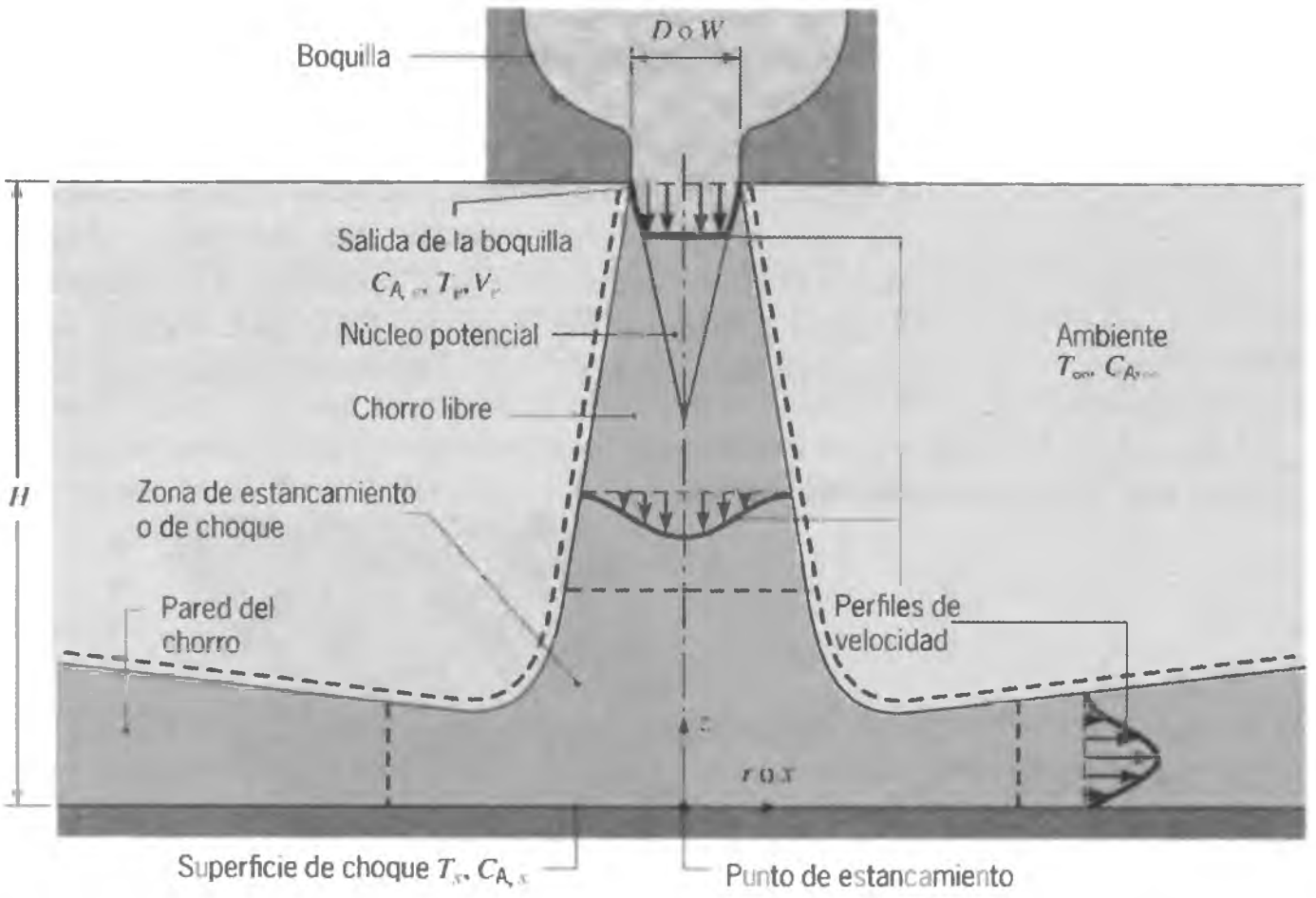


FIGURA 7.15 Choque superficial de un solo chorro de gas redondo o de ranura.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede ...toral

transversal del chorro y la velocidad máxima (centro) disminuye al aumentar la distancia desde la salida de la boquilla. La región del flujo sobre la cual las condiciones no son afectadas por la superficie de choque (objetivo) se denomina *chorro libre*.

Dentro de la *zona de estancamiento* o *de choque*, el flujo está influido por la superficie objetivo y se desacelera y acelera en las direcciones normal (z) y transversal (r o x), respectivamente. Sin embargo, como el flujo continúa para alinear un fluido de momento cero desde el ambiente, la aceleración no continuará indefinidamente y el flujo que se acelera en la zona de estancamiento se transforma en un *chorro de pared* que se desacelera. De aquí, al aumentar x o r, las componentes de la velocidad paralelas a la superficie aumentan de un valor de cero a algún máximo y decaen posteriormente a cero. Los perfiles de velocidad dentro del chorro de pared están caracterizados por una velocidad cero en las superficies de choque y libre. Si $T_s \neq T_e$ y/o $C_{A,s} \neq C_{A,e}$ ocurre la transferencia de calor y/o de masa por convección en las regiones de estancamiento y de chorro de pared.

Muchos esquemas de transferencia de calor (masa) por choque implican un arreglo de chorros, como, por ejemplo, el arreglo de chorros de ranura que se muestra en la figura 7.16. Además del flujo de cada boquilla que exhibe regiones de chorro libre, estancamiento y chorro de pared, resultan zonas de estancamiento secundarias de la interacción de los chorros de pared contiguos. En muchos de tales esquemas los chorros se descargan en un volumen restringido limitado por la superficie objetivo y por la placa de la boquilla de la que se originan los chorros. La transferencia global de calor (masa) depende, en mucho, de la manera en que se descarga del sistema el *gas utilizado*, cuya temperatura (concentración de especies) está entre los valores asociados con la salida de la boquilla y la superficie de choque. Para la configuración de la figura 7.16, el gas utilizado no puede fluir hacia arriba entre las boquillas pero, en cambio, debe fluir de manera simétrica en las direcciones $\pm y$. A medida que la temperatura (enfriamiento superficial) o la concentración de especies (evaporación superficial) del gas aumenta al aumentar $|y|$, la temperatura local superficie-a-gas o la diferencia de concentración disminuye, lo que ocasiona una reducción en los flujos de convección locales. Es preferible una situación en la que el espacio entre boquillas contiguas está abierto al ambiente, con lo que se permite un flujo continuo hacia arriba y la descarga directa del gas utilizado.

Vistas planas (superiores) de boquillas redondas y de ranura únicas se muestran en la figura 7.17. Para las boquillas aisladas (figuras 7.17*a*, *d*), los coeficientes de convección locales y promedio se asocian con cualquier $r > 0$ y $x > 0$. Para los arreglos, la simetría sugiere valores locales y promedio equivalentes para cada una de las celdas unitarias delineadas por las líneas punteadas. Para un número grande de chorros cuadrados en línea (figura 7.17*b*) o chorros redondos escalonados de manera equilátera

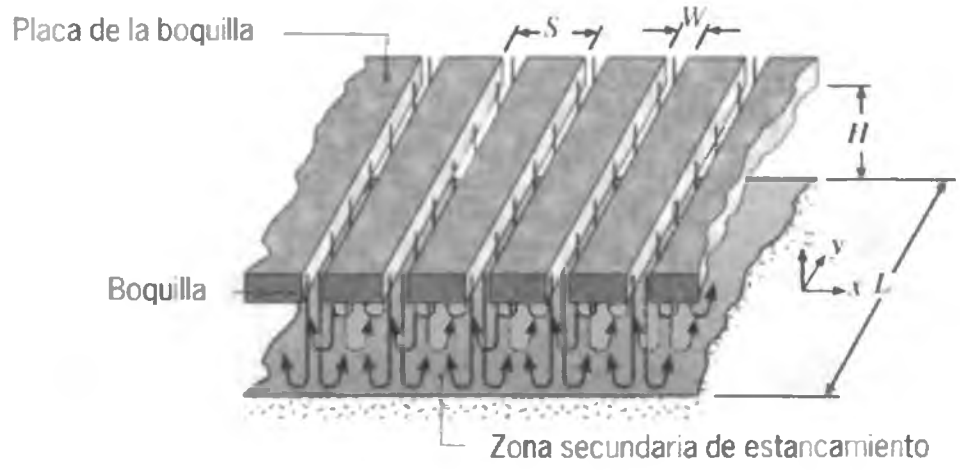


FIGURA 7.16 Choque superficial de un arreglo de chorros de ranura.

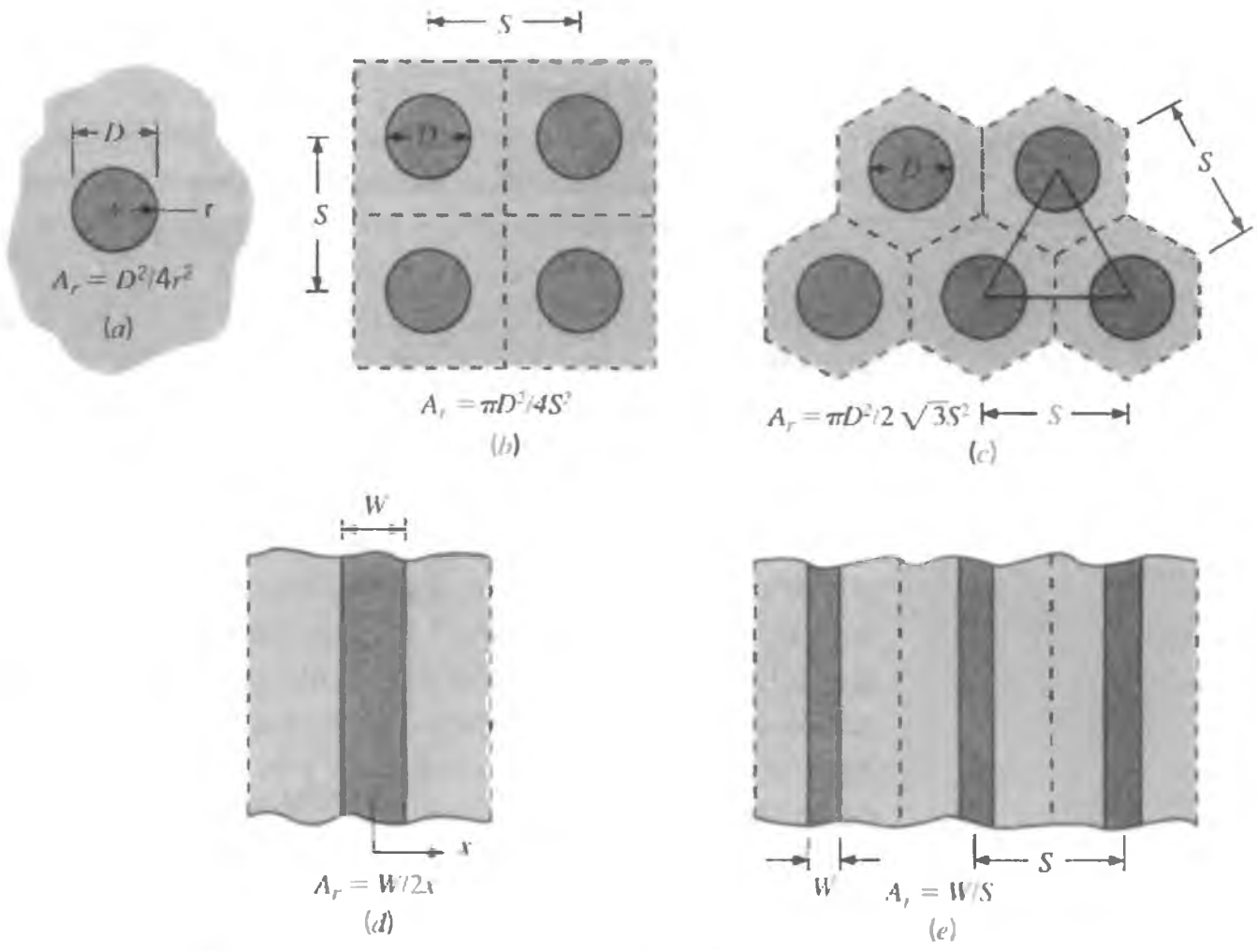


FIGURA 7.17 Vista plana de características geométricas pertinentes para *(a)* un solo chorro redondo, *(b)* arreglo de chorros redondos en línea, *(c)* arreglo de chorros redondos escalonados, *(d)* chorro de ranura único, y *(e)* arreglo de chorros de ranura.

gura 7.17*c*), las celdas unitarias corresponden a un cuadrado o a un hexágono, respectivamente. Un parámetro geométrico pertinente es el área relativa de boquilla, que se define como la razón del área seccional transversal de salida al área superficial de la celda ($A_r \equiv A_{c,e}/A_{celda}$). En cada caso, S representa el espaciado del arreglo.

7.7.2 Transferencia de calor y de masa por convección

En los resultados que siguen, se supone que el chorro de gas sale de su boquilla con una velocidad uniforme V_e, temperatura T_e, y concentración de especies $C_{A,e}$. Se supone equilibrio térmico y de composición con el medio ($T_e = T_\infty$, $C_{A,e} = C_{A,\infty}$), mientras la transferencia de calor y/o de masa por convección puede ocurrir en una superficie de choque de temperatura y/o concentración de especies uniforme ($T_s \neq T_e$, $C_{A,s} \neq C_{A,e}$). La ley de enfriamiento de Newton y su análoga de transferencia de masa son entonces

$$q'' = h(T_s - T_e) \tag{7.73}$$

$$N''_A = h_m(C_{A,s} - C_{A,e}) \tag{7.74}$$

Se supone que las condiciones están influenciadas por el nivel de turbulencia en la salida de la boquilla, y se supone que la superficie es estacionaria. Sin embargo, este requisito se hace menos estricto para velocidades superficiales que son mucho menores que la velocidad de impacto del chorro.

Una extensa revisión de los datos del coeficiente de convección disponibles para chorros de gas que chocan fue llevada a cabo por Martin [22], y para una sola boquilla

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

redonda o de ranura, las distribuciones del número local de Nusselt tienen las formas características que se muestran en la figura 7.18. La longitud característica es el *diámetro hidráulico* de la boquilla, que se define como cuatro veces su área de sección transversal dividida entre su perímetro húmedo ($D_h \equiv 4A_{c,e}/P$). Por consiguiente, la longitud característica es el diámetro de una boquilla redonda y, suponiendo que $L \gg W$, la longitud es entonces dos veces el ancho de una boquilla de ranura. Se sigue que $Nu = hD/k$ para una boquilla redonda y $Nu = h(2W/k)$ para una boquilla de ranura. Para separaciones boquilla-placa grandes, figura 7.18*a*, la distribución se caracteriza por una curva en forma de campana para la que Nu decae monótonamente de un valor máximo al *punto de estancamiento*, $r/D(x/2W) = 0$.

Para separaciones pequeñas, figura 7.18*b*, la distribución se caracteriza por un segundo máximo, cuyo valor aumenta al incrementarse el número de Reynolds del chorro y puede exceder el del primer máximo. El umbral de separación de $H/D \approx 5$, por debajo del cual hay un segundo máximo, está vagamente asociado con la longitud del núcleo potencial (figura 7.15). La apariencia del segundo máximo se atribuye a una elevación aguda en el nivel de turbulencia que acompaña la transición de un flujo de región de estancamiento que se acelera a un chorro de pared que se desacelera [22]. Se han observado máximos adicionales y se atribuyen a la formación de vórtices en la zona de estancamiento, así como a la transición a un chorro de pared turbulento [23].

Los máximos secundarios en Nu también se asocian con la interacción de chorros de pared contiguos para un arreglo [22, 24]. Sin embargo, las distribuciones son bidimensionales, y exhiben, por ejemplo, variaciones tanto con x como con y para el arreglo de chorros de ranura de la figura 7.16. Se esperaría que las variaciones con x dieran máximos en la línea central del chorro y parciales entre chorros contiguos, mientras que la restricción del flujo de escape a la dirección $\pm y$ induciría una aceleración con el aumento de $|y|$ y, por consiguiente, un Nu monótonamente creciente con $|y|$. Sin embargo, las variaciones con y disminuyen con el aumento del área seccional transversal del flujo saliente y no se toma en cuenta si $S \times H \gtrsim W \times L$ [22].

Se obtienen números promedio de Nusselt (Sherwood) al integrar resultados locales sobre el área superficial apropiada. Para boquillas únicas, se espera que las correlaciones de transferencia de calor correspondientes sean de la forma

$$\overline{Nu} = f(Re, Pr, r(\text{o } x)/D_h, H/D_h) \tag{7.7}$$

donde

$$\overline{Nu} \equiv \frac{\bar{h}D_h}{k} \tag{7.8}$$

$$Re = \frac{V_e D_h}{\nu} \tag{7.9}$$

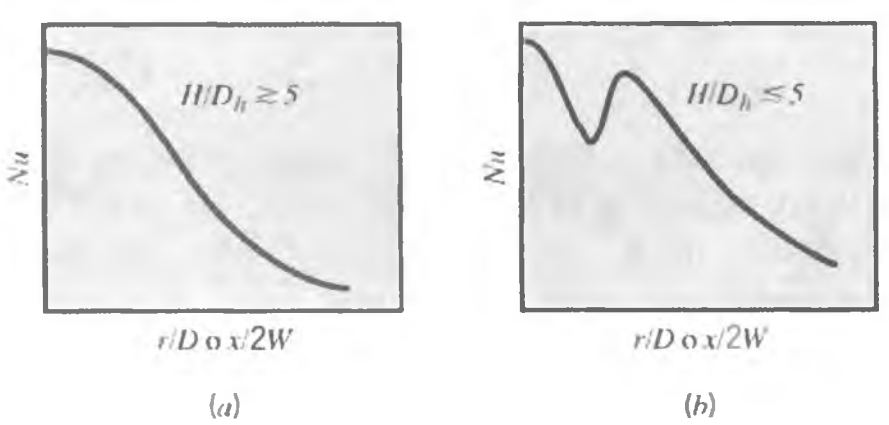


Figura 7.18
Distribución del número local de Nusselt asociado con una sola boquilla redonda o de ranura para espaciamientos relativos boquilla-placa *(a)* grandes y *(b)* pequeños.

y

$$D_h = D \quad \text{(boquilla redonda)} \quad \text{o} \quad D_h = 2W \quad \text{(boquilla de ranura)} \tag{7.78}$$

Después de evaluar los datos de varias fuentes, Martin [22] recomienda la siguiente correlación para una *boquilla redonda única*

$$\frac{\overline{Nu}}{Pr^{0.42}} = G\left(\frac{r}{D}, \frac{H}{D}\right) F_1(Re) \tag{7.79}$$

donde

$$F_1 = 2Re^{1/2}(1 + 0.005Re^{0.55})^{1/2} \tag{7.80}$$

y

$$G = \frac{D}{r} \frac{1 - 1.1D/r}{1 + 0.1(H/D - 6)D/r} \tag{7.81a}$$

o, al reemplazar D/r por $2A_r^{1/2}$,

$$G = 2A_r^{1/2} \frac{1 - 2.2A_r^{1/2}}{1 + 0.2(H/D - 6)A_r^{1/2}} \tag{7.81b}$$

Los rangos de validez son

$$\begin{bmatrix} 2000 \le Re \le 400{,}000 \\ 2 \le \dfrac{H}{D} \le 12 \\ 2.5 \le \dfrac{r}{D} \le 7.5 \\ \text{o} \\ 0.04 \ge A_r \ge 0.004 \end{bmatrix}$$

Para $r < 2.5D (A_r > 0.04)$, se dispone de resultados para $\overline{Nu}$ en forma gráfica [22].

Para una *sola boquilla de ranura*, la correlación recomendada es de la forma

$$\frac{\overline{Nu}}{Pr^{0.42}} = \frac{3.06}{x/W + H/W + 2.78} Re^m \tag{7.82}$$

donde

$$m = 0.695 - \left[\left(\frac{x}{2W}\right) + \left(\frac{H}{2W}\right)^{1.33} + 3.06\right]^{-1} \tag{7.83}$$

y los rangos de validez son

$$\begin{bmatrix} 3000 \le Re \le 90{,}000 \\ 2 \le \dfrac{H}{W} \le 10 \\ 4 \le \dfrac{x}{W} \le 20 \end{bmatrix}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Como una *primera aproximación*, la ecuación 7.82 también sirve para $x/W < 4$, lo que da predicciones para el punto de estancamiento ($x = 0$) que están dentro del 40% de los resultados medidos.

Para un *arreglo de boquillas redondas*, Martin [22] recomienda una correlación de la forma

$$\frac{\overline{Nu}}{Pr^{0.42}} = K\left(A_r, \frac{H}{D}\right) G\left(A_r, \frac{H}{D}\right) F_2(Re) \tag{7.84}$$

donde

$$K = \left[1 + \left(\frac{H/D}{0.6/A_r^{1/2}}\right)^6\right]^{-0.05} \tag{7.85}$$

$$F_2 = 0.5\, Re^{2/3} \tag{7.86}$$

y G es la función de una sola boquilla dada por la ecuación 7.81b. La función K explica el hecho de que, para $H/D \gtrsim 0.6A_r^{1/2}$, el número de Nusselt promedio para el arreglo decae más rápidamente al aumentar H/D que para la boquilla única. La correlación es válida en los intervalos

$$\begin{bmatrix} 2000 \le Re \le 100{,}000 \\ 2 \le \dfrac{H}{D} \le 12 \\ 0.004 \le A_r \le 0.04 \end{bmatrix}$$

Para un arreglo de boquillas de ranura, la correlación recomendada es de la forma

$$\frac{\overline{Nu}}{Pr^{0.42}} = \frac{2}{3} A_{r,o}^{3/4} \left(\frac{2Re}{A_r / A_{r,o} + A_{r,o} / A_r}\right)^{2/3} \tag{7.87}$$

donde

$$A_{r,o} = \left[60 + 4\left(\frac{H}{2W} - 2\right)^2\right]^{-1/2} \tag{7.88}$$

La correlación pertenece a condiciones en las que el flujo saliente del gas utilizado se restringe a las direcciones $\pm y$ de la figura 7.16 y el área del flujo de salida es suficientemente grande para satisfacer el requerimiento de que $(S \times H)/(W \times L) \ge 1$. Restricciones adicionales son que

$$\begin{bmatrix} 1500 \le Re \le 40{,}000 \\ 2 \le \dfrac{H}{W} \le 80 \\ 0.008 \le A_r \le 2.5A_{r,o} \end{bmatrix}$$

Un arreglo *óptimo* de boquillas sería aquel en que los valores de H, S, y D_h dieran el valor más grande de $\overline{Nu}$ para una velocidad total de flujo de gas establecida por unidad de área superficial del objetivo. Para H fija y para arreglos de boquillas redondas o de ranura, se encuentra que los valores óptimos de D_h y S son [22]

$$D_{h,\,\mathrm{op}} \approx 0.2H \tag{7.89}$$

$$S_{\mathrm{op}} \approx 1.4H \tag{7.90}$$

El valor óptimo de $(D_H/H)^{-1} \approx 5$ coincide aproximadamente con la longitud del núcleo potencial. Más allá del núcleo potencial, la velocidad de línea media del chorro decae, lo que ocasiona una reducción concomitante en los coeficientes de convección.

Al invocar la analogía de transferencia de calor y de masa mediante la sustitución de $\overline{Sh}/Sc^{0.42}$ por $\overline{Nu}/Pr^{0.42}$, las correlaciones anteriores también se aplican a la transferencia de masa por convección. Sin embargo, para la transferencia de calor y de masa, la aplicación de las ecuaciones se debe restringir a las condiciones para las que se desarrollaron. Por ejemplo, en su forma actual, las correlaciones no sirven si los chorros brotan de orificios con extremos agudos en lugar de boquillas en forma de campana. El chorro de orificio está fuertemente afectado por un fenómeno de contracción de flujo que altera la transferencia de calor o de masa por convección, [22, 23]. En el caso de la transferencia de calor por convección, las condiciones también están influenciadas por diferencias entre las temperaturas de salida del chorro y la del ambiente ($T_e \neq T_\infty$). La temperatura de salida es entonces una temperatura no apropiada en la ley de enfriamiento de Newton, ecuación 7.73, y se debe reemplazar por lo que normalmente se denomina temperatura de recuperación, o pared adiabática [25, 26].

7.8 *Lechos compactados*

El flujo de gas a través de un *lecho compactado* de partículas sólidas (figura 7.19) es relevante para muchos procesos industriales, que incluyen la transferencia y almacenamiento de energía térmica, reacciones catalíticas heterogéneas y secado. El término *lecho compactado* se refiere a una condición en la que la posición de las partículas es *fija*. En cambio, un *lecho fluidificado* es aquel en que las partículas están en movimiento debido a la advección con el fluido.

Para un lecho compactado se obtendrá una cantidad grande de área superficial de transferencia de calor o de masa en un volumen pequeño, y el flujo irregular que existe en los vacíos del lecho aumenta el transporte a través de la mezcla turbulenta. Muchas correlaciones desarrolladas para diferentes formas, tamaños y densidades de compactado de partículas se describen en diferentes publicaciones [27–30]. Una correlación de este tipo, que se recomienda para el flujo de gas en un lecho de esferas, es de la forma

$$\varepsilon \bar{j}_H = \varepsilon \bar{j}_m = 2.06\,\mathrm{Re}_D^{-0.575} \qquad \begin{bmatrix} Pr \approx 0.7 \\ 90 \leq Re_D \leq 4000 \end{bmatrix} \tag{7.91}$$

donde $\bar{j}_H$ y $\bar{j}_m$ son los factores j de Colburn definidos por las ecuaciones 6.103 y 6.104. El número de Reynolds $Re_D = VD/\nu$ se define en términos del diámetro de la esfera y la velocidad contracorriente V que existiría en el canal vacío sin el compactado. La cantidad ε es la *porosidad*, o *fracción de vacío*, del lecho (volumen de espacio vacío

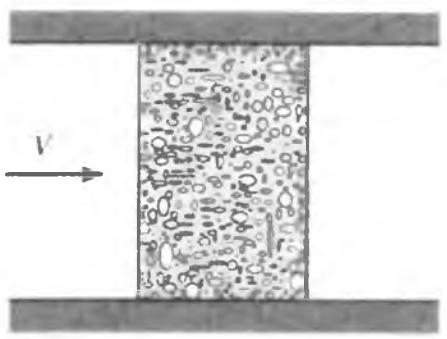


Figura 7.19
Flujo de gas a través de un lecho compactado de partículas sólidas.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolivar - Sede del Litoral

por unidad de volumen del lecho), y su valor normalmente va de 0.30 a 0.50. La correlación se aplica a materiales de compactado diferentes de las esferas al multiplicar el lado derecho por un factor de corrección apropiado. Para un lecho de cilindros de tamaño uniforme, con razón longitud-diámetro de 1, el factor es 0.79; para un lecho de cubos es 0.71.

Al usar la ecuación 7.91, las propiedades se deben evaluar en la media aritmética de las temperaturas del fluido que entra y sale del lecho. Si las partículas están a una temperatura uniforme T_s, la transferencia de calor para el lecho se calcula con

$$q = \bar{h} A_{p,t} \Delta T_{ml} \tag{7.92}$$

donde $A_{p,t}$ es el área superficial total de las partículas y ΔT_{ml} es la diferencia de temperaturas media logarítmica definida por la ecuación 7.69. La temperatura de salida, que se necesita para calcular ΔT_{ml}, se estima a partir de

$$\frac{T_s - T_o}{T_s - T_i} = \exp\left(-\frac{\bar{h} A_{p,t}}{\rho V A_{c,b} c_p}\right) \tag{7.93}$$

donde ρ y V son la densidad y velocidad de entrada, respectivamente, y $A_{c,b}$ es el área seccional transversal del lecho (canal).

7.9 *Resumen*

En este capítulo recopilamos correlaciones de convección que sirven para estimar transferencias por convección para una variedad de condiciones de flujo externo. En geometrías sencillas de superficie estos resultados se derivan a partir de un análisis de capa límite, pero en la mayoría de los casos se obtienen de generalizaciones que se basan en el experimento. Debe saber cuándo y cómo usar las diversas expresiones y estar familiarizado con la metodología general de un cálculo de convección. Para facilitar su uso, en la tabla 7.9 se resumen las correlaciones.

TABLA 7.9 Resumen de correlaciones de transferencia de calor por convección para flujo externo[a, b]

Correlación		Geometría	Condiciones
$\delta = 5x\, Re_x^{-1/2}$	(7.19)	Placa plana	Laminar, T_f
$C_{f,x} = 0.664 Re_x^{-1/2}$	(7.20)	Placa plana	Laminar, local, T_f
$Nu_x = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$	(7.23)	Placa plana	Laminar, local, T_f, $0.6 \leq Pr \leq 50$
$\delta_t = \delta Pr^{-1/3}$	(7.24)	Placa plana	Laminar, T_f
$\overline{C}_{f,x} = 1.328 Re_x^{-1/2}$	(7.30)	Placa plana	Laminar, promedio, T_f
$\overline{Nu}_x = 0.664 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$	(7.31)	Placa plana	Laminar, promedio, T_f, $0.6 \leq Pr \leq$
$Nu_x = 0.565 Pe_x^{1/2}$	(7.33)	Placa plana	Laminar, local, T_f, $Pr \lesssim 0.05$

TABLA 7.9 *(Continuación)*

Correlación		Geometría	Condiciones
$C_{f,x} = 0.0592Re_x^{-1/5}$	(7.35)	Placa plana	Turbulento, local, T_f, $Re_x \lesssim 10^8$
$\delta = 0.37xRe_x^{-1/5}$	(7.36)	Placa plana	Turbulento, local, T_f, $Re_x \lesssim 10^8$
$Nu_x = 0.0296Re_x^{4/5}Pr^{1/3}$	(7.37)	Placa plana	Turbulento, local, T_f, $Re_x \lesssim 10^8$, $0.6 \lesssim Pr \lesssim 60$
$\overline{Nu}_L = (0.037Re_L^{4/5} - 871)Pr^{1/3}$	(7.41)	Placa plana	Mezclado, promedio, T_f, $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$, $Re_L \lesssim 10^8$, $0.6 < Pr < 60$
$\overline{C}_{f,L} = 0.074Re_L^{-1/5} - 1742Re_L^{-1}$	(7.43)	Placa plana	Mezclado, promedio, T_f, $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$, $Re_L \lesssim 10^8$
$\overline{Nu}_D = C\,Re_D^m\,Pr^{1/3}$ (Tabla 7.2)	(7.55b)	Cilindro	Promedio, T_f, $0.4 < Re_D < 4 \times 10^5$, $Pr \gtrsim 0.7$
$\overline{Nu}_D = C\,Re_D^m\,Pr^n\,(Pr/Pr_s)^{1/4}$ (Tabla 7.4)	(7.56)	Cilindro	Promedio, T_∞, $1 < Re_D < 10^6$, $0.7 < Pr < 500$
$\overline{Nu}_D = 0.3 + [0.62Re_D^{1/2}\,Pr^{1/3} \times [1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{-1/4}] \times [1 + (Re_D/282{,}000)^{5/8}]^{4/5}$	(7.57)	Cilindro	Promedio, T_∞, $Re_D Pr > 0.2$
$\overline{Nu}_D = 2 + (0.4Re_D^{1/2} + 0.06Re_D^{2/3})Pr^{0.4}] \times (\mu/\mu_s)^{1/4}$	(7.59)	Esfera	Promedio, T_∞, $3.5 < Re_D$ 7.6×10^4, $0.71 < Pr < 380$, $1.0 < (\mu/\mu_s) < 3.2$
$\overline{Nu}_D = 2 + 0.6Re_D^{1/2}\,Pr^{1/3}$	(7.60)	Gota que cae	Promedio, T_∞
$\overline{Nu}_D = 1.13\,C_1 Re_{D,\text{máx}}^m\,Pr^{1/3}$ (Tablas 7.5, 7.6)	(7.63)	Banco de tubos[c]	Promedio, $\overline{T}_f$, $2000 < Re_{D,\text{máx}} < 4 \times 10^4$, $Pr \gtrsim 0.7$
$\overline{Nu}_D = C\,Re_{D,\text{máx}}^m\,Pr^{0.36}\,(Pr/Pr_s)^{1/4}$ (Tablas 7.7, 7.8)	(7.67)	Banco de tubos[c]	Promedio, $\overline{T}$, $1000 < Re_D < 2 \times 10^6$, $0.7 < Pr < 500$
Boquilla redonda única	(7.79)	Chorro de choque	Promedio, T_f, $2000 < Re < 4 \times 10^5$, $2 < (H/D) < 12$, $2.5 < (r/D) < 7.5$
Boquilla de ranura única	(7.82)	Chorro de choque	Promedio, T_f, $3000 < Re < 9 \times 10^4$, $2 < (H/W) < 10$, $4 < (x/W) < 20$
Arreglo de boquillas redondas	(7.84)	Chorro de choque	Promedio, T_f, $2000 < Re < 10^5$, $2 < (H/D) < 12$, $0.004 < A_r < 0.04$
Arreglo de boquillas de ranura	(7.87)	Chorro de choque	Promedio, T_f, $1500 < Re < 4 \times 10^4$, $2 < (H/W) < 80$, $0.008 < A_r < 2.5A_{r,o}$
$\overline{f_s} = \overline{j}_m = 2.06Re_D^{-0.575}$	(7.91)	Lecho compactado de esferas[c]	Promedio, $\overline{T}$, $90 \lesssim Re_D \lesssim 4000$, $Pr \approx 0.7$

[a] Las correlaciones de esta tabla pertenecen a superficies isotérmicas; para casos especiales que implican una longitud de inicio no calentada o a flujo de calor superficial uniforme véase la sección 7.2.4.

[b] Cuando se aplica la analogía de transferencia de calor y masa, las correlaciones correspondientes de transferencia de masa se obtienen reemplazando Nu y Pr por Sh y Sc, respectivamente.

[c] Para bancos de tubos y lechos compactados, las propiedades se evalúan a la temperatura promedio del fluido, $\overline{T} = (T_i + T_o)/2$ o la temperatura promedio de la capa.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Bibliografía

1. Blasius, H., *Z. Math. Phys.*, **56**, 1, 1908. Traducción inglesa en National Advisory Committee for Aeronautics Technical Memo, núm. 1256.
2. Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, 4a ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1960.
3. Howarth, L., *Proc. R. Lond., Ser. A*, **164**, 547, 1938.
4. Pohlhausen, E., *Z. Angew. Math. Mech.*, **1**, 115, 1921.
5. Kays, W. M. y M. E. Crawford, *Convective Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1980.
6. Churchill, S. W. y H. Ozoe, *J. Heat Transfer*, **95**, 78, 1973.
7. Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, 6a ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1968.
8. Whitaker, S., *AIChE J.*, **18**, 361, 1972.
9. Zhukauskas, A. y A. B. Ambrazyavichyus, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **3**, 305, 1961.
10. Churchill, S. W., *AIChE J.*, **22**, 264, 1976.
11. Blair, M. F., *J. Heat Transfer*, **105**, 33 y 41, 1983.
12. Fox, R. W. y A. T. McDonald, *Introduction to Fluid Mechanics*, 3a ed., Wiley, Nueva York, 1985.
13. Hilpert, R., *Forsch. Geb. Ingenieurwes.*, **4**, 215, 1933.
14. Knudsen, J. D. y D. L. Katz, *Fluid Dynamics and Heat Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1958.
15. Jakob, M., *Heat Transfer*, vol. 1, Wiley, Nueva York, 1949.
16. Zhukauskas, A., "Heat Transfer from Tubes in Cross Flow", en J. P. Hartnett y T. F. Irvine, Jr., eds., *Advances in Heat Transfer*, vol. 8, Academic Press, Nueva York, 1972.
17. Churchill, S. W. y M. Berstein, *J. Heat Transfer*, **99**, 300, 1977.
18. Morgan, V. T., "The Overall Convective Heat Transfer from Smooth Circular Cylinders", en T. F. Irvine Jr. y J. P. Hartnett, eds., *Advances in Heat Transfer*, vol. 11, Academic Press, Nueva York 1975.
19. Ranz, W. y W. Marshall, *Chem. Eng. Prog.*, 48, 141, 1952.
20. Grimison, E. D., *Trans. ASME*, **59**, 583, 1937.
21. Kays, W. M. y R. K. Lo, Stanford University Technical Report, núm. 15, 1952.
22. Martin, H., "Heat and Mass Transfer between Impinging Gas Jets and Solid Surfaces", en J. P. Hartnett y T. F. Irvine, Jr., eds., *Advances in Heat Transfer*, vol. 13, Academic Press, Nueva York 1977.
23. Popiel, Cz. O. y L. Bogusiawski, "Mass or Heat Transfer in Impinging Single Round Jets Emerging by a Bell-Shaped Nozzle and Sharp-Ended Orifice", en C. L. Tien, V. P. Carey y J. K. Ferrell, eds., *Heat Transfer 1986*, vol. 3, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1986.
24. Goldstein, R. J. y J. F. Timmers, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **25**, 1857, 1982.
25. Hollworth, B. R. y L. R. Gero, *J. Heat Transfer*, **107**, 910, 1985.
26. Golstein, R. J., A. I. Behbahani y K. K. Heppelman, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **29**, 1227, 1986.
27. Bird, R. B., W. E. Stewart y E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, Wiley, Nueva York, 1960.
28. Jakob, M., *Heat Transfer*, Vol. 2, Wiley, Nueva York, 1957.
29. Geankopplis, C. J., *Mass Transport Phenomena*, Holt, Rinehart & Winston, Nueva York, 1972.
30. Sherwood, T. K., R. L. Pigford y C. R. Wilke, *Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1975.

Problemas

Placa plana en flujo paralelo

7.1 Considere los siguientes fluidos a una temperatura de película de 300 K en un flujo paralelo sobre una placa plana con velocidad de 1 m/s: aire atmosférico, agua, aceite de motor y mercurio.

(a) Para cada fluido, determine los espesores de la capa límite de velocidad y de la capa térmica a una distancia de 40 mm desde el borde o inicio de la placa.

(b) Para cada uno de los fluidos establecidos y en las mismas coordenadas, trace el espesor de la capa límite como función de la distancia desde el inicio una longitud de placa de 40 mm.

7.2 Considere aire atmosférico a 25°C en un flujo paralelo 5 m/s sobre ambas superficies de una placa plana de longitud que se mantiene a 75°C.

(a) Determine el espesor de la capa límite de velocidad el esfuerzo cortante de la superficie y el flujo de lor al final de la placa.

(b) Determine la fuerza de arrastre sobre la placa transferencia total de calor de la placa, cada cara unidad de ancho de la placa.

(c) Elabore una gráfica de cada uno de los parámetros de la parte (a) como función de la distancia desde el borde o inicio de la placa.

7.3 Sobre ambas superficies de una placa plana de 1 m de longitud que se mantiene a 20°C fluye aceite de motor a 100°C y a una velocidad de 0.1 m/s . Determine:

(a) Los espesores de las capas límite de velocidad y térmica al final de la placa.

(b) El flujo local de calor y el esfuerzo cortante superficial al final de la placa.

(c) La fuerza total de arrastre y la transferencia de calor por unidad de ancho de la placa.

(d) Elabore una gráfica de los espesores de placa límite y los valores locales de esfuerzo cortante superficial, coeficiente de convección y flujo de calor como función de x para $0 \leq x \leq 1$ m.

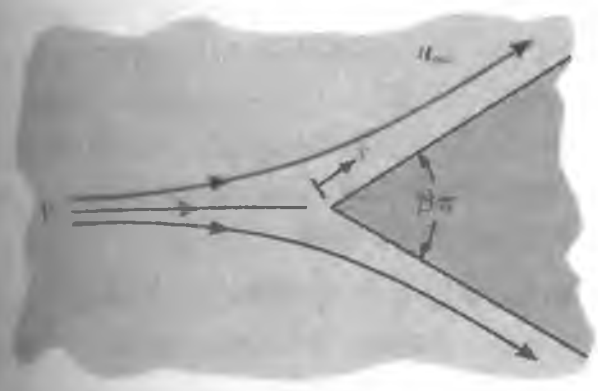
7.4 Considere un flujo paralelo estable de aire atmosférico sobre una placa plana. El aire tiene una temperatura y velocidad de flujo libre de 300 K y 25 m/s.

(a) Evalúe el espesor de la capa límite a distancias de x = 1, 10 y 100 mm desde el inicio de la placa. Si se instalara una segunda placa paralela a la primera placa y a una distancia de 3 mm de la misma, ¿cuál es la distancia desde el inicio a la que ocurriría la fusión de la capa límite?

(b) Evalúe el esfuerzo cortante superficial y la componente v de la velocidad en la orilla externa de la capa límite para la placa sola en x = 1, 10, y 100 mm.

(c) Comente la validez de las aproximaciones de capa límite.

7.5 Una geometría de flujo común, que incluye la placa plana en un flujo paralelo como caso especial, es la *cuña*.



De una solución de flujo potencial se sabe que la velocidad en la orilla de la capa límite aumenta con x de acuerdo con la relación $u_\infty = Vx^m$, donde $m = \beta/(2-\beta)$ y $\beta\pi$ es el ángulo de cuña. De una solución de capa límite laminar, también se sabe que el número local de Nusselt se expresa como $Nu_x = C_1 Re_x^{1/2}$, donde $Re_x \equiv (u_\infty x/\nu)$ y C_1 es una función conocida de Pr y β, como se aprecia en la tabla adjunta.

		Pr				
		0.7	**0.8**	**1.0**	**5.0**	**10.0**
β	m	C_1				
0	0	0.292	0.307	0.332	0.585	0.730
0.2	0.111	0.331	0.348	0.378	0.669	0.851
0.5	0.333	0.384	0.403	0.440	0.792	1.013
1.0	1.000	0.496	0.523	0.570	1.043	1.344

(a) Comente la naturaleza de las condiciones de flujo en $x = 0$ para $\beta > 0$. ¿Cómo varía u_∞ con x para $\beta = 1$?

(b) Obtenga la razón del coeficiente promedio de convección $\bar{h}_x$ al coeficiente local h_x para $\beta = 0.5$ y para $\beta = 1.0$.

(c) Es práctica común aproximar la transferencia de calor del flujo de cuña mediante el uso de correlaciones de convección asociadas con la placa plana en un flujo paralelo. Comente la precisión de tal aproximación mediante el cálculo de la razón $(\bar{h}_{x,\,\beta>0}/\bar{h}_{x,\,\beta=0})$ en $x = 1$ m para un flujo de aire sobre cuñas de $\beta = 0.5$ y $\beta = 1.0$.

7.6 Considere un metal líquido ($Pr \ll 1$), con condiciones de flujo libre u_∞ y T_∞, en un flujo paralelo sobre una placa plana isotérmica a T_s. Suponiendo que $u = u_\infty$ a través de la capa límite térmica, escriba la forma correspondiente de la ecuación de energía de la capa límite. Mediante la aplicación de las condiciones apropiadas inicial ($x = 0$) y de frontera, resuelva esta ecuación para el campo de temperaturas de la capa límite, $T(x, y)$. Utilice el resultado para obtener una expresión para el número de Nusselt local Nu_x. (*Sugerencia:* Este problema es análogo a la transferencia de calor unidimensional en un medio semiinfinito con un cambio súbito en la temperatura de la superficie.)

7.7 Considere que el perfil de la capa límite de velocidad para el flujo sobre una placa plana es de la forma $u = C_1 + C_2 y$. Aplique las condiciones de frontera adecuadas para obtener una expresión del perfil de velocidad en términos del espesor de la capa límite δ y la velocidad del flujo libre u_∞. Utilizando la forma integral de la ecuación de momento de la capa límite (apéndice E), obtenga expresiones para el espesor de la capa límite y para el coeficiente local de fricción, y formule sus resultados en términos del número local de Reynolds. Compare sus resultados con los que se obtienen a partir de la solución exacta (sección 7.2.1) y la solución integral con un perfil cúbico (apéndice E).

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede Litoral

7.8 Resuelva el problema 7.7 para un perfil de capa límite de velocidad de la forma $u = C_1 + C_2 \operatorname{sen}(C_3 y)$.

7.9 Considere una capa límite turbulenta estable sobre una placa plana isotérmica de temperatura T_s. La capa límite está "trabada" en el inicio a $x = 0$ por un alambre fino. Suponga propiedades físicas constantes y perfiles de velocidad y temperatura de la forma

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7} \qquad \text{y} \qquad \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty} = 1 - \left(\frac{y}{\delta_t}\right)^{1/7}$$

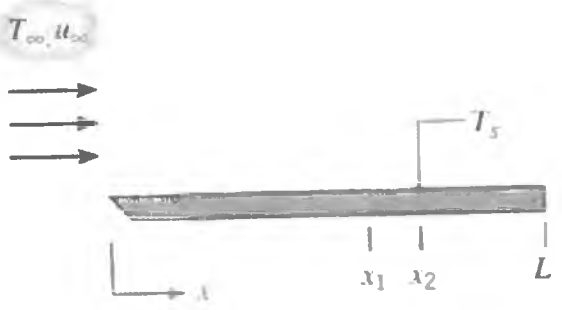
(a) Se sabe, de la experimentación, que el esfuerzo cortante de la superficie está relacionado con el espesor de la capa límite mediante una expresión de la forma

$$\tau_s = 0.0228\, \rho u_\infty^2 \left(\frac{u_\infty \delta}{\nu}\right)^{-1/4}$$

Comenzando con la ecuación integral del momento (apéndice E), muestre que $\delta/x = 0.376 Re_x^{-1/5}$. Determine el coeficiente promedio de fricción $\overline{C}_{f,x}$.

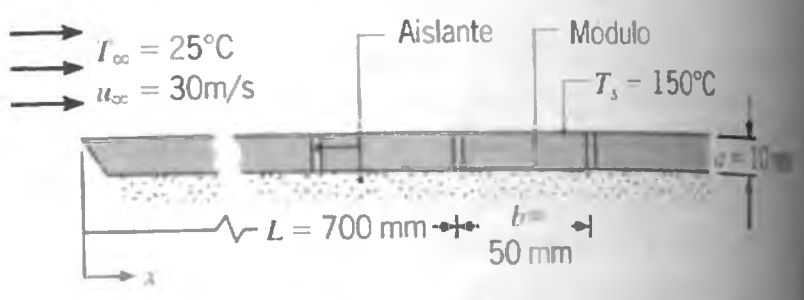
(b) Empezando con la ecuación integral de energía, obtenga una expresión para el número de Nusselt local Nu_x y utilice este resultado para evaluar el número de Nusselt promedio $\overline{Nu}_x$

7.10 Considere el flujo sobre una placa plana para la que se desea determinar el coeficiente promedio de transferencia de calor sobre un tramo corto de x_1 a x_2, $\overline{h}_{1-2}$, donde $(x_2 - x_1) \ll L$.



Proporcione tres expresiones diferentes que sirvan para evaluar $\overline{h}_{1-2}$ en términos de (a) el coeficiente local en $x = (x_1 + x_2)/2$, (b) los coeficientes locales en x_1 y x_2, y (c) los coeficientes promedio en x_1 y x_2. Indique cuál de las expresiones es aproximada. Considerando si el flujo es laminar, turbulento, o mezclado, indique cuándo es apropiado o inapropiado usar cada una de las ecuaciones.

7.11 Una placa plana de 1 m de ancho se mantiene a una temperatura superficial uniforme $T_s = 150°C$ mediante el uso de módulos rectangulares generadores de calor controlados de forma independiente, de espesor $a = 10$ mm y longitud $b = 50$ mm. Cada módulo está aislado de sus alrededores, así como de su parte posterior. Aire atmosférico a 25°C fluye sobre la placa a una velocidad de 30 m/s. Las propiedades termofísicas del módulo son $k = 5.2$ W/m · K, $c_p = 320$ J/Kg · K, $\rho = 2300$ kg/m^3.



(a) Encuentre la generación de potencia que se requiere, $\dot{q}$ (W/m^3), en un módulo colocado a una distancia de 700 mm del inicio.

(b) Encuentre la temperatura máxima $T_{máx}$ en el módulo generador de calor.

7.12 Un calentador eléctrico de aire consiste en un arreglo horizontal de tiras metálicas delgadas, cada una de 10 mm de longitud, en la dirección de un flujo de aire paralelo sobre la parte superior de las tiras. Cada tira mide 0.2 m de ancho, y se colocan 25 tiras lado a lado, con lo que forman una superficie suave sobre la que el aire fluye a 2 m/s. Durante la operación cada tira se mantiene a 500°C y el aire está a 25°C.

(a) ¿Cuál es la transferencia de calor por convección de la primera tira? ¿De la quinta tira? ¿De la séptima tira? ¿De todas las tiras?

(b) Para velocidades de aire de 2.5 y 10 m/s, determine las transferencias de calor por convección en todas las posiciones de la parte (a). Represente sus resultados en forma tabular o como gráficas de barras.

(c) Repita la parte (b) pero en condiciones tales que el flujo sea completamente turbulento sobre todo el arreglo de tiras.

7.13 Considere aire atmosférico a 25°C y a una velocidad de 25 m/s que fluye sobre ambas superficies de una placa plana de 1 m de longitud que se mantiene a 100°C. Determine la transferencia de calor desde la placa por unidad de ancho para valores del número de Reynolds crítico que correspondan a 10^5, 5×10^5, y 10^6.

7.14 Considere aire a 27°C y 1 atm en un flujo paralelo sobre una placa plana isotérmica de 1 m de longitud con una velocidad de 10 m/s.

(a) Elabore una gráfica de la variación del coeficiente local de transferencia de calor h_x con la distancia a lo largo de la placa para valores de $Re_{x,c}$ que correspondan a los números de Reynolds de transición (i) 5×10^5, (ii) 2.5×10^6, y (iii) 10^7 (el flujo sea completamente turbulento).

(b) Trace una gráfica de la variación del coeficiente promedio de transferencia de calor $\overline{h}_x$ con la distancia para las tres condiciones de transición de la parte (a).

(c) ¿Cuáles son los coeficientes promedio de transferencia de calor para toda la placa, $\bar{h}_L$, para las tres condiciones de flujo de la parte (a)?

7.15 Considere agua a 27°C en flujo paralelo sobre una placa plana isotérmica de 1 m de longitud con velocidad de 2 m/s.

(a) Elabore una gráfica de la variación del coeficiente local de transferencia de calor, $h_x(x)$, en la que la distancia a lo largo de la placa para tres condiciones de flujo que corresponda a los números de Reynolds de transición (i) 5×10^5, (ii) 3×10^5, y (iii) 0 (el flujo sea completamente turbulento).

(b) Elabore una gráfica de la variación del coeficiente promedio de transferencia de calor, $\bar{h}_x(x)$, con la distancia para las tres condiciones de flujo de la parte (a).

(c) ¿Cuáles son los coeficientes promedio de transferencia de calor para toda la placa, $\bar{h}_L$, para las tres condiciones de flujo de la parte (a)?

7.16 Aire a presión de 1 atm y temperatura de 15°C está en flujo paralelo a una velocidad de 10 m/s sobre una placa plana de 3 m de longitud que se calienta a una temperatura uniforme de 140°C.

(a) ¿Cuál es el coeficiente promedio de transferencia de calor para la placa?

(b) ¿Cuál es el coeficiente local de transferencia de calor en el punto medio de la placa?

(c) Elabore una gráfica de la variación del flujo de calor con la distancia en toda la longitud de la placa.

7.17 Explique en qué condiciones la transferencia total de calor de una placa plana isotérmica de dimensiones L por $2L$ sería la misma, independientemente de si el flujo paralelo sobre la placa corre por el lado de longitud L o $2L$. Con un número de Reynolds crítico de 5×10^5, ¿para qué valores de Re_L la transferencia total de calor sería independiente de la orientación?

7.18 La superficie de una placa plana alargada de 1.5 m de longitud se mantiene a 40°C, y sobre su superficie fluye agua a una temperatura de 4°C y velocidad de 0.6 m/s.

(a) Con el uso de la temperatura de película T_f para la evaluación de las propiedades, calcule la transferencia de calor por unidad de ancho de la placa, q' (W/m).

(b) Calcule el error en q' en que se incurriría en la parte (a) si las propiedades termofísicas del agua se evaluaran a la temperatura de flujo libre y se usara la misma correlación empírica.

(c) En la parte (a), si se colocara un alambre cerca del inicio de la placa para inducir turbulencia sobre toda su longitud, ¿cuál sería la transferencia de calor?

7.19 Sobre la superficie superior de una placa plana que se calienta a una temperatura uniforme de 100°C hay aire en flujo paralelo a una presión de 1 atm y una temperatura de 50°C. La placa tiene una longitud de 0.20 m (en la dirección del flujo) y un ancho de 0.10 m. El número de Reynolds que se basa en la longitud de la placa es 40,000. ¿Cuál es la transferencia de calor de la placa al aire? Si la velocidad de flujo libre del aire se duplica y la presión aumenta a 10 atm, ¿cuál es la transferencia de calor?

7.20 Una placa plana delgada de longitud $L = 1$ m separa dos flujos de aire que están en flujo paralelo sobre superficies opuestas de la placa. Un flujo de aire tiene una temperatura $T_{\infty,1} = 200$°C y una velocidad $u_{\infty,1} = 60$ m/s, mientras el otro flujo de aire tiene una temperatura $T_{\infty,2} = 25$°C y una velocidad de $u_{\infty,2} = 10$ m/s. ¿Cuál es el flujo de calor entre las dos corrientes en el punto medio de la placa?

7.21 Considere una aleta rectangular que se utiliza para enfriar un motor de motocicleta. La aleta tiene 0.15 m de longitud y una temperatura de 250°C, mientras que la motocicleta se mueve a 80 km/h en aire a 27°C. El aire está en flujo paralelo sobre ambas superficies de la aleta, y se supone que existen condiciones de flujo turbulento por todas partes.

(a) ¿Cuál es la rapidez de eliminación de calor por unidad de ancho de la aleta?

(b) Genere una gráfica de la rapidez de eliminación de calor por unidad de ancho de la aleta para velocidades de la motocicleta que van de 10 a 100 km/h.

7.22 Considere las condiciones de enfriamiento convectivo que se describen para su mano en el problema 1.9. Use correlaciones estándar para estimar el coeficiente de convección para cada uno de los dos casos. ¿En cuál condición se *sentiría* más frío? Compare estos resultados con una pérdida de calor de aproximadamente 30 W/m² bajo condiciones normales.

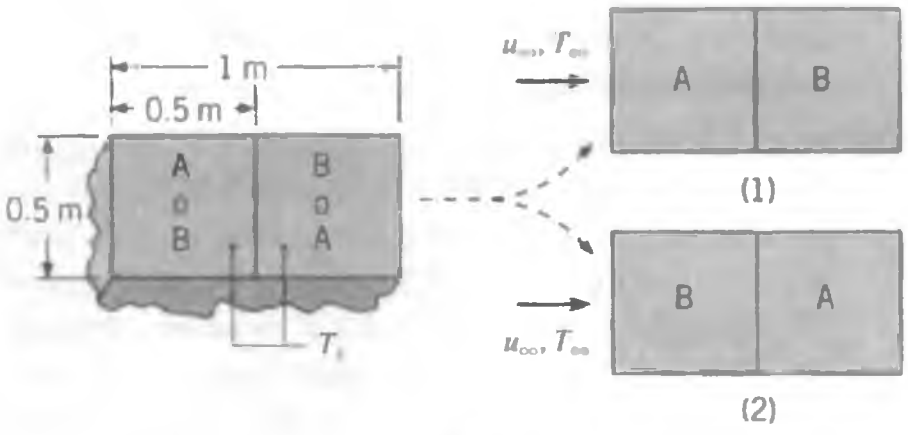
7.23 Considere el ala de una aeronave como una placa plana de 2.5 m de longitud en la dirección del flujo. El avión se mueve a 100 m/s en aire que está a una presión de 0.7 bar y a una temperatura de −10°C. La superficie superior del ala absorbe radiación solar a razón de 800 W/m². Suponga que el ala tiene una construcción sólida y una sola temperatura uniforme.

(a) Estime la temperatura de estado estable del ala.

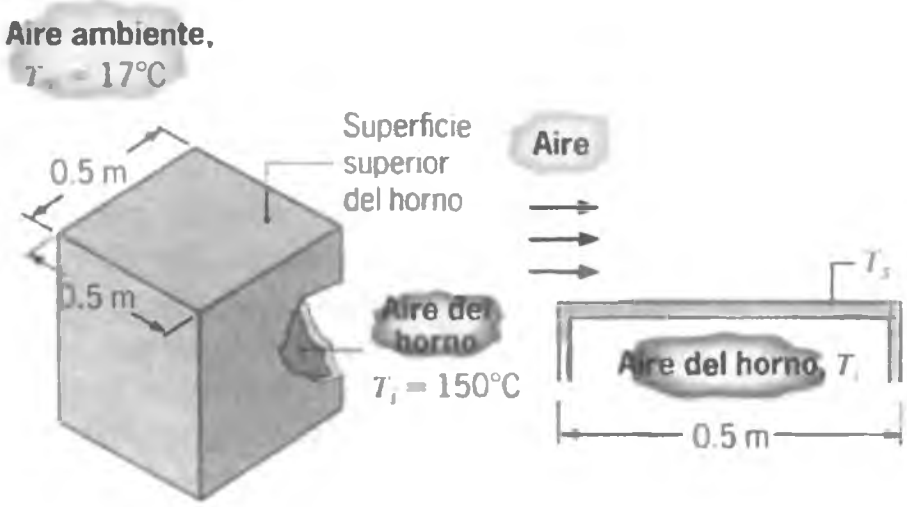
(b) Genere una gráfica de las temperaturas de estado estable para velocidades del avión que van de 100 a 250 m/s.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ... ltoral

7.24 La superficie superior de un compartimiento calentado consiste en partes muy suaves (A) y altamente ásperas (B), y la superficie se coloca en un flujo de aire atmosférico. Con el interés de minimizar la transferencia total de calor por convección de la superficie, ¿cuál orientación, (1) o (2), se prefiere? Si $T_s = 100°C$, $T_\infty = 20°C$, y $u_\infty = 20$ m/s, ¿cuál es la transferencia de calor por convección de toda la superficie para esta orientación?



7.25 Inicialmente, la superficie superior de un horno que mide 0.5 × 0.5 m está a una temperatura uniforme de 47°C en condiciones de aire ambiental quieto. La temperatura del aire interior del horno es de 150°C, el aire del local es de 17°C, y la transferencia de calor de la superficie es 40 W. A fin de reducir la temperatura superficial y cumplir los requisitos de seguridad, el aire ambiental se hace circular a través de la superficie superior con una velocidad de 20 m/s en dirección paralela a una orilla.

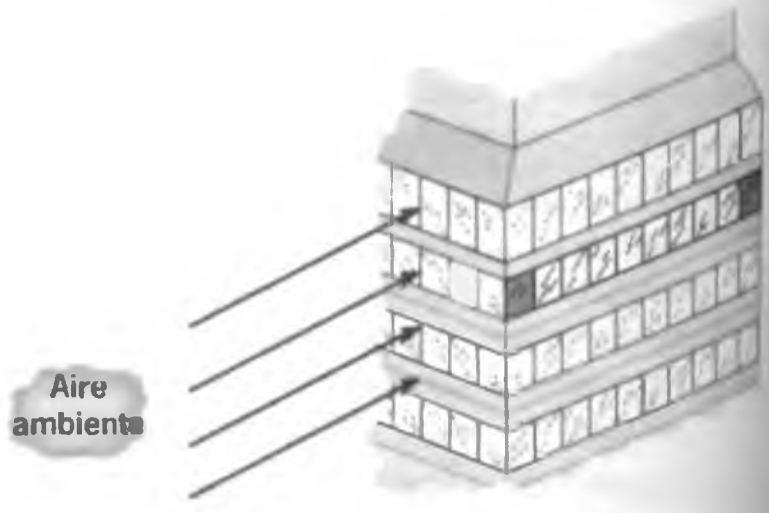


(a) Asuma que las condiciones de convección *interna* permanecen sin cambio; determine la pérdida de calor de la superficie superior en condiciones de convección forzada.

(b) Estime la temperatura superficial alcanzada con la condición de convección forzada.

(c) Genere una gráfica de la temperatura superficial como función de la velocidad del aire ambiente para $5 \le u_\infty \le 30$ m/s.

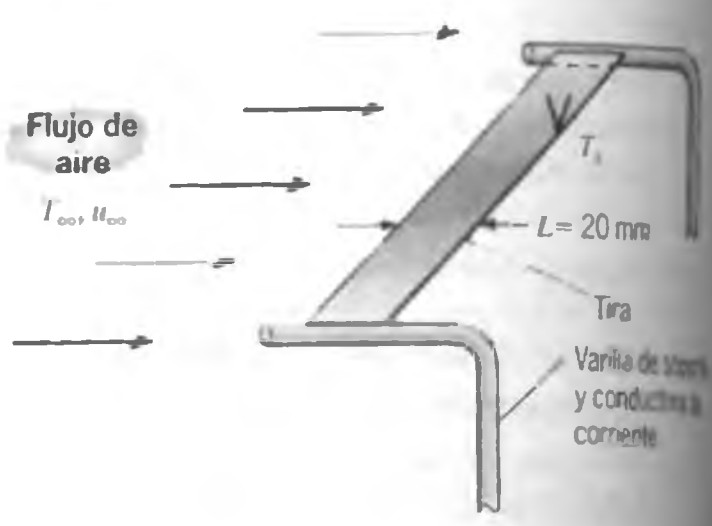
7.26 Considere condiciones del tiempo para las que los vientos prevalecientes soplan sobre el penthouse de un edificio alto. La longitud de la torre en la dirección del viento es 10 m y hay 10 paneles de ventanas.



(a) Calcule el coeficiente de convección promedio para el primero, tercero y décimo paneles de ventanas cuando la velocidad del viento es 5 m/s. Utilice una temperatura de película de 300 K para evaluar las propiedades termofísicas de la correlación que se requieren. ¿Será éste un valor adecuado de la temperatura de película para temperaturas de aire ambiente en la escala $-15 \le T_\infty \le 35°C$?

(b) En una gráfica, trace la variación del coeficiente de convección promedio para la primera, tercera, y décima ventanas, con velocidades de viento para el intervalo $5 \le u_\infty \le 100$ km/h. Explique las principales características de cada curva y sus magnitudes relativas.

7.27 El diseño propuesto de un anemómetro para determinar la velocidad de un flujo de aire en un túnel de viento se compone de una tira metálica delgada cuyos extremos están sostenidos por varillas rígidas que sirven como electrodos para el paso de la corriente que se usa para calentar las tiras. Un termopar de alambre fino se une a la orilla posterior de la tira y sirve de sensor de un sistema que controla la potencia para mantener la tira a una temperatura constante de operación para velocidades del flujo de aire variables. Diseñe condiciones pertinentes para un flujo de aire a $T_\infty = 25°C$ y $1 \le u_\infty \le 50$ m/s, con una temperatura de la tira de $T_s = 35°C$.



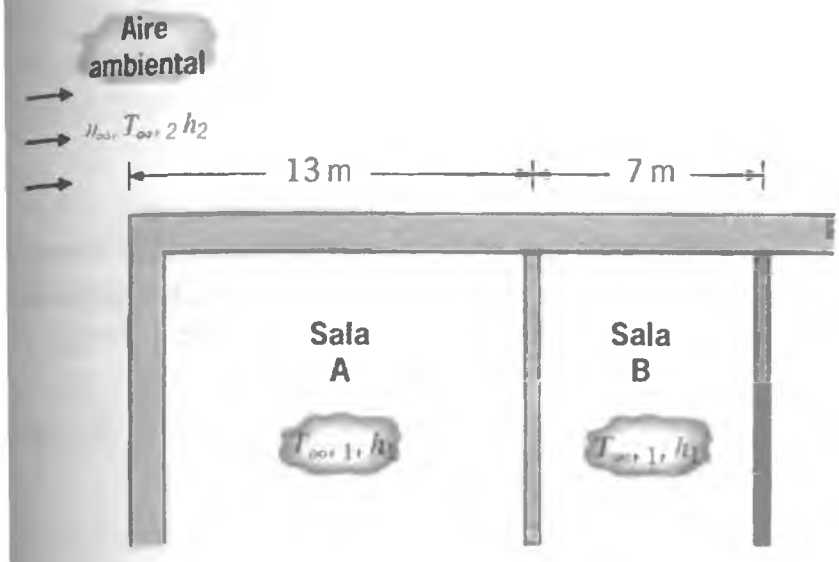
(a) Determine la relación entre la disipación de potencia eléctrica por unidad de ancho de la tira en la dirección transversal, P' (mW/mm), y la velocidad del flujo de aire. Muestre esta relación en forma gráfica para el intervalo de u_∞ que se especifica.

(b) Si la exactitud con la que la temperatura de la tira en operación se puede medir y mantener constante es ±0.2°C, ¿cuál es la incertidumbre en la velocidad del flujo de aire?

(c) El diseño propuesto opera en un modo de temperatura constante de tira para el que la velocidad del flujo de aire está relacionada con la potencia medida. Considere ahora un modo alternativo en el que la tira se provee de una potencia constante, digamos, 30 mW/mm, y la velocidad del flujo de aire está relacionada con la temperatura de la tira medida T_s. Para este modo de operación, muestre la relación gráfica entre la temperatura de la tira y la velocidad del flujo de aire. Si la temperatura se mide con una incertidumbre de ±0.2°C, ¿cuál es la incertidumbre en la velocidad del flujo de aire?

(d) Compare las características asociadas con cada uno de los modos de operación del anemómetro.

7.28 Se disponen dos salas en el lado de un edificio. La pared de la sala A tiene 13 m de longitud y 3.5 m de altura, mientras que la de la sala B tiene 7 m de longitud y 3.5 m de altura. Ambas paredes tienen 0.25 m de espesor y tienen una conductividad térmica efectiva de 1 W/m · K.



Considere condiciones en las que el aire ambiente está en flujo paralelo sobre la superficie externa de la pared con $u_\infty = 7$ m/s y $T_{\infty,2} = -20$°C. La temperatura del aire interior se mantiene a $T_{\infty,1} = 20$°C, y el coeficiente de convección interior es $h_1 = 5$ W/m² · K. Se suponen condiciones de capa límite turbulentas para el flujo de aire ambiental sobre toda la pared.

(a) Estime la rapidez a la que se pierde calor a través de las paredes de 13 y 7 m de longitud de las salas A y B, respectivamente.

(b) Investigue la influencia de los siguientes parámetros sobre las pérdidas de calor: (i) variación de la velocidad del aire ambiente de 2 a 15 m/s, (ii) conductividad térmica del material de la pared de 0.5 a 1.25 W/m · K, y (iii) el coeficiente interno de convección de 3 a 10 W/m² · K.

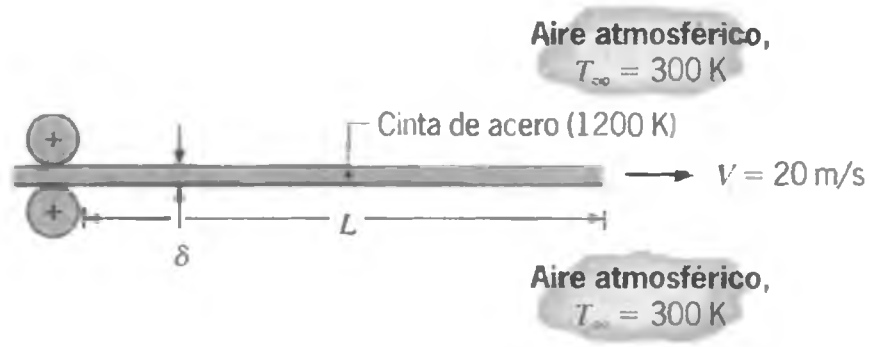
7.29 Como medio de suministrar agua dulce a regiones áridas del mundo, se ha llegado a proponer que se remolquen témpanos de hielo desde las regiones polares. Los témpanos que se considerarían más adecuados para remolcarlos son los relativamente anchos y planos. Considere un témpano de 1 km de longitud por 0.5 km de ancho y de profundidad $D = 0.25$ km. Se propone que este témpano se remolque a 1 km/h, en la dirección de su longitud, recorriendo 6000 km por aguas cuya temperatura promedio (en el viaje) es 10°C. Como primera aproximación, la interacción del témpano con sus alrededores se supone que está dominada por las condiciones de la superficie inferior (1 km × 0.5 km). El calor latente de fusión del hielo es 3.34×10^5 J/kg.

(a) ¿Cuál es la rapidez de recesión promedio (fusión) dD/dt en la superficie inferior?

(b) ¿Cuál es la potencia que se requiere para mover el témpano a la velocidad designada?

(c) Si los costos de la operación de remolque ascienden a $1/kW · h de potencia requerida, ¿cuál es el costo mínimo del agua dulce en el punto de destino?

7.30 Una cinta de acero sale de la sección de rodado caliente de una prensa de acero a una velocidad de 20 m/s y temperatura de 1200 K. Su longitud y espesor son $L = 100$ m y $\delta = 0.003$ m, respectivamente, y su densidad y calor específico son 7900 kg/m³ y 640 J/kg · K, respectivamente.

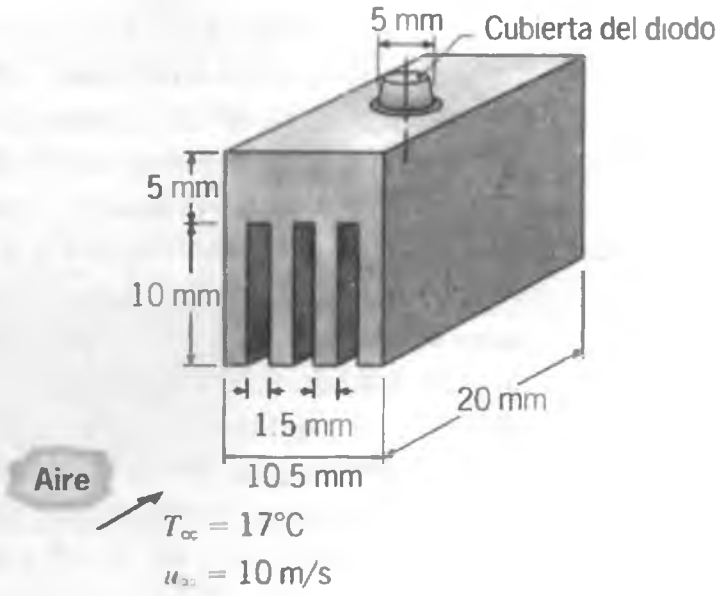


Explique la transferencia de calor de las superficies superior e inferior y deje de lado los efectos de radiación y de conducción de la cinta, para determinar la rapidez de cambio respecto al tiempo inicial de la temperatura de la cinta a una distancia de 1 m desde el inicio y al final de la cinta. Determine la distancia desde el inicio a la cual se alcanza la mínima velocidad de enfriamiento.

7.31 Un disipador de calor que se construye de una aleación de aluminio 2024 se usa para enfriar un diodo de potencia que disipa 5 W. La resistencia interna entre la

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...

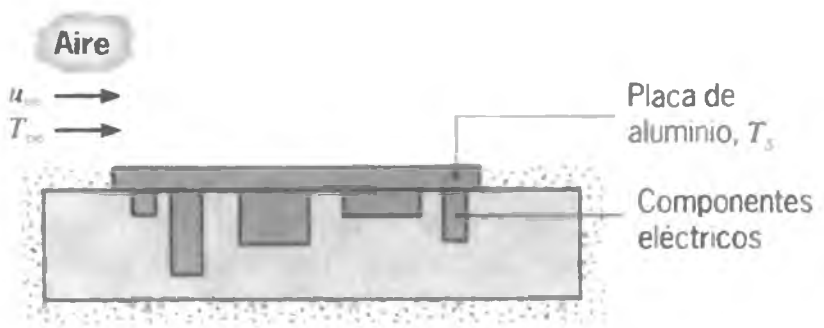
unión del diodo y la cubierta es 0.8°C/W, mientras que la resistencia térmica de contacto entre la cubierta y el disipador de calor es 10^{-5} m² · °C/W. La convección en la superficie de la aleta se aproxima como la que corresponde a una placa plana en flujo paralelo.



(a) Suponiendo que toda la potencia del diodo se transfiere al aire ambiente a través de las aletas rectangulares, estime la temperatura de operación del diodo.

(b) Explore opciones para reducir la temperatura del diodo, sujetas a las restricciones de que la velocidad del aire y la longitud de la aleta no puedan exceder 25 m/s y 20 mm, respectivamente, mientras que el espesor de la aleta no pueda ser menor de 0.5 mm. Todas las demás condiciones, incluido el espaciado entre las aletas permanecen como se establece.

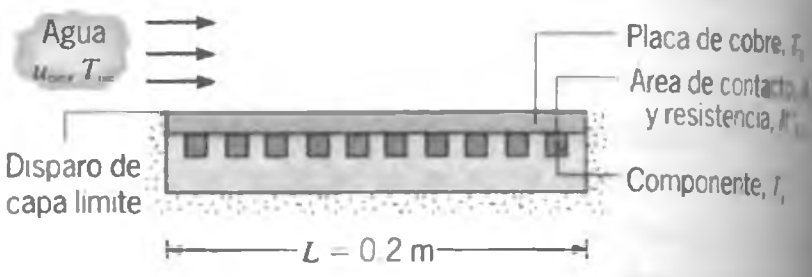
7.32 Un arreglo de componentes eléctricos disipadores de calor se monta sobre el lado inferior de una placa horizontal de aluminio de 1.2 × 1.2 m, mientras que el lado superior se enfría con un flujo de aire para el que $u_\infty = 15$ m/s y $T_\infty = 300$ K. La placa se une a un recinto bien aislado de modo que todo el calor disipado se debe transferir al aire. Asimismo, el aluminio es lo bastante delgado para asegurar una temperatura casi uniforme de la placa.



(a) Si la temperatura del aluminio no va a exceder 350 K, ¿cuál es la disipación de calor máxima permisible?

(b) Determine la disipación de calor máxima permisible como función de la velocidad del aire en el intervalo, $5 \leq u_\infty \leq 25$ m/s. Con $u_\infty = 25$ m/s, la potencia máxima permisible se aumentará mediante el uso de una placa de aluminio con aletas longitudinales. ¿Cuál es la potencia máxima permisible si la longitud, espesor y espaciado de aleta son 25 mm, 5 mm y 10 mm, respectivamente?

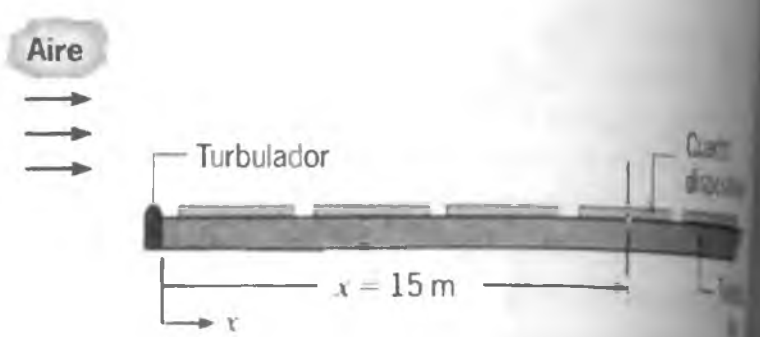
7.33 Cien componentes eléctricos, que disipan 25 W cada uno, se unen a una superficie de una placa de cobre cuadrada (0.2 × 0.2 m), y toda la energía disipada se transfiere al agua en un flujo paralelo sobre la superficie opuesta. Una protuberancia en la primera orilla de la placa actúa para *disparar* la capa límite, y la placa misma se supone isotérmica. La velocidad y temperatura del agua son $u_\infty = 2$ m/s y $T_\infty = 17°C$, y las propiedades termofísicas del agua se aproximan como $\nu = 0.96 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 0.620$ W/m · K, y $Pr = 5.2$.



(a) ¿Cuál es la temperatura de la placa de cobre?

(b) Si cada componente tiene un área superficial de contacto de placa de 1 cm² y la resistencia de contacto correspondiente es 2×10^{-4} m² · K/W, ¿cuál es la temperatura del componente? No tome en cuenta las variaciones de temperatura a través del espesor de la placa de cobre.

7.34 Se usa aire a 27°C con una velocidad de flujo libre de 10 m/s para enfriar dispositivos electrónicos montados sobre una tarjeta de circuito impreso. Cada dispositivo, de 4 mm por 4 mm, disipa 40 mW, que se eliminan de la superficie superior. Un turbulador se localiza en la primera orilla de la tarjeta, lo que ocasiona que la capa límite sea turbulenta.

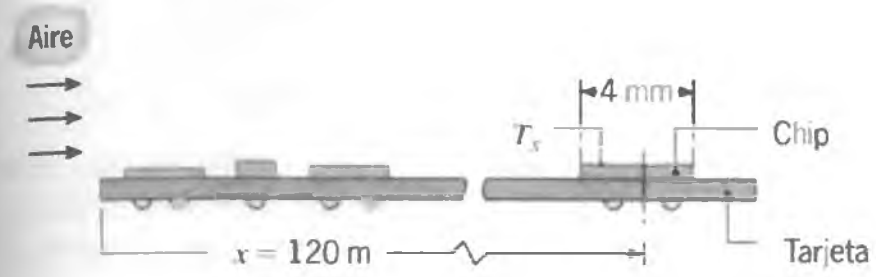


(a) Estime la temperatura superficial del cuarto dispositivo ubicado a 15 mm de la primera orilla de la tarjeta.

(b) Genere una gráfica de la temperatura superficial de los primeros cuatro dispositivos como función de la velocidad de flujo libre para $5 \leq u_\infty \leq 15$ m/s.

(c) ¿Cuál es la velocidad mínima de flujo libre si la temperatura superficial del dispositivo más caliente no va a exceder 80°C?

7.35 Se usa aire forzado a 25°C y 10 m/s para enfriar elementos electrónicos montados sobre una tarjeta de circuitos. Considere un chip de 4 mm de longitud y 4 mm de ancho, localizado a 120 mm de la primera orilla. Como la superficie de la tarjeta es irregular, el flujo se perturba y la correlación de convección apropiada es de la forma $Nu_x = 0.04 Re_x^{0.85} Pr^{0.33}$.



Estime la temperatura superficial del chip, T_s, si su velocidad de disipación de calor es 30 mW.

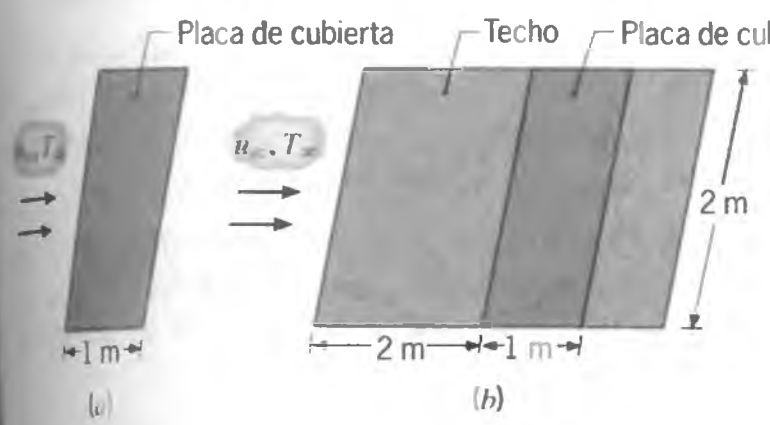
7.36 Considere aire atmosférico a $u_\infty = 2$ m/s y $T_\infty = 300$ K en flujo paralelo sobre una placa plana isotérmica de longitud $L = 1$ m y temperatura $T_s = 350$ K.

(a) Calcule el coeficiente local de convección al inicio y al final de la placa calentada con y sin una longitud inicial sin calentar de $\xi = 1$ m.

(b) Calcule el coeficiente promedio de convección para la placa en las mismas condiciones de la parte (a).

(c) Elabore una gráfica de la variación del coeficiente local de convección sobre la placa con y sin longitud inicial no calentada.

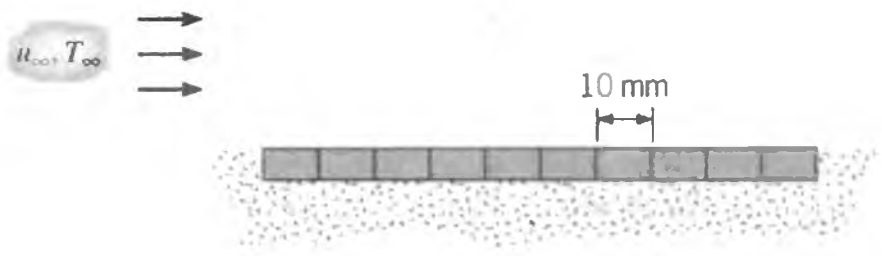
7.37 La placa de cubierta de un colector solar plano está a 15°C, mientras el aire ambiental a 10°C está en flujo paralelo sobre la placa, con $u_\infty = 2$ m/s.



(a) ¿Cuál es la velocidad de pérdida de calor convectiva de la placa?

(b) Si la placa se instala a 2 m del inicio de un techo y nivelada con la superficie del techo, ¿cuál es la velocidad de pérdida de calor convectiva?

7.38 Un arreglo de 10 chips de silicio, cada uno de longitud $L = 10$ mm por lado, está aislado en una superficie y se enfría en la superficie opuesta mediante aire atmosférico en flujo paralelo con $T_\infty = 24$°C y $u_\infty = 40$ m/s. Cuando está en uso, se disipa la misma potencia eléctrica en cada chip, lo que mantiene un flujo de calor uniforme sobre toda la superficie enfriada.

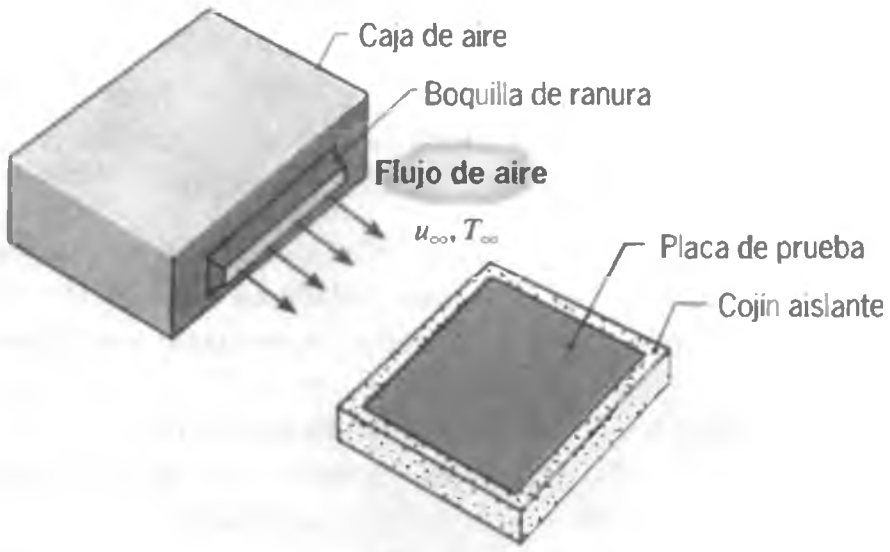


Si la temperatura de cada chip no excede 80°C, ¿cuál es la potencia máxima permisible por chip? ¿Cuál es la potencia máxima permisible si un generador de turbulencia se usa para disparar la capa límite en la primera orilla? ¿Sería preferible orientar el arreglo como normal, en lugar de paralelo, al flujo de aire?

7.39 Un chip cuadrado (10 × 10 mm) de silicio está aislado en un lado y enfriado en el lado opuesto por aire atmosférico en flujo paralelo a $u_\infty = 20$ m/s y $T_\infty = 24$°C. Cuando está en uso, la disipación de potencia eléctrica dentro del chip mantiene un flujo de calor uniforme en la superficie enfriada. Si la temperatura del chip no excede 80°C en cualquier punto de su superficie, ¿cuál es la potencia máxima permisible? ¿Cuál es la potencia máxima permisible si el chip se monta al ras en un sustrato que proporciona una longitud de inicio no calentada de 20 mm?

7.40 Mediante el trabajo en grupos de dos, nuestros estudiantes diseñan y llevan a cabo experimentos sobre el fenómeno de convección forzada utilizando el arreglo general que se muestra de forma esquemática. La caja de aire consiste en dos ventiladores, una cámara llena y correctores de flujo que descargan un flujo de aire casi uniforme sobre la *placa de prueba* plana. Los objetivos de un experimento fueron medir el coeficiente de transferencia de calor y comparar los resultados con correlaciones de convección estándar. La velocidad del flujo de aire se midió con el uso de un anemómetro basado en un termistor, y se usaron termopares para determinar las temperaturas del flujo de aire y de la *placa de prueba*.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral



Con el flujo de aire de la caja estabilizado por completo a $T_\infty = 20°C$, se precalentó una placa de aluminio en un horno de convección y rápidamente se montó en el sostén de la placa de prueba. La historia siguiente de temperaturas de la placa se determinó a partir de mediciones de termopares y las historias que se obtuvieron para las velocidades del flujo de aire de 3 y 9 m/s se ajustaron con el siguiente polinomio:

$$T(t) = a + bt + ct^2 + dt^3 + et^4$$

La temperatura T y el tiempo t tienen unidades de °C y s, respectivamente, y los valores de los coeficientes apropiados para el intervalo de tiempo de los experimentos se tabulan como sigue:

Velocidad (m/s)	**3**	**9**
Tiempo transcurrido (s)	300	160
a(°C)	56.87	57.00
b(°C/s)	−0.1472	−0.2641
c(°C/s^2)	3×10^{-4}	9×10^{-4}
d(°C/s^3)	-4×10^{-7}	-2×10^{-6}
e(°C/s^4)	2×10^{-10}	1×10^{-9}

La placa es cuadrada, 133 mm por lado, con un espesor de 3.2 mm, y está fabricada de una aleación de aluminio altamente pulido ($\rho = 2770$ kg/m^3, $c = 875$ J/kg · K, $k = 177$ W/m · K).

(a) Determine los coeficientes de transferencia de calor para los dos casos, suponga que la placa se comporta como un objeto espacial isotérmico.

(b) Evalúe los coeficientes C y m para una correlación de la forma

$$\overline{Nu}_L = C\, Re^m\, Pr^{-1/3}$$

Compare este resultado con una correlación estándar de placa plana. Comente la *bondad* de la comparación y explique cualesquiera diferencias.

Flujo alrededor de un cilindro

7.41 Considere los siguientes fluidos, cada uno con una velocidad de $V = 5$ m/s y una temperatura $T_\infty = 20°C$, en flujo cruzado sobre un cilindro de 10 mm de diámetro que se mantiene a 50°C: aire atmosférico, agua saturada, y aceite de motor.

(a) Calcule la transferencia de calor por unidad de longitud, q', con el uso de la correlación de Churchill-Bernstein.

(b) Genere una gráfica de q' como función de la velocidad del fluido para $0.5 \leq V \leq 10$ m/s.

7.42 Un tubo circular de 25 m de diámetro exterior se coloca en un flujo de aire a 25°C y a presión de 1 atm. El aire se mueve en flujo cruzado sobre el tubo a 15 m/s, mientras que la superficie externa del tubo se mantiene a 100°C. ¿Cuál es la fuerza de arrastre que se ejerce sobre el tubo por unidad de longitud? ¿Cuál es la transferencia de calor del tubo por unidad de longitud?

7.43 Un cilindro circular de 25 mm de diámetro está inicialmente a 150°C y se templa por inmersión en un baño de aceite a 80°C, que se mueve a una velocidad de 2 m/s en flujo cruzado sobre el cilindro. ¿Cuál es la rapidez inicial de pérdida de calor por unidad de longitud del cilindro?

7.44 Considere aire atmosférico a 25°C que fluye a una velocidad de 15 m/s. ¿Cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud de las siguientes superficies, cada una a 75°C, cuando el aire está en flujo cruzado sobre la superficie?

(a) Cilindro circular de 10 mm de diámetro.

(b) Cilindro cuadrado de 10 mm de longitud por lado.

(c) Placa vertical de 10 mm de altura.

7.45 Un elemento cilíndrico largo de calentamiento eléctrico, de diámetro $D = 10$ mm, conductividad térmica $k = 240$ W/m · K, densidad $\rho = 2700$ kg/m^3 y calor específico $c_p = 900$ J/kg · K se instala en un ducto en que el aire se mueve en flujo cruzado sobre el calentador a una temperatura y velocidad de 27°C y 10 m/s, respectivamente.

(a) Sin tomar en cuenta la radiación, estime la temperatura superficial de estado estable cuando, por unidad de longitud del calentador, se disipa energía eléctrica a una razón de 1000 W/m.

(b) Si el calentador se activa desde una temperatura inicial de 27°C, estime el tiempo que se requiere para que la superficie vaya a 10°C de su valor de estado estable.

7.46 Considere las condiciones del problema 7.45, pero ahora permita el intercambio de radiación entre la

perficie del elemento de calentamiento ($\varepsilon = 0.8$) y las paredes del ducto, que forma un recinto grande a 27°C.

(a) Evalúe la temperatura superficial de estado estable.

(b) Si el calentador se activa desde una temperatura inicial de 27°C, estime el tiempo que se requiere para que la temperatura de la superficie esté a no más de 10°C del valor de estado estable.

(c) Para evitar el sobrecalentamiento debido a desviaciones no anticipadas en la operación del ventilador, el controlador de calor se diseña para que mantenga una temperatura superficial fija de 275°C. Determine la disipación de potencia que se requiere para mantener esta temperatura para velocidades de aire en el intervalo de $5 \leq V \leq 10$ m/s.

7.47 Sobre un cilindro largo de 25 mm de diámetro, con un calentador eléctrico empotrado, fluye aire a 40°C . Las mediciones del efecto de la velocidad de flujo libre, V, sobre la potencia por unidad de longitud, P', que se requiere para mantener la temperatura superficial del cilindro en 300°C, dan los siguientes resultados:

V (m/s)	1	2	4	8	12
P' (W/m)	450	658	983	1507	1963

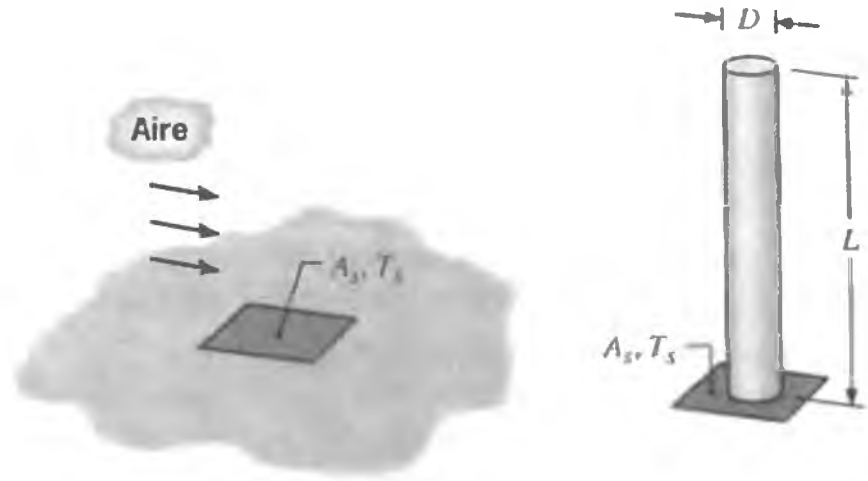
(a) Determine el coeficiente de convección para cada una de las anteriores condiciones de prueba. Muestre sus resultados de forma gráfica.

(b) Para el intervalo correspondiente del número de Reynolds, determine constantes adecuadas C y m para su uso con una correlación empírica de la forma $\overline{Nu} = C\, Re_D^m Pr^{1/3}$.

(c) Compare su correlación experimental con la de Hilpert, ecuación 7.55b.

7.48 Una aleta de alfiler de 10 mm de diámetro disipa 30 W mediante convección forzada a aire en flujo cruzado con un número de Reynolds de 4000. Si el diámetro de la aleta se duplica y todas las demás condiciones permanecen igual, estime la transferencia de calor de la aleta. Suponga que la aleta es infinitamente larga.

7.49 Aire a 27°C y a velocidad de 5 m/s pasa sobre la pequeña región A_s (20 mm × 20 mm) en una superficie grande que se mantiene a $T_s = 127$°C. Para estas condiciones, se eliminan 0.5 W de la superficie A_s. A fin de aumentar la velocidad de eliminación de calor, se sujeta una aleta de alfiler de acero inoxidable (AISI 304) de diámetro 5 mm a A_s, que se supone permanece a $T_s = 127$°C.



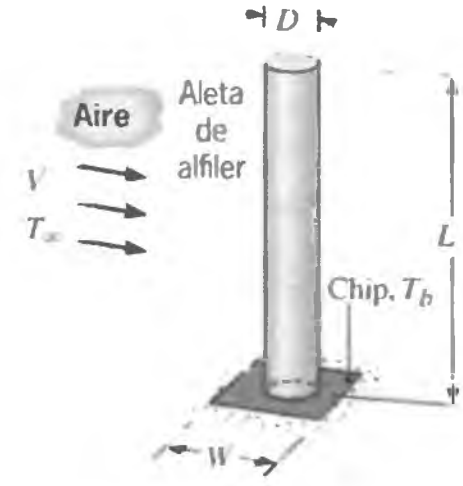
(a) Determine la velocidad máxima posible de eliminación de calor a través de la aleta.

(b) ¿Qué longitud de la aleta de alfiler proporcionará la velocidad máxima que se encontró en la parte (a)?

(c) Determine la efectividad de la aleta, ε_f.

(d) ¿Cuál es el porcentaje de aumento en la transferencia de calor de A_s debido a la instalación de la aleta?

7.50 Para aumentar la transferencia de calor de un chip de silicio de ancho $W = 4$ mm en un lado, se suelda una aleta de cobre a la superficie del chip. La longitud de la aleta y su diámetro son $L = 12$ mm y $D = 2$ mm, respectivamente, y hay aire atmosférico a $V = 10$ m/s y $T_\infty = 300$ K en flujo cruzado sobre la aleta. La superficie del chip y, por consiguiente, la base de la aleta se mantienen a una temperatura $T_b = 350$ K.



(a) Suponiendo que el chip tiene un efecto insignificante en el flujo sobre la aleta, ¿cuál es el coeficiente promedio de convección para la superficie de la aleta?

(b) Considerando insignificante la radiación y suponiendo que el coeficiente de convección en la punta de la aleta es igual al calculado en la parte (a), determine la transferencia de calor de la aleta.

(c) Considerando insignificante la radiación y suponiendo que el coeficiente de convección en la superficie expuesta del chip es igual al que se calcula en la parte (a), determine la transferencia total de calor del chip.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

(d) Determine de forma independiente y dibuje el efecto de aumentar la velocidad ($10 \leq V \leq 40$ m/s) y el diámetro de la aleta ($2 \leq D \leq 4$ mm) sobre la transferencia total de calor del chip. ¿Cuál es la transferencia de calor para $V = 40$ m/s y $D = 4$ mm?

7.51 Un alambre fino de diámetro D se coloca cruzado en un pasaje para determinar la velocidad del flujo a partir de las características de la transferencia de calor. Se hace pasar corriente a través del alambre para calentarlo y el calor se disipa al fluido que circula por convección. La resistencia del alambre se determina a partir de mediciones eléctricas y la temperatura se conoce por la resistencia.

(a) Para un fluido con número de Prandtl arbitrario, desarrolle una expresión para su velocidad en términos de la diferencia entre la temperatura del alambre y la temperatura de flujo libre del fluido.

(b) ¿Cuál es la velocidad de un flujo de aire a 1 atm y 25°C si un alambre de 0.5 mm de diámetro alcanza una temperatura de 40°C mientras disipa 35 W/m?

7.52 Para determinar cambios en la velocidad del aire, se propone medir la corriente eléctrica que se requiere para mantener un alambre de platino de 0.5 mm de diámetro a una temperatura constante de 77°C en un chorro de aire a 27°C.

(a) Suponiendo números de Reynolds en la escala $40 < Re_D < 1000$, desarrolle una relación entre la corriente del alambre y la velocidad del aire que está en flujo cruzado sobre el alambre. Use este resultado para establecer una relación entre cambios fraccionarios en la corriente, $\Delta I/I$, y la velocidad del aire, $\Delta V/V$.

(b) Calcule la corriente que se requiere cuando la velocidad del aire es 10 m/s y la resistividad eléctrica del alambre de platino es $17.1 \times 10^{-5}\ \Omega$/m.

7.53 Se desarrolla un código de computadora para analizar un sensor de temperatura de 12.5 mm de diámetro que experimenta un flujo cruzado de agua con una temperatura de flujo libre de 80°C y velocidad variable. Derive una expresión para el coeficiente de transferencia de calor por convección como función de la temperatura de la superficie del sensor T_s para el intervalo $20 < T < 80$°C y para velocidades V en el intervalo $0.005 < V < 0.20$ m/s. Utilice la correlación de Zhukauskas para el intervalo $40 < Re_D < 1000$ y suponga, donde sea apropiado, que las propiedades termofísicas del agua tienen una dependencia lineal respecto de la temperatura.

7.54 Una línea de alta tensión de 25 mm de diámetro tiene una resistencia eléctrica de $10^{-4}\ \Omega$/m y transmite una corriente de 1000 A.

(a) Si hay aire ambiental a 10°C y 5 m/s en flujo cruzado sobre la línea, ¿cuál es la temperatura de la superficie?

(b) Si la línea se aproxima como una varilla sólida de cobre, ¿cuál es la temperatura de su línea central?

(c) Genere una gráfica que describa la variación de la temperatura superficial con velocidades de aire de $1 \leq V \leq 10$ m/s.

7.55 Una varilla horizontal de cobre de 10 mm de diámetro y 1000 mm de longitud se inserta en el espacio de aire entre las superficies de un dispositivo electrónico para aumentar la disipación de calor. Los extremos de la varilla están a 90°C, mientras que hay aire a 25°C en flujo cruzado sobre el cilindro con una velocidad de 25 m/s. ¿Cuál es la temperatura en el plano medio de la varilla? ¿Cuál es la transferencia de calor de la varilla?

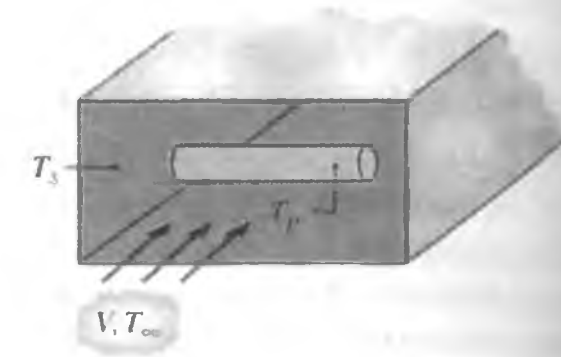
7.56 Una tubería de vapor no aislada se usa para transportar vapor de alta temperatura de un edificio a otro. La tubería tiene 0.5 m de diámetro, una temperatura superficial de 150°C, y se expone a aire ambiental a −10°C. El aire se mueve en flujo cruzado sobre la tubería con una velocidad de 5 m/s.

(a) ¿Cuál es la pérdida de calor por unidad de longitud de la tubería?

(b) Considere el efecto de aislar la tubería con espuma rígida de uretano ($k = 0.026$ W/m · K). Evalúe y elabore una gráfica de la pérdida de calor como función del espesor δ de la capa de aislante para $0 \leq \delta \leq 50$ mm.

7.57 Suponga que puede hacerse un cálculo aproximado sobre una persona como si fuera un cilindro de 0.3 m de diámetro y 1.8 m de altura con una temperatura superficial de 24°C. Calcule la pérdida de calor del cuerpo mientras esta persona se sujeta a un viento de 15 m/s cuya temperatura es −5°C.

7.58 Las paredes de un horno radiante grande se mantienen a una temperatura superficial elevada T_s, mientras un gas a una temperatura más baja T_∞ fluye a través del horno. Un producto que se coloca en el horno es calentado a una temperatura de estado estable T_p, que es menor que T_s y mayor que T_∞. Considere que el producto tiene la forma de un cilindro sólido cuya longitud es mucho mayor que su diámetro, $D = 50$ mm. La emisividad de la superficie del sólido es $\varepsilon = 0.8$.

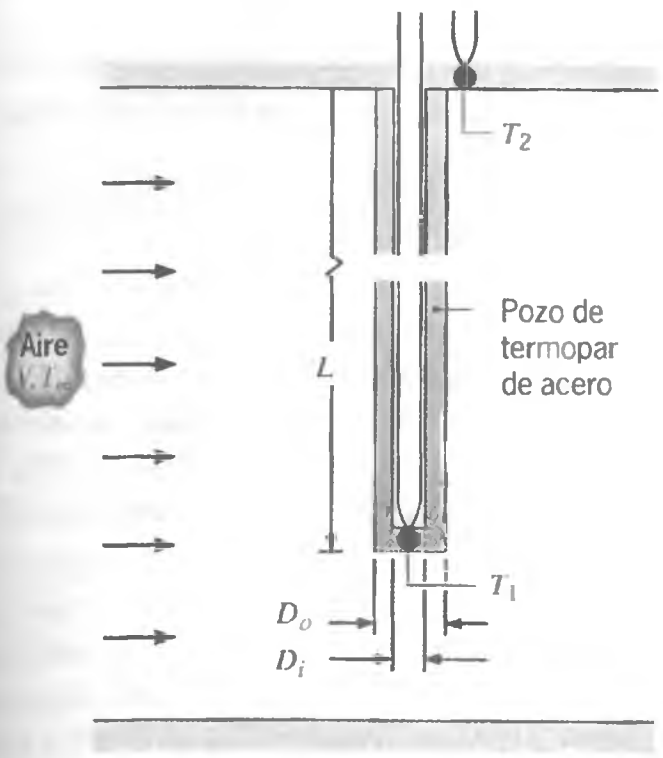


(a) Si el producto se coloca en un horno cuyas superficies se mantienen a $T_s = 650$ K y hay nitrógeno a

mosférico en flujo cruzado sobre el producto con $T_\infty = 350$ K y $V = 3$ m/s, ¿cuál es la temperatura de estado estable del producto?

(b) Suponga que quiere aumentar la temperatura del producto 25°C por arriba del resultado que se encuentra en la parte (a). ¿Qué cambio haría a la velocidad del gas nitrógeno? ¿O a la temperatura superficial del horno?

7.59 Se inserta un termopar en un tubo de aire caliente para medir la temperatura del aire. El termopar (T_1) se suelda a la punta de un *pozo de termopar* de acero de longitud $L = 0.15$ m y diámetros interior y exterior $D_i = 5$ mm y $D_o = 10$ mm. Un segundo termopar (T_2) se usa para medir la temperatura de la pared del tubo.



Considere condiciones para las que la velocidad del aire en el tubo es $V = 3$ m/s y los dos termopares registran temperaturas de $T_1 = 450$ K y $T_2 = 375$ K. Considerando insignificante la radiación, determine la temperatura del aire T_∞. Suponga que, para el acero, $k = 35$ W/m · K, y, para el aire, $\rho = 0.774$ kg/m^3, $\mu = 251 \times 10^{-7}$ N · s/m^2, $k = 0.0373$ W/m · K, y $Pr = 0.686$.

Considere condiciones para las que un termómetro de mercurio en vidrio se inserta a una longitud L a través de la pared de un tubo en el que fluye aire a 77°C. Si el vástago del termómetro en la pared del tubo está a la temperatura de la pared $T_{pared} = 15$°C, la transferencia de calor por conducción a través del vidrio ocasiona que la temperatura del bulbo sea más baja que la del flujo de aire.

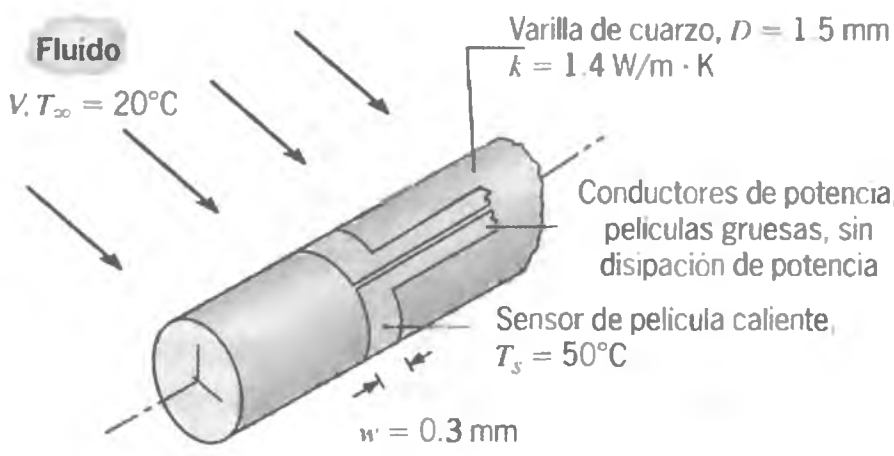
(a) Desarrolle una relación para el error de *inmersión*, $\Delta T_i = T(L) - T_\infty$, como función de la velocidad del aire, diámetro del termómetro y longitud de inserción L.

(b) ¿A qué longitud L se debe insertar el termómetro para que el error de inmersión no exceda 0.25°C cuando la velocidad del aire sea 10 m/s?

(c) Con la longitud de inserción que se determinó en la parte (b) calcule y elabore una gráfica del error de inmersión como función de la velocidad del aire para el intervalo de 2 a 20 m/s.

(d) Para una longitud de inserción dada, ¿el error de inmersión aumentará o descenderá si el diámetro del termómetro aumenta? ¿El error de inmersión es más sensible al diámetro o a la velocidad del aire?

7.61 Es posible medir velocidades de fluido con sensores de película caliente, y un diseño común es aquel en que el elemento sensible forma una película delgada alrededor de la circunferencia de una varilla de cuarzo. Se suministra potencia eléctrica a la película para mantener la temperatura de su superficie T_s a un valor constante.



La operación apropiada se efectuará con seguridad sólo si el calor generado en la película se transfiere al fluido, en lugar de conducirlo de la película a la varilla de cuarzo. Térmicamente, la película debe por tanto estar fuertemente acoplada a la varilla de cuarzo. Esta condición se satisface si el número de Biot es muy grande, $Bi = hD/2k \gg 1$, donde h es el coeficiente de convección entre el fluido y la película y k es la conductividad térmica de la varilla.

(a) Para los siguientes fluidos y velocidades, calcule y elabore una gráfica del coeficiente de convección como función de la velocidad: (i) agua, $0.5 \leq V \leq 5$ m/s; (ii) aire, $1 \leq V \leq 20$ m/s.

(b) Comente la viabilidad de usar este sensor de película caliente para las condiciones anteriores.

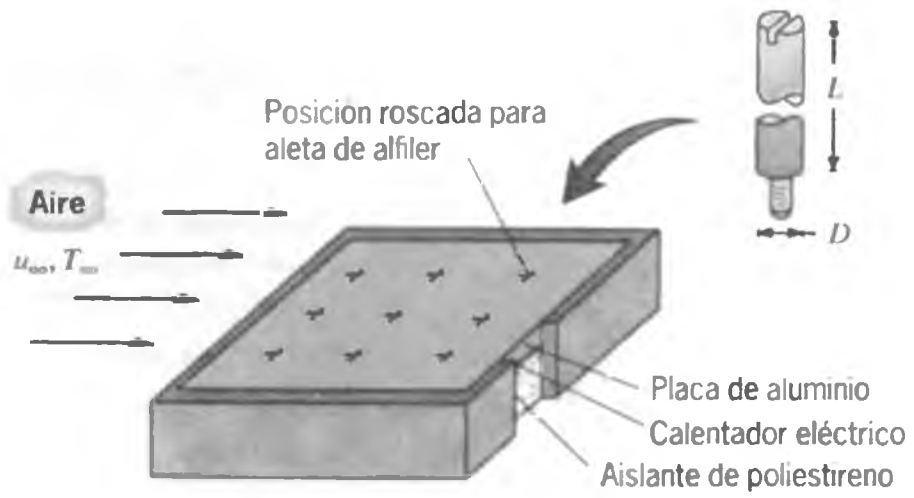
7.62 En un proceso de fabricación, una varilla larga recubierta de plástico ($\rho = 2200$ kg/m^3, $c = 800$ J/kg · K, $k = 1$ W/m · K) de diámetro $D = 20$ mm está inicialmente a una temperatura uniforme de 25°C y súbitamente se expone a un flujo cruzado de aire a $T_\infty = 350$°C y $V = 50$ m/s.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

(a) ¿Cuánto tiempo le tomará a la superficie de la varilla alcanzar 175°C, temperatura por arriba de la cual se curará el recubrimiento especial?

(b) Genere una gráfica del tiempo para alcanzar 175°C como función de la velocidad del aire para $5 \leq V \leq 50$ m/s.

7.63 El objetivo de un experimento llevado a cabo por nuestros estudiantes, es determinar el efecto de aletas de alfiler sobre la resistencia térmica entre una placa plana y un flujo de aire. Una placa cuadrada de 25.9 mm de aluminio pulido se sujeta a un flujo de aire paralelo a $T_\infty = 20°C$ y $u_\infty = 6$ m/s. Una pieza de calentamiento eléctrico se une al lado posterior de la placa y disipa 15.5 W en cualquier condición. Aletas de alfiler de diámetro $D = 4.8$ mm y longitud $L = 25.4$ mm se fabrican de bronce y se unen firmemente en varios lugares sobre la superficie. Se unen termopares a la superficie de la placa y a la punta de una de las aletas.



Se tabulan las temperaturas medidas para cinco configuraciones de aletas de alfiler.

	Temperatura (°C)	
Número de aletas de alfiler	**Aleta de alfiler**	**Base de la placa**
0	—	70.2
1	40.6	67.4
2	39.5	64.7
5	36.4	57.4
8	34.2	52.1

(a) Utilizando las observaciones experimentales y considerando insignificante el efecto de las interacciones de flujo entre aletas, determine la resistencia térmica entre la placa y el flujo de aire para las cinco configuraciones.

(b) Desarrolle un modelo del sistema placa-aleta de alfiler y, utilizando correlaciones de convección apropiadas, prediga las resistencias térmicas para las cinco configuraciones. Compare sus predicciones con las observaciones y explique cualesquiera diferencias.

(c) Use su modelo para predecir las resistencias térmicas cuando la velocidad del flujo de aire se duplique.

Esferas

7.64 Sobre una esfera de 20 mm de diámetro con una velocidad de 5 m/s fluye agua a 20°C. La superficie de la esfera está a 60°C. ¿Cuál es la fuerza de arrastre sobre la esfera? ¿Cuál es la transferencia de calor desde la esfera?

7.65 Sobre una esfera de 10 mm de diámetro con una velocidad de 25 m/s fluye aire a 25°C, mientras la superficie de la esfera se mantiene a 75°C.

(a) ¿Cuál es la fuerza de arrastre sobre la esfera?

(b) ¿Cuál es la transferencia de calor de la esfera?

(c) Genere una gráfica de la transferencia de calor de la esfera como función de la velocidad del aire para el intervalo de 1 a 25 m/s.

7.66 Sobre un bulbo incandescente de 50 W cuya temperatura superficial es 140°C fluye aire atmosférico a 25°C y a una velocidad de 0.5 m/s. El bulbo se aproxima como una esfera de 50 mm de diámetro. ¿Cuál es la velocidad de pérdida de calor por convección al aire?

7.67 Para fabricar perdigones de plomo, caen gotas de plomo fundido de una torre a través de aire frío en un tanque de agua. Se supone que el plomo se solidifica antes de golpear el agua. Considere que cada perdigón es una esfera de 3 mm de diámetro, que se mueve a la velocidad terminal (para la que la fuerza de arrastre es igual a la fuerza gravitacional) a lo largo del descenso. Para que los perdigones en el punto de fusión se conviertan del estado fundido al sólido en aire a 15°C, ¿cuál es la altura necesaria de la torre por arriba del tanque? El calor latente de fusión del plomo es 2.45×10^4 J/kg.

7.68 Se templan esferas de cobre de 20 mm de diámetro dejarlas caer en un tanque de agua que se mantiene a 280 K. Se supone que las esferas alcanzan la velocidad terminal al impacto y que caen libremente a través del agua. Estime la velocidad terminal igualando las fuerzas de arrastre y gravitacional que actúan sobre la esfera. ¿Cuál es la altura aproximada del tanque de agua que se necesita para enfriar las esferas desde una temperatura inicial de 360 K a una temperatura cercana a 320 K?

7.69 Para las condiciones del problema 7.68, ¿cuáles son la velocidad terminal y la altura del tanque si se utiliza aceite de motor, en lugar de agua, como fluido refrigerante?

7.70 Considere el proceso de recubrimiento con atomización de plasma del problema 5.23. Además de las condiciones que se establecen, se sabe que el chorro de plasma de argón tiene una velocidad media $V = 400$ m/s, mientras que la velocidad *inicial* de las partículas de alúmina inyectadas se aproxima como cero. La salida de la boquilla y el sustrato están separados por una distancia $L = 100$ mm, y las propiedades pertinentes del plasma de argón se aproximan como $k = 0.671$ W/m · K, $c_p = 1480$ J/kg · K, $\mu = 2.70 \times 10^{-4}$ kg/s · m, y $\nu = 5.6 \times 10^{-3}$ m²/s.

(a) Suponiendo que el movimiento de las partículas alineadas por el chorro de plasma están gobernadas por la ley de Stokes, derive expresiones para la velocidad de la partícula, $V_p(t)$, y su distancia de viaje desde la salida de la boquilla, $x_p(t)$, como función del tiempo, t, donde $t = 0$ corresponde a la inyección de la partícula. Evalúe el tiempo de vuelo que se requiere para que una partícula cruce la distancia de separación, $x_p = L$, y la velocidad V_p alcanzada en este tiempo.

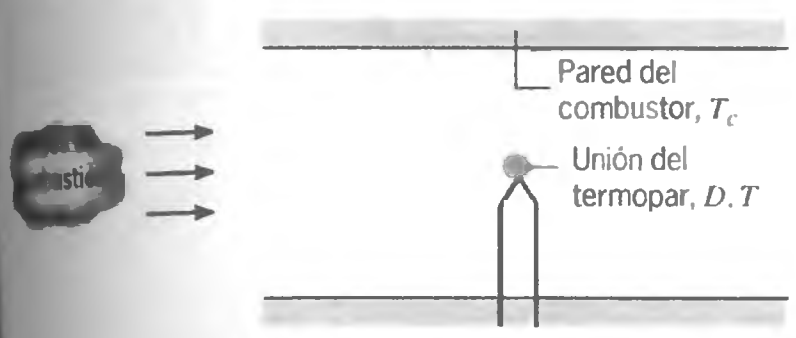
(b) Suponiendo una velocidad relativa promedio de $(V - Vp) = 315$ m/s durante el tiempo de vuelo, estime el coeficiente de convección asociado con la transferencia de calor del plasma a la partícula. Con este coeficiente y la suposición de una temperatura inicial de la partícula $T_i = 300$ K, estime el tiempo de vuelo que se requiere para calentar una partícula a su punto de fusión, T_{pf} y, una vez en T_{pf}, para que la partícula experimente una fusión completa. El valor establecido de L ¿es suficiente para asegurar la fusión completa de la partícula antes del impacto con la superficie?

7.71 Considere el proceso de fabricación del problema 5.56.

(a) Determine la velocidad del flujo de aire que se requiere para suspender las cuentas.

(b) Explicando la radiación con una emisividad del vidrio de $\varepsilon_g = 0.8$, determine el tiempo que se requiere para que las cuentas se enfríen de $T_i = 477°C$ a 80°C.

7.72 Una unión de termopar esférica de 1.0 mm de diámetro se inserta en una cámara de combustión para medir la temperatura T_∞ de los productos de combustión. Los gases calientes tienen una velocidad $V = 5$ m/s.



(a) Si el termopar está a una temperatura ambiente, T_i, cuando se inserta en la cámara, estime el tiempo que se requiere para que la diferencia de temperaturas, $T_\infty - T$, alcance 2% de la diferencia de temperaturas inicial, $T_\infty - T_i$. No tome en cuenta la radiación y convección a través de los conductores. Las propiedades de la unión del termopar se aproximan como $k = 100$ W/m · K, $c = 385$ J/kg · K, y $\rho = 8920$ kg/m³, mientras que las de los gases de combustión se aproximan como $k = 0.05$ W/m · K, $\nu = 50 \times 10^{-6}$ m²/s, y $Pr = 0.69$.

(b) Si la unión del termopar tiene una emisividad de 0.5 y las paredes enfriadas del combustor están a $T_c = 400$ K, ¿cuál es la temperatura de estado estable de la unión del termopar si los gases de combustión están a 1000 K? La conducción a través de los alambres conductores puede considerarse insignificante.

(c) Para determinar la influencia de la velocidad del gas sobre el error de medición del termopar, calcule la temperatura de estado estable de la unión del termopar para velocidades en el intervalo $1 \leq V \leq 25$ m/s. La emisividad de la unión se controla a través de la aplicación de un recubrimiento delgado. Para reducir el error de medición, ¿se debe aumentar o disminuir la emisividad? Para $V = 5$ m/s, calcule la temperatura de estado estable de la unión para emisividades en el intervalo $0.1 \leq \varepsilon \leq 1.0$.

7.73 Se inserta una unión de termopar en un tubo largo para medir la temperatura de los gases calientes que fluyen a través del tubo.



(a) Si la temperatura de la superficie del tubo T_s es menor que la temperatura del gas T_g, ¿el termopar experimentará una temperatura menor que, igual a, o mayor que T_g? Justifique su respuesta sobre la base de un análisis sencillo.

(b) Una unión de termopar en forma de una esfera de 2 mm de diámetro con una emisividad superficial de 0.60 se coloca en un chorro de gas que se mueve a 3 m/s. Si el termopar experimenta una temperatura de 320°C cuando la temperatura de la superficie del tubo es 175°C, ¿cuál es la temperatura real del gas? Se supone que el gas tiene las propiedades del aire a presión atmosférica.

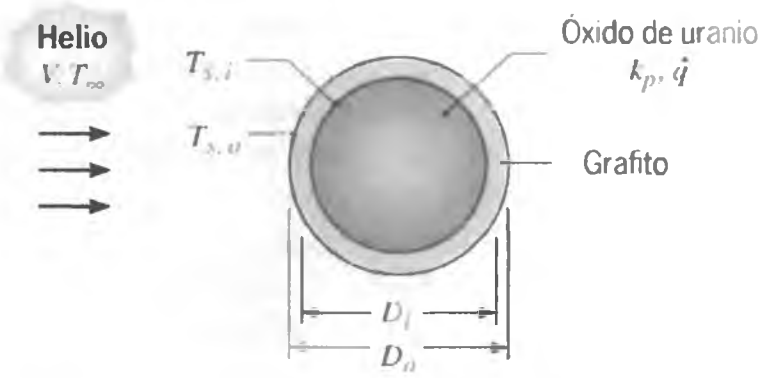
(c) ¿Cómo afectarían los cambios en velocidad y emisividad al error de medición de la temperatura? Determine el error de medición para velocidades

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

en el intervalo $1 \leq V \leq 25$ m/s ($\varepsilon = 0.6$) y para emisividades en el intervalo $0.1 \leq \varepsilon \leq 1.0$ ($V = 3$ m/s).

7.74 Considere mediciones de temperatura en un chorro de gas con el uso de la unión de termopar que se describe en el problema 7.73 ($D = 2$ mm, $\varepsilon = 0.60$). Si la velocidad y temperatura del gas son 3 m/s y 500°C, respectivamente, ¿qué temperatura indicará el termopar si la temperatura superficial del tubo es 200°C? Se supone que el gas tiene las propiedades del aire atmosférico. ¿Qué temperatura indicará el termopar si la presión del gas se duplica y si todas las demás condiciones permanecen iguales?

7.75 Un reactor de gas a alta temperatura (HTGR) consiste en elementos *esféricos* de combustible de óxido de uranio en los que hay un calentamiento volumétrico uniforme ($\dot{q}$). Cada elemento de combustible está empotrado en una capa esférica de grafito, que se enfría con un flujo de gas helio a 1 atm.



Considere condiciones de estado estable para las que los efectos de radiación se pueden considerar insignificantes, la velocidad y temperatura del gas son $V = 20$ m/s y $T_\infty = 500$ K, los diámetros de la bola y de la capa son $D_i = 10$ mm y $D_o = 12$ mm, y la temperatura de la superficie de la capa es $T_{s,o} = 1300$ K. El óxido de uranio y el grafito tienen, cada uno, conductividad térmica de $k_p = k_g = 2$ W/m · K.

(a) ¿Cuál es la trasferencia de calor de una sola bola al chorro de gas?

(b) ¿Cuál es la generación volumétrica de calor en la bola y cuál es la temperatura en la interfaz bola-grafito ($T_{s,i}$)?

(c) Obtenga una expresión para la distribución de temperatura radial, $T(r)$, en la bola, y exprese su resultado en términos de la temperatura en el centro de la bola, $T(0)$. Evalúe $T(0)$ para las condiciones que se establecen.

(d) Determine $T_{s,o}$, $T_{s,i}$ y $T(0)$ como función de la velocidad del gas para $5 \leq V \leq 20$ m/s y $\dot{q}^* = 1.50 \times 10^8$ W/m^3.

Bancos de tubos

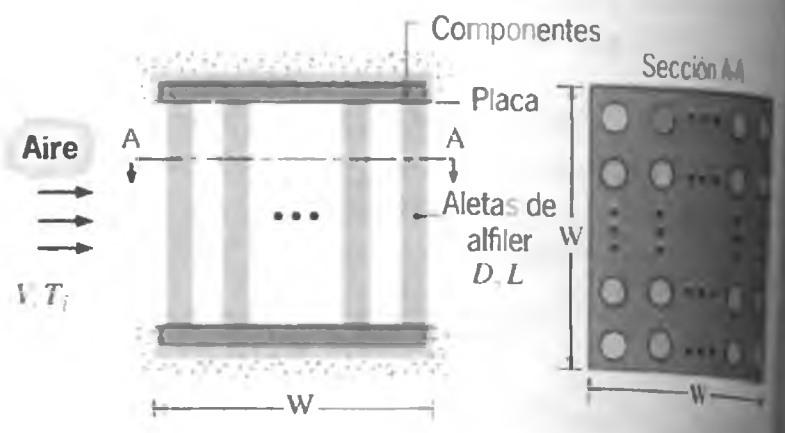
7.76 Repita el ejemplo 7.6 para un banco de tubos más compacto en el que los espaciados longitudinal y transversal son $S_L = S_T = 20.5$ mm. Todas las demás condiciones permanecen iguales.

7.77 Un precalentador implica el uso de vapor de condensación a 100°C en el interior de un banco de tubos para calentar el aire que entra a 1 atm y 25°C. El aire se mueve a 5 m/s en flujo cruzado sobre los tubos. Cada tubo tiene 1 m de longitud y diámetro exterior de 10 mm. El banco consiste en 196 tubos en un arreglo cuadrado para el que $S_T = S_L = 15$ mm. ¿Cuál es la transferencia total de calor al aire? ¿Cuál es la caída de presión asociada con el flujo de aire?

7.78 Un banco de tubos usa un arreglo alineado de tubos de 10 mm de diámetro con $S_T = S_L = 20$ mm. Hay 10 líneas de tubos con 50 tubos en cada línea. Considere una aplicación para la que fluye agua fría por los tubos, lo que mantiene la temperatura de la superficie exterior a 27°C, mientras que los gases de la combustión a 427°C y a velocidad de 5 m/s están en flujo cruzado sobre los tubos. Las propiedades de los gases de combustión se aproximan como los del aire atmosférico a 427°C. ¿Cuál es la transferencia total de calor por unidad de longitud de los tubos en el banco?

7.79 Un banco de tubos utiliza un arreglo alineado de tubos de 30 mm de diámetro con $S_T = S_L = 60$ mm y longitud de tubo de 1 m. Hay 10 líneas de tubos en la dirección del flujo ($N_L = 10$) y 7 tubos por línea ($N_T = 7$). Hay aire con condiciones de contraflujo a $T_\infty = 27$°C y $V = 15$ m/s en flujo cruzado sobre los tubos, mientras la temperatura de la pared de los tubos de 100°C se mantiene mediante condensación de vapor dentro de los mismos. Determine la temperatura del aire que sale del banco de tubos, la caída de presión a través del banco y el requerimiento de potencia del ventilador.

7.80 Los componentes eléctricos montados en cada una de dos placas isotérmicas se enfrían al hacer pasar aire atmosférico entre ellas, y se usa un arreglo en línea de aletas de alfiler de aluminio para aumentar la transferencia de calor al aire.



Las aletas son de diámetro $D = 2$ mm, longitud $L =$ 100 mm, y conductividad térmica $k = 240$ W/m · K. Los espaciados longitudinal y transversal son $S_L =$ $S_T =$ 4 mm, con un arreglo cuadrado de 625 aletas ($N_T =$

25) montadas en placas cuadradas que tienen cada una un ancho $W = 100$ mm por lado. En el arreglo de aletas entra aire a velocidad de 10 m/s y temperatura de 300 K.

(a) Evaluando las propiedades del aire a 300 K, estime el coeficiente promedio de convección para el arreglo de aletas de alfiler.

(b) Suponiendo un coeficiente de convección uniforme sobre todas las superficies de transferencia de calor (placas y aletas), use el resultado de la parte (a) para determinar la temperatura de salida del aire y la transferencia total de calor cuando las placas se mantienen a 350 K. *Sugerencia:* La temperatura de salida del aire está gobernada por una relación exponencial de la forma $[(T_s - T_o)/(T_s - T_i)] = \exp[-(hA_t\eta_0)/\dot{m} \cdot c_p]$, donde $\dot{m} = \rho VLN_TS_T$ es el flujo de masa del aire que pasa a través del arreglo. A_t es el área superficial total de transferencia de calor (placas y aletas) y η_0 es la eficiencia superficial global definida por la ecuación 3.102.

7.81 Considere el esquema de enfriamiento del chip del problema 3.117, pero con una pared superior aislada que se coloca en los extremos de las aletas para forzar el flujo de aire a través del arreglo de éstas. En el arreglo entra aire a 20°C con una velocidad V que se hace variar pero que no puede exceder 10 m/s debido a consideraciones de caída de presión. La geometría de las aletas de alfiler, que incluye el número de aletas en el arreglo cuadrado de $N \times N$, así como el diámetro D_p y longitud L_p de la aleta, también puede variar, obedeciendo a la restricción de que el producto ND_p no exceda 9 mm. Considerando insignificante la transferencia de calor a través de la tarjeta, evalúe el efecto de cambios en la velocidad del aire, y por ende de h_0, así como de la geometría de las aletas de alfiler, sobre la temperatura a la salida del aire y la transferencia de calor del chip, si siguen en efecto las condiciones restantes de los problemas 3.117 y 3.25, lo que incluye una temperatura máxima permisible del chip de 75°C. Recomiende las condiciones de diseño y operación para las que el enfriamiento del chip aumenta. *Sugerencia:* La temperatura de la salida del aire está gobernada por una relación de la forma $[(T_s - T_o)/(T_s - T_i)] = \exp[\times(h\,A_t\eta_0)/\dot{m}\,c_p]$, donde $\dot{m}$ es el flujo de masa del aire que pasa a través del arreglo. A_t es el área superficial total de transferencia de calor (chip y aletas), y η_0 es la eficiencia superficial global definida por la ecuación 3.102.

7.82 Un condensador de vapor enfriado por aire opera con aire en flujo cruzado sobre un arreglo cuadrado en línea de 400 tubos ($N_L = N_T = 20$), con un diámetro exterior del tubo de 20 mm y espaciados longitudinal y transversal $S_L = 60$ mm y $S_T = 30$ mm, respectivamente. Vapor saturado a una presión de 2.455 bar entra en los tubos, y se supone que se mantiene una temperatura uniforme de la superficie externa del tubo $T_s = 390$ K conforme ocurre la condensación dentro de los tubos.

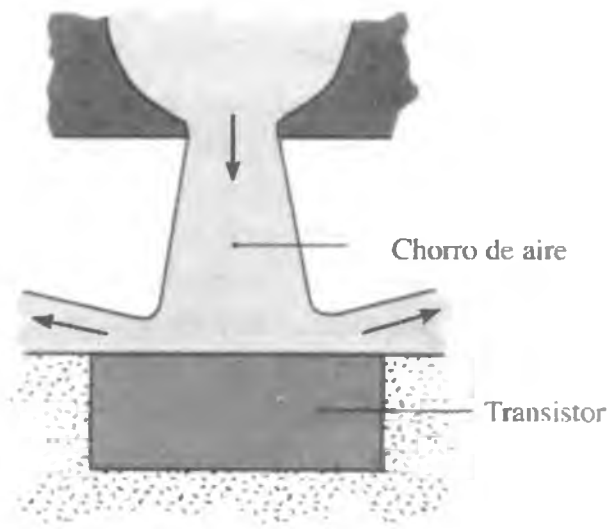
(a) Si la temperatura y velocidad del aire contracorriente del arreglo son $T_i = 300$ K y $V = 4$ m/s, ¿cuál es la temperatura T_o del aire que sale del arreglo? Como primera aproximación, evalúe las propiedades del aire a 300 K.

(b) Si los tubos son de 2 m de longitud, ¿cuál es la transferencia total de calor para el arreglo? ¿Cuál es la velocidad a la que se condensa vapor en kg/s?

(c) Evalúe el efecto de aumentar N_L por un factor de 2, mientras se reduce S_L a 30 mm. Para esta configuración, explore el efecto de los cambios en la velocidad del aire.

Chorros de choque

7.83 Un transistor circular de 10 mm de diámetro se enfría mediante el choque de un chorro de aire que sale de una boquilla redonda de 2 mm de diámetro con una velocidad de 20 m/s y a una temperatura de 15°C. La salida del chorro y la superficie expuesta del transistor están separadas por una distancia de 10 mm.



Si el transistor está bien aislado excepto en su superficie expuesta y la temperatura de la superficie no va a exceder 85°C, ¿cuál es la potencia máxima de operación permisible del transistor?

7.84 Una placa rectangular larga de acero inoxidable AISI 304 está inicialmente a 1200 K y se enfría mediante un arreglo de chorros de ranura (véase la figura 7.16). El ancho de la boquilla y el espaciado son $W = 10$ mm y $S = 100$ mm, respectivamente, y la separación boquilla-placa es $H = 200$ mm. El espesor y ancho de la placa son $t = 8$ mm y $L = 1$ m, respectivamente. Si el aire sale de la boquilla a una temperatura de 400 K y a una velocidad de 30 m/s, ¿cuál es la velocidad de enfriamiento inicial de la placa?

7.85 Se utiliza aire a 10 m/s y 15°C para enfriar una placa cuadrada de plástico moldeado caliente de 0.5 m por lado que tiene una temperatura superficial de 140°C.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

Para aumentar el rendimiento del proceso de producción, se propone enfriar la placa empleando un arreglo de boquillas de ranura con ancho y espaciado de 4 mm y 56 mm, respectivamente, y una separación de boquilla-placa de 40 mm. El aire sale de la boquilla a una temperatura de 15°C y una velocidad de 10 m/s.

(a) Determine la mejoría en la rapidez de enfriamiento que es posible lograr con el arreglo de boquillas de ranura en lugar de aire turbulado a 10 m/s y 15°C en flujo paralelo sobre la placa.

(b) ¿La transferencia de calor para ambos arreglos cambiaría significativamente si las velocidades del aire aumentaran por un factor de 2?

(c) ¿Cuál es el flujo de masa de aire que se requiere para el arreglo de boquillas de ranura?

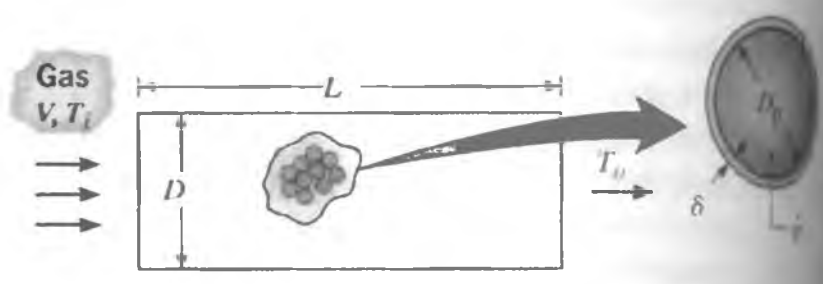
7.86 Considere el problema 7.85 en el que se demuestra el mejor desempeño del enfriamiento mediante un chorro de ranura comparado con el enfriamiento con flujo paralelo. Diseñe un arreglo de boquillas redondas óptimo usando la misma velocidad y temperatura del chorro de aire, 10 m/s y 15°C, respectivamente, y compare los requerimientos de velocidad de enfriamiento y de suministro de aire. Analice las características relevantes asociadas con cada uno de los tres métodos y seleccione uno para esta aplicación de enfriamiento de la parte plástica.

7.87 Considere el proceso de pulverización de plasma de los problemas 5.23 y 7.70. Para un diámetro de la salida de la boquilla $D = 10$ mm y un radio del sustrato $r = 25$ mm, *estime* la transferencia de calor por convección, q_{conv}, del plasma de argón al sustrato, si la temperatura del sustrato se mantiene a 300 K. La transferencia de energía al sustrato también está asociada con la liberación del calor latente, q_{lat}, que ocurre durante la solidificación de las gotas fundidas que impactan. Si el flujo de masa del choque de las gotas es $\dot{m}_p = 0.02$ kg/s · m^2, estime la velocidad de liberación de calor latente.

Lechos compactados

7.88 Se ha considerado el uso de sistemas de almacenamiento de energía térmica con pilas de rocas para aplicaciones de calor de energía solar y de procesos industriales. Un sistema particular implica un contenedor cilíndrico, de 2 m de longitud por 1 de diámetro, en el que se compactan rocas casi esféricas de 0.03 m de diámetro. El lecho tiene un espacio vacío de 0.42, y la densidad y calor específico de la roca son $\rho = 2300$ kg/m^3 y $c_p = 879$ J/kg · K, respectivamente. Considere condiciones para las que se suministra aire atmosférico a la pila de rocas a un flujo estable de 1 kg/s y una temperatura de 90°C. El aire fluye en la dirección axial a través del contenedor. Si la roca está a una temperatura de 25°C, ¿cuál es la transferencia total de calor del aire a la pila de rocas?

7.89 Un contenedor cilíndrico en un reactor de gas de alta temperatura tiene longitud $L = 300$ mm y diámetro $D = 100$ mm y encierra un lecho compactado de granos esféricos de combustible de óxido de uranio. Los granos, que tienen diámetro $D_p = 10$ mm, están cubiertos con una capa de grafito, que tiene un espesor uniforme $\delta = 1$ mm. El lecho compactado tiene una porosidad de $\varepsilon = 0.40$. Durante la operación estable se genera energía térmica a una razón volumétrica uniforme de 4×10^7 W/m^3 dentro del óxido de uranio, mientras entra helio al lecho a una velocidad $V = 3$ m/s y una temperatura $T_i = 400$ K.



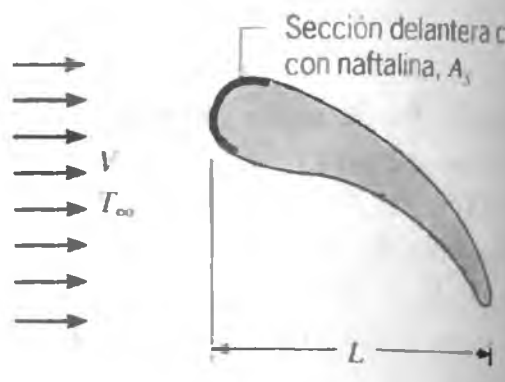
El óxido de uranio y el grafito tienen conductividad térmica de 2 W/m · K, mientras las propiedades del helio se supone que son $\rho = 0.089$ kg/m^3, $c_p = 5193$ J/kg · K, $k = 0.236$ W/m · K, $\mu = 3 \times 10^{-5}$ kg/s · m, y $Pr = 0.66$.

(a) Con el uso de un balance de energía de la forma $q = \dot{m}c_p(T_o - T_i)$, determine la temperatura media T_o del helio que sale del lecho compactado.

(b) ¿Cuál es la temperatura máxima del óxido de uranio?

Transferencia de calor y masa

7.90 Un álabe de una turbina de longitud $L = 250$ mm opera a 400 K en aire atmosférico a $T_\infty = 800$ K y $V = 100$ m/s. Para determinar el coeficiente promedio de transferencia de calor sobre una sección delantera de área $A_s = 0.05$ m^2, se llevó a cabo un experimento de transferencia de masa en el que se construyó un modelo geométricamente similar, de longitud característica equivalente, y la región delantera se cubrió con naftalina. Con temperaturas de aire atmosférico y del modelo a 300 K, la velocidad contracorriente se ajustó para proporcionar un número de Reynolds equivalente



El experimento se llevó a cabo en un periodo de 3 h, y se determinó que la pérdida de masa debida a la sublimación fue 0.056 kg. Suponiendo que una correlación de la forma $\overline{Nu}_L = C\overline{Re}_L^m Pr^{1/3}$ es apropiada, ¿cuál es el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección para la sección delantera? La naftalina tiene un peso molecular de 128.2 kg/kmol y una presión de vapor saturado de 1.308×10^{-4} bar a 300 K.

7.91 Considere la pérdida de masa de una placa plana mojada suave debido a convección forzada a presión atmosférica. La placa tiene 0.5 m de longitud y 3 m de ancho. Aire seco a 300 K y a una velocidad de flujo libre de 35 m/s fluye sobre la superficie, que también está a una temperatura de 300 K. Estime el coeficiente promedio de transferencia de masa $\bar{h}_m$ y determine la velocidad de pérdida de masa de vapor de agua (kg/s) de la placa.

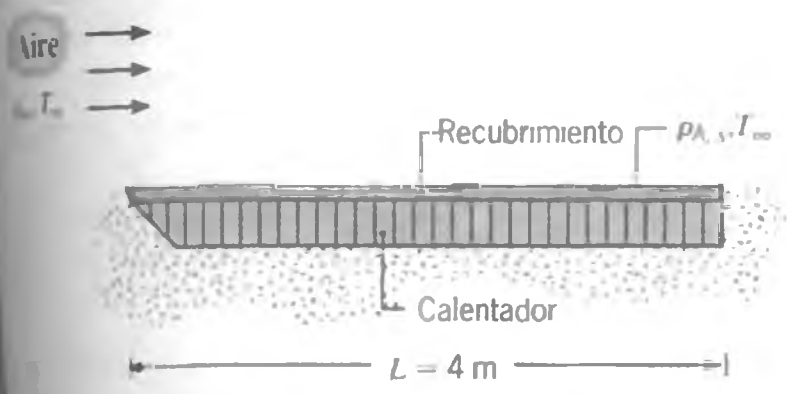
7.92 Considere aire atmosférico seco en flujo paralelo sobre una placa de 0.5 m de longitud cuya superficie está mojada. La velocidad del aire es 35 m/s, y el aire y el agua están a una temperatura de 300 K.

(a) Estime la velocidad de pérdida de calor y de evaporación por unidad de ancho de la placa, q' y n'_A, respectivamente.

(b) Suponiendo que la temperatura del aire permanece a 300 K, genere gráficas de q' y n'_A para un intervalo de temperaturas de agua de 300 a 350 K, con velocidades de aire de 10, 20 y 35 m/s.

(c) Para las velocidades y temperaturas del aire de la parte (b), determine las temperaturas del agua para las que la pérdida de calor será cero.

7.93 Una placa plana cubierta con una sustancia volátil (especie A) se expone a aire atmosférico seco en flujo paralelo con $T_\infty = 20°C$ y $u_\infty = 8$ m/s. La placa se mantiene a una temperatura constante de 134°C mediante un elemento de calentamiento eléctrico, y la sustancia se evapora de la superficie. La placa tiene de ancho 0.25 m (normal al plano del dibujo) y está bien aislada en la parte inferior.



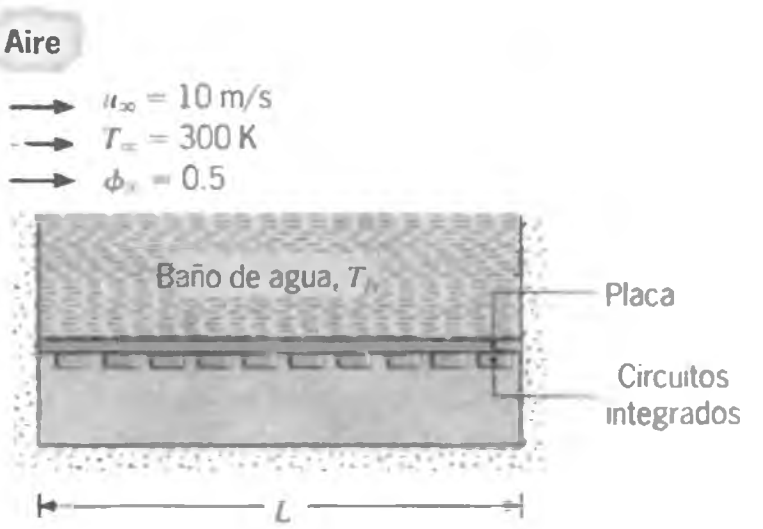
El peso molecular y el calor latente de vaporización de la especie A son $M_A = 150$ kg/kmol y $h_{fg} = 5.44 \times 10^5$ J/kg, respectivamente, y la difusividad de masa es $D_{AB} = 7.75 \times 10^{-7}$ m²/s. Si la presión de vapor saturado de la sustancia es 0.12 atm a 134°C, ¿cuál es la potencia eléctrica que se requiere para mantener condiciones de estado estable?

7.94 Aire seco a presión atmosférica y 350 K, con velocidad de flujo libre de 25 m/s, fluye sobre una placa porosa suave de 1 m de longitud.

(a) Suponga que la placa está saturada con agua líquida a 350 K, estime la masa de evaporación por unidad de ancho de la placa, n'_A(kg/s · m).

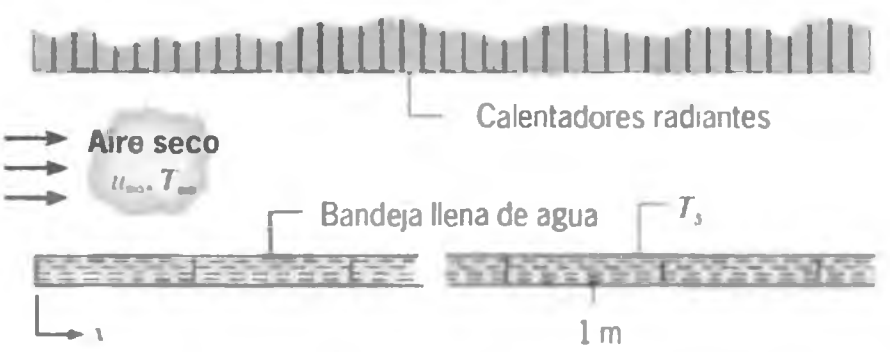
(b) Para temperaturas de aire y agua líquida de 300, 325, y 350 K, genere gráficas de n'_A como función de la velocidad para el intervalo de 1 a 25 m/s.

7.95 Un esquema para disipar calor de un arreglo de $N = 100$ circuitos integrados implica unir los circuitos a la parte inferior de una placa y exponer la parte superior de la placa a un baño de agua. El contenedor del agua tiene longitud $L = 100$ mm por lado y se expone a un flujo de aire en su superficie superior. El flujo se hace turbulento debido al borde sobresaliente de la pared lateral.



Si los lados y el fondo del contenedor están bien aislados de los alrededores y el calor se disipa de manera uniforme en cada circuito, ¿a qué rapidez se disipará el calor desde cada circuito cuando la temperatura del agua se mantiene a $T_b = 350$ K?

7.96 Una serie de bandejas llenas de agua cada una de 222 mm de longitud, experimenta un proceso de secado evaporativo. Aire seco a $T_\infty = 300$ K, fluye sobre las bandejas con una velocidad de 15 m/s, mientras unos calentadores radiantes mantienen la temperatura de la superficie a $T_s = 330$ K.



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

(a) ¿Cuál es el flujo evaporativo (kg/s · m²) a una distancia de 1 m del inicio del arreglo?

(b) ¿Cuál es la irradiación (W/m²) que se debe suministrar a la superficie de la bandeja en esta posición para mantener la temperatura del agua a 330 K?

(c) Suponga que la temperatura del agua es uniforme sobre la bandeja en esta posición, ¿cuál es la rapidez de evaporación (kg/s · m) de la bandeja por unidad de ancho de la misma?

(d) ¿Qué irradiación se debe aplicar a cada una de las primeras cuatro bandejas de modo que las rapideces de evaporación correspondientes sean idénticas a la que se encuentra en la parte (c)?

7.97 Considere el sistema físico del problema 7.96 (una serie de bandejas llenas de agua calentadas radiativamente), pero en condiciones de operación para las que cada bandeja tiene 0.25 m de longitud por 1 m de ancho y se irradia de manera uniforme, con $G = 10^4$ W/m². Continúa fluyendo aire seco a $T_\infty = 300$ K sobre las bandejas a una velocidad de 15 m/s.

(a) ¿Cuál es el flujo de pérdida de agua (kg/s) de la primera, tercera y cuarta bandejas?

(b) Estime la temperatura del agua en cada una de las bandejas señaladas.

7.98 El aparato que se describe en el problema 7.40 es usado por nuestros estudiantes para determinar de forma experimental coeficientes de transferencia de calor y de masa por convección, para confirmar la analogía calor-masa, y para comparar los resultados de las mediciones con las predicciones basadas en correlaciones estándar. La velocidad, V, del flujo de aire se mide con el uso de un anemómetro basado en un termistor, y su humedad relativa se determina por mediciones de las temperaturas de bulbo húmedo y seco, T_{bh} y T_{bs}, respectivamente. Se unen termopares a la *placa de prueba*, que se cubre con una lámina de papel mojado en los experimentos de transferencia de masa.

(a) *Coeficiente de transferencia de calor por convección.* Con el uso de los datos que se proporcionan en el problema 7.40, determine los coeficientes de transferencia de calor para las dos velocidades, suponiendo que la placa se comporta como un objeto espacial isotérmico. Evalúe los coeficientes C y m para una correlación de la forma $\overline{Nu}_L = CRe_L^m Pr^{1/3}$. Compare este resultado con una correlación estándar de placa plana. Comente la *bondad* de la comparación y dé razones para cualesquiera diferencias.

(b) *Coeficiente de transferencia de masa por convección.* Se usó una hoja de papel con agua saturada, 133 mm por lado, como superficie de prueba y su masa medida en dos tiempos diferentes, $m(t)$ y $m(t + \Delta t)$. Se usaron termopares para monitorear la temperatura del papel como función del tiempo, de la que se determinó la temperatura promedio, $\bar{T}_s$. Las temperaturas de bulbo húmedo y seco fueron $T_{bh} = 13°C$ y $T_{bs} = 27°C$, y los datos que se registraron para dos velocidades del flujo de aire son como sigue:

		Observaciones de la pérdida de masa de agua		
V (m/s)	$\bar{T}_s$(°C)	$m(t)$ (g)	$m(t + \Delta t)$ (g)	Δt (s)
3	15.3	55.62	54.45	475
9	16.0	55.60	54.50	240

Determine los coeficientes de transferencia de masa por convección para las dos condiciones de flujo. Evalúe los coeficientes C y m para una correlación de la forma $\overline{Sh}_L = CRe_L^m Sc^{1/3}$.

(c) Con el uso de la analogía calor-masa, compare los resultados experimentales entre ellos y con correlaciones estándar. Comente la *bondad* de la comparación y dé razones para cualesquiera diferencias.

7.99 Aire seco a 35°C y una velocidad de 20 m/s fluye sobre una placa mojada de longitud 500 mm y ancho 150 mm. Un calentador eléctrico empotrado suministra potencia para mantener la temperatura de la superficie de la placa a 20°C.

(a) ¿Cuál es la rapidez de evaporación (kg/h) del agua de la placa? ¿Qué potencia eléctrica se requiere para mantener condiciones de estado estable?

(b) Después de un periodo largo de operación, toda el agua se evapora de la placa y su superficie se seca. Para las mismas condiciones de flujo libre y potencia del calentador de la placa (a), estime la temperatura de la placa.

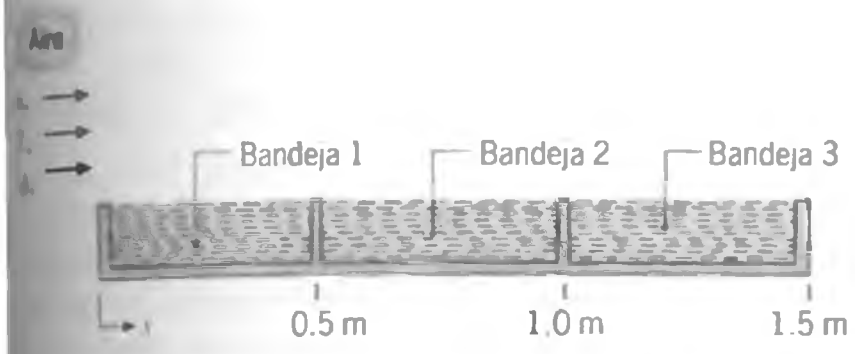
7.100 La esposa de un estudiante graduado, después de lavar una carga de pañales, los cuelga en un tendedero para que se sequen. Cada pañal tiene 1.0 m de longitud, 0.5 m de ancho, e inicialmente conserva 0.2 kg de agua. La humedad relativa es del 50%, la temperatura del ambiente es 27°C, hay una brisa suave de 0.5 m/s y el cielo está nublado. La esposa pregunta al estudiante cuándo estarán secos los pañales. ¿Cuál es la buena respuesta?

7.101 Una minifurgoneta que viaja a 90 km/h acaba de pasar por una zona de tormenta que le deja una película de agua de 0.1 mm de espesor en la parte superior de la furgoneta. Se puede suponer que esta parte es una placa plana de 6 m de longitud. Suponga condiciones isotérmicas a 27°C, humedad relativa del aire ambiente

del 80% y flujo turbulento sobre toda la superficie. ¿Qué posición en la parte superior de la furgoneta será la última en secarse? ¿Cuál es la rapidez de evaporación de agua por unidad de área (kg/s · m²) en la orilla posterior de la parte superior de la furgoneta?

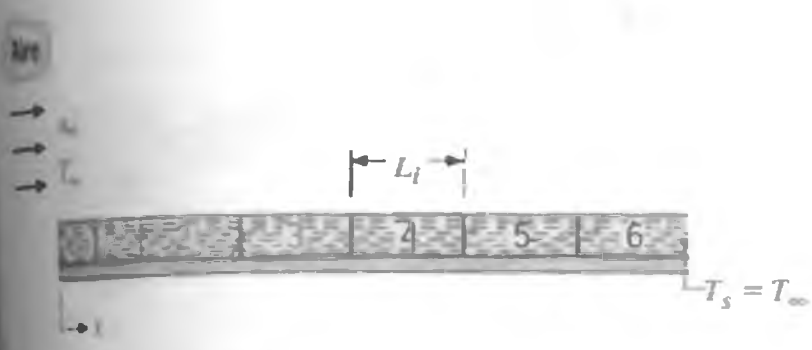
7.102 Benceno, un conocido cancerígeno, se derramó en el piso del laboratorio y se extendió una longitud de 2 m. Si se forma una película de 1 mm de profundidad, ¿cuánto tiempo tomará para que se evapore el benceno por completo? La ventilación en el laboratorio proporciona un flujo de aire paralelo a la superficie a 1 m/s, y el benceno y el aire están a 25°C. Se sabe que las densidades de masa del benceno en los estados saturados del vapor y del líquido son 0.417 y 900 kg/m³, respectivamente.

7.103 Aire atmosférico de 40% de humedad relativa y temperatura $T_\infty = 300$ K está en flujo paralelo sobre una serie de bandejas llenas de agua, con $u_\infty = 12$ m/s.



¿Cuál es la rapidez a la que se debe suministrar energía a cada una de las primeras tres bandejas para mantener el agua a 300 K?

7.104 Se utiliza un chorro de aire atmosférico para secar una serie de placas fotográficas que tienen cada una la longitud $L_l = 0.25$ m en la dirección del flujo de aire. El aire está seco y a una temperatura igual a la de las placas ($T_\infty = T_s = 50$°C). La velocidad de aire es $u_\infty = 9.1$ m/s.



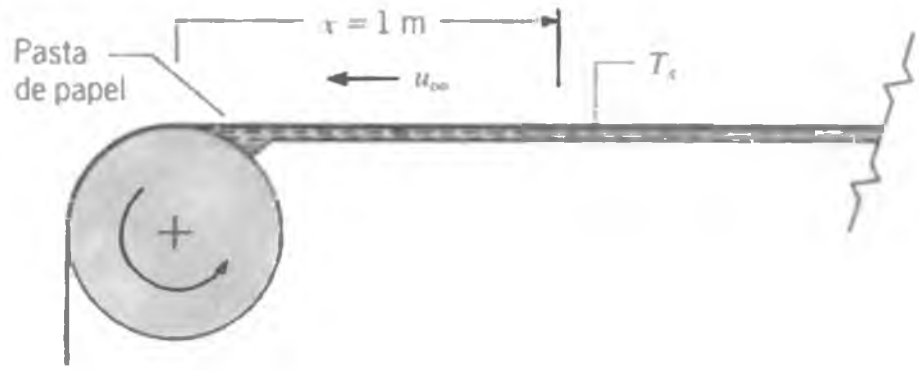
(a) Dibuje la variación del coeficiente local de transferencia de masa por convección $h_{m,x}$ con una distancia x desde el inicio del arreglo. Indique la naturaleza específica de la dependencia respecto de x.

(b) ¿Cuál de las placas se secará más rápido? Calcule la rapidez de secado por metro de ancho para esta placa (kg/s · m).

(c) ¿A qué velocidad se tendría que suministrar calor a la placa de secado más rápido para mantenerla a $T_s = 50$°C durante el proceso de secado?

7.105 Agua de enfriamiento de un condensador para una planta de potencia se almacena en un estanque de enfriamiento de 1000 m de longitud por 500 m de ancho. Sin embargo, debido a pérdidas evaporativas, es necesario agregar periódicamente agua de "repuesto" al estanque a fin de mantener un nivel adecuado de agua. Suponiendo condiciones isotérmicas a 27°C para el agua y el aire, que el aire en flujo libre está seco y se mueve a una velocidad de 2 m/s en la dirección de la longitud de 1000 m del estanque, y que la capa límite sobre la superficie del agua es en todos lados turbulenta, determine la cantidad de agua de repuesto que se debe agregar al estanque diariamente.

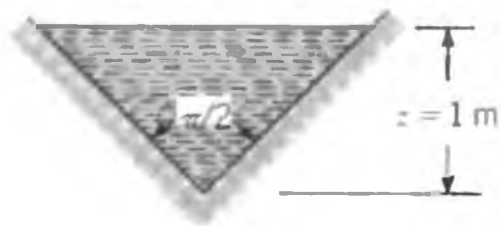
7.106 En un proceso de secado de una fábrica de papel, una hoja de pasta de papel (mezcla de agua y fibra) tiene una velocidad lineal de 5 m/s a medida que se enrolla. Calentadores radiantes mantienen una temperatura de la hoja $T_s = 330$ K, conforme ocurre la evaporación para el secado; hay aire ambiental a 300 K arriba y abajo de la hoja.



(a) ¿Cuál es el flujo evaporativo a una distancia $x = 1$ m desde el inicio del rollo? ¿Cuál es el valor correspondiente del flujo radiante (irradiación, G) que se debe suministrar a la hoja para mantener su temperatura a 330 K? La hoja tiene una absortividad de $\alpha = 1$.

(b) Para acelerar los procesos de secado y de producción de papel, la velocidad y temperatura de la tira aumentan a 10 m/s y 340 K, respectivamente. Para mantener una temperatura uniforme de la tira, la irradiación G debe variar con x a lo largo de la tira. Para $0 \leq x \leq 1$ m, calcule y dibuje las variaciones $h_{m,x}(x)$, $N_A''(x)$ y $G(x)$.

7.107 Un canal de sección transversal triangular, que tiene 25 m de longitud y 1 m de profundidad, se usa para el almacenamiento de agua.

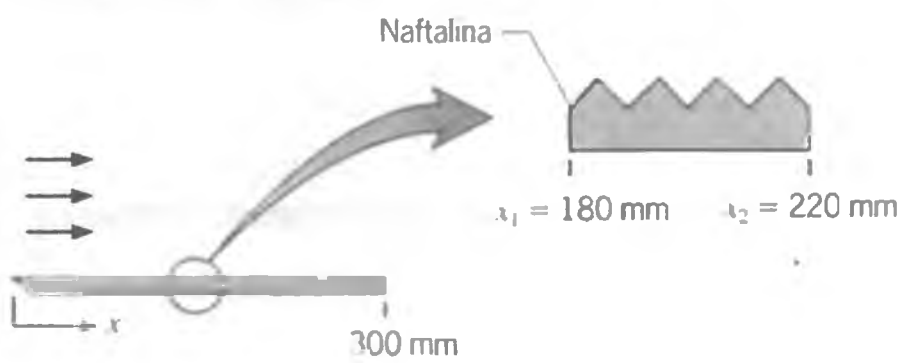


Tanto el agua como el aire de los alrededores están a una temperatura de 25°C, y la humedad relativa del aire es 50%.

(a) Si el aire se mueve a una velocidad de 5 m/s a lo largo del canal, ¿cuál es la velocidad de pérdida de agua debida a la evaporación de la superficie?

(b) Obtenga una expresión para la rapidez a la que la profundidad del agua disminuye con el tiempo debido a la evaporación. Para las condiciones anteriores, ¿cuánto tiempo tomará a toda el agua evaporarse?

7.108 Para determinar el coeficiente de transferencia de calor sobre una parte de una placa plana de 50 mm de ancho de acabado corrugado, se acondiciona una sección con una inserción de naftalina que tiene las propiedades $M = 128.16$ kg/kmol y $p_{sat}(300\ K) = 1.308 \times 10^{-4}$ bar. Se llevó a cabo un experimento en el que se determinó que la pérdida de masa debido a la sublimación de la inserción fue 1.10 g en un periodo de 3 h, para el que se mantuvo un flujo paralelo de aire atmosférico con $T_\infty = 300$ K y $u_\infty = 10$ m/s.



¿Cuál es el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección asociado con la inserción? Compare este resultado con el que se predijo al suponer un flujo turbulento y usar una correlación de placa plana convencional.

7.109 Se han llevado a cabo experimentos de transferencia sobre un cilindro de naftalina de 18.4 mm de diámetro y 88.9 mm de longitud, sujeto a un flujo cruzado de aire en un túnel de viento de baja velocidad. Después de la exposición por 39 minutos al flujo de aire a una temperatura de 26°C y una velocidad de 12 m/s, se determina que la masa del cilindro disminuyó 0.35 g. Se registró la presión barométrica a 750.6 mm de Hg. La presión de saturación p_{sat} del vapor de naftalina en equilibrio con naftalina sólida está dada por la relación $p_{sat} = p \times 10^E$, donde $E = 8.67 - (3766/T)$, con T(K) y p(bar) como la temperatura y presión del aire. La naftalina tiene un peso molecular de 128.16 kg/kmol.

(a) Determine el coeficiente de transferencia de masa por convección a partir de las observaciones experimentales.

(b) Compare este resultado con una estimación de una correlación apropiada para las condiciones de flujo establecidas.

7.110 Aire seco a 1 atm de presión y una velocidad de 15 m/s se humidificará al hacerlo pasar en flujo cruzado sobre un cilindro poroso de diámetro $D = 40$ mm saturado de agua.

(a) Suponiendo que el agua y el aire están a 300 K, calcule el flujo de masa de agua evaporada en condiciones de estado estable del medio cilíndrico por unidad de longitud.

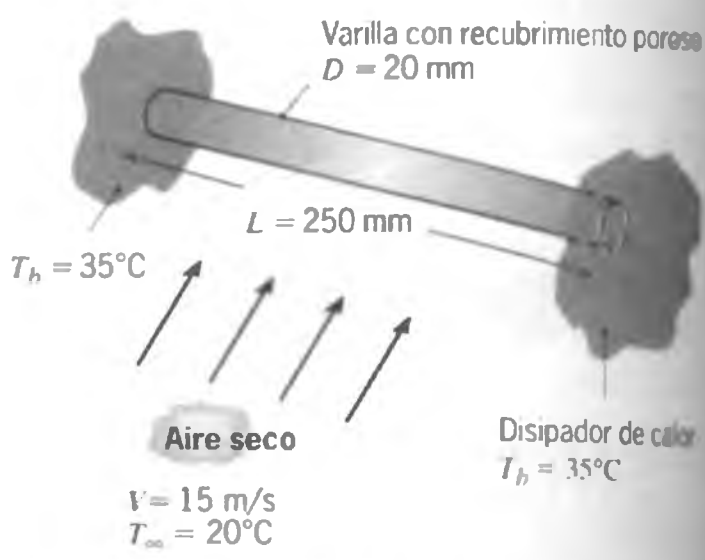
(b) ¿Cómo cambiará la rapidez de evaporación si el aire y agua se mantienen a una temperatura más alta? Genere una gráfica del intervalo de temperatura de 300 a 350 K para ilustrar el efecto de la temperatura sobre la rapidez de evaporación.

7.111 Sobre un cilindro largo de 20 mm de diámetro fluye aire seco a 35°C y a una velocidad de 15 m/s. El cilindro tiene un recubrimiento poroso delgado saturado de agua, y un calentador eléctrico empotrado suministra potencia para mantener la temperatura superficial del recubrimiento a 20°C.

(a) ¿Cuál es la rapidez de evaporación del agua del cilindro por unidad de longitud (kg/h · m)? ¿Qué potencia eléctrica por unidad de longitud del cilindro (W/m) se requiere para mantener condiciones de estado estable?

(b) Después de un periodo largo de operación, toda el agua se evapora del recubrimiento y su superficie queda seca. Para las mismas condiciones de flujo libre y potencia de calentador de la parte (a), estime la temperatura de la superficie.

7.112 Aire seco a 20°C y a velocidad de 15 m/s fluye sobre una varilla de 20 mm de diámetro cubierta con un recubrimiento poroso delgado saturado de agua. La varilla ($k = 175$ W/m · K) tiene 250 m de longitud y sus extremos están unidos a disipadores de calor que se mantienen a 35°C.



Lleve a cabo un análisis de diferencias finitas de estado estable del sistema varilla-recubrimiento poroso, considerando la conducción en la varilla así como la transferencia de energía de la superficie por transferencia de calor y de masa por convección. Use el análisis para estimar la temperatura a la mitad de la varilla y la rapidez de evaporación de la superficie. (*Sugerencia:*

10 nodos para representar la longitud media del sistema. Estime el coeficiente promedio global de transferencia de calor por convección basado en una temperatura promedio de película para el sistema, y use la analogía de transferencia de calor-masa para determinar el coeficiente promedio de transferencia de masa por convección. Valide su código usándolo para predecir una distribución de temperaturas que esté de acuerdo con la solución analítica para una aleta sin evaporación).

7.113 Aproxime la forma humana como un cilindro vertical desnudo de 0.3 m de diámetro y 1.75 m de longitud con una temperatura superficial de 30°C.

(a) Calcule la pérdida de calor en un viento de 10 m/s a 20°C.

(b) ¿Cuál es la pérdida de calor si la piel se cubre con una capa delgada de agua a 30°C y la humedad relativa del aire es 60%?

7.114 Se sugiere que la transferencia de calor de una superficie aumentará al mojarla con agua. Como ejemplo específico, considere un tubo horizontal que se expone a un chorro transversal de aire seco. Suponga que el tubo, que se mantiene a una temperatura $T_s > T_\infty$, está completamente mojado en el exterior con una película delgada de agua. Derive una ecuación para determinar la extensión del aumento de transferencia de calor debido al remojo. Evalúe el aumento para $V = 10$ m/s, $D = 10$ mm, $T_s = 320$ K, y $T_\infty = 300$ K.

7.115 En la primera etapa de un proceso de secado de papel, un cilindro de diámetro 0.15 m está cubierto con un papel empapado. La temperatura del papel se mantiene a 70°C mediante calentadores eléctricos empotrados. Sobre el cilindro fluye aire seco a una velocidad de 10 m/s y una temperatura de 20°C.

(a) Calcule la potencia eléctrica que se requiere y la rapidez de evaporación por unidad de longitud del cilindro, q' y n_A', respectivamente.

(b) Genere gráficas de q' y n_A' como función de la velocidad del aire seco para $5 \leq V \leq 20$ m/s y temperaturas del papel de 65, 70 y 75°C.

7.116 Se instalan termómetros cilíndricos de bulbo seco y de bulbo húmedo en un tubo de diámetro grande para obtener la temperatura T_∞ y la humedad relativa ϕ_∞ de aire húmedo que fluye a través del tubo a una velocidad V. El termómetro de bulbo seco tiene una superficie de níquel descubierto de diámetro D_{bs} y emisividad ε_g. El termómetro de bulbo húmedo está cubierto con una mecha delgada saturada con agua que fluye de forma continua por acción capilar desde un recipiente inferior. Su diámetro y emisividad se designan como D_{bh} y ε_w. La superficie interior del tubo está a una temperatura conocida T_w que es menor que T_∞. Desarrolle expresiones que sirvan para obtener T_∞ y ϕ_∞ a partir del conocimiento de las temperaturas de bulbo seco y de bulbo húmedo T_{bs} y T_{bh} y los parámetros anteriores. Determine T_∞ y ϕ_∞ cuando $T_{bs} = 45$°C, $T_{bh} = 25$°C, $T_s = 35$°C, $p = 1$ atm, $V = 5$ m/s, $D_{bs} = 3$ mm, $D_{bh} = 4$ mm, y $\varepsilon_g = \varepsilon_w = 0.95$. Como primera aproximación, evalúe las propiedades del bulbo seco y del húmedo a 45 y 25°C, respectivamente.

7.117 El problema de contaminación térmica se asocia con la descarga de agua caliente de una planta generadora de potencia eléctrica o de una fuente industrial a un cuerpo natural de agua. Métodos para aliviar este problema implican enfriar el agua caliente antes de permitir que ocurra la descarga. Dos de tales métodos, que implican torres de enfriamiento húmedo o tanques de rocío, dependen de la transferencia de calor del agua caliente en forma de gotas a la atmósfera circundante. Para entender los mecanismos que contribuyen a este enfriamiento considere una gota esférica de diámetro D y temperatura T, que se mueve a una velocidad V relativa al aire a una temperatura T_∞ y humedad relativa ϕ_∞. Los alrededores se caracterizan por la temperatura T_{alr}. Produzca expresiones para la evaporación de las gotas y las velocidades de enfriamiento. Calcule la rapidez de evaporación (kg/s) y la de enfriamiento (K/s) cuando $D = 3$ mm, $V = 7$ m/s, $T = 40$°C, $T_\infty = 25$°C, $T_{alr} = 15$°C, y $\phi_\infty = 0.60$. La emisividad del agua es $\varepsilon_w = 0.96$.

7.118 Una gota esférica de agua, de 0.5 mm de diámetro cae a una velocidad de 2.15 m/s a través de aire quieto seco a 1 atm de presión. Estime la rapidez instantánea de evaporación de la gota si la superficie de la misma está a 60°C y el aire está a 100°C.

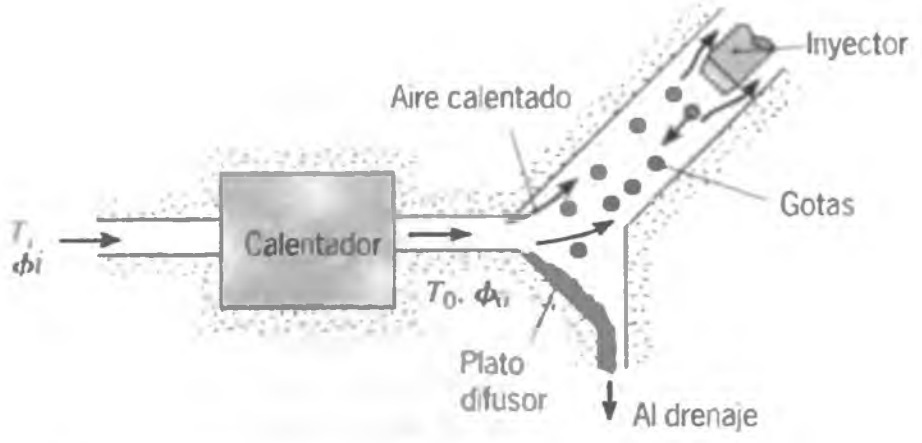
7.119 Una gota esférica de alcohol, de 0.5 mm de diámetro, cae libremente a través de aire en reposo a una velocidad de 1.8 m/s. La concentración de vapor de alcohol en la superficie de la gota es 0.0573 kg/m^3, y el coeficiente de difusión para alcohol en aire es 10^{-5} m/s. Considerando insignificante la radiación y suponiendo condiciones de estado estable, calcule la temperatura superficial de la gota si la temperatura del aire ambiente es 300 K. El calor latente de vaporización es 8.42×10^5 J/kg.

7.120 La humedad del aire se controla esparciendo un rocío de gotas de agua en un flujo de aire. Considere gotas de diámetro $D = 3$ mm en un flujo de aire para el que la velocidad relativa es 5 m/s. Si las temperaturas de la gota y del aire son 25 y 35°C, respectivamente, ¿cuál es la rapidez de evaporación de una sola gota?

7.121 En un sistema doméstico de humidificación de horno, se descargan gotas de agua de diámetro D en una dirección opuesta al movimiento del aire caliente que emerge del calentador. El aire se humidifica mediante la

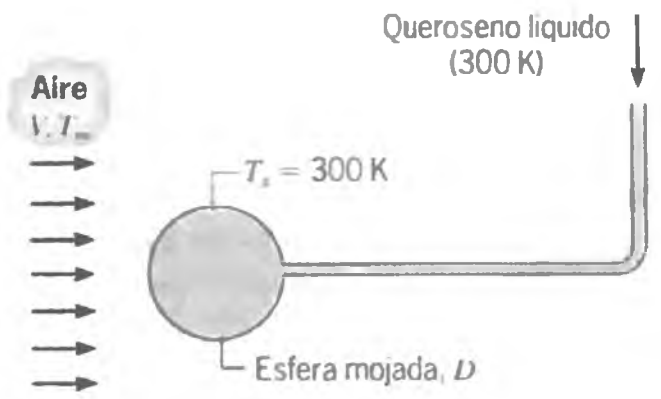
DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

evaporación de las gotas, y el exceso de agua se reúne en un *plato difusor*, del cual se dirige a un drenaje.



Considere condiciones para las que entra aire al calentador a una temperatura y humedad relativa de 17°C y 70%, respectivamente, y sale del calentador a una temperatura de 47°C. El diámetro de la gota es 1 mm y la velocidad relativa entre las gotas y el aire caliente es 15 m/s. Durante el tiempo de vuelo, el cambio en la temperatura de las gotas se puede considerar insignificante y se supone que la temperatura de las gotas permanece a 47°C. ¿Cuál es la velocidad de evaporación de una sola gota?

7.122 La evaporación de gotas de combustible líquido a menudo se estudia en el laboratorio mediante el uso de una técnica de esfera porosa en la que el combustible se suministra a un flujo suficiente para mantener una superficie completamente mojada en la esfera.



Considere el uso de queroseno a 300 K con una esfera porosa de 1 mm de diámetro. A esta temperatura el queroseno tiene una densidad de vapor saturado de 0.015 kg/m^3 y un calor latente de vaporización de 300 kJ/kg. La difusividad de masa para la mezcla vapor-aire es 10^{-5} m^2/s. Si fluye aire atmosférico seco a V = 15 m/s y T_∞ = 300 K sobre la esfera, ¿cuál es el flujo mínimo de masa al que se debe suministrar queroseno para mantener una superficie mojada? Para esta condición, ¿cuánto debe exceder realmente T_∞ a T_s, para mantener la superficie mojada a 300 K?

7.123 Considere un sistema de acondicionamiento de aire compuesto de un banco de tubos arreglado de forma normal al aire que fluye por un tubo a un flujo de masa de $\dot{m}_a$ (kg/s). Un fluido refrigerante que fluye a través de los tubos es capaz de mantener la temperatura superficial de éstos a un valor constante de $T_s < T_{a,i}$, donde $T_{a,i}$ es la temperatura de aire de entrada (a contracorriente del banco de tubos). Se ha sugerido que el enfriamiento del aire mejorará si se mantiene una película de agua uniforme, delgada, en la superficie externa de cada uno de los tubos.

(a) Suponiendo que la película de agua está a la temperatura T_s, desarrolle una expresión para la razón de la cantidad de enfriamiento que ocurre con la película. La cantidad de enfriamiento se define como $T_{a,i} - T_{a,o}$, donde $T_{a,o}$ es la temperatura del aire a la salida (corriente abajo del banco de tubos). El aire contracorriente se supone que está seco, y los potenciales de conducción para la transferencia de calor y de masa se aproximan como $(T_{a,i} - T_s)$ y $\rho_{A,sat}(T_s)$, respectivamente. *Nota:* La pérdida total de calor del aire se expresa como $q = \dot{m}_a c_p (T_{a,i} - T_{a,o})$. Estime el valor de esta razón bajo condiciones para las que $T_{a,i}$ = 35°C y T_s = 10°C.

(b) Considere un banco de tubos que tiene 5 líneas de profundidad, con 12 tubos en una línea. Cada tubo tiene 0.5 m de longitud, con un diámetro de 8 mm, y se usa un arreglo escalonado para el que S_T = S_L = 24 mm. Bajo condiciones para las que $\dot{m}_a$ = 0.5 kg/s, V = 3 m/s, $T_{a,i}$ = 35°C, y T_s = 10°C, ¿cuál es el valor de $T_{a,o}$ si los tubos están mojados? ¿Cuál es la humedad específica del aire que sale del banco de tubos?

7.124 En un proceso de secado de papel, el papel se mueve sobre una banda transportadora a 0.2 m/s, mientras es secado de un arreglo de chorros de ranura (figura 7.1) choca normal a su superficie. El ancho de la boquilla y el espaciado son W = 110 mm y S = 100 mm, respectivamente, y la separación boquilla-placa es de 200 mm. El papel mojado tiene un ancho L = 1 m y se mantiene a 300 K, mientras que el aire sale de las boquillas a una temperatura de 300 K y una velocidad de 20 m/s. En kg/s · m^2, ¿cuál es la rapidez de secado por unidad de área superficial del papel?

CAPÍTULO 8

Flujo interno



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolivar - Sede u... Litoral

Una vez adquiridos los medios para calcular la transferencia de calor para el flujo externo consideraremos ahora el problema de transferencia por convección para el *flujo interno*. Recuerde que un flujo externo es aquel en que se permite que la producción de una capa límite sobre una superficie continúe sin restricciones externas, como ocurre en la placa plana de la figura 6.6. En cambio, en un flujo interno, tal como el flujo en un tubo, el fluido está *confinado* por una superficie. Por tanto, la capa límite no puede producirse sin quedar finalmente restringida. La configuración de flujo interno representa una geometría conveniente para calentar y enfriar fluidos que se usan en tecnologías de procesamiento químico, control ambiental y conversión de energía.

Comenzamos por considerar los efectos (hidrodinámicos) de la velocidad que corresponden a los flujos internos y nos concentramos en ciertas características únicas del desarrollo de la capa límite. Luego se consideran los efectos de la capa límite térmica y se aplica un balance global de energía para determinar las variaciones de temperatura del fluido en la dirección del flujo. Finalmente, se presentan correlaciones para estimar el coeficiente de transferencia de calor por convección para una variedad de condiciones de flujo interno.

8.1 *Consideraciones hidrodinámicas*

Cuando se considera el flujo externo, es necesario preguntar sólo si este flujo es laminar o turbulento; sin embargo, en cuanto al flujo interno también nos debemos preocupar por la existencia de las regiones *de entrada* y *completamente desarrollada*.

8.1.1 Condiciones de flujo

Considere flujo laminar en un tubo circular de radio r_o (figura 8.1), donde el fluido entra al tubo con velocidad uniforme. Sabemos que cuando el fluido hace contacto con la superficie, los efectos viscosos se vuelven importantes y se produce una capa límite al aumentar x. Este desarrollo ocurre a expensas de una región de flujo no viscoso que se contrae y concluye con la unión de la capa límite en la línea central. Después de esta unión, los efectos viscosos se extienden sobre toda la sección transversal y el perfil de velocidad ya no cambia al aumentar x. Se dice entonces que el flujo está *completamente*

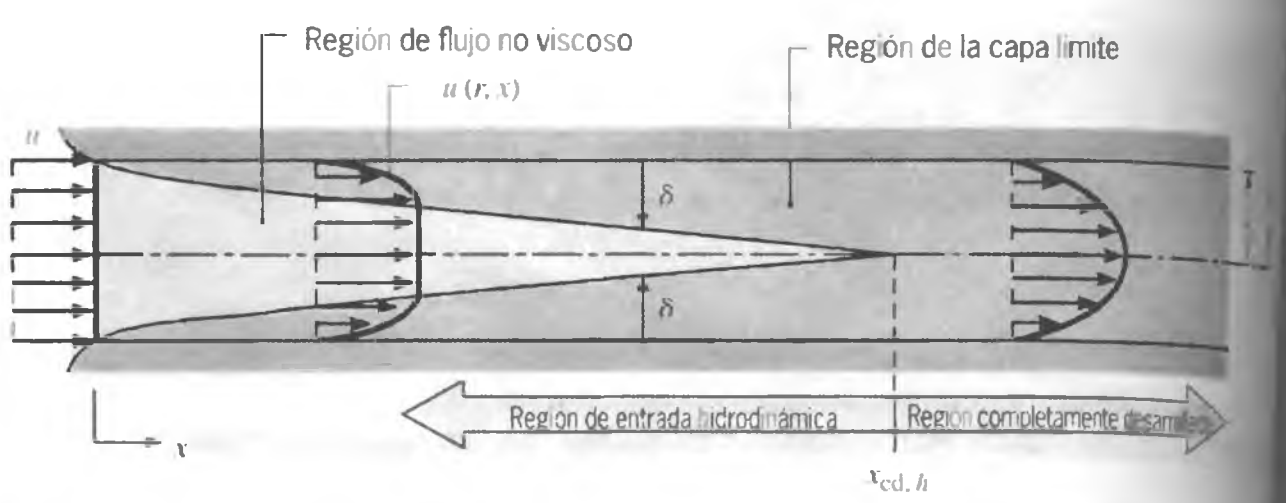


FIGURA 8.1 Desarrollo de la capa límite hidrodinámica laminar en un tubo circular.

te desarrollado, y a la distancia desde la entrada hasta el movimiento en que esta condición se alcanza se le denomina *longitud hidrodinámica de entrada*, $x_{cd,\,h}$. Como se muestra en la figura 8.1, el *perfil de velocidad completamente desarrollado* es parabólico para el flujo laminar en un tubo circular. En el caso de flujo turbulento, el perfil es *más plano* debido a la mezcla turbulenta en la dirección radial.

Cuando se trata con flujos internos, es importante conocer la extensión de la región de entrada, que depende de si el flujo es laminar o turbulento. El número de Reynolds para el flujo en un tubo circular se define como

$$Re_D \equiv \frac{\rho u_m D}{\mu} \tag{8.1}$$

donde u_m es la velocidad media del fluido sobre la sección transversal del tubo y D es el diámetro del tubo. En un flujo completamente desarrollado, el número de Reynolds crítico que corresponde al *inicio* de la turbulencia es

$$Re_{D,c} \approx 2300 \tag{8.2}$$

aunque son necesarios números de Reynolds mucho mayores ($Re_D \approx 10{,}000$) para alcanzar condiciones completamente turbulentas. Es probable que la transición a la turbulencia comience con el inicio de la capa límite de la región de entrada.

Para flujo laminar ($Re_D \lesssim 2300$), la longitud hidrodinámica de entrada se puede obtener a partir de una expresión de la forma [1]

$$\left(\frac{x_{cd,\,h}}{D}\right)_{lam} \approx 0.05 Re_D \tag{8.3}$$

Esta expresión se basa en la suposición de que el fluido entra al tubo desde una boquilla redonda convergente y por ello se caracteriza mediante un perfil de velocidad casi uniforme en la entrada (figura 8.1). Aunque no hay una expresión general satisfactoria para la longitud de entrada en flujo turbulento, sabemos que ésta es aproximadamente independiente del número de Reynolds y que, como primera aproximación [2],

$$10 \lesssim \left(\frac{x_{cd,\,h}}{D}\right)_{turb} \lesssim 60 \tag{8.4}$$

Para los propósitos de este texto, supondremos un flujo turbulento completamente desarrollado para $(x/D) > 10$.

8.1.2 Velocidad media

Como la velocidad varía sobre la sección transversal y no hay un flujo libre bien definido, es necesario trabajar con una velocidad media u_m cuando se trata con flujos internos. Esta velocidad se define de modo que, cuando se multiplica por la densidad de fluido ρ y por el área de la sección transversal del tubo A_c, proporciona el flujo de masa a través del tubo. De aquí

$$\dot{m} = \rho u_m A_c \tag{8.5}$$

Para un flujo incompresible estable en un tubo de área transversal uniforme, $\dot{m}$ y u_m son constantes independientes de x. De las ecuaciones 8.1 y 8.5 es evidente que, para el flu-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

jo en un *tubo circular* ($A_c = \pi D^2/4$), el número de Reynolds se reduce a

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D\mu} \tag{8.6}$$

Dado que el flujo de masa también se puede expresar como la integral del flujo de masa (ρu) sobre la sección transversal

$$\dot{m} = \int_{A_c} \rho u(r, x)\, dA_c \tag{8.7}$$

se sigue que, para un flujo *incompresible* en un tubo *circular*,

$$u_m = \frac{\int_{A_c} \rho u(r, x)\, dA_c}{\rho A_c} = \frac{2\pi\rho}{\rho\pi r_o^2}\int_0^{r_o} u(r, x) r\, dr = \frac{2}{r_o^2}\int_0^{r_o} u(r, x) r\, dr \tag{8.8}$$

La expresión anterior se puede usar para determinar u_m en cualquier posición axial a partir del conocimiento del perfil de velocidad $u(r)$ en esa posición.

8.13 Perfil de velocidad en la región completamente desarrollada

La forma del perfil de velocidad se puede determinar sin dificultad tratándose del flujo *laminar* de un *fluido incompresible de propiedades constantes* en la *región completamente desarrollada* de un *tubo circular*. Una característica importante de las condiciones hidrodinámicas en la región completamente desarrollada es que la componente radial de la velocidad v y el gradiente de la componente axial de la velocidad ($\partial u/\partial x$) son cero en todas partes.

$$v = 0 \qquad \text{y} \qquad \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = 0 \tag{8.9}$$

En consecuencia, la componente axial de la velocidad depende sólo de r, $u(x, r) = u(r)$.

La dependencia radial de la velocidad axial se puede obtener al resolver la forma apropiada de la ecuación del momento en x. Esta forma se determina al reconocer primero que, para las condiciones de la ecuación 8.9, el flujo neto de momento es cero en cualquier lugar de la región completamente desarrollada. De aquí, el requerimiento de conservación del momento se reduce a un simple balance entre las fuerzas cortante y de presión en el flujo. Para el elemento diferencial anular de la figura 8.2, este balance de fuerza se puede expresar como

$$\tau_r(2\pi r\, dx) - \left\{\tau_r(2\pi r\, dx) + \frac{d}{dr}[\tau_r(2\pi r\, dx)]\, dr\right\}$$
$$+ p(2\pi r\, dr) - \left\{p(2\pi r\, dr) + \frac{d}{dx}[p(2\pi r\, dr)]\, dx\right\} = 0$$

que se reduce a

$$-\frac{d}{dr}(r\tau_r) = r\frac{dp}{dx} \tag{8.10}$$

Con $y = r_o - r$, la ley de la viscosidad de Newton, ecuación 6.53, toma la forma

$$\tau_r = -\mu\frac{du}{dr} \tag{8.11}$$

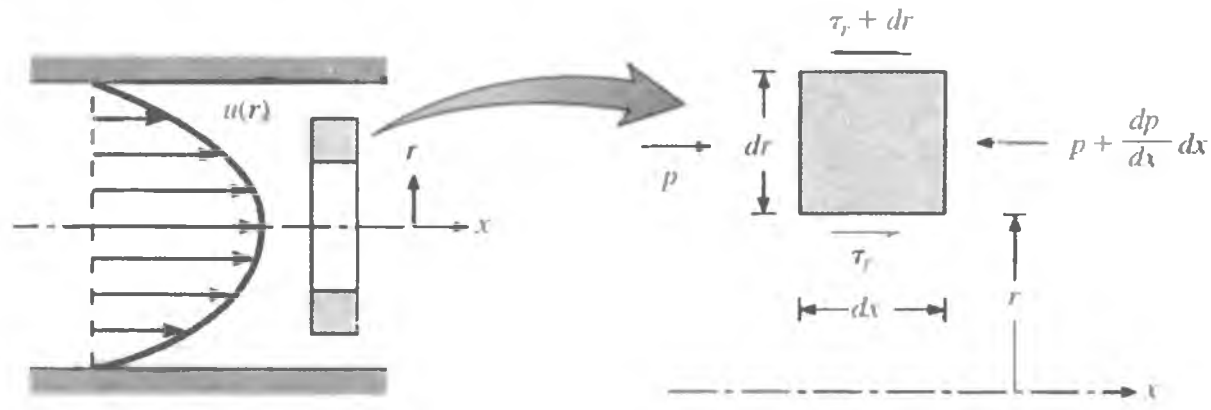


FIGURA 8.2 Balance de fuerzas sobre un elemento diferencial para el flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular.

y la ecuación 8.10 se convierte en

$$\frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) = \frac{dp}{dx}$$

Como el gradiente de presión axial es independiente de r, la ecuación 8.12 se puede resolver al integrar dos veces para obtener

$$r\frac{du}{dr} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right)\frac{r^2}{2} + C_1$$

y

$$u(r) = \frac{1}{\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right)\frac{r^2}{4} + C_1 \ln r + C_2$$

Las constantes de integración se pueden determinar al recurrir a las condiciones de frontera

$$u(r_o) = 0 \qquad \text{y} \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=0} = 0$$

que, respectivamente, imponen los requerimientos de deslizamiento cero en la superficie del tubo y de simetría radial alrededor de la línea central. Es sencillo evaluar las constantes, y se sigue que

$$u(r) = -\frac{1}{4\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right)r_o^2\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] \tag{8.13}$$

De aquí, se observa que el perfil de velocidad completamente desarrollado es *parabólico*. Nótese que el gradiente de presión siempre debe ser negativo.

El resultado anterior se puede usar para determinar la velocidad media del flujo. Al sustituir la ecuación 8.13 en la ecuación 8.8 e integrar, obtenemos

$$u_m = -\frac{r_o^2}{8\mu}\frac{dp}{dx} \tag{8.14}$$

La sustitución de este resultado en la ecuación 8.13, da el perfil de velocidad

$$\frac{u(r)}{u_m} = 2\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] \tag{8.15}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar · Sede

Como u_m se puede calcular del conocimiento del flujo de masa, la ecuación se puede usar para determinar el gradiente de presión.

8.1.4 Gradiente de presión y factor de fricción en un flujo completamente desarrollado

El ingeniero a menudo se interesa en la caída de presión necesaria para sostener un flujo interno puesto que este parámetro determina los requerimientos de potencia de bombeo o de ventilación. Para determinar la caída de presión, es conveniente trabajar con el *factor de fricción de Moody* (o de Darcy), el cual es un parámetro adimensional que se define como

$$f \equiv \frac{-(dp/dx)D}{\rho u_m^2/2} \tag{8.16}$$

Esta cantidad no se debe confundir con el *coeficiente de fricción*, algunas veces denominado factor de fricción de Fanning, que se define como

$$C_f \equiv \frac{\tau_s}{\rho u_m^2/2} \tag{8.17}$$

Como $\tau_s = -\mu\,(du/dr)_{r=r_o}$, se sigue de la ecuación 8.13 que

$$C_f = \frac{f}{4} \tag{8.18}$$

Al sustituir las ecuaciones 8.1 y 8.14 por 8.16, se sigue que, para un flujo laminar completamente desarrollado,

$$f = \frac{64}{Re_D} \tag{8.19}$$

En cuanto a un flujo turbulento completamente desarrollado, el análisis es mucho más complicado, y debemos depender finalmente de resultados experimentales. En el *diagrama de Moody* de la figura 8.3, se presentan factores de fricción para un amplio intervalo del número de Reynolds. Además de la dependencia con respecto al número de Reynolds, el factor de fricción es una función de la condición de la superficie del tubo. Es un mínimo para superficies *suaves* y se incrementa al aumentar la rugosidad de la superficie, e. Las correlaciones que se aproximan de modo razonable a la condición de superficie suave son de la forma

$$f = 0.316Re_D^{-1/4} \qquad Re_D \leq 2 \times 10^4 \tag{8.20}$$

$$f = 0.184Re_D^{-1/5} \qquad Re_D \geq 2 \times 10^4 \tag{8.21}$$

De manera alternativa, Petukhov [4] desarrolló una correlación única que abarca un intervalo grande de números de Reynolds y es de la forma

$$f = (0.790 \ln Re_D - 1.64)^{-2} \qquad 3000 \leq Re_D \leq 5 \times 10^6 \tag{8.22}$$

Advierta que f, y por ello dp/dx, es una constante en la región completamente desarrollada. De la ecuación 8.16 la caída de presión $\Delta p = p_1 - p_2$, asociada con el flujo completamente desarrollado desde la posición axial x_1 a x_2, se puede expresar como

$$\Delta p = -\int_{p_1}^{p_2} dp = f\frac{\rho u_m^2}{2D}\int_{x_1}^{x_2} dx = f\frac{\rho u_m^2}{2D}(x_2 - x_1) \tag{8.23}$$

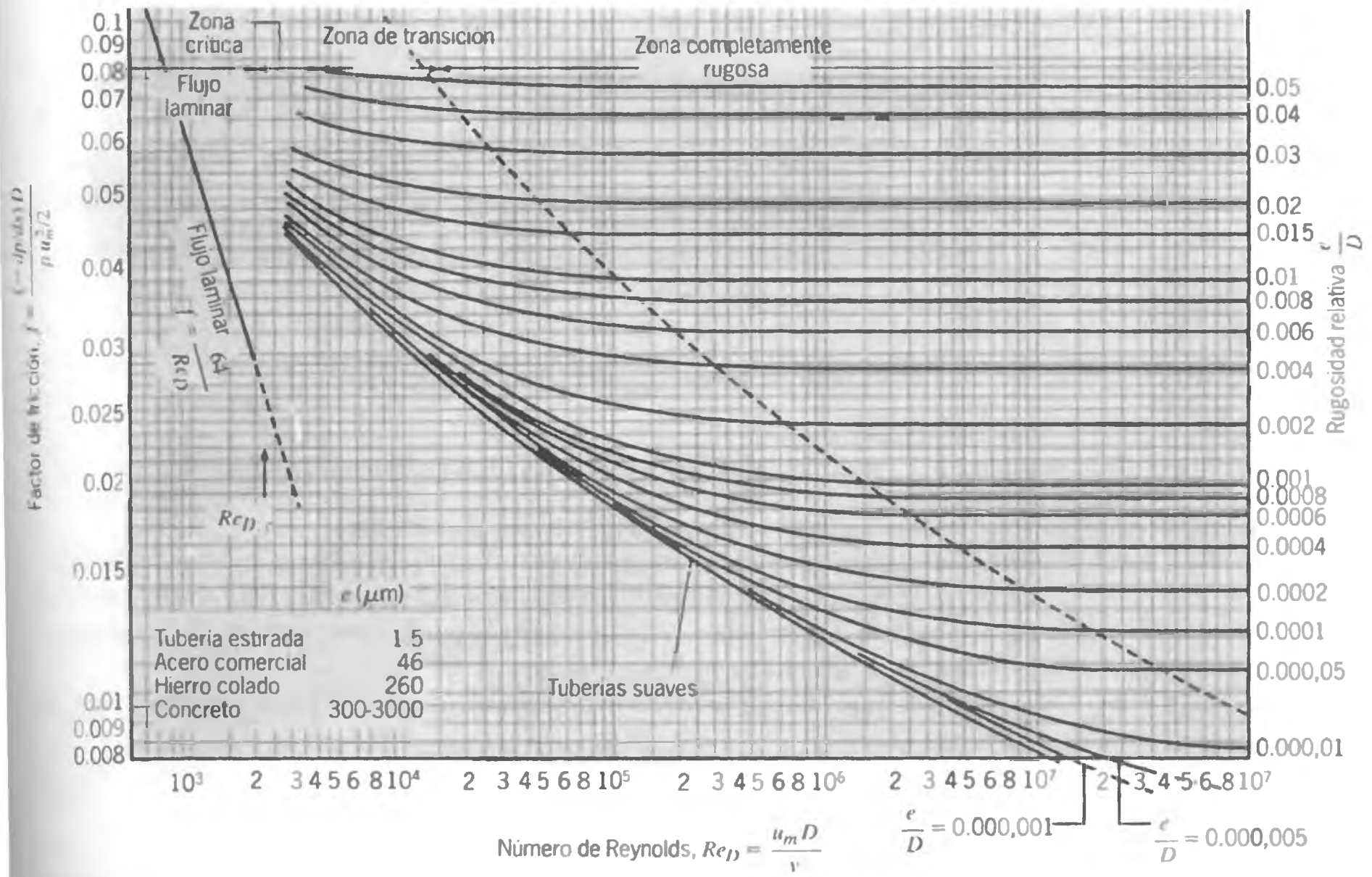


FIGURA 8.3 Factor de fricción para flujo completamente desarrollado en un tubo circular [3]. Gráfica usada con permiso.

donde f se obtiene de la figura 8.3 o de la ecuación 8.19 para flujo laminar y de la ecuación 8.20 u 8.21 para flujo turbulento en tubos suaves. La potencia (W) que se requiere para vencer la resistencia al flujo asociado con esta caída de presión se puede expresar como

$$P = (\Delta p)\dot{\forall} \tag{8.22b}$$

donde el flujo volumétrico $\dot{\forall}$ se puede, a su vez, expresar como $\dot{\forall} = \dot{m}/\rho$ para un fluido incompresible.

8.2 *Consideraciones térmicas*

Después de revisar la mecánica de fluidos con respecto al flujo interno, consideramos ahora los efectos térmicos. Si entra fluido al tubo de la figura 8.4 a una temperatura uniforme $T(r, 0)$ que es menor que la temperatura de la superficie, ocurre la transferencia de calor por convección y se comienza a producir una *capa límite térmica*. Además, si la condición de la *superficie* del tubo se fija mediante la imposición de una temperatura uniforme (T_s es constante) o un flujo de calor uniforme (q''_s es constante), finalmente se alcanza una *condición térmica completamente desarrollada*. La forma del

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

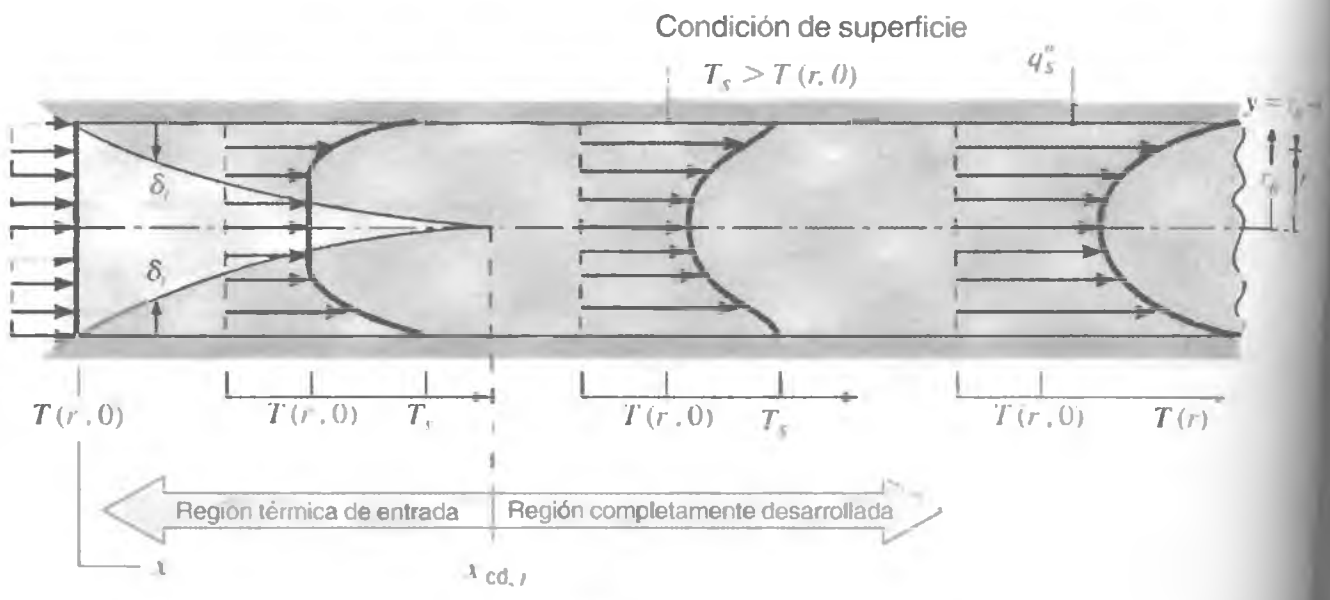


FIGURA 8.4 Desarrollo de la capa límite térmica en un tubo circular calentado.

perfil de temperatura completamente desarrollada $T(r, x)$ difiere según se mantenga una temperatura superficial uniforme o un flujo de calor constante. Para ambas condiciones de la superficie, sin embargo, la cantidad por la que las temperaturas del fluido exceden la temperatura de entrada aumenta al aumentar x.

Para el flujo laminar la *longitud de entrada térmica* se puede expresar como

$$\left(\frac{x_{cd,\,h}}{D}\right)_{lam} \approx 0.05 Re_D Pr \tag{8.}$$

Al comparar las ecuaciones 8.3 y 8.23, es evidente que, si $Pr > 1$, la capa límite hidrodinámica se desarrolla más rápido que la capa límite térmica ($x_{cd,\,h} < x_{cd,\,t}$), mientras que lo inverso es cierto para $Pr < 1$. Para fluidos con números de Prandtl extremadamente grandes, como los aceites ($Pr \gtrsim 100$), $x_{cd,\,h}$ es mucho más pequeña que $x_{cd,\,t}$ y es razonable suponer un perfil de velocidad completamente desarrollado a lo largo de la región térmica de entrada. En cambio, para flujo turbulento, las condiciones son casi independientes del número de Prandtl, y como primera aproximación supondremos $(x_{cd,\,t}/D) = 10$.

Las condiciones térmicas en la región completamente desarrollada se identifican por diversas características importantes y útiles. Sin embargo, antes de analizar estas peculiaridades (sección 8.2.3) es necesario anticipar el concepto de temperatura media y la forma apropiada de la ley de enfriamiento de Newton.

8.2.1 Temperatura media

Así como la ausencia de una velocidad de flujo libre requiere el uso de una velocidad media para describir un flujo interno, la ausencia de una temperatura fija de flujo libre necesita una temperatura media. La *temperatura media* (o *global*) del fluido en una sección transversal dada se define en términos de la energía *térmica* transportada por el fluido conforme pasa por la sección transversal. La velocidad a la que ocurre este desplazamiento, $\dot{E}_t$, se puede obtener al integrar el producto del flujo de masa (ρu) y la energía interna por unidad de masa ($c_v T$) sobre la sección transversal. Es decir,

$$\dot{E}_t = \int_{A_c} \rho u c_v T \, dA_c \tag{8.}$$

De aquí, si se define una temperatura media de forma que

$$\dot{E}_t \equiv \dot{m} c_v T_m \tag{8.25}$$

obtenemos

$$T_m = \frac{\int_{A_c} \rho u c_v T \, dA_c}{\dot{m} c_v} \tag{8.26}$$

Para *flujo incompresible* en un *tubo circular* con c_v constante, se sigue de las ecuaciones 8.5 y 8.26 que

$$T_m = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} uTr \, dr \tag{8.27}$$

Es importante advertir que, cuando se multiplica por el flujo de masa y el calor específico, T_m proporciona la rapidez a la que se transporta la energía térmica con el fluido a medida que se mueve a lo largo del tubo.

8.2.2 Ley de enfriamiento de Newton

La temperatura media T_m es una temperatura de referencia conveniente para flujos internos, que desempeña una función muy similar a la de la temperatura de flujo libre T_∞ para los flujos externos. En consecuencia, la ley de enfriamiento de Newton se puede expresar como

$$q_s'' = h(T_s - T_m) \tag{8.28}$$

donde h es el coeficiente *local* de transferencia de calor por convección. Sin embargo, hay una diferencia esencial entre T_m y T_∞. Mientras T_∞ es una constante en la dirección del flujo, T_m debe variar en esta dirección. Es decir, dT_m/dx nunca es cero si ocurre la transferencia de calor. El valor de T_m aumenta con x si la transferencia de calor va de la superficie al fluido ($T_s > T_m$) y disminuye con x en caso contrario ($T_s < T_m$).

8.2.3 Condiciones completamente desarrolladas

Como la existencia de transferencia de calor por convección entre la superficie y el fluido indica que la temperatura del fluido debe continuar cambiando con x, se puede preguntar de manera legítima si las condiciones térmicas completamente desarrolladas se pueden alcanzar alguna vez. La situación ciertamente es diferente del caso hidrodinámico, para el que $(\partial u/\partial x) = 0$ en la región completamente desarrollada. En cambio, si hay transferencia de calor, (dT_m/dx) no es cero, así como $(\partial T/\partial x)$ en cualquier radio r. En consecuencia, el perfil de temperatura $T(r)$ continuamente cambia con x, y parecería que nunca se podría alcanzar una condición completamente desarrollada. Esta contradicción aparente se puede reconciliar al trabajar con una forma adimensional de la temperatura.

Los análisis a menudo se han simplificado al trabajar con diferencias de temperaturas adimensionales, como para la conducción transitoria (capítulo 5) y la ecuación de conservación de la energía (capítulo 6). Al introducir una diferencia de temperaturas adimensional de la forma $(T_s - T)/(T_s - T_m)$, se sabe que existen [2] las condiciones para las que esta razón se vuelva independiente de x. Es decir, aunque el perfil de tem-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

peratura $T(r)$ continúa cambiando con x, la forma *relativa* del perfil ya no cambia y se dice que el flujo está *térmicamente desarrollado por completo*. El requerimiento para tal condición se establece de manera formal como

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_m(x)}\right]_{\text{cd. } t} = 0 \tag{8.29}$$

donde T_s es la temperatura superficial, T es la temperatura local del fluido, y T_m es la temperatura media del fluido en la sección transversal del tubo.

La condición dada por la ecuación 8.29 finalmente se alcanza en un tubo para el que hay un *flujo de calor superficial uniforme* (q_s'' es constante) *o una temperatura superficial uniforme* (T_s es constante). Estas condiciones superficiales se presentan en muchas aplicaciones de ingeniería. Por ejemplo, existiría un flujo de calor superficial constante si la pared del tubo se calentara eléctricamente o si la superficie externa se irradiara de manera uniforme. Por el contrario, existiría una temperatura superficial constante si ocurriera un cambio de fase (debido a la ebullición o a la condensación) en la superficie externa. Observe que es imposible imponer simultáneamente las condiciones de flujo de calor superficial constante y temperatura superficial constante. Si q_s'' es constante, T_s debe variar con x; a la inversa, si T_s es contante q_s'' debe variar con x.

Varias características importantes del flujo térmicamente desarrollado se pueden inferir a partir de la ecuación 8.29. Como la razón de temperaturas es independiente de x, la derivada de esta razón con respecto a r también debe ser independiente de x. Al evaluar esta derivada en la superficie del tubo (note que T_s y T_m son constantes en cuanto a la derivación con respecto a r se refiere) obtenemos entonces

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m}\right)\bigg|_{r=r_o} = \frac{-\partial T/\partial r\big|_{r=r_o}}{T_s - T_m} \neq f(x)$$

Al sustituir para $\partial T/\partial r$ de la ley de Fourier, que, de la figura 8.4, es de la forma

$$q_s'' = -k\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} = k\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=r_o}$$

y para q_s'' de la ley de enfriamiento de Newton, ecuación 8.28, obtenemos

$$\frac{h}{k} \neq f(x)$$

Por tanto, *en el flujo desarrollado térmicamente por completo* de un fluido *con propiedades constantes*, el *coeficiente local de convección es una constante, independiente de* x.

La ecuación 8.29 no se satisface en la región de entrada, donde h varía con x, como se muestra en la figura 8.5. Debido a que el espesor de la capa límite térmica es cero en la entrada del tubo, el coeficiente de convección es extremadamente grande ($h \to \infty$). Sin embargo, h disminuye rápidamente a medida que se desarrolla la capa límite térmica, hasta que se alcanza el valor constante asociado con las condiciones completamente desarrolladas.

Se asocian simplificaciones adicionales con el caso especial de *flujo de calor superficial uniforme*. Como h y q_s'' son constantes en la región completamente desarrollada, se sigue de la ecuación 8.28 que

$$\frac{dT_s}{dx}\bigg|_{\text{cd. } t} = \frac{dT_m}{dx}\bigg|_{\text{cd. } t} \qquad q_s'' = \text{constante}$$

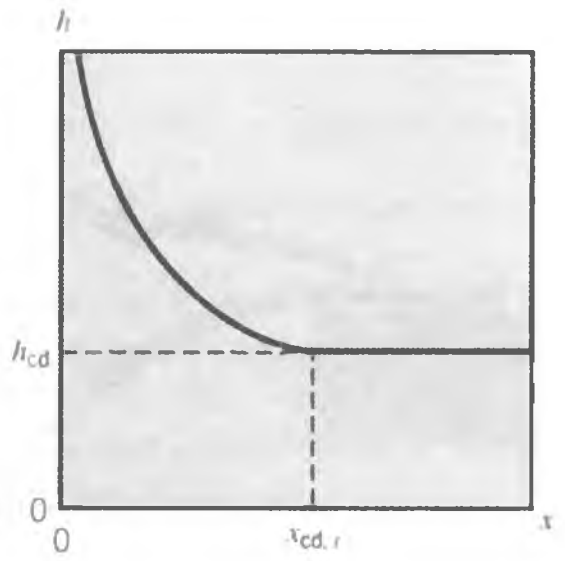


FIGURA 8.5
Variación axial del coeficiente de transferencia de calor por convección para el flujo en un tubo.

Si expandimos la ecuación 8.29 y resolvemos para $\partial T/\partial x$, se sigue también que

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\text{cd, }t} = \left.\frac{dT_s}{dx}\right|_{\text{cd, }t} - \left.\frac{(T_s - T)}{(T_s - T_m)}\frac{dT_s}{dx}\right|_{\text{cd, }t} + \left.\frac{(T_s - T)}{(T_s - T_m)}\frac{dT_m}{dx}\right|_{\text{cd, }t} \tag{8.32}$$

Al sustituir de la ecuación 8.31, obtenemos

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\text{cd, }t} = \left.\frac{dT_m}{dx}\right|_{\text{cd, }t} \qquad q_s'' = \text{constante} \tag{8.33}$$

Por tanto, el gradiente axial de temperatura es independiente de la posición radial. Para el caso de *temperatura superficial constante* ($dT_s/dx = 0$), también se sigue de la ecuación 8.32 que

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\text{cd, }t} = \left.\frac{(T_s - T)}{(T_s - T_m)}\frac{dT_m}{dx}\right|_{\text{cd, }t} \qquad T_s = \text{constante} \tag{8.34}$$

en cuyo caso el valor de $\partial T/\partial x$ depende de la coordenada radial.

De los resultados anteriores, es evidente que la temperatura media es una variable muy importante para flujos internos. Para describir tales flujos se debe conocer su variación con x. Esta variación se puede obtener al aplicar un *balance global de energía* al flujo.

EJEMPLO 8.1

Para el flujo de un metal líquido a través de un tubo circular, los perfiles de velocidad y temperatura en una posición axial particular se pueden aproximar como uniforme y parabólico, respectivamente. Es decir, $u(r) = C_1$ y $T(r) - T_s = C_2[1 - (r/r_o)^2]$, donde C_1 y C_2 son constantes. ¿Cuál es el valor del número de Nusselt Nu_D en esta posición?

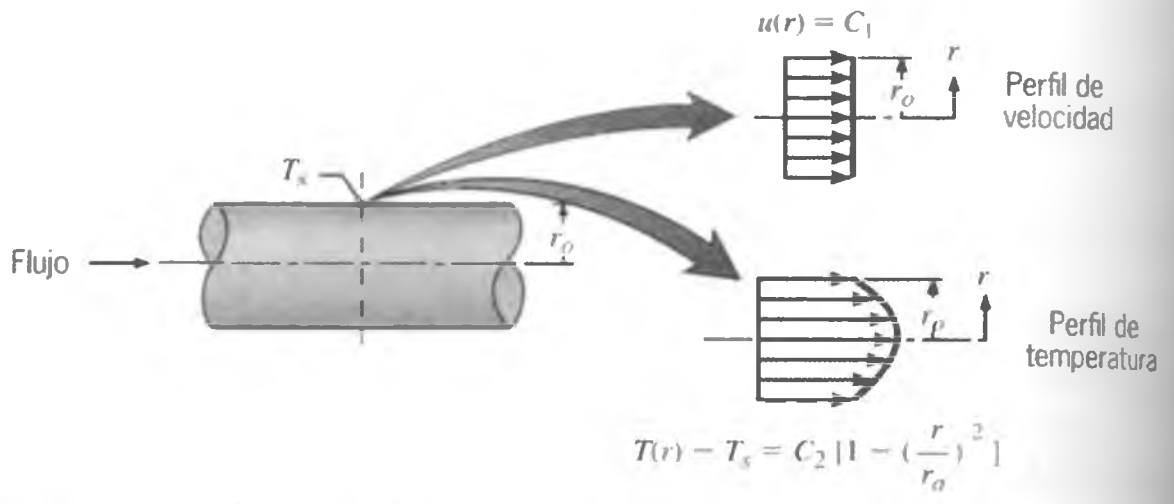
SOLUCIÓN

Se conoce: forma de los perfiles de velocidad y temperatura en una posición axial particular en un tubo circular.

Encontrar: el número de Nusselt en la posición establecida.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede ...

Esquema:



Suposiciones: Flujo incompresible de propiedades constantes.

Análisis: El número de Nusselt se puede obtener al determinar primero el coeficiente de convección, de la ecuación 8.28, y que está dado como

$$h = \frac{q_s''}{T_s - T_m}$$

De la ecuación 8.27, la temperatura media es

$$T_m = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} uTr\, dr = \frac{2C_1}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} \left\{ T_s + C_2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] \right\} r\, dr$$

o, como $u_m = C_1$ de la ecuación 8.8

$$T_m = \frac{2}{r_o^2} \int_0^{r_o} \left\{ T_s + C_2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] \right\} r\, dr$$

$$T_m = \frac{2}{r_o^2} \left[T_s \frac{r^2}{2} + C_2 \frac{r^2}{2} - \frac{C_2}{4} \frac{r^4}{r_o^2} \right] \Bigg|_0^{r_o}$$

$$T_m = \frac{2}{r_o^2} \left(T_s \frac{r_o^2}{2} + \frac{C_2}{2} r_o^2 - \frac{C_2}{4} r_o^2 \right) = T_s + \frac{C_2}{2}$$

El flujo de calor se puede obtener a partir de la ley de Fourier, en cuyo caso

$$q_s'' = k \frac{\partial T}{\partial r} \Bigg|_{r=r_o} = -kC_2 2 \frac{r}{r_o^2} \Bigg|_{r=r_o} = -2C_2 \frac{k}{r_o}$$

$$h = \frac{q_s''}{T_s - T_m} = \frac{-2C_2(k/r_o)}{-C_2/2} = \frac{4k}{r_o}$$

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = \frac{(4k/r_o) \times 2r_o}{k} = 8$$

8.3 *Balance de energía*

8.3.1 Consideraciones generales

Como el flujo en un tubo está encerrado completamente, se puede aplicar un balance de energía para determinar cómo varía la temperatura media $T_m(x)$ con la posición a lo largo del tubo y cómo está relacionada la transferencia total de calor por convección q_{conv} con la diferencia de temperaturas en la entrada y salida del tubo. Considere el flujo en el tubo de la figura 8.6. El fluido se mueve a un flujo constante $\dot{m}$, y la transferencia de calor por convección ocurre en la superficie interna. Normalmente, los cambios en energía cinética y potencial del fluido, así como también la transferencia de energía por conducción en la dirección axial, son insignificantes. De aquí, si el fluido no realiza trabajo de eje a medida que se mueve a través del tubo, los únicos efectos significativos serán los que se asocien con los *cambios de energía térmica* y con el *trabajo del flujo*. El trabajo de flujo se lleva a cabo para mover el fluido a través de una superficie de control [5, 6] y, por, unidad de masa de fluido, se puede expresar como el producto de la presión del fluido p y el volumen específico v ($v = 1/\rho$).

Al aplicar la conservación de la energía, ecuación 1.11a, al volumen de control diferencial de la figura 8.6 y recordar la definición de temperatura media, ecuación 8.25, obtenemos

$$dq_{conv} + \dot{m}(c_v T_m + pv) - \left[\dot{m}(c_v T_m + pv) + \dot{m}\frac{d(c_v T_m + pv)}{dx}dx\right] = 0$$

o

$$dq_{conv} = \dot{m}d(c_v T_m + pv) \tag{8.35}$$

Es decir, la rapidez de transferencia de calor por convección al fluido debe ser igual a la rapidez a la que aumenta la energía térmica del fluido más la rapidez neta a la que se realiza trabajo al mover el fluido a través del volumen de control. Si se supone que el fluido es un *gas ideal* ($pv = RT_m$, $c_p = c_v + R$) y c_p se supone constante, la ecuación 8.35 se reduce a

$$dq_{conv} = \dot{m}c_p\, dT_m \tag{8.36}$$

Esta expresión también se puede usar con una buena aproximación para *líquidos incompresibles*. En este caso $c_v = c_p$, y como v es muy pequeña, $d(pv)$ es por lo general

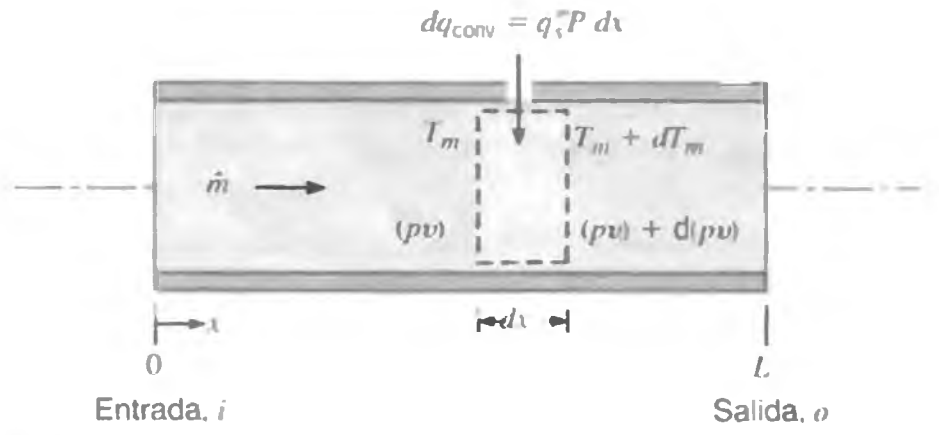


FIGURA 8.6 Volumen de control para el flujo interno en un tubo.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

mucho menor que $d(c_v T_m)$.[1] En consecuencia, la ecuación 8.36 de nuevo se obtiene de la ecuación 8.35.

Una forma especial de la ecuación 8.36 se relaciona con las condiciones para *todo* el tubo. En particular, al integrar de la entrada i a la salida o del tubo, se sigue que

$$q_{\text{conv}} = \dot{m} c_p (T_{m,o} - T_{m,i}) \tag{8.37}$$

donde q_{conv} es la transferencia total de calor del tubo. Este simple balance global de energía relaciona tres importantes variables térmicas (q_{conv}, $T_{m,o}$, $T_{m,i}$). *Es una expresión general que se aplica independientemente de la naturaleza de las condiciones térmicas de la superficie o de las condiciones del flujo.*

La ecuación 8.36 se puede calcular en una forma conveniente al expresar la transferencia de calor para el elemento diferencial como $dq_{\text{conv}} = q_s'' P\, dx$, donde P es el perímetro de la superficie ($P = \pi D$ para un tubo circular). Al sustituir de la ecuación 8.28, se sigue que

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\dot{m} c_p} = \frac{P}{\dot{m} c_p} h(T_s - T_m) \tag{8.38}$$

Esta expresión es un resultado extremadamente útil, a partir del cual se puede determinar la variación axial de T_m. Si $T_s > T_m$, se transfiere calor al fluido y T_m aumenta con x; si $T_s < T_m$, lo opuesto es cierto.

Se debe advertir la forma en la que las cantidades en el lado derecho de la ecuación 8.38 varían con x. Aunque P puede variar con x, por lo regular es una constante (un tubo de área de sección transversal constante). De aquí la cantidad $(P/\dot{m} c_p)$ es una constante. En la región completamente desarrollada, el coeficiente de convección h también es una constante, aunque varía con x en la región de entrada (figura 8.5). Finalmente, aunque T_s puede ser constante, T_m siempre debe variar con x (excepto para el caso trivial de no transferencia de calor, $T_s = T_m$).

La solución a la ecuación 8.38 para $T_m(x)$ depende de la condición térmica de la superficie. Recuerde que los dos casos especiales de interés son *flujo de calor superficial constante* y *temperatura superficial constante*. Es normal encontrar que una de estas condiciones exista con una aproximación razonable.

8.3.2 Flujo de calor superficial constante

Para flujo de calor superficial constante observamos primero que es sencillo determinar la transferencia de calor q_{conv}. Como q_s'' es independiente de x se sigue que

$$q_{\text{conv}} = q_s''(P \cdot L) \tag{8.39}$$

Esta expresión se puede utilizar con la ecuación 8.37 para determinar el cambio en la temperatura del fluido, $T_{m,o} - T_{m,i}$.

Para q_s'' constante se sigue también que el lado derecho de la ecuación 8.38 es una constante independiente de x. De aquí

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\dot{m} c_p} \neq f(x) \tag{8.40}$$

[1] La única excepción surge cuando el gradiente de presión es extremadamente grande. Esta situación ocurre cuando $\dot{m}$ es muy grande y/o A_c es muy pequeña (véase el problema 8.9).

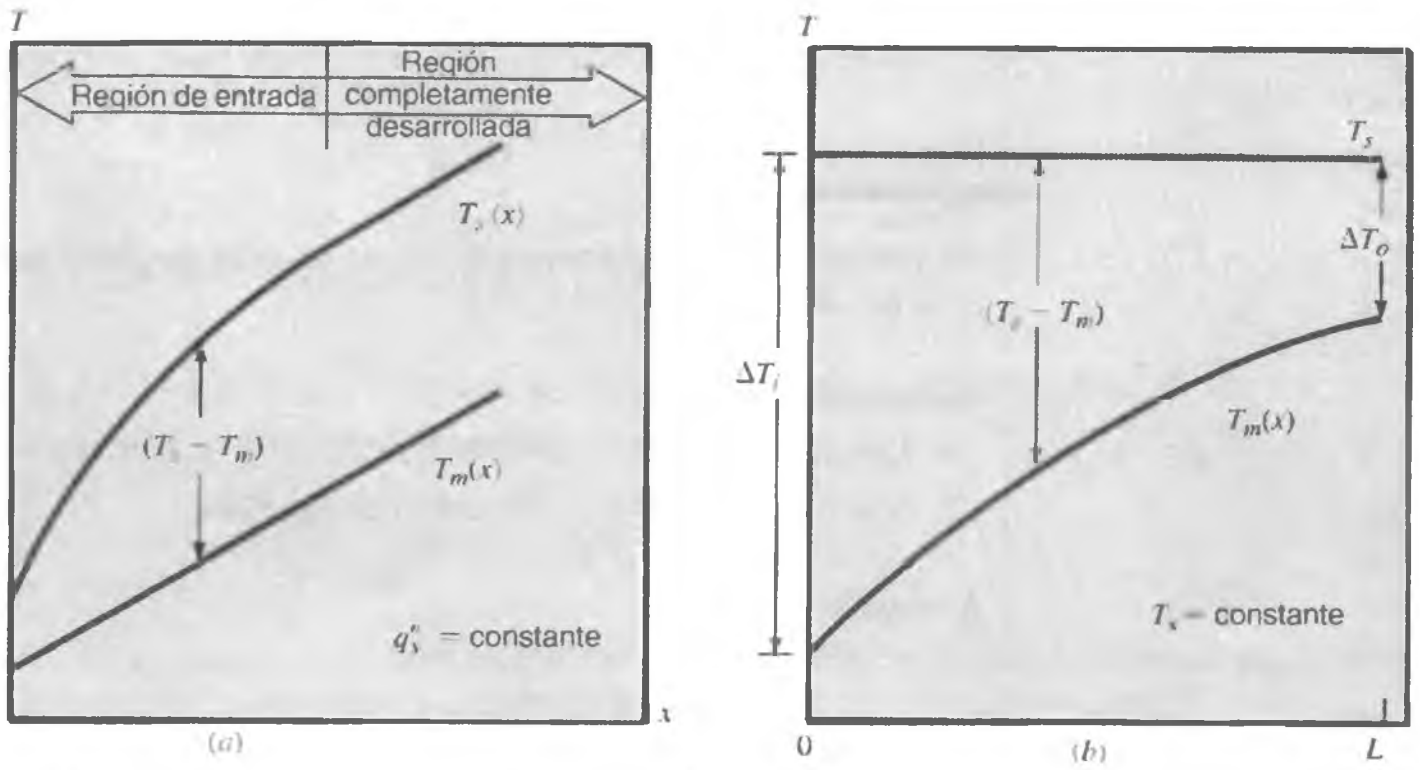


FIGURA 8.7 Variaciones de la temperatura axial para transferencia de calor en un tubo. *(a)* Flujo constante de calor superficial. *(b)* Temperatura superficial constante.

Al integrar desde $x = 0$, se sigue que

$$T_m(x) = T_{m,i} + \frac{q_s'' P}{\dot{m} c_p} x \qquad q_s'' = constante \tag{8.41}$$

En consecuencia, la temperatura media varía de forma *lineal* con x a lo largo del tubo (figura 8.7*a*). Además, de la ecuación 8.28 y de la figura 8.5 también esperamos que la diferencia de temperaturas $(T_s - T_m)$ varíe con x, como se muestra en la figura 8.7*a*. Esta diferencia es inicialmente pequeña (debido al valor grande de h en la entrada) pero se incrementa al aumentar x debido a la disminución en h que ocurre a medida que se desarrolla la capa límite. Sin embargo, sabemos que en la región completamente desarrollada h es independiente de x. Por ello de la ecuación 8.28 se sigue que $(T_s - T_m)$ también debe ser independiente de x en esta región.

Se debe advertir que, si el flujo de calor no es constante, pero en lugar de eso es una función conocida de x, la ecuación 8.38 aún se puede integrar para obtener la variación de la temperatura media con x. De manera similar, la transferencia total de calor se puede obtener del requerimiento de que $q_{conv} = \int_0^L q_s''(x) P \, dx$.

EJEMPLO 8.2

Un sistema para calentamiento de agua desde una temperatura de entrada $T_{m,i} = 20°C$ a una temperatura de salida $T_{m,o} = 60°C$ implica hacer pasar el agua por un tubo de pared delgada que tiene diámetros interno y externo de 20 y 40 mm. La superficie externa del tubo está bien aislada y el calentamiento eléctrico dentro de la pared proporciona una generación uniforme de $\dot{q} = 10^6$ W/m^3.

1. Para un flujo de masa de agua $\dot{m} = 0.1$ kg/s, ¿qué tan largo debe ser el tubo para alcanzar la temperatura de salida que se desea?

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede d... itoral

2. Si la temperatura de la superficie interna del tubo es $T_s = 70°C$ en la salida, ¿cuál es el coeficiente local de transferencia de calor por convección en la salida?

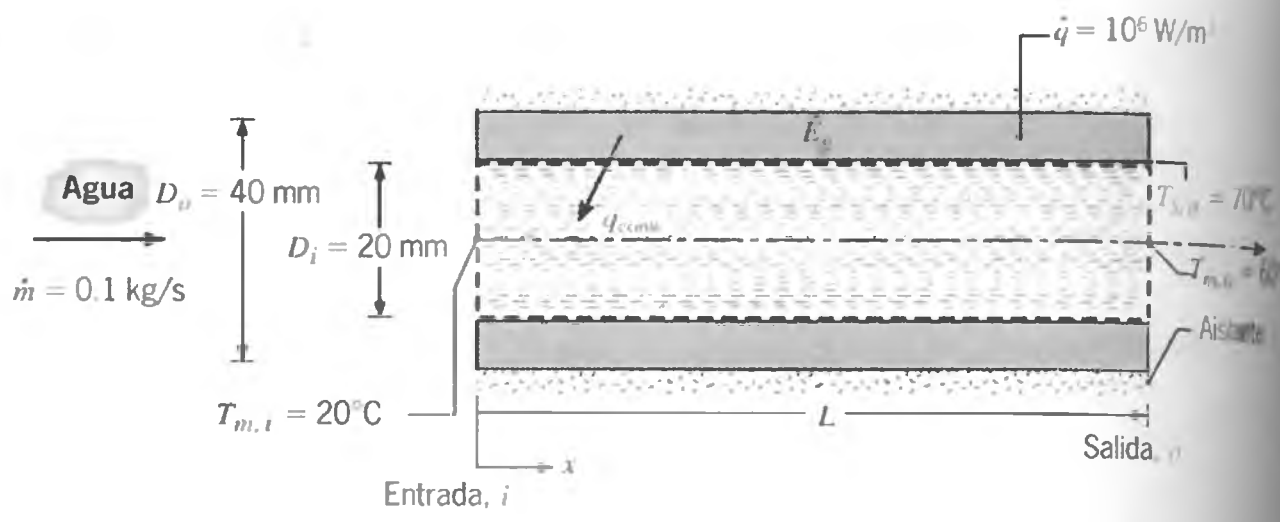
Solución

Se conoce: flujo interno a través de un tubo de pared delgada que tiene una generación de calor uniforme.

Encontrar:

1. Longitud del tubo necesaria para alcanzar la temperatura de salida que se desea.
2. Coeficiente local de convección en la salida.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Flujo de calor uniforme.
3. Cambios insignificantes de energía potencial, energía cinética y trabajo de flujo.
4. Propiedades constantes.
5. Superficie externa del tubo adiabática.

Propiedades: Tabla A.6, agua ($\bar{T}_m = 313$ K): $c_p = 4.179$ kJ/kg · K.

Análisis:

1. Como la superficie externa del tubo es adiabática, la velocidad a la que se genera energía dentro de la pared del tubo debe ser igual a la velocidad a la que ésta se transmite por convección al agua.

$$\dot{E}_g = q_{\text{conv}}$$

Con

$$\dot{E}_g = \dot{q}\,\frac{\pi}{4}(D_o^2 - D_i^2)L$$

se sigue de la ecuación 8.37 que

$$\dot{q}\,\frac{\pi}{4}(D_o^2 - D_i^2)L = \dot{m}c_p(T_{m,o} - T_{m,i})$$

o

$$L = \frac{4\dot{m}c_p}{\pi(D_o^2 - D_i^2)\dot{q}}(T_{m,o} - T_{m,i})$$

$$L = \frac{4 \times 0.1 \text{ kg/s} \times 4179 \text{ J/kg} \cdot \text{K}}{\pi(0.04^2 - 0.02^2)\text{ m}^2 \times 10^6 \text{ W/m}^3}(60 - 20)^\circ\text{C} = 17.7 \text{ m} \quad \triangleleft$$

2. De la ley de enfriamiento de Newton, ecuación 8.28, el coeficiente local de convección en la salida del tubo es

$$h_o = \frac{q_s''}{T_{s,o} - T_{m,o}}$$

Al suponer que la generación uniforme de calor en la pared proporciona un flujo de calor superficial constante, con

$$q_s'' = \frac{\dot{E}_g}{\pi D_i L} = \frac{\dot{q}}{4}\frac{D_o^2 - D_i^2}{D_i}$$

$$q_s'' = \frac{10^6 \text{ W/m}^3}{4}\frac{(0.04^2 - 0.02^2)\text{ m}^2}{0.02 \text{ m}} = 1.5 \times 10^4 \text{ W/m}^2$$

se sigue que

$$h_o = \frac{1.5 \times 10^4 \text{ W/m}^2}{(70 - 60)^\circ\text{C}} = 1500 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \quad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Si las condiciones son completamente desarrolladas en todo el tubo, el coeficiente local de convección y la diferencia de temperaturas $(T_s - T_m)$ son independientes de x. De aquí $h = 1500 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ y $(T_s - T_m) = 10^\circ\text{C}$ en todo el tubo. La temperatura de la superficie interna en la entrada del tubo es entonces $T_{s,i} = 30^\circ\text{C}$.
2. La longitud del tubo que se requiere, L, se podría calcular con la aplicación de la expresión para $T_m(x)$, ecuación 8.41, en $x = L$.

8.3.3 Temperatura superficial constante

Los resultados para la transferencia total de calor y la distribución axial de la temperatura media son completamente diferentes para la condición de *temperatura superficial constante*. Al definir ΔT como $T_s - T_m$, la ecuación 8.38 se puede expresar como

$$\frac{dT_m}{dx} = -\frac{d(\Delta T)}{dx} = \frac{P}{\dot{m}c_p}h\,\Delta T$$

Al separar variables e integrar desde la entrada hasta la salida del tubo,

$$\int_{\Delta T_i}^{\Delta T_o}\frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{P}{\dot{m}c_p}\int_0^L h\,dx$$

o

$$\ln\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = -\frac{PL}{\dot{m}c_p}\left(\int_0^L \frac{1}{L}\,h\,dx\right)$$

De la definición del coeficiente promedio de transferencia de calor por convección, ecuación 6.5, se sigue que

$$\ln\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = -\frac{PL}{\dot{m}c_p}\bar{h}_L \qquad T_s = \text{constante} \tag{8.42a}$$

donde $\bar{h}_L$, o simplemente $\bar{h}$, es el valor promedio de h para todo el tubo. Reacomodando,

$$\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = \frac{T_s - T_{m,o}}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left(-\frac{PL}{\dot{m}c_p}\bar{h}\right) \qquad T_s = \text{constante} \tag{8.42b}$$

Si hubiéramos integrado desde la salida del tubo hasta alguna posición axial x dentro del tubo, obtendríamos el resultado similar, pero más general

$$\frac{T_s - T_m(x)}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left(-\frac{Px}{\dot{m}c_p}\bar{h}\right) \qquad T_s = \text{constante} \tag{8.43}$$

donde $\bar{h}$ es ahora el valor promedio de h desde la entrada del tubo hasta x. Este resultado nos dice que la diferencia de temperaturas $(T_s - T_m)$ *disminuye exponencialmente* con la distancia a lo largo del eje del tubo. Las distribuciones de las temperaturas superficial axial y media son por tanto como se muestra en la figura 8.7*b*.

La determinación de una expresión para la transferencia total de calor q_{conv} se complica por la naturaleza exponencial de la disminución de la temperatura. Al expresar la ecuación 8.37 en la forma

$$q_{\text{conv}} = \dot{m}c_p[(T_s - T_{m,i}) - (T_s - T_{m,o})] = \dot{m}c_p(\Delta T_i - \Delta T_o)$$

y sustituir para $\dot{m}c_p$ de la ecuación 8.42a, obtenemos

$$q_{\text{conv}} = \bar{h}A_s\Delta T_{\text{ml}} \qquad T_s = \text{constante} \tag{8.44}$$

donde A_s es el área superficial del tubo ($A_s = P \cdot L$) y ΔT_{ml} es la *diferencia de temperaturas media logarítmica*,

$$\Delta T_{\text{ml}} \equiv \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_o / \Delta T_i)} \tag{8.45}$$

La ecuación 8.44 es una forma de la ley de enfriamiento de Newton para todo el tubo y ΔT_{ml} es el *promedio* apropiado de la diferencia de temperaturas sobre la longitud del tubo. La naturaleza logarítmica de esta diferencia promedio de temperaturas [en contraste, por ejemplo, con una diferencia de *temperatura media aritmética* de la forma $\Delta T_m = (\Delta T_i + \Delta T_o)/2$] se debe a la naturaleza exponencial de la disminución de la temperatura.

Antes de concluir esta sección, es importante notar que, en muchas aplicaciones es la temperatura de un fluido *externo*, en lugar de la temperatura de la superficie del tubo, la que es fija (figura 8.8). En tales casos, se muestra fácilmente que los resultados de esta sección aún se pueden utilizar si T_s se reemplaza por T_∞ (temperatura de flujo libre del fluido externo) y $\bar{h}$ se reemplaza por U (coeficiente global promedio de transferencia de calor). Para tales casos, se sigue que

$$\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = \frac{T_\infty - T_{m,o}}{T_\infty - T_{m,i}} = \exp\left(-\frac{\bar{U}A_s}{\dot{m}c_p}\right) \tag{8.46}$$

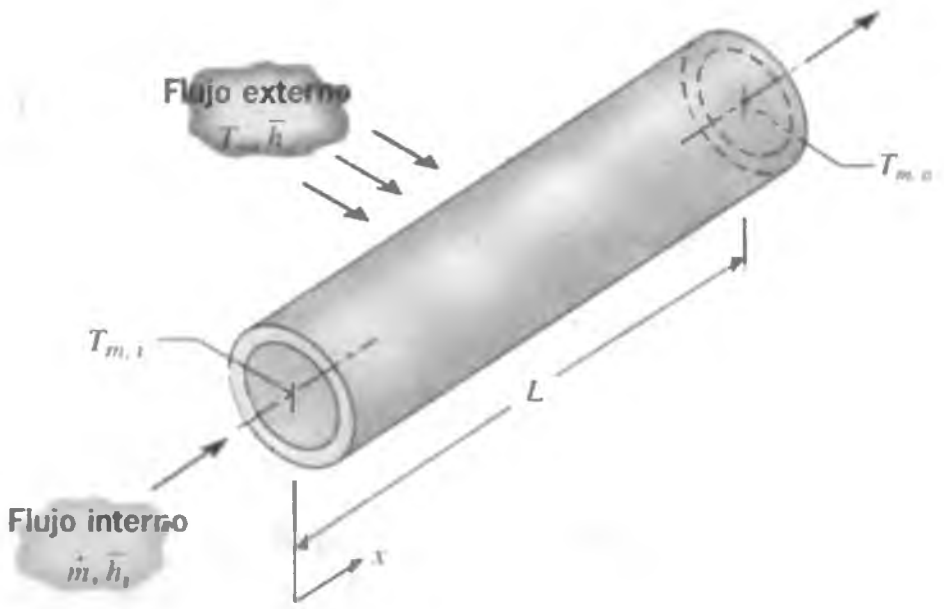


FIGURA 8.8 Transferencia de calor entre un fluido que corre sobre un tubo y un fluido que pasa por el tubo.

y

$$q = \bar{U}A_s\,\Delta T_{\text{ml}} \tag{8.47a}$$

El coeficiente global de transferencia de calor se define en la sección 3.3.1, y para esta aplicación incluiría contribuciones debidas a la convección en las superficies interna y externa del tubo. Para un tubo de pared delgada de conductividad térmica pequeña, también incluiría el efecto de la conducción a través de la pared del tubo. Observe que el producto $\bar{U}A_s$ da el mismo resultado, sin importar si se define en términos de las áreas de la superficie interna ($\bar{U}_i A_{s,i}$) o externa ($\bar{U}_o A_{s,o}$) del tubo (véase la ecuación 3.32). Advierta también que $(\bar{U}A_s)^{-1}$ es equivalente a la resistencia térmica total entre los dos fluidos, en cuyo caso las ecuaciones 8.46a y 8.47a se pueden expresar como

$$\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = \frac{T_\infty - T_{m,o}}{T_\infty - T_{m,i}} = \exp\left(-\frac{1}{\dot{m}c_p R_{\text{tot}}}\right) \tag{8.46b}$$

y

$$q = \frac{\Delta T_{\text{ml}}}{R_{\text{tot}}} \tag{8.47b}$$

Una variación común de las condiciones anteriores es aquella para la que se conoce la temperatura uniforme de una superficie *externa*, $T_{s,o}$, en lugar de la temperatura de flujo libre de un fluido externo, T_∞. En las ecuaciones anteriores, T_∞ es reemplazada entonces por $T_{s,o}$, y la resistencia total expresa la resistencia de convección asociada con el flujo interno, así como la resistencia total debida a la conducción entre la superficie interna del tubo y la superficie que corresponde a $T_{s,o}$.

EJEMPLO 8.3

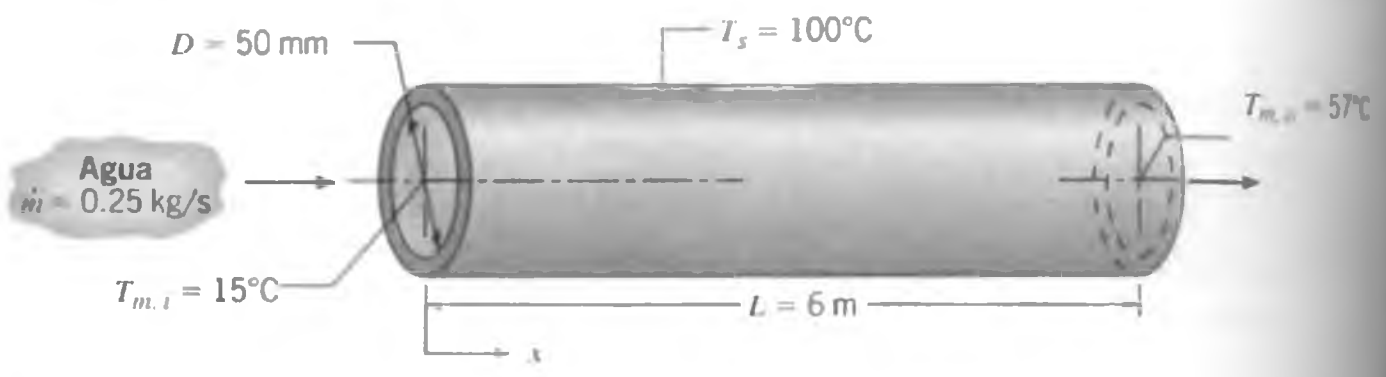
La condensación de vapor sobre la superficie externa de un tubo circular de pared delgada de 50 mm de diámetro y 6 m de longitud mantiene una temperatura superficial uniforme de 100°C. Por el tubo fluye agua a razón de $\dot{m} = 0.25$ kg/s, y sus temperaturas de entrada y de salida son $T_{m,i} = 15$°C y $T_{m,o} = 57$°C. ¿Cuál es el coeficiente promedio de convección asociado con el flujo de agua?

SOLUCIÓN

Se conoce: Flujo de masa y temperaturas de entrada y salida de agua que corre por un tubo de dimensiones y temperatura superficial establecidas.

Encontrar: Coeficiente promedio de transferencia de calor por convección.

Esquema:



Suposiciones:

1. Resistencia de convección de la superficie externa y resistencia de conducción de la pared del tubo, insignificantes.
2. Cambios de energía cinética, energía potencial y trabajo de flujo, insignificantes.
3. Propiedades constantes.

Propiedades: Tabla A.6, agua (36°C): $c_p = 4178$ J/kg · K.

Análisis: Al combinar el balance de energía, ecuación 8.37, con la ecuación de flujo, ecuación 8.44, el coeficiente de convección promedio está dado por

$$\bar{h} = \frac{\dot{m}c_p}{\pi DL}\,\frac{(T_{m,o} - T_{m,i})}{\Delta T_{ml}}$$

De la ecuación 8.45

$$\Delta T_{ml} = \frac{(T_s - T_{m,o}) - (T_s - T_{m,i})}{\ln\,[(T_s - T_{m,o})/(T_s - T_{m,i})]}$$

$$\Delta T_{ml} = \frac{(100 - 57) - (100 - 15)}{\ln\,[(100 - 57)/(100 - 15)]} = 61.6°C$$

De aquí

$$\bar{h} = \frac{0.25\ \text{kg/s} \times 4178\ \text{J/kg} \cdot \text{K}}{\pi \times 0.05\ \text{m} \times 6\ \text{m}}\,\frac{(57 - 15)°C}{61.6°C}$$

o

$$\bar{h} = 756\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Comentarios:

1. En este caso, el uso de una diferencia de temperatura media aritmética, $\Delta T_a = T_s - (T_{m,i} + T_{m,o})/2 = 64°C$, en lugar de la diferencia de temperaturas media logarítmica, $\Delta T_{ml} = 61.6°C$, habría sido una aproximación razonable.

2. Si las condiciones se desarrollaran completamente en todo el tubo, el coeficiente local de convección sería en todo lugar igual a 756 $W/m^2 \cdot K$.

8.4 *Flujo laminar en tubos circulares: análisis térmico y correlaciones de convección*

Para utilizar muchos de los resultados anteriores, se deben conocer los coeficientes de convección. En esta sección indicamos de qué modo se pueden obtener tales coeficientes de forma teórica para el flujo laminar en un tubo circular. En las siguientes secciones consideramos correlaciones empíricas pertinentes al flujo turbulento en un tubo circular, así como también para flujos en tubos de sección transversal no circular.

8.4.1 Región completamente desarrollada

El problema del flujo laminar en un tubo circular se ha tratado de forma teórica, y los resultados se pueden usar para determinar los coeficientes de convección. En cualquier punto del tubo se suponen aplicables las aproximaciones de capa límite (sección 6.5), y para propiedades constantes la ecuación de energía es

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{8.48}$$

Esta ecuación, que se aplica para coordenadas cilíndricas, es de la misma forma que la ecuación de capa límite (6.57), que se desarrolló en coordenadas rectangulares, excepto que se ignoró la disipación viscosa. Los términos del lado izquierdo de la ecuación 8.48 explican la transferencia neta de energía por el movimiento total del fluido (advección), y el término de la derecha explica la transferencia neta de energía por conducción en la dirección radial.

La solución a la ecuación 8.48 se obtiene fácilmente para la *región completamente desarrollada*. En esta región se satisfacen exactamente las aproximaciones de capa límite de velocidad o hidrodinámica. Es decir, $v = 0$ y $(\partial u/\partial x) = 0$, en cuyo caso la componente axial de la velocidad está dada por el perfil parabólico de la ecuación 8.15. Además, para el caso de *flujo de calor superficial constante*, también se satisface exactamente la aproximación de capa límite térmica. Es decir $(\partial^2 T/\partial x^2) = 0$. Al sustituir para el gradiente de temperatura axial de la ecuación 8.33 y para la componente axial de la velocidad de la ecuación 8.15, la ecuación de energía, ecuación 8.48, se reduce a

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] \qquad q_s'' = \text{constante} \tag{8.49}$$

donde $(2u_m/\alpha)(dT_m/dx)$ es una constante. Separando variables e integrando dos veces, obtenemos una expresión para la distribución radial de temperaturas:

$$T(r) = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[\frac{r^2}{4} - \frac{r^4}{16r_o^2}\right] + C_1 \ln r + C_2$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Las constantes de integración se pueden evaluar mediante la aplicación de las condiciones de frontera apropiadas. Del requerimiento de que la temperatura permanezca finita en $r = 0$, se sigue que $C_1 = 0$. Del requerimiento de que $T(r_o) = T_s$, donde T_s varía con x se sigue también que

$$C_2 = T_s - \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left(\frac{3r_o^2}{16}\right)$$

En consecuencia, para la región completamente desarrollada con flujo de calor superficial constante, el perfil de temperaturas es de la forma

$$T(r) = T_s - \frac{2u_m r_o^2}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[\frac{3}{16} + \frac{1}{16}\left(\frac{r}{r_o}\right)^4 - \frac{1}{4}\left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] \tag{8.50}$$

Del conocimiento del perfil de temperaturas, todos los demás parámetros térmicos se pueden determinar. Por ejemplo, si los perfiles de velocidad y temperatura, ecuaciones 8.15 y 8.50, respectivamente, se sustituyen en la ecuación 8.27 y se lleva a cabo la integración sobre r, se encuentra que la temperatura media es

$$T_m = T_s - \frac{11}{48}\left(\frac{u_m r_o^2}{\alpha}\right)\left(\frac{dT_m}{dx}\right) \tag{8.51}$$

De la ecuación 8.40, donde $P = \pi D$ y $\dot{m} = \rho u_m(\pi D^2/4)$, obtenemos

$$T_m - T_s = -\frac{11}{48}\frac{q_s'' D}{k} \tag{8.52}$$

Al combinar la ley de enfriamiento de Newton, ecuación 8.28, y la ecuación 8.52, se sigue que

$$h = \frac{48}{11}\left(\frac{k}{D}\right)$$

o

$$Nu_D \equiv \frac{hD}{k} = 4.36 \qquad q_s'' = \text{constante} \tag{8.53}$$

Por tanto, en un *tubo circular* caracterizado por un *flujo de calor superficial uniforme* y *condiciones laminares completamente desarrolladas*, el *número de Nusselt es una constante*, independiente de Re_D, Pr, y la posición axial.

Para *condiciones laminares completamente desarrolladas*, con una *temperatura superficial constante*, las aproximaciones de capa límite de velocidad o hidrodinámica se satisfacen otra vez exactamente y la aproximación de capa límite térmica ($\partial^2 T/\partial x^2 \ll \partial^2 T/\partial r^2$) a menudo es razonable. Al sustituir para el perfil de velocidad de la ecuación 8.15 y para el gradiente de temperatura axial de la ecuación 8.34, la ecuación de energía se vuelve

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right]\frac{T_s - T}{T_s - T_m} \qquad T_s = \text{constante} \tag{8.54}$$

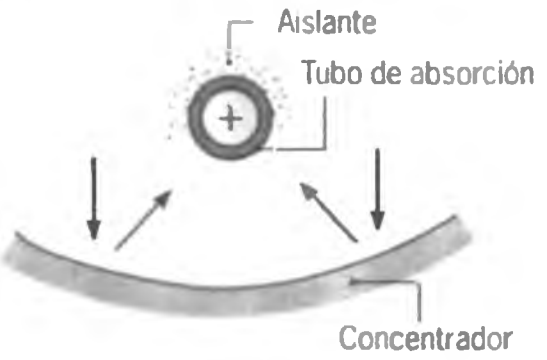
Una solución a esta ecuación se puede obtener mediante un procedimiento iterativo que implica hacer aproximaciones sucesivas al perfil de temperaturas. El perfil que resulta no se describe mediante una simple expresión algebraica, pero se puede mostrar que el número de Nusselt que se obtiene es de la forma [2]

$$Nu_D = 3.66 \qquad T_s = \text{constante} \tag{8.55}$$

Observe que al usar la ecuación 8.53 u 8.55 para determinar h, la conductividad térmica se debe evaluar en T_m.

Ejemplo 8.4

Un concepto que se utiliza para colectar energía solar implica la colocación de un tubo en el punto focal de un reflector parabólico y hacer pasar un fluido por el tubo.



El efecto neto de este arreglo *se puede aproximar* al de crear una condición de calentamiento uniforme en la superficie del tubo. Es decir, se puede suponer que el flujo de calor resultante al fluido q_s'' es una constante a lo largo de la circunferencia y del eje del tubo. Considere la operación con un tubo de diámetro $D = 60$ mm en un día soleado para el que $q_s'' = 2000$ W/m^2.

1. Si entra agua presurizada al tubo a $\dot{m} = 0.01$ kg/s y $T_{m,i} = 20°C$, ¿qué longitud de tubo L se requiere para obtener una temperatura de salida de 80°C?
2. ¿Cuál es la temperatura superficial en la salida del tubo, donde se puede suponer que existen condiciones completamente desarrolladas?

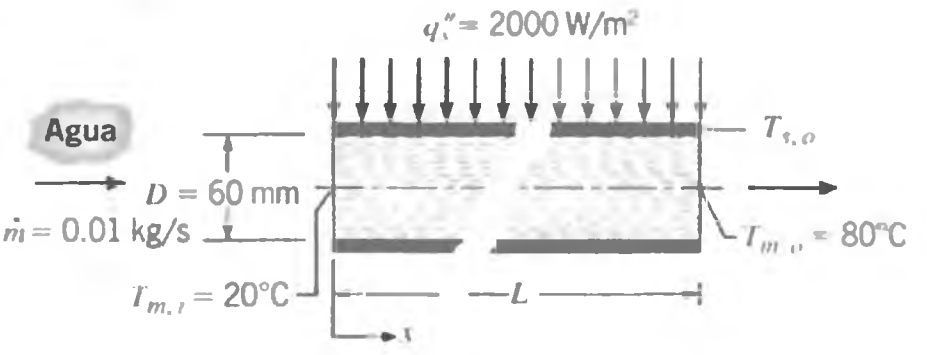
Solución

Se conoce: Flujo interno con flujo de calor superficial uniforme.

Encontrar:

1. Longitud del tubo L para alcanzar el calentamiento que se requiere.
2. Temperatura superficial $T_s(L)$ en la sección de salida, $x = L$.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Flujo incompresible con propiedades constantes.

3. Cambios de energía cinética y potencial y de trabajo de flujo, insignificantes.
4. Condiciones completamente desarrolladas en la salida del tubo.

Propiedades: Tabla A.6, agua ($\bar{T}_m = 323$ K): $c_p = 4181$ J/kg · K. Tabla A.6, agua ($T_{m,o} = 353$ K): $k = 0.670$ W/m · K, $\mu = 352 \times 10^{-6}$ N · s/m^2, $Pr = 2.2$.

Análisis:

1. Para flujo de calor superficial constante, se puede utilizar la ecuación 8.39 con el balance de energía, ecuación 8.37, para obtener

$$A_s = \pi DL = \frac{\dot{m}c_p(T_{m,o} - T_{m,i})}{q''_s}$$

$$L = \frac{\dot{m}c_p}{\pi D q''_s}(T_{m,o} - T_{m,i})$$

De aquí

$$L = \frac{0.01 \text{ kg/s} \times 4181 \text{ J/kg} \cdot \text{K}}{\pi \times 0.060 \text{ m} \times 2000 \text{ W/m}^2}(80 - 20)^\circ\text{C} = 6.65 \text{ m}$$

2. La temperatura superficial en la salida se puede obtener a partir de la ley de enfriamiento de Newton, ecuación 8.28, donde

$$T_{s,o} = \frac{q''_s}{h} + T_{m,o}$$

Para encontrar el coeficiente local de convección en la salida del tubo, se debe establecer primero la naturaleza de la condición de flujo. De la ecuación 8.6

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D\mu} = \frac{4 \times 0.01 \text{ kg/s}}{\pi \times 0.060 \text{ m} \times 352 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2} = 603$$

Por tanto, el flujo es laminar. Con la suposición de condiciones completamente desarrolladas, la correlación de transferencia de calor apropiada es entonces

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = 4.36$$

y

$$h = 4.36\frac{k}{D} = 4.36\frac{0.670 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.06 \text{ m}} = 48.7 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

La temperatura superficial en la salida del tubo es entonces

$$T_{s,o} = \frac{2000 \text{ W/m}^2}{48.7 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}} + 80^\circ\text{C} = 121^\circ\text{C}$$

Comentarios: Para las condiciones dadas, $(x_{cd}/D) = 0.05Re_D Pr = 66.3$, mientras $L/D = 110$. Por ello se justifica la suposición de condiciones completamente desarrolladas. Advierta, sin embargo, que con $T_{s,o} > 100^\circ$C, puede ocurrir la ebullición en la superficie del tubo.

8.4.2 Región de entrada

La solución a la ecuación de energía, ecuación 8.48, para la región de entrada es más difícil de obtener, pues la velocidad y temperatura dependen ahora de x así como también de r. Aun si se ignora el término de advección radial, el gradiente de temperatura axial $\partial T/\partial x$ tal vez ya no se puede simplificar mediante la ecuación 8.33 u 8.34. Sin embargo, se obtienen dos diferentes soluciones de longitud de entrada. La solución más sencilla es para el *problema de longitud de entrada térmica*, y se basa en la suposición de que las condiciones térmicas se generan en presencia de un *perfil de velocidad completamente desarrollado*. Tal situación existiría si la posición a la que comienza la transferencia de calor estuviera precedida por una *longitud inicial no calentada*. Se podría también suponer con una aproximación razonable para fluidos con número de Prandtl grandes, como los aceites. Aun en ausencia de una longitud inicial no calentada, el desarrollo de la capa límite de velocidad o hidrodinámica ocurriría mucho más rápido que el desarrollo de la capa límite térmica, y se podría hacer una aproximación de longitud de entrada térmica. En cambio, el *problema de longitud de entrada combinado* (térmica y de velocidad) corresponde al caso para el que los perfiles de temperatura y velocidad se desarrollan de manera simultánea.

Se obtienen soluciones para ambas condiciones de longitud de entrada [2], y en la figura 8.9 se presentan resultados seleccionados. Los números de Nusselt son, en principio, infinito en $x = 0$ y disminuyen a sus valores asintóticos (completamente desarrollados) al aumentar x. Cuando se grafican contra el parámetro adimensional $x/(D\,Re_D\,Pr)$, que es el recíproco del *número de Graetz* $Gz_D \equiv (D/x)Re_D\,Pr$, la forma en la que Nu_D varía con Gz_D^{-1} es independiente de Pr para el problema de la longitud de entrada térmica. En cambio, para el problema de la longitud de entrada combinada, los resultados dependen del número de Prandtl y se presentan para $Pr = 0.7$, que es representativo de la mayoría de los gases. En cualquier posición dentro de la región de entrada,

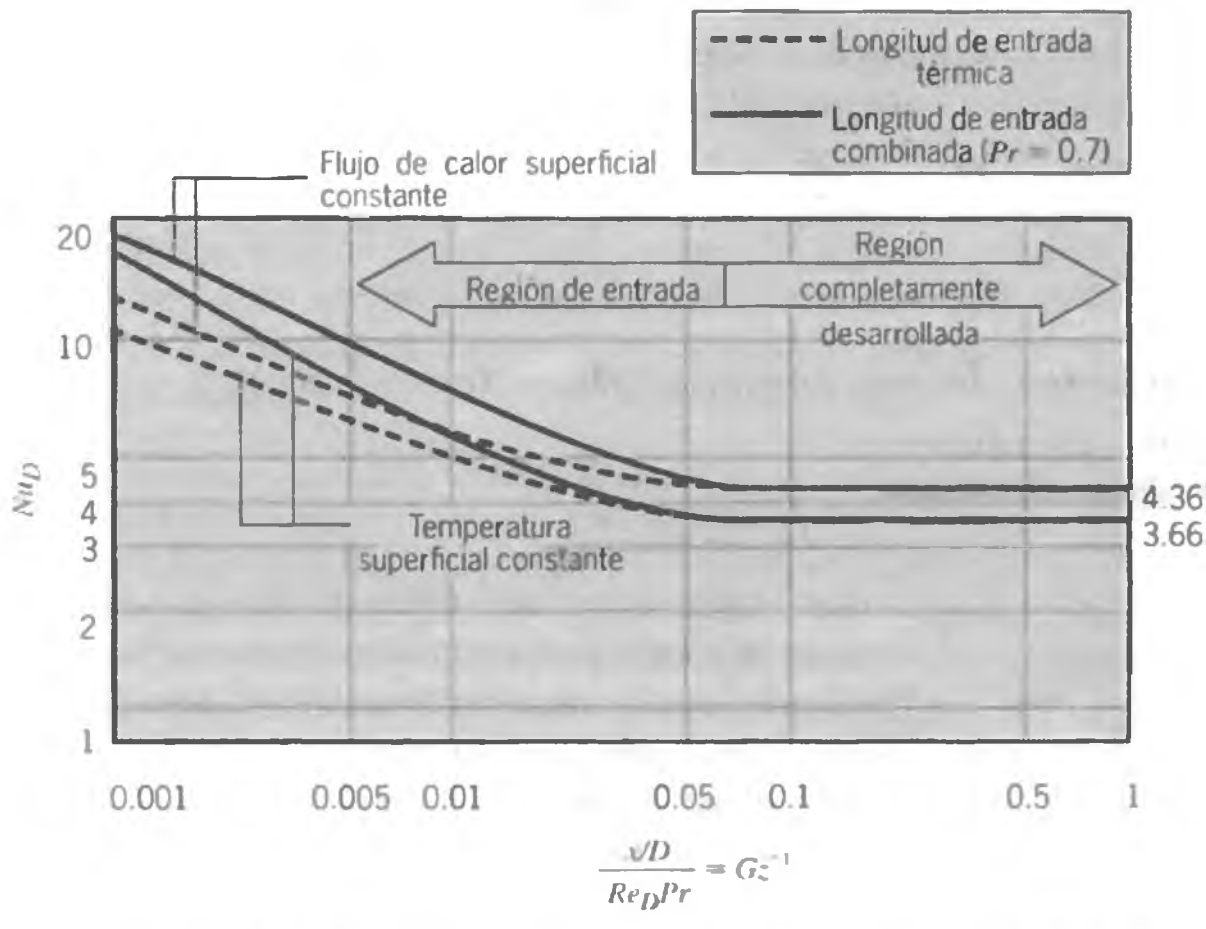


Figura 8.9 Número de Nusselt local obtenido de soluciones de longitud de entrada para flujo laminar en un tubo circular [2]. Gráfica adaptada con permiso.

Nu_D disminuye al aumentar Pr y se aproxima a la condición de longitud de entrada térmica conforme $Pr \rightarrow \infty$. Observe que las condiciones completamente desarrolladas se alcanzan para $[(x/D)/Re_D\, Pr] \approx 0.05$.

Para la condición de *temperatura superficial constante*, es deseable conocer el coeficiente promedio de convección para su uso con la ecuación 8.44. Kays [7] presenta una correlación que se atribuye a Hausen [8], que es de la forma

$$\overline{Nu}_D = 3.66 + \frac{0.0668(D/L)Re_D Pr}{1 + 0.04[(D/L)Re_D Pr]^{2/3}} \tag{8.56}$$

donde $\overline{Nu}_D \equiv \bar{h}D/k$. Como este resultado supone una longitud de entrada térmica, generalmente no se aplica. Para la longitud de entrada combinada, una correlación adecuada, debida a Sieder y Tate [9], es de la forma

$$\overline{Nu}_D = 1.86\left(\frac{Re_D Pr}{L/D}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14} \tag{8.57}$$

$$\begin{bmatrix} T_s = \text{constante} \\ 0.48 < Pr < 16,700 \\ 0.0044 < \left(\dfrac{\mu}{\mu_s}\right) < 9.75 \end{bmatrix}$$

Whitaker [10] recomienda la correlación para valores de $\{[Re_D Pr/(L/D)]^{1/3}(\mu/\mu_s)^{0.14}\} \geq 2$. Bajo este límite las condiciones completamente desarrolladas abarcan mucho del tubo, y la ecuación 8.55 se puede usar para una buena aproximación. Todas las propiedades que aparecen en las ecuaciones 8.56 y 8.57, excepto μ_s, se deben evaluar en el valor promedio de la temperatura media, $\bar{T}_m \equiv (T_{m,i} + T_{m,o})/2$.

El tema del flujo laminar en tubos se ha estudiado de forma extensa, y se dispone de numerosos resultados para una variedad de secciones transversales de tubos y condiciones superficiales. Estos resultados están compilados en una monografía de Shah y London [11] y en una revisión actualizada de Shah y Bhatti [12].

8.5 *Correlaciones de convección: flujo turbulento en tubos circulares*

Como el análisis de condiciones de flujo turbulento es mucho más complicado, se hace más énfasis en la determinación de las correlaciones empíricas. Una expresión clásica para calcular al número de Nusselt *local* para *flujo turbulento completamente desarrollado (hidrodinámica y térmicamente)* en un *tubo circular suave* se debe a Colburn [13] y se puede obtener a partir de la analogía de Chilton-Colburn. Al sustituir la ecuación 6.103 en la ecuación 8.18, la analogía es de la forma

$$\frac{C_f}{2} = \frac{f}{8} = St\, Pr^{2/3} = \frac{Nu_D}{Re_D\, Pr} Pr^{2/3} \tag{8.5}$$

Sustituyendo para el factor de fricción de la ecuación 8.21, la *ecuación de Colburn* es entonces

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \tag{8.59}$$

La *ecuación de Dittus-Boelter* [14] es una versión ligeramente diferente y preferida del resultado anterior y tiene la forma

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^{n} \tag{8.60}$$

donde $n = 0.4$, para calentamiento ($T_s > T_m$) y 0.3, para enfriamiento ($T_s < T_m$). Estas ecuaciones se han confirmado de forma experimental para las siguientes condiciones

$$\begin{bmatrix} 0.7 \leq Pr \leq 160 \\ Re_D \gtrsim 10{,}000 \\ \dfrac{L}{D} \gtrsim 10 \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones se deben usar sólo para diferencias de temperaturas de pequeña a moderadas ($T_s - T_m$), con todas las propiedades evaluadas en T_m. Para flujos que se caracterizan por variaciones grandes de las propiedades, se recomienda la siguiente ecuación, debida a Sieder y Tate [9]:

$$Nu_D = 0.027 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0.14} \tag{8.61}$$

$$\begin{bmatrix} 0.7 \leq Pr \leq 16{,}700 \\ Re_D \geq 10{,}000 \\ \dfrac{L}{D} \gtrsim 10 \end{bmatrix}$$

donde todas las propiedades excepto μ_s se evalúan en T_m. *Con una buena aproximación, las correlaciones anteriores se pueden aplicar para las condiciones de temperatura y de flujo de calor uniformes.*

Aunque las ecuaciones 8.60 y 8.61 se aplican fácilmente y son ciertamente satisfactorias para los propósitos de este texto, errores tan grandes como del 25% pueden resultar de su uso. Tales errores se pueden reducir a menos del 10% mediante el uso de correlaciones más recientes, pero por lo general más complejas [15]. Una correlación, que se usa ampliamente y se atribuye a Petukhov [4], es de la forma

$$Nu_D = \frac{(f/8) Re_D Pr}{1.07 + 12.7 (f/8)^{1/2} (Pr^{2/3} - 1)} \tag{8.62}$$

donde el factor de fricción se puede obtener del diagrama de Moody o, para tubos suaves, de la ecuación 8.21. La correlación es válida para $0.5 < Pr < 2000$ y $10^4 < Re_D < 5 \times 10^6$. Para obtener concordancia con los datos para números de Reynolds pequeños, Gnielinski [16] modificó la correlación y propuso una expresión de la forma

$$Nu_D = \frac{(f/8)(Re_D - 1000) Pr}{1 + 12.7 (f/8)^{1/2} (Pr^{2/3} - 1)} \tag{8.63}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolivar - Sede del Litoral

donde, para tubos lisos, el factor de fricción de nuevo está dado por la ecuación 8.20. La correlación es válida para $0.5 < Pr < 2000$ y $3000 < Re_D < 5 \times 10^6$. Al usar las ecuaciones 8.62 y 8.63, que se aplican para flujo de calor y temperatura superficiales uniformes, las propiedades se deben evaluar en T_m. Si las diferencias de temperatura son grandes, se deben hacer consideraciones adicionales a los efectos de variabilidad de las propiedades y las opciones disponibles son revisadas por Kakac [17].

Consideramos que, a menos que se desarrolle específicamente para la región de transición ($2300 < Re_D < 10^4$), se debe tener precaución cuando se aplica una correlación de flujo turbulento para $Re_D < 10^4$. Si la correlación se desarrolló para condiciones completamente turbulentas ($Re_D > 10^4$), se puede usar como primera aproximación con números de Reynolds pequeños, en el entendido de que el coeficiente de convección se sobrepredecirá. Si se desea un alto nivel de precisión, se debe usar la correlación de Gnielinski, ecuación 8.63. Advertimos también que las ecuaciones 8.59 a 8.63 pertenecen a tubos lisos. Para flujo turbulento, el coeficiente de transferencia de calor aumenta con la rugosidad de la pared, y, como primera aproximación, se puede calcular usando la ecuación 8.62 u 8.63 con factores de fricción que se obtienen del diagrama de Moody, figura 8.3. Sin embargo, aunque la tendencia general es la del aumento de h al aumentar f, el incremento en f es mayor en proporción, y cuando f es aproximadamente cuatro veces más grande que el valor correspondiente para una superficie lisa, h ya no cambia con los aumentos adicionales en f [18]. Bhatti y Shah [15] exponen procedimientos para estimar el efecto de la rugosidad de la pared en la transferencia de calor por convección en un flujo turbulento completamente desarrollado.

Como las longitudes de entrada para el flujo turbulento son normalmente cortas, $10 \lesssim (x_{cd}/D) \lesssim 60$, a menudo es razonable suponer que el número de Nusselt promedio para todo el tubo es igual al valor asociado con la región completamente desarrollada, $\overline{Nu}_D \approx Nu_{D,cd}$. Sin embargo, para tubos cortos $\overline{Nu}_D$ excederá a $Nu_{D,cd}$ y se puede calcular a partir de una expresión de la forma

$$\frac{\overline{Nu}_D}{Nu_{D,cd}} = 1 + \frac{C}{(x/D)^m} \tag{8.64}$$

donde C y m dependen de la naturaleza de la admisión (por ejemplo, con borde agudo o boquilla) y de la región de entrada (térmica o combinada), así como de los números de Prandtl y de Reynolds [2, 15, 19]. Normalmente, errores de menos del 15% se asocian con la suposición $\overline{Nu}_D = Nu_{D,cd}$ para $(L/D) > 60$. Cuando se determina $\overline{Nu}_D$, todas las propiedades del fluido se deben evaluar en el promedio aritmético de la temperatura media, $\overline{T}_m \equiv (T_{m,i} + T_{m,o})/2$.

Finalmente, notamos que las correlaciones anteriores no se aplican a metales líquidos ($3 \times 10^{-3} \lesssim Pr \lesssim 5 \times 10^{-2}$). Para flujo turbulento completamente desarrollado en tubos circulares lisos con flujo de calor superficial constante, Skupinski y colaboradores [20] recomiendan una correlación de la forma

$$Nu_D = 4.82 + 0.0185 Pe_D^{0.827} \qquad q_s'' = \text{constante} \tag{8.65}$$
$$\left[\begin{array}{l} 3.6 \times 10^3 < Re_D < 9.05 \times 10^5 \\ 10^2 < Pe_D < 10^4 \end{array}\right]$$

De manera similar, para temperatura superficial constante Seban y Shimazaki [20] recomiendan la siguiente correlación para $Pe_D > 100$:

$$Nu_D = 5.0 + 0.025Pe_D^{0.8} \qquad T_s = \text{constante} \tag{8.66}$$

En las referencias [22] se dispone de extensos datos y de correlaciones adicionales.

Ejemplo 8.5

Aire caliente corre con un flujo másico $\dot{m} = 0.050$ kg/s por un ducto de lámina metálica no aislada de diámetro $D = 0.15$ m, que está en la entreduela de una casa. El aire caliente entra a 103°C y, después de una distancia $L = 5$ m, se enfría a 77°C. Se sabe que el coeficiente de transferencia de calor entre la superficie externa del ducto y el aire ambiente a $T_\infty = 0$°C es $h_o = 6$ W/m$^2 \cdot$ K.

1. Calcule la pérdida de calor (W) del ducto sobre la longitud L.
2. Determine el flujo de calor y la temperatura superficial del ducto en $x = L$.

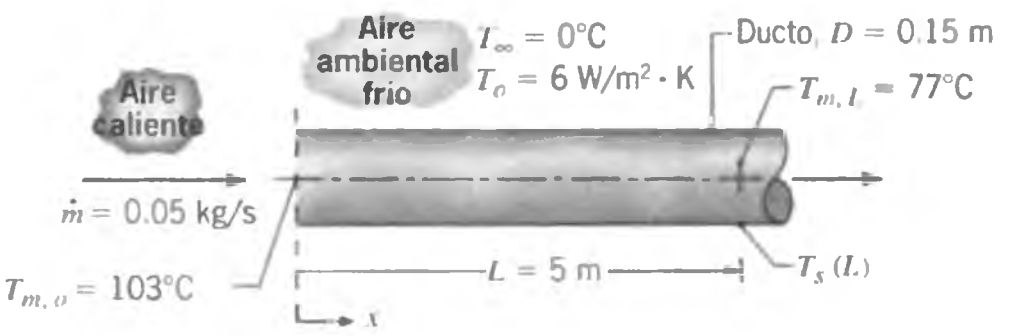
Solución

Se conoce: Aire caliente fluye en un ducto.

Encontrar:

1. Pérdida de calor del ducto a lo largo de la longitud L, q(W).
2. Flujo de calor y temperatura superficial en $x = L$.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Propiedades constantes.
3. Comportamiento de gas ideal.
4. Cambios de energía cinética y potencial, insignificantes.
5. Resistencia térmica de la pared del ducto, insignificante.
6. Coeficiente de convección uniforme en la superficie externa del ducto.

Propiedades: Tabla A.4, aire ($\bar{T}_m = 363$ K): $c_p = 1010$ J/kg $\cdot$ K. Tabla A.4, aire ($T_{m,L} = 350$ K): $k = 0.030$ W/m $\cdot$ K, $\mu = 208 \times 10^{-7}$ N $\cdot$ s/m^2, $Pr = 0.70$.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

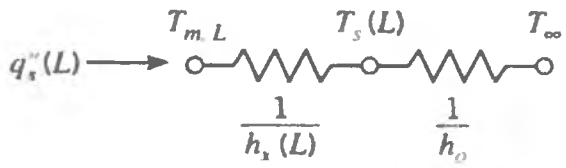
Análisis:

1. Del balance de energía para todo el tubo, ecuación 8.37,

$$q = \dot{m}c_p\,(T_{m,L} - T_{m,o})$$

$$q = 0.05\ \text{kg/s}\ 3\ 1010\ \text{j/kg} \cdot \text{K}(77 - 103)^\circ\text{C} = -1313\ \text{W}$$

2. Una expresión para el flujo de calor en $x = L$ se puede inferir de la red de resistencias



donde $h_x(L)$ es el coeficiente de transferencia de calor por convección interior en $x = L$. De aquí

$$q_s''(L) = \frac{T_{m,L} - T_\infty}{[1/h_x(L)] + (1/h_o)}$$

El coeficiente de convección interior se puede obtener del conocimiento del número de Reynolds. De la ecuación 8.6

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D\mu} = \frac{4 \times 0.05\ \text{kg/s}}{\pi \times 0.15\ \text{m} \times 208 \times 10^{-7}\ \text{N} \cdot \text{s/m}^2} = 20{,}404$$

En consecuencia el flujo es turbulento. Además, con $(L/D) = (5/0.15) = 33.3$ es razonable suponer condiciones completamente desarrolladas en $x = L$. De aquí, a partir de la ecuación 8.60, con $n = 0.3$,

$$Nu_D = \frac{h_x(L)D}{k} = 0.023Re_D^{4/5}\,Pr^{0.3} = 0.023(20{,}404)^{4/5}(0.70)^{0.3} = 57.9$$

$$h_x(L) = Nu_D\frac{k}{D} = 57.9\,\frac{0.030\ \text{W/m} \cdot \text{K}}{0.15\ \text{m}} = 11.6\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$

De aquí,

$$q_s''(L) = \frac{(77 - 0)^\circ\text{C}}{[(1/11.6) + (1/6.0)]\ \text{m}^2 \cdot \text{K/W}} = 304.5\ \text{W/m}^2$$

Al hacer referencia a la red, se sigue también que

$$q_s''(L) = \frac{T_{m,L} - T_{s,L}}{1/h_x(L)}$$

en cuyo caso

$$T_{s,L} = T_{m,L} - \frac{q_s''(L)}{h_x(L)} = 77^\circ\text{C} - \frac{304.5\ \text{W/m}^2}{11.6\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}} = 50.7^\circ\text{C}$$

Comentarios:

1. Al usar el balance de energía de la parte 1 para todo el tubo, las propiedades (en este caso, sólo c_p) se evalúan en $\bar{T}_m = (T_{m,o} + T_{m,L})/2$. Sin embargo, al usar

correlación para un coeficiente local de transferencia de calor, ecuación 8.60, las propiedades se evalúan en la temperatura media local. $T_{m,L} = 77°C$.

2. Este problema no se caracteriza por una temperatura superficial constante ni por un flujo de calor superficial constante. Por tanto, sería erróneo suponer que la pérdida total de calor del tubo está dada por $q''_s(L)\pi DL = 717$ W. Este resultado es sustancialmente menor que la pérdida de calor real de 1313 W porque $q''_s(x)$ disminuye al aumentar x. Esta disminución en $q''_s(x)$ se debe a las reducciones en $h_x(x)$ y $[T_m(x) - T_\infty]$ al aumentar x.

8.6 Correlaciones de convección: tubos no circulares

Aunque hasta aquí hemos restringido nuestra consideración a flujos internos de sección transversal circular, muchas aplicaciones de ingeniería implican transporte por convección en *tubos no circulares*. Sin embargo, al menos en una primera aproximación, muchos de los resultados del tubo circular se pueden aplicar mediante el uso de un *diámetro efectivo* como longitud característica. A éste se le denomina *diámetro hidráulico* y se define como

$$D_h \equiv \frac{4A_c}{P} \tag{8.67}$$

donde A_c y P son el flujo de área de la sección transversal y el *perímetro mojado*, respectivamente. Éste es el diámetro que se debe usar para calcular parámetros como Re_D y Nu_D.

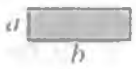
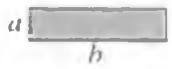
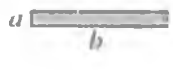
Para flujo turbulento, que aún ocurre si $Re_D \gtrsim 2300$, es razonable usar las correlaciones de la sección 8.5 para $Pr \gtrsim 0.7$. No obstante, en un tubo no circular los coeficientes de convección varían alrededor de la periferia, aproximándose a cero en las esquinas. De aquí que, al usar una correlación de tubo circular, se supone que el coeficiente es un promedio sobre el perímetro.

Para flujo laminar, el uso de correlaciones de tubo circular es menos preciso, en particular con secciones transversales caracterizadas por esquinas agudas. Para tales casos, el número de Nusselt que corresponde a condiciones completamente desarrolladas se puede obtener de la tabla 8.1, que se basa en soluciones de las ecuaciones diferenciales de momento y energía para flujo por las diversas secciones transversales del tubo. Como para el tubo circular, los resultados difieren de acuerdo con la condición de la superficie térmica. Los números de Nusselt tabulados para un flujo de calor superficial uniforme suponen un flujo constante en la dirección axial (flujo), pero una temperatura constante alrededor del perímetro en cualquier sección transversal. Esta condición es típica de materiales de la pared del tubo altamente conductores. Los resultados tabulados para una temperatura superficial uniforme se aplican cuando la temperatura es constante en las direcciones axial y periférica.

Aunque los procedimientos anteriores son por lo general satisfactorios, existen excepciones. El tratamiento detallado de la transferencia de calor en tubos no circulares se proporciona en varias fuentes [11, 12, 23].

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

TABLA 8.1 Números de Nusselt y factores de fricción para flujo laminar completamente desarrollado en tubos de diferente sección transversal

Sección transversal	$\frac{b}{a}$	$Nu_D \equiv \frac{hD_h}{k}$ (q_s'' uniforme)	$Nu_D \equiv \frac{hD_h}{k}$ (T_s uniforme)	fRe_{D_h}
	–	4.36	3.66	64
	1.0	3.61	2.98	57
	1.43	3.73	3.08	59
	2.0	4.12	3.39	62
	3.0	4.79	3.96	69
	4.0	5.33	4.44	73
	8.0	6.49	5.60	82
	∞	8.23	7.54	96
	–	3.11	2.47	53

Usada con permiso de W. M. Kays y M. E. Crawford, *Convection Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 19

EJEMPLO 8.6

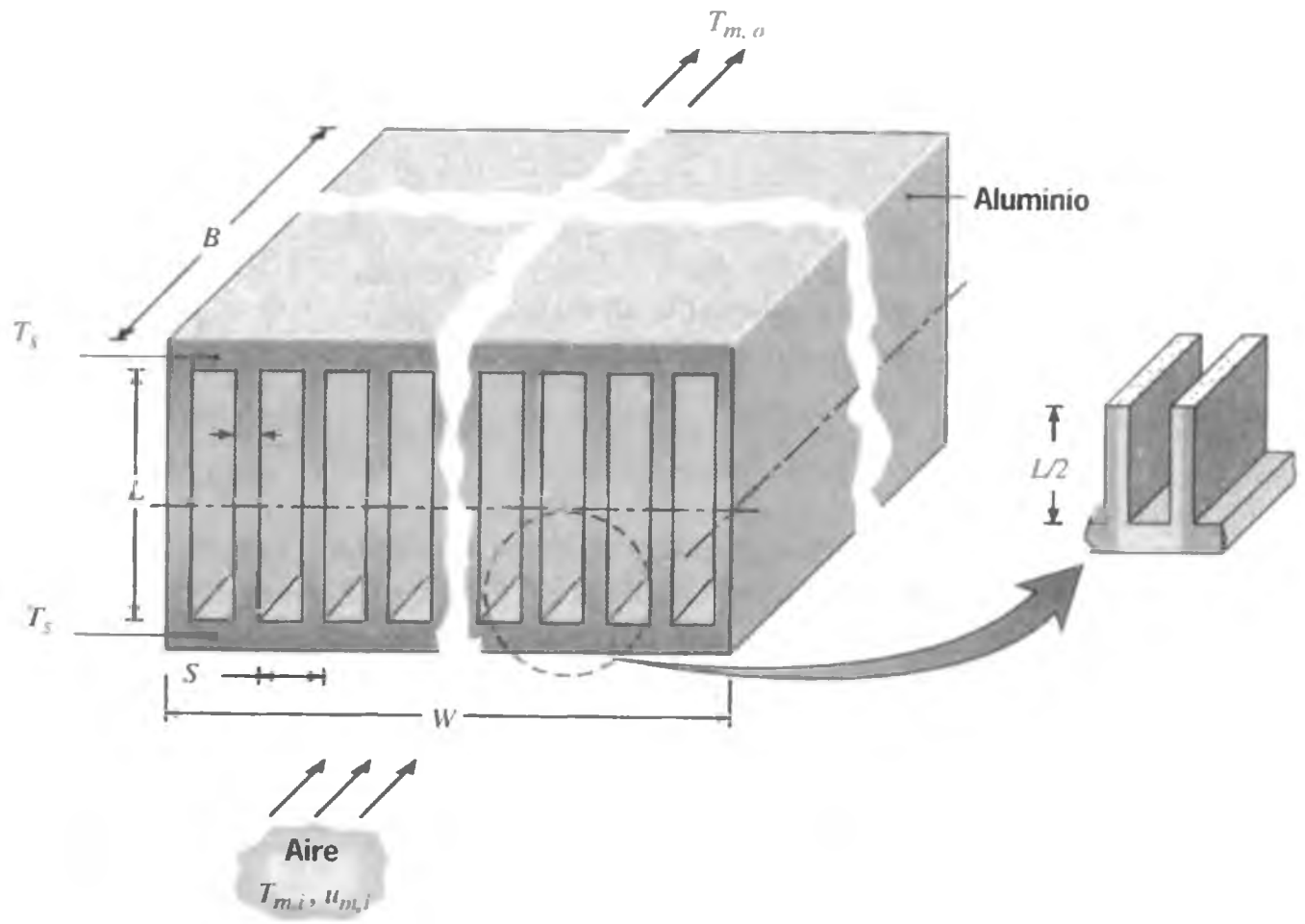
Considere el calentador de aire con aletas del problema 3.114, pero que opera bajo condiciones simétricas para las que ambas placas extremas están a una temperatura equivalente $T_o = T_L = T_s = 400$ K. El ancho y la profundidad del arreglo son $W =$ 200 mm y $B = 100$ mm, respectivamente, y las aletas de aluminio ($k = 240$ W/m·K) tienen un espesor de $t = 1$ mm. Considere condiciones para las que aire atmosférico entra al arreglo a una temperatura y velocidad $T_{m,i} = 300$ K y $u_{m,i} = 5$ m/s. Si la longitud y espaciado de la aleta son $L = 15$ mm y $S = 3$ mm, respectivamente, determine la temperatura de salida del aire, $T_{m,o}$, y la transferencia de calor, q, para el arreglo.

SOLUCIÓN

Se conoce: Dimensiones de un intercambiador de calor con aletas de placa de aluminio; la temperatura de las placas extremas del intercambiador; la temperatura y velocidad del aire de entrada.

Encontrar: Temperatura del aire de salida y la transferencia total de calor

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Propiedades constantes.
3. Comportamiento de gas ideal.
4. Cambios de energía cinética y potencial insignificantes.
5. Resistencia por conducción para las placas extremas, insignificante.
6. Flujo completamente desarrollado a lo largo de cada canal.

Propiedades: Tabla A.4, aire ($\bar{T}_m \approx 350$ K): $c_p = 1009$ J/kg · K, $\mu = 208.2 \times 10^{-7}$ N · s/m^2, $k = 0.030$ W/m · K. Tabla A.4 ($T_{m,i} = 300$ K): $\rho = 1.161$ kg/m^3.

Análisis: La transferencia de calor al aire aumenta debido a las aletas longitudinales, de las cuales se tienen $N = W/S \approx 67$. Con la simetría que existe alrededor de su plano medio, el arreglo se puede ver como dos arreglos equivalentes de aletas, de los cuales cada aleta tiene una longitud $L/2 = 7.5$ mm. De aquí, la transferencia de calor para el arreglo se puede expresar como $q = 2q_t$, donde q_t es el calor total asociado con cada uno de los arreglos de aletas. Al modificar la ecuación 3.98 para explicar las variaciones de h y θ_b en la dirección de flujo, se sigue que

$$q = 2\bar{h}A_t\eta_o\theta_{b,\mathrm{ml}} \tag{1}$$

donde $\bar{h}$ y $\theta_{b,\mathrm{ml}}$ son el coeficiente de convección promedio y la *diferencia de temperaturas media logarítmica*, respectivamente, asociadas con la extensión longitudinal B del arreglo. De la ecuación 3.99, el área total de la superficie de uno de los arreglos es

$$A_t = NA_f + A_b = N_2(l/2)B + (W - N_t)B$$
$$= 67(0.15\text{ m})0.1\text{ m} + (0.2\text{ m} - 67 \times 0.001\text{m})0.1\text{ m}$$
$$= 0.1005\text{ m}^2 + 0.0133\text{ m}^2 = 0.1138\text{ m}^2$$

y de la ecuación 3.102, la eficiencia global del arreglo es

$$\eta_o = 1 - \frac{NA_f}{A_t}(1 - \eta_f)$$

Como el plano de simetría corresponde a una superficie adiabática, la ecuación 3.89 da una eficiencia de aleta de

$$\eta_f = \frac{\tanh m(L/2)}{m(L/2)}$$

Para evaluar η_f se debe determinar el coeficiente promedio de convección asociado con el flujo en cada uno de los 67 canales rectangulares equivalentes. Con un diámetro hidráulico del canal $D_h = 4A_c/P = 4L(S - t)/2(L + S - t) = 3.53$ m y un flujo másico $\dot{m}_1 = \rho u_m A_c = 1.161\text{ kg/m}^3(5\text{ m/s})(0.015 \times 0.002)\text{ m}^2 = 1.742 \times 10^{-4}$ kg/s, el número de Reynolds es

$$Re_{D_h} = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} = \frac{\dot{m}_1 D_h}{A_c \mu} = \frac{1.742 \times 10^{-4}\text{ kg/s}(0.00353\text{ m})}{3 \times 10^{-5}\text{ m}^2 \times 208.2 \times 10^{-7}\text{ N} \cdot \text{s/m}^2} = 985$$

De aquí, el flujo dentro de cada canal es laminar. Si se supone una temperatura superficial uniforme, el uso de la tabla 8.1 con una razón entre las dimensiones del conducto $b/a = L(S - t) = 7.5$ da

$$Nu_D = \frac{hD_h}{k} = 5.46$$

De lo cual, al suponer un flujo completamente desarrollado a lo largo de cada canal,

$$\bar{h} \approx \frac{k}{D_h} Nu_D = \frac{0.030\text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.00353\text{ m}} 5.46 = 46.4\text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Con $m \equiv (\bar{h}P/kA_c)^{1/2} = [\bar{h}_2(t + B)/k(tB)]^{1/2}$, se sigue que

$$m = \left[\frac{46.4\text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 2(0.001 + 0.100)\text{ m}}{240\text{ W/m} \cdot \text{K}(0.001 \times 0.100)\text{ m}^2}\right]^{1/2} = 19.8\text{ m}^{-1}$$

De aquí, con $m(L/2) = 19.8\text{ m}^{-1}(0.0075\text{ m}) = 0.148$,

$$\eta_f = \frac{\tanh(0.148)}{0.148} \approx \frac{0.147}{0.148} \approx 0.99$$

y

$$\eta_o \approx 1 - \frac{0.1005\text{ m}^2}{0.1138\text{ m}^2}(1 - 0.99) \approx 0.99$$

De la ecuación 3.103 la resistencia térmica asociada con cada uno de los arreglos es entonces

$$R_{t,o} = (\eta_o \bar{h} A_t)^{-1} = (0.99 \times 46.4\text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.1138\text{ m}^2)^{-1} = 0.191\text{ K/W}$$

Para obtener la *diferencia de temperaturas media logarítmica*, $\theta_{b,\,\mathrm{ml}}$, se debe determinar la temperatura de salida del aire, $T_{m,\,o}$. Con referencia a la ecuación 8.46b y al reemplazar T_∞ por T_s, la temperatura de salida se puede obtener a partir de

$$\frac{T_s - T_{m,\,o}}{T_s - T_{m,\,i}} = \exp\left(-\frac{1}{\dot{m}c_p R_{\mathrm{tot}}}\right)$$

Si esta expresión se aplica a todo el arreglo, $\dot{m} = 67\dot{m}_1 = 0.01167$ kg/s y $R_{\mathrm{tot}} = R_{t,\,o}/2 = 0.0955$ K/W, donde la resistencia total asociada con la transferencia de calor desde las placas extremas debe incluir el efecto de ambos arreglos de aletas. De aquí,

$$T_{m,\,o} = T_s - (T_s - T_{m,\,i}) \exp\left(-\frac{1}{\dot{m}c_p R_{\mathrm{tot}}}\right)$$

$$= 400\ \mathrm{K} - 100\ \mathrm{K} \exp\left(-\frac{1}{0.01167\ \mathrm{kg/s} \times 1009\ \mathrm{J/kg \cdot K} \times 0.0955\ \mathrm{K/W}}\right)$$

$$= 359\ \mathrm{K} \qquad \triangleleft$$

De la ecuación 8.45, la *diferencia de temperaturas media logarítmica* es entonces

$$\theta_{b,\,\mathrm{ml}} = \frac{(T_s - T_{m,\,o}) - (T_s - T_{m,\,i})}{\ln\left[(T_s - T_{m,\,o})/(T_s - T_{m,\,i})\right]} = \frac{(41 - 100)\ \mathrm{K}}{\ln(0.41)} = 66.2\ \mathrm{K}$$

Al regresar a la ecuación 1, la transferencia de calor para toda la pila es

$$q = 2\bar{h}A_t\eta_o\theta_{b,\,\mathrm{ml}} = 2 \times 46.4\ \mathrm{W/m^2 \cdot K} \times 0.1138\ \mathrm{m^2} \times 0.99 \times 66.2\ \mathrm{K}$$

$$q = 692\ \mathrm{W} \qquad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Con $B/D_h = 0.100$ m/0.00353 m = 28.3, todo el flujo del canal está caracterizado por condiciones hidrodinámicas y térmicas en desarrollo, lo que ocasiona que el valor real de $\bar{h}$ exceda la estimación basada en condiciones completamente desarrolladas. La transferencia de calor real excedería por tanto el valor estimado de q.
2. Los resultados deseados se podrían obtener al considerar un canal unitario, la mitad del cual se identifica con la región sombreada del recuadro del esquema. Para el canal unitario, la ecuación 8.46b toma la forma

$$\frac{T_s - T_{m,\,o}}{T_s - T_{m,\,i}} = \exp\left(-\frac{1}{\dot{m}_1 c_p R_{\mathrm{tot},\,1}}\right)$$

donde $R_{\mathrm{tot},\,1} = NR_{\mathrm{tot}} = 67(0.0955\ \mathrm{K/W}) = 6.40$ K/W. El uso de esta ecuación también produce $T_{m,\,o} = 359$ K. La transferencia de calor por canal se puede expresar como

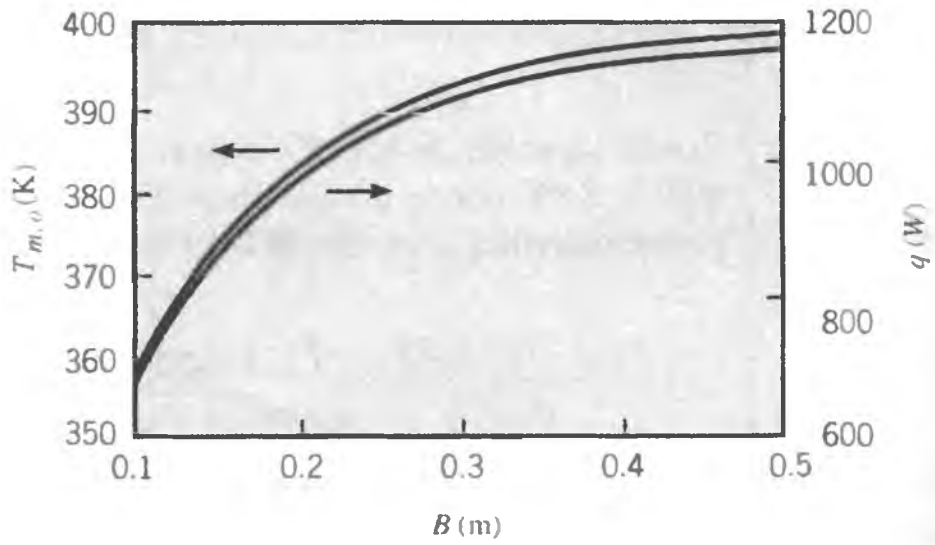
$$q_1 = \frac{\theta_{b,\,\mathrm{ml}}}{R_{\mathrm{tot},\,1}}$$

o

$$q_1 = \dot{m}_1 c_p (T_{m,\,o} - T_{m,\,i})$$

que da valores de q_1 iguales a 10.34 o 10.37 W, respectivamente, con los valores correspondientes de q iguales a 693 o 695 W, respectivamente. Las pequeñas diferencias en los resultados se deben al error de redondeo.

3. La transferencia de calor puede incrementarse al aumentar la longitud B del canal. Con el uso del modelo anterior, se han calculado valores de q y $T_{m,o}$ para $0.1 \leq B \leq 0.5$ m, y los resultados se grafican a continuación:



Conforme $T_{m,o}$ se aproxima a T_s con el aumento de B, el flujo local de calor disminuye y q se aproxima a un límite superior.

8.7 *Anillos de tubos concéntricos*

Muchos problemas de flujo interno implican la transferencia de calor en un *anillo de tubos concéntricos* (figura 8.10). El fluido pasa a través del espacio (anillo) formado por los tubos concéntricos, y puede ocurrir la transferencia de calor por convección hacia o desde las superficies interna y externa. Es posible especificar de forma independiente el flujo de calor o la temperatura, es decir, la condición térmica en cada una de estas superficies. En cualquier caso el flujo de calor desde cada superficie se puede calcular con expresiones de la forma

$$q_i'' = h_i(T_{s,i} - T_m) \tag{8.}$$

$$q_o'' = h_o(T_{s,o} - T_m) \tag{8.}$$

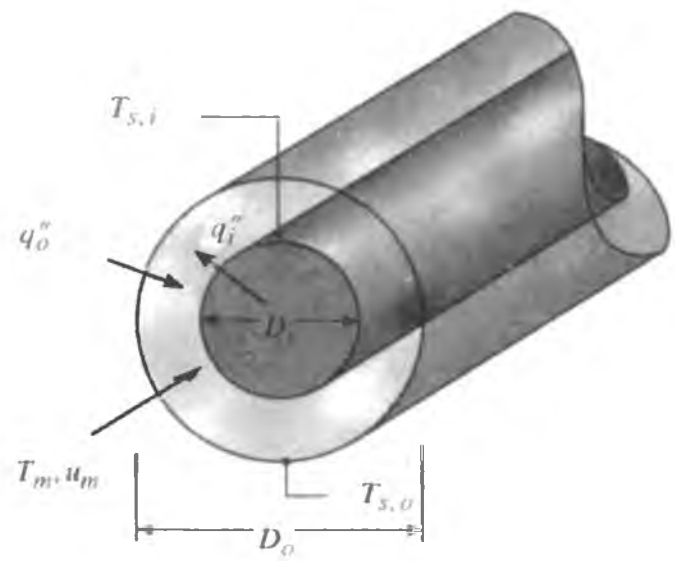


FIGURA 8.10
Anillo de tubos concéntricos.

Advierta que se asocian los coeficientes de convección separados con las superficies interna y externa. Los números de Nusselt correspondientes son de la forma

$$Nu_i \equiv \frac{h_i D_h}{k} \tag{8.70}$$

$$Nu_o \equiv \frac{h_o D_h}{k} \tag{8.71}$$

donde, de la ecuación 8.67, el diámetro hidráulico D_h es

$$D_h = \frac{4(\pi/4)(D_o^2 - D_i^2)}{\pi D_o + \pi D_i} = D_o - D_i \tag{8.72}$$

Para el caso de flujo laminar completamente desarrollado con una superficie aislada y la otra superficie a una temperatura constante, Nu_i o Nu_o se pueden obtener de la tabla 8.2. Observe que en tales casos estaríamos interesados sólo en el coeficiente de convección asociado con la superficie isotérmica (no adiabática).

Si existen condiciones de flujo de calor uniforme en ambas superficies, los números de Nusselt se pueden calcular a partir de expresiones de la forma

$$Nu_i = \frac{Nu_{ii}}{1 - (q_o''/q_i'')\theta_i^*} \tag{8.73}$$

$$Nu_o = \frac{Nu_{oo}}{1 - (q_i''/q_o'')\theta_o^*} \tag{8.74}$$

Los coeficientes de influencia (Nu_{ii}, Nu_{oo}, θ_i^* y θ_o^*) que aparecen en estas ecuaciones se pueden obtener de la tabla 8.3. Note que q_i'' y q_o'' pueden ser positivos o negativos, lo que depende de si la transferencia de calor es hacia o desde el fluido, respectivamente. Además, pueden surgir situaciones para las que los valores de h_i y h_o son negativos. Tales resultados, cuando se utilizan con la convención de signos implícita en las ecuaciones 8.68 y 8.69, revelan las magnitudes relativas de T_s y T_m.

Para flujo turbulento completamente desarrollado, los coeficientes de influencia son una función de los números de Reynolds y de Prandtl [23]. Sin embargo, para una primera aproximación los coeficientes de convección interna y externa se pueden

TABLA 8.2 Número de Nusselt para flujo laminar completamente desarrollado en un anillo de tubos circulares con una superficie aislada y la otra a temperatura constante

D_i/D_o	Nu_i	Nu_o
0	—	3.66
0.05	17.46	4.06
0.10	11.56	4.11
0.25	7.37	4.23
0.50	5.74	4.43
1.00	4.86	4.86

Usado con permiso de W. M. Kays y H. C. Perkins, en W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett, editores, *Handbook of Heat Transfer*, capítulo 7, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litora

Tabla 8.3 Coeficientes de influencia para flujo laminar completamente desarrollado en un anillo de tubos circulares con flujo de calor uniforme que se mantiene en ambas superficies

D_i/D_o	Nu_{ii}	Nu_{oo}	θ_i^*	θ_o^*
0	–	4.364	∞	0
0.05	17.81	4.792	2.18	0.0294
0.10	11.91	4.834	1.383	0.0562
0.20	8.499	4.833	0.905	0.1041
0.40	6.583	4.979	0.603	0.1823
0.60	5.912	5.099	0.473	0.2455
0.80	5.58	5.24	0.401	0.299
1.00	5.385	5.385	0.346	0.346

Usado con permiso de W. M. Kays y H. C. Perkins, en W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett, editores, *Handbook of Heat Transfer*, cap. 7, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

suponer iguales y se pueden evaluar mediante el uso del diámetro hidráulico, ecuación 8.72, con la ecuación de Dittus-Boelter, ecuación 8.60.

8.8 Aumento de la transferencia de calor

Se dispone de varias opciones para mejorar la transferencia de calor asociada con flujos internos. La mejora se puede lograr aumentando el coeficiente de convección y/o el área superficial de convección. Por ejemplo, h puede aumentar introduciendo rugosidad superficial para aumentar la turbulencia, como, por ejemplo, mediante la fabricación

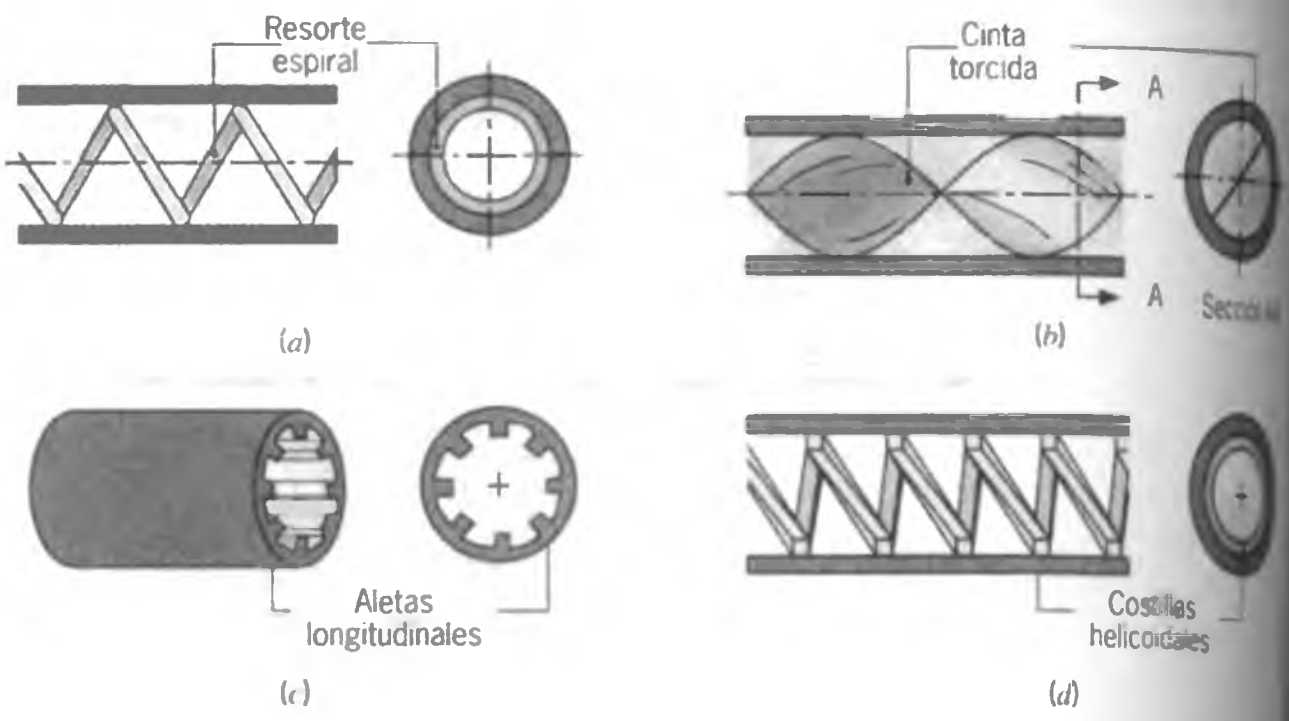


Figura 8.11 Esquemas de aumento de la transferencia de calor del flujo interno: (*a*) sección longitudinal y vista del extremo de un inserto de resorte espiral, (*b*) sección longitudinal y vista de la sección transversal de la cinta torcida insertada, (*c*) sección recortada y vista del extremo de las aletas longitudinales, y (*d*) sección longitudinal y vista del extremo de las costillas helicoidales

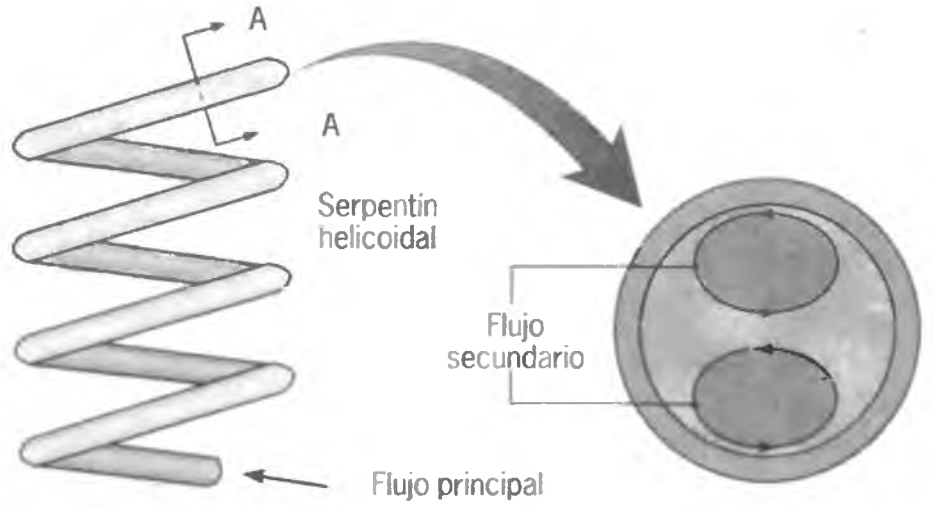


FIGURA 8.12 Esquema de un tubo enrollado helicoidalmente y del flujo secundario en una vista de la sección transversal agrandada.

inserción de un alambre de resorte espiral. El alambre insertado (figura 8.11*a*) proporciona un elemento de rugosidad helicoidal en contacto con la superficie interna del tubo. Alternativamente, el coeficiente de convección se puede aumentar mediante la inducción de un movimiento giratorio a través de la inserción de una cinta enroscada (figura 8.11*b*). El inserto consiste en una tira delgada que se enrosca periódicamente a 360°. La introducción de una componente de velocidad tangencial aumenta la velocidad del flujo, en particular cerca de la pared del tubo. El área de transferencia de calor puede aumentarse al unir aletas longitudinales a la superficie interna (figura 8.11*c*), mientras el coeficiente de convección y el área pueden aumentar con el uso de aletas espirales o costillas (figura 8.11*d*). Al evaluar cualquier esquema de aumento de la transferencia de calor, también se debe dar atención al aumento acompañante en la caída de presión y por tanto a los requerimientos de potencia de bombeo o de ventilación. Evaluaciones completas de las opciones de aumento de la transferencia de calor se han publicado [24-26], y el *Journal of Enhanced Heat Transfer* proporciona acceso a los desarrollos recientes en el campo.

Al enrollar un tubo (figura 8.12), se puede aumentar la transferencia de calor sin inducir turbulencia o área superficial de transferencia de calor adicional. En este caso, las fuerzas centrífugas inducen un *flujo secundario* que consiste en un par de vórtices longitudinales que aumentan el coeficiente de convección. Una revisión minuciosa de la transferencia de calor en ductos enrollados la proporcionan Shah y Joshi [27].

8.9 Transferencia de masa por convección

La transferencia de masa por convección también puede ocurrir para flujos internos. Por ejemplo, un gas puede fluir por un tubo cuya superficie está mojada o se sublima. La evaporación o sublimación ocurrirá entonces y se producirá una capa límite de concentración. Así como la temperatura media es la temperatura de referencia apropiada para la transferencia de calor, la concentración media de especies $\rho_{A,m}$ desempeña un papel equivalente para la transferencia de masa. Por analogía con la ecuación 8.27 se sigue que, para flujo incompresible en un tubo circular,

$$\rho_{A,m} = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} u \rho_A r \, dr \tag{8.75}$$

El desarrollo de la capa límite de concentración se caracteriza por regiones de entrada y completamente desarrollada, y la ecuación 8.23 se puede usar (con *Pr* reempla-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

zada por *Sc*) para determinar la *longitud de entrada de concentración* $x_{cd,c}$ para flujo laminar. La ecuación 8.4 se puede usar nuevamente como una primera aproximación para flujo turbulento. Más aún, por analogía con la ecuación 8.29, para flujos laminares y turbulento, existen condiciones completamente desarrolladas cuando

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho_{A,s}(x) - \rho_A(r,x)}{\rho_{A,s}(x) - \rho_{A,m}(x)}\right]_{cd,c} = 0 \tag{8.76}$$

El flujo de masa de la especie A se puede calcular a partir de una expresión de la forma

$$n''_{A,s} = h_m(\rho_{A,s} - \rho_{A,m}) \tag{8.77}$$

donde el coeficiente de transferencia de masa por convección h_m se puede obtener de las correlaciones apropiadas que incluyen el número de Sherwood Sh_D, definido como

$$Sh_D \equiv \frac{h_m D}{D_{AB}} \tag{8.78}$$

Recurriendo a la analogía de transferencia de calor y de masa, la forma específica de la correlación se puede inferir de los resultados de transferencia de calor anteriores reemplazando simplemente Nu_D con Sh_D y Pr con Sc.

Ejemplo 8.7

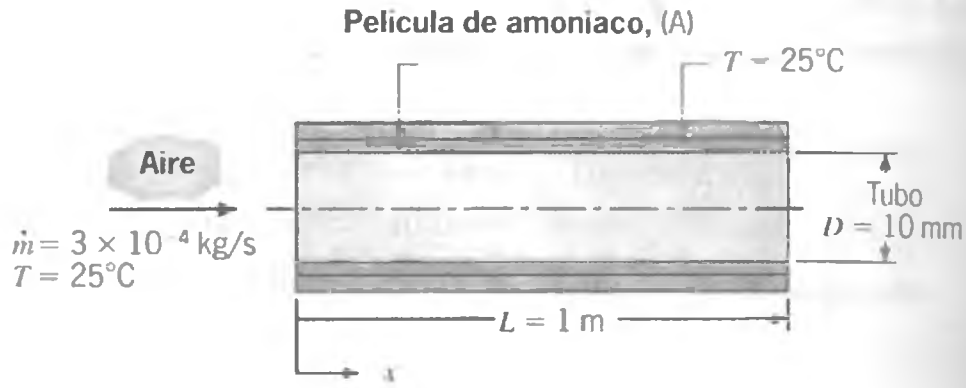
Una película líquida delgada, que se forma en la superficie interior de un tubo de diámetro $D = 10$ mm y longitud $L = 1$ m, se elimina haciendo pasar aire seco por el tubo a razón de 3×10^{-4} kg/s. El tubo y el aire están a 25°C. ¿Cuál es el coeficiente promedio de transferencia de masa por convección?

Solución

Se conoce: El amoniaco líquido sobre la superficie interior de un tubo se elimina mediante evaporación en un flujo de aire.

Encontrar: Coeficiente promedio de transferencia de masa por convección para el tubo.

Esquema:



Suposiciones:

1. Película delgada de amoniaco con superficie lisa.
2. Es aplicable la analogía de transferencia de calor y masa.

Propiedades: Tabla A.4, aire (25°C): $\nu = 15.7 \times 10^{-6}$ m²/s, $\mu = 183.6 \times 10^{-7}$

s/m². Tabla A.8, amoniaco-aire (25°C): $D_{AB} = 0.28 \times 10^{-4}$ m²/s, $Sc = (\nu/D_{AB}) = 0.56$.

Análisis: De la ecuación 8.6,

$$Re_D = \frac{4 \times 3 \times 10^{-4} \text{ kg/s}}{\pi \times 0.01 \text{ m} \times 183.6 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2} = 2080$$

en cuyo caso el flujo es laminar. De aquí, dado que se mantiene una concentración constante de vapor de amoniaco en la superficie de la película, que es análoga a una temperatura superficial constante, y como

$$\left(\frac{Re_D\, Sc}{L/D}\right)^{1/3} = \left[\frac{(2080)(0.56)}{1/0.01}\right]^{1/3} = 2.27 > 2$$

el análogo de transferencia de masa a la ecuación 8.57 se puede usar para determinar el coeficiente promedio de transferencia de masa por convección, se sigue que

$$\overline{Sh}_D = 1.86\left(\frac{Re_D\, Sc}{L/D}\right)^{1/3} = 1.86 \times 2.27 = 4.22$$

De aquí,

$$\bar{h}_m = \overline{Sh}_D \frac{D_{AB}}{D} = \frac{4.22 \times 0.28 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}}{0.01 \text{ m}} = 0.012 \text{ m/s} \quad \triangleleft$$

Comentarios: De la ecuación 8.23, $x_{cd,c} \approx (0.05 Re_D\, Sc)D = 0.58$ m, y existen condiciones completamente desarrolladas sobre aproximadamente 40% de la longitud del tubo. Una suposición de condiciones completamente desarrolladas sobre todo el tubo proporcionaría un valor de $\overline{Sh}_D = 3.66$, que es 13% menor que el resultado anterior.

8.10 *Resumen*

El flujo interno se encuentra en numerosas aplicaciones y es importante apreciar sus características únicas. ¿Cuál es la naturaleza del flujo completamente desarrollado y cómo difiere del flujo en la región de entrada? ¿Cómo influye el número de Prandtl en el desarrollo de la capa límite en la región de entrada? ¿Qué tanto dependen las condiciones térmicas en el fluido de la condición de superficie? Por ejemplo, ¿cómo varían las temperaturas superficial y media con x para el caso de flujo de calor superficial uniforme? O ¿cómo varían la temperatura media y el flujo de calor superficial para el caso de temperatura superficial uniforme?

Debe ser capaz de hacer cálculos de ingeniería que incluyan un balance de energía y correlaciones de convección apropiadas. La metodología implica determinar si el flujo es laminar o turbulento, y establecer la longitud de la región de entrada. Después de decidir si está interesado en las condiciones locales (en una posición axial particular) o en las condiciones promedio (para todo el tubo), se puede seleccionar la correlación de convección y usarla con la forma apropiada del balance de energía para resolver el problema. En la tabla 8.4 se proporciona un resumen de las correlaciones.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

En este capítulo no se consideran varias características que complican los flujos internos. Por ejemplo, puede existir una situación para la que hay una variación axial establecida en T_s o q''_s, en lugar de condiciones superficiales uniformes. Entre otras cosas, tal variación impediría la existencia de una región completamente desarrollada. También puede haber efectos de rugosidad de la superficie, flujo de calor circunferencial o variaciones de temperatura, propiedades de fluido que varían ampliamente, o

Tabla 8.4 Resumen de correlaciones de convección para flujo en un tubo circular [a, b, e]

Correlación		Condiciones
$f = 64/Re_D$	(8.19)	Laminar, completamente desarrollado
$Nu_D = 4.36$	(8.53)	Laminar, completamente desarrollado, q''_s uniforme, $Pr \geq 0.6$
$Nu_D = 3.66$	(8.55)	Laminar, completamente desarrollado, T_s uniforme, $Pr \geq 0.6$
$\overline{Nu}_D = 3.66 + \dfrac{0.0668(D/L)Re_D\,Pr}{1 + 0.04[(D/L)Re_D\,Pr]^{2/3}}$	(8.56)	Laminar, longitud de entrada térmica ($Pr \gg 1$ o una longitud inicial no calentada), T_s uniforme
o $\overline{Nu}_D = 1.86\left(\dfrac{Re_D\,Pr}{L/D}\right)^{1/3}\left(\dfrac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$	(8.57)	Laminar, longitud de entrada combinada $\{[Re_D Pr/(L/D)]^{1/3}(\mu/\mu_s)^{0.14}\} \geq 2$, T_s uniforme, $0.48 < Pr < 16{,}700$, $0.0044 < (\mu/\mu_s) < 9.75$
$f = 0.316Re_D^{-1/4}$	(8.20a)[c]	Turbulento, completamente desarrollado, $Re_D \leq 2 \times 10^4$
$f = 0.184Re_D^{-1/5}$	(8.20b)[c]	Turbulento, completamente desarrollado, $Re_D \geq 2 \times 10^4$
o $f = (0.790 \ln Re_D - 1.64)^{-2}$	(8.21)[c]	Turbulento, completamente desarrollado, $3000 \leq Re_D \leq 5 \times 10^6$
$Nu_D = 0.023Re_D^{4/5}\,Pr^n$	(8.60)[d]	Turbulento, completamente desarrollado, $0.6 \leq Pr \leq 160$, $Re_D \geq 10{,}000$, $(L/D) \geq 10$, $n = 0.4$ para $T_s > T_m$ y $n = 0.4$ para $T_s < T_m$
o $Nu_D = 0.027Re_D^{4/5}\,Pr^{1/3}\left(\dfrac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$	(8.61)[d]	Turbulento, completamente desarrollado, $0.7 \leq Pr \leq 16{,}700$, $Re_D \geq 10{,}000$, $L/D \geq 10$
o $Nu_D = \dfrac{(f/8)(Re_D - 1000)Pr}{1 + 12.7(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)}$	(8.63)[d]	Turbulento, completamente desarrollado, $0.5 < Pr < 2000$, $3000 \leq Re_D \leq 5 \times 10^6$, $(L/D) \geq 10$
$Nu_D = 4.82 + 0.0185(Re_D Pr)^{0.827}$	(8.65)	Metales líquidos, turbulento, completamente desarrollado, q''_s uniforme, $3.6 \times 10^3 < Re_D < 9.05 \times 10^5$, $10^2 < Pe_D < 10^4$
$Nu_D = 5.0 + 0.025(Re_D Pr)^{0.8}$	(8.66)	Metales líquidos, turbulento, completamente desarrollado, T_s uniforme, $Pe_D > 100$

[a] Las correlaciones de transferencia de masa se pueden obtener reemplazando Nu_D y Pr con Sh_D y Sc, respectivamente.
[b] Las propiedades en las ecuaciones 8.53, 8.55, 8.60, 8.61, 8.63, 8.65, y 8.66 se basan en T_m; las propiedades en las ecuaciones 8.19 a 8.21, se basan en $T_f \equiv (T_s + T_m)/2$; las propiedades en las ecuaciones 8.56 y 8.57, se basan en $\bar{T}_m \equiv (T_{m,i} + T_{m,o})/2$.
[c] Las ecuaciones 8.20 y 8.21 pertenecen a tubos lisos. Para tubos rugosos, se debe usar la ecuación 8.63 con los resultados de la figura 8.3.
[d] Como primera aproximación, se puede usar la ecuación 8.60, la 8.61 o la 8.63 para evaluar el número de Nusselt promedio $\overline{Nu}_D$ sobre la longitud del tubo, si $(L/D) \geq 10$. Las propiedades se deben evaluar entonces en el promedio de la temperatura media, $\bar{T}_m \equiv (T_{m,i} + T_{m,o})/2$.
[e] Para tubos de sección transversal no circular, $Re_D \equiv D_h u_m/\nu$, $D_h \equiv 4A_c/P$, y $u_m = \dot{m}/\rho A_c$. Los resultados para flujo laminar completamente desarrollado se proporcionan en la tabla 8.1. Para flujo turbulento, se puede usar la ecuación 8.60 como primera aproximación.

condiciones de transición de flujo. Para un análisis completo de estos efectos, se deben consultar las referencias [11, 12, 15, 17, 23].

Bibliografía

1. Langhaar, H. L., *J. Appl. Mech.*, **64**, A-55, 1942.
2. Kays, W. M., y M. E. Crawford, *Convective Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1980.
3. Moody, L. F., *Trans. ASME*, **66**, 671, 1944.
4. Petukhov, B. S., en T. F. Irvine y J. P. Hartnett, eds., *Advances in Heat Transfer*, vol. 6, Academic Press, Nueva York, 1970.
5. Wark, K., *Thermodynamics*, 4a ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1983.
6. Bird, R. B., W. E. Stewart, y E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, Wiley, Nueva York, 1966.
7. Kays, W. M., *Trans. ASME*, **77**, 1265, 1955.
8. Hausen, H., *Z. VDI Beih, Verfahrenstech.*, **4**, 91, 1943.
9. Sieder, E. N., y G. E. Tate, *Ind. Eng. Chem.*, **28**, 1429, 1936.
10. Whitaker, S., *AIChEJ.*, **18**, 361, 1972.
11. Shah, R. K., y A. L. London, *Laminar Flow Forced Convection in Ducts*, Academic Press, Nueva York, 1978.
12. Shah, R. K., y M. S. Bhatti, en S. Kakac, R. K. Shah, y W. Aung, eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, cap. 3, Wiley- Interscience, Nueva York, 1987.
13. Colburn, A. P., *Trans. AIChE*, **29**, 174, 1933.
14. Dittus, F. W., y L. M. K. Boelter, University of California, Berkeley, Publications on Enginnering, Vol. 2, p. 443, 1930.
15. Bhatti, M. S., y R. K. Shah, in S. Kakac, R. K. Shah, y W. Aung, eds., *Handbook of Single-phase Convective Heat Transfer*, cap. 4, Wiley-Interscience, Nueva York, 1987.
16. Ginielinski, V., *Int. Chem. Eng.*, **16**, 359, 1976.
17. Kakac, S., en S. Kakac, R. K. Shah, y W. Aung, eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, cap. 18 Wiley-Interscience, Nueva York, 1987.
18. Norris, R. H., en A. E. Bergles y R. L. Webb, Eds., *Augmentation of Convective Heat and Mass Transfer*, ASME, Nueva York, 1970.
19. Molki, M., y E. M. Sparrow, J. *Heat Transfer*, **108**, 482, 1986.
20. Skupinski, E. S., J. Tortel, y L. Vautrey, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **8**, 937, 1965.
21. Shah, R. A., y T. T. Shimazaki, *Trans. ASME*, **73**, 803, 1951.
22. Reed, C. B., en S. Kakac, R. K. Shah y W. Aung, eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, cap. 8, Wiley-Interscience, Nueva York, 1987.
23. Kays, W. M., y H. C. Perkins, en W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett, y E. N. Ganic, eds., *Handbook of Heat Transfer, Fundamentals*, cap. 7, McGraw-Hill, Nueva York, 1985.
24. Bergles, A. E., "Principles of Heat Transfer Augmentation", *Heat Exchangers, Thermal-Hydraulic Fundamentals and Design*, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1981, pp. 819-842.
25. Webb, R. L., en S. Kakac, R. K. Shah, y W. Aung, eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, cap. 17, Wiley-Interscience, Nueva York, 1987.
26. Webb, R. L., *Principles of Enhanced Heat Transfer*, Wiley, Nueva York, 1993.
27. Shah, R. K., y S. D. Joshi, en *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, cap. 5, Wiley-Interscience, Nueva York, 1987.

Problemas

Consideraciones hidrodinámicas

8.1 Se sabe que existen condiciones completamente desarrolladas para el agua que fluye por un tubo de 25 mm de diámetro a 0.01 kg/s y 27°C. ¿Cuál es la velocidad máxima del agua en el tubo? ¿Cuál es el gradiente de presión asociado con el flujo?

8.2 ¿Cuál es la caída de presión asociada con agua a 27°C que fluye con una velocidad media de 0.2 m/s por una tubería

de hierro colado de 600 m de longitud y 0.15 m de diámetro interior?

8.3 Agua a 27°C fluye con una velocidad media de 1 m/s por una tubería de 1 km de longitud y 0.25 m de diámetro interior.

(a) Determine la caída de presión sobre la longitud de la tubería y el requerimiento correspondiente de potencia de bombeo, si la superficie de la tubería es lisa.

(b) Si la tubería está fabricada de hierro colado y su superficie está limpia, determine la caída de presión y el requerimiento de potencia de bombeo.

(c) Para la condición de tubería lisa, genere una gráfica de caída de presión y requerimiento de potencia de bombeo para velocidades medias en el rango de 0.05 a 1.5 m/s.

8.4 Considere un tubo circular de 25 mm de diámetro por el cual puede fluir mercurio líquido, agua o aceite de motor a 27°C con un flujo másico de 0.03 kg/s. Determine la velocidad, la longitud de entrada hidrodinámica y la longitud de entrada térmica para cada uno de los fluidos.

8.5 Un refrigerante de aceite de motor consiste en un haz de 64 tubos lisos, cada uno de longitud $L = 5$ m y diámetro $D = 12.7$ mm.

(a) Si pasa aceite a 300 K en un flujo completamente desarrollado de 8 kg/s por los tubos, ¿cuál es la caída de presión y el requerimiento de potencia de bombeo?

(b) Calcule y grafique la caída de presión y el requerimiento de potencia de bombeo como función del flujo másico para $5 \leq \dot{m} \leq 60$ kg/s.

Consideraciones de longitud de entrada térmica y de balance de energía

8.6 Compare las longitudes de entrada térmica y de velocidad para aceite, agua y mercurio que fluyen por un tubo de 25 mm de diámetro con una velocidad y temperatura media de $u_m = 5$ mm/s y $T_m = 27°C$, respectivamente.

8.7 Los perfiles de velocidad y temperatura para flujo laminar en un tubo de radio $r_o = 10$ mm, tienen la forma

$$u(y) = 0.1[1 - (r/r_o)^2]$$

$$T(y) = 344.8 + 75.0(r/r_o)^2 - 18.8(r/r_o)^4$$

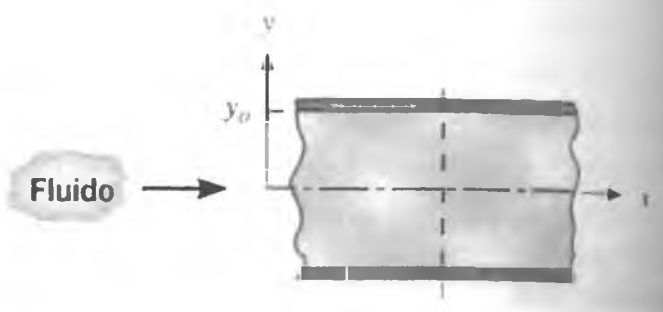
con unidades de m/s y K, respectivamente. Determine el valor correspondiente de la temperatura media (o global), T_m, en esta posición axial.

8.8 En una posición axial particular, los perfiles de velocidad y temperatura para flujo laminar en un canal de placas paralelas tienen la forma

$$u(y) = 0.75[1 - (y/y_o)^2]$$

$$T(y) = 5.0 + 95.66(y/y_o)^2 - 47.83(y/y_o)^4$$

con unidades de m/s y °C, respectivamente.



Determine los valores correspondientes de la velocidad media, u_m, y de la temperatura media (o global), T_m. Grafique las distribuciones de velocidad y temperatura. ¿Parecen razonables sus valores de u_m y T_m?

8.9 Agua a razón de 2 kg/s entra en una sección larga de una tubería con una temperatura de 25°C y una presión de 3 bar. La pared de la tubería se calienta de modo que se transfieren 10^5 W al agua conforme fluye por la tubería.

(a) Si el agua sale de la tubería con una presión de 2 bar, ¿cuál es la temperatura de salida?

(b) ¿Qué valor de la temperatura de salida se obtendría si se utilizara la ecuación 8.37 para el cálculo?

8.10 Entra agua en un tubo a 27°C a razón de 450 kg/h. La transferencia de calor de la pared del tubo al fluido está dada como q'_s (W/m) $= ax$, donde el coeficiente a es 20 W/m^2 y x(m) es la distancia axial desde la entrada del tubo.

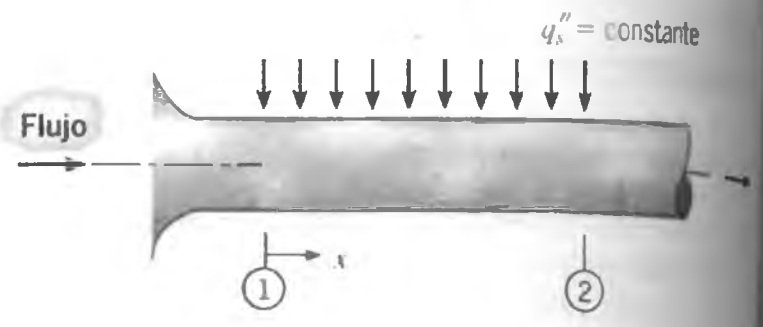
(a) Comenzando con un volumen de control diferencial definido de forma apropiada en el tubo, derive una expresión para la distribución de temperatura $T_m(x)$ del agua.

(b) ¿Cuál es la temperatura de salida del agua para una sección calentada de 30 m de longitud?

(c) Dibuje la temperatura media del fluido, $T_m(x)$, como función de la distancia a lo largo del tubo para las condiciones de flujo totalmente desarrollado y en desarrollo.

(d) ¿Qué valor de un flujo de calor uniforme de la superficie q''_s (en lugar de $q'_s = ax$) proporcionaría la misma temperatura de salida del fluido que la que se determina en la parte (b)? Para este tipo de calentamiento, dibuje las distribuciones de temperatura que se piden en la parte (c).

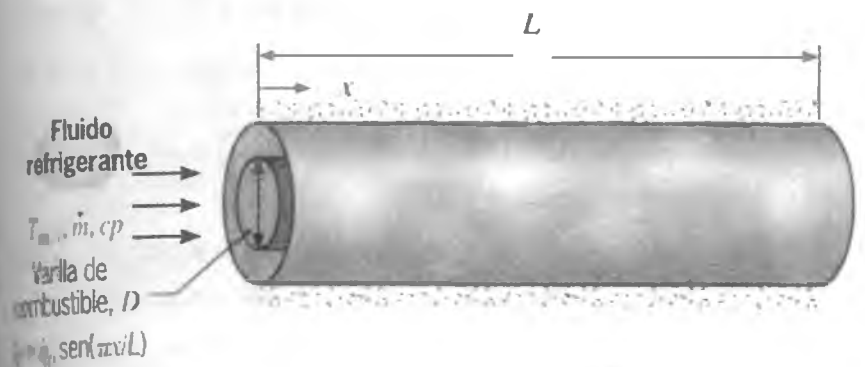
8.11 Considere el flujo en un tubo circular. Dentro de la longitud de la sección de prueba (entre 1 y 2) se mantiene un flujo constante de calor q''_s.



(a) Para los dos casos identificados, dibuje, de forma cualitativa, la temperatura superficial $T_s(x)$ y la temperatura media del fluido $T_m(x)$ como función de la distancia a lo largo de la sección de prueba x. En el caso A, el flujo está completamente desarrollado hidrodinámica y térmicamente. En el caso B el flujo no está desarrollado.

(b) Suponiendo que el flujo superficial q_s'' y la temperatura media de entrada $T_{m,1}$ son idénticos para ambos casos, ¿la temperatura media de salida $T_{m,2}$ para el caso A será mayor que, igual a, o menor que $T_{m,2}$ para el caso B? Explique de forma breve por qué.

8.12 Considere una varilla cilíndrica de combustible nuclear de longitud L y diámetro D que está encerrada en un tubo concéntrico. Por la región anular entre la varilla y el tubo fluye agua presurizada a un flujo másico $\dot{m}$, y la superficie externa del tubo está bien aislada. Hay generación de calor dentro de la varilla de combustible y se sabe que la rapidez de generación volumétrica varía senoidalmente con la distancia a lo largo de la varilla. Es decir, $\dot{q}(x) = \dot{q}_o \operatorname{sen}(\pi x/L)$, donde $\dot{q}_o$(W/m^3) es una constante. Se puede suponer que existe un coeficiente de convección uniforme h entre la superficie de la varilla y el agua.



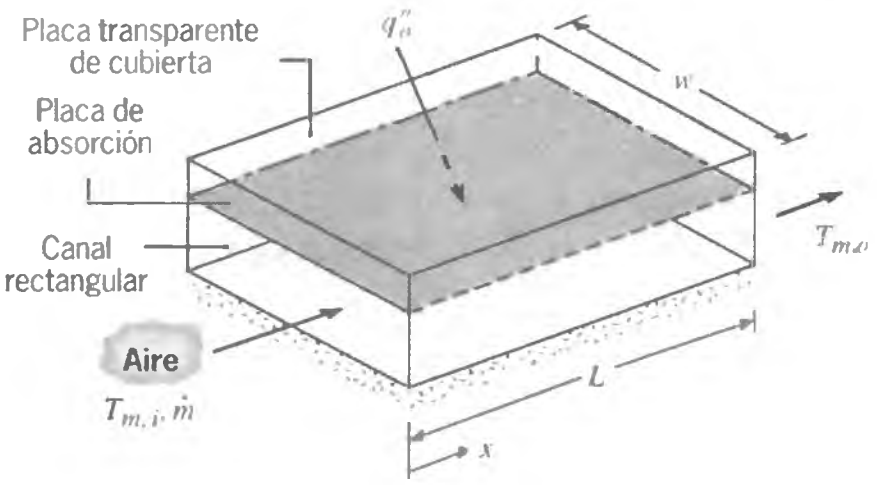
(a) Obtenga expresiones para el flujo de calor local $q''(x)$ y para la transferencia total de calor q de la varilla de combustible al agua.

(b) Obtenga una expresión para la variación de la temperatura media $T_m(x)$ del agua con la distancia x a lo largo del tubo.

(c) Obtenga una expresión para la variación de la temperatura superficial de la varilla $T_s(x)$ con la distancia x a lo largo del tubo. Desarrolle una expresión para la posición x a la que esta temperatura se maximiza.

8.13 En una aplicación particular que incluye el paso de un fluido a un flujo másico $\dot{m}$ por un tubo circular de longitud L y diámetro D, se sabe que el flujo de calor superficial tiene una variación senoidal con x, que es de la forma $q_s''(x) = q_{s,m}'' \operatorname{sen}(\pi x/L)$. Se sabe que el flujo máximo, $q_{s,m}''$, es una constante, y el fluido entra al tubo a una temperatura conocida, $T_{m,i}$. Suponiendo que el coeficiente de convección es constante, ¿cómo varían la temperatura media del fluido y la temperatura superficial con x?

8.14 Un colector solar de placa plana se usa para calentar aire atmosférico que fluye por un canal rectangular. La superficie inferior del canal está bien aislada, mientras que la superficie superior está sujeta a un flujo de calor uniforme q_o'', que se debe al efecto neto de la absorción de radiación solar y del intercambio de calor entre las placas de absorción y de cubierta.



(a) Comenzando con un volumen de control diferencial apropiado, obtenga una ecuación que se pueda utilizar para determinar la temperatura media del aire $T_m(x)$ como función de la distancia a lo largo del canal. Resuelva esta ecuación para obtener una expresión de la temperatura media del aire que sale del colector.

(b) Con condiciones de aire de entrada de $\dot{m} = 0.1$ kg/s y $T_{m,i} = 40°C$, ¿cuál es la temperatura de salida del aire si $L = 3$ m, $w = 1$ m, y $q_o'' = 700$ W/m^2? El calor específico del aire es $c_p = 1008$ J/kg · K.

8.15 Aire atmosférico entra en la sección caliente de un tubo circular con un flujo de 0.005 kg/s y una temperatura de 20°C. El tubo es de diámetro $D = 50$ mm, y existen condiciones completamente desarrolladas con $h = 25$ W/m^2 · K sobre toda la longitud $L = 3$ m.

(a) Para el caso de flujo de calor superficial uniforme a $q_s'' = 1000$ W/m^2, determine la transferencia total de calor q y la temperatura media del aire que sale del tubo $T_{m,o}$. ¿Cuál es el valor de la temperatura superficial en la entrada $T_{s,i}$ y en la salida $T_{s,o}$ del tubo? Dibuje la variación axial de T_s y T_m. Sobre la misma figura, también dibuje (cualitativamente) la variación axial de T_s y T_m para el caso más realista en el que el coeficiente local de convección varía con x.

(b) Si el flujo de calor superficial varía linealmente con x, de modo que q_s''(W/m^2) = 500x (m), ¿cuáles son los valores de q, $T_{m,o}$, $T_{s,i}$, y $T_{s,o}$? Dibuje la variación axial T_s y T_m. Sobre la misma figura, también dibuje (cualitativamente) la variación axial de T_s y T_m para el caso más realista en que el coeficiente de convección local varía con x.

(c) Para las dos condiciones de calentamiento de las partes (a) y (b), grafique las temperaturas media del fluido y superficial, $T_m(x)$ y $T_s(x)$, respectiva-

mente, como funciones de la distancia a lo largo del tubo. ¿Qué efecto tendrá un aumento del cuádruple en el coeficiente de convección sobre las distribuciones de temperatura?

(d) Para cada tipo de proceso de calentamiento, ¿qué flujos de calor se requieren para alcanzar una temperatura de salida del aire de 125°C? Grafique las distribuciones de temperaturas.

8.16 El flujo plano es una condición de flujo dentro de tubo idealizado para el que la velocidad se supone uniforme sobre toda la sección transversal del tubo. Para el caso de flujo plano laminar con un flujo de calor superficial uniforme, determine la forma de la distribución de temperaturas completamente desarrollada $T(r)$ y el número de Nusselt Nu_D.

8.17 Mediante la superposición de un volumen de control que es diferencial en x sobre las condiciones de flujo del tubo de la figura 8.8, derive la ecuación 8.46a.

8.18 Un aparato de simulación del núcleo nuclear experimental consiste en un tubo metálico largo de pared delgada de diámetro D y longitud L, que se calienta eléctricamente para producir la distribución senoidal del flujo de calor

$$q_s''(x) = q_o'' \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

donde x es la distancia medida desde la entrada del tubo. Fluido a una temperatura de entrada $T_{m,i}$ corre por el tubo a razón de $\dot{m}$. Suponiendo que el flujo es turbulento y completamente desarrollado sobre toda la longitud del tubo, desarrolle expresiones para: (a) la transferencia total de calor, q, del tubo al fluido; (b) la temperatura de salida del fluido, $T_{m,o}$; (c) la distribución axial de la temperatura de la pared, $T_s(x)$; y (d) la magnitud y posición de la temperatura más alta de la pared. (e) Considere un tubo de 40 mm de diámetro y 4 m de longitud con una distribución de flujo de calor senoidal para la que $q_o'' = 10{,}000$ W/m^2. El fluido que pasa por el tubo tiene un flujo másico de 0.025 kg/s, un calor específico de 4180 J/kg · K, una temperatura de entrada de 25°C, y un coeficiente de convección de 1000 W/m^2 · K. Grafique las temperaturas media del fluido y superficial como función de la distancia a lo largo del tubo. Identifique las características importantes de las distribuciones, explore el efecto de cambios de ±25% en el coeficiente de convección y el flujo de calor sobre las distribuciones.

Ejercicio en clase

Correlaciones de transferencia de calor: tubos circulares

8.19 Aceite de motor a razón de 0.02 kg/s fluye por un tubo de 3 mm de diámetro de 30 m de longitud. El aceite tiene una temperatura de entrada de 60°C, mientras que la temperatura de la pared del tubo se mantiene a 100°C por condensación de vapor sobre su superficie externa.

(a) Estime el coeficiente promedio de transferencia de calor para el flujo interno del aceite.

(b) Determine la temperatura de salida del aceite.

8.20 Se calienta aceite de motor haciéndolo fluir por un tubo circular de diámetro $D = 50$ mm y longitud $L = 25$ m, cuya superficie se mantiene a 150°C.

(a) Si el flujo másico y la temperatura de entrada del aceite son 0.5 kg/s y 20°C, cuál es la temperatura de salida $T_{m,o}$? ¿Cuál es la transferencia total de calor q para el tubo?

(b) Para flujos másicos en el rango $0.5 \leq \dot{m} \leq 2.5$ kg/s, calcule y grafique las variaciones de $T_{m,o}$ y q con $\dot{m}$. ¿Para qué flujos se maximizan q y $T_{m,o}$? Explique sus resultados.

8.21 Fluye aceite de motor por un tubo de 25 mm de diámetro y 10 m de longitud a razón de 0.5 kg/s. El aceite entra al tubo a 25°C, mientras que la superficie del tubo se mantiene a 100°C.

(a) Determine la transferencia total de calor al aceite y la temperatura de salida del aceite.

(b) Repita la parte (a), sujeto a la suposición de condiciones completamente desarrolladas a lo largo del tubo.

8.22 Por un tubo de 25 mm de diámetro fluye aceite de motor a razón de 0.5 kg/s. El aceite entra al tubo con una temperatura de 25°C, mientras que la temperatura del tubo se mantiene a 100°C.

(a) Determine la temperatura de salida del aceite para un tubo de 5 m y uno de 100 m de longitud. Para cada caso, compare la diferencia de temperatura media logarítmica con la diferencia de temperaturas media aritmética. $x_{cd,h}$? ~ $x_{cd,t}$?

(b) Para $5 \leq L \leq 100$ m, calcule y grafique el número de Nusselt promedio $\overline{Nu}_D$ y la temperatura de salida del aceite como función de L.

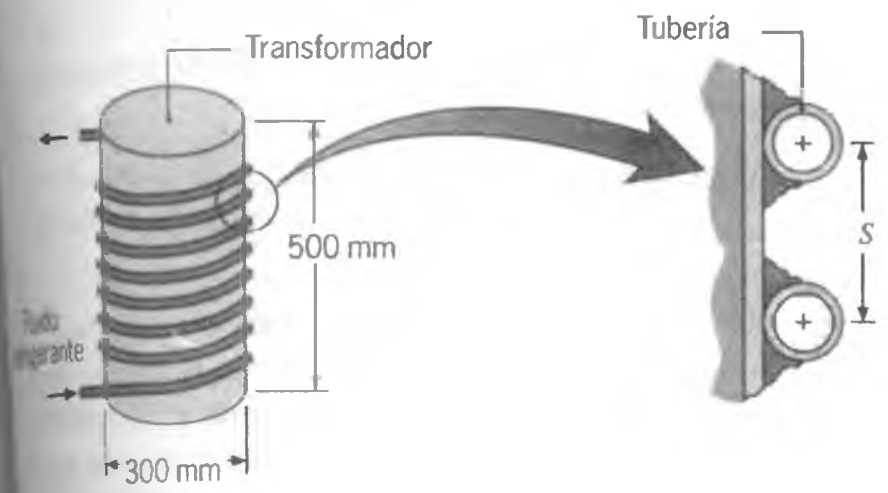
8.23 Por un tubo de pared delgada de 3 mm de diámetro fluye glicol etilénico a 0.01 kg/s. El tubo se enrolla y se sumerge en un baño de agua bien agitada que se mantiene a 25°C. Si el fluido entra al tubo a 85°C, ¿qué transferencia de calor y longitud de tubo se requieren para que el fluido salga a 35°C? Ignore el aumento en la transferencia de calor asociado con el enrollado.

8.24 En las etapas finales de producción, se esteriliza un producto calentándolo de 25 a 75°C a medida que se mueve a 0.2 m/s por un tubo recto de acero inoxidable de pared delgada de 12.7 mm de diámetro. Un flujo de calor uniforme se mantiene mediante un calentador de resistencia eléctrica enrollado alrededor de la superficie externa del tubo. Si el tubo es de 10 m de longitud, ¿cuál es el flujo de calor que se requiere? Si entra al tubo con un perfil de velocidad completamente desarrollado y un perfil uniforme de temperatura,

es la temperatura superficial en la salida del tubo y a una distancia de 0.5 m desde la entrada? Las propiedades del fluido se pueden aproximar a $\rho = 1000$ kg/m^3, $c_p = 4000$ J/kg · K, $\mu = 2 \times 10^{-3}$ kg/s · m, $k = 0.48$ W/m · K, y $Pr = 10$.

8.25 Aceite a una temperatura de 25°C y una velocidad media de 10 m/s está en un flujo completamente desarrollado hidrodinámicamente por un tubo circular de 5 mm de diámetro, cuando entra a una sección caliente de 6 m de longitud. Si la superficie de la sección caliente se mantiene a 150°C, ¿cuál es la temperatura de salida del aire y la transferencia total de calor? Las propiedades del aceite se pueden evaluar a una temperatura media estimada de 310 K.

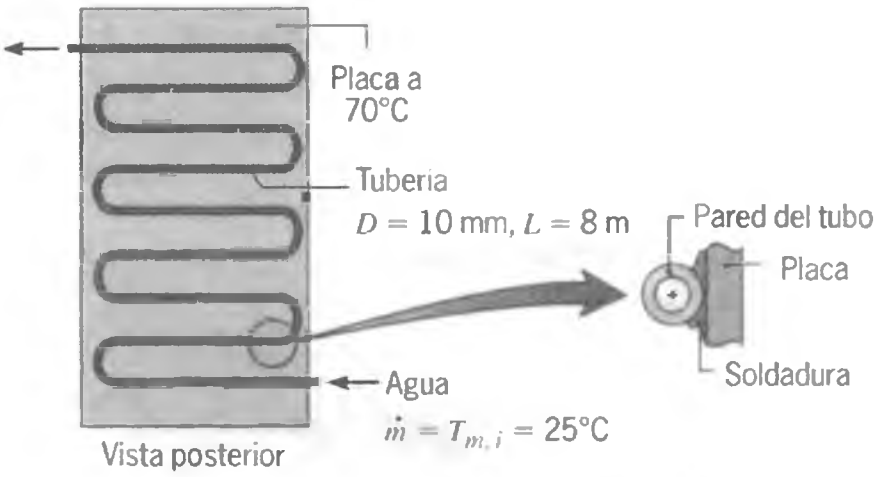
8.26 Un transformador de potencia eléctrica de diámetro 300 mm y altura 500 mm disipa 1000 W. Se desea mantener su temperatura superficial a 47°C, suministrando glicerina a 24°C por una tubería de pared delgada de 20 mm de diámetro soldada a la superficie lateral del transformador. Se supone que todo el calor disipado por el transformador se transfiere a la glicerina.



(a) Suponiendo que la elevación de temperatura máxima permisible del fluido refrigerante es 6°C y que hay un flujo completamente desarrollado a través del tubo, determine el flujo másico del fluido refrigerante que se requiere, la longitud total de la tubería y el espaciado lateral S entre las vueltas de la tubería.

(b) Para una longitud establecida de la tubería de 15 m y una temperatura superficial máxima permisible del transformador de 47°C, calcule y grafique la potencia máxima permisible del transformador y la temperatura de salida de la glicerina como función del flujo másico para $0.05 \leq \dot{m} \leq 0.25$ kg/s. Explique el hecho de que el flujo no está completamente desarrollado.

8.27 Considere un colector solar de placa plana como el que se muestra en el problema 3.93. Se suelda una tubería de cobre de diámetro interior $D = 10$ mm y longitud total $L = 8$ m a la parte posterior de la placa del colector, que se mantiene a una temperatura uniforme de $T_p = 70$°C por la radiación solar. La resistencia térmica asociada con la conducción en la soldadura y la pared del tubo se puede ignorar, así como el efecto del arreglo del serpentín sobre el flujo en los tubos.



(a) Si entra agua al tubo a $T_{m,i} = 25$°C y $\dot{m} = 0.01$ kg/s, ¿cuál es la temperatura de salida $T_{m,o}$ y la transferencia total de calor q para el tubo?

(b) La temperatura de salida del agua y la transferencia de calor dependen del flujo másico, que se puede controlar fácilmente. Calcule y grafique $T_{m,o}$ y q como función de $\dot{m}$ para el rango $0.005 \leq \dot{m} \leq 0.050$ kg/s. Para $\dot{m} = 0.005$ y 0.05 kg/s, grafique la distribución de temperaturas a lo largo del tubo.

8.28 La sección del evaporador de una bomba de calor se instala en un tanque grande de agua, que se usa como fuente de calor durante el invierno. A medida que se extrae energía del agua, ésta comienza a congelarse, lo que crea un baño de hielo/agua a 0°C, que se puede usar para acondicionamiento de aire durante el verano. Considere las condiciones de enfriamiento en verano para las que se hace pasar aire a través de un arreglo de tubos de cobre, cada uno de diámetro interior $D = 50$ mm, sumergido en el baño.

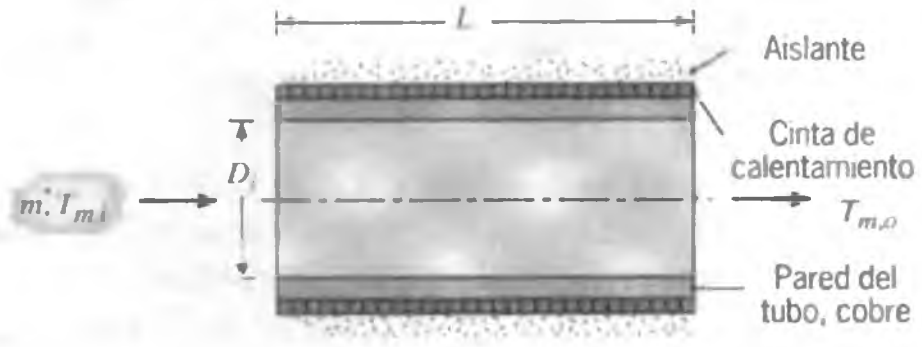
(a) Si entra aire a cada tubo a una temperatura media de $T_{m,i} = \dot{m}$ 24°C y un flujo másico de $\dot{m} = 0.01$ kg/s, ¿qué longitud de tubería L se necesita para proporcionar una temperatura de salida $T_{m,o} = 14$°C? Con 10 tubos que pasan a través de un tanque de volumen total $V = 10$ m^3, que inicialmente contiene 80% de hielo por volumen, ¿cuánto tiempo tomaría fundir por completo el hielo? La densidad y calor latente de fusión del hielo son 920 kg/m^3 y 3.34×10^5 J/kg, respectivamente.

(b) La temperatura de salida del aire se puede regular al ajustar el flujo de masa del tubo. Para la longitud del tubo determinada en la parte (a), calcule y grafique $T_{m,o}$ como función de $\dot{m}$ para $0.005 \leq \dot{m} \leq 0.05$ kg/s. Si la habitación enfriada por este sistema requiere aproximadamente 0.05 kg/s de aire a 16°C, ¿qué condiciones de diseño y de operación se deben prescribir para el sistema?

8.29 En un secador comercial, el aire se calienta de 20 a 50°C al hacerlo pasar por tubos de cobre de *pared den-*

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

sa de longitud $L = 1$ m y diámetro interior $D_i = 0.05$ m. El flujo másico por tubo es 10^{-3} kg/s, y el aire se calienta envolviendo cada tubo con cinta de calentamiento de resistencia eléctrica, que proporciona un flujo de calor uniforme en la *superficie externa* del tubo. El grosor de la pared del tubo y la conductividad térmica son lo bastante grandes para proporcionar una temperatura de pared uniforme para las condiciones de operación establecidas. Cada tubo calentado está bien aislado de sus alrededores.



Usando las propiedades del aire $c_p = 1007$ J/kg · K, $\mu = 188 \times 10^{-7}$ kg/s · m, $k = 0.0269$ W/m · K, y $Pr = 0.71$, evalúe el flujo de calor *promedio* en la superficie interior del tubo y la temperatura de la pared del tubo.

8.30 Un tubo circular de 25 mm de diámetro, cuya superficie externa se mantiene a 100°C, se usa para calentar agua de 30 a 70°C.

(a) Para un flujo de agua de 1 kg/s, ¿cuánto debe medir de largo el tubo?

(b) Grafique la longitud de tubo que se requiere como función del flujo másico para $0.25 \leq \dot{m} \leq 2$ kg/s.

8.31 Agua que fluye a 2 kg/s por un tubo de 40 mm de diámetro se calentará de 25 a 75°C si se mantiene la temperatura superficial del tubo a 100°C.

(a) ¿Cuál es la longitud del tubo que se requiere para estas condiciones?

(b) A fin de diseñar un sistema de calentamiento de agua, deseamos considerar el uso de diámetros de tubo en el rango de 30 a 50 mm. ¿Cuáles son las longitudes del tubo que se requieren para flujos másicos de agua de 1, 2 y 3 kg/s? Represente la información de este diseño en forma gráfica.

(c) Grafique el gradiente de presión como función del diámetro del tubo para los tres flujos másicos. Suponga que la pared del tubo es lisa.

8.32 Fluye agua a 2 kg/s por un tubo de 40 mm de diámetro y 4 m de longitud. El agua entra al tubo a 25°C, y la temperatura superficial es 90°C.

(a) ¿Cuál es la temperatura de salida del agua? ¿Cuál es la transferencia de calor al agua?

(b) Mediante el control de la presión del proceso de condensación sobre la superficie externa del tubo es posible mantener la temperatura superficial en el intervalo de 85 a 95°C. Manteniendo la temperatura de salida que se encuentra en la parte (a), grafique la longitud de tubo que se requiere como función de la temperatura superficial. Todas las demás condiciones permanecen iguales.

8.33 Una tubería de acero inoxidable (AISI 316) de pared densa con diámetros interior y exterior $D_i = 20$ mm y $D_o = 40$ mm, se calienta eléctricamente para proporcionar una rapidez de generación de calor uniforme $\dot{q} = 10^6$ W/m^3. La superficie externa de la tubería está aislada, mientras que el agua fluye por la tubería a razón de $\dot{m} = 0.1$ kg/s.

(a) Si la temperatura de entrada del agua es $T_{m,i} = 20$°C y la temperatura de salida que se desea es $T_{m,o} = 40$°C, ¿cuál es la longitud de la tubería que se requiere?

(b) ¿Cuáles son la posición y el valor de la temperatura máxima de la tubería?

8.34 Aire atmosférico entra a un ducto no aislado de 10 m de longitud y 150 mm de diámetro a 60°C y 0.04 kg/s. La temperatura superficial del ducto es aproximadamente constante a $T_s = 15$°C.

(a) ¿Cuáles son la temperatura de salida del aire, la transferencia de calor q y la caída de presión Δp para estas condiciones?

(b) Para ilustrar el intercambio entre las consideraciones de la transferencia de calor y la caída de presión, calcule q y Δp para diámetros en el rango de 0.1 a 0.2 m. En su análisis, mantenga el área superficial total, $A_s = \pi DL$, al valor calculado para la parte (a). Grafique q, Δp, y L como función del diámetro del ducto.

8.35 Mercurio líquido a 0.5 kg/s se calentará de 300 a 400 K al hacerlo pasar a través de un tubo de 50 mm de diámetro cuya superficie se mantiene a 450 K. Calcule la longitud de tubo que se requiere con el uso de una correlación apropiada de transferencia de calor por convección de metal líquido. Compare su resultado con el que se obtendría con el uso de una correlación apropiada para $Pr \gtrsim 0.7$.

8.36 La superficie de un tubo de 50 mm de diámetro con pared delgada se mantiene a 100°C. En un caso hay aire en flujo cruzado sobre el tubo con temperatura de 25°C y velocidad de 30 m/s. En otro caso hay aire completamente desarrollado a través del tubo con temperatura de 25°C y velocidad media de 30 m/s. Calcule el flujo de calor del tubo al aire para los dos casos.

8.37 Agua de enfriamiento fluye por los tubos de pared delgada de 25.4 mm de diámetro de un condensador de vapor a 1 m/s, y se mantiene una temperatura

cial de 350 K, mediante el vapor que se condensa. La temperatura de entrada del agua es 290 K y los tubos son de 5 m de longitud.

(a) ¿Cuál es la temperatura de salida del agua? Evalúe las propiedades del agua a una temperatura media promedio supuesta, $\bar{T}_m = 300$ K.

(b) ¿Fue razonable el valor supuesto de $\bar{T}_m$? Si no, repita el cálculo con el uso de propiedades evaluadas a una temperatura más adecuada.

(c) El ingeniero que diseña este condensador dispone de una escala de longitudes de tubo de 4 a 7 m. Genere una gráfica para mostrar qué velocidades medias de fluido refrigerante son posibles si la temperatura de salida del agua permanecerá en el valor que se encuentra para la parte (b). Todas las demás condiciones permanecen iguales.

8.38 El paso de aire para enfriar el álabe de una turbina de gas se puede aproximar como un tubo de 3 mm de diámetro y 75 mm de longitud. La temperatura de operación del álabe es 650°C, y el aire entra al tubo a 427°C.

(a) Para un flujo de aire de 0.18 kg/h, calcule la temperatura de salida del aire y el calor eliminado del álabe.

(b) Genere una gráfica de la temperatura de salida del aire como función del flujo másico para $0.1 \leq \dot{m} \leq 0.6$ kg/h. Compare este resultado con los de álabes que tienen tubos de diámetro 2 y 4 mm, con todas las demás condiciones sin cambio.

8.39 El núcleo de un reactor nuclear de alta temperatura enfriado por gas tiene tubos de fluido refrigerante de 20 mm de diámetro y 780 mm de longitud. Entra helio a 600 K y sale a 1000 K cuando el flujo es 8×10^{-3} kg/s por tubo.

(a) Determine la temperatura superficial uniforme de la pared del tubo para estas condiciones.

(b) Si el gas refrigerante es aire, determine el flujo másico que se requiere si la rapidez de eliminación de calor y la temperatura superficial de la pared del tubo permanecen iguales. ¿Cuál es la temperatura de salida del aire?

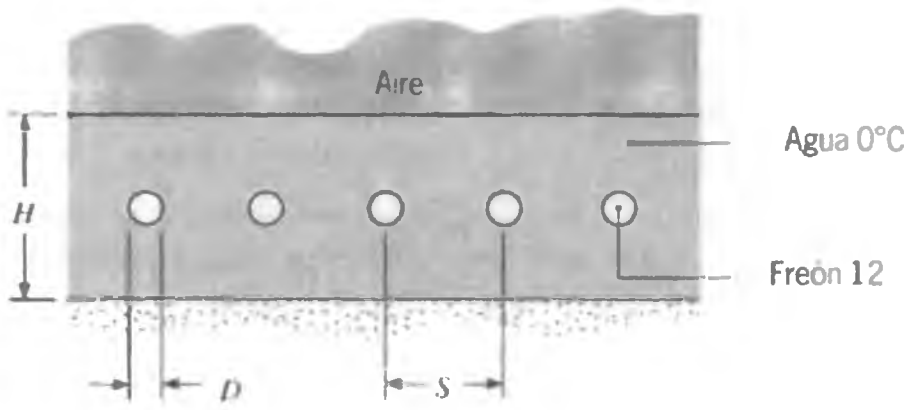
8.40 Agua presurizada en un reactor nuclear entra a los tubos de generación de vapor de 25 mm de diámetro a 5 m/s, 280°C, y 13.8 MPa. Vapor saturado a 4 MPa se genera en el exterior de los tubos. Estime el coeficiente de transferencia de calor por convección, el flujo de calor y el gradiente de presión para el lado del agua del tubo.

8.41 Aire a 200 kPa entra a un tubo de pared delgada de 2 m de longitud y 25 mm de diámetro a 150°C y 6 m/s. Vapor a 20 bar se condensa sobre la superficie externa.

(a) Determine la temperatura de salida y la caída de presión del aire, así como también la transferencia de calor al aire.

(b) Calcule los parámetros de la parte (a) si se duplica la presión del aire.

8.42 Considere el proceso por el que se forma hielo para una pista de patinaje. Un arreglo paralelo de tubos de enfriamiento se sumerge en una capa superficial de agua, y un refrigerante (freón 12) se hace pasar a través de los tubos.



La altura de la capa de agua es $H = 60$ mm y el espaciado, diámetro y longitud del tubo son $S = 50$ mm, $D = 12$ mm, y $L = 5$ m, respectivamente. La temperatura y el flujo másico del refrigerante que entra a cada tubo son −33°C y 0.02 kg/s, respectivamente. El refrigerante permanece en estado líquido a lo largo del tubo y los valores promedio de las propiedades termofísicas se pueden tomar como $c_p = 900$ J/Kg · K, $k = 0.07$ W/m · K, $\mu = 3.5 \times 10^{-4}$ kg/m · s, y $Pr = 4.6$. La densidad del agua es $\rho = 1000$ kg/m^3, y su calor latente de fusión es $h_{sf} = 3.34 \times 10^5$ J/kg.

(a) Estudie el proceso por el que el agua se considera en los estados líquido saturado al sólido en el punto de congelamiento (0°C). Si se supone que la temperatura de la pared del tubo está al punto de congelamiento a lo largo del proceso, ¿a qué temperatura el refrigerante sale del tubo? ¿Cuál es la transferencia de calor al refrigerante para la longitud de un solo tubo?

(b) Para las condiciones de la parte (a), ¿cuánto tiempo tomaría congelar por completo el agua?

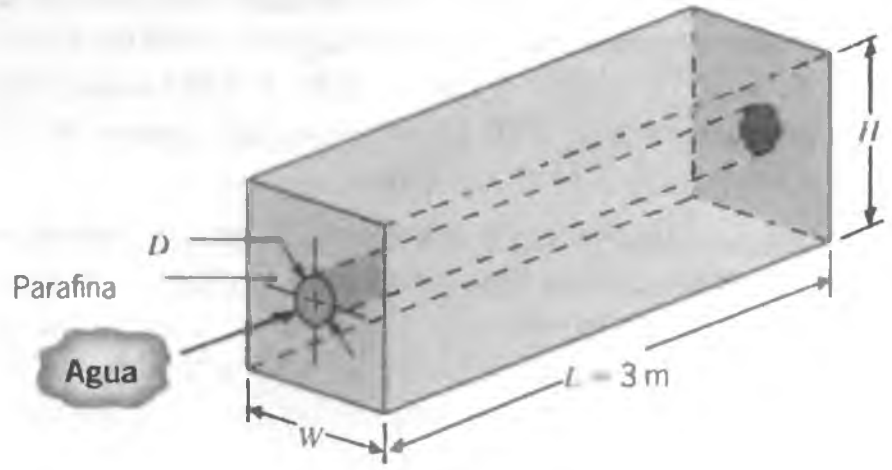
(c) El proceso de congelamiento se puede acelerar al aumentar el flujo másico del refrigerante. Calcule y grafique la transferencia de calor para un solo tubo y la temperatura de salida del refrigerante como función del flujo másico para $0.02 \leq \dot{m} \leq 0.10$ kg/s. ¿Cuánto tiempo tomaría congelar el agua para $\dot{m} = 0.10$ kg/s?

8.43 El aire caliente que se requiere para un proceso de secado de alimentos se genera al hacer pasar aire ambiental a 20°C a través de tubos circulares largos ($D = 50$ mm, $L = 5$ m) encerrados en un condensador de vapor. El vapor saturado a presión atmosférica se condensa sobre la superficie externa de los tubos, lo que mantiene una temperatura superficial uniforme de 100°C.

(a) Si se mantiene un flujo de aire de 0.01 kg/s en cada tubo, determine la temperatura de salida del aire $T_{m,o}$ y la transferencia total de calor q para el tubo.

(b) La temperatura de salida del aire se puede controlar al ajustar el flujo de masa del tubo. Calcule y grafique $T_{m,o}$ como función de $\dot{m}$ para $0.005 \leq \dot{m} \leq 0.050$ kg/s. Si un proceso de secado particular requiere aproximadamente 1 kg/s de aire a 75°C, ¿qué condiciones de diseño y de operación se deben establecer para el calentador de aire, sujeto a la restricción de que el diámetro y longitud del tubo se fijen a 50 mm y 5 m, respectivamente?

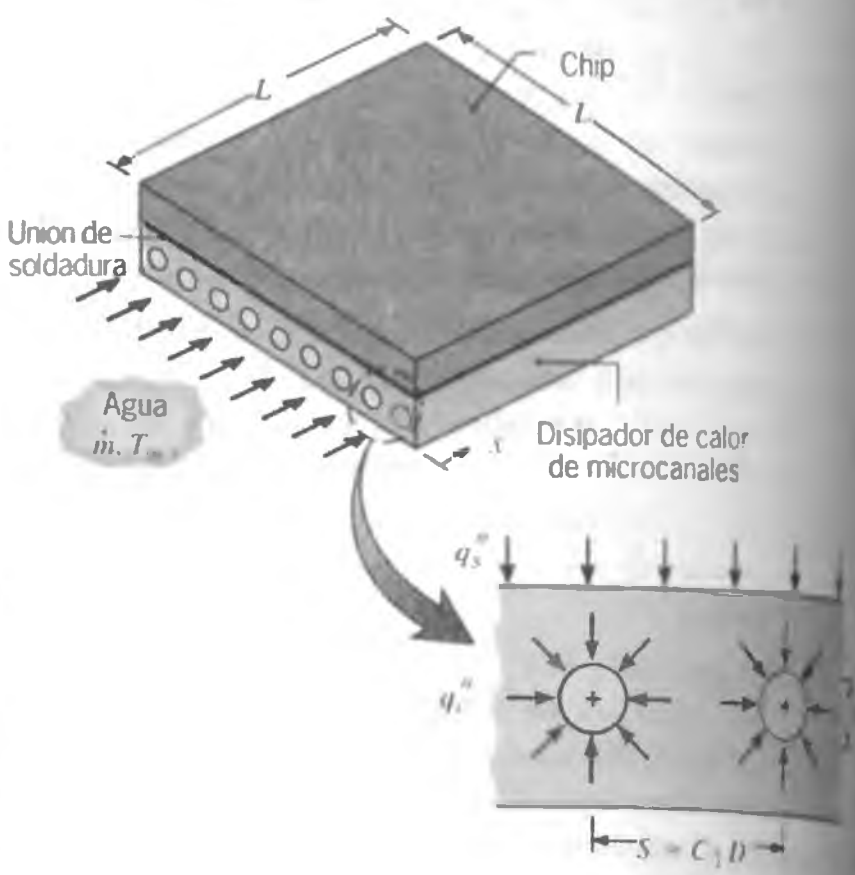
8.44 Considere un tubo circular de pared delgada de diámetro $D = 0.025$ m sumergido en un contenedor de *n*-octadecano (parafina), que se usa para almacenar energía térmica. Conforme fluye agua caliente a través del tubo, se transfiere calor a la parafina, lo que la convierte del estado sólido al líquido a la temperatura del cambio de fase $T_\infty = 27.4$°C. El calor latente de fusión y densidad de la parafina son $h_{sf} = 244$ kJ/kg y $\rho = 770$ kg/m³, respectivamente, y las propiedades termofísicas del agua se pueden tomar como $c_p = 4.185$ kJ/kg · K, $k = 0.653$ W/m · K, $\mu = 467 \times 10^{-6}$ kg/s · m, y $Pr = 2.99$.



(a) Suponga que la superficie del tubo tiene una temperatura uniforme que corresponde a la del cambio de fase, determine la temperatura de salida del agua y la transferencia total de calor para un flujo másico de agua de 0.1 kg/s y una temperatura de entrada de 60°C. ¿Si $H = W = 0.25$ m, ¿cuánto tiempo tomará licuar por completo la parafina, de un estado inicial en el que toda la parafina es sólida a 27.4°C?

(b) El proceso de licuefacción se puede acelerar al aumentar el flujo másico del agua. Calcule y grafique la transferencia de calor y la temperatura de salida como función del flujo másico para $0.1 \leq \dot{m} \leq 0.5$ kg/s. ¿Cuánto tiempo tomaría fundir la parafina para $\dot{m} = 0.5$ kg/s?

8.45 Un procedimiento común para enfriar un chip de computadora de alto rendimiento implica unir el chip a un disipador de calor dentro del cual se fabrican microcanales circulares. Durante la operación, el chip produce un flujo de calor uniforme q_c'' en su interfaz con el disipador de calor, mientras un refrigerante líquido (agua) se conduce por los canales. Considere un chip cuadrado y un sumidero de calor, cada uno de $L \times L$ por lado, con microcanales de diámetro D y espaciado $S = C_1 D$, donde la constante C_1 es mayor que la unidad. Se suministra agua a una temperatura de entrada $T_{m,i}$ y un flujo de masa $\dot{m}$ (para todo el disipador de calor).



(a) Suponiendo que q_c'' se dispersa en el disipador de calor de modo que se mantiene un flujo de calor uniforme q_s'' en la superficie de cada canal, obtenga expresiones para las distribuciones longitudinales de las temperaturas del fluido medio, $T_m(x)$, y superficial, $T_s(x)$, en cada canal. Suponga flujo completamente desarrollado a lo largo de cada canal, y exprese sus resultados en términos de q_c'', C_1, D, y/o L, así como también de las propiedades termofísicas apropiadas.

(b) Para $L = 12$ mm, $D = 1$ mm, $C_1 = 2$, $q_c'' = 20$ W/cm², $\dot{m} = 0.010$ kg/s, y $T_{m,i} = 290$ K, calcule y grafique las distribuciones de temperatura $T_m(x)$ y $T_s(x)$.

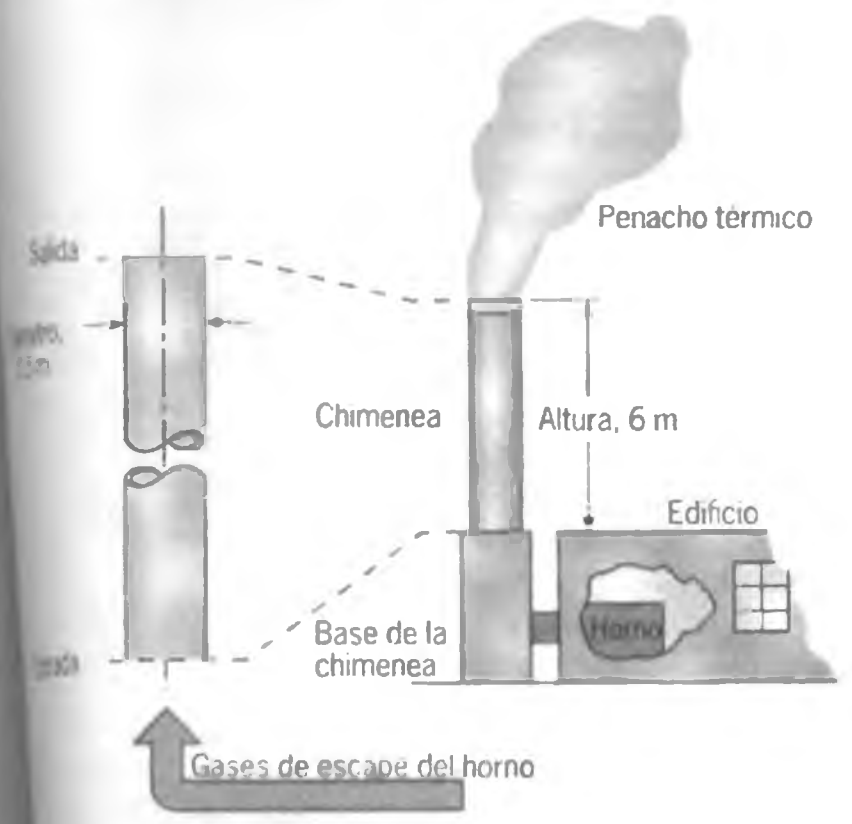
(c) Un objetivo común en el diseño de tales disipadores de calor es maximizar q_c'' mientras se mantiene al disipador de calor en una temperatura aceptable. Sujeto a los valores establecidos de $L = 12$ mm, $T_{m,i} = 290$ K y la restricción que $T_s \leq 350$ K, explore el efecto sobre q_c'' de las variaciones en el diseño del sumidero de calor y en las condiciones de operación.

8.46 Se transporta freón a 0.1 kg/s a través de un tubo de Teflón de diámetro interior $D_i = 25$ mm y

terior D_o = 28 mm, mientras aire atmosférico a V = 25 m/s y 300 K está en flujo cruzado sobre el tubo. ¿Cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud de tubo al freón a 240 K?

8.47 Aceite a 150°C fluye *lentamente* a través de una tubería larga de pared delgada de 30 mm de diámetro interior. La tubería se suspende en un cuarto para el que la temperatura del aire es 20°C y el coeficiente de convección en la superficie externa del tubo es 11 W/m² · K. Estime la pérdida de calor por unidad de longitud del tubo.

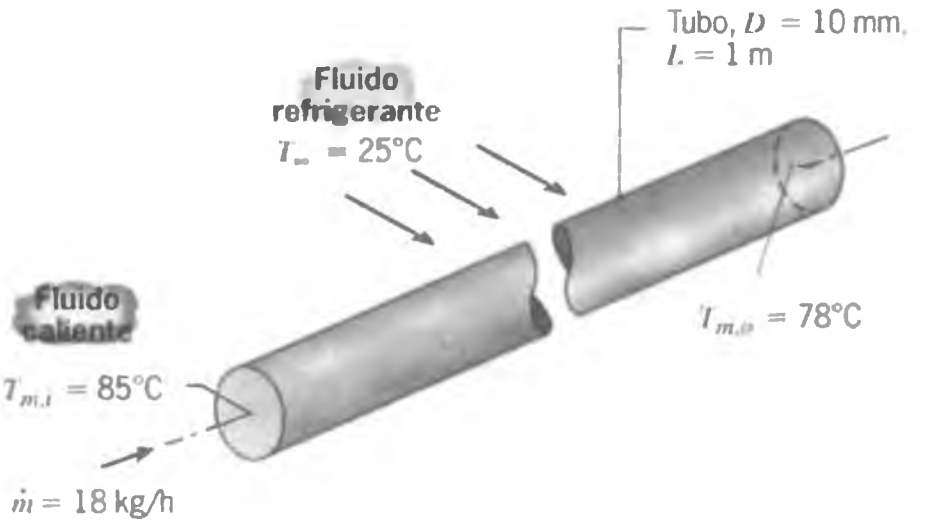
8.48 Gases de escape de un horno de procesamiento de alambre se descargan en una chimenea alta, y se deben estimar las temperaturas del gas y de la superficie de la chimenea a la salida de ésta. El conocimiento de la temperatura de salida del gas $T_{m,o}$ es útil para predecir la dispersión de chorros en el penacho térmico, mientras que el conocimiento de la temperatura superficial de salida de la chimenea $T_{s,o}$ indica si ocurrirá la condensación de los productos del gas. La chimenea cilíndrica de pared delgada tiene 0.5 m de diámetro y 6.0 m de altura. El flujo másico del gas de escape es 0.5 kg/s, y la temperatura de entrada es 600°C.



(a) Considere condiciones para las que la temperatura del aire ambiente y la velocidad del viento son 4°C y 5 m/s, respectivamente. Mediante la aproximación de las propiedades termofísicas del gas como las del aire atmosférico, estime las temperaturas de salida del gas y de la superficie de la chimenea para las condiciones dadas.

(b) La temperatura de salida del gas es sensible a variaciones en la temperatura del aire ambiente y a la velocidad del viento. Para $T_\infty = -25$°C, 5°C y 35°C, calcule y grafique la temperatura de salida del gas como función de la velocidad del viento para $2 \leq V \leq 10$ m/s.

8.49 Un fluido caliente pasa a través de un tubo de pared delgada de 10 mm de diámetro y 1 m de longitud, y un refrigerante a T_∞ = 25°C está en flujo cruzado sobre el tubo. Cuando el flujo másico es $\dot{m}$ = 18 kg/h y la temperatura de entrada es $T_{m,i}$ = 85°C, la temperatura de salida es $T_{m,o}$ = 78°C.



Suponga condiciones de flujo y térmicas completamente desarrolladas en el tubo, determine la temperatura de salida, $T_{m,o}$, si el flujo másico aumenta por un factor de 2. Es decir, $\dot{m}$ = 36 kg/h, con todas las demás condiciones iguales. Las propiedades termofísicas del fluido caliente son ρ = 1079 kg/m³, c_p = 2637 J/kg · K, μ = 0.0034 N · s/m², y k = 0.261 W/m · K.

8.50 Considere un tubo de pared delgada de 10 mm de diámetro y 2 m de longitud. Entra agua al tubo desde un recipiente grande a $\dot{m}$ = 0.2 kg/s y $T_{m,i}$ = 47°C.

(a) Si la superficie del tubo se mantiene a una temperatura uniforme de 27°C, ¿cuál es la temperatura de salida del agua, $T_{m,o}$? Para obtener las propiedades del agua, suponga una temperatura media promedio $\bar{T}$ = 300 K.

(b) ¿Cuál es la temperatura de salida del agua si se calienta mediante el paso de aire a T_∞ = 100°C y V = 10 m/s en flujo cruzado sobre el tubo? Las propiedades del aire se pueden evaluar a una temperatura de película supuesta a T_f = 350 K.

(c) En los cálculos anteriores, ¿fueron apropiados los valores supuestos de $\bar{T}_m$ y T_f? Si no, utilice propiedades evaluadas de forma adecuada y recalcule $T_{m,o}$ para las condiciones de la parte (b).

8.51 Agua a una razón de $\dot{m}$ = 0.215 kg/s se enfría de 70°C a 30°C al hacerla pasar a través de un tubo de pared delgada de diámetro D = 50 mm y mantener un fluido refrigerante a T_∞ = 15°C en flujo cruzado sobre el tubo.

(a) ¿Cuál es la longitud del tubo que se requiere si el fluido refrigerante es aire y su velocidad es V = 20 m/s?

(b) ¿Cuál es la longitud del tubo si el fluido refrigerante es agua y V = 2 m/s?

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

8.52 Considere un tubo metálico de pared delgada de longitud $L = 1$ m y diámetro interior $D_i = 3$ mm. Entra agua al tubo a $\dot{m} = 0.015$ kg/s y $T_{m,i} = 97°C$.

(a) ¿Cuál es la temperatura de salida del agua si la temperatura superficial del tubo se mantiene a 27°C?

(b) Si se aplica una capa de aislante de 0.5 mm de espesor con $k = 0.05$ W/m · K al tubo y su superficie externa se mantiene a 27°C, ¿cuál es la temperatura de salida del agua?

(c) Si la superficie externa del aislante ya no se mantiene a 27°C pero se permite intercambiar calor mediante convección libre con el aire ambiente a 27°C, ¿cuál es la temperatura de salida del agua? El coeficiente de transferencia de calor por convección libre es 5 W/m^2 · K.

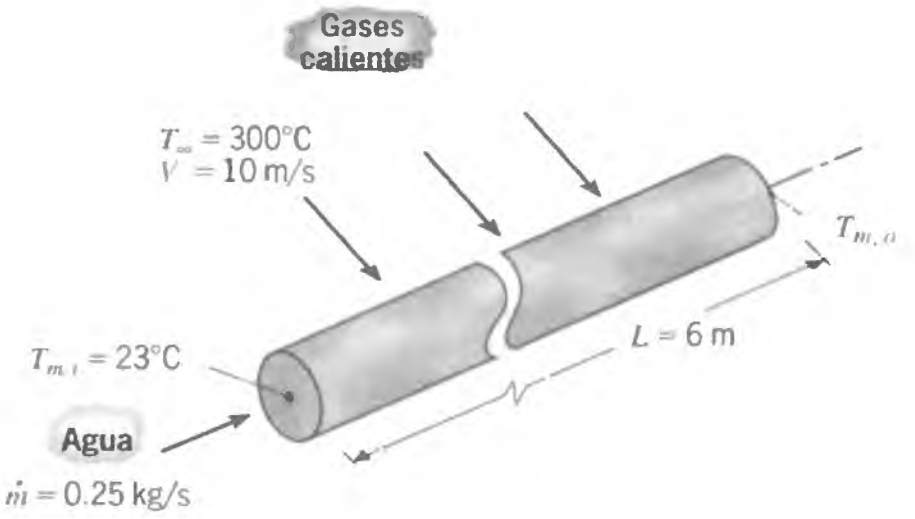
8.53 Una tubería de acero de pared delgada ($k = 60$ W/m · K) que conduce agua caliente se enfría externamente mediante un flujo de aire en flujo cruzado a una velocidad de 20 m/s y una temperatura de 25°C. Los diámetros interno y externo de la tubería son $D_i = 20$ mm y $D_o = 25$ mm, respectivamente. En cierta posición a lo largo de la tubería, la temperatura media del agua es 80°C. Suponga que el flujo dentro del tubo está completamente desarrollado con un número de Reynolds de 20,000, encuentre la transferencia de calor al flujo de aire por unidad de longitud de tubería.

8.54 Se elimina calor de un recipiente de reacción que opera a 75°C mediante el suministro de agua a 27°C y 0.12 kg/s a través de un tubo de pared delgada de 15 mm de diámetro. El coeficiente de convección entre la superficie externa del tubo y el fluido en el recipiente es 3000 W/m^2 · K.

(a) Si la temperatura de salida del agua no puede exceder 47°C, ¿cuál es el calor máximo transferido del recipiente?

(b) ¿Qué longitud de tubo se requiere para llevar a cabo la transferencia de calor de la parte (a)?

8.55 Entra agua a un tubo de pared delgada de 50 mm de diámetro y 6 m de longitud a 0.25 kg/s y 23°C y se calienta con gases calientes que se mueven en flujo cruzado sobre el tubo con $V = 10$ m/s y $T_\infty = 300°C$.

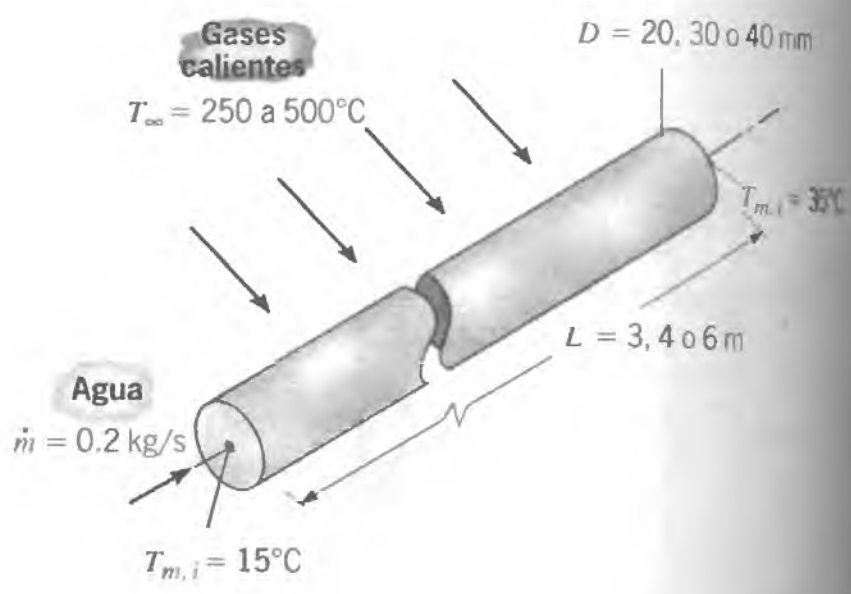


(a) Aproximando las propiedades termofísicas de los gases calientes como las del aire, estime la temperatura de salida del agua, $T_{m,o}$, la temperatura promedio de la pared del tubo, T_s, y la transferencia de calor al tubo, q.

(b) En la operación de este calentador de agua, la velocidad del gas caliente se puede controlar fácilmente al cambiar la velocidad del ventilador y, por supuesto, el flujo másico de agua se puede ajustar. Para determinar cómo afectan estos parámetros la temperatura de salida del agua, calcule y grafique $T_{m,o}$ como función de la velocidad del gas sobre el rango $10 \leq V \leq 25$ m/s, para flujos de agua de 0.20, 0.25, y 0.30 kg/s.

(c) Para proporcionar al diseñador opciones para elegir el diámetro del tubo, fije $T_{m,o}$ a 40°C y, para diámetros de tubo de 50, 60, y 70 mm, genere una gráfica del flujo másico de agua, $\dot{m}$, como función de la velocidad del gas para $10 \leq V \leq 25$ m/s.

8.56 Un contratista en calefacción debe calentar 0.2 kg/s de agua de 15 a 35°C con el uso de gases calientes en flujo cruzado sobre un tubo de pared delgada.



Su tarea es desarrollar una serie de gráficas de diseño que se puedan usar para demostrar combinaciones aceptables de dimensiones del tubo (D y L) y de condiciones del gas caliente (T_∞ y V) que satisfagan este requerimiento. En su análisis considere los siguientes rangos de parámetros: $D = 20$, 30 o 40 mm; $L = 3$, 4 o 6 m; $T_\infty = 250$, 375 o 500°C; y $20 \leq V \leq 40$ m/s.

8.57 Un tubo de pared delgada con un diámetro de 6 mm y longitud de 20 m se usa para transportar gas de escape de una chimenea de humo al laboratorio en un edificio cercano para su análisis. El gas entra al tubo a 200°C con un flujo de masa de 0.03 kg/s. Vientos de otoño a una temperatura de 15°C soplan directamente a través del tubo a una velocidad de 5 m/s. Suponga que las propiedades termofísicas del gas de escape son las del aire.

(a) Estime el coeficiente de transferencia de calor para el gas de escape que fluye dentro del tubo.

(b) Estime el coeficiente de transferencia de calor para el aire que fluye a través del exterior del tubo.

(c) Estime el coeficiente global de transferencia de calor U y la temperatura del gas de escape cuando llega al laboratorio.

8.58 Una tubería metálica de pared delgada de 50 mm de diámetro cubierta con una capa de aislante de 25 mm de espesor (0.085 W/m · K) y que conduce vapor supercalentado a presión atmosférica se suspende del techo de un cuarto grande. La temperatura del vapor que entra a la tubería es 120°C, y la temperatura del aire es 20°C. El coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la superficie externa de la tubería cubierta es 10 W/m^2 · K. Si la velocidad del vapor es 10 m/s, ¿en qué punto a lo largo de la tubería comenzará a condensarse el vapor?

8.59 Un ducto de 0.3 m de diámetro de pared delgada aislado se usa para conducir aire frío a 0.05 kg/s a través del desván de un edificio comercial grande. El aire del ático está a 37°C, y la circulación natural proporciona un coeficiente de convección de 2 W/m^2 · K en la superficie externa del ducto. Si el aire frío entra a un ducto de 15 m de longitud a 7°C, ¿cuál es su temperatura de salida y la ganancia de calor? Las propiedades del aire frío se pueden evaluar a una temperatura promedio supuesta de 300 K.

8.60 El problema de pérdidas de calor de un fluido que se mueve a través de un ducto enterrado recibe considerable atención. Las aplicaciones prácticas incluyen el oleoducto de Alaska, así como las líneas de distribución de vapor y agua de una planta de potencia. Considere un ducto de acero de diámetro D que se usa para transportar aceite que fluye a un flujo másico $\dot{m}_o$ a través de una región fría. El ducto se cubre con una capa de aislante de espesor t y conductividad térmica k_i y se entierra en el suelo a una profundidad z (distancia de la superficie del suelo a la línea central del ducto). Cada sección del ducto es de longitud L y se extiende entre estaciones de bombeo en las que se calienta el aceite para asegurar baja viscosidad y por ello bajos requerimientos de potencia de bombeo. La temperatura del aceite que entra al ducto desde una estación de bombeo y la temperatura de la tierra arriba del ducto se designan como $T_{m,i}$ y T_s, respectivamente, y se conocen.

Considere condiciones para las que las propiedades del aceite (o) se pueden aproximar como ρ_o = 900 kg/m^3, $c_{p,o}$ = 2000 J/kg · K, $\nu_o = 8.5 \times 10^{-4}$ m^2/s, k_o = 0.140 W/m · K, $Pr_o = 10^4$; el flujo másico del aceite es $\dot{m}_o$ = 500 kg/s; y el diámetro del ducto es 1.2 m.

(a) Expresando sus resultados en términos de D, L, z, t, $\dot{m}_o$, $T_{m,i}$, y T_s, así como las propiedades adecuadas del aceite (o), aislante (i), y suelo (s), obtenga todas las expresiones necesarias para estimar la temperatura $T_{m,o}$ del aceite que sale del ducto.

(b) Si $T_s = -40$°C, $T_{m,i} = 120$°C, $t = 0.15$ m, k_i = 0.05 W/m · K, k_s = 0.5 W/m · K, $z = 3$ m, y L = 100 km, ¿cuál es el valor de $T_{m,o}$? ¿Cuál es la transferencia total de calor q de una sección del ducto?

(c) El gerente de operaciones desea conocer la ventaja del intercambio entre la profundidad de entierro del ducto y el espesor del aislante sobre la pérdida de calor del ducto. Desarrolle una representación gráfica de esta información de diseño.

8.61 A fin de mantener los requerimientos de potencia de bombeo por unidad de flujo másico por debajo de un nivel aceptable, la operación del oleoducto del problema anterior está sujeta a la restricción de que la temperatura de salida del aceite $T_{m,o}$ exceda 110°C. Para los valores de $T_{m,i}$, T_s, D, t_i, z, L, y k_i establecidos en el problema 8.60, los parámetros de operación que son variables y afectan $T_{m,o}$ son la conductividad térmica del suelo y el flujo másico del aceite. Dependiendo de la composición y humedad del suelo y de la demanda de aceite, las variaciones representativas son $0.25 \leq k_s \leq 1.0$ W/m · K y $250 \leq \dot{m}_o \leq 500$ kg/s. Con el uso de las propiedades que se establecen en el problema 8.60, determine el efecto de las variaciones anteriores sobre $T_{m,o}$ y la transferencia total de calor q. ¿Cuál es el peor caso en la condición de operación? Si fuera necesario, ¿qué ajustes se podrían hacer para asegurar que $T_{m,o} \geq 110$°C para las condiciones del peor caso?

8.62 Fluye agua a 0.25 kg/s a través de un tubo de pared delgada de 40 mm de diámetro y 4 m de longitud. El agua entra a 30°C y se calienta mediante gases calientes que se mueven en flujo cruzado sobre el tubo con V = 100 m/s y T_∞ = 225°C. Estime la temperatura de salida del agua. Las propiedades del gas se pueden aproximar como las del aire atmosférico.

8.63 Se está diseñando un dispositivo intercambiador de calor en un cuarto de operaciones para enfriar sangre (derivada de un paciente) de 40 a 30°C mediante la derivación del fluido a través de un tubo enrollado colocado en un tanque con una mezcla de agua-hielo. El flujo volumétrico ($\dot{\forall}$) es 10^{-4} m^3/min; el diámetro del tubo (D) es 2.5 mm; y $T_{m,i}$ y $T_{m,o}$ representan las temperaturas de entrada y de salida de la sangre. Ignore el aumento de transferencia de calor asociado con el enrollado.

(a) ¿A qué temperatura evaluaría las propiedades del fluido para determinar $\bar{h}$ para toda la longitud del tubo?

(b) Si las propiedades de la sangre evaluadas a la temperatura de la parte (a) son ρ = 1000 kg/m^3, ν =

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

7×10^{-7} m²/s, $k = 0.5$ W/m · K, y $c_p = 4.0$ kJ/kg · K, ¿cuál es el número de Prandtl para la sangre?

(c) ¿El flujo de sangre es laminar o turbulento?

(d) Ignorando todos los efectos de entrada y suponiendo condiciones completamente desarrolladas, calcule el valor de $\bar{h}$ para la transferencia de calor de la sangre.

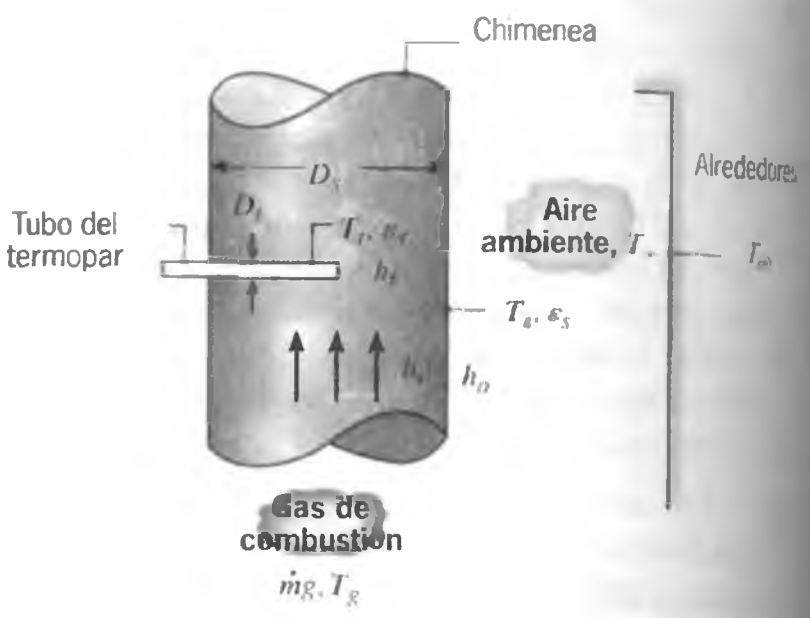
(e) ¿Cuál es la rapidez de pérdida total de calor de la sangre conforme pasa a través del tubo?

(f) Cuando se incluyen los efectos de convección libre sobre el exterior del tubo, el coeficiente global de transferencia de calor promedio $\bar{U}$ entre la sangre y la mezcla de hielo-agua se puede aproximar como 300 W/m² · K. Determine la longitud del tubo L que se requiere para obtener la temperatura de salida $T_{m,o}$.

8.64 Agua presurizada a $T_{m,i} = 200°C$ se bombea a $\dot{m} = 2$ kg/s desde una planta de potencia a un usuario industrial cercano a través de una tubería cilíndrica de pared delgada de diámetro interior $D = 1$ m. La tubería está cubierta con una capa de aislante de espesor $t = 0.15$ m y conductividad térmica $k = 0.05$ W/m · K. La tubería, que tiene longitud $L = 500$ m, está expuesta a un flujo cruzado de aire a $T_\infty = -10°C$ y $V = 4$ m/s. Obtenga una ecuación diferencial que se pueda usar para resolver la variación de la temperatura media mezclada del agua a $T_m(x)$ con la coordenada axial. Como primera aproximación, el flujo interno se puede suponer completamente desarrollado a lo largo de la tubería. Exprese sus resultados en términos de $\dot{m}$, V, T_∞, D, t, k, y las propiedades de agua (w) y aire (a) apropiadas. Evalúe la pérdida de calor por unidad de longitud de la tubería en la entrada. ¿Cuál es la temperatura media del agua en la salida?

8.65 Agua a 290 K y 0.2 kg/s fluye a través de un tubo de teflón ($k = 0.35$ W/m · K) de radios interior y exterior iguales a 10 y 13 mm, respectivamente. Una cinta calentadora eléctrica alrededor de la superficie externa del tubo entrega un flujo de calor superficial uniforme de 2000 W/m², mientras se mantiene un coeficiente de convección de 25 W/m² · K sobre la superficie externa de la cinta mediante aire ambiente a 300 K. ¿Cuál es la temperatura de la superficie externa del tubo de Teflón?

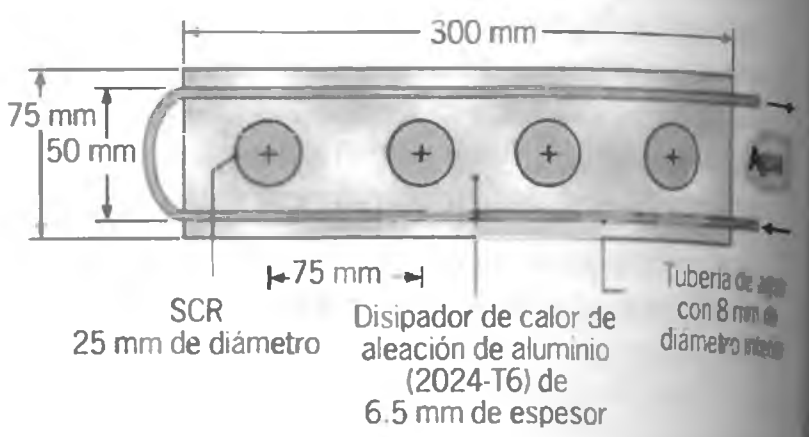
8.66 La temperatura de los gases de la combustión que fluyen a través de la larga chimenea de una caldera se mide por medio de un termopar dentro de un tubo cilíndrico como se muestra. El eje del tubo está orientado de manera normal al flujo de gas, y el termopar registra una temperatura T_t que corresponde a la de la superficie del tubo. El flujo másico de gas y la temperatura se designan como $\dot{m}_g$ y T_g, respectivamente, y el flujo de gas se puede suponer completamente desarrollado. La chimenea está fabricada de lámina de metal a una temperatura uniforme T_s y se expone a aire ambiental a T_∞ y a alrededores a T_{alr}. El coeficiente de convección asociado con la superficie externa del ducto se designa como h_o, mientras que los asociados con la superficie interna del ducto y la superficie del tubo se designan con h_i y h_t, respectivamente. Las emisividades superficiales del tubo y del ducto se designan como ε_t y ε_s, respectivamente.



(a) Ignorando las pérdidas por conducción a lo largo del tubo termopar, desarrolle un análisis que se pueda usar para predecir el error $(T_g - T_t)$ en la medición de la temperatura.

(b) Suponiendo que el gas de combustión tiene las propiedades del aire atmosférico, evalúe el error para $T_t = 300°C$, $D_s = 0.6$ m, $D_t = 10$ mm, $\dot{m}_g = 1$ kg/s, $T_\infty = T_{alr} = 27°C$, $\varepsilon_t = \varepsilon_s = 0.8$, y $h_o = 25$ W/m² · K.

8.67 Cuatro rectificadores de silicio controlado de alta potencia (SCR), cada uno disipando 150 W, se montan sobre un disipador de calor enfriado por agua. Se suministra agua a 15°C a razón de 4 litros/min. La resistencia de contacto térmico entre un SCR y el disipador de calor se estima que es 0.1°C/W. Estime la temperatura de operación de los SCR mediante el desarrollo de la siguiente serie de cálculos.



(a) Determine la elevación de temperatura del agua refrigerante. ¿Cuál es su temperatura media?

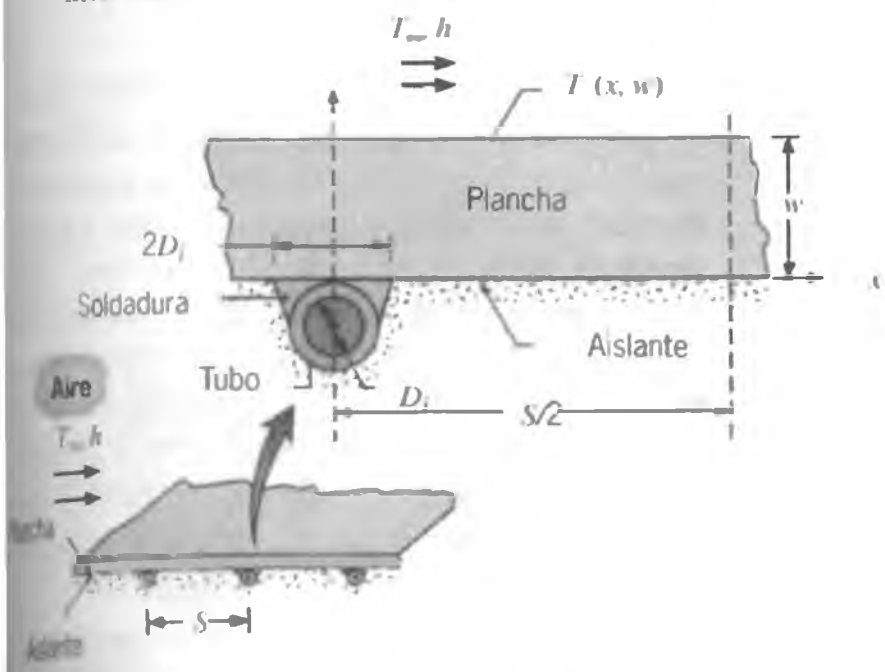
(b) Usando la correlación apropiada para convección forzada dentro de un tubo, estime el coeficiente de transferencia de calor entre el agua y la pared del tubo. ¿Cuál es la elevación de temperatura aproximada entre el refrigerante y la pared del tubo?

(c) Determine el factor de forma para el material del disipador de calor mediante el uso del método gráfico bidimensional de graficación del flujo. Asegúrese de reconocer la simetría del sistema. ¿Cuál es la elevación de temperatura entre la pared del tubo y la posición donde un SCR hace contacto con el sumidero de calor?

(d) Dibuje el circuito de la resistencia térmica e identifique cada uno de los elementos presentes. Acote las temperaturas en cada nodo e indique la temperatura de operación de los SCR.

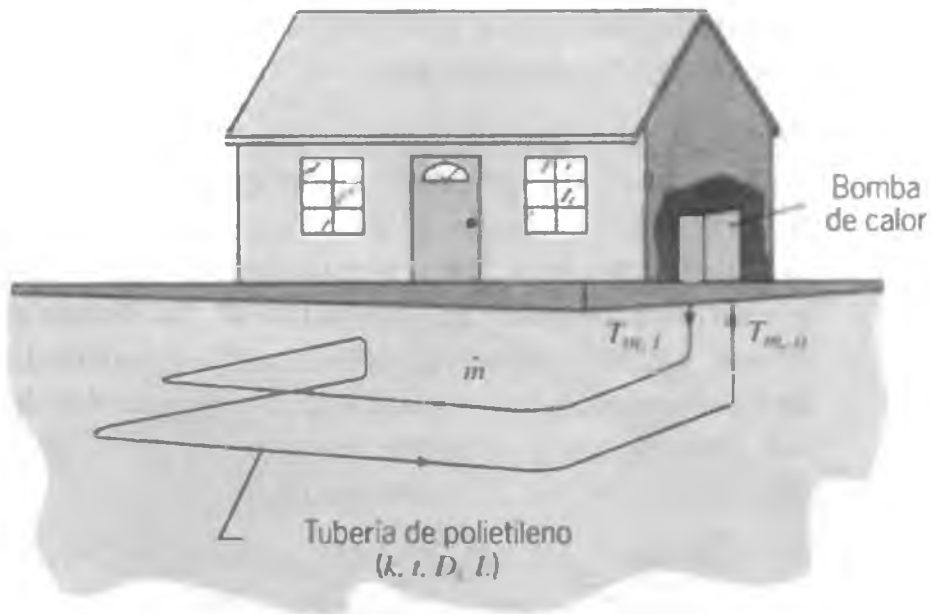
(e) Resuma brevemente las suposiciones que se hicieron para llegar a las temperaturas de operación del SCR.

8.68 En un proceso de fabricación de suministros biomédicos se requiere una plancha larga que se mantendrá a 45 ± 0.25°C. El diseño que se propone presenta la unión de tubos de calentamiento a la plancha con un espaciado relativo S. Los tubos de cobre de pared delgada tienen un diámetro interior $D_i = 8$ mm y están unidos a la plancha con una soldadura de alta conductividad térmica, que proporciona un ancho de contacto de $2D_i$. El fluido de calentamiento (glicol etilénico) fluye a través de cada tubo a un flujo fijo $\dot{m} = 0.06$ kg/s. La plancha tiene un espesor $w = 25$ mm y está fabricada de acero inoxidable con conductividad térmica de 15 W/m · K.



Considerando la sección transversal bidimensional de la placa que se muestra en el recuadro, ejecute un análisis para determinar la temperatura del fluido de calentamiento T_m y el espaciado de los tubos S que se requieren para mantener la temperatura superficial de la plancha, $T(x, w)$, a 45 ± 0.25°C, cuando la temperatura ambiente es 25°C y el coeficiente de convección es 100 W/m² · K.

8.69 Las bombas de calor de fuente en tierra operan con el uso de un líquido, en lugar del aire ambiente, como la fuente de calor (o disipador) para calentamiento en invierno (enfriamiento en verano). El líquido fluye en un circuito cerrado a través de tubería de plástico a una profundidad en que las variaciones anuales en la temperatura del suelo son mucho menores que las del aire ambiental. Por ejemplo, en un lugar como West Lafayette, Indiana, las temperaturas de tierra profunda pueden permanecer a aproximadamente 11°C, mientras que las excursiones anuales en la temperatura del aire ambiental pueden ir de −25°C a + 37°C.



Considere condiciones de invierno para las que el líquido se descarga de la bomba de calor a la tubería de polietileno de alta densidad de espesor $t = 8$ mm y conductividad térmica $k = 0.47$ W/m · K. La tubería se conduce por el suelo que mantiene una temperatura uniforme de aproximadamente 10°C en la superficie externa del tubo. Las propiedades del fluido se pueden aproximar como las del agua.

(a) Para un diámetro interior del tubo y un flujo de $D_i = 25$ mm y $\dot{m} = 0.03$ kg/s y una temperatura de entrada del fluido $T_{m,i} = 0$°C, determine la temperatura de salida del tubo (temperatura de entrada de la bomba de calor), $T_{m,o}$, como función de la longitud del tubo L para $10 \leq L \leq 50$ m.

(b) Recomiende una longitud apropiada para el sistema. ¿Cómo se vería afectada su recomendación por las variaciones en el flujo másico del líquido?

8.70 Compare las predicciones del número de Nusselt que se basan en las correlaciones de Colburn, Petukhov, y Gnielinski para el flujo turbulento completamente desarrollado de agua ($Pr = 6$) en un tubo circular liso con números de Reynolds de 4000, 10^4, y 10^5.

8.71 Para una entrada de extremo en ángulo y una región de entrada combinada, el número de Nusselt se puede calcular de la ecuación 8.64, con $C = 24Re_D^{-0.23}$ y $m =$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

$0.815 - 2.08 \times 10^{-4} Re_D$ [19]. Determine $\overline{Nu}_D/Nu_{L,cd}$ a $x/D = 10$ y 60 para $Re_D = 10^4$ y 10^5.

Ductos no circulares

8.72 Aire a 3×10^{-4} kg/s y 27°C entra a un ducto rectangular de 1 m de longitud y 4 mm por 16 mm de lado. Se impone un flujo de calor uniforme de 600 W/m^2 sobre la superficie del ducto. ¿Cuál es la temperatura del aire y de la superficie del ducto en la salida?

8.73 Aire a 4×10^{-4} kg/s y 27°C entra a un ducto triangular de 20 mm por lado y 2 m de largo. La superficie del ducto se mantiene a 100°C. Suponiendo flujo completamente desarrollado a través del ducto, determine la temperatura de salida del aire.

8.74 Un dispositivo que recupera calor de productos de combustión de alta temperatura implica el paso del gas de combustión entre placas paralelas, cada una de las cuales se mantiene a 350 K por un flujo de agua sobre la superficie opuesta. La separación de las placas es 40 mm, y el flujo de gas es completamente desarrollado. Se puede suponer que el gas tiene las propiedades del aire atmosférico, y su temperatura media y velocidad son 100 K y 60 m/s, respectivamente.

(a) ¿Cuál es el flujo de calor en la superficie de la placa?

(b) Si se suspende una tercera placa, de 20 mm de espesor, a la mitad del camino entre las placas originales, ¿cuál es el flujo de calor superficial para las placas originales? Suponga que la temperatura y el *flujo másico* del gas no cambian y que los efectos de radiación son insignificantes.

8.75 En un calentador de agua operado por gas, el calor se transfiere de los productos de combustión a alta temperatura que fluyen a través de tubos largos al agua que se mueve sobre los tubos.

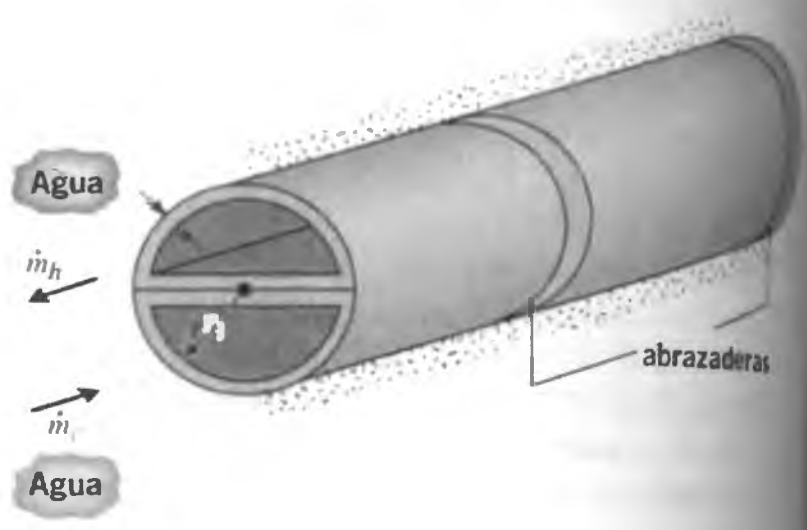


(a) Al operar el calentador en el modo convencional (caso A), el flujo de gas a través de los tubos está completamente desarrollado y sin obstrucciones. Si el flujo de gas y temperatura son 0.01 kg/s y 800 K, respectivamente, y la temperatura superficial es 340 K, ¿cuál es la transferencia de calor al agua por unidad de longitud del tubo? Las propiedades del gas se pueden aproximar como las del aire a 1 atm.

(b) Se propone aumentar el rendimiento del calentador mediante la inserción de una varilla cuadrada en los tubos (caso B). Para las condiciones del caso A ($\dot{m} = 0.01$ kg/s, $T_m = 800$ K, y $T_s = 340$ K), ¿cuál es la transferencia de calor al agua por unidad de longitud del tubo?

8.76 Aire a 1 atm y 285 K entra a un ducto rectangular de 2 m de longitud con sección transversal de 75 mm por 150 mm. El ducto se mantiene a una temperatura superficial constante de 400 K, y el flujo de masa de aire es 0.10 kg/s. Determine la transferencia de calor del ducto al aire y la temperatura de salida del aire.

8.77 Un intercambiador de calor de pared doble se usa para transferir calor entre líquidos que fluyen a través de tubos semicirculares de cobre. Cada tubo tiene un espesor de pared $t = 3$ mm y un radio interior $r_i = 20$ mm, y se mantiene buen contacto en las superficies planas mediante abrazaderas enrolladas de forma apretada. Las superficies exteriores de los tubos están bien aisladas.

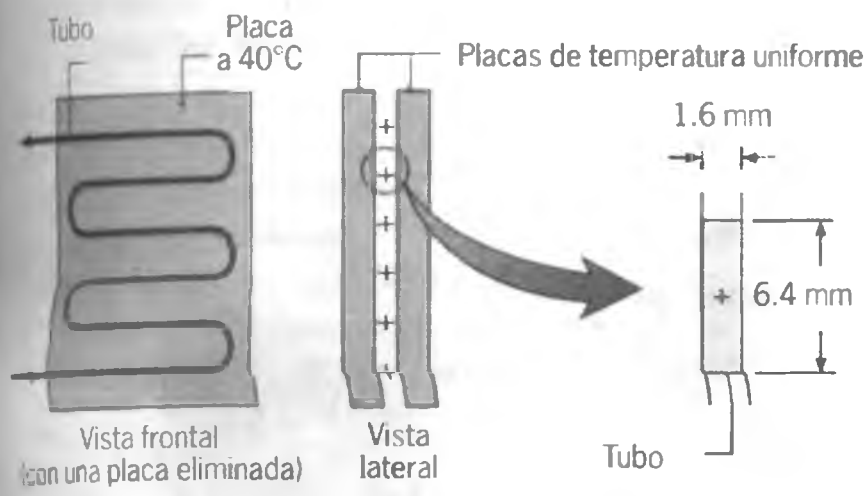


(a) Si fluye agua caliente y fría a temperaturas medias $T_{h,m} = 330$ K y $T_{c,m} = 290$ K por los tubos contiguos a $\dot{m}_h = \dot{m}_c = 0.2$ kg/s, ¿cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo? La resistencia de contacto de la pared es 10^{-5} m$^2 \cdot$ K/W. Aproxime las propiedades del agua caliente y fría como $\mu = 800 \times 10^{-6}$ kg/s · m, $k = 0.625$ W/m · K, y $Pr = 5.35$. *Sugerencia:* la transferencia de calor aumenta por la conducción a través de las paredes semicirculares de las paredes de los tubos, y cada parte se puede subdividir en dos aletas rectas con extremos adiabáticos.

(b) Use el modelo térmico desarrollado para la parte (a), determine la transferencia de calor por unidad de longitud cuando el fluido es etilenglicol. También, ¿qué efecto tendrá fabricar el intercambiador con una aleación de aluminio sobre la transferencia de calor? ¿Aumentar el espesor de las paredes del tubo tendría un efecto benéfico?

8.78 Se le pide llevar a cabo un estudio de factibilidad en el diseño de un calentador de sangre para ser usado en

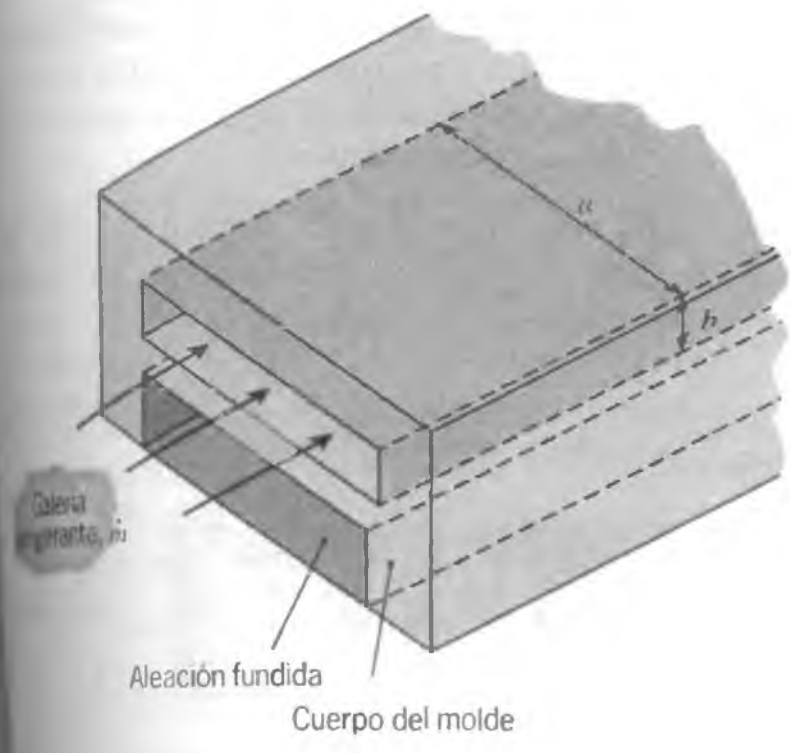
rante la transfusión de sangre a un paciente. Este intercambiador calentará sangre del banco de 10°C a 37°C a razón de flujo de 200 ml/min. La sangre pasa a través de un tubo de sección transversal rectangular, de 6.4 mm por 11.6 mm, que está intercalado entre dos placas que se conservan a temperatura constante de 40°C.



(a) Calcule la longitud de tubería que se requiere para alcanzar las condiciones de salida que se desean con el flujo másico especificado. Suponga que el flujo es completamente desarrollado y que la sangre tiene las mismas propiedades que el agua.

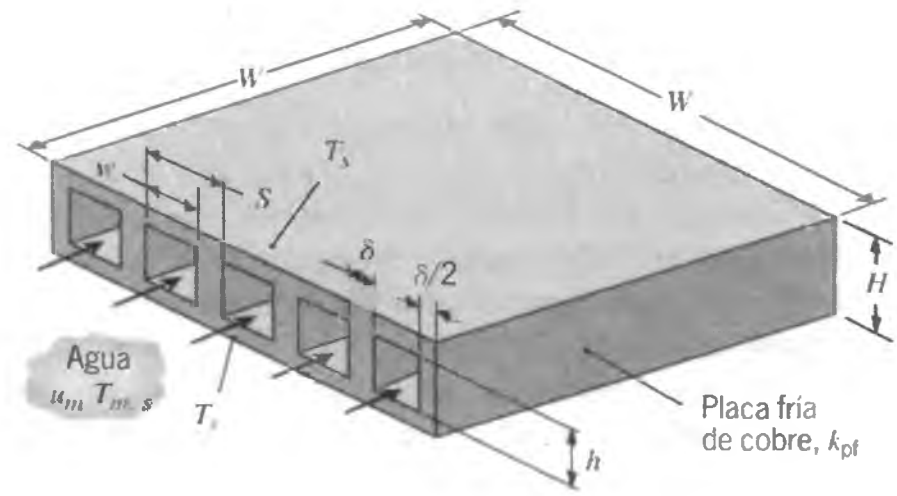
(b) Evalúe sus suposiciones e indique si su análisis sobrevalora o subestima la longitud necesaria.

8.79 Un fluido refrigerante fluye a través de un canal rectangular (*galería*) dentro del cuerpo de un molde que se usa para formar partes metálicas de inyección. Las dimensiones de la galería son $a = 90$ mm y $b = 9.5$ mm, y el flujo volumétrico del fluido es 1.3×10^{-3} m³/s. La temperatura del refrigerante es 15°C, y la pared del molde está a una temperatura aproximadamente uniforme de 140°C.



Para minimizar el daño por corrosión al costoso molde, se acostumbra usar un fluido para la transferencia de calor como el etilenglicol, en lugar de agua procesada. Compare los coeficientes de convección del agua y del etilenglicol para esta aplicación. ¿Cuál es el intercambio entre el rendimiento térmico y la minimización de la corrosión?

8.80 Una *placa fría* es un dispositivo de enfriamiento activo que se une a un sistema generador de calor a fin de disipar el calor mientras mantiene al sistema a una temperatura aceptable. Normalmente se fabrica de un material de alta conductividad térmica k_{pf}, dentro del que se fabrican canales y se hace pasar un fluido refrigerante. Considere una placa fría de cobre de altura H y ancho W por lado, dentro el que pasa agua a través de canales cuadrados de ancho $w = h$. El espaciado transversal entre canales δ es dos veces el espaciado entre la pared lateral de un canal externo y la pared lateral de la placa fría.



Considere condiciones para las que sistemas generadores de calor *equivalentes* se unen a la parte superior e inferior de la placa fría, manteniendo las superficies correspondientes a la misma temperatura T_s. La velocidad media y la temperatura media del refrigerante son u_m y $T_{m,i}$, respectivamente.

(a) Suponiendo flujo turbulento completamente desarrollado a través de cada canal, obtenga un sistema de ecuaciones que se pueda usar para evaluar la transferencia total de calor a la placa fría, q, y la temperatura de salida del agua, $T_{m,o}$, en términos de los parámetros especificados.

(b) Considere una placa fría de ancho $W = 100$ mm y altura $H = 10$ mm, con 10 canales cuadrados de ancho $w = 6$ mm y un espaciado de $\delta = 4$ mm entre canales. Entra agua a los canales a una temperatura $T_{m,i} = 300$ K y una velocidad de $u_m = 2$ m/s. Si las superficies superior e inferior de la placa fría están a $T_s = 360$ K, ¿cuál es la temperatura de salida del agua y la transferencia total de calor a la placa fría? La conductividad térmica del cobre es 400 W/m · K, mientras que las propiedades promedio del agua se pueden tomar como $\rho = 984$ kg/m³,

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede del Litoral

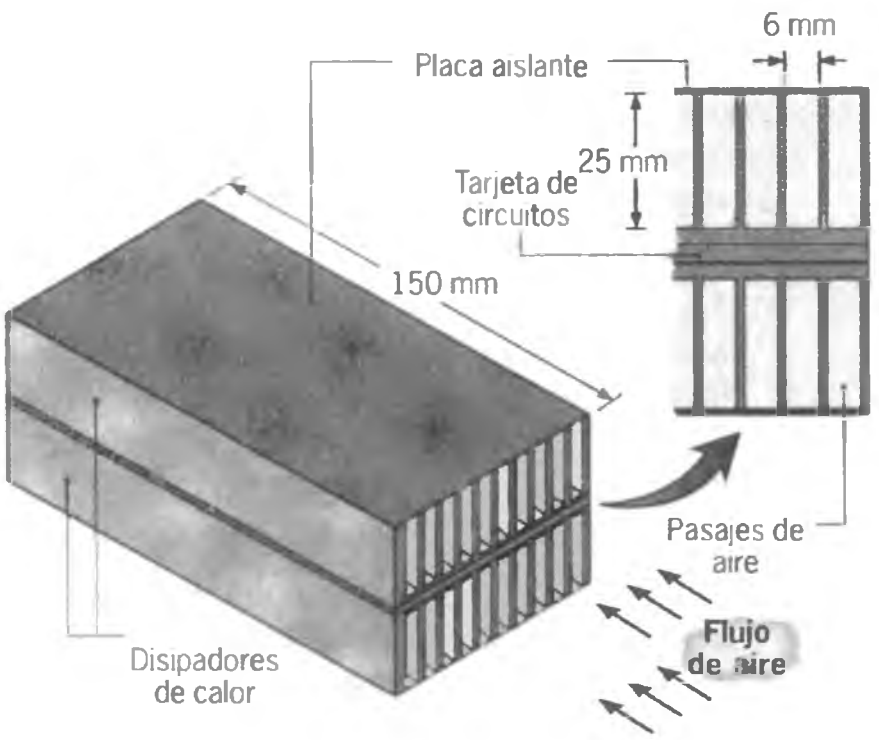
$c_p = 4184$ J/kg · K, $\mu = 489 \times 10^{-6}$ N · s/m², $k =$ 0.65 W/m · K, y $Pr = 3.15$. ¿Es éste un buen diseño de placa fría? ¿Cómo se podría mejorar su rendimiento?

8.81 El diseño de placa fría del problema 8.80 no se optimizó con respecto a la selección del ancho del canal, y deseamos explorar condiciones para las que la transferencia de calor pueda aumentar. Suponga que el ancho y alto de la placa fría de cobre se fijan en $W = 100$ mm y $H = 10$ mm, mientras que la altura del canal y el espaciado entre los canales se fija en $h = 6$ mm y $\delta = 4$ mm. La velocidad media y la temperatura de entrada del agua se mantienen a $u_m = 2$ m/s y $T_{m,i} = 300$ K, mientras que sistemas generadores de calor equivalentes unidos a la parte superior e inferior de la placa fría mantienen las superficies correspondientes a 360 K. Evalúe el efecto de cambiar el ancho del canal, y de aquí el número de canales, sobre la transferencia de calor a la placa fría. Incluya consideraciones del caso límite para el que $w = 96$ mm (un canal).

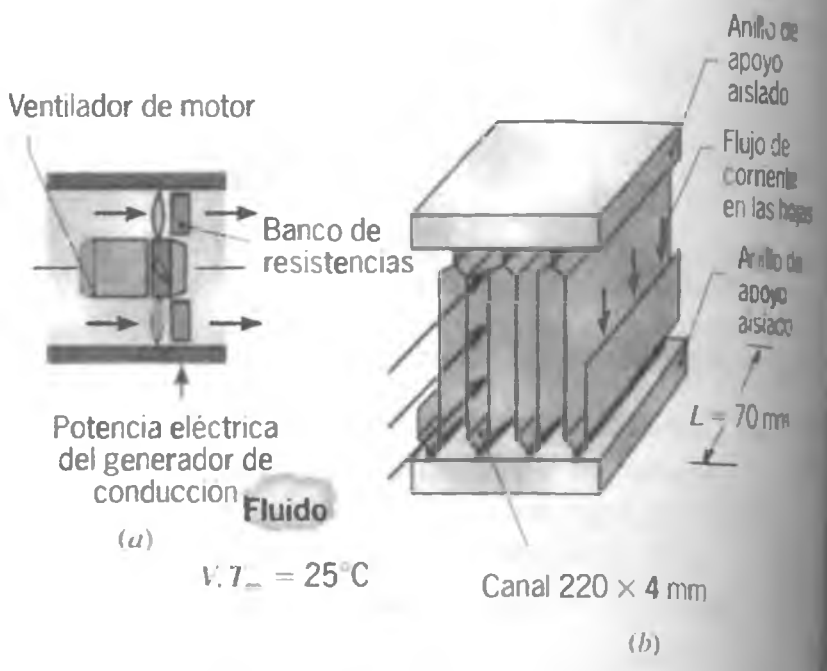
8.82 Una tarjeta de circuitos electrónicos que disipa 50 W se intercala entre dos disipadores de calor con ductos enfriados con aire forzado. Los disipadores tienen 150 mm de longitud y 24 pasajes rectangulares de 6 mm por 25 mm. Aire atmosférico a un flujo volumétrico de 0.060 m³/s y 27°C se extrae a través de los sumideros mediante un ventilador. Estime la temperatura de operación de la tarjeta y la caída de presión a través de los disipadores.

Mal resuelto en Solucionario

Re = 9000



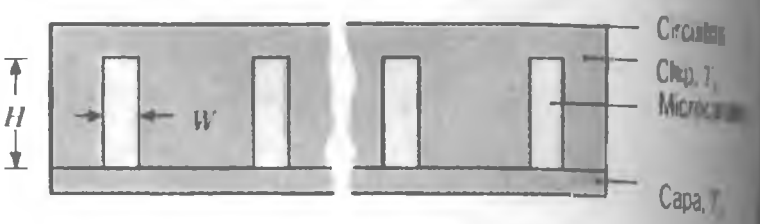
8.83 Para frenar motores primarios grandes como los utilizados en locomotoras, se usa un proceso denominado frenado eléctrico dinámico para conmutar el motor de tracción a un modo generador en el que la potencia mecánica de la ruedas de conducción se absorbe y se usa para generar corriente eléctrica. Como se muestra en el esquema, la potencia eléctrica pasa a través de un banco de resistencias (*a*), que consiste en un arreglo de hojas metálicas conectadas eléctricamente en serie (*b*). El material de la hoja es una aleación de alta resistividad eléctrica de alta temperatura, y la potencia eléctrica se disipa como calor mediante generación volumétrica interna. Para enfriar las hojas, un ventilador de motor mueve aire a alta velocidad a través del banco.



(a) Tratando el espacio entre las hojas como un canal rectangular de 220 × 4 mm de sección transversal y 70 mm de longitud, estime la rapidez de eliminación de calor por hoja si el flujo de aire tiene una temperatura de entrada y velocidad de 25°C y 50 m/s, respectivamente, mientras que las hojas tienen una temperatura de operación de 600°C.

(b) En una locomotora que arrastra un tren de 100 vagones puede haber 2000 de estas hojas. Con base en su resultado de la parte (a), ¿cuánto tiempo tomará frenar un tren cuya masa total es 10^6 kg desde una velocidad de 120 a 50 km/s con el uso del freno eléctrico dinámico?

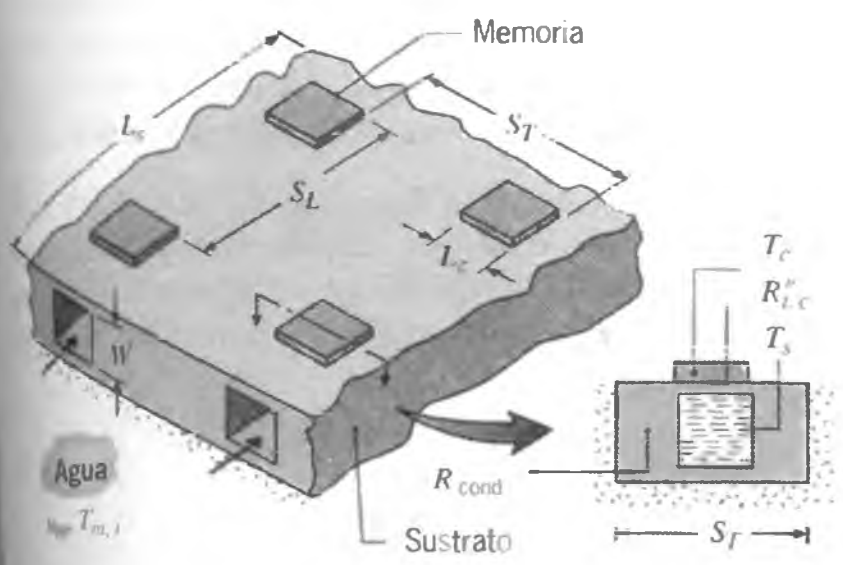
8.84 Un método extremadamente efectivo de enfriar chips de silicio de alta densidad de potencia implica grabar microcanales en la superficie posterior (sin circuitos) del chip. Los canales se cubren con una capa de silicio y se mantiene el enfriamiento mediante el paso de agua a través de los canales.



Considere un chip de 10 × 10 mm por lado y en el que se grabaron cincuenta microcanales rectangulares de 10 mm de longitud, cada uno de ancho $W =$

y altura $H = 200\ \mu m$. Considere condiciones de operación en las que entra agua a cada microcanal a una temperatura de 290 K y un flujo de 10^{-4} kg/s, mientras el chip y la capa están a una temperatura uniforme de 350 K. Suponiendo flujo completamente desarrollado en el canal y que todo el calor disipado por los circuitos se transfiere al agua, determine la temperatura de salida del agua y la disipación de potencia del chip. Las propiedades del agua se pueden evaluar a 300 K.

8.85 Un novedoso esquema para disipar calor de los chips de un arreglo multichip implica fabricar canales refrigerantes en el sustrato cerámico al que están unidos los chips. Los chips cuadrados ($L_c = 5$ mm) están alineados sobre cada uno de los canales con espaciados longitudinal y transversal $S_L = S_T = 20$ mm. Fluye agua a través de la sección transversal cuadrada ($W = 5$ mm) de cada canal con una velocidad media $u_m = 1$ m/s, y sus propiedades se pueden aproximar como $\rho = 1000$ kg/m^3, $c_p = 4180$ J/kg · K, $\mu = 855 \times 10^{-6}$ kg/s · m, $k = 0.610$ W/m · K, y $Pr = 5.8$. La simetría en la dirección transversal sugiere la existencia de condiciones equivalentes para cada sección del sustrato de longitud L_s y ancho S_T.



(a) Considere un sustrato cuya longitud en la dirección del flujo es $L_s = 200$ mm, con lo que proporciona un total de $N_L = 10$ chips unidos en línea sobre cada canal de flujo. Con una buena aproximación, todo el calor disipado por los chips arriba de un canal se puede suponer que se transfiere al agua que fluye a través del canal. Si cada chip disipa 5 W, ¿cuál es la elevación de temperatura del agua que pasa a través del canal?

(b) La resistencia de contacto chip-sustrato es $R''_{t,c} = 0.5 \times 10^{-4}$ m^2 · K/W, y la resistencia de conducción tridimensional para la sección del sustrato $L_s \times S_T$ es $R_{cond} = 0.120$ K/W. Si el agua entra al sustrato a 25°C y está en un flujo completamente desarrollado, estime la temperatura T_c de los chips y la temperatura T_s de la superficie del canal del sustrato.

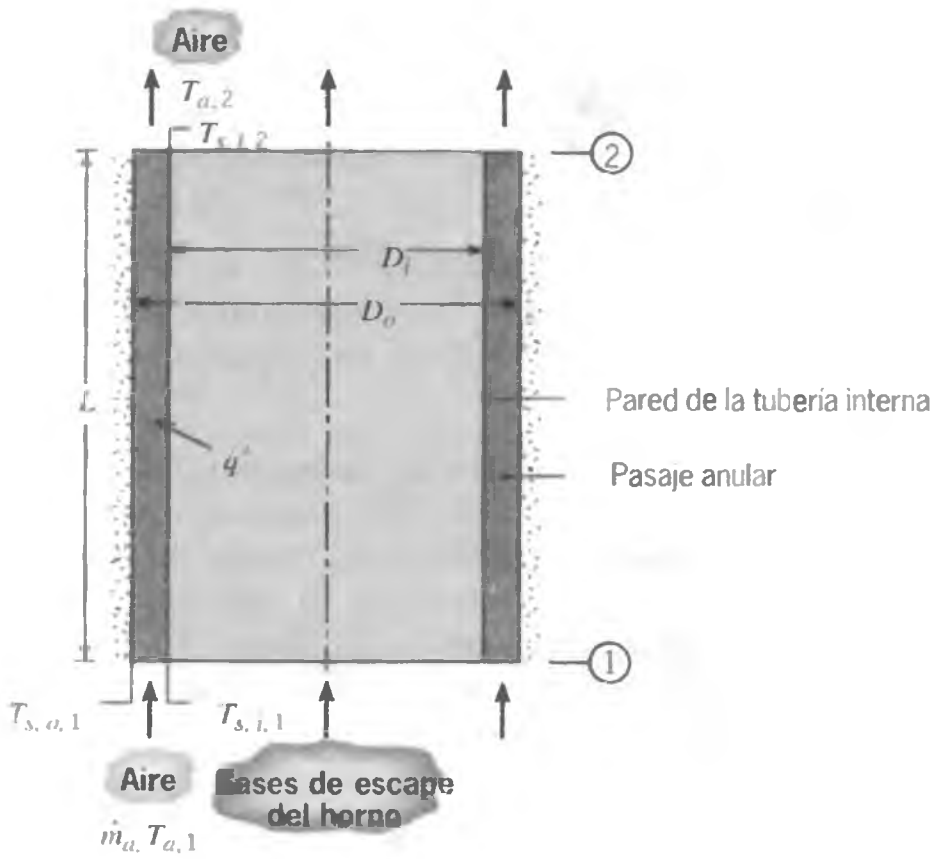
8.86 Remitiéndose a la figura 8.10, considere condiciones en un anillo que tiene una superficie exterior que está aislada ($q''_o = 0$) y un flujo de calor uniforme q''_i en la superficie interna. Se puede suponer que existe flujo laminar completamente desarrollado.

(a) Determine el perfil de velocidad $u(r)$ en la región anular.

(b) Determine el perfil de temperatura $T(r)$ y obtenga una expresión para el número de Nusselt Nu_i asociado con la superficie interna.

8.87 Considere un anillo de tubos concéntricos para el que los diámetros interior y exterior son 25 y 50 mm. Entra agua a la región anular a 0.04 kg/s y 25°C. Si la pared del tubo interior se calienta eléctricamente a una razón (por unidad de longitud) de $q' = 4000$ W/m, mientras la pared del tubo exterior está aislada, ¿cuán largos deben ser los tubos para que el agua alcance una temperatura de salida de 85°C? ¿Cuál es la temperatura superficial del tubo interno a la salida, donde se pueden suponer condiciones completamente desarrolladas?

8.88 Es práctica común recuperar calor de desecho de un horno de petróleo o de gas mediante el uso de gases de escape para precalentar el aire de combustión. Un dispositivo comúnmente utilizado para este propósito consiste en un arreglo de tuberías concéntricas en el que los gases de escape se hacen pasar a través de la tubería interior, mientras que el aire de combustión más frío fluye a través de un pasaje anular alrededor de la tubería.

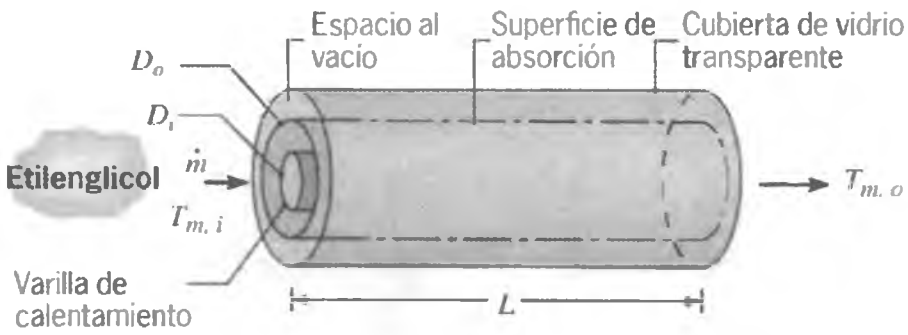


Considere condiciones para las que hay una transferencia de calor uniforme por unidad de longitud, $q_i' = 1.25 \times 10^5$ W/m, de los gases de escape a la superficie interior de la tubería, mientras que fluye aire a través del pasaje anular a razón de $\dot{m}_a = 2.1$ kg/s. La tubería interior de pared delgada tiene diámetro $D_i = 2$ m, mientras que la tubería exterior, que está bien aislada de los alrededores, es de diámetro $D_o = 2.05$ m. Las propiedades del aire se puede suponer que son $c_p = 1030$ J/kg · K, $\mu = 270 \times 10^{-7}$ N · s/m^2, $k = 0.041$ W/m · K, y $Pr = 0.68$.

(a) Si entra aire a $T_{a,1} = 300$ K y $L = 7$ m, ¿cuál es la temperatura de salida del aire $T_{a,2}$?

(b) Si el flujo de aire es completamente desarrollado a lo largo de la región anular, ¿cuál es la temperatura de la tubería interior en las secciones de entrada ($T_{s,i,1}$) y de salida ($T_{s,i,2}$) del dispositivo? ¿Cuál es la temperatura superficial externa $T_{s,o,1}$ en la entrada?

8.89 Una aplicación de calor en un proceso industrial implica pasar etilenglicol a través de un anillo de tubos concéntricos, que está encerrado en un tubo de vidrio transparente. Bajo cielos soleados, se sitúan reflectores de modo que la superficie externa pintada de negro del anillo se irradia uniformemente para calentar el glicol etilénico conforme pasa a través del sistema. El espacio entre la cubierta de vidrio y la superficie de absorción está al vacío, y el flujo de fluido está completamente desarrollado a lo largo del anillo. Una varilla eléctricamente calentada se usa para calentar el fluido durante las horas de la noche, así como durante días nublados.



Considere un sistema para el que $D_i = 10$ mm, $D_o = 100$ mm, y $L = 20$ m. etilenglicol entra a una razón de $\dot{m} = 0.25$ kg/s y a una temperatura $T_{m,i} = 300$ K.

(a) Bajo cielos soleados, hay un flujo neto de calor por radiación $q_o'' = 3000$ W/m^2 distribuido de manera uniforme sobre la superficie externa del anillo, y la varilla de calentamiento no opera. ¿Cuál es la temperatura de salida del fluido $T_{m,o}$? ¿Cuál es la temperatura de la superficie de absorción a la entrada y la salida?

(b) ¿Cuál es el flujo de calor superficial q_i'' que debe proporcionar la varilla de calentamiento durante la noche para mantener la temperatura de salida del fluido que se predice en la parte (a)? ¿Cuál sería la temperatura superficial de la varilla en la entrada y en la salida?

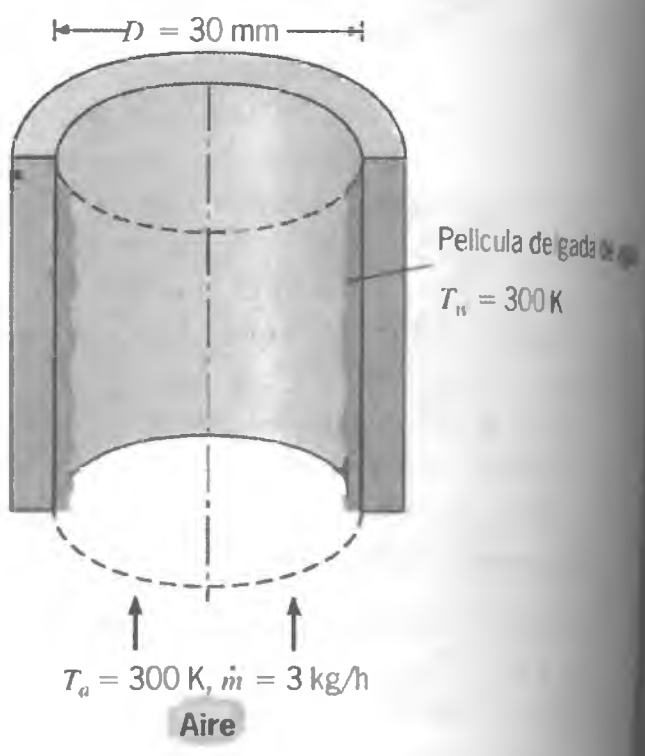
8.90 Agua a $\dot{m} = 0.02$ kg/s y $T_{m,i} = 20°C$ entra a una región anular formada por un tubo interior de diámetro $D_i = 25$ mm y un tubo externo de diámetro $D_o = 100$ mm. Vapor saturado fluye a través del tubo interior, lo que mantiene su superficie a una temperatura uniforme $T_{s,i} = 100°C$, mientras la superficie externa del tubo exterior está bien aislada. Si se pueden suponer condiciones completamente desarrolladas a lo largo del anillo, ¿qué longitud debe tener el sistema para proporcionar una temperatura de salida del agua de 75°C? ¿Cuál es el flujo de calor del tubo interno a la salida?

8.91 Para las condiciones del problema 8.90, ¿qué tan largo debe ser el anillo si el flujo de agua es 0.30 kg/s en lugar de 0.02 kg/s?

Transferencia de masa

8.92 En el procesamiento de tubos de plástico muy largos de 2 mm de diámetro interior, fluye aire dentro de la tubería con un número de Reynolds de 1000. La capa interior del material plástico se evapora en el aire bajo condiciones completamente desarrolladas. El plástico y el aire están a 400 K, y el número de Schmidt para la mezcla de vapor de plástico y aire es 2.0. Determine el coeficiente de transferencia de masa por convección.

8.93 Aire a 300 K y a un flujo de 3 kg/h pasa hacia arriba por un tubo de 30 mm, como se muestra en la figura. Una película delgada de agua, también a 300 K, cae lentamente hacia abajo sobre la superficie interna del tubo.

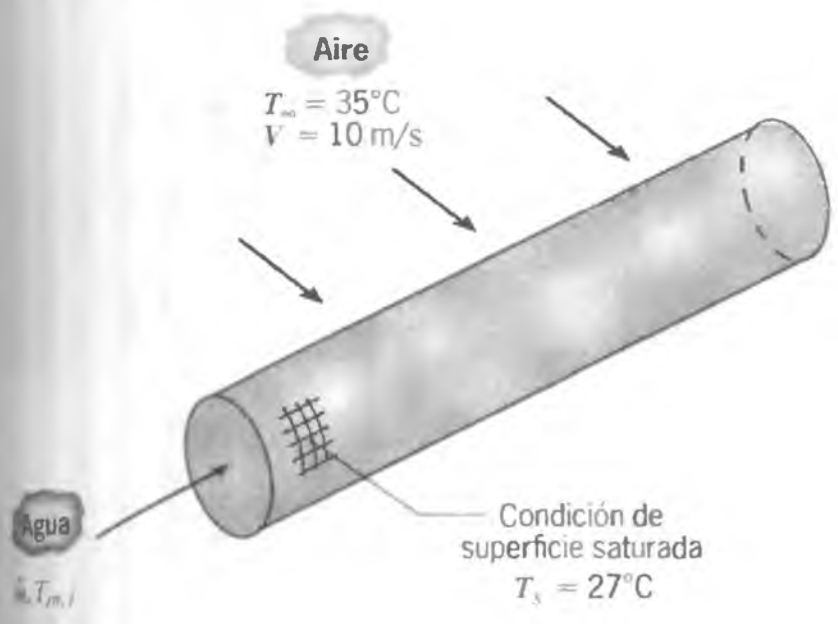


Determine el coeficiente de transferencia de masa por convección para esta situación.

8.94 ¿Cuál es el coeficiente de transferencia de masa por convección asociado con un flujo de aire atmosférico completamente desarrollado a 27°C y 0.04 kg/s a través de un tubo de 50 mm de diámetro cuya superficie se cubre con una capa delgada de naftalina? Determine las longitudes de entrada de longitud y velocidad.

8.95 Aire que fluye a través de un tubo de 75 mm de diámetro pasa sobre una sección rugosa de 150 mm de longitud que se construye de naftalina con propiedades $\mathcal{M}$ = 128.16 kg/kmol y $P_{sat}(300\ \text{K}) = 1.31 \times 10^{-4}$ bar. El aire está a 1 atm y 300 K, y el número de Reynolds es $Re_D = 35{,}000$. En un experimento para el que el flujo se mantuvo por 3 horas, se determinó que la pérdida de masa debida a la sublimación de la superficie rugosa es 0.01 kg. ¿Cuál es el coeficiente de transferencia de masa por convección asociado? ¿Cuál sería el coeficiente de transferencia de calor por convección correspondiente? Contraste estos resultados con los que se predicen mediante correlaciones convencionales de tubo liso.

8.96 Aire seco a 35°C y una velocidad de 10 m/s fluye sobre un tubo de pared delgada de 20 mm de diámetro y 200 mm de longitud que tiene un recubrimiento fibroso saturado con agua. Para mantener una temperatura superficial aproximadamente uniforme de 27°C, pasa agua a un flujo y temperatura establecidas a través del tubo.



(a) Considere los procesos de transferencia de calor y masa sobre la superficie externa del tubo, determine la transferencia de calor del tubo.

(b) Para un flujo de 0.025 kg/s, determine la temperatura de entrada, $T_{m,i}$, a la que se debe suministrar agua al tubo.

8.97 Considere el flujo de gas de densidad de masa ρ y flujo $\dot{m}$ a través de un tubo cuya superficie interna está cubierta con un líquido o con un sólido sublimado de densidad uniforme de vapor $\rho_{A,s}$. Derive la siguiente expresión para la variación de la densidad media de vapor $\rho_{A,m}$ con la distancia x desde la entrada del tubo:

$$\frac{\rho_{A,s} - \rho_{A,m}(x)}{\rho_{A,s} - \rho_{A,m,i}} = \exp\left(-\frac{Px\rho}{\dot{m}}\bar{h}_m\right)$$

Muestre que la transferencia total de vapor para un tubo de longitud L se puede expresar como

$$n_A = \bar{h}_m PL \frac{\Delta\rho_{A,o} - \Delta\rho_{A,i}}{\ln(\Delta\rho_{A,o}/\Delta\rho_{A,i})}$$

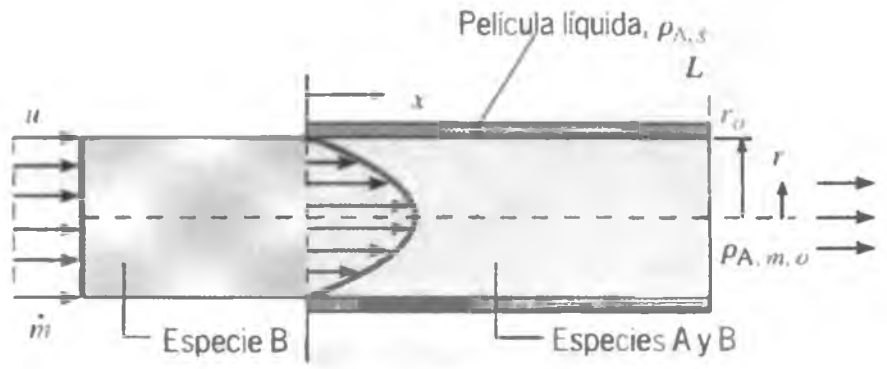
donde $\Delta\rho_A \equiv \rho_{A,s} - \rho_{A,m}$.

8.98 Aire atmosférico a 25°C y 3×10^{-4} kg/s fluye a través de un tubo circular de 10 mm de diámetro y 1 m de longitud cuya superficie interna está mojada con una película de agua. Usando los resultados del problema 8.97, determine la densidad de vapor de agua en la salida del tubo, suponiendo que el aire de salida está seco. ¿Cuál es la rapidez a la que se agrega vapor al aire?

8.99 Aire a 25°C y 1 atm está en flujo completamente desarrollado a $\dot{m} = 10^{-3}$ kg/s a través de un tubo circular de 10 mm de diámetro cuya superficie interna está mojada de agua. Usando los resultados del problema 8.97, determine la longitud de tubo que se requiere para que el vapor de agua en el aire alcance 99% de saturación. El aire de entrada está seco.

8.100 Un humidificador consiste en un haz de tubos verticales, cada uno de 20 mm de diámetro, por el cual el aire atmosférico seco está en flujo completamente desarrollado a 10^{-3} kg/s y 298 K. La superficie interior del tubo está mojada con una película de agua. Usando los resultados del problema 8.97, determine la longitud de tubo que se requiere para que el vapor de agua alcance 99% de saturación. ¿Cuál es la rapidez a la que se debe suministrar energía a cada tubo para mantener su temperatura a 298 K?

8.101 Una operación de transferencia de masa es precedida por un flujo laminar de una especie gaseosa B a través de un tubo circular que es suficientemente largo para alcanzar un perfil de velocidad completamente desarrollado. Una vez que se alcanza la condición completamente desarrollada, el gas entra a una sección del tubo que está mojado con una película líquida (A). La película mantiene una densidad uniforme de vapor $\rho_{A,s}$ a lo largo de la superficie del tubo.



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

(a) Escriba la ecuación diferencial y las condiciones de frontera que gobiernan la distribución de la densidad de masa de la especie A, $\rho_A(x, r)$, para $x > 0$.

(b) ¿Cuál es el análogo de transferencia de calor para este problema? De esta analogía, escriba una expresión para el número de Sherwood promedio asociado con el intercambio de masa sobre la región $0 \leq x \leq L$.

(c) Comenzando con la aplicación de la conservación de especies para un volumen de control diferencial de extensión $\pi r_o^2\, dx$, derive una expresión que se pueda usar para determinar la densidad media de vapor $\rho_{A,m,o}$ en $x = L$.

(d) Considere condiciones para las que la especie B está en aire a 25°C y 1 atm y la película líquida consiste en agua, también a 25°C. El flujo es $\dot{m} = 2.5 \times 10^{-4}$ kg/s, y el diámetro del tubo es $D = 10$ mm. ¿Cuál es la densidad media de vapor en la salida del tubo si $L = 1$ m?

CAPÍTULO 9

Convección libre



En los capítulos anteriores consideramos la transferencia por convección en corrientes de fluido que se originan de una condición de forzamiento externo. Por ejemplo, el movimiento del fluido se puede inducir mediante un ventilador o una bomba, o puede resultar de la propulsión de un sólido a través del fluido. En presencia de un gradiente de temperatura, ocurrirá la transferencia de calor por convección forzada.

Considere ahora situaciones en las que no hay velocidad *forzada* y en las que, no obstante, aún hay corrientes de convección dentro del fluido. Tales situaciones se denominan *de convección libre* o *natural*, y se originan cuando una *fuerza de cuerpo* actúa sobre un fluido en el que hay *gradientes de densidad*. El efecto neto es una *fuerza de empuje*, que induce corrientes de convección libre. En el caso más común, el gradiente de densidad se debe a un gradiente de temperatura, y la fuerza de cuerpo se debe al campo gravitacional.

Como las velocidades de flujo de convección libre son por lo general mucho más pequeñas que las que se asocian con la convección forzada, las transferencias de calor por convección correspondientes también son más pequeñas. Quizá sea tentador, por consiguiente, asignar menos importancia a los procesos de convección libre. Esta tentación se debe resistir. En muchos sistemas que incluyen efectos de transferencia de calor multimodales, la convección libre proporciona la mayor resistencia a la transferencia de calor y por tanto juega un papel importante en el diseño o funcionamiento del sistema. Además, cuando se desea minimizar la transferencia de calor o minimizar el costo de operación, a menudo se prefiere la convección libre en lugar de la convección forzada.

Hay, por supuesto, muchas aplicaciones. La convección libre influye marcadamente en la transferencia de calor de tubos y líneas de transmisión, así como de varios dispositivos electrónicos. La convección libre es importante también para transferir calor de calentadores de zócalo eléctrico o de radiadores de vapor para aire ambiental y para disipar calor del serpentín de una unidad de refrigeración al aire de los alrededores. Es asimismo relevante para las ciencias ambientales, donde es responsable de los movimientos oceánicos y atmosféricos, así como de los procesos relativos de transferencia de calor.

9.1 *Consideraciones físicas*

En la convección libre, el movimiento del fluido se debe a las fuerzas de empuje dentro de éste, mientras que en la convección forzada se impone de forma externa. El empuje *se debe a la presencia combinada de un gradiente de densidad del fluido* y de *una fuerza de cuerpo que es proporcional a la densidad*. En la práctica, la fuerza de cuerpo normalmente es *gravitacional*, aunque puede ser una fuerza centrífuga en una maquinaria de fluido giratoria o una fuerza de Coriolis en movimientos atmosféricos y oceánicos rotacionales. Hay también varias formas en las que un gradiente de densidad de masa puede surgir en un fluido, pero en la situación más común se debe a la presencia de un gradiente de temperatura. Sabemos que la densidad de gases y líquidos depende de la temperatura, que por lo general disminuye (debido a la expansión del fluido) al aumentar la temperatura ($\partial\rho/\partial T < 0$).

En este texto nos concentramos en problemas de convección libre en los que el gradiente de densidad se debe a un gradiente de temperatura y en los que la fuerza de cuerpo es gravitacional. Sin embargo, la presencia de un gradiente de densidad de fluido en un campo gravitacional no asegura la existencia de corrientes de convección libre. Considere las condiciones de la figura 9.1. Un fluido está encerrado por dos placas horizon-

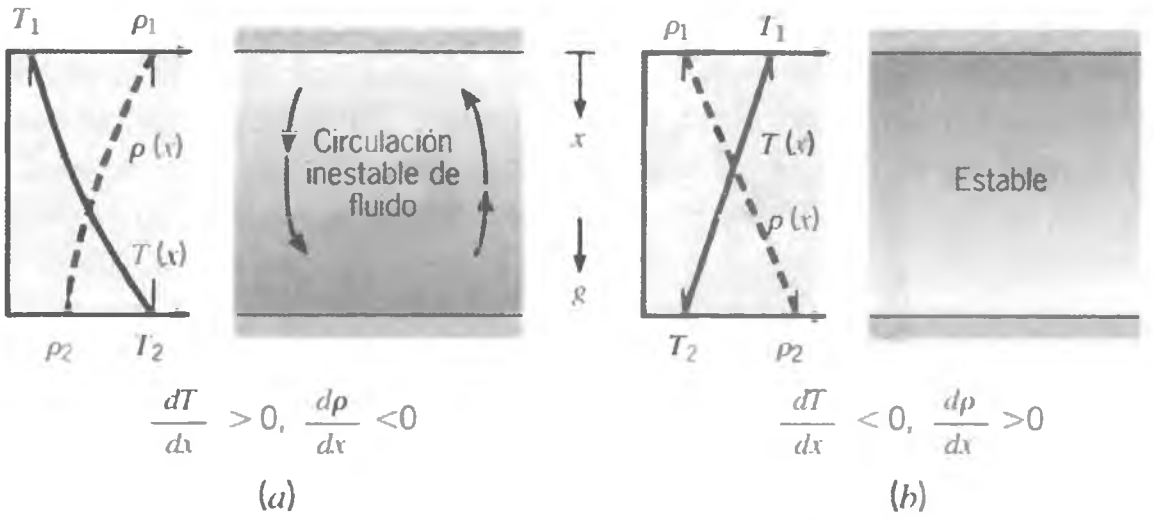


FIGURA 9.1 Condiciones en un fluido entre placas horizontales largas a diferentes temperaturas. (*a*) Gradiente de temperatura inestable. (*b*) Gradiente de temperatura estable.

tales largas a diferentes temperaturas ($T_1 \neq T_2$). En el caso *a*, la temperatura de la placa inferior excede la de la placa superior y la densidad disminuye en la dirección de la fuerza gravitacional. Si la diferencia de temperaturas excede un valor crítico, las condiciones son *inestables* y las fuerzas de empuje son capaces de vencer la influencia de retardo de las fuerzas viscosas. La fuerza gravitacional sobre el fluido más denso de las capas superiores excede a la que actúa sobre el fluido más ligero en las capas inferiores, y existirá el patrón de circulación designado. El fluido más pesado descenderá, calentándose en el proceso, mientras que el fluido más ligero se elevará, enfriándose conforme se mueve. Sin embargo, esta condición no caracteriza al caso *b*, para el cual $T_1 > T_2$ y la densidad ya no disminuye en la dirección de la fuerza gravitacional. Las condiciones son ahora *estables* y no hay movimiento global del fluido. En el caso *a*, la transferencia de calor ocurre de la superficie inferior a la superior por convección libre; para el caso *b*, la transferencia de calor (de la superior a la inferior) ocurre por conducción.

Los flujos por convección libre se pueden clasificar de acuerdo a si el flujo está limitado por una superficie. En ausencia de una superficie contigua, los *flujos de frontera libre* pueden ocurrir en forma de un *penacho* o *chorro ascendente* (figura 9.2). Un

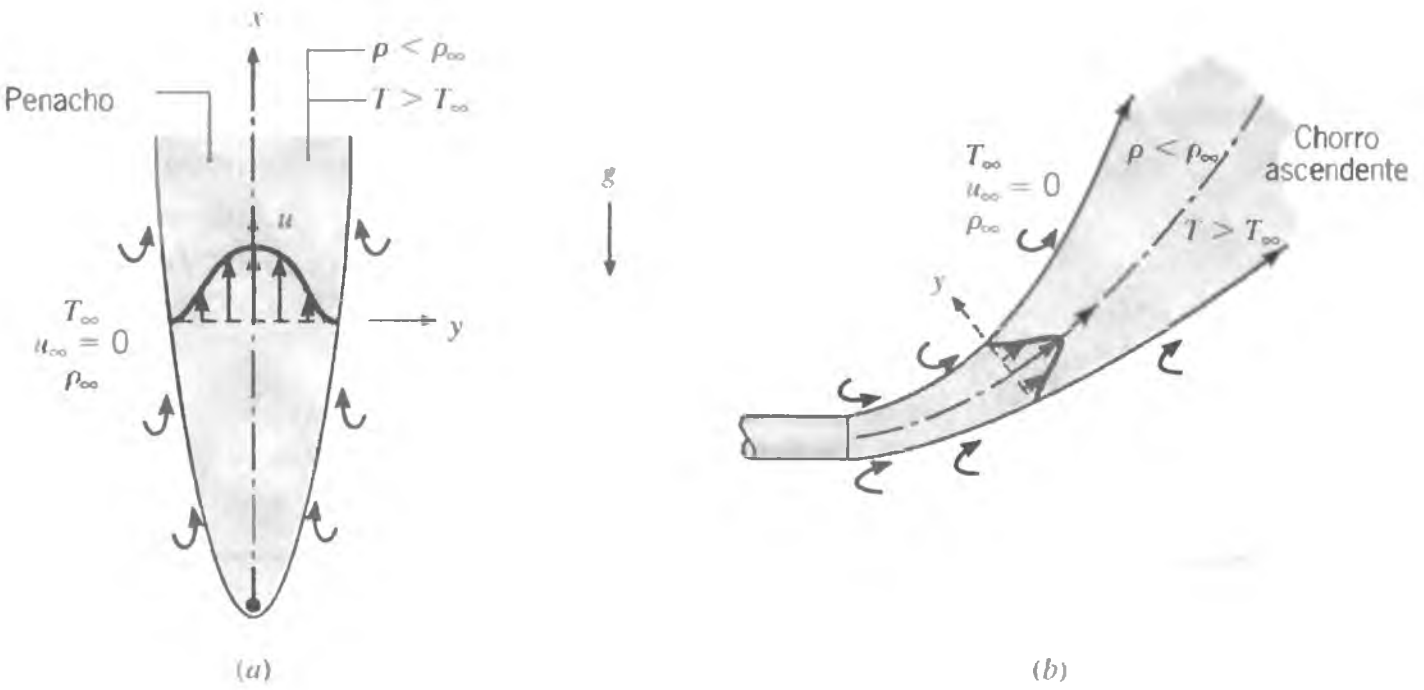


FIGURA 9.2 Una capa límite libre movida por flotación fluye en un medio extenso en reposo. (*a*) Formación de penacho sobre un alambre caliente. (*b*) Chorro ascendente asociado con una descarga caliente.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede [illegible] oral

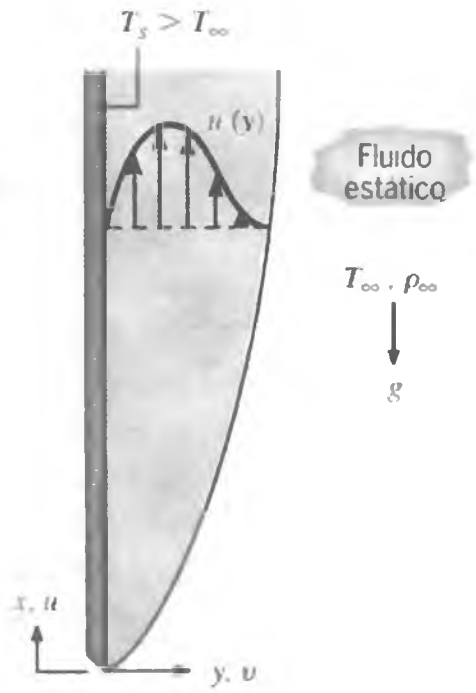


FIGURA 9.3
Desarrollo de la capa límite sobre una placa vertical caliente.

penacho se asocia con la elevación del fluido desde un objeto caliente sumergido. Considere el alambre caliente de la figura 9.2*a*, que se sumerge en un fluido *extenso y quieto*.[1] El fluido que se calienta por el alambre se eleva debido a las fuerzas de flotación, y entra fluido desde la región en reposo. Aunque el ancho del penacho aumenta con la distancia desde el alambre, el penacho mismo finalmente se disipa como resultado de los efectos viscosos y de una reducción en la fuerza de empuje ocasionada por el enfriamiento del fluido en el penacho. La distinción entre un penacho y un chorro ascendente por lo general se hace sobre la base de la velocidad *inicial* del fluido. Esta velocidad es cero para el penacho, pero finita para el chorro ascendente. La figura 9.2*b* muestra un fluido calentado que se descarga como un chorro horizontal en un medio en reposo de más baja temperatura. El movimiento vertical que el chorro comienza a tener se debe a la fuerza de empuje. Tal condición ocurre cuando agua caliente del condensador de una estación central de potencia se descarga en un recipiente de agua más fría. Los flujos de frontera libre son tratados con considerable detalle por Jaluria [1] y Gebhart y otros. [2].

En este texto enfocamos nuestra atención en los flujos de convección libre limitados por una superficie, y un ejemplo clásico se relaciona con la producción de una capa límite sobre una placa vertical caliente (figura 9.3). La placa está inmersa en un fluido extenso en reposo y con $T_s > T_\infty$ el fluido cerca de la placa es menos denso que el fluido que se elimina después. Las fuerzas de flotación inducen por tanto una capa límite de convección libre en la que el fluido caliente se eleva verticalmente, con lo que entra fluido desde la región en reposo. La distribución de velocidad que resulta es diferente de la que se asocia con capas límite de convección forzada. En particular, la velocidad es cero conforme $y \to \infty$, así como también en $y = 0$. Una capa límite de convección libre también se produce si $T_s < T_\infty$. En este caso, sin embargo, el movimiento del fluido es hacia abajo.

9.2 *Ecuaciones gobernantes*

Como para la convección forzada, las ecuaciones que describen la transferencia de momento y energía en la convección libre se originan de los principios de conservación

[1]Un medio extenso es, en principio, un medio infinito. Como un fluido quieto es uno que de otra forma está en reposo, la velocidad del fluido lejos del alambre caliente es cero.

relacionados. Además, los procesos específicos son como los que dominan en la convección forzada. Las fuerzas inerciales y viscosas siguen siendo importantes, como lo son la transferencia de energía por advección y difusión. La diferencia entre los dos flujos es que, en la convección libre, las fuerzas de empuje juegan un papel principal. Son tales fuerzas las que, de hecho, sostienen el flujo.

Considere un flujo laminar de capa límite (figura 9.3) gobernado por fuerzas de flotación. Suponga condiciones de propiedades constantes bidimensionales estables en las que la fuerza de gravedad actúa en la dirección x negativa. También, con una excepción, suponga que el fluido es incompresible. La excepción implica explicar el efecto de la densidad variable en la fuerza de flotación (la así llamada *aproximación Boussinesq*), pues esta variación es la que induce el movimiento del fluido. Finalmente, suponga que son válidas las aproximaciones de capa límite.

Con las simplificaciones anteriores la ecuación del momento en x (6.29) se reduce a la ecuación de capa límite (6.55), excepto que se retiene el termino de fuerza de cuerpo X. Si la única contribución a esta fuerza la hace la gravedad, la fuerza de cuerpo por unidad de volumen es $X = -\rho g$, donde g es la aceleración local debida a la gravedad. La forma apropiada de la ecuación del momento x es entonces

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - g + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{9.1}$$

La ecuación 9.1 se puede expresar en una forma más conveniente advirtiendo primero que, si no hay fuerza de cuerpo en la dirección y, $(\partial p/\partial y) = 0$ de la ecuación de momento y (6.56). De aquí el gradiente de presión en la dirección x, en cualquier punto *en* la capa límite debe ser igual al gradiente de presión en la región en reposo *fuera* de la capa límite. Sin embargo, en esta región $u = 0$ y la ecuación 9.1 se reduce a

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_\infty g \tag{9.2}$$

Al sustituir la ecuación 9.2 en la 9.1, obtenemos la siguiente expresión:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{\rho}(\rho_\infty - \rho) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{9.3}$$

la cual se debe aplicar en cualquier punto en la capa límite de convección libre.

El primer término en el lado derecho de la ecuación 9.3 es la fuerza de flotación, y el flujo se origina debido a que la densidad ρ es variable. El origen de esta variación se puede hacer más explícito al introducir el *coeficiente volumétrico de expansión térmica*

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \tag{9.4}$$

Esta propiedad *termodinámica* del fluido proporciona una medida de la cantidad por la cual cambia la densidad en respuesta a un cambio en la temperatura a presión constante. Si se expresa en la siguiente forma aproximada

$$\beta \approx -\frac{1}{\rho}\frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T}$$

se sigue que

$$(\rho_\infty - \rho) \approx \rho\beta(T - T_\infty)$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Al sustituir en la ecuación 9.3, la ecuación del momento en x se convierte en

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{9.5}$$

donde ahora es aparente cómo la fuerza de flotación, que impulsa al flujo, se relaciona con la diferencia de temperaturas.

Como los efectos de empuje se confinan a la ecuación de momento, las ecuaciones de conservación de masa y energía permanecen sin cambio de la convección forzada. Las ecuaciones 6.54 y 6.57 se pueden usar entonces para completar la formulación del problema. El conjunto de ecuaciones que gobiernan es entonces

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{9.6}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{9.7}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{9.8}$$

Observe que la disipación viscosa se ignora en la ecuación de energía (9.8), una suposición que ciertamente es razonable para las pequeñas velocidades asociadas con la convección libre. En sentido matemático la aparición del término de flotación en la ecuación 9.7 complica el asunto. El problema hidrodinámico, dado por las ecuaciones 9.6 y 9.7, ya no puede estar desacoplado de y resuelto con la exclusión del problema térmico, dado por la ecuación 9.8. La solución a la ecuación de momento depende del conocimiento de T, y por ello de la solución a la ecuación de energía. Las ecuaciones 9.6 a 9.8 están, por tanto, fuertemente acopladas y se deben resolver de forma simultánea.

Los efectos de convección libre dependen obviamente del coeficiente de expansión β. La manera en la que se obtiene β depende del fluido. Para un gas ideal, $\rho = p/RT$ y

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{\rho}\frac{p}{RT^2}_0 = \frac{1}{T} \tag{9.9}$$

donde T es la temperatura *absoluta*. Para líquidos y gases no ideales, β se debe obtener de las tablas de propiedades adecuadas (apéndice A).

9.3 *Consideraciones de similitud*

Consideremos ahora los parámetros adimensionales que gobiernan el flujo de convección libre y la trasferencia de calor. Como para la convección forzada (capítulo 6), los parámetros se pueden obtener al quitar las dimensiones a las ecuaciones gobernantes. Al introducir

$$x^* \equiv \frac{x}{L} \qquad y^* \equiv \frac{y}{L}$$

$$u^* \equiv \frac{u}{u_0} \qquad v^* \equiv \frac{v}{u_0} \qquad T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

donde L es una longitud característica y u_0 es una velocidad de referencia *arbitraria*,[2] las ecuaciones de momento en x y de energía (9.7 y 9.8) se reducen a

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L}{u_0^2} T^* + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \tag{9.10}$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L\, Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \tag{9.11}$$

El parámetro adimensional en el primer término del lado derecho de la ecuación 9.10 es una consecuencia directa de la fuerza de empuje. Sin embargo, como se expresa en términos de la velocidad de referencia desconocida u_0, no es conveniente en su forma actual. Se acostumbra por tanto trabajar con una forma alternativa que se obtiene al multiplicar por $Re_L^2 = (u_0 L/\nu)^2$. El resultado se denomina *número de Grashof* Gr_L.

$$Gr_L \equiv \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L}{u_0^2}\left(\frac{u_0 L}{\nu}\right)^2 = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \tag{9.12}$$

El número de Grashof juega el mismo papel en la convección libre que el número de Reynolds en la convección forzada. Recuerde que el *número de Reynolds* proporciona una medida de la *razón de las fuerzas inerciales a las viscosas* que actúan sobre un elemento del fluido. En contraste, el *número de Grashof* indica la *razón de las fuerzas de empuje a* las *fuerzas viscosas* que actúan sobre el fluido.

Aunque las ecuaciones 9.10 a 9.12 nos sugieren esperar correlaciones de transferencia de calor de la forma $Nu_L = f(Re_L, Gr_L, Pr)$, es importante notar que tales correlaciones son pertinentes sólo cuando los efectos de convección forzada y libre son comparables. Para tales casos se superpone un flujo externo sobre el flujo impulsado por empuje, y existe una velocidad de convección forzada bien definida. Por lo general, los efectos combinados de la convección libre y forzada se deben considerar cuando $(Gr_L/Re_L^2) \approx 1$. Si se satisface la desigualdad $(Gr_L/Re_L^2) \ll 1$, los efectos de convección libre se pueden ignorar y $Nu_L = f(Re_L, Pr)$. Por el contrario, si $(Gr_L/Re_L^2) \gg 1$, los efectos de convección forzada se pueden ignorar y $Nu_L = f(Gr_L, Pr)$. En sentido estricto, un flujo de convección libre es uno que se induce sólo mediante fuerzas de flotación, en cuyo caso no hay una velocidad de convección forzada bien definida y $(Gr_L/Re_L^2) = \infty$.

9.4 Convección libre laminar sobre una superficie vertical

Se han obtenido numerosas soluciones a las ecuaciones de capa límite de convección libre laminar, y un caso especial que ha recibido mucha atención incluye la convección libre de una superficie vertical isotérmica en un medio extenso en reposo (figura 9.3).

[2]Como las condiciones de flujo libre están en reposo en la convección libre, no hay velocidad de referencia externa lógica (V o u_∞), como en la convección forzada.

Para esta geometría las ecuaciones 9.6 a 9.8 se deben resolver sujetas a las condiciones de frontera de la forma[3]

$$y = 0: \qquad u = v = 0 \qquad T = T_s$$

$$y \to \infty: \qquad u \to 0 \qquad T \to T_\infty$$

Ostrach [3] obtuvo una solución de similitud al problema anterior. La solución implica la transformación de variables mediante la introducción de un *parámetro de similitud* de la forma

$$\eta \equiv \frac{y}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \tag{9.13}$$

y la representación de los componentes de la velocidad en términos de una función de corriente definida como

$$\psi(x, y) \equiv f(\eta)\left[4\nu\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\right] \tag{9.14}$$

Con la definición anterior de la función de corriente, la componente de la velocidad u se puede expresar como

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = 4\nu\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} f'(\eta)\,\frac{1}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}$$

$$= \frac{2\nu}{x}\,Gr_x^{1/2}\,f'(\eta) \tag{9.15}$$

donde las cantidades prima indican la diferenciación con respecto a η. De aquí $f'(\eta) = df/d\eta$. Al evaluar la componente y de la velocidad $v = -\psi/\partial x$ de manera similar e introducir la temperatura adimensional

$$T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty} \tag{9.16}$$

las tres ecuaciones diferenciales parciales originales (9.6 a 9.8) se pueden entonces reducir a dos ecuaciones diferenciales ordinarias de la forma

$$f''' + 3ff'' - 2(f')^2 + T^* = 0 \tag{9.17}$$

$$T^{*\prime\prime} + 3Pr\, fT^{*\prime} = 0 \tag{9.18}$$

donde f y T^* son funciones sólo de η y las dobles y triples primas, respectivamente, se refieren a la segunda y tercera derivadas con respecto a η. Observe que f es la variable dependiente clave para la capa límite de velocidad y que la ecuación de continuidad (9.6) se satisface de forma automática con la introducción de la función de corriente.

Las condiciones de frontera transformadas que se requieren para resolver las ecuaciones de momento y energía (9.17 y 9.18) son de la forma

---

[3]Las aproximaciones de capa límite se suponen al usar las ecuaciones 9.6 a 9.8. Sin embargo, las aproximaciones son válidas para $(Gr_xPr) \gtrsim 10^4$. Por debajo de este valor (cerca de la primera orilla), el espesor de la capa límite es demasiado grande en relación con la longitud característica x para asegurar la validez de las aproximaciones.

$$\eta = 0: \qquad f = f' = 0 \qquad T^* = 1$$

$$\eta \to \infty: \qquad f' \to 0 \qquad T^* \to 0$$

Ostrach [3] obtuvo una solución numérica, y en la figura 9.4 se muestran resultados seleccionados. Observe que la componente x de la velocidad u se puede obtener fácilmente a partir de la figura 9.4*a* mediante el uso de la ecuación 9.15. Advierta además que, a través de la definición del parámetro de similitud η, la figura 9.4 se puede usar para obtener valores de u y T para cualquier valor de x y y.

La figura 9.4*b* también se puede usar para inferir la forma apropiada de la correlación de transferencia de calor. Con el uso de la ley de enfriamiento de Newton para el coeficiente local de convección h, el número de Nusselt local se puede expresar como

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = \frac{[q_s''/(T_s - T_\infty)]x}{k}$$

Con el uso de la ley de Fourier para obtener q_s'' y expresar el gradiente de temperatura superficial en términos de η, ecuación 9.13, y T^*, ecuación 9.16, se sigue que

$$q_s'' = -k\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} = -\frac{k}{x}(T_s - T_\infty)\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\frac{dT^*}{d\eta}\bigg|_{\eta=0}$$

De aquí

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = -\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\frac{dT^*}{d\eta}\bigg|_{\eta=0} = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} g(Pr) \tag{9.19}$$

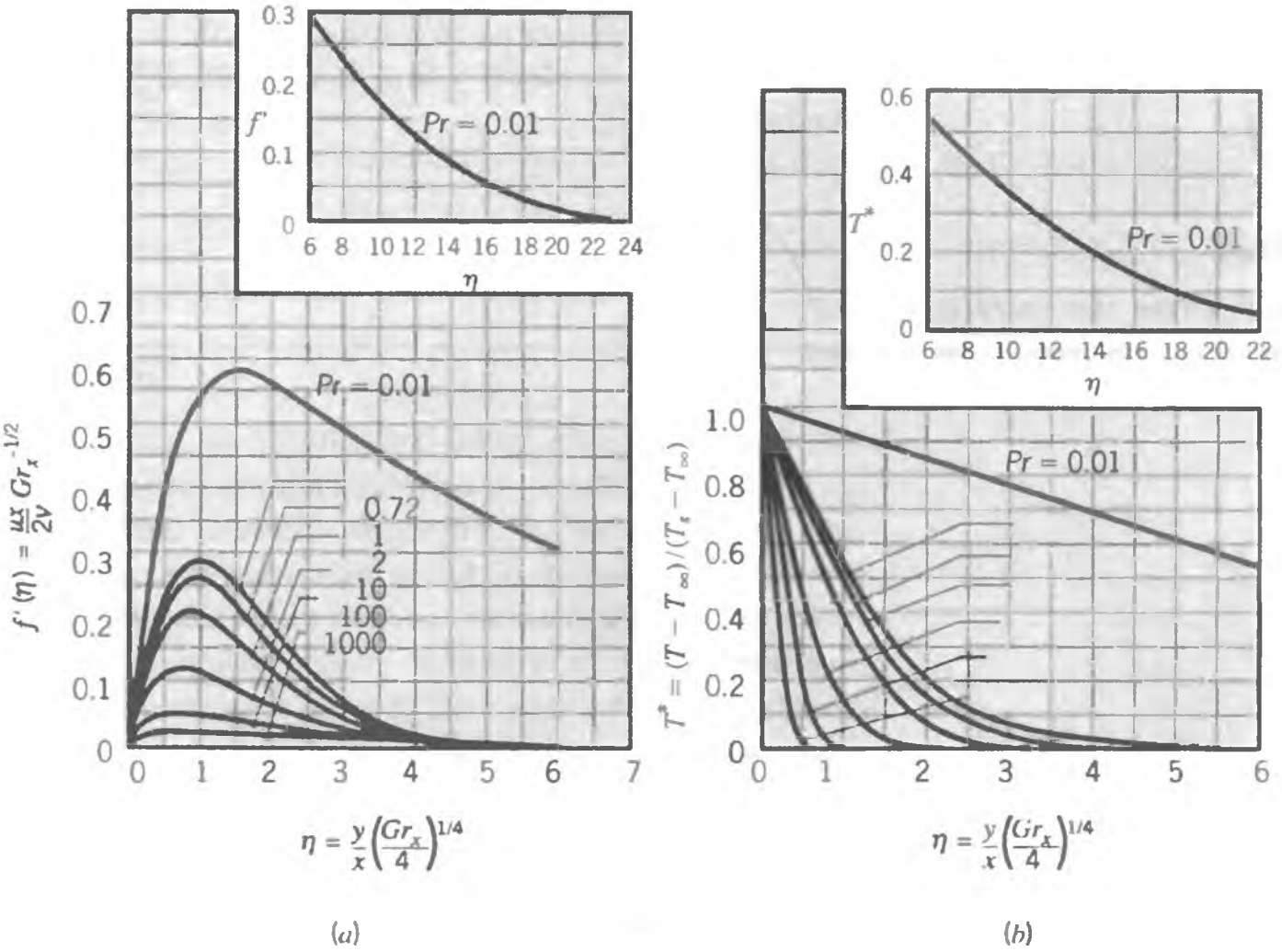


Figura 9.4 Condiciones de capa límite laminar de convección libre sobre una superficie vertical isotérmica. (*a*) Perfiles de velocidad. (*b*) Perfiles de temperatura [3].

que admite que el gradiente de temperatura adimensional en la superficie es una función del número de Prandtl $g(Pr)$. Esta dependencia es evidente en la figura 9.4*b* y está determinada de forma numérica para valores selectos de Pr [3]. Los resultados se correlacionan dentro del 5% mediante una fórmula de interpolación de la forma [4]

$$g(Pr) = \frac{0.75Pr^{1/2}}{(0.609 + 1.221Pr^{1/2} + 1.238Pr)^{1/4}} \tag{9.20}$$

que se aplica para $0 \leq Pr \leq \infty$.

Con el uso de la ecuación 9.19 para el coeficiente local de convección y al sustituir para el número de Grashof local,

$$Gr_x = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu^2}$$

el coeficiente promedio de convección para una superficie de longitud L es entonces

$$\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h\,dx = \frac{k}{L}\left[\frac{g\beta(T_s - T_\infty)}{4\nu^2}\right]^{1/4} g(Pr)\int_0^L \frac{dx}{x^{1/4}}$$

Al integrar, se sigue que

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = \frac{4}{3}\left(\frac{Gr_L}{4}\right)^{1/4} g(Pr) \tag{9.21}$$

o al sustituir de la ecuación 9.19, con $x = L$,

$$\overline{Nu}_L = \tfrac{4}{3}Nu_L \tag{9.22}$$

Los resultados anteriores se aplican sin importar si $T_s > T_\infty$ o $T_s < T_\infty$. Si $T_s < T_\infty$ las condiciones se invierten con respecto a las de la figura 9.3. La primera orilla está en la parte superior de la placa, y la x positiva se define en la dirección de la fuerza de gravedad.

9.5 *Efectos de turbulencia*

Es importante advertir que las capas límite de convección libre no están restringidas a flujo laminar. Los flujos de convección libre normalmente se originan de una *inestabilidad térmica*. Es decir, el fluido más caliente, más ligero, se mueve verticalmente hacia arriba con relación al fluido más frío, más pesado. Sin embargo, como con la convección forzada, también pueden surgir *inestabilidades hidrodinámicas*. Es decir, las perturbaciones en el flujo se pueden amplificar, lo que conduce a la transición de flujo laminar a turbulento. Este proceso se muestra de manera esquemática en la figura 9.5 para una placa vertical calentada.

La transición en una capa límite de convección libre depende de la magnitud relativa de las fuerzas de empuje y viscosa en el fluido. Se acostumbra correlacionar la ocurrencia en términos del *número de Rayleigh*, que es simplemente el producto de los números de Grashof y Prandtl. Para placas verticales el número de Rayleigh crítico es

$$Ra_{x,c} = Gr_{x,c}\,Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu\alpha} \approx 10^9 \tag{9.23}$$

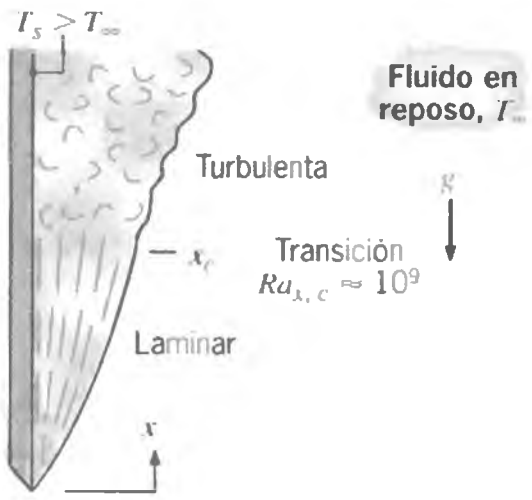


FIGURA 9.5
Transición de una capa límite de convección libre sobre una placa vertical.

Gebhart y otros [2] proporcionan una extensa discusión de la estabilidad y los efectos de la transición.

Como en la convección forzada, la transición a la turbulencia tiene un fuerte efecto sobre la transferencia de calor. Por ello, los resultados de la sección anterior se aplican sólo si $Ra_L \lesssim 10^9$. A fin de obtener correlaciones apropiadas para el flujo turbulento, se hace énfasis en los resultados experimentales.

EJEMPLO 9.1

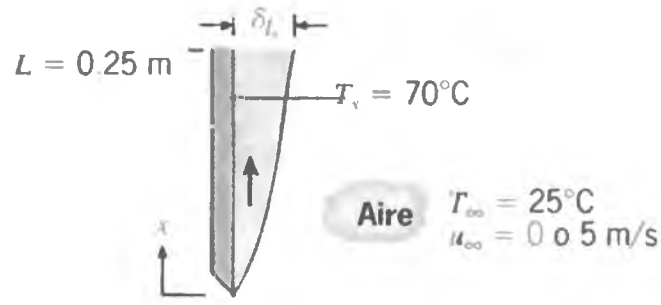
Considere una placa vertical de 0.25 m de longitud que está a 70°C. La placa se suspende en aire que está a 25°C. Estime el espesor de la capa límite en la orilla posterior de la placa si el aire está en reposo. ¿Cómo se compara este espesor con el que existiría si el aire fluyera sobre la placa a una velocidad de flujo libre de 5 m/s?

SOLUCIÓN

Se conoce: Placa vertical que está en aire en reposo a una temperatura baja.

Encontrar: Espesor de la capa límite en la orilla posterior. Comparar con el espesor que corresponde a una velocidad del aire de 5 m/s.

Esquema:



Suposiciones:
1. Propiedades constantes.
2. Efectos de empuje insignificantes cuando $u_\infty = 5$ m/s.

Propiedades: Tabla A.4, aire ($T_f = 320.5$ K): $\nu = 17.95 \times 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 0.7$, $\beta = T_f^{-1} = 3.12 \times 10^{-3}$ K^{-1}.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Análisis: Para el aire en reposo, la ecuación 9.12 da

$$Gr_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$$

$$= \frac{9.8\ \text{m/s}^2 \times (3.12 \times 10^{-3}\ \text{K}^{-1})(70 - 25)°\text{C}(0.25\ \text{m})^3}{(17.95 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})^2} = 6.69 \times 10^7$$

Por tanto, $Ra_L = Gr_L Pr = 4.68 \times 10^7$ y, de la ecuación 9.23, la capa límite de convección libre es laminar. Por consiguiente, el análisis de la sección 9.4 es aplicable. De los resultados de la figura 9.4, se sigue que, para $Pr = 0.7$, $\eta \approx 6.0$ en la orilla de la capa límite, es decir, en $y = \delta$. De aquí

$$\delta_L \approx \frac{6L}{(Gr_L/4)^{1/4}} = \frac{6(0.25\ \text{m})}{(1.67 \times 10^7)^{1/4}} = 0.024\ \text{m}$$

Para flujo de aire a $u_\infty = 5$ m/s

$$Re_L = \frac{u_\infty L}{\nu} = \frac{(5\ \text{m/s}) \times 0.25\ \text{m}}{17.95 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 6.97 \times 10^4$$

y la capa límite es laminar. Por ello de la ecuación 7.19

$$\delta_L \approx \frac{5L}{Re_L^{1/2}} = \frac{5(0.25\ \text{m})}{(6.97 \times 10^4)^{1/2}} = 0.0047\ \text{m}$$

Comentarios:

1. Los espesores de la capa límite son normalmente más grandes para la convección libre que para la convección forzada.
2. $(Gr_L/Re_L^2) = 0.014 \ll 1$, y se justifica la suposición de efectos de empuje insignificantes para $u_\infty = 5$ m/s.

9.6 *Correlaciones empíricas: flujos externos de convección libre*

En esta sección resumimos las correlaciones empíricas desarrolladas para geometrías comunes *inmersas* (flujo exteno). Las correlaciones son adecuadas para la mayoría de los cálculos de ingeniería y por lo general son de la forma

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = C\,Ra_L^n \tag{9.26}$$

donde el número de Rayleigh,

$$Ra_L = Gr_L\,Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} \tag{9.27}$$

se basa en la longitud característica L de la geometría. Normalmente, $n = \frac{1}{4}$ y $\frac{1}{3}$ para flujos laminar y turbulento, respectivamente. Para flujo turbulento se sigue entonces que $\bar{h}_L$ es independiente de L. Tenga en cuenta que todas las propiedades se evalúan a la temperatura de película, $T_f \equiv (T_s + T_\infty)/2$.

9.6.1 Placa vertical

Para la placa vertical se han desarrollado expresiones de la forma dada por la ecuación 9.24 [5–7] y se grafican en la figura 9.6. El coeficiente C y el exponente n dependen del intervalo del número de Rayleigh, y para números de Rayleigh menores que 10^4, el número de Nusselt se debe obtener de forma directa de la figura.

Churchill y Chu [8] recomiendan una correlación que se puede aplicar sobre *todo* el intervalo de Ra_L y es de la forma

$$\overline{Nu}_L = \left\{0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/6}}{[1 + (0.492/\mathrm{Pr})^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 \tag{9.26}$$

Aunque la ecuación 9.26 es adecuada para la mayoría de los cálculos de ingeniería, se puede obtener una precisión ligeramente mejor para el flujo laminar mediante el uso de [8]

$$\overline{Nu}_L = 0.68 + \frac{0.670 Ra_L^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}} \qquad Ra_L \lesssim 10^9 \tag{9.27}$$

Es importante reconocer que los resultados anteriores se obtuvieron para una placa isotérmica (T_s constante). Si la condición de la superficie es, en su lugar, una de flujo de calor uniforme (q''_s constante), la diferencia de temperaturas ($T_s - T_\infty$) variará con x, aumentando desde un valor cero en el inicio de la placa. Un procedimiento aproximado para determinar esta variación se puede basar en resultados [8, 9] que muestran que las

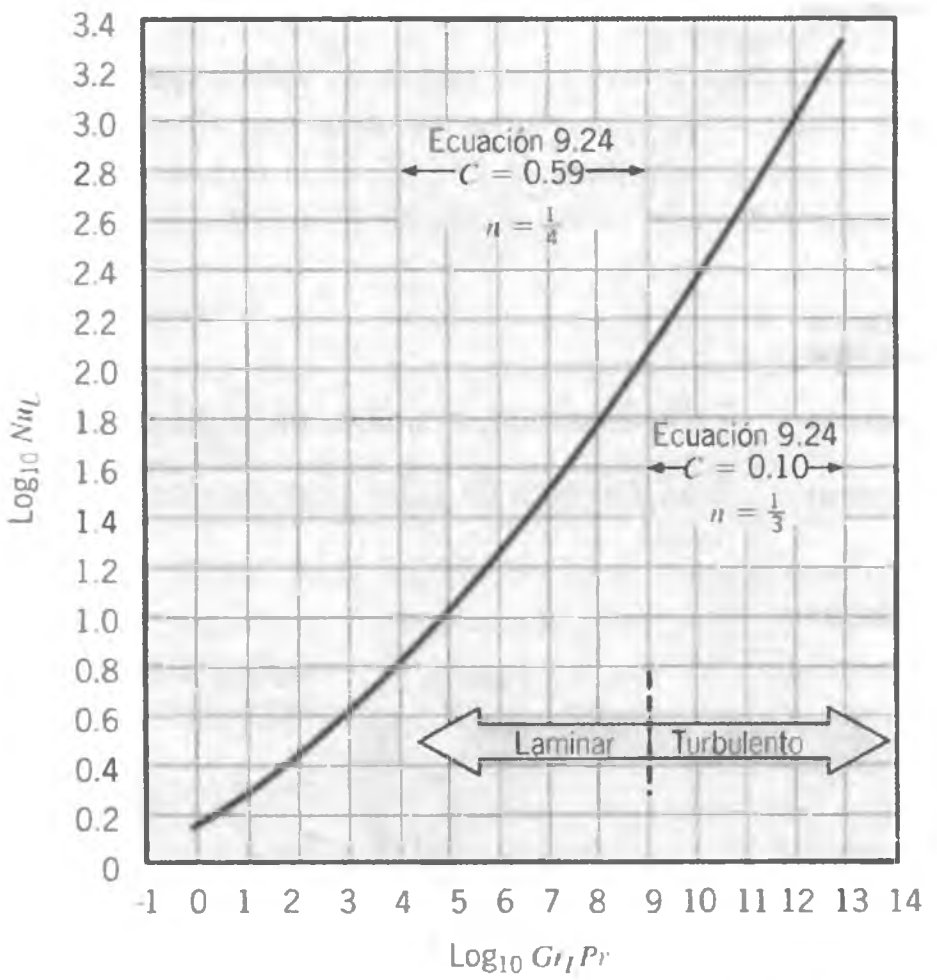


FIGURA 9.6
Número de Nusselt para transferencia de calor por convección libre desde una placa vertical [5–7].

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

correlaciones de $\overline{Nu}_L$ que se obtienen de la placa isotérmica aún se pueden utilizar con una excelente aproximación, si $\overline{Nu}_L$ y Ra_L se definen en términos de la diferencia de temperaturas en el punto medio de la placa, $\Delta T_{L/2} = T_s(L/2) - T_\infty$. De aquí, con $\bar{h} = q''_s/\Delta T_{L/2}$, se podría usar una correlación como la ecuación 9.27 (en una solución de prueba y error) para determinar $\Delta T_{L/2}$, y de aquí la temperatura superficial del punto medio $T_s(L/2)$. Si se supone que $Nu_x \propto Ra_x^{1/4}$ en toda la placa, se sigue que

$$\frac{q''_s x}{k\,\Delta T} \propto \Delta T^{1/4}\, x^{3/4}$$

o

$$\Delta T \propto x^{1/5}$$

Por consiguiente, la diferencia de temperaturas en cualquier x es

$$\Delta T_x \approx \frac{x^{1/5}}{(L/2)^{1/5}} \Delta T_{L/2} = 1.15 \left(\frac{x}{L}\right)^{1/5} \Delta T_{L/2} \tag{9.28}$$

Churchill [10] proporciona una descripción más detallada de los resultados de flujo de calor constante.

Los resultados anteriores también se pueden aplicar a cilindros *verticales* de altura L, si el espesor δ de la capa límite es mucho menor que el diámetro D del cilindro. Se sabe que esta condición se satisface [11] cuando

$$\frac{D}{L} \gtrsim \frac{35}{Gr_L^{1/4}}$$

Cebeci [12] y Minkowycz y Sparrow [13] presentan resultados para cilindros verticales delgados que no cumplen esta condición, donde la curvatura transversal influye en el desarrollo de la capa límite y aumenta la transferencia de calor.

Ejemplo 9.2

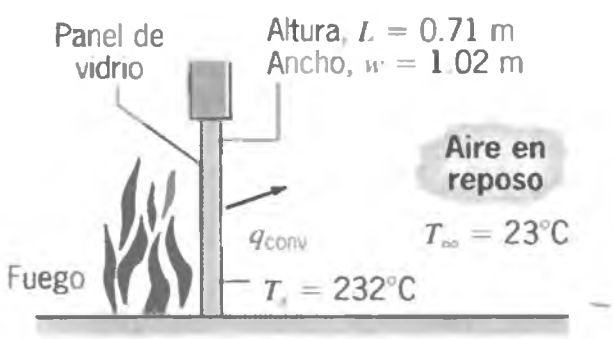
Una pantalla contra fuego con puerta de vidrio, que se usa para reducir la exfiltración del aire ambiente por una chimenea, tiene una altura de 0.71 m y un ancho de 1.02 m y alcanza una temperatura de 232°C. Si la temperatura del cuarto es 23°C, estime la transferencia de calor por convección de la chimenea al cuarto.

Solución

Se conoce: Pantalla de vidrio situada en la puerta de una chimenea.

Encontrar: Transferencia de calor por convección entre la pantalla y el aire ambiente.

Esquema:



Suposiciones:

1. La pantalla está a una temperatura uniforme T_s.
2. El aire ambiente está en reposo.

Propiedades: Tabla A.4, aire ($T_f = 400$ K): $k = 33.8 \times 10^{-3}$ W/m · K, $\nu = 26.4 \times 10^{-6}$ m²/s, $\alpha = 38.3 \times 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 0.690$, $\beta = (1/T_f) = 0.0025$ K^{-1}.

Análisis: La transferencia de calor por convección libre del panel al cuarto está dada por la ley de enfriamiento de Newton

$$q = \bar{h} A_s (T_s - T_\infty)$$

donde $\bar{h}$ se puede obtener del conocimiento del número de Rayleigh. Con el uso de la ecuación 9.25,

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\alpha\nu}$$

$$= \frac{9.8 \text{ m/s}^2 \times 1/400 \text{ K } (232 - 23)^\circ\text{C} \times (0.71 \text{ m})^3}{38.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \times 26.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 1.813 \times 10^9$$

y de la ecuación 9.23 se sigue que la transición a la turbulencia ocurre sobre el panel. La correlación apropiada está dada entonces por la ecuación 9.26

$$\overline{Nu}_L = \left\{0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$$

$$\overline{Nu}_L = \left\{0.825 + \frac{0.387(1.813 \times 10^9)^{1/6}}{[1 + (0.492/0.690)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = 147$$

De aquí,

$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_L \cdot k}{L} = \frac{147 \times 33.8 \times 10^{-3} \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.71 \text{ m}} = 7.0 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

y

$$q = 7.0 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}(1.02 \times 0.71)\text{m}^2(232 - 23)^\circ\text{C} = 1060 \text{ W} \quad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Si se calculara $\bar{h}$ a partir de la ecuación 9.24, con $C = 0.10$ y $n = \frac{1}{3}$, obtendríamos $\bar{h} = 5.8$ W/m² · K y la predicción de la transferencia de calor sería aproximadamente 20% menor que el resultado anterior. Esta diferencia está dentro de la incertidumbre normalmente asociada con el uso de tales correlaciones.
2. Los efectos de la transferencia de calor por radiación a menudo son significativos con relación a la convección libre. Use la ecuación 1.7 y suponga que $\varepsilon = 1.0$ para la superficie de vidrio y $T_{alr} = 23^\circ$C, la transferencia neta de calor por radiación entre el vidrio y los alrededores es

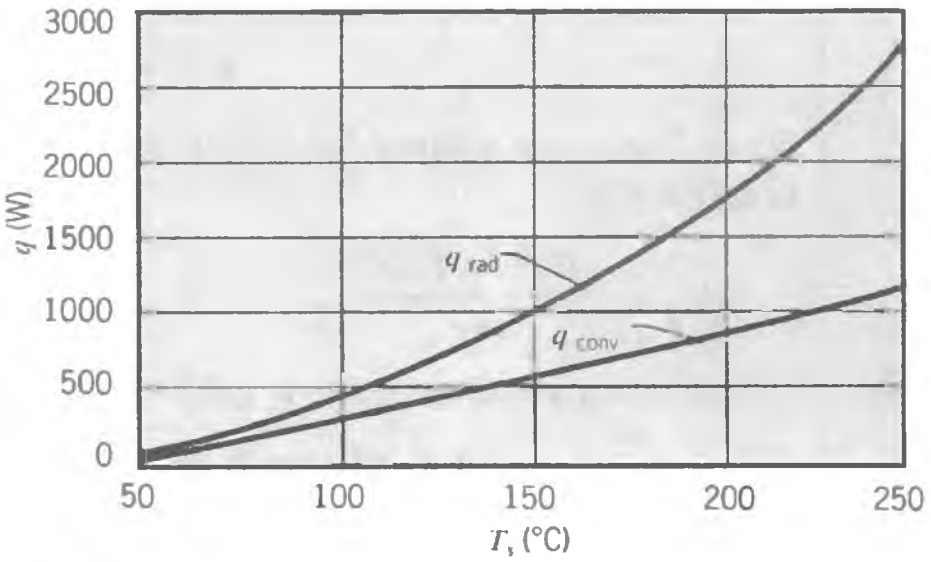
$$q_{rad} = \varepsilon A_s \sigma (T_s^4 - T_{alr}^4)$$

$$q_{rad} = 1(1.02 \times 0.71) \text{ m}^2 \times 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 (505^4 - 296^4) \text{ K}^4$$

$$q_{rad} = 2355 \text{ W}$$

Por ello en este caso la transferencia de calor por radiación excede la transferencia de calor por convección libre por más de un factor de 2.

3. Los efectos de radiación y convección libre sobre la transferencia de calor del vidrio dependen fuertemente de su temperatura. Con $q \propto T_s^4$ para radiación y $q \propto T_s^n$ para convección libre, donde $1.25 < n < 1.33$, esperamos que la influencia relativa de la radiación se incremente al aumentar la temperatura. Este comportamiento se revela al calcular y graficar las transferencias de calor como función de la temperatura para $50 \leq T_s \leq 250°C$.



Para cada valor de T_s que se usa para generar los resultados anteriores de convección libre, las propiedades del aire se determinaron al valor correspondiente de T_f

9.6.2 Placas horizontales e inclinadas

Para una placa vertical, caliente (o fría) con respecto a un fluido ambiental, la placa se alinea con el vector gravitacional, y la fuerza de empuje actúa exclusivamente para inducir el movimiento del fluido en la dirección ascendente (o descendente). Sin embargo, si la placa está inclinada con respecto a la gravedad, la fuerza de empuje tiene una componente normal, así como también una paralela, a la superficie de la placa. Con una reducción en la fuerza de empuje paralela a la superficie, hay una reducción en las velocidades del fluido a lo largo de la placa, y se podría esperar una reducción acompañante en la transferencia de calor por convección. Si hay, de hecho, tal reducción, depende de si se está interesado en la transferencia de calor de la superficie superior o inferior de la placa.

Como se muestra en la figura 9.7*a*, si la placa está fría, la componente *y* de la fuerza de empuje, que es normal a la placa, actúa para mantener el flujo de la capa límite descendente en contacto con la superficie superior de la placa. Como la componente *x* de la aceleración gravitacional se reduce a $g \cos \theta$, las velocidades del fluido a lo largo de la placa se reducen, así como también la transferencia de calor por convección a la superficie superior. Sin embargo, en la superficie inferior, la componente *y* de la fuerza de empuje actúa para mover fluido de la superficie, y el desarrollo de la capa límite se interrumpe por la descarga de parcelas de fluido frío de la superficie (figura 9.7*a*). El flujo resultante es tridimensional y, como se muestra por las trayectorias en tramos (dirección *z*) de la figura 9.7*b*, el fluido frío que se descarga de la superficie inferior se reemplaza de forma continua por el fluido más caliente del ambiente. El desplazamiento del fluido de la capa límite fría por el ambiente más

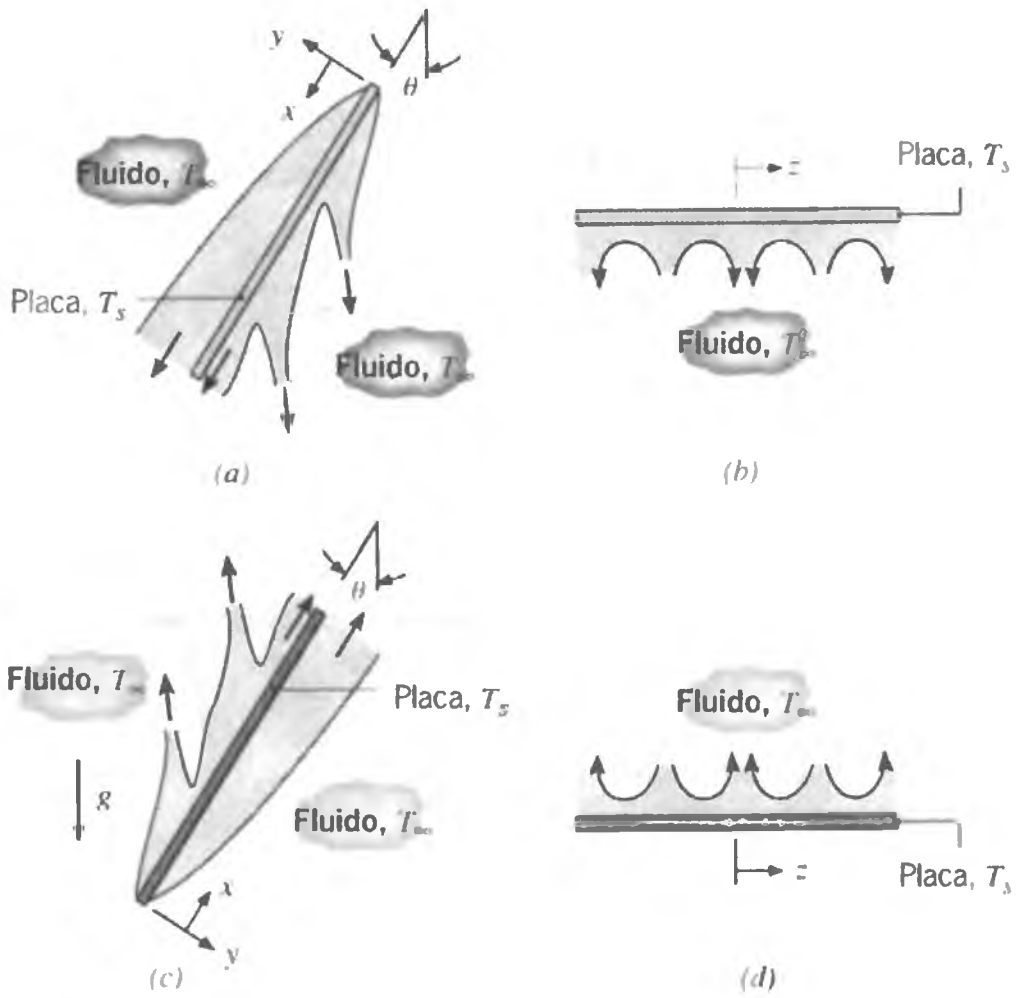


FIGURA 9.7 Flujos impulsados por empuje sobre una placa inclinada: (*a*) vista lateral de los flujos en las superficies superior e inferior de una placa fría ($T_s < T_\infty$). (*b*) vista del extremo del flujo en la superficie inferior de una placa fría. (*c*) vista lateral de flujos en las superficies superior e inferior de una placa caliente ($T_s > T_\infty$). y (*d*) vista del extremo del flujo en la superficie superior de una placa caliente.

liente y la reducción acompañante en el espesor de la capa límite térmica actúan para aumentar la transferencia de calor por convección a la superficie superior. De hecho, el aumento de la transferencia de calor debida al flujo tridimensional normalmente excede la reducción asociada con la componente x reducida de g, y el efecto combinado es aumentar la transferencia de calor a la superficie inferior. Tendencias similares caracterizan una placa caliente (figura 9.7*c*, *d*), y el flujo tridimensional ahora se asocia con la superficie superior, de la que se descargan parcelas de fluido caliente. Varios investigadores [14–16] han observado tales flujos.

En uno de los primeros estudios de transferencia de calor de placas inclinadas, Rich [17] sugirió que los coeficientes de convección se podrían determinar a partir de correlaciones de placa vertical, si g se reemplaza por $g \cos \theta$ al calcular el número de Rayleigh de la placa. Desde entonces, sin embargo, se determinó que este método sólo es satisfactorio para las superficies superior e inferior de placas frías y calientes, respectivamente. No es apropiado para las superficies superior e inferior de placas calientes y frías, respectivamente, donde la tridimensionalidad del flujo limita la capacidad para desarrollar correlaciones generalizadas. En las superficies superior e inferior de placas inclinadas frías y calientes, respectivamente, se recomienda por tanto que, para $0 \leq \theta \lesssim 60°C$, g se reemplace por $g \cos \theta$ y que la ecuación 9.26 o 9.27 se use para calcular el número promedio de Nusselt. Para las superficies opuestas, no se hace ninguna recomendación y se debe consultar la literatura [14–16].

Si la placa es horizontal, la fuerza de empuje es exclusivamente normal a la superficie. Como para la placa inclinada, los patrones de flujo y la transferencia de calor dependen fuertemente de si la superficie está fría o caliente y de si ve hacia arriba o hacia

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

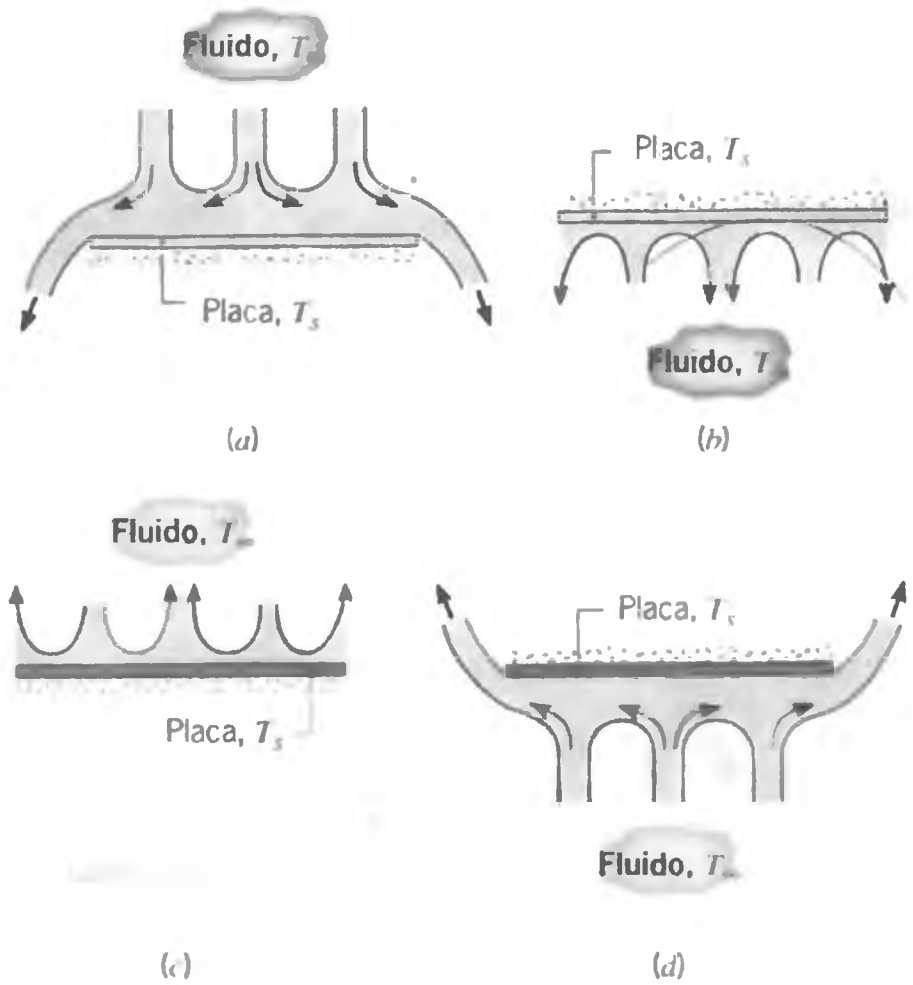


FIGURA 9.8
Flujos impulsados por empuje sobre placas horizontales frías ($T_s < T_\infty$) y calientes ($T_s > T_\infty$): (*a*) superficie superior de placa fría, (*b*) superficie inferior de placa fría, (*c*) superficie superior de placa caliente, y (*d*) superficie inferior de placa caliente.

abajo. Para una superficie fría orientada hacia arriba (figura 9.8*a*) y una superficie caliente orientada hacia abajo (figura 9.8*d*), la tendencia del fluido a descender y ascender, respectivamente, es impedida por la placa. El flujo se debe mover horizontalmente antes de que pueda descender o ascender desde los extremos de la placa, y la transferencia de calor por convección es poco efectiva. En cambio, para una superficie fría orientada hacia abajo (figura 9.8*b*) y una superficie caliente orientada hacia arriba (figura 9.8*c*), el flujo se impulsa por parcelas descendientes y ascendientes de fluido, respectivamente. La conservación de la masa sugiere que el fluido frío (caliente) que desciende (asciende) desde una superficie sea reemplazado por un fluido ascendente (descendiente) más caliente (más frío) del ambiente, y la transferencia de calor es mucho más efectiva.

Aunque las correlaciones sugeridas por McAdams [5] se utilizan ampliamente para placas horizontales, se puede obtener una precisión mejorada al alterar la forma de la longitud característica sobre la que se basan las correlaciones [18, 19]. En particular, con la longitud característica definida como

$$L \equiv \frac{A_s}{P} \tag{9.29}$$

donde A_s y P son el área de la superficie y el perímetro de la placa, respectivamente, las correlaciones que se recomiendan para el número de Nusselt promedio son:

Superficie superior de placa caliente o superficie inferior de placa fría:

$$\overline{Nu}_L = 0.54 Ra_L^{1/4} \qquad (10^4 \lesssim Ra_L \lesssim 10^7) \tag{9.30}$$

$$\overline{Nu}_L = 0.15 Ra_L^{1/3} \qquad (10^7 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{11}) \tag{9.31}$$

Superficie inferior de placa caliente o superficie superior de placa fría:

$$\overline{Nu}_L = 0.27 Ra_L^{1/4} \qquad (10^5 \lesssim Ra_L \lesssim 10^{10}) \tag{9.32}$$

Ejemplo 9.3

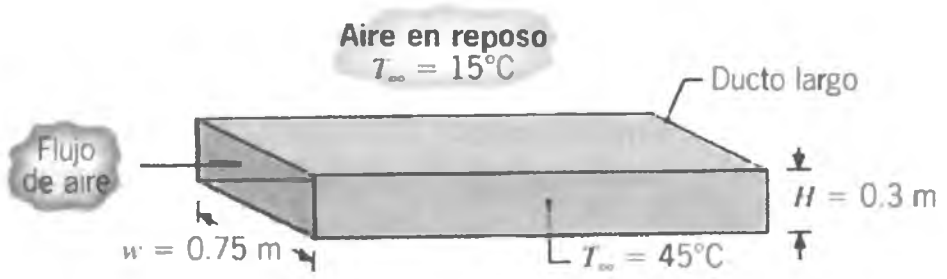
El flujo de aire a través de un ducto rectangular de calentamiento que tiene 0.75 m de ancho y 0.3 m de altura mantiene la superficie externa del ducto a 45°C. Si el ducto no está aislado y se expone a aire a 15°C en el entrepiso debajo de una casa, ¿cuál es la pérdida de calor del ducto por metro de longitud?

Solución

Se conoce: Temperatura superficial de un ducto rectangular largo.

Encontrar: Pérdida de calor del ducto por metro de longitud.

Esquema:



Suposiciones:

1. El aire ambiente está en reposo.
2. Los efectos de radiación superficial son insignificantes.

Propiedades: Tabla A.4, aire (T_f = 303 K): $\nu = 16.2 \times 10^{-6}$ m²/s, $\alpha = 22.9 \times 10^{-6}$ m²/s, k = 0.0265 W/m · K, β = 0.0033 K^{-1}, Pr = 0.71.

Análisis: La pérdida de calor superficial es por convección libre de los lados verticales y la parte superior e inferior horizontal. De la ecuación 9.25

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} = \frac{(9.8\ \text{m/s}^2)(0.0033\ \text{K}^{-1})(30\ \text{K})\,L^3\ (\text{m}^3)}{(16.2 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(22.9 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})}$$

$$Ra_L = 2.62 \times 10^9 L^3$$

Para los dos lados, $L = H$ = 0.3 m. De aquí, $Ra_L = 7.07 \times 10^7$. La capa límite de convección libre es por tanto laminar, y de la ecuación 9.27

$$\overline{Nu}_L = 0.68 + \frac{0.670 Ra_L^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}}$$

El coeficiente de convección asociado con los lados es entonces

$$\bar{h}_s = \frac{k}{H}\overline{Nu}_L$$

$$\bar{h}_s = \frac{0.0265\ \text{W/m} \cdot \text{K}}{0.3\ \text{m}}\left\{0.68 + \frac{0.670(7.07 \times 10^7)^{1/4}}{[1 + (0.492/0.71)^{9/16}]^{4/9}}\right\} = 4.23\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Para la parte superior e inferior, $L = (A_s/P) \approx (w/2) = 0.375$ m. De aquí $Ra_L = 1.38 \times 10^8$, y de las ecuaciones 9.31 y 9.32, respectivamente,

$$\bar{h}_t = [k/(w/2)] \times 0.15 Ra_L^{1/3} = \frac{0.0265 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.375 \text{ m}} \times 0.15(1.38 \times 10^8)^{1/3}$$

$$= 5.47 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$\bar{h}_b = [k/(w/2)] \times 0.27 Ra_L^{1/4} = \frac{0.0265 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.375 \text{ m}} \times 0.27(1.38 \times 10^8)^{1/4}$$

$$= 2.07 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

La pérdida de calor por unidad de longitud es entonces

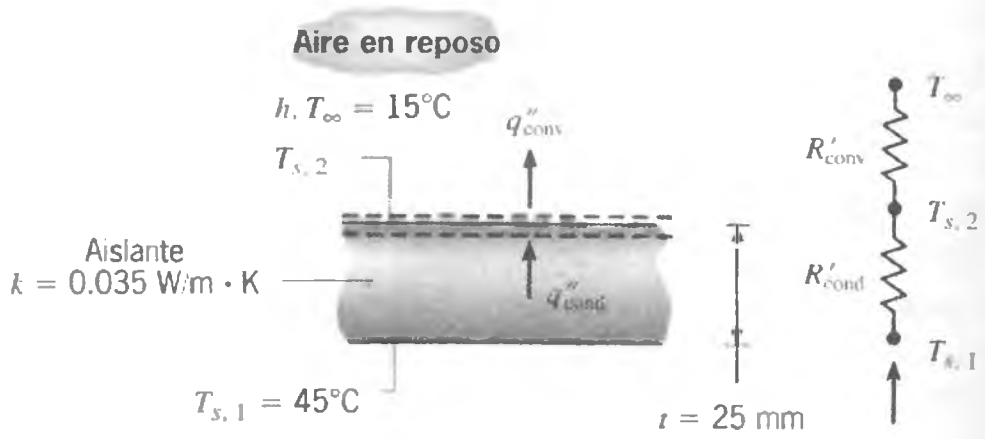
$$q' = 2q'_s + q'_t + q'_b = (2\bar{h}_s \cdot H + \bar{h}_t \cdot w + \bar{h}_b \cdot w)(T_s - T_\infty)$$

$$q' = (2 \times 4.23 \times 0.3 + 5.47 \times 0.75 + 2.07 \times 0.75)(45 - 15) \text{ W/m}$$

$$q' = 246 \text{ W/m}$$

Comentarios:

1. La pérdida de calor se puede reducir al aislar el ducto. Consideramos esta opción para una capa de 25 mm de espesor de manta aislante ($k = 0.035$ W/m · K) que se envuelve alrededor del ducto.



La pérdida de calor en cada superficie se puede expresar como

$$q' = \frac{T_{s,1} - T_\infty}{R'_{cond} + R'_{conv}}$$

donde R'_{conv} se asocia con la convección libre de la superficie exterior y depende por ello de la temperatura desconocida $T_{s,2}$. Esta temperatura se puede determinar al aplicar un balance de energía a la superficie externa, para la que se sigue que

$$q''_{cond} = q''_{conv}$$

o

$$\frac{(T_{s,1} - T_{s,2})}{(t/k)} = \frac{(T_{s,2} - T_\infty)}{(1/\bar{h})}$$

Como se asocian diferentes coeficientes de convección con los lados, parte superior e inferior ($\bar{h}_s$, $\bar{h}_t$, y $\bar{h}_b$), se debe obtener una solución separada a esta ecuación para cada una de las tres superficies. Las soluciones son iterativas, pues las propiedades del aire y de los coeficientes de convección dependen de T_s. Al realizar los cálculos, obtenemos

Lados	$T_{s,2} = 297.2°C$,	$\bar{h}_s = 3.18$ W/m$^2 \cdot$ K
Parte superior	$T_{s,2} = 296.3°C$,	$\bar{h}_t = 3.66$ W/m$^2 \cdot$ K
Parte inferior	$T_{s,2} = 301.5°C$,	$\bar{h}_b = 1.71$ W/m$^2 \cdot$ K

Al ignorar las pérdidas de calor a través de las esquinas del aislante, la transferencia total de calor por unidad de longitud del ducto es entonces

$$q' = 2q'_s + q'_t + q'_b$$

$$q' = \frac{2H(T_{s,1} - T_\infty)}{(t/k) + (1/\bar{h}_s)} + \frac{w(T_{s,1} - T_\infty)}{(t/k) + (1/\bar{h}_t)} + \frac{w(T_{s,1} - T_\infty)}{(t/k) + (1/\bar{h}_b)}$$

que da

$$q' = (17.5 + 22.8 + 17.3)\text{W/m} = 57.6 \text{ W/m}$$

El aislante proporciona por tanto un 77% de reducción en la pérdida de calor al aire ambiente por convección natural.

2. Aunque se ignoran las pérdidas por radiación, pueden ser significativas. De la ecuación 1.7 con ε supuesta unitaria y $T_{alr} = 288$ K, $q'_{rad} = 398$ W/m para el ducto no aislado. La inclusión de los efectos de radiación en el balance de energía para el ducto aislado reduciría las temperaturas de la superficie externa, y por ello reduciría las transferencias de calor por convección. Con la radiación, sin embargo, la transferencia total de calor ($q'_{conv} + q'_{rad}$) aumentaría.

9.6.3 Cilindro largo horizontal

Esta importante geometría se ha estudiado de manera extensa, y Morgan [20] ha revisado muchas de las correlaciones existentes. Para un cilindro isotérmico, Morgan sugiere una expresión de la forma

$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}D}{k} = C\,Ra_D^n \tag{9.33}$$

Tabla 9.1 Constantes de la ecuación 9.33 para convección libre sobre un cilindro circular horizontal [20]

Ra_D	C	n
10^{-10}–10^{-2}	0.675	0.058
10^{-10}–10^{-2}	1.02	0.148
10^{-2}–10^{4}	0.850	0.188
10^{4}–10^{7}	0.480	0.250
10^{7}–10^{12}	0.125	0.333

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

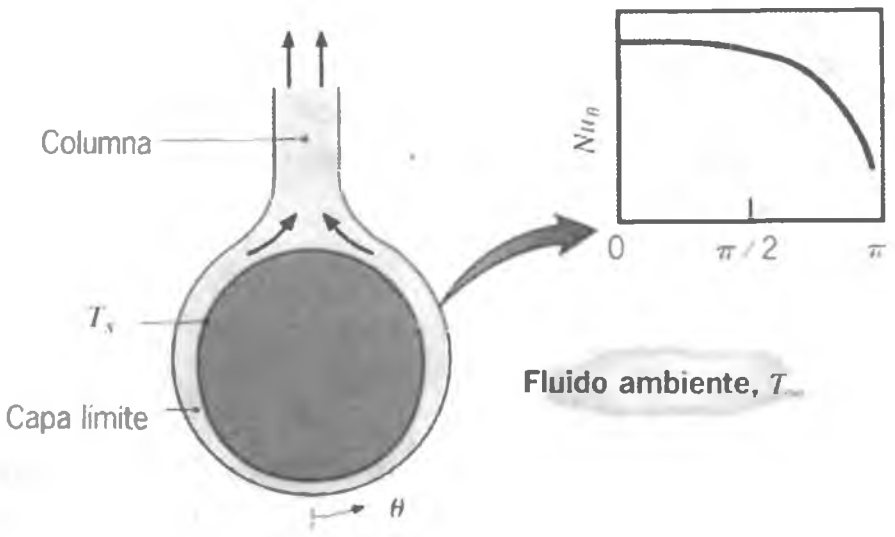


FIGURA 9.9
Desarrollo de la capa límite y distribución del número de Nusselt sobre un cilindro horizontal caliente.

donde C y n están dadas en la tabla 9.1 y Ra_D y $\overline{Nu}_D$ se basan en el diámetro del cilindro. Por el contrario, Churchill y Chu [21] recomiendan una correlación simple para un margen amplio del número de Rayleigh:

$$\overline{Nu}_D = \left\{0.60 + \frac{0.387 Ra_D^{1/6}}{[1+(0.559/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 \qquad Ra_D \leq 10^{12} \tag{9.34}$$

Las correlaciones anteriores proporcionan el número de Nusselt promedio sobre toda la circunferencia de un cilindro isotérmico. Como se muestra en la figura 9.9 para un cilindro caliente, los números de Nusselt locales están influidos por la producción de una capa límite, que comienza en $\theta = 0$ y concluye en $\theta < \pi$ con la formación de una columna ascendente desde el cilindro. Si el flujo permanece laminar sobre toda la superficie, la distribución del número de Nusselt local con θ se caracteriza por un máximo en $\theta = 0$ y una disminución monótona al aumentar θ. Esta disminución se rompería para números de Rayleigh suficientemente grandes ($Ra_D \geq 10^9$) para permitir la transición a la turbulencia dentro de la capa límite. Si el cilindro está frío con relación al fluido ambiente, la producción de la capa límite comienza a $\theta = \pi$, el número de Nusselt local es un máximo en esta posición, y la columna desciende desde el cilindro.

EJEMPLO 9.4

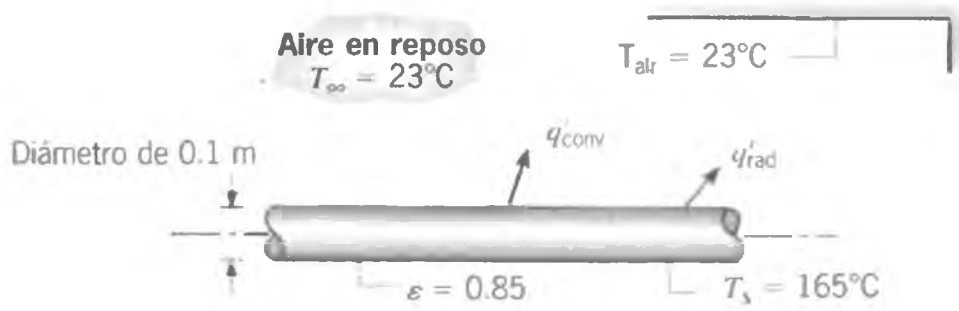
Una tubería horizontal de vapor de alta presión de 0.1 m de diámetro externo pasa a través de un cuarto grande cuyas temperaturas de paredes y del aire son 23°C. La tubería tiene una temperatura superficial externa de 165°C y una emisividad $\varepsilon = 0.85$. Estime la pérdida de calor de la tubería por unidad de longitud.

SOLUCIÓN

Se conoce: Temperatura superficial de una tubería horizontal de vapor

Encontrar: Pérdida de calor desde la tubería por unidad de longitud q' (W/m).

Esquema:



Suposiciones:

1. El área superficial es pequeña comparada con los alrededores.
2. El aire ambiente está en reposo.

Propiedades: Tabla A.4, aire (T_f = 367 K): k = 0.0313 W/m · K, $\nu = 22.8 \times 10^{-6}$ m²/s, $\alpha = 32.8 \times 10^{-6}$ m/s, $Pr = 0.697$, $\beta = 2.725 \times 10^{-3}$ K^{-1}.

Análisis: La pérdida total de calor por unidad de longitud de la tubería es

$$q' = q'_{conv} + q'_{rad} = \bar{h}\pi D(T_s - T_\infty) + \varepsilon\pi D\sigma(T_s^4 - T_{sur}^4)$$

El coeficiente de convección se puede obtener a partir de la ecuación 9.34

$$\overline{Nu}_D = \left\{0.60 + \frac{0.387Ra_D^{1/6}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$$

donde

$$Ra_D = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{\nu\alpha}$$

$$Ra_D = \frac{9.8\ \text{m/s}^2 \times 2.725 \times 10^{-3}\ \text{K}^{-1}\ (165 - 23)^\circ\text{C}\ (0.1\ \text{m})^3}{22.8 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \times 32.8 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 5.073 \times 10^6$$

De aquí

$$\overline{Nu}_D = \left\{0.60 + \frac{0.387(5.073 \times 10^6)^{1/6}}{[1 + (0.559/0.697)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = 23.3$$

y

$$\bar{h} = \frac{k}{D}\overline{Nu}_D = \frac{0.0313\ \text{W/m} \cdot \text{K}}{0.1\ \text{m}} \times 23.3 = 7.29\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$

La pérdida total de calor es entonces

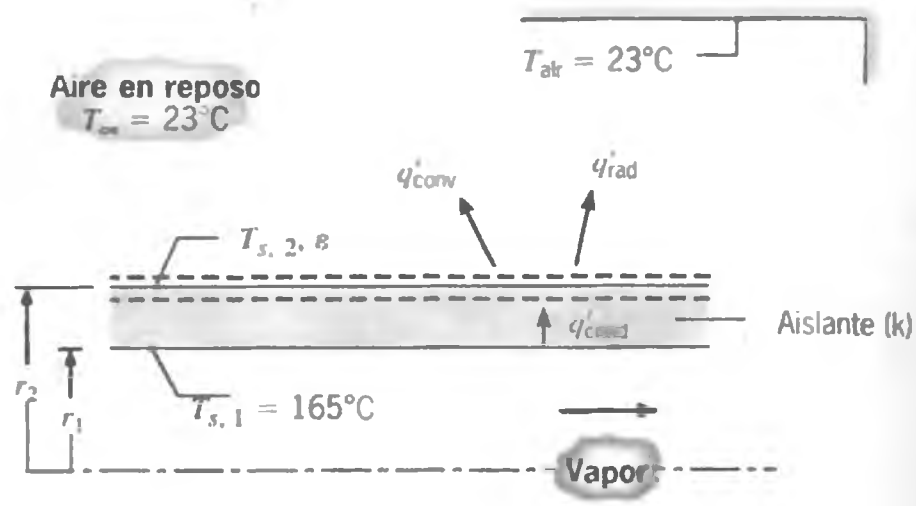
$$q' = 7.29\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}\ (\pi \times 0.1\ \text{m})(165 - 23)^\circ\text{C}$$
$$+ 0.85(\pi \times 0.1\ \text{m})5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4\ (438^4 - 296^4)\ \text{K}^4$$
$$q' = (325 + 441)\ \text{W/m} = 766\ \text{W/m} \quad \triangleleft$$

Comentarios:

1. La ecuación 9.33 también se puede usar para estimar el número de Nusselt, con el resultado que $\overline{Nu}_D = 22.8$.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

2. Para explorar el efecto de una capa aislante sobre la pérdida de calor de la tubería, consideramos una capa de 25 mm de espesor de uretano para la que $k = 0.026$ W/m · K y $\varepsilon = 0.85$.



La transferencia de calor por convección libre al aire ambiente y la transferencia neta de radiación a los alrededores dependen de la temperatura $T_{s,2}$ del aislante que se puede obtener al realizar un balance de energía en la superficie exterior:

$$q'_{cond} = q'_{conv} + q'_{rad}$$

Al sustituir de las ecuaciones 1.7 y 3.27, se sigue que

$$\frac{2\pi k(T_{s,1} - T_{s,2})}{\ln(r_2/r_1)} = \bar{h}(2\pi r_2)(T_{s,2} - T_\infty) + \varepsilon 2\pi r_2 \sigma (T_{s,2}^4 - T_{alr}^4)$$

La temperatura desconocida se determina a partir de una solución iterativa para la que se usa la ecuación 9.34 a fin de reevaluar el coeficiente de convección, y de aquí las propiedades del aire, en cada paso de la iteración. Para las condiciones establecidas, la solución da $T_{s,2} = 35.3°C$, de la que se sigue que

$$q' = q'_{conv} + q'_{rad}$$

$$q' = 3.71 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}(\pi \times 0.15 \text{ m})(35.3 - 23)°\text{C} + 0.85(\pi \times 0.15 \text{ m})(308.3^4 - 296^4) \text{ K}^4$$

$$q' = (21.5 + 30.8) \text{ W/m} = 52.3 \text{ W/m}$$

Como se esperaba, el aislante reduce de manera significativa la pérdida de calor de la tubería.

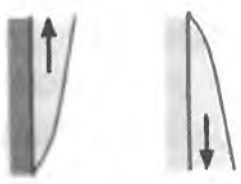
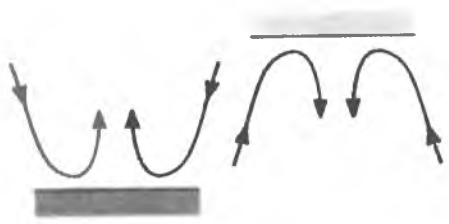
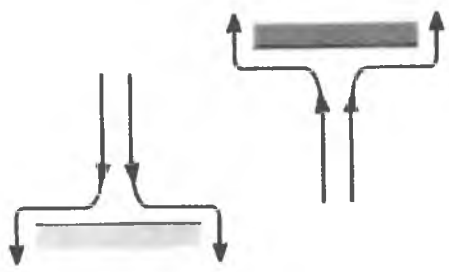
9.6.4 Esferas

La siguiente correlación debida a Churchill [10] se recomienda para esferas en fluidos de $Pr \geq 0.7$ y para $Ra_D \leq 10^{11}$.

$$\overline{Nu}_D = 2 + \frac{0.589 Ra_D^{1/4}}{[1 + (0.469/Pr)^{9/16}]^{4/9}} \tag{9.}$$

Las correlaciones recomendadas de esta sección se resumen en la tabla 9.2. Los resultados para otras geometrías sumergidas y condiciones especiales se presentan en las revisiones extensas de Churchill [10], y Raithby y Hollands [22].

Tabla 9.2 Resumen de correlaciones empíricas de convección libre para geometrías sumergidas

Geometría	Correlación recomendada	Restricciones
1. Placas verticales[a] 	Ecuación 9.26	Ninguna
2. Placas inclinadas Superficie fría arriba o superficie caliente abajo 	Ecuación 9.26 $g \rightarrow g \cos\theta$	$0 \leq \theta \leq 60°$
3. Placas horizontales (a) Superficie caliente arriba o superficie fría abajo 	Ecuación 9.30 Ecuación 9.31	$10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$ $10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$
(b) Superficie fría arriba o superficie caliente abajo 	Ecuación 9.32	$10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10}$
4. Cilindro horizontal 	Ecuación 9.34	$Ra_D \leq 10^{12}$
5. Esfera 	Ecuación 9.35	$Ra_D \leq 10^{11}$ $Pr \geq 0.7$

[a] La correlación se puede aplicar a un cilindro vertical si $(D/L) \geq (35/Gr_L^{1/4})$

9.7 *Convección libre dentro de canales de placas paralelas*

Una geometría de convección libre común incluye canales de placas paralelas verticales (o inclinadas) que están abiertos al ambiente en los extremos opuestos (figura 9.10). Las placas podrían constituir un arreglo de aletas usado para aumentar la transferencia de calor por convección desde una superficie base a la que se unen las aletas, o podrían constituir un arreglo de tarjetas de circuitos con componentes electrónicos disipadores de calor. Las condiciones térmicas superficiales se pueden idealizar como isotérmicas o de isoflujo y simétricas ($T_{s,1} = T_{s,2}$; $q''_{s,1} = q''_{s,2}$) o asimétricas ($T_{s,1} \neq T_{s,2}$; $q''_{s,1} \neq q''_{s,2}$).

Para canales verticales ($\theta = 0$) la fuerza de empuje actúa exclusivamente para inducir movimiento en la dirección del flujo (x) y, al comenzar en $x = 0$, se producen capas límite sobre cada superficie. Para canales cortos y/o espaciados grandes (L/S pequeña), ocurren desarrollos de capa límite independientes en cada superficie y las condiciones corresponden a las de una *placa aislada* en un medio infinito en reposo. Para L/S grande, sin embargo, la producción de capas límite en superficies opuestas finalmente se combina para dar una condición completamente desarrollada. Si el canal está inclinado, hay una componente de la fuerza de empuje normal, así como de la paralela, hacia la dirección del flujo, y las condiciones pueden estar fuertemente influenciadas por el desarrollo de un flujo tridimensional secundario.

9.7.1 Canales verticales

Desde el excelente artículo de Elenbaas [23], la orientación vertical se ha estudiado extensamente para placas calentadas simétrica y asimétricamente con condiciones superficiales isotérmicas o de isoflujo. Para *placas isotérmicas calentadas simétricamente*, Elenbass obtuvo la siguiente correlación semiempírica:

$$\overline{Nu}_S = \frac{1}{24} Ra_S \left(\frac{S}{L}\right) \left\{1 - \exp\left[-\frac{35}{Ra_S (S/L)}\right]\right\}^{3/4} \tag{9.30}$$

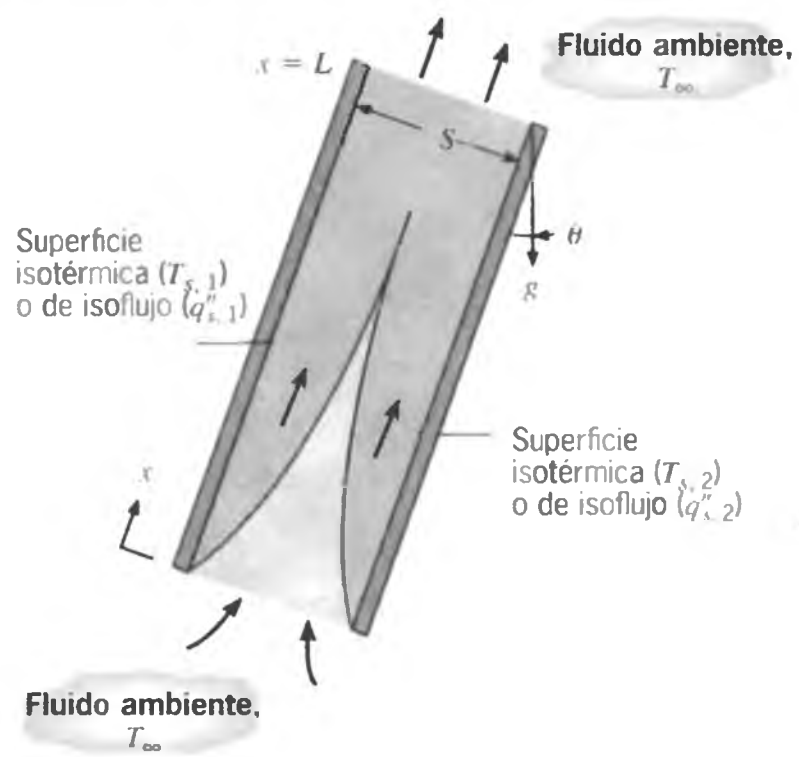


FIGURA 9.10
Flujo de convección libre entre placas paralelas calentadas con extremos opuestos expuestos a un fluido en reposo.

donde los números promedio de Nusselt y Rayleigh se definen como

$$\overline{Nu}_S = \left(\frac{q/A}{T_s - T_\infty}\right)\frac{S}{k} \tag{9.37}$$

y

$$Ra_S = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)S^3}{\alpha\nu} \tag{9.38}$$

El conocimiento del número de Nusselt promedio para una placa permite por tanto la determinación de la transferencia total de calor para la misma. En el límite completamente desarrollado ($S/L \rightarrow 0$), la ecuación (9.36) se reduce a

$$\overline{Nu}_{S(cd)_1} = \frac{Ra_S\,(S/L)}{24} \tag{9.39}$$

La retención de la dependencia respecto a L resulta de definir $\overline{Nu}_s$ en términos de la temperatura de entrada fija (ambiente) y no en términos de la temperatura media del fluido mezclado, que no se conoce de forma explícita. Para la condición común que corresponde a placas contiguas isotérmica ($T_{s,1}$) y aislada ($q''_{s,2} = 0$), el límite completamente desarrollado da la siguiente expresión para la superficie isotérmica [24]:

$$\overline{Nu}_{S(cd)} = \frac{Ra_S\,(S/L)}{12} \tag{9.40}$$

Para superficies de isoflujo, es más conveniente definir un número de Nusselt local como

$$Nu_{S,L} = \left(\frac{q''_s}{T_{s,L} - T_\infty}\right)\frac{S}{k} \tag{9.41}$$

y correlacionar los resultados en términos de un número de Rayleigh modificado definido como

$$Ra^*_S = \frac{g\beta q''_s S^4}{k\alpha\nu} \tag{9.42}$$

El subíndice L se refiere a las condiciones en $x = L$, donde la temperatura de la placa es un máximo. Para placas simétricas de isoflujo el límite completamente desarrollado corresponde a [24]

$$Nu_{S,L(cd)_1} = 0.144[Ra^*_S(S/L)]^{1/2} \tag{9.43}$$

y para condiciones de isoflujo asimétrico las condiciones con una superficie aislada ($q''_{s,2} = 0$) el límite es

$$Nu_{S,L(cd)_1} = 0.204[Ra^*_S(S/L)]^{1/2} \tag{9.44}$$

Al combinar las relaciones anteriores para el límite completamente desarrollado con resultados disponibles para el límite de la placa aislada, Bar-Cohen y Rohsenow [24] obtuvieron correlaciones del número de Nusselt aplicables a todo el intervalo de S/L. Para condiciones isotérmicas y de isoflujo, respectivamente, las correlaciones son de la forma

$$\overline{Nu}_S = \left[\frac{C_1}{(Ra_s S/L)^2} + \frac{C_2}{(Ra_s S/L)^{1/2}}\right]^{-1/2} \tag{9.45}$$

$$Nu_{S,L} = \left[\frac{C_1}{Ra^*_S S/L} + \frac{C_2}{(Ra^*_S S/L)^{2/5}}\right]^{-1/2} \tag{9.46}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar

Tabla 9.3 Parámetros de transferencia de calor para convección libre entre placas paralelas verticales

Condición superficial	C_1	C_2	S_{opt}	$S_{máx}/S_{opt}$
Placas isotérmicas simétricas ($T_{s,1} = T_{s,2}$)	576	2.87	$2.71(Ra_S/S^3L)^{-1/4}$	1.71
Placas de isoflujo simétrico ($q''_{s,1} = q''_{s,2}$)	48	2.51	$2.12(Ra^*_S/S^4L)^{-1/5}$	4.77
Placas isotérmicas/adiabáticas ($T_{s,1}$, $q''_{s,2} = 0$)	144	2.87	$2.15(Ra_S/S^3L)^{-1/4}$	1.71
Placas isoflujo/adiabáticas ($q''_{s,1}$, $q''_{s,2} = 0$)	24	2.51	$1.69(Ra^*_S/S^4L)^{-1/5}$	4.77

donde las constantes C_1 y C_2 están dadas en la tabla 9.3 para las diferentes condiciones superficiales térmicas. En cada caso, los límites de placa totalmente desarrollada y aislada corresponden a Ra_S (o Ra^*_S)$S/L \lesssim 10$ y Ra_S (o Ra^*_S)$S/L \gtrsim 100$, respectivamente.

Bar-Cohen y Rohsenow [24] usaron las correlaciones anteriores para inferir el espaciado óptimo de la placa S_{opt} para maximizar la transferencia de calor de un arreglo de placas isotérmicas, así como el espaciado $S_{máx}$ necesario para maximizar la transferencia de calor de cada placa en el arreglo. La existencia de un óptimo para el arreglo resulta del hecho de que, aunque la transferencia de calor de cada placa disminuye al disminuir S, el número de placas que se puede colocar en un volumen establecido aumenta. De aquí, S_{opt} maximiza la transferencia de calor del arreglo al dar un máximo para el producto de $\bar{h}$ y el área superficial total. Por el contrario, para maximizar la transferencia de calor de cada placa, $S_{máx}$ debe ser suficientemente grande para evitar la superposición de las capas límite adjuntas, de modo que el límite de la placa aislada sigue siendo válido en toda la placa. Para placas de isoflujo, la transferencia total de calor volumétrica simplemente aumenta al disminuir S. Sin embargo, la necesidad de mantener T_s por debajo de los límites establecidos evita reducir S a valores extremadamente pequeños. De aquí S_{opt} se puede definir como el valor de S que da la disipación volumétrica máxima de calor por unidad de diferencia de temperatura, $T_s(L) - T_\infty$. El espaciado $S_{máx}$ que da la temperatura superficial más baja posible para un flujo de calor establecido, sin importar consideraciones volumétricas, es de nuevo el valor de S que evita la unión de la capa límite. Los valores de S y $S_{máx}/S_{opt}$ se presentan en la tabla 9.3 para placas de espesor insignificante.

Al usar las correlaciones anteriores, las propiedades del fluido se evalúan a temperaturas promedio $\bar{T} = (T_s + T_\infty)/2$ para superficies isotérmicas y $\bar{T} = (T_{s,L} + T_\infty)/2$ para superficies de isoflujo.

9.7.2 Canales inclinados

Azevedo y Sparrow [16] han llevado a cabo experimentos para canales inclinados con agua. Se consideraron placas isotérmicas simétricas y placas isotérmicas aisladas para $0 \leq \theta \leq 45°C$ y condiciones dentro del límite de la placa aislada, $Ra_S(S/L) > 24$. Aunque se observaron flujos secundarios tridimensionales en la placa inferior, cuando se calentó, los datos para todas las condiciones experimentales se correlacionaron dentro del $\pm 10\%$ con

$$\overline{Nu}_S = 0.645[Ra_S(S/L)]^{1/4} \tag{9.6}$$

Las desviaciones de los datos de la correlación fueron más pronunciados a ángulos de inclinación grandes con calentamiento de la superficie inferior y se atribuyeron al aumento de la transferencia de calor por el flujo secundario tridimensional. Las propiedades del fluido se evalúan a $\overline{T} = (T_s + T_\infty)/2$.

9.8 *Correlaciones empíricas: recintos*

Los resultados anteriores pertenecen a la convección libre entre una superficie y un medio fluido extenso. Sin embargo, las aplicaciones de ingeniería con frecuencia implican transferencia de calor entre las superficies que están a diferentes temperaturas y están separadas por un fluido *encerrado*. En esta sección presentamos correlaciones que son pertinentes a las geometrías más comunes.

9.8.1 Cavidades rectangulares

La cavidad rectangular (figura 9.11) se ha estudiado de forma extensa, y se dispone [25, 26] de revisiones comprensivas de resultados experimentales y teóricos. Dos de las paredes opuestas se mantienen a diferentes temperaturas ($T_1 > T_2$), mientras que las paredes restantes se aíslan de los alrededores. El ángulo de inclinación τ entre las superficies caliente y fría y la horizontal puede variar de 0° (*cavidad horizontal* con calentamiento inferior) a 90° (*cavidad vertical* con calentamiento lateral) a 180° (*cavidad horizontal* con calentamiento superior). El flujo de calor a través de la cavidad, que se expresa como

$$q'' = h(T_1 - T_2) \tag{9.48}$$

puede depender mucho de la razón de orientación H/L, así como del valor de τ. Para valores grandes de la razón de orientación w/L, su dependencia de w/L es pequeña y se puede ignorar para los propósitos de este texto.

La cavidad horizontal calentada desde abajo ($\tau = 0$) ha sido considerada por muchos investigadores. Para H/L, $w/L \gg 1$, y números de Rayleigh menores que un valor crítico $Ra_{L,c} = 1708$, las fuerzas de empuje no pueden superar la resistencia impuesta por las fuerzas viscosas y no hay advección dentro de la cavidad. De aquí, la transferencia de calor desde la superficie inferior a la superior ocurre exclusivamente por conducción. Como las condiciones corresponden a la conducción unidimensional a través de una capa fluida plana, el coeficiente de convección es $h = k/L$ y $Nu_L = 1$. Sin embargo, debido a

$$Ra_L \equiv \frac{g\beta(T_1 - T_2)L^3}{\alpha\nu} > 1708$$

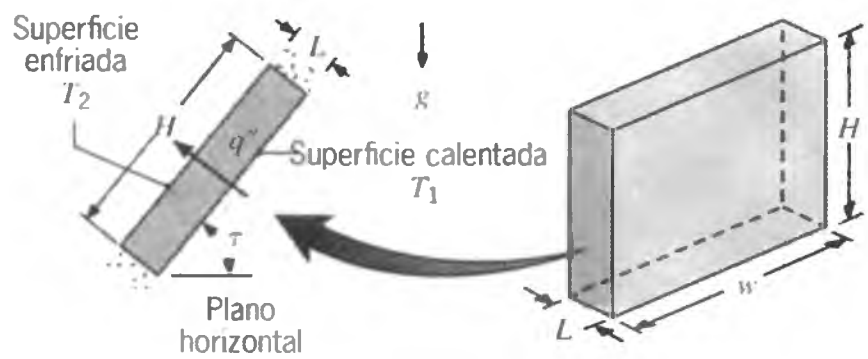


Figura 9.11
Convección libre en una cavidad rectangular.

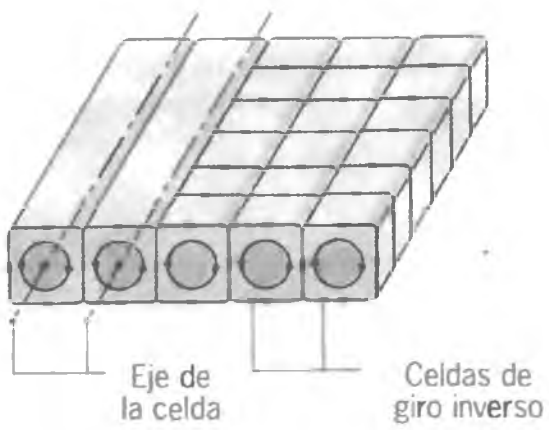


Figura 9.12
Celdas giratorias longitudinales características de advección en una capa de fluido horizontal calentada desde abajo ($1708 < Ra_L \leq 5 \times 10^4$).

las condiciones son térmicamente inestables y hay advección dentro de la cavidad. Para números de Rayleigh en el intervalo $1708 < Ra_L \leq 5 \times 10^4$, el movimiento del fluido consiste en celdas giratorias regularmente espaciadas (figura 9.12), mientras que para números de Rayleigh mayores, las celdas se rompen y el fluido es turbulento.

Como primera aproximación los coeficientes de convección para la cavidad horizontal calentada desde abajo se pueden obtener de la siguiente correlación propuesta por Globe y Dropkin [27]:

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = 0.069 Ra_L^{1/3} Pr^{0.074} \qquad 3\times10^5 < Ra_L < 7\times10^9 \tag{9.49}$$

donde todas las propiedades se evalúan a la temperatura promedio $\bar{T} = (T_1 + T_2)/2$. La correlación se aplica para valores de L/H suficientemente pequeños para asegurar un efecto insignificante de las paredes laterales. Se han propuesto [28, 29] correlaciones más detalladas que se aplican a un amplio intervalo de Ra_L. Para concluir la discusión de cavidades horizontales, se hace notar que, para $\tau = 180°$, la trasferencia de calor de la superficie superior a la inferior es exclusivamente por conducción ($Nu_L = 1$), sin importar el valor de Ra_L.

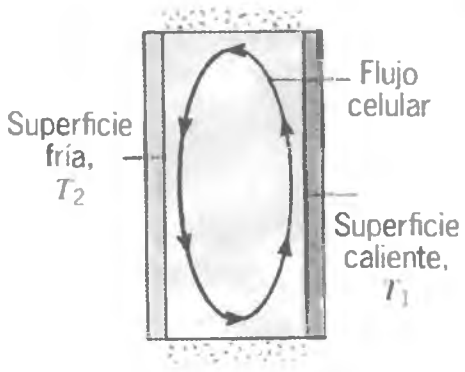


Figura 9.13
Flujo celular en una cavidad vertical con diferentes temperaturas en las paredes laterales.

En la cavidad rectangular vertical ($\tau = 90°$), las superficies verticales están calientes y frías, mientras las superficies horizontales son adiabáticas. Como se muestra en la figura 9.13, el movimiento del fluido se caracteriza por una recirculación del flujo celular para el cual el fluido asciende a lo largo de la pared caliente y desciende a lo largo de la pared fría. Para números de Rayleigh pequeños, $Ra_L \leq 10^3$, el flujo impulsado por empuje es débil y la transferencia de calor es principalmente por conducción a través del fluido. En consecuencia, de la ley de Fourier, el número de Nusselt es de uno, $Nu_L = 1$. Al aumentar el número de Rayleigh, el flujo celular se intensifica y se concentra en capas límite delgadas adyacentes a las paredes laterales. El núcleo se hace casi estático, aunque se pueden producir celdas adicionales en las esquinas y las capas límite de las laterales finalmente sufren una transición a la turbulencia. Para razones de orientación en el intervalo $1 < (H/L) < 10$, se han sugerido las siguientes correlaciones [26]:

$$\overline{Nu}_L = 0.22\left(\frac{Pr}{0.2+Pr}Ra_L\right)^{0.28}\left(\frac{H}{L}\right)^{-1/4} \tag{9.50}$$

$$\left[\begin{array}{l} 2 < \dfrac{H}{L} < 10 \\ Pr < 10^5 \\ 10^3 < Ra < 10^{10} \end{array}\right]$$

$$\overline{Nu}_L = 0.18\left(\frac{Pr}{0.2+Pr}Ra_L\right)^{0.29} \qquad (9.51)$$

$$\left[\begin{array}{l} 1 < \dfrac{H}{L} < 2 \\ 10^{-3} < Pr < 10^5 \\ 10^3 < \dfrac{Ra_L\, Pr}{0.2+Pr} \end{array}\right]$$

mientras que para razones de orientación grandes, se han propuesto las siguientes correlaciones [30]:

$$\overline{Nu}_L = 0.42 Ra_L^{1/4}\, Pr^{0.012}\left(\frac{H}{L}\right)^{-0.3} \qquad \left[\begin{array}{l} 10 < \dfrac{H}{L} < 40 \\ 1 < Pr < 2\times 10^4 \\ 10^4 < Ra_L < 10^7 \end{array}\right] \qquad (9.52)$$

$$\overline{Nu}_L = 0.046 Ra_L^{1/3} \qquad \left[\begin{array}{l} 1 < \dfrac{H}{L} < 40 \\ 1 < Pr < 20 \\ 10^6 < Ra_L < 10^9 \end{array}\right] \qquad (9.53)$$

Los coeficientes de convección calculados de las expresiones anteriores se usan con la ecuación 9.48. De nuevo, todas las propiedades se evalúan a la temperatura media, $(T_1 + T_2)/2$.

En la década de los años 70, se estimularon los estudios de convección libre en cavidades inclinadas por aplicaciones que incluían colectores solares planos [31–36]. Para razones de orientación grandes, $(H/L) \gtrsim 12$, y ángulos de inclinación menores que el valor crítico τ^* dado en la tabla 9.4, la siguiente correlación debida a Hollands y otros [36] está en excelente acuerdo con los datos disponibles:

$$\overline{Nu}_L = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1708}{Ra_L \cos\tau}\right]^*\left[1 - \frac{1708(\text{sen } 1.8\,\tau)^{1.6}}{Ra_L \cos\tau}\right] + \left[\left(\frac{Ra_L \cos\tau}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]^* \qquad \left[\begin{array}{l} \dfrac{H}{L} \gtrsim 12 \\ 0 < \tau \le \tau^* \end{array}\right] \qquad (9.54)$$

La notación $[\ ]^*$ implica que, si la cantidad en paréntesis es negativa, se debe hacer igual a cero. La implicación es que, si el número de Rayleigh es menor que un valor crítico $Ra_{L,c} = 1708/\cos\tau$, no hay flujo dentro de la cavidad. Para razones de orienta-

Tabla 9.4 Ángulo crítico para cavidades rectangulares inclinadas

(H/L)	1	3	6	12	>12
τ^*	25°	53°	60°	67°	70°

ción pequeñas Catton [26] sugiere que se pueden obtener resultados razonables de una correlación de la forma

$$\overline{Nu}_L = \overline{Nu}_L(\tau = 0)\left[\frac{\overline{Nu}_L(\tau = 90)}{\overline{Nu}_L(\tau = 0)}\right]^{\tau/\tau^*} (\text{sen } \tau^*)^{(\pi/4\tau^*)} \qquad \begin{bmatrix} \dfrac{H}{L} \gtrsim 12 \\ 0 < \tau \leq \tau^* \end{bmatrix} \tag{9.55}$$

Más allá del ángulo de inclinación crítico, las siguientes correlaciones debidas a Ayyaswamy y Catton [31] y Arnold y otros [34], respectivamente, se han recomendado [26] para todas las razones de orientación (H/L):

$$\overline{Nu}_L = \overline{Nu}_L(\tau = 90°)(\text{sen}\,\tau)^{1/4} \qquad \tau^* < \tau < 90° \tag{9.56}$$

$$\overline{Nu}_L = 1 + [\overline{Nu}_L(\tau = 90°) - 1]\,\text{sen}\,\tau \qquad 90° < \tau < 180° \tag{9.57}$$

9.8.2 Cilindros concéntricos

La transferencia de calor por convección libre en el espacio anular entre cilindros concéntricos horizontales, *largos*, (figura 9.14) ha sido considerada por Raithby y Hollands [37]. El flujo en la región anular se caracteriza por dos celdas que son simétricas cerca del plano medio vertical. Si el cilindro interior está caliente y el cilindro exterior frío ($T_i > T_o$), el fluido asciende y desciende a lo largo de los cilindros interior y exterior, respectivamente. Si $T_i < T_o$, los flujos celulares se invierten. La transferencia de calor por unidad de longitud de cilindro (W/m) se puede expresar como

$$q' = \frac{2\pi k_{\text{ef}}}{\ln(D_o / D_i)}(T_i - T_o) \tag{9.58}$$

donde la *conductividad térmica efectiva* k_{ef} es la conductividad térmica que un fluido estacionario debe tener para transferir la misma cantidad de calor que el fluido en movimiento. La correlación que se sugiere para k_{ef} es

$$\frac{k_{\text{ef}}}{k} = 0.386\left(\frac{Pr}{0.861 + Pr}\right)^{1/4}(Ra_c^*)^{1/4} \tag{9.59}$$

donde

$$Ra_c^* = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L^3(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5}\,Ra_L \tag{9.60}$$

La ecuación 9.59 se puede utilizar para el intervalo $10^2 \lesssim Ra_c^* \lesssim 10^7$. Para $Ra_c^* < 10^2$, $k_{\text{ef}} \approx k$. Kuehn y Goldstein [38] desarrollaron una correlación más detallada que explica los efectos de excentricidad del cilindro.

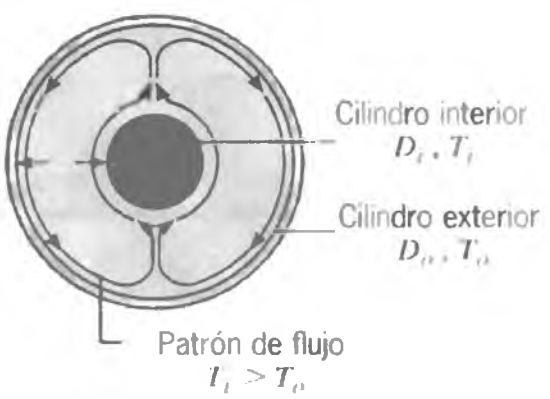


Figura 9.14
Flujo de convección libre en el espacio anular entre cilindros concéntricos horizontales largos o esferas concéntricas.

9.8.3 Esferas concéntricas

Raithby y Hollands [37] también han considerado la transferencia de calor por convección libre entre esferas concéntricas (figura 9.14) y expresan la transferencia total de calor como

$$q = k_{ef}\,\pi\left(\frac{D_i D_o}{L}\right)(T_i - T_o) \tag{9.61}$$

La conductividad térmica efectiva es

$$\frac{k_{ef}}{k} = 0.74\left(\frac{Pr}{0.861 + Pr}\right)^{1/4}(Ra_s^*)^{1/4} \tag{9.62}$$

donde

$$Ra_s^* = \left[\frac{L}{(D_o D_i)^4}\,\frac{Ra_L}{(D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5}\right] \tag{9.63}$$

El resultado se puede usar con una razonable aproximación para $10^2 \leq Ra_s^* \leq 10^4$.

Ejemplo 9.5

Un tubo largo de 0.1 m de diámetro se mantiene a 120°C al hacer pasar vapor a través de su interior. Una pantalla de radiación se instala de forma concéntrica al tubo con un hueco de aire de 10 mm. Si la pantalla está a 35°C, estime la transferencia de calor por convección libre del tubo por unidad de longitud. ¿Cuál es la pérdida de calor si el espacio entre el tubo y la pantalla se llena con un aislante de fibra de vidrio?

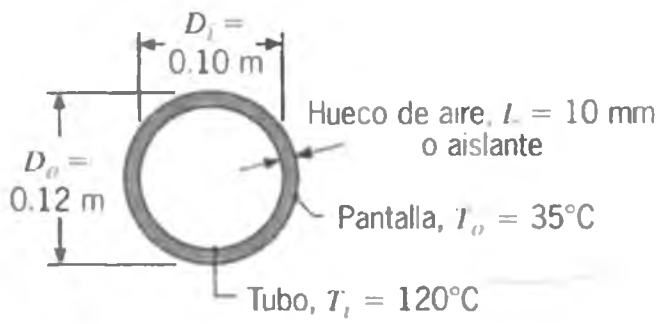
Solución

Se conoce: Temperaturas y diámetros de un tubo de vapor y una pantalla concéntrica de radiación.

Encontrar:

1. Pérdida de calor por unidad de longitud del tubo.
2. Pérdida de calor si el espacio de aire se llena con un manto aislante de fibra de vidrio.

Esquema:



Suposiciones:

1. La transferencia de calor por radiación se puede ignorar.
2. La resistencia de contacto con el aislante es insignificante.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Propiedades: Tabla A.4, aire [$T = (T_i + T_o)/2 = 350$ K]: $k = 0.030$ W/m · K, $\nu = 20.92 \times 10^{-6}$ m²/s, $\alpha = 29.9 \times 10^{-6}$ m²/s, $Pr = 0.70$, $\beta = 0.00285$ K^{-1}. Tabla A.3, aislante, fibra de vidrio ($T \approx 300$ K): $k = 0.038$ W/m · K.

Análisis:

1. De la ecuación 9.58 la pérdida de calor por convección libre es

$$q' = \frac{2\pi k_{ef}}{\ln (D_o/D_i)} (T_i - T_o)$$

donde k_{ef} se puede obtener a partir de las ecuaciones 9.59 y 9.60. Con

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_i - T_o)L^3}{\nu\alpha}$$

$$Ra_L = \frac{9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.00285 \text{ K}^{-1} \times (120 - 35)^\circ\text{C} \, (0.01 \text{ m})^3}{20.92 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \times 29.9 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 3795$$

se sigue que

$$Ra_c^* = \frac{[\ln (D_o/D_i)]^4 Ra_L}{L^3(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5}$$

$$Ra_c^* = \frac{[\ln (0.12 \text{ m}/0.10 \text{ m})]^4 (3795)}{(0.01 \text{ m})^3[(0.10 \text{ m})^{-3/5} + (0.12 \text{ m})^{-3/5}]^5} = 171$$

De aquí,

$$\frac{k_{ef}}{k} = 0.386 \left(\frac{Pr}{0.861 + Pr} \right)^{1/4} (Ra_c^*)^{1/4}$$

$$\frac{k_{ef}}{k} = 0.386 \left(\frac{0.70}{0.861 + 0.70} \right)^{1/4} (171)^{1/4} = 1.14$$

La conductividad térmica efectiva es entonces

$$k_{ef} = 1.14(0.030 \text{ W/m} \cdot \text{K}) = 0.0343 \text{ W/m} \cdot \text{K}$$

y la pérdida de calor es

$$q' = \frac{2\pi(0.0343 \text{ W/m} \cdot \text{K})}{\ln (0.12 \text{ m}/0.10 \text{ m})} (120 - 35)^\circ\text{C} = 100 \text{ W/m}$$

2. Con aislante en el espacio entre el tubo y la pantalla, la pérdida de calor es por conducción y de la ecuación 3.27 se sigue

$$q' = \frac{2\pi k(T_i - T_o)}{\ln (D_o/D_i)}$$

$$q' = \frac{2\pi(0.038 \text{ W/m} \cdot \text{K})}{\ln (0.12 \text{ m}/0.10 \text{ m})} (120 - 35)^\circ\text{C} = 111 \text{ W/m}$$

Comentarios: Aunque hay ligeramente más pérdida de calor por conducción a través del aislante que por convección libre a través del espacio de aire, la pérdida total de

calor a través del espacio de aire puede exceder la que se da a través del aislante debido a los efectos de la radiación. La pérdida de calor debida a la radiación se puede minimizar mediante el uso de una pantalla de radiación de baja emisividad, y los medios para calcular la pérdida se tratarán en el capítulo 13.

9.9 *Convección libre y forzada combinada*

Al tratar con la convección forzada (capítulos 6 a 8), ignoramos los efectos de la convección libre. Desde luego, esto fue una suposición, pues, como la conocemos ahora, la convección libre es probable cuando hay un gradiente de temperatura inestable. De manera similar, en las secciones anteriores de este capítulo, supusimos que la convección forzada era insignificante. Es tiempo ahora de reconocer que pueden surgir situaciones para las cuales los efectos de convección libre y forzada son comparables, en cuyo caso no es apropiado ignorar cualquiera de los procesos. En la sección 9.3 indicamos que la convección libre se ignora si $(Gr_L/Re_L^2) \ll 1$ y que la convección forzada se ignora si $(Gr_L/Re_L^2) \gg 1$. De aquí, el régimen *de convección libre y forzada combinada (o mezclada)* es por lo general aquel para el cual $(Gr_L/Re_L^2) \approx 1$.

El efecto de la fuerza de empuje sobre la transferencia de calor en un flujo forzado está fuertemente influido por la dirección de la fuerza de empuje con relación a la del flujo. Tres casos especiales que se han estudiado de manera extensa corresponden a los movimientos inducidos por empuje y forzados que tienen la misma dirección (flujo *asistido*), direcciones opuestas (flujo *opuesto*), y direcciones perpendiculares (flujo *transversal*). Los movimientos forzados hacia arriba y hacia abajo sobre una placa vertical caliente son ejemplos de flujos asistido y opuesto, respectivamente. Ejemplos de flujo transversal incluyen el movimiento horizontal sobre un cilindro, esfera o placa horizontal caliente. En los flujos asistido y transversal, la fuerza de empuje actúa para aumentar la transferencia de calor asociada con la convección forzada pura; en flujos opuestos, actúa para disminuir esta transferencia.

Se ha vuelto práctica común correlacionar resultados de transferencia de calor por convección mezclada para flujos externos e internos mediante una expresión de la forma

$$Nu^n = Nu_F^n \pm Nu_N^n \tag{9.64}$$

Para la geometría específica de interés, los números de Nusselt Nu_F y Nu_N se determinan de las correlaciones existentes para convección forzada pura y natural (libre), respectivamente. El signo más en el lado derecho de la ecuación 9.64 se aplica para flujos asistido y transverso, mientras que el signo menos se aplica al flujo opuesto. La mejor correlación de datos a menudo se obtiene para $n = 3$, aunque valores de 7/2 y 4 pueden ser más adecuados para flujos transversales que incluyan placas horizontales y cilindros (o esferas), respectivamente.

La ecuación 9.64 se debe ver como una primera aproximación, y cualquier tratamiento serio de un problema de convección mezclada se debe acompañar por un examen de la literatura abierta. Los flujos de convección mezclada recibieron considerable atención a finales de la década de 1970 hasta la mitad de la de 1980, y se dispone de revisiones de literatura muy amplias [39–42]. Los flujos se dotan con una variedad de

características ricas e inusuales que pueden complicar las predicciones de transferencia del calor. Por ejemplo, en un canal horizontal de placas paralelas, flujos tridimensionales en forma de vórtices longitudinales se inducen por un calentamiento en la parte inferior, y la variación longitudinal del número de Nusselt se caracteriza por una oscilación que disminuye [43, 44]. Además, en flujos de canal, las asimetrías significativas se pueden asociar con la transferencia de calor por convección en las superficies superior e inferior [45]. Finalmente, advertimos que, aunque los efectos de empuje pueden aumentar de manera significativa la transferencia de calor para flujos de convección forzada laminar, el aumento es normalmente insignificante si el flujo forzado es turbulento [46].

9.10 *Transferencia de masa por convección*

Los gradientes de densidad de masa pueden existir en un fluido como consecuencia de variaciones espaciales en la composición del fluido. Tales variaciones existen cuando la transferencia de especies ocurre debido a un gradiente de concentración. En consecuencia, bajo la influencia del campo gravitacional, los flujos de convección libre se pueden inducir en procesos de transferencia de especies. Sin embargo, la discusión de este tema está más allá del alcance de este texto y se deja a tratamientos más avanzados de flujos impulsados por empuje [1, 2].

Otro aspecto de la transferencia de masa por convección libre incluye flujos de convección libre impulsados térmicamente, que aumentan la evaporación o sublimación que ocurre en una superficie. Por ejemplo, la evaporación de una capa de agua horizontal aumenta por el flujo de convección libre que se induce cuando la temperatura del agua excede la temperatura del aire en reposo por arriba del agua. En este caso hay transferencia de calor y masa *simultánea* por convección libre, y un tratamiento riguroso del tema se debe dejar a textos más avanzados [1, 2]. Sin embargo, si se puede suponer que la transferencia de especies tiene una influencia insignificante sobre el flujo de convección libre, se pueden usar correlaciones de transferencia de calor, como las descritas en las secciones anteriores, para determinar el coeficiente de transferencia de calor. Del conocimiento de este coeficiente y del uso de la analogía de transferencia de calor y masa, ecuación 6.9, se puede estimar el coeficiente de transferencia de masa por convección. El método es satisfactorio si los números de Prandtl y Schmidt son aproximadamente iguales, en cuyo caso el número de Lewis ($Le = Sc/Pr$) es aproximadamente la unidad. La aproximación ($Le \approx 1$) normalmente se satisface en mezclas gas-vapor.

9.11 *Resumen*

Hemos considerado flujos convectivos que se originan en parte o exclusivamente de fuerzas de empuje, e introdujimos los parámetros adimensionales necesarios para caracterizar tales flujos. Usted debe ser capaz de discernir cuándo son importantes los efectos de convección libre y cuantificar las transferencias de calor asociadas. Se ha proporcionado una variedad de correlaciones empíricas para este propósito.

Bibliografía

1. Jaluria, Y., *Natural Convection Heat and Mass Transfer*, Pergamon Press, Nueva York, 1980.
2. Gebhart, B., Y. Jaluria, R. L. Mahajan, y B. Sammakia, *Bouyancy–Induced Flows and Transport*, Hemisphere Publishing, Washington, DC, 1988.
3. Ostrach, S., "An Analysis of Laminar Free Convection Flow and Heat Transfer About a Flat Plat Paralel to the Direction of the Generating Body Force", National Advisory Committee for Aeronautics, Reporte 1111, 1953.
4. Le Fevre, E. J., "Laminar Free Convection from a Vertical Plane Surface", *Proc. Ninth Int. Congr. Appl. Mech.*, Brussels, Vol. 4, 168, 1956.
5. McAdams, W. H., *Heat Transmission*, 3a ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1954, cap. 7.
6. Warner, C. Y., y V.S. Arpaci, "An Experimental Investigation of Turbulent Natural Convection in Air at Low Pressure for a Vertical Heated Flat Plate", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **11**, 397, 1968.
7. Bayley, F. J., "An Analysis of Turbulent Free Convection Heat Transfer", *Proc. Inst. Mech. Eng.*, **169**, 361, 1955.
8. Churchill, S. W. y H. H. S. Chu, "Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Vertical Plate", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **18**, 1323, 1975.
9. Sparrow, E. M. y J. L. Gregg, "Laminar Free Convection from a Vertical Flat Plate," *Trans. ASME*, **78,** 435, 1956.
10. Churchill, S. W., "Free Convection Around Imersed Bodies", en E.U. Schlünder, editor en jefe, *Heat Exchange Design Handbook*, sección 2.5.7, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1983.
11. Sparrow, E. M. y J. L. Gregg, "Laminar Free Convection Heat Transfer from the Outer Surface of a Vertical Circular Cylinder", *Trans. ASME*, **78,** 1823, 1956.
12. Cebeci, T., "Laminar-Free-Convective Heat Transfer from the Outer Surface of a Vertical Slender Circular Cylinder", *Proc. Fifth Int. Heat Transfer Conf.*, hoja NCI,4, pp. 15-19, 1974.
13. Minkowycz, W. J. y E. M. Sparrow, "Local Nonsimilar Solutions for Natural Convection on a Vertical Cylinder", *J. Heat Transfer*, **96,** 178, 1974.
14. Vliet, G. C., "Natural Convection Local Heat Transfer on Constant-Heat-Flux Inclined Surfaces", *Trans. ASME*, **91C**, 511, 1969.
15. Fujii, T. y H. Imura, "Natural Convection Heat Transfer from a Plata With Arbitrary Inclination", *Int. J. Heat mass Transfer*, **15,** 755, 1972.
16. Azevedo, L. F. A. y E. M. Sparrow, "Natural Convection en Open-Ended Inclined Channels", *J. Heat Transfer*, **107,** 893, 1985.
17. Rich, B. R., "And Investigation of Heat Transfer from an Inclined Flat Plate in Free Convection", *Trans. ASME*, **75,** 489, 1953.
18. Goldstein, R. J., E. M. Sparrow y D.C. Jones, "Natural Convection Mass Transfer Adjacent to Horizontal Plates", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **16,** 1025, 1973.
19. Lloyd J. R. y W. R. Moran, "Natural Convection Adjacent to Horizontal Surfaces of Various Planforms", ASME hoja 74-WA/HT-66, 1974.
20. Morgan, V. T., "The Overall Convective Heat Transfer from Smooth Circular Cylinders", en T. F. Irvine y J. P. Hartnett, eds., *Advances in Heat Transfer*, vol. 11, Academic Press, Nueva York, 1975, pp. 199-264.
21. Churchill, S. W., y H. H. S. Chu, "Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Horizontal Cylinder", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **18,** 1049, 1975.
22. Raithby, G. D. y K.G. T. Hollands, en W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett y E. N. Ganic, eds. *Handbook of Heat Transfer Fundamentals*, cap. 6, McGraw-Hill, Nueva York, 1985.
23. Elenbaas, W., "Heat Dissipation of Parallel Plates by Free Convection", *Physica*, **9,** 1, 1942.
24. Bar-Cohen, A. y W. M. Rohsenow, "Thermally Optimum Spacing of Vertical Natural Convection Cooled, Parallel Plates", *J. Heat Transfer*, **106,** 116, 1984.
25. Ostrach, S., "Natural Convection in Enclosures", en J. P. Hartnett y T. F. Irvine, eds., *Advances in Heat Transfer*, vol. 8, Academic Press, Nueva York, 1972, pp. 161-227.
26. Catton, I., "Natural Convection Enclosures", *Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf.*, Toronto, Canadá, 1978, vol. 6, pp 13-31.
27. Globe, S. y D. Dropkin, "Natural Cnvection Heat Transfer in Liquids Confined Between Two Horizontal Plates", *J. Heat Transfer*, **81C,** 24, 1959.
28. Hollands, K. G. T., G. D. Raithby y L. Honicek, "Correlation Equations for Free Convection Heat Transfer in Horizontal Layers of Air and Water", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **18,** 879, 1975.
29. Churchill, S. W., "Free Convection in Layers and Enclosures", en E. U. Schlünder, editor en jefe en *Heat Exchanger Desing Handbook*, sección 2.5.8, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1983.
30. MacGregor, R. K. y A. P. Emery, "Free Convection Through Vertical Plane Layers: Moderate and High Prandtl Number Fluids", *J. Heat Transfer*, **91,** 391, 1969.

31. Ayyaswamy, P. S. y I. Catton. "The Boundary-Layer Regime for Natural Convection in a Differentially Heated, Tilted Rectangular Cabity", *J. Heat Transfer,* **95,** 543, 1973.

32. Catton, I., P S. Ayyaswamy y R. M. Clever, "Natural Convection Flow in a Finite, Rectangular Slot Arbitrarily Oriented with Respect to the Gravity Vector", *Int. J. Heat Mass Transfer,* **17,** 173, 1974.

33. Clever, R. M., "Fonote Amplitude Longitudinal Convection Rolls in an Inclined Layer", *J. Heat Transfer,* **95,** 407, 1973.

34. Arnold, J. N., I. Catton y D.K. Edwards, "Experimental Investigation of Natural Convection in Inclined Rectangular Regions of Differing Aspect Ratios", ASME hoja 75-HT-62, 1975.

35. Buchberg, H., I. Catton y D. K. Edwards, "Natural Convection in Enclosed Spaces—A Review of Aplication to Solar Energy", *H. Heat Transfer,* **98,** 182, 1976.

36. Hollands, K. G. T., S. E. Unny, G. D. Raithby y L. Konicek, "Free Convective Heat Transfer Across Inclined Air Layers", *J. Heat Transfer,* **98,** 189, 1976.

37. Raithby, G. D. y K. G. T. Hollands, "A. General Method of Obtaining Approximate Solutions to Laminar and Turbulent Free Convection Problems", en T. F. Irvine y J.P. Hartnett, eds., *Advances in Heat Transfer,* vol. 11, Academic Press, Nueva York, 1975, pp. 265-315.

38. Kuehn, T. H. y R. J. Goldstein, "Correlating Equations for Natural Convection Heat Transfer Between Horizontal Circular Cylinders", *Int. J. Head Mass Transfer,* **19,** 1127, 1976.

39. Churchill, S. W., "Combined Free and Force Convection Around Immmersed Bodies", en E.U. Schlünder, editor en jefe, *Head Exchanger Desing Handbook,* sección 2.5.9, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1983.

40. Churchill, S. W., "Combined Free and Forced Convection in Channels", en E. U. Schlünder, editor en jefe, *Heat Exchanger Desing Handbook,* sección 2.5.10, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1983.

41. Chen, T. S. y B.F. Armaly, in, S. Kakac, R. K.Shah y W. Aung, eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer,* cap. 14, Wiley-Interscience, Nueva York, 1987.

42. Aung, W. en S. Kakac, R. K. Shah y W. Aung, eds., *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer,* cap. 15, Wiley-Interscience, Nueva York, 1987.

43. Incropera, F. P., A. J. Knox y J. R. Maughan, "Mixed Convection Flow and Heat Transfer in the Entry Region of a Horizontal Rectangular Duct," *J. Heat Transfer,* 109, 434, 1987.

44. Maughan, J. R. y F. P. Incropera, "Mixed Convection Heat Transfer for Airflow in a Horizontal and Inclined Chanel", *Int. J. Heat Mass Transfer,* **30,** 1307, 1987.

45. Osborne, D. G. y F. P. Incropera, "Laminar, Mixed Convection Heat Transfer for Flow Between Horizontal Parallel Plates with Asymmetric Heating", *Int. J. Heat Mass Transfer,* **28,** 207, 1985.

46. Osborne, D. G., y F. P. Incropera, "Experimental Study of Mixed Convection Heat Transfer for Transitional and Turbulent Flow Between Horizontal, Parallel Plates," *Int. J. Heat Mass Transfer,* **28,** 1337, 1985.

Problemas

Propiedades y consideraciones generales

9.1 Con el uso de los valores de la densidad para el agua en la tabla A.6 calcule el coeficiente de expansión térmica volumétrica a 300 K a partir de su definición, ecuación 9.4, y compare su resultado con el valor tabulado.

9.2 Considere un objeto que tiene una longitud característica de 0.25 m y una situación para la que la diferencia de temperaturas es 25°C. Use las propiedades termofísicas evaluadas a 350 K, calcule el número de Grashof para aire, hidrógeno, agua y etilenglicol. Suponga una presión de 1 atm.

9.3 Considere un objeto de longitud característica 0.01 m y una situación para la que la diferencia de temperaturas es 30°C. Evalúe las propiedades termofísicas en las condiciones que se establecen, determine el número de Rayleigh para los siguientes fluidos: aire (1 atm, 400 K), helio (1 atm, 400 K), glicerina (285 K), y agua (310 K).

Placas verticales

9.4 Se conoce la transferencia de calor debida a la convección libre desde una superficie vertical, de 1 m de altura y 0.6 m de ancho, a aire quieto que está 20 K más frío que la superficie. ¿Cuál es la razón de la transferencia de calor entre esa situación y la correspondiente a una superficie vertical, de 0.6 m de altura y 1 m de ancho, cuando el aire quieto es 20 K más caliente que la superficie? Ignore la transferencia de calor por radiación y cualquier influencia de la temperatura sobre las propiedades termofísicas relevantes del aire.

9.5 Considere una placa vertical larga con una temperatura superficial uniforme de 130°C suspendida en aire quieto a 25°C y a presión atmosférica.

(a) Estime el espesor de la capa límite en la posición 0.25 m medida desde el extremo inferior.

(b) ¿Cuál es la velocidad máxima en la capa límite en esta posición y en qué posición dentro de la capa límite ocurre la máxima?

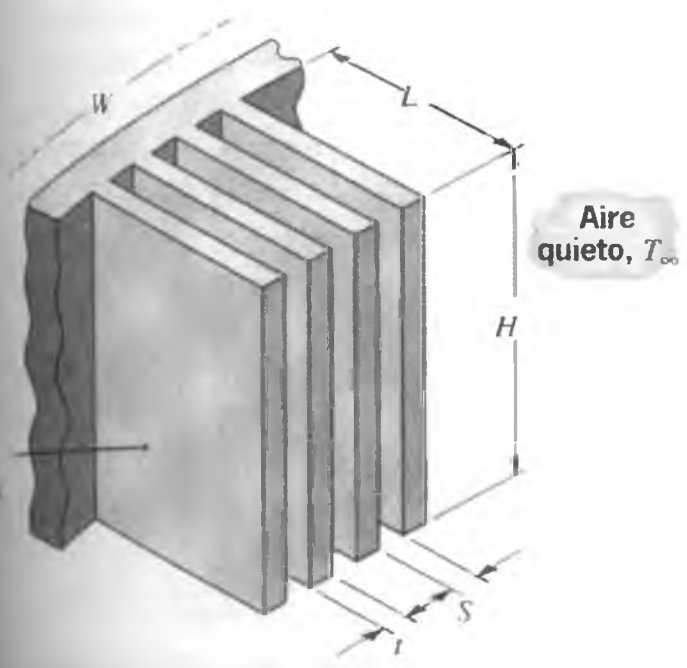
(c) Usando el resultado de la solución de similitud, ecuación 9.19, determine el coeficiente de transferencia de calor a 0.25 m del extremo inferior.

(d) ¿En qué posición sobre la placa medida desde el extremo inferior se volverá turbulenta la capa límite?

9.6 Varias placas delgadas se enfriarán al suspenderlas verticalmente en un baño de agua a una temperatura de 20°C. Si las placas están inicialmente a 54°C y tienen 0.15 m de longitud, ¿qué espaciado mínimo evitaría la interferencia entre sus capas límite de convección libre?

9.7 Una placa cuadrada de aluminio de 5 mm de espesor y 200 mm por lado se calienta mientras se suspende verticalmente en aire quieto a 40°C. Determine el coeficiente promedio de transferencia de calor para la placa cuando su temperatura es 15°C mediante dos métodos: con el uso de los resultados de la solución de similitud para las ecuaciones de la capa límite, y con el uso de los resultados de una correlación empírica.

9.8 Considere un arreglo de aletas rectangulares verticales, que se usará para enfriar un dispositivo electrónico montado en aire atmosférico quieto a $T_\infty = 27°C$. Cada aleta tiene $L = 20$ mm y $H = 150$ mm y opera a una temperatura aproximadamente uniforme $T_s = 77°C$.



(a) Considerando la superficie de cada aleta como una placa vertical en un medio en reposo infinito, describa brevemente por qué existe un espaciado de aleta óptimo S. Use la figura 9.4, estime el valor óptimo de S para las condiciones que se establecen.

(b) Para el valor óptimo de S y un espesor de aleta $t = 1.5$ mm, estime la transferencia de calor de las aletas para un arreglo de ancho $W = 355$ mm.

9.9 Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección para las paredes verticales de 2.5 m de altura de una casa que tiene las temperaturas del aire interior y de superficie de la pared respectivas de (a) 20 y 10°C y (b) 27 y 37°C.

9.10 Comience con la correlación para convección libre de la forma dada por la ecuación 9.24, muestre que para aire a presión atmosférica y una temperatura de película de 400 K, el coeficiente promedio de transferencia de calor para una placa vertical se puede expresar como

$$\bar{h}_L = 1.40\left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4} \qquad 10^4 < Ra_L < 10^9$$

$$\bar{h}_L = 0.98\Delta T^{1/3} \qquad 10^9 < Ra_L < 10^{13}$$

9.11 Un objeto sólido se enfriará al sumergirlo en un fluido en reposo, y el coeficiente de convección libre asociado está dado por $\bar{h} = C\Delta T^{1/4}$, donde C es una constante y $\Delta T = T - T_\infty$.

(a) Recurra a la aproximación de la resistencia interna despreciable para obtener una expresión del tiempo que se requiere para que el objeto se enfríe de una temperatura inicial T_i a una temperatura final T_f.

(b) Considere una placa de aleación de aluminio (2024) de 150 mm cuadrados altamente pulida con 5 mm de espesor, inicialmente a 225°C, suspendida en aire ambiente a 25°C. Use la correlación aproximada que sea apropiada del problema 9.10 para determinar el tiempo que se requiere para que la placa alcance 80°C.

(c) Grafique la historia de la temperatura respecto al tiempo que se obtiene para la parte (b) y compare con los resultados de un análisis de resistencia interna despreciable con el uso de un coeficiente de convección libre constante, $\bar{h}_o$. Evalúe $\bar{h}_o$ a partir de una correlación apropiada basada en una temperatura superficial promedio $\bar{T} = (T_i + T_f)/2$.

9.12 La puerta de un horno de 0.5 m de altura y 0.7 m de ancho alcanza una temperatura superficial promedio de 32°C durante la operación. Estime la pérdida de calor al cuarto con aire ambiente a 22°C. Si la puerta tiene una emisividad de 1.0 y los alrededores también están a 22°C, comente la pérdida de calor por convección libre con relación a la de radiación.

9.13 Una placa de aleación de aluminio (2024), calentada a una temperatura uniforme de 227°C, se deja que se enfríe mientras está suspendida verticalmente en un cuarto donde el aire ambiente y alrededores están a 27°C. La placa es de 0.3 m cuadrados con un espesor de 15 mm y una emisividad de 0.25.

(a) Derive una expresión para la rapidez de cambio respecto al tiempo de la temperatura de la placa, suponga que la temperatura es uniforme en cualquier momento.

(b) Determine la rapidez inicial de enfriamiento (K/s) cuando la temperatura de la placa es 227°C.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

(c) Justifique la suposición de temperatura uniforme de la placa.

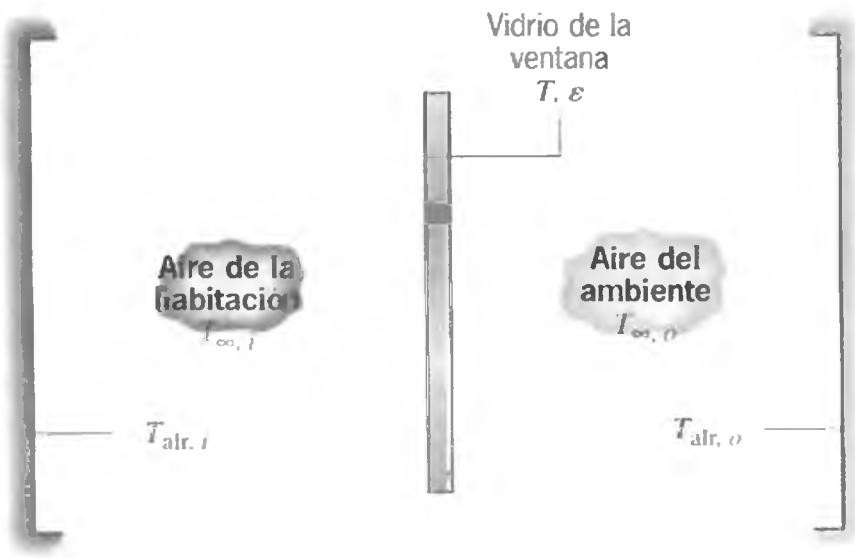
(d) Calcule y grafique la historia de temperatura de la placa desde $t = 0$ hasta el tiempo que se requiere para alcanzar una temperatura de 30°C. Calcule y grafique las variaciones correspondientes en las transferencias de calor por convección y por radiación.

9.14 La placa que se describe en el problema 9.13 se usó en un experimento para determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección libre. Se observo que en un instante cuando la temperatura de la placa era 127°C, la rapidez de cambio con respecto al tiempo de esta temperatura era −0.0465 K/s. ¿Cuál es el coeficiente de transferencia de calor por convección libre correspondiente? Compare este resultado con una estimación basada en una correlación empírica estándar.

9.15 El ABC Evening News Report, en un segmento de noticias sobre estudios de investigación en hipotermia, de la Universidad de Minnesota, afirmó que la pérdida de calor del cuerpo es 30 veces más rápida en agua a 10°C que en aire a la misma temperatura. ¿Es realista esta afirmación?

9.16 Estime la pérdida de calor, debida a la radiación y a la convección natural, de una persona cuya temperatura superficial de ropas es 25°C al ambiente a 20°C. Suponga que una persona se puede aproximar como un cilindro vertical de 0.3 m de diámetro y 1.8 m de altura. Si el aire del ambiente a una presión de 1 atm se reemplaza por helio a una presión de 15 atm (condiciones aproximadas experimentadas por buzos en mar profundo), calcule el consecuente porcentaje de aumento en la pérdida de calor.

9.17 El vidrio delgado vertical de una ventana de 1 m por lado separa aire quieto de una habitación a $T_{\infty, i} = 20°C$ del aire ambiental en reposo a $T_{\infty, o} = -20°C$. Las paredes de la habitación y el medio externo (paisaje, edificios, etc.) también están a $T_{\text{alr}, i} = 20°C$ y $T_{\text{alr}, o} = -20°C$, respectivamente.

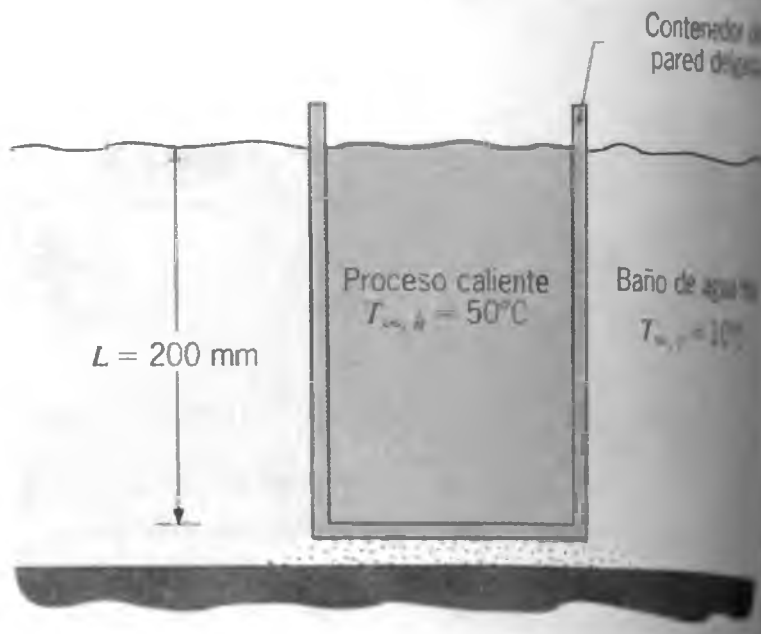


Si el vidrio tiene una emisividad de $\varepsilon = 1$, ¿cuál es su temperatura T? ¿Cuál es la pérdida de calor a través del vidrio?

9.18 Considere las condiciones del problema 9.17, pero ahora con una diferencia entre las temperaturas de las superficies interna y externa, $T_{s, i}$ y $T_{s, o}$, de la ventana. Para un espesor y conductividad térmica del vidrio de $t_{\text{vidrio}} = 10$ mm y $k_{\text{vidrio}} = 1.4$ W/m · K, respectivamente, evalúe $T_{s, i}$ y $T_{s, o}$. ¿Cuál es la pérdida de calor a través de la ventana?

9.19 En un estudio de las pérdidas de calor de edificios, se simula la transferencia de calor por convección libre del aire ambiente a 305 K hacia una pared de 2.5 m de altura a 295 K mediante la realización de experimentos de laboratorio con el uso de agua en una pequeña celda de prueba. En los experimentos el agua y la superficie interna de la celda de prueba se mantienen a 300 y 290 K, respectivamente. Para lograr la similitud entre las condiciones en el cuarto y la celda de prueba, ¿cuál es la altura de la celda de prueba que se requiere? Si el número de Nusselt promedio para la pared se puede correlacionar de forma exclusiva en términos del número de Rayleigh, ¿cuál es la razón del coeficiente promedio de convección para la pared del cuarto al coeficiente promedio para la pared de la celda de prueba?

9.20 Un contenedor de paredes delgadas con un fluido a proceso caliente a 50°C se coloca en un baño de agua fría en reposo a 10°C. La transferencia de calor en las superficies interna y externa del contenedor se puede aproximar por la convección libre de una placa vertical



(a) Determine el coeficiente de transferencia de calor global entre el fluido de proceso caliente y el baño de agua fría. Suponga que las propiedades del fluido de proceso caliente son las del agua.

(b) Genere una gráfica del coeficiente de transferencia de calor global como función de la temperatura del fluido de proceso caliente $T_{\infty, h}$ para el rango de 60°C, con todas las demás condiciones igual

9.21 Un panel plano de calentamiento isotérmico, se monta a una pared de un cuarto grande. La superficie del panel tiene una emisividad de 0.90 y se mantiene a 400 K. Si las paredes y el aire del cuarto están a 300 K, ¿cuál es la rapidez neta a la que se transfiere calor del panel al cuarto?

9.22 Una placa cuadrada de aluminio puro de 0.5 m por lado y 16 mm de espesor está inicialmente a 300°C y suspendida en una cámara grande. Las paredes de la cámara se mantienen a 27°C, como lo está el aire encerrado. Si la emisividad superficial de la placa es 0.25, ¿cuál es la rapidez de enfriamiento inicial? ¿Es razonable suponer una temperatura de placa uniforme durante el proceso de enfriamiento?

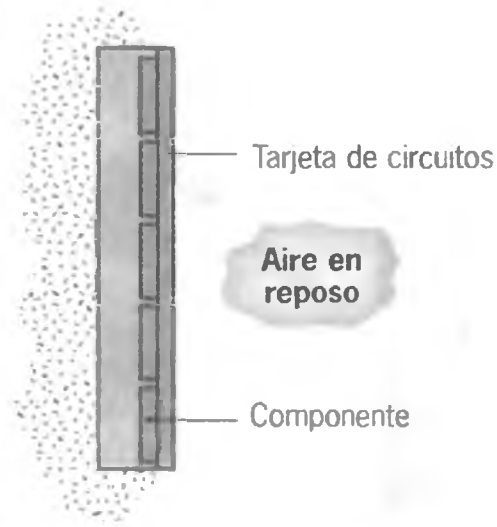
9.23 La ventana vertical posterior de un automóvil de espesor $L = 8$ mm y altura $H = 0.5$ m contiene una malla fina de alambres calentadores que pueden inducir un calentamiento volumétrico casi uniforme, $\dot{q}$ (W/m^3).

(a) Considere condiciones de estado estable para las que la superficie interior de la ventana se expone a aire en reposo a 10°C, mientras que la superficie externa se expone a aire a −10°C, que se mueve en flujo paralelo sobre la superficie con una velocidad de 20 m/s. Determine la rapidez de calentamiento volumétrico necesario para mantener la superficie interior de la ventana a $T_{s,i} = 15$°C.

(b) Las temperaturas interior y exterior de la ventana $T_{s,i}$ y $T_{s,o}$, dependen de las temperaturas de la cabina y del ambiente, $T_{\infty,i}$ y $T_{\infty,o}$, así como de la velocidad u_∞ del aire que fluye sobre la superficie exterior y la rapidez de calentamiento volumétrico $\dot{q}$. Sujeto a la restricción que $T_{s,i}$ se mantendrá a 15°C, deseamos desarrollar guías para variar la rapidez de calentamiento en respuesta a cambios en $T_{\infty,i}$ y $T_{\infty,o}$, y/o u_∞. Si $T_{\infty,i}$ se mantiene a 10°C, ¿cómo variarán $\dot{q}$ y $T_{s,o}$ con $T_{\infty,o}$ para $-25 \le T_{\infty,o} \le 5$°C y $u_\infty = 10$ 20, y 30 m/s? Si se mantiene una velocidad constante del vehículo, de modo que $u_\infty = 30$ m/s, ¿cómo variarán $\dot{q}$ y $T_{s,o}$ con $T_{\infty,i}$ para $5 \le T_{\infty,i} \le 20$°C y $T_{\infty,o} = -25$, −10 y 5°C?

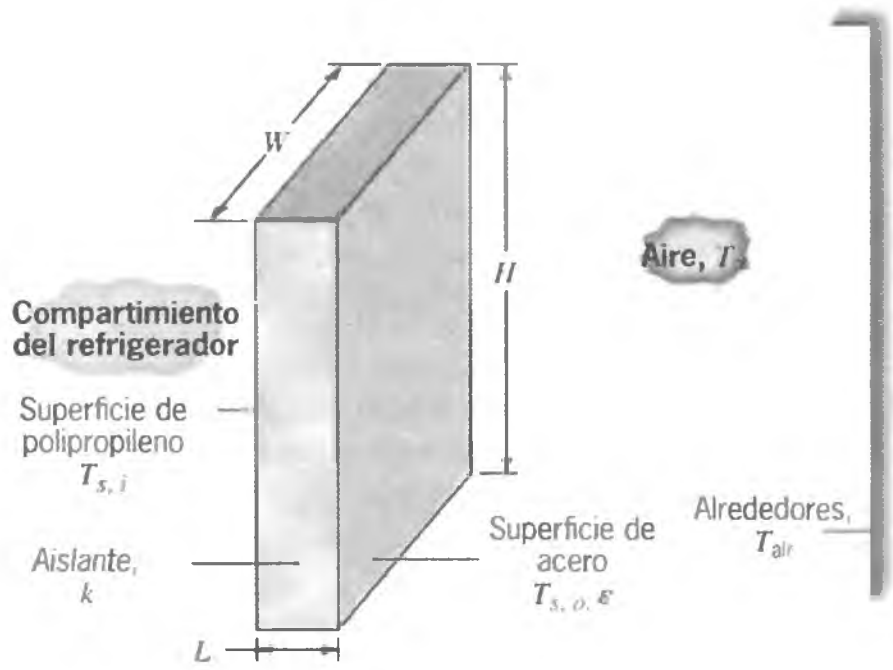
9.24 Determine el flujo de calor uniforme máximo permisible que se puede imponer a un panel de calentamiento de pared de 1 m de altura, si la temperatura máxima no va a exceder 37°C cuando la temperatura del aire ambiente sea 25°C.

9.25 Los componentes de una tarjeta vertical de circuitos, de 150 mm por lado, disipa 5 W. La superficie posterior está bien aislada y la superficie frontal se expone a aire en reposo a 27°C.



Suponiendo un flujo de calor superficial uniforme, ¿cuál es la temperatura máxima de la tarjeta? ¿Cuál es la temperatura de la tarjeta para una condición superficial isotérmica?

9.26 La puerta de un refrigerador tiene una altura y ancho $H = 1$ m y $W = 0.65$ m, respectivamente, y está situada en un cuarto grande en que el aire y las paredes están a $T_\infty = T_{alr} = 25$°C. La puerta consiste en una capa de aislante de poliestireno ($k = 0.03$ W/m · K) intercalada entre hojas delgadas de acero ($\varepsilon = 0.6$) y polipropileno. Bajo condiciones normales de operación, la superficie interna de la puerta se mantiene a una temperatura fija de $T_{s,i} = 5$°C.

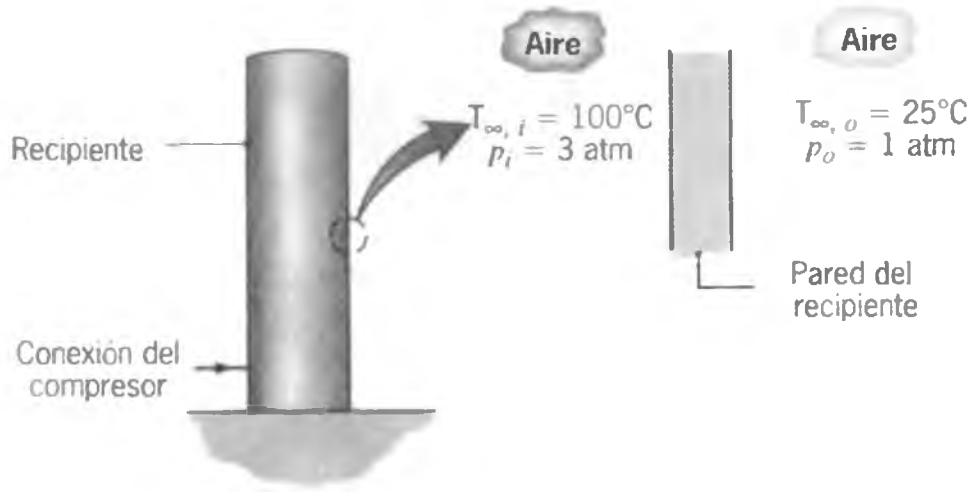


(a) Estime la ganancia de calor a través de la puerta para la condición del peor caso que corresponda a ausencia de aislante ($L = 0$).

(b) Calcule y grafique la ganancia de calor y la temperatura de la superficie externa $T_{s,o}$ como función del espesor del aislante para $0 \le L \le 25$ mm.

9.27 Aire a 3 atm y 100°C se descarga desde un compresor a un recipiente vertical de 2.5 m de altura y 0.75 m de diámetro. Suponga que la pared del recipiente tiene una resistencia térmica insignificante, que está a una temperatura superficial, y que la transferencia de calor en sus

superficies interior y exterior es por convección libre desde una placa vertical. Ignore el intercambio de radiación y cualesquiera pérdidas desde la parte superior.

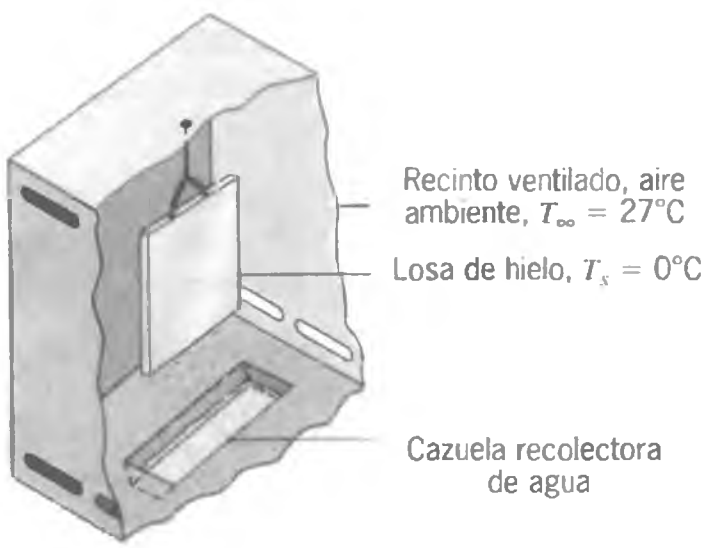


(a) Estime la temperatura de la pared del recipiente y la transferencia de calor al aire ambiente a 25°C. Para facilitar el uso de las correlaciones de convección libre con temperaturas de película apropiadas, suponga que la temperatura de la pared del recipiente es 60°C.

(b) ¿Fueron razonables las temperaturas de película supuestas en la parte (a)? Si no, use un procedimiento de iteración para encontrar valores consistentes.

(c) Considere ahora dos características del recipiente ignoradas en el análisis anterior: (i) intercambio de radiación desde la superficie exterior de emisividad 0.85 a los alrededores, también a 25°C; y (ii) la resistencia térmica de una pared de 20 mm espesor con una conductividad térmica de 0.25 W/m · K. Represente el sistema mediante un circuito térmico y estime las temperaturas de las paredes y la transferencia de calor.

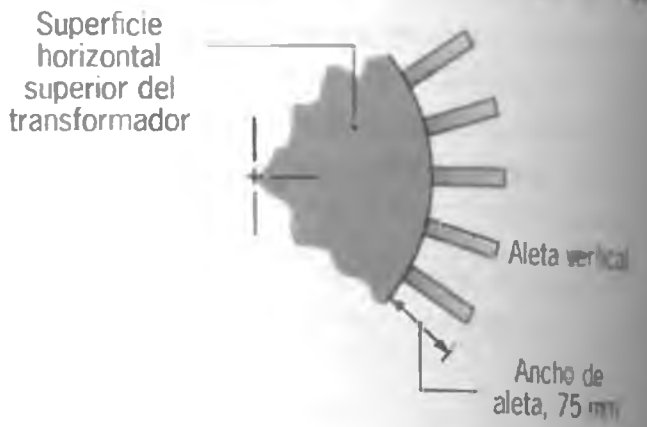
9.28 Un procedimiento experimental para determinar el coeficiente de convección libre para una placa vertical implica suspender una losa de hielo de 200 mm cuadrados y 10 mm de espesor en un recinto grande que permite un movimiento ligero de aire. El aire ambiente y las paredes del recinto están a una temperatura de 27°C.



Usando una correlación de convección estándar y considerando el intercambio de radiación entre la losa y el recinto, estime la masa de agua que se acumula en la cazuela de recolección durante un periodo de una hora. El calor de fusión del hielo es $h_{sf} = 333.4$ kJ/kg, y la emisividad es 0.95.

Placas horizontales e inclinadas

9.29 Considere el transformador del problema 8.26, cuya superficie lateral se mantiene a 47°C mediante una línea refrigerante de convección forzada que elimina 1000 W. Se desea explorar el enfriamiento del transformador por convección libre y radiación, con la suposición de que la superficie tiene una emisividad de 0.8.



(a) Determine cuánta potencia se podría eliminar mediante convección libre y radiación de las superficies lateral y horizontal superior, cuando la temperatura ambiente y los alrededores están a 27°C.

(b) Aletas verticales de 5 mm de espesor, 75 mm de ancho, y 500 mm de longitud, se pueden soldar directamente a la superficie lateral. ¿Cuál es la rapidez de eliminación de calor por convección libre si se usan 30 de tales aletas?

9.30 Un flujo de aire a través de un largo ducto de 0.2 m cuadrados de aire acondicionado mantiene la temperatura de la superficie externa del ducto a 10°C. El ducto horizontal no está aislado y se expone a aire a 35°C en el entrepiso debajo de una casa. ¿Cuál es la ganancia de calor por unidad de longitud del tubo?

9.31 Considere las condiciones del ejemplo 9.3, excepto el efecto de agregar aislante de espesor t y conductividad térmica $k = 0.035$ W/m · K al ducto. Ahora determine incluir el efecto de la radiación sobre las temperaturas de la superficie externa y la pérdida total de calor por unidad de longitud del ducto.

(a) Si $T_{s,1} = 45°C$, $t = 25$ mm, $\varepsilon = 1$, y $T_\infty = 20°C$, ¿cuáles son las temperaturas de las superficies lateral superior e inferior? ¿Cuáles son las correspondientes pérdidas de calor por unidad de longitud de ducto?

(b) Para la superficie superior, calcule y grafique T_2 y q' como función del espesor de aislante para $t \leq 50$ mm. La superficie expuesta del ducto también se puede suponer que tiene una emisividad de $\varepsilon = 1$.

9.32 Un calentador eléctrico en forma de disco horizontal de 400 mm de diámetro se usa para calentar la parte inferior de un tanque lleno de aceite de motor a una temperatura de 5°C. Calcule la potencia que se requiere para mantener la temperatura de la superficie del calentador a 70°C.

9.33 Considere una aleta recta horizontal de 6 mm de espesor y 100 mm de longitud fabricada de acero al carbón puro (k = 57 W/m · K, ε = 0.5). La base de la aleta se mantiene a 150°C, mientras el aire ambiente quieto y los alrededores están a 25°C. Suponga que la punta de la aleta es adiabática.

(a) Estime la transferencia de calor por unidad de ancho, q'_f. Use una temperatura promedio superficial de la aleta de 125°C para estimar el coeficiente de convección libre y el coeficiente de radiación linealizado. ¿Qué tan precisa es su estimación para la elección de la temperatura promedio superficial de la aleta?

(b) Genere una gráfica de q'_f como función de la emisividad de la aleta para $0.05 \leq \varepsilon \leq 0.95$, en las mismas coordenadas, muestre la fracción de la transferencia total de calor debida al intercambio de radiación.

9.34 Una parrilla circular de 0.25 de diámetro y emisividad de 0.9 se mantiene a una temperatura superficial constante de 130°C. ¿Qué potencia eléctrica se requiere cuando el aire ambiente y los alrededores están a 24°C?

9.35 Considere el problema 7.32. ¿Cuál es la disipación de calor permisible máxima si el ventilador falla y el aire está en reposo?

9.36 El techo horizontal de 4 × 4 m de un horno de fundición de aluminio no aislado se compone de ladrillos refractarios de 0.08 m de espesor cubiertos con una placa de acero (AISI 1010) de 5 mm de espesor. La superficie refractaria expuesta a los gases del horno se mantiene a 1700 K durante la operación, mientras que la superficie externa del acero se expone al aire y paredes de un cuarto grande a 25°C. La emisividad del acero es ε = 0.3.

(a) ¿Cuál es la pérdida de calor del techo?

(b) Si se coloca una capa aislante de 20 mm de espesor de aluminio-silicio (64 kg/m^3) entre el refractario y el acero, ¿cuál es la nueva pérdida de calor del techo? ¿Cuál es la temperatura en la superficie interna del aislante?

(c) Uno de los ingenieros de procesos afirma que la temperatura en la superficie interna del aislante que se encuentra en la parte (b) es demasiado alta para una operación segura de largo plazo. ¿Qué espesor del ladrillo refractario reduciría esta temperatura a 1350 K?

9.37 Un amplificador/receptor estereofónico se encierra en una cubierta metálica delgada para la que la superficie superior horizontal es de 0.5 × 0.5 m por lado. La superficie, que no se ventila, tiene una emisividad ε = 0.8 y se expone a aire ambiente en reposo y alrededores para los que $T_\infty = T_{alr}$ = 25°C. Para temperaturas superficiales en el intervalo $50 \leq T_s \leq 75$°C, calcule y grafique la transferencia total de calor de la superficie, así como también las contribuciones debidas a convección y radiación.

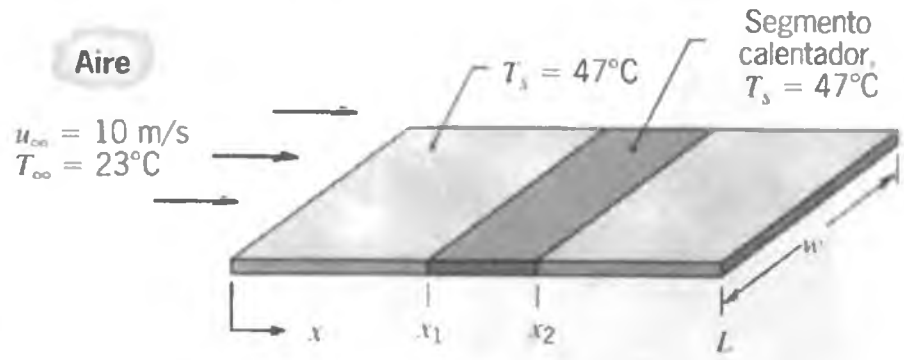
9.38 Una teja cuadrada de 200 mm de lado y 10 mm de espesor tiene las propiedades termofísicas del pyrex (ε = 0.80) y emerge de un proceso de curado a una temperatura inicial T_i = 140°C. El lado posterior de la teja está aislado mientras que la superficie superior se expone al aire ambiente y los alrededores a 25°C.



(a) Estime el tiempo que se requiere para que la teja se enfríe a una temperatura final, segura al tacto de T_f = 40°C. Use una temperatura superficial promedio de la teja $\overline{T} = (T_i + T_f)/2$ para estimar el coeficiente promedio de convección libre y el coeficiente de radiación linealizado. ¿Qué tan precisa es su estimación para el valor supuesto de $\overline{T}$?

(b) Estime el tiempo de enfriamiento que se requiere si el aire ambiente sopla en flujo paralelo sobre la teja con una velocidad de 10 m/s.

9.39 Una placa de aluminio de 0.5 m longitud y 0.2 m de ancho altamente pulida se sujeta a un flujo de aire a una temperatura de 23°C y una velocidad de 10 m/s. Debido a las condiciones de contracorriente, el flujo es turbulento en toda la longitud de la placa. Una serie de calentadores segmentados controlados de forma independiente se une al lado inferior de la placa para mantener condiciones aproximadamente isotérmicas sobre toda la placa. El calentador eléctrico que cubre la sección entre las posiciones x_1 = 0.2 m y x_2 = 0.3 m se muestra en el esquema.



(a) Estime la potencia eléctrica que se debe suministrar al segmento calentador designado para mantener la temperatura superficial de la placa a T_s = 47°C.

(b) Si falla el fuelle que mantiene la velocidad del flujo de aire sobre la placa, pero la potencia para los

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar · Sede del Litoral

calentadores permanece constante, estime la temperatura superficial del segmento designado. Suponga que el aire ambiente es extenso, en reposo, y a 23°C.

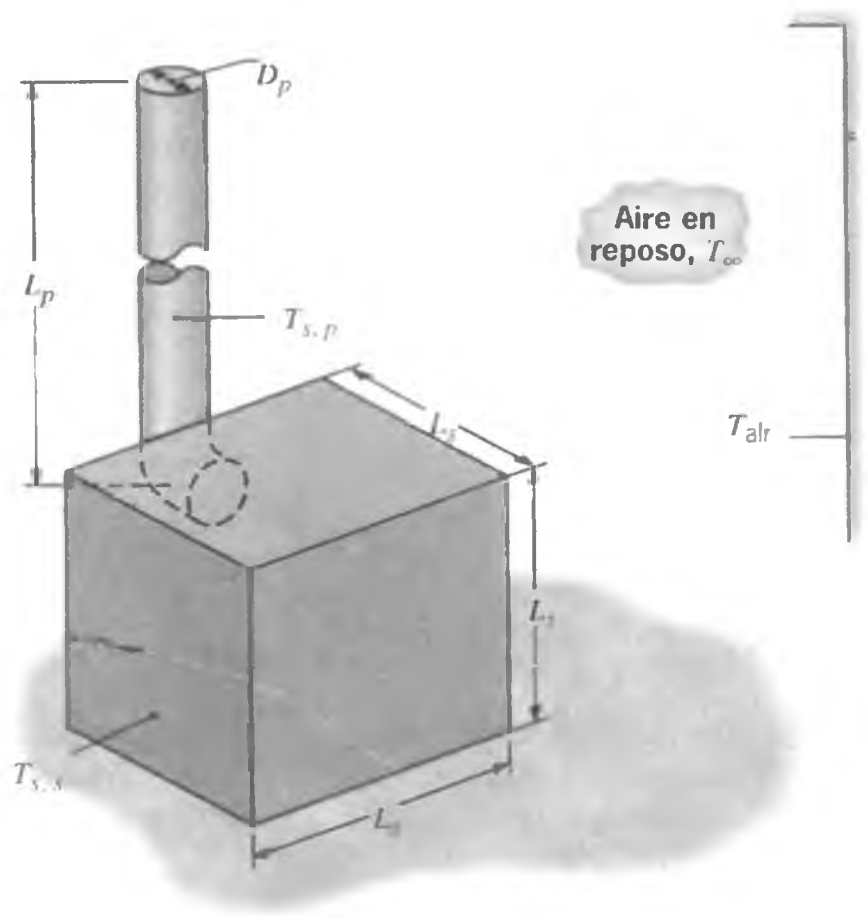
9.40 Se desea estimar la efectividad de una aleta recta horizontal de sección transversal rectangular cuando se aplica a una superficie que opera a 45°C en un medio para el que los alrededores y el aire ambiental están a 25°C. La aleta se fabrica de aleación de aluminio (2024–T6) con un acabado anodizado ($\varepsilon = 0.82$) y tiene 2 mm de espesor y 100 mm de longitud.

(a) Considere sólo convección libre de la superficie de la aleta y estime un coeficiente promedio de transferencia de calor, determine la efectividad de la aleta.

(b) Estime la efectividad de la aleta, incluya la influencia del intercambio de radiación con los alrededores.

(c) Con el uso de un método numérico, desarrolle las ecuaciones en diferencias finitas y obtenga la efectividad de la aleta. Los modos de convección libre e intercambio de radiación se deben basar en valores locales, en lugar de promedio, para la aleta.

9.41 Aunque la mayoría de las estufas que queman madera están equipadas con fuelles de convección forzada, ciertos diseños dependen exclusivamente de la transferencia de calor por radiación y convección natural a los alrededores. Considere una estufa que forma un recinto cúbico, $L_s = 1$ m por lado, en un cuarto grande. Las paredes exteriores de la estufa tienen una emisividad $\varepsilon = 0.8$ y están a una temperatura de operación $T_{s,s} = 500$ K.



La chimenea de la estufa, que se puede suponer isotérmica a una temperatura de operación $T_{s,p} = 400$ K, tiene un diámetro $D_p = 0.25$ m y una altura $L_p = 2$ m que se extiende desde la estufa al techo. La estufa está en un cuarto grande cuyo aire y paredes están a $T_\infty = T_{alr} = 300$ K. Ignorando la transferencia de calor desde la pequeña sección horizontal de la chimenea y el intercambio de radiación entre la chimenea y la estufa, estime la rapidez a la que se transfiere calor de la estufa y chimenea a los alrededores.

9.42 Una placa de 1 m por 1 m, inclinada a un ángulo de 45°, se expone a un flujo neto de calor por radiación de 300 W/m^2 en su superficie inferior. Si la superficie superior de la placa está bien aislada, estime la temperatura que alcanza la placa cuando el aire ambiente está en reposo y a una temperatura de 0°C.

Cilindros horizontales y esferas

9.43 La transferencia de calor por unidad de longitud debida a la convección libre de un tubo horizontal es 200 W/m cuando su superficie se mantiene a 65°C y el aire ambiente está a 25°C. Estime la transferencia de calor por unidad de longitud cuando la superficie del tubo se mantiene a 145°C. Ignore la transferencia de calor por radiación y cualquier influencia de la temperatura sobre las propiedades termofísicas relevantes del aire.

9.44 Una varilla horizontal de 5 mm de diámetro se sumerge en agua que se mantiene a 18°C. Si la temperatura de la superficie de la varilla es 56°C, estime la transferencia de calor por convección libre por unidad de longitud de la varilla.

9.45 Una tubería horizontal no aislada de vapor pasa a través de un cuarto grande cuyas paredes y aire ambiente están a 300 K. La tubería de 150 mm de diámetro tiene una emisividad de 0.85 y una temperatura de superficie externa de 400 K. Calcule la pérdida de calor por unidad de longitud de la tubería.

9.46 Considerando las condiciones del ejemplo 9.4, incluya el efecto de agregar aislante de espesor t, conductividad térmica $k = 0.026$ W/m · K, y emisividad $\varepsilon = 0.85$. Calcule y grafique la temperatura superficial $T_{s,2}$ y la pérdida de calor q' como función del espesor de aislante para $0 \leq t \leq 50$ mm. Además de agregar el aislante, la pérdida de calor se puede reducir al disminuir la emisividad de la superficie del aislante. Para $t = 25$ mm calcule y grafique $T_{s,2}$ y q' como función de la emisividad para $0.1 \leq \varepsilon \leq 1.0$

9.47 Una bebida en una lata de 150 mm de longitud y 60 mm de diámetro está inicialmente a 27°C y se desea colocarla en un refrigerador a 4°C. Con el objeto de maximizar la velocidad de enfriamiento, ¿se debe

locar las latas horizontal o verticalmente en el compartimiento? Como primera aproximación ignore la transferencia de calor de los extremos.

9.48 Considere el problema 8.44. Una solución más realista explicaría la resistencia a la transferencia de calor debido a la convección libre en la parafina durante la fusión. Suponiendo que la superficie del tubo tiene una temperatura uniforme de 55°C y que la parafina es un líquido en reposo infinito, determine el coeficiente de convección asociado con la superficie externa. Usando este resultado y asumiendo que no se conoce la temperatura superficial del tubo, determine la temperatura de salida del agua, la transferencia total de calor, y el tiempo que se requiere para licuar por completo la parafina, en las condiciones establecidas. Las propiedades termofísicas asociadas con el estado líquido de la parafina son $k = 0.15$ W/m · K, $\beta = 8 \times 10^{-4}\,K^{-1}$, $\rho = 770$ kg/m^3, $\nu = 5 \times 10^{-6}$ m^2/s, y $\alpha = 8.85 \times 10^{-8}$ m^2/s.

9.49 Un tubo horizontal de 70 mm de diámetro externo pasa a través de un cuarto en el que el aire y las paredes están a 25°C. La superficie externa tiene una emisividad de 0.8 y se mantiene a 150°C por vapor que pasa a través del tubo. ¿Cuál es la pérdida de calor por unidad de longitud del tubo?

9.50 Un tubo horizontal de 12.5 mm de diámetro con una temperatura superficial externa de 240°C se localiza en un cuarto con una temperatura del aire de 20°C. Estime la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo debida a la convección libre.

9.51 Vapor saturado a 4 bar de presión absoluta con una velocidad media de 3 m/s fluye a través de una tubería horizontal cuyos diámetros interior y exterior son 55 y 65 mm, respectivamente. Se sabe que el coeficiente de transferencia de calor para el flujo de vapor es 11,000 W/m^2 · K.

(a) Si la tubería se cubre con una capa de 25 mm de espesor de 85% de aislante de magnesio y se expone al aire atmosférico a 25°C, determine la transferencia de calor por convección libre al cuarto por unidad de longitud de tubería. Si el vapor está saturado en el interior de la tubería, estime su calidad a la salida de una tubería de 30 m de longitud.

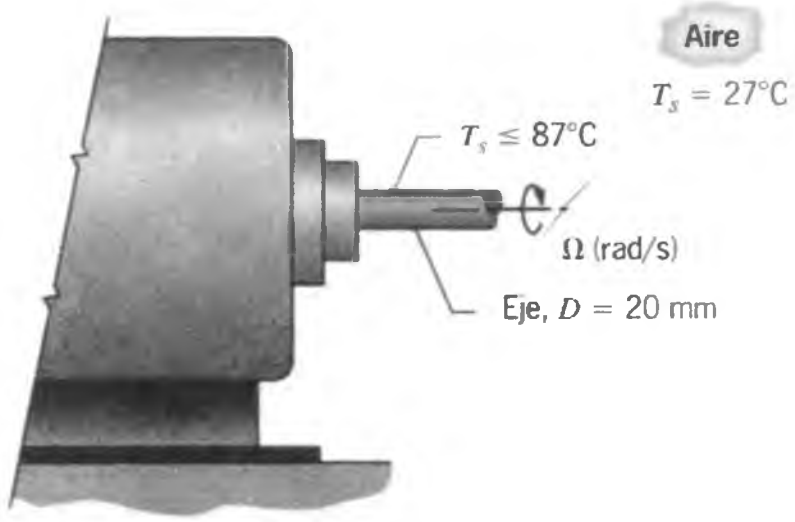
(b) La radiación neta a los alrededores también contribuye a la pérdida de calor de la tubería. Si el aislante tiene una emisividad superficial de $\varepsilon = 0.8$, y los alrededores están a $T_{alr} = T_\infty = 25$°C, ¿cuál es la transferencia de calor al cuarto por unidad de longitud de la tubería? ¿Cuál es la calidad del flujo de salida?

(c) La pérdida de calor se puede reducir al aumentar el espesor del aislante y/o reducir su emisividad. ¿Cuál es el efecto de aumentar el espesor del aislante a 50 mm si $\varepsilon = 0.8$? ¿De disminuir la emisividad a 0.2 si el espesor del aislante es 25 mm? ¿Y de reducir la emisividad a 0.2 y aumentar el espesor del aislante a 50 mm?

9.52 Un cable eléctrico horizontal de 25 mm de diámetro tiene una rapidez de disipación de calor de 30 W/m. Si la temperatura del aire ambiente es 27°C, estime la temperatura superficial del cable.

9.53 Un calentador eléctrico de inmersión, de 10 mm de diámetro y 300 mm de longitud, opera a 550 W. Si el calentador se coloca en posición horizontal en un tanque grande de agua a 20°C, estime su temperatura superficial. Estime la temperatura superficial si el calentador opera accidentalmente en aire a 20°C.

9.54 La temperatura superficial máxima del eje de 20 mm de diámetro de un motor que opera en aire ambiente a 27°C no debe exceder 87°C. Debido a la disipación de potencia dentro de la cubierta del motor, se desea rechazar tanto calor como sea posible a través del eje al aire ambiente. En este problema, investigaremos varios métodos de eliminación de calor.



(a) Para cilindros horizontales que giran, una correlación adecuada para estimar el coeficiente de convección es de la forma

$$\overline{Nu}_D = 0.133 Re_D^{2/3}\, Pr^{1/3}$$
$$(Re_D < 4.3 \times 10^5, \quad 0.7 < Pr < 670)$$

donde $Re_D \equiv \Omega D^2/\nu$ y Ω es la velocidad de rotación (rad/s). Determine el coeficiente de convección y la transferencia de calor máxima por unidad de longitud como función de la velocidad de rotación en el intervalo de 5000 a 15,000 rpm.

(b) Estime el coeficiente de convección libre y la transferencia de calor máxima por unidad de longitud para el eje estacionario. Los efectos de convección libre y forzada mezclados pueden llegar a ser

significativos para $Re_D < 4.7(Gr_D^3/Pr)^{0.137}$. ¿Los efectos de convección libre son importantes para el intervalo de velocidades rotacionales que se designan en la parte (a)?

(c) Suponga que la emisividad del eje es 0.8 y que los alrededores están a la temperatura del aire ambiente. ¿el intercambio de radiación es importante?

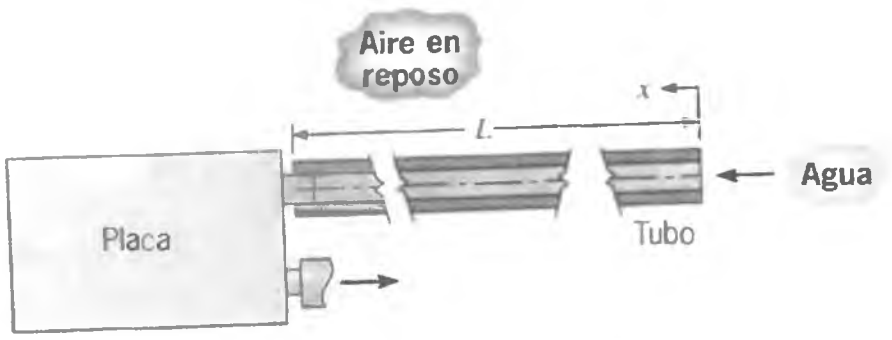
(d) Si el aire ambiente está en flujo cruzado sobre el eje, ¿qué velocidades de aire se requieren para eliminar las transferencias de calor determinadas en la parte (a)?

9.55 Considere una aleta de alfiler horizontal de 6 mm de diámetro y 60 mm de longitud fabricada de acero al carbón ($k = 57$ W/m · K, $\varepsilon = 0.5$). La base de la aleta se mantiene a 150°C, mientras el aire ambiente en reposo y los alrededores están a 25°C. Suponga que la aleta de alfiler es adiabática.

(a) Estime la transferencia de calor de la aleta, q_f. Use una temperatura superficial promedio de aleta de 125°C para estimar el coeficiente de convección libre y el coeficiente de radiación linealizado. ¿Qué tan sensible es esta estimación para su elección de la temperatura superficial de la aleta promedio?

(b) Utilice el método de diferencia finitas de solución para obtener q_f cuando los coeficientes de convección y radiación se basan en temperaturas locales, en lugar de temperaturas promedio para la aleta. ¿Cómo se compara su resultado con la solución analítica de la parte (a)?

9.56 Agua a una temperatura de 17°C y un flujo másico de 0.012 kg/s se usa para mantener una placa pequeña (sobre la que se monta un sensor especial) a una temperatura fija. La placa se coloca dentro de un medio con aire caliente a una temperatura de 235°C. El tubo es horizontal y tiene 1 m de longitud. Fabricado con un plástico de conductividad térmica 0.05 W/m · K, el tubo tiene un diámetro interno $D_i = 1.4$ mm y un diámetro externo $D_o = 3.2$ mm.



(a) Suponga que la temperatura promedio de la superficie externa del tubo es 120°C, estime el coeficiente de transferencia de calor para convección libre entre el tubo y el aire ambiental.

(b) Suponiendo que el flujo y las condiciones térmicas dentro del tubo están completamente desarrollados, estime el coeficiente de transferencia de calor entre el tubo y el agua.

(c) Determine el coeficiente global de transferencia de calor basado en el área externa del tubo.

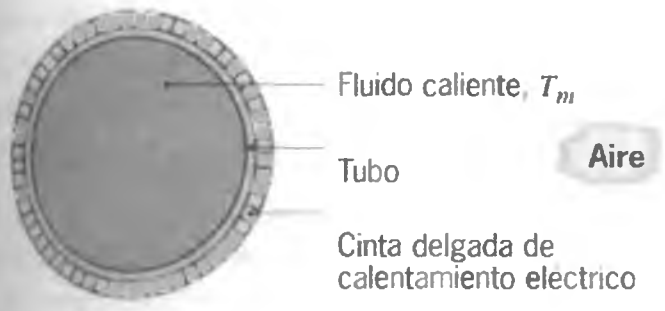
(d) Estime la temperatura del agua en el extremo del tubo ($x = 1$ m).

9.57 Una práctica común en las plantas de procesos químicos es revestir el aislante de la tubería con una hoja de aluminio delgada, durable. Las funciones de la hoja son confinar el aislante y reducir la transferencia de calor por radiación a los alrededores. Debido a la presencia de cloro (en plantas de cloro o a la orilla del mar), la superficie de la hoja de aluminio, que inicialmente es brillante, se vuelve oscura con el tiempo de servicio. Normalmente la emisividad puede cambiar de 0.12 en la instalación a 0.36 con el servicio extendido. Para una tubería de 300 mm de diámetro cubierta con una hoja cuya temperatura superficial es 90°C, ¿este aumento en la emisividad debido a la degradación del acabado de la hoja tendrá un efecto significativo sobre la pérdida de calor de la tubería? Considere dos casos con alrededores y aire ambiente a 25°C: (a) aire en reposo y (b) velocidad de viento cruzado de 10 m/s.

9.58 Considere el calentador eléctrico del problema 7.45. Si el fuelle fallara, deteniendo el flujo de aire mientras el calentador continúa operando a 1000 W/m, ¿qué temperatura tomaría el calentador?, ¿cuánto tiempo le tomaría llegar a cerca de 10°C de esta temperatura? Tome en cuenta el intercambio de radiación entre el calentador ($\varepsilon = 0.8$) y las paredes del ducto, que también están a 27°C.

9.59 Se desarrolla un código de computadora para analizar un sensor cilíndrico de 12.5 mm de diámetro que se usa para determinar la temperatura del aire ambiente. El sensor experimenta convección libre mientras se coloca horizontalmente en aire en reposo a $T_\infty = 27$°C. Para el intervalo de temperaturas de 30 a 80°C, desarrolle una expresión para el coeficiente de convección como función sólo de $\Delta T = T_s - T_\infty$, donde T_s es la temperatura del sensor. Evalúe las propiedades a una temperatura de película apropiada y muestre qué efecto tiene esta aproximación sobre el coeficiente de convección estimado.

9.60 En un tubo de pared delgada de 20 mm de diámetro circula un fluido caliente a una temperatura media de 45°C en un circuito de flujo experimental. El tubo se monta horizontalmente en aire en reposo a una temperatura de 15°C. Para satisfacer los rigurosos requisitos de control de temperatura del experimento, se desea enrollar una cinta delgada de calentamiento eléctrico sobre la superficie externa del tubo para evitar pérdidas de calor del fluido caliente al aire ambiente.



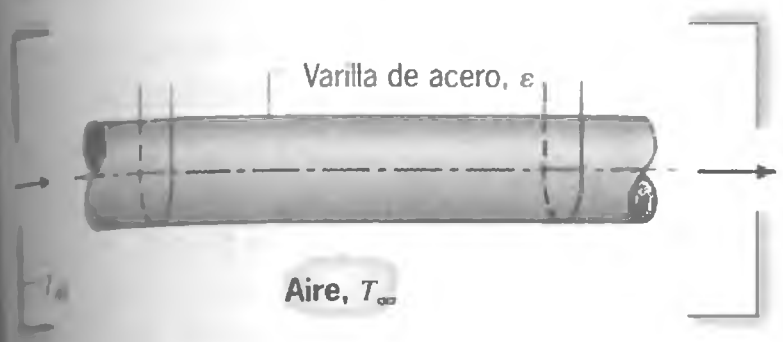
(a) Ignore las pérdidas de calor por radiación, calcule el flujo de calor q''_e que se debe suministrar por la cinta eléctrica para asegurar una temperatura uniforme del fluido.

(b) Suponiendo que la emisividad de la cinta es 0.95 y que los alrededores también están a 15°C, calcule el flujo de calor requerido.

(c) La pérdida de calor se puede reducir al envolver la cinta de calentamiento en una capa de aislante. Para un aislante de 85% de magnesio (k = 0.050 W/m · K) que tiene una emisividad superficial ε = 0.60, calcule y grafique el flujo de calor requerido q''_e como función del espesor del aislante en el intervalo de 0 a 20 mm. Para este intervalo, calcule y grafique las transferencias de calor por convección y radiación por unidad de longitud de tubo como función del espesor del aislante.

9.61 Una tubería horizontal aislada pasa a través de un edificio cuyas temperaturas de aire y paredes son 27°C. La superficie externa del tubo de acero que contiene el fluido de proceso está a 400°C, tiene un diámetro de 168 mm, y está aislado con una capa de silicato de calcio que tiene una emisividad de 0.85 y una conductividad térmica de k (W/m · K) = 0.0492 + 0.000137T_a, donde T_a [K] = $(T_1 + T_2)/2$ es el promedio de las temperaturas de las superficies interior y exterior del aislante. Calcule la pérdida de calor de la tubería cuando se cubre con una capa de aislante de 30 mm de espesor.

9.62 Varillas largas de acero inoxidable de 50 mm de diámetro se calientan a una temperatura uniforme de 1000 K antes de ser suspendidas de una banda transportadora elevada para trasladarlas a una operación de formado en caliente. La banda transportadora está en un cuarto grande cuyas paredes y aire están a 300 K.



(a) Suponiendo que el movimiento lineal de la varilla tiene un efecto insignificante sobre la transferencia de calor por convección de su superficie, determine el coeficiente promedio de convección al inicio del proceso de transporte.

(b) Si la emisividad superficial de la varilla es ε = 0.40, ¿cuál es el coeficiente de transferencia de calor por radiación efectivo al inicio del proceso de transporte?

(c) Suponiendo un coeficiente de transferencia de calor acumulada (radiación más convección) constante correspondiente a los resultados de las partes (a) y (b), ¿cuál es el tiempo de transito máximo permisible de la banda transportadora, si la temperatura de la línea central de la varilla debe exceder 900 K para la operación de formado? Las propiedades del acero son k = 25 W/m · K y α = 5.2 × 10^{-6} m²/s.

(d) Las transferencias de calor por convección y radiación realmente disminuyen durante la operación de transferencia. Explicando está reducción, reconsidere las condiciones de la parte (c) y obtenga una estimación más precisa del tiempo de tránsito de la banda transportadora máxima permisible.

9.63 Considere un cilindro largo de 30 cm de diámetro que sale de un proceso de tratamiento caliente a una temperatura de 1000 K. El cilindro se suspende horizontalmente por cables y se le permite enfriarse por convección libre y radiación. La temperatura del aire ambiente y las paredes que lo rodean es 300 K, y las propiedades del acero son k = 25 W/m · K, α = 7.10 × 10^{-6} m²/s, y ε = 0.8. Suponiendo que los coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación son constantes, calcule la temperatura de la línea central del cilindro 20 minutos después de que sale del tratamiento de calor.

9.64 Una tubería horizontal de 0.17 m de diámetro externo se usa para transportar vapor a través de un edificio en que el aire y las paredes están a una temperatura de 25°C.

(a) Si la tubería tiene una capa de aislante de silicato de calcio (k = 0.072 W/m · K, ε = 0.90) de 25 mm de espesor y la superficie interna del aislante está a 650 K, ¿cuál es la temperatura de la superficie externa y la pérdida de calor por unidad de longitud?

(b) Si se aplica una envoltura de aluminio pulida a la superficie externa, ¿cuál es la temperatura de la superficie externa y cuál la pérdida de calor por unidad de longitud?

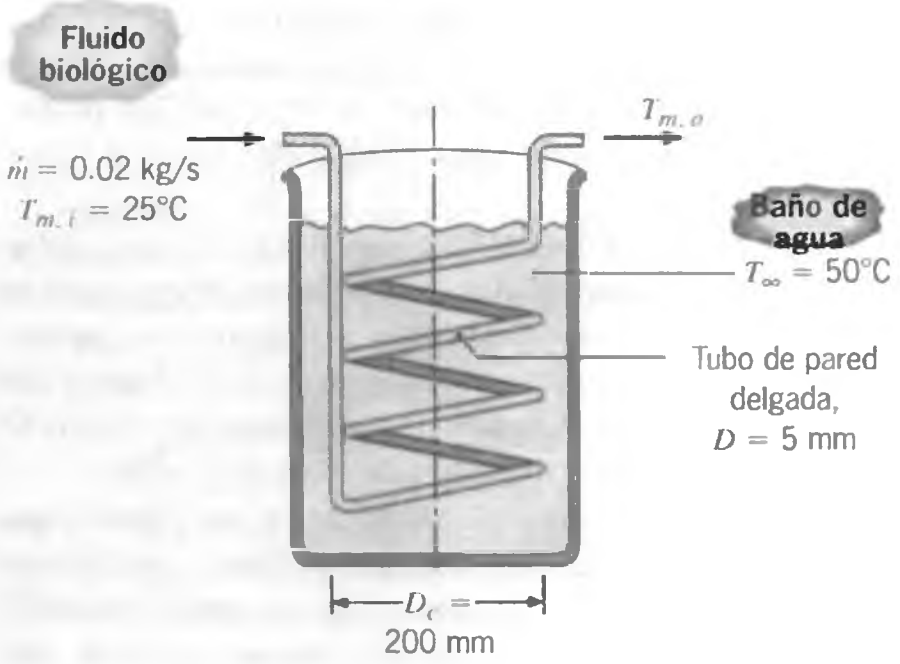
9.65 Aire caliente fluye de un horno a través de un ducto de pared delgada de acero de 0.15 m de diámetro con una velocidad de 3 m/s. El ducto pasa a través del entrepiso de una casa, y su superficie exterior no aislada se expone a aire en reposo y alrededores a 0°C.

(a) En una posición en el ducto para la que la temperatura media del aire es 70°C, determine la pérdida de calor por unidad de ducto y la temperatura de la pared del ducto. La superficie externa del ducto tiene una emisividad de 0.5.

(b) Si el ducto se envuelve con una capa de 25 m de espesor de aislante de 85% de magnesio (k = 0.050 W/m · K) que tiene una emisividad superfi-

cial $\varepsilon = 0.60$, ¿cuál es la temperatura de la pared del ducto, la temperatura de la superficie externa y la pérdida de calor por unidad de longitud?

9.66 Un fluido biológico se mueve a un flujo de $\dot{m} = 0.02$ kg/s a través de un tubo de 5 mm de diámetro, de pared delgada, enrollado y sumergido en un baño de agua que se mantiene a 50°C. El fluido entra al tubo a 25°C.



(a) Estime la longitud del tubo y el número de vueltas que se requieren para proporcionar una temperatura de salida $T_{m,o} = 38$°C para el fluido biológico. Suponga que el baño de agua es un medio en reposo extenso, que el tubo enrollado se aproxima a un tubo horizontal, y que el fluido biológico tiene las propiedades termofísicas del agua.

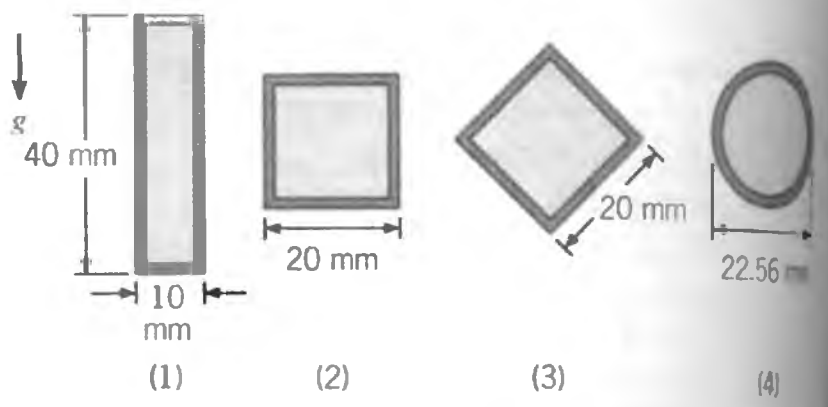
(b) El flujo másico a través del tubo está controlado por una bomba que experimenta variaciones de aproximadamente ±10% para cualquier calibración. Esta condición es de preocupación para el ingeniero del proyecto pues la variación correspondiente de la temperatura de salida del fluido biológico podría influir en el proceso corriente abajo. ¿Qué variación esperaría en $T_{m,o}$ para un cambio de ±10% en $\dot{m}$?

9.67 En el tratamiento analítico de la aleta con área de sección transversal uniforme, se supuso que el coeficiente de transferencia de calor por convección es constante a lo largo de la longitud de la aleta. Considere una aleta de acero AISI 316 de 6 mm de diámetro y 50 mm de longitud (con extremo aislado) que opera bajo condiciones para las que $T_b = 125$°C, $T_\infty = 27$°C, $T_{alr} = 27$°C, y $\varepsilon = 0.6$.

(a) Estime los valores promedio de los coeficientes de transferencia de calor de la aleta para convección libre (h_c) e intercambio de radiación (h_r). Use estos valores para predecir la temperatura del extremo y la efectividad de la aleta.

(b) Use un método numérico de solución para estimar los parámetros anteriores cuando los coeficientes de convección y radiación se basan en valores locales, en lugar de valores promedio para la aleta.

9.68 Un fluido caliente a 35°C se transporta a través de un tubo colocado horizontalmente en aire en reposo a 25°C. ¿Cuál de las formas de tubo, cada una de igual área de sección transversal, usaría a fin de minimizar las pérdidas de calor al aire ambiente por convección libre?



Utilice la siguiente correlación de Lienhard ("On the Commonality of Equations for Natural Convection from Immersed Bodies", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **16**, 2121, 1973) para aproximar el coeficiente de convección laminar para un cuerpo sumergido en el que la capa límite no se separa de la superficie,

$$\overline{Nu}_l = 0.52 Ra_l^{1/4}$$

La longitud característica l es la longitud de viaje del fluido en la capa límite a través de la superficie de la forma. Compare esta correlación con la dada para una esfera a fin de probar su utilidad.

9.69 Considere una esfera de 2 mm de diámetro sumergida en un fluido a 300 K y de 1 atm.

(a) Si el fluido alrededor de la esfera está en reposo extenso, muestre que el límite de conducción para la transferencia de calor de la esfera se puede expresar como $Nu_{D,\,cond} = 2$. *Sugerencia:* Comience con la expresión para la resistencia térmica de una esfera hueca, ecuación 3.36, haga $r_2 \to \infty$, y después exprese el resultado en términos del número de Nusselt.

(b) Si se considera convección libre, ¿a qué temperatura superficial el número de Nusselt será el doble del límite de conducción? Considere aire y agua como los fluidos.

(c) Si se considera convección forzada, ¿a qué velocidad el número de Nusselt será lo doble del requerido para el límite de conducción? Considere aire y agua como los fluidos.

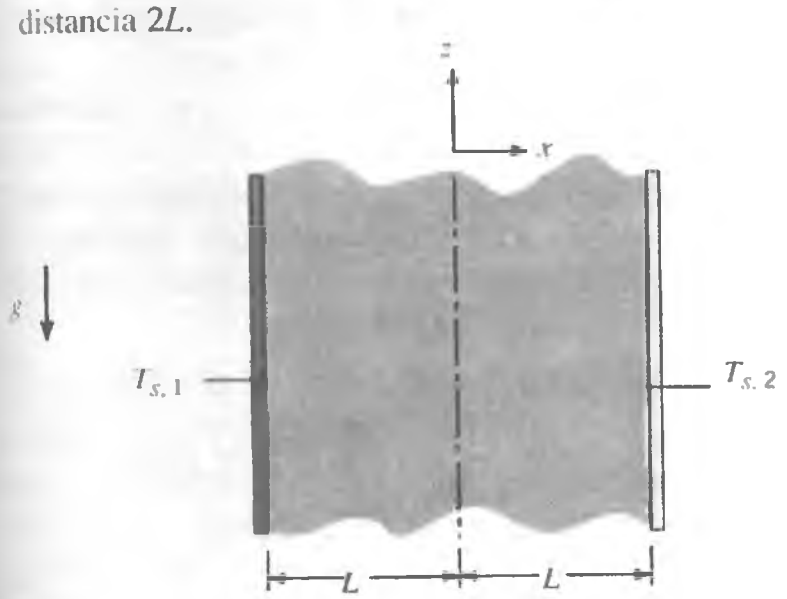
9.70 Una esfera de 25 mm de diámetro contiene un calentador eléctrico empotrado. Calcule la potencia que se requiere para mantener la temperatura superficial a

cuando la esfera se expone a un medio en reposo a 20°C para: (a) aire a presión atmosférica, (b) agua, (c) etilenglicol.

9.71 Bajo la operación de estado estable, la temperatura superficial de un pequeño bulbo incandescente de 20 W es de 125°C cuando la temperatura del aire ambiente y las paredes es 25°C. Aproximando el bulbo como una esfera de 40 mm de diámetro con una emisividad superficial de 0.8, ¿cuál es la transferencia de calor de la superficie del bulbo a los alrededores?

Canales de placas paralelas

9.72 Considere dos placas largas verticales que se mantienen a temperaturas uniformes $T_{s,1} > T_{s,2}$. Las placas están abiertas en sus extremos y están separadas por la distancia $2L$.



(a) Dibuje la distribución de velocidades en el espacio entre las placas.

(b) Escriba formas apropiadas de las ecuaciones de continuidad, momento, y energía para flujo laminar entre las placas.

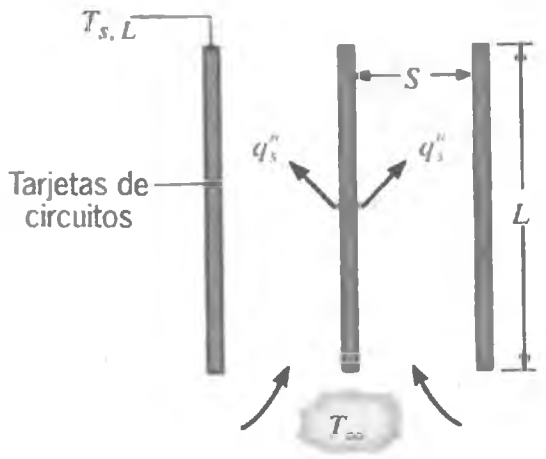
(c) Evalúe la distribución de temperaturas, y exprese su resultado en términos de la temperatura media, $T_m = (T_{s,1} + T_{s,2})/2$.

(d) Estime el gradiente de presión vertical mediante la suposición de que la densidad es una constante ρ_m que corresponde a T_m. Sustituyendo de la aproximación de Boussinesq, obtenga la forma resultante de la ecuación de momento.

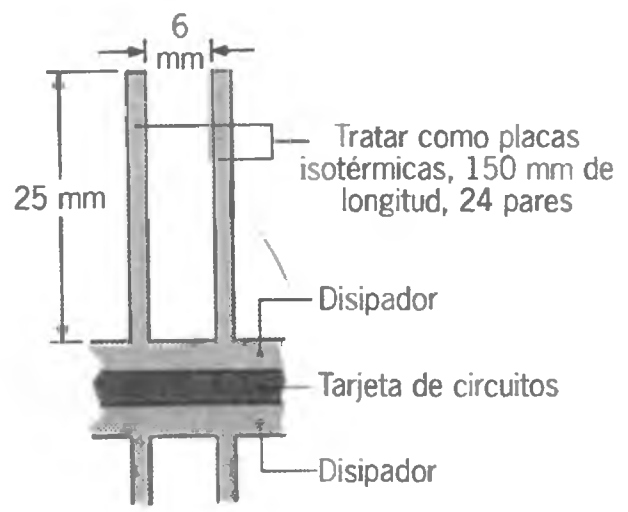
(e) Determine la distribución de velocidades.

9.73 Considere las condiciones del problema 9.8, pero ahora vea el problema como uno de convección libre entre canales de placas paralelas verticales. ¿Cuál es el espaciado óptimo entre aletas S? Para este espaciado y los valores establecidos de t y W, ¿cuál es la transferencia de calor de las aletas?

9.74 Un arreglo vertical de tarjetas de circuitos se sumerge en aire ambiente en reposo a $T_\infty = 17°C$. Aunque los componentes sobresalen de sus sustratos, es razonable, como primera aproximación, suponer placas *planas* con flujo de calor superficial uniforme q''_s. Considere tarjetas de longitud y ancho $L = W = 0.4$ m y espaciado $S = 25$ mm. Si la temperatura de tarjeta máxima permisible es 77°C, ¿cuál es la disipación de potencia máxima permisible por tarjeta?



9.75 Considere el arreglo de disipador de calor enfriado por aire forzado del problema 8.82 para enfriar una tarjeta de circuitos. Se propone que se quiten las placas aisladas y que los disipadores se coloquen de modo que los pasajes o aletas sean ahora verticales.

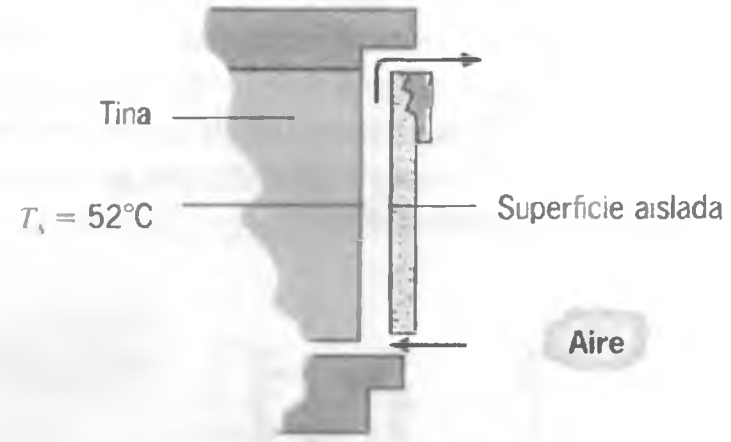


(a) Considerando las aletas como isotérmicas a la misma temperatura que la tarjeta de circuitos, determine cuánta potencia se puede eliminar de la tarjeta de circuitos si su temperatura no va a exceder 42°C, mientras que la temperatura del aire ambiente es 27°C.

(b) Determine el espaciado óptimo de aletas para maximizar la transferencia de calor del arreglo de aletas. Calcule la eliminación de calor máxima si el tamaño total de los disipadores de calor permanece sin cambio.

9.76 La puerta frontal de una lavavajillas de 580 mm de ancho tiene un escape de aire vertical de 500 mm de altura con un espaciado de 20 mm entre la tina interior que opera a

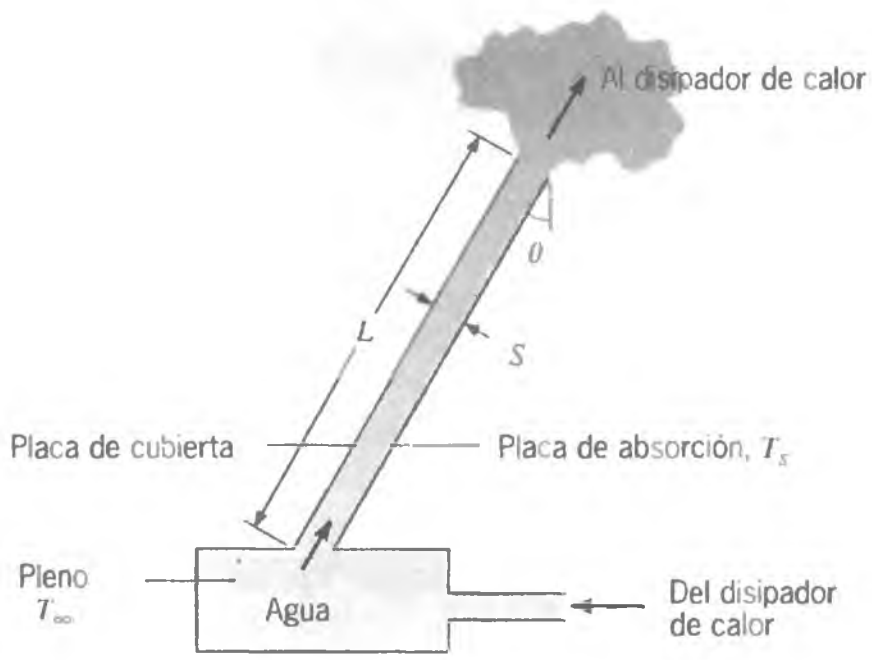
52°C y una placa externa que está térmicamente aislada.



(a) Determine la pérdida de calor de la superficie de la tina cuando el aire ambiente está a 27°C.

(b) Un cambio en el diseño de la puerta proporciona la oportunidad de aumentar o disminuir el espaciado de 20 mm por 10 mm. ¿Qué recomendaciones daría con respecto a cómo el cambio en el espaciado alteraría las pérdidas de calor?

9.77 Un colector solar consiste en un canal de placas paralelas que se conecta a un pleno de almacenamiento de agua en la parte inferior y a un disipador de calor en la parte superior. El canal está inclinado $\theta = 30°$ de la vertical y tiene una placa de cubierta transparente. La radiación solar transmitida a través de la placa de cubierta y el agua mantienen a la placa de absorción isotérmica a una temperatura $T_s = 67°C$, mientras que el agua que regresa al recipiente desde el disipador de calor está a $T_\infty = 27°C$. El sistema opera como un *termosifón* para el cual el flujo de agua está impulsado exclusivamente por fuerzas de empuje. El espaciado de placa y la longitud son $S = 15$ mm y $L = 1.5$ m



Suponiendo que la placa de cubierta es adiabática con respecto a la transferencia de calor por convección hacia o desde el agua, estime la transferencia de calor por unidad de ancho normal a la dirección del flujo (W/m) de la placa de absorción al agua.

Cavidades rectangulares

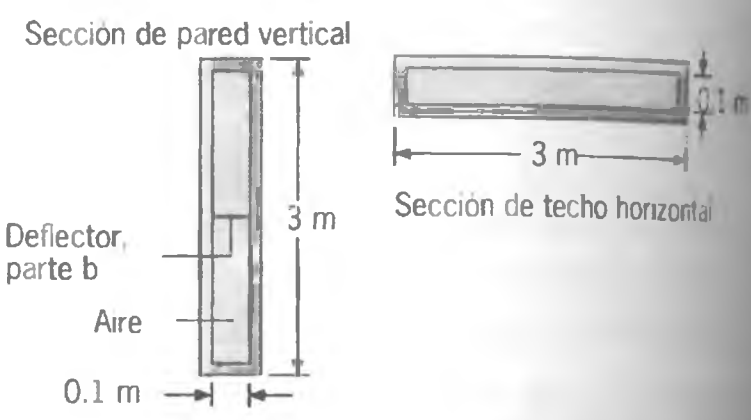
9.78 El vidrio de la ventana de un edificio tiene 1.2 m de altura y 0.8 m de ancho y está separado del aire ambiente por una ventana contra lluvia de la misma altura y ancho. El espacio de aire entre las dos ventanas es de 0.06 m de espesor. Si las ventanas del edificio y contra lluvia están a 20 y −10°C, respectivamente, ¿cuál es la pérdida de calor por convección libre a través del espacio de aire?

9.79 La placa de absorción y la placa cubierta contigua de un colector solar plano están a 70 y 35°C respectivamente y están separadas por un espacio de aire de 0.05 m. ¿Cuál es la transferencia de calor por convección libre por unidad de área superficial entre las dos placas si están inclinadas en un ángulo de 60° de la horizontal?

9.80 En un colector solar de 1 m de ancho por 3 m de largo la placa cubierta de vidrio a una temperatura promedio de 29°C está espaciada 60 mm de la placa de absorción a una temperatura promedio de 50°C. Estime la pérdida de calor por convección de la placa de absorción al vidrio cuando el colector se coloca horizontalmente. ¿Cuál es la pérdida de calor por convección si el espaciado se reduce a 10 mm?

9.81 Una cavidad rectangular consiste en dos placas paralelas de 0.5 m cuadrados separadas por una distancia de 50 mm, con las orillas laterales aisladas. La placa caliente se mantiene a 325 K y la placa fría a 275 K. Estime el flujo de calor entre las superficies para las orientaciones de la cavidad con el uso de la notación de la figura 9.7: vertical con $\tau = 90°$, horizontal con $\tau = 0°$, y horizontal con $\tau = 180°$.

9.82 Considere una sección de un techo plano horizontal que tiene las mismas dimensiones que una sección de pared vertical. Para ambas secciones, las superficies expuestas al hueco de aire están a 18°C (dentro) y −10°C (fuera).

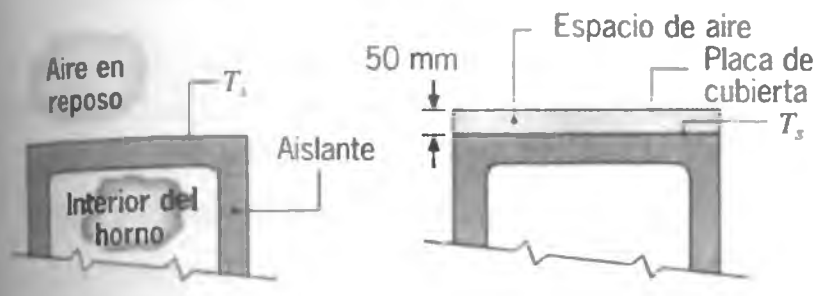


(a) Estime la razón de la transferencia de calor por convección para la sección horizontal a la de la sección vertical.

(b) ¿Qué efecto tendrá insertar un deflector a la mitad de la altura de la sección vertical sobre la transferencia de calor por convección para esa sección?

9.83 El espacio entre los vidrios de una ventana con dos placas se puede llenar con aire o con bióxido de carbono a presión atmosférica. La ventana tiene 1.5 m de altura y el espaciado entre las placas puede variar. Desarrolle un análisis para predecir la transferencia de calor por convección a través de la ventana como función del espacio entre placas y determine, en condiciones por lo demás idénticas, si el aire o el bióxido de carbono darán la tasa más baja. Ilustre los resultados de su análisis para dos condiciones: invierno (−10°C, 20°C) y verano (35°C, 25°C).

9.84 La superficie superior (0.5 m × 0.5 m) de un horno está a 60°C para una condición de operación particular cuando el aire ambiente está a 23°C. Para reducir la pérdida de calor del horno y minimizar el riesgo de quemaduras, se propone crear un espacio de aire de 50 mm mediante la adición de una placa de cubierta.

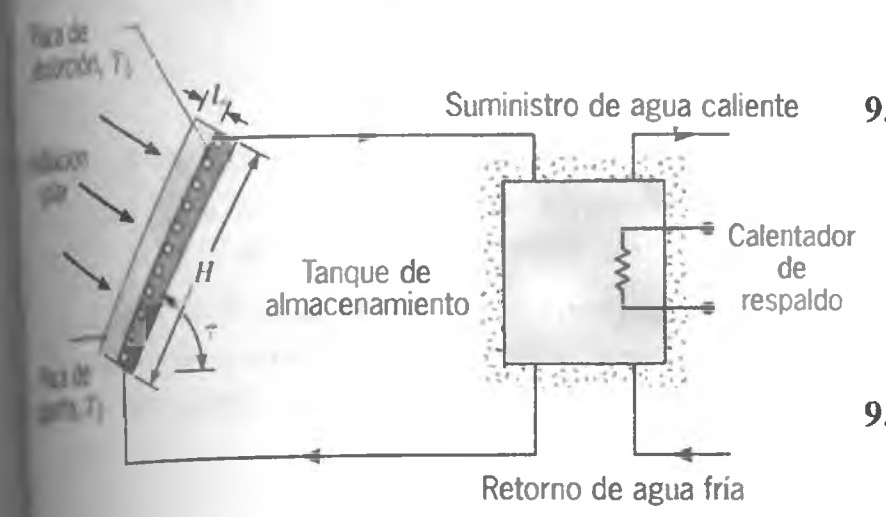


(a) Suponiendo la misma temperatura superficial del horno T_s para ambas situaciones, estime la reducción en la pérdida de calor por convección que resulta de la instalación de la placa de cubierta. ¿Cuál es la temperatura de la placa de cubierta?

(b) Explore el efecto del espacio de la placa de cubierta sobre la pérdida de calor por convección y la temperatura de la placa de cubierta para espacios en el rango $5 \leq L \leq 50$ mm. ¿Hay un espacio óptimo?

9.85 Considerando la cavidad rectangular del problema 9.81, determine el flujo de calor entre las dos superficies para ángulos de inclinación de 45° y 75°.

9.86 Un calentador solar de agua consiste en un colector de placa plana que se acopla a un tanque de almacenamiento. El colector consiste en una placa de cubierta transparente y una placa de absorción que están separadas por un hueco de aire.



Aunque mucha de la energía solar colectada por la placa de absorción se transfiere a un fluido de trabajo que pasa a través de un serpentín soldado a la parte posterior del absorbedor, algo de la energía se pierde por convección libre y por la transferencia neta de radiación a través del hueco de aire. En el capítulo 13, evaluaremos la contribución del intercambio de radiación a esta pérdida. Por ahora, restringimos nuestra atención al efecto de convección libre.

(a) Considere un colector que está inclinado a un ángulo de $\tau = 60°$ y que tiene dimensiones de $H = w = 2$ m por lado, con un hueco de aire de $L = 30$ mm. Si las placas de absorción y de cubierta están a $T_1 = 70°C$ y $T_2 = 30°C$, respectivamente, ¿cuál es el calor transferido por convección libre de la placa de absorción?

(b) La pérdida de calor por convección libre depende del espacio entre las placas. Calcule y grafique la pérdida de calor como función del espaciado para $5 \leq L \leq 50$ mm. ¿Hay un espaciado óptimo?

Cilindros concéntricos y esferas

9.87 Un diseño de colector solar consiste en un tubo interior encerrado de forma concéntrica en un tubo exterior que es transparente a la radiación solar. Los tubos tienen paredes delgadas con diámetros interior y exterior de 0.10 y 0.15 m, respectivamente. El espacio anular entre los tubos está completamente encerrado y lleno con aire a presión atmosférica. En condiciones de operación para las que las temperaturas superficiales de los tubos interior y exterior son 70 y 30°C, respectivamente, ¿cuál es la pérdida de calor convectiva por metro de longitud de tubo a través del espacio de aire?

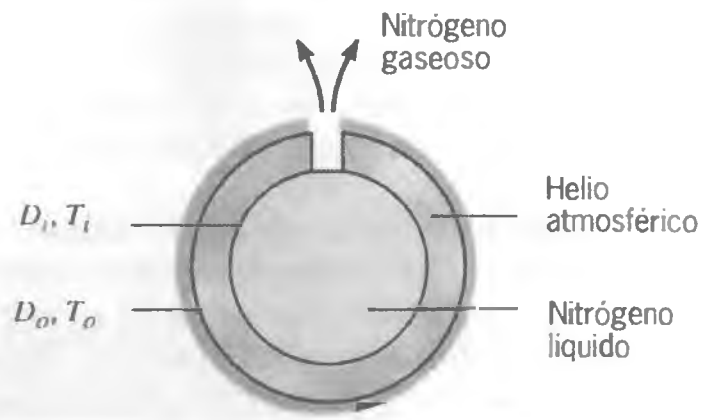
9.88 El anillo formado por dos tubos concéntricos horizontales con diámetros interior y exterior de 50 y 75 mm se llena de agua. Si las superficies interior y exterior se mantienen a 300 y 350 K, respectivamente, estime la transferencia de calor por convección, por unidad de longitud de los tubos.

9.89 Las superficies de dos tubos de paredes delgadas, concéntricos, horizontales, que tienen radios de 100 y 125 mm, se mantienen a 300 y 400 K, respectivamente. Si el espacio anular se presuriza con nitrógeno a 5 atm, estime la transferencia de calor por convección por unidad de longitud de los tubos.

9.90 Se almacena nitrógeno líquido en una vasija esférica de pared delgada de diámetro $D_i = 1$ m. La vasija se

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

coloca de forma concéntrica dentro de un contenedor esférico grande de pared delgada de diámetro D_o = 1.10 m, y la cavidad que media se llena con helio atmosférico.



En condiciones de operación normal, las temperaturas superficiales interior y exterior son T_i = 77 K y T_o = 283 K. Si el calor latente de vaporización del nitrógeno es 2×10^5 J/kg, ¿cuál es el flujo másico $\dot{m}$ (kg/s) a la que el nitrógeno gaseoso se escapa del sistema?

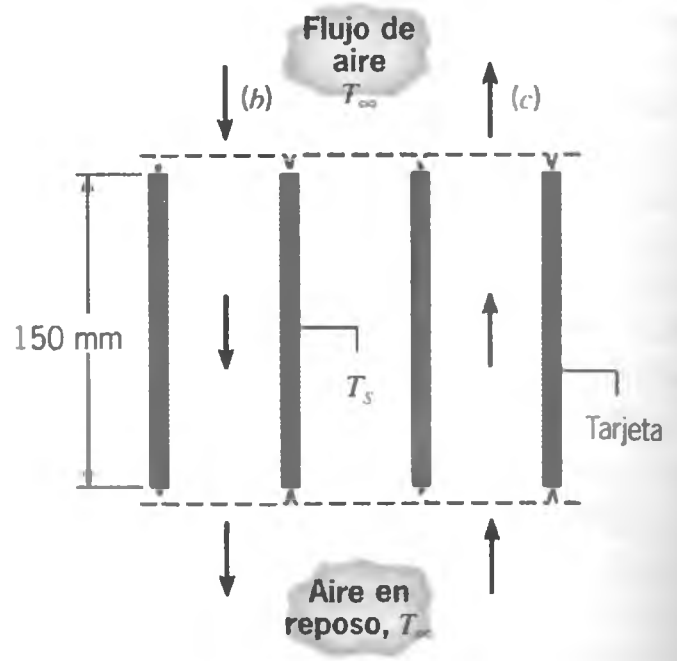
9.91 Las superficies de dos esferas concéntricas que tienen radios de 75 y 100 mm se mantienen a 325 y 275 K, respectivamente. Si el espacio entre las esferas se llena con aire a 3 atm, estime la transferencia de calor por convección.

Convección mezclada

9.92 Sobre un cilindro horizontal de 50 mm de diámetro que se mantiene a una temperatura superficial uniforme de 20°C fluye agua a 35°C con una velocidad de 0.05 m/s . ¿Espera que la transferencia de calor por convección libre sea significativa? ¿Cuál sería la situación si el fluido fuera aire a presión atmosférica?

9.93 De acuerdo con resultados experimentales para flujo de aire sobre una placa vertical caliente a una temperatura uniforme, el efecto de convección libre sobre el coeficiente de transferencia de calor por convección libe será del 5% cuando $Gr_L/Re_L^2 = 0.08$. Considere una placa vertical caliente de 0.3 m de longitud, que se mantiene a una temperatura superficial de 60°C en aire atmosférico a 25°C. ¿Cuál es la velocidad vertical mínima que se requiere del flujo de aire de modo que los efectos de convección libre sean menores que el 5% de la transferencia de calor?

9.94 Un arreglo vertical de tarjetas de circuitos de 150 mm de altura se enfriará por aire de modo que la temperatura de la tarjeta no exceda 60°C cuando la temperatura ambiente sea 25°C?



(a)

Suponiendo condiciones superficiales isotérmicas, determine la disipación de potencia eléctrica permisible por tarjeta para los arreglos de enfriamiento:

(a) Sólo convección libre (sin flujo de aire forzado)

(b) Flujo de aire con una velocidad hacia abajo de 0.6 m/s

(c) Flujo de aire con una velocidad hacia arriba de 0.3 m/s

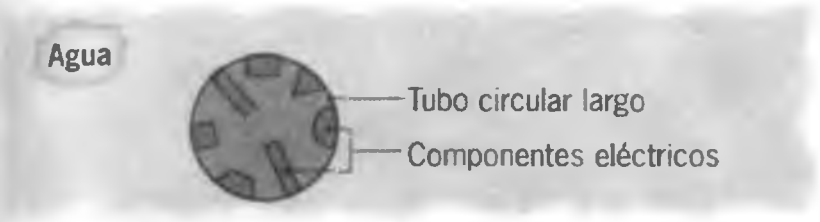
(d) Flujo de aire con una velocidad (hacia arriba o hacia abajo) de 5 m/s.

9.95 Una tubería horizontal de 100 mm de diámetro que pasa aceite caliente se usará en el diseño de un calentador industrial de agua. Con base en un flujo típico de paso de agua, la velocidad sobre la tubería es 0.5 m/s. El aceite caliente mantiene la temperatura de la superficie externa a 85°C y la temperatura del agua es 37°C.



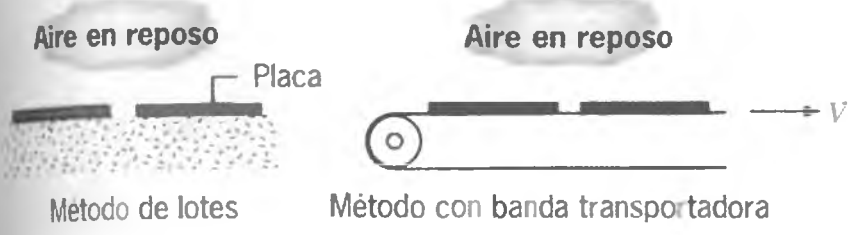
Investigue el efecto de la dirección del flujo sobre la transferencia calor (W/m) para un flujo (a) horizontal, (b) hacia abajo, y (c) hacia arriba.

9.96 Componentes eléctricos disipadores de calor se montan en la superficie interna de un tubo metálico largo. El tubo tiene 0.10 m de diámetro y se sumerge en un baño de agua en reposo.



¿Cuál es la disipación de calor por unidad de longitud del tubo si las temperaturas de la pared del tubo y del agua son 350 y 300 K, respectivamente? ¿Cuál es la disipación de calor por unidad de longitud si se impone un flujo forzado sobre el tubo, con una velocidad de flujo cruzado de 1.0 m/s?

9.97 Paneles cuadrados (250 × 250 mm) con un acabado plástico decorativo altamente reflectivo se curan en un horno a 125°C y se enfrían en aire en reposo a 29°C. Consideraciones de calidad exigen que los paneles permanezcan horizontales y que la rapidez de enfriamiento sea controlada. Para aumentar la productividad en la planta, se propone reemplazar el método de enfriamiento por lote con un sistema de transporte que tiene una velocidad de 0.5 m/s.



Compare las transferencias de calor por convección iniciales (inmediatamente después de salir del horno) para los dos métodos.

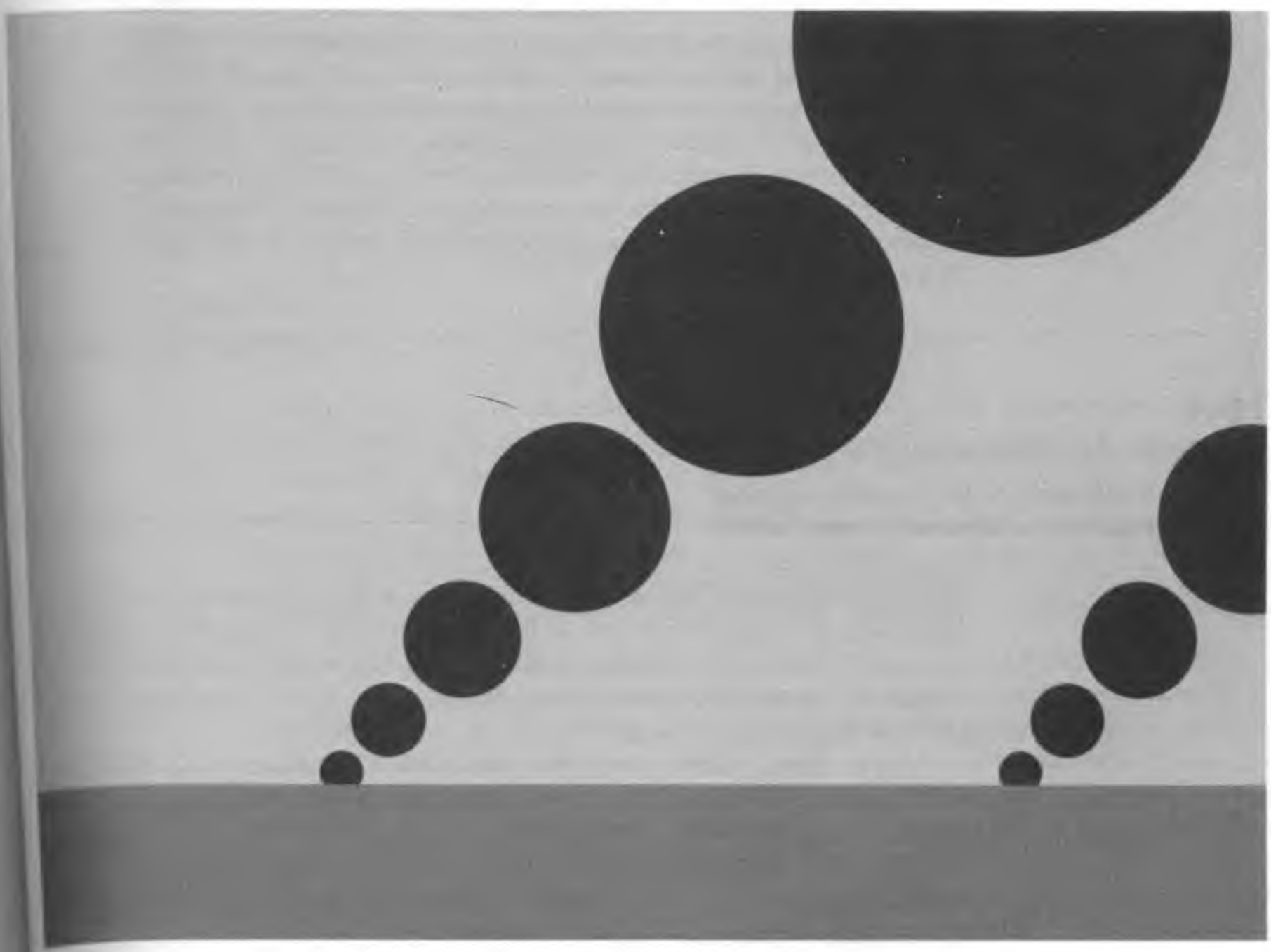
Transferencia de masa

9.98 Una prenda empapada de agua se cuelga a secar en un cuarto caliente. El aire quieto está seco y a una temperatura de 40°C. La prenda se puede suponer que tiene una temperatura de 25°C y una longitud característica de 1 m en la dirección vertical. Estime la rapidez de secado por unidad de ancho de la prenda.

9.99 Una cacerola de 225 mm de diámetro con agua que se mantiene a 37°C se expone a la atmósfera seca, en reposo, a 17°C. Estime la rapidez de evaporación y la transferencia total de calor de la cacerola.

CAPÍTULO **10**

Ebullición y condensación



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

En este capítulo estudiaremos atentamente el proceso de convección que se asocia con el cambio de fase de un fluido. En particular, veremos los procesos que pueden ocurrir en una interfaz sólido-líquido, a saber, *ebullición* y *condensación*. Para estos casos, los efectos del calor *latente* asociados con el cambio de fase son significativos. El cambio del estado líquido al de vapor debido a la ebullición se sostiene por la transferencia de calor desde la superficie sólida; de manera inversa, la condensación de un vapor en líquido tiene como resultado la transferencia de calor a la superficie sólida.

Dado que implican movimiento de fluido, la ebullición y condensación se clasifican como formas del modo de transferencia de calor por convección. Sin embargo, se caracterizan por propiedades únicas. Debido a que hay un cambio de fase, la transferencia de calor hacia o desde el fluido puede ocurrir sin influir en la temperatura del mismo. De hecho, a través de la ebullición o condensación, se pueden alcanzar transferencias de calor grandes con pequeñas diferencias de temperaturas. Además del calor *latente* h_{fg}, son importantes otros dos parámetros para caracterizar el proceso, a saber, la *tensión superficial* σ entre la interfaz líquido-vapor y la *diferencia de densidad* entre las dos fases. Esta diferencia induce una *fuerza de empuje*, que es proporcional a $g(\rho_l - \rho_v)$. A causa de los efectos combinados del calor latente y del flujo impulsado por empuje, los coeficientes y transferencias de calor por ebullición y condensación son por lo general mucho mayores que los característicos de la transferencia de calor por convección sin cambio de fase.

Muchos problemas de ingeniería incluyen ebullición y condensación. Por ejemplo, ambos procesos son esenciales para todos los ciclos de potencia y refrigeración. En un ciclo de potencia, un líquido presurizado se convierte en vapor en una *caldera*. Después de la expansión en una turbina, el vapor se restablece a su estado líquido en un *condensador*, luego de lo cual se bombea a la caldera para repetir el ciclo. Los evaporadores, en los que ocurre el proceso de ebullición, y los condensadores también son componentes esenciales en los ciclos de refrigeración por compresión de vapor. El diseño racional de tales componentes señala que los procesos de cambio de fase asociados deben ser bien entendidos.

10.1 *Parámetros adimensionales en la ebullición y la condensación*

En nuestro tratamiento de los fenómenos de capa límite (sección 6.6), quitamos las dimensiones de las ecuaciones gobernantes para identificar los grupos adimensionales relevantes. Este enfoque aumenta nuestra comprensión de los mecanismos físicos relacionados y sugiere procedimientos simplificados para generalizar y representar los resultados de la transferencia de calor.

Puesto que es difícil desarrollar ecuaciones de gobierno para los procesos de ebullición y condensación, los parámetros adimensionales apropiados se obtienen mediante el teorema pi de Buckingham [1]. Para ambos procesos, el coeficiente de convección puede depender de la diferencia entre las temperaturas de la superficie y de saturación, $\Delta T = |T_s - T_{sat}|$, la fuerza de cuerpo que surge de la diferencia de densidad líquido-vapor, $g(\rho_l - \rho_v)$, el calor latente h_{fg}, la tensión superficial σ, una longitud característica L, y las propiedades termofísicas del líquido o del vapor: ρ, c_p, k, μ

Es decir,

$$h = h[\Delta T, g(\rho_l - \rho_v), h_{fg}, \sigma, L, \rho, c_p, k, \mu] \tag{10.1}$$

Dado que hay 10 variables en 5 dimensiones (m, kg, s, J, K), habrá (10 − 5) = 5 pi grupos, que se pueden expresar en las siguientes formas:

$$\frac{hL}{k} = f\left[\frac{\rho g(\rho_l - \rho_v)L^3}{\mu^2}, \frac{c_p\,\Delta T}{h_{fg}}, \frac{\mu c_p}{k}, \frac{g(\rho_l - \rho_v)L^2}{\sigma}\right] \tag{10.2a}$$

o, con la definición de los grupos adimensionales,

$$Nu_L = f\left[\frac{\rho g(\rho_l - \rho_v)L^3}{\mu^2}, Ja, Pr, Bo\right] \tag{10.2b}$$

Los números de Nusselt y de Prandtl son conocidos de nuestros primeros análisis de convección de una sola fase. Los nuevos parámetros adimensionales son el número de Jakob, *Ja*, el número de Bond, *Bo*, y un parámetro sin nombre que tiene gran semejanza con el número de Grashof (*véase* la ecuación 9.12). Este parámetro sin nombre representa el efecto del movimiento del fluido inducido por empuje sobre la transferencia de calor. El número de Jakob, denominado por Max Jakob en honor de su primer trabajo sobre el fenómeno del cambio de fase, es la razón de la energía sensible máxima absorbida por el líquido (vapor) a la energía latente absorbida por el líquido (vapor) durante la condensación (ebullición). En muchas aplicaciones, la energía sensible es mucho menor que la energía latente y *Ja* tiene un valor numérico pequeño. El número de Bond es la razón de la fuerza de cuerpo gravitacional a la fuerza de tensión superficial. En las secciones siguientes, delinearemos el papel de estos parámetros en la ebullición y la condensación.

10.2 Modos de ebullición

Cuando ocurre la evaporación en una interfaz sólido-líquido se denomina *ebullición*. El proceso ocurre cuando la temperatura de la superficie T_s excede la temperatura de saturación T_{sat} que corresponde a la presión del líquido. El calor se transfiere de la superficie sólida al líquido, y la forma apropiada de la ley de enfriamiento de Newton es

$$q_s'' = h(T_s - T_{sat}) = h\Delta T_e \tag{10.3}$$

donde $\Delta T_e \equiv T_s - T_{sat}$ se denomina *exceso de temperatura*. El proceso se caracteriza por la formación de burbujas de vapor, que crecen y posteriormente se separan de la superficie. Las burbujas de vapor crecen y la dinámica depende, de forma complicada, del exceso de temperatura, la naturaleza de la superficie y las propiedades termofísicas del fluido, como su tensión superficial. A su vez, la dinámica de la formación de burbujas de vapor afecta al movimiento del fluido cerca de la superficie y por tanto influye en alto grado en el coeficiente de transferencia de calor.

La ebullición puede ocurrir bajo varias condiciones. Por ejemplo, en la *ebullición de alberca* el líquido está en reposo y su movimiento cerca de la superficie se debe a la convección libre y a la mezcla inducida por el crecimiento de las burbujas y su se-

paración. Por el contrario, para la *ebullición de convección forzada*, el movimiento del fluido es inducido por medios externos, así como por convección libre y por la mezcla inducida por las burbujas. La ebullición también se puede clasificar según sea *subenfriada* o *saturada*. En la ebullición subenfriada, la temperatura del líquido está por debajo de la temperatura de saturación y las burbujas que se forman en la superficie se pueden condensar en el líquido. Por el contrario, la temperatura del líquido excede ligeramente la temperatura de saturación en la *ebullición saturada*. Las burbujas que se forman en la superficie se impulsan a través del líquido mediante las fuerzas de empuje y finalmente escapan de una superficie libre.

10.3 *Ebullición de alberca*

La *ebullición de alberca saturada*, como se muestra en la figura 10.1, se ha estudiado de forma extensa. Aunque hay una disminución pronunciada en la temperatura del líquido cerca de la superficie sólida, la temperatura a través de la mayor parte del líquido permanece ligeramente por arriba de la saturación. Las burbujas que se generan en la interfaz líquido-sólido se elevan y se transportan a través de la interfaz líquido-vapor. Una apreciación de los mecanismos físicos fundamentales se puede obtener al examinar la *curva de ebullición*.

10.3.1 Curva de ebullición

Nukiyama [2] fue el primero en identificar diferentes regímenes de ebullición de alberca con el uso del aparato de la figura 10.2. El flujo de calor de un alambre de nicromo horizontal al agua saturada se determinó mediante la medición del flujo de corriente y de la caída de potencial E. La temperatura del alambre se determinó del conocimiento de la manera en la que su resistencia eléctrica varió con la temperatura. Este arreglo se denomina calentamiento *de potencia controlada*, en donde la temperatura del alambre (y de aquí el exceso de temperatura ΔT_e) es la variable dependiente y la fijación de la potencia (y por ello el flujo de calor q''_s) es la variable independiente. Al seguir las flechas de la *curva de calentamiento* de la figura 10.3, es evidente que conforme se aplica la potencia, el flujo de calor aumenta, primero lentamente y después con gran rapidez, con el exceso de temperatura.

Nukiyama observó que la ebullición, evidenciada por la presencia de burbujas, no comenzó hasta que $\Delta T_e \approx 5°C$. Con el posterior incremento en la potencia, el flujo

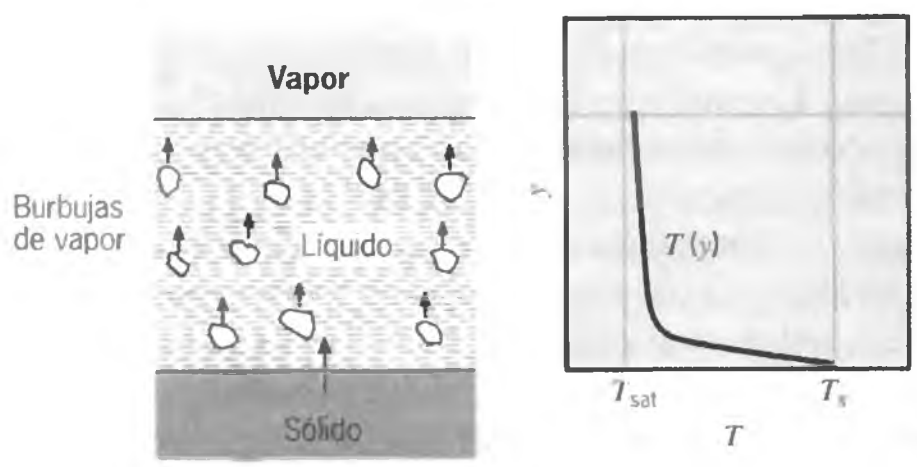


Figura 10.1 Distribución de temperatura en la ebullición de alberca saturada en una interfaz líquido-vapor.

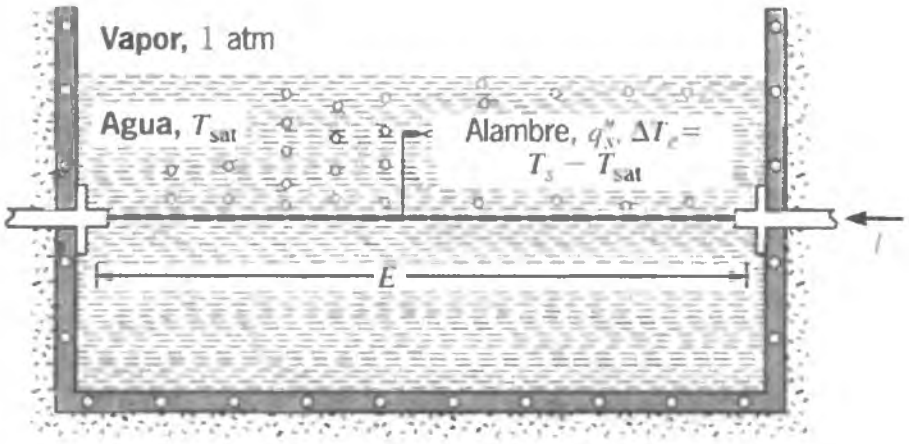


FIGURA 10.2 Aparato de calentamiento de potencia controlada de Nukiyama para la demostración de la curva de ebullición.

calor aumentó a niveles muy altos hasta que, *de súbito*, para un valor ligeramente más grande que $q''_{máx}$, la temperatura del alambre saltó al punto de fusión y se quemó. Sin embargo, al repetir el experimento con un alambre de *platino* que tiene un punto de fusión más alto (2054 K contra 1500 K), Nukiyama fue capaz de mantener flujos de calor por arriba de $q''_{máx}$ sin que se fundiera el alambre. Cuando posteriormente redujo la potencia, la variación de ΔT_e con q''_s siguió la *curva de enfriamiento* de la figura 10.3. Cuando el flujo de calor alcanzó el punto mínimo $q''_{mín}$, una disminución adicional en la potencia ocasionó que el exceso de temperatura cayera abruptamente, y el proceso siguió la curva original de calentamiento de regreso al punto de saturación.

Nukiyama pensó que el efecto de histéresis de la figura 10.3 era una consecuencia del método de calentamiento de potencia controlada, donde ΔT_e es una variable dependiente. También pensó que con el uso de un proceso de calentamiento que permitiera el control independiente de ΔT_e, se podría obtener la parte perdida (punteada) de la curva. Esta conjetura la confirmaron posteriormente Drew y Mueller [3]. Mediante la condensación de vapor dentro de un tubo a diferentes presiones, fueron capaces de controlar el valor de ΔT_e para la ebullición de un fluido orgánico de bajo punto de ebullición en la superficie externa del tubo y por ello obtener la parte perdida de la curva de ebullición.

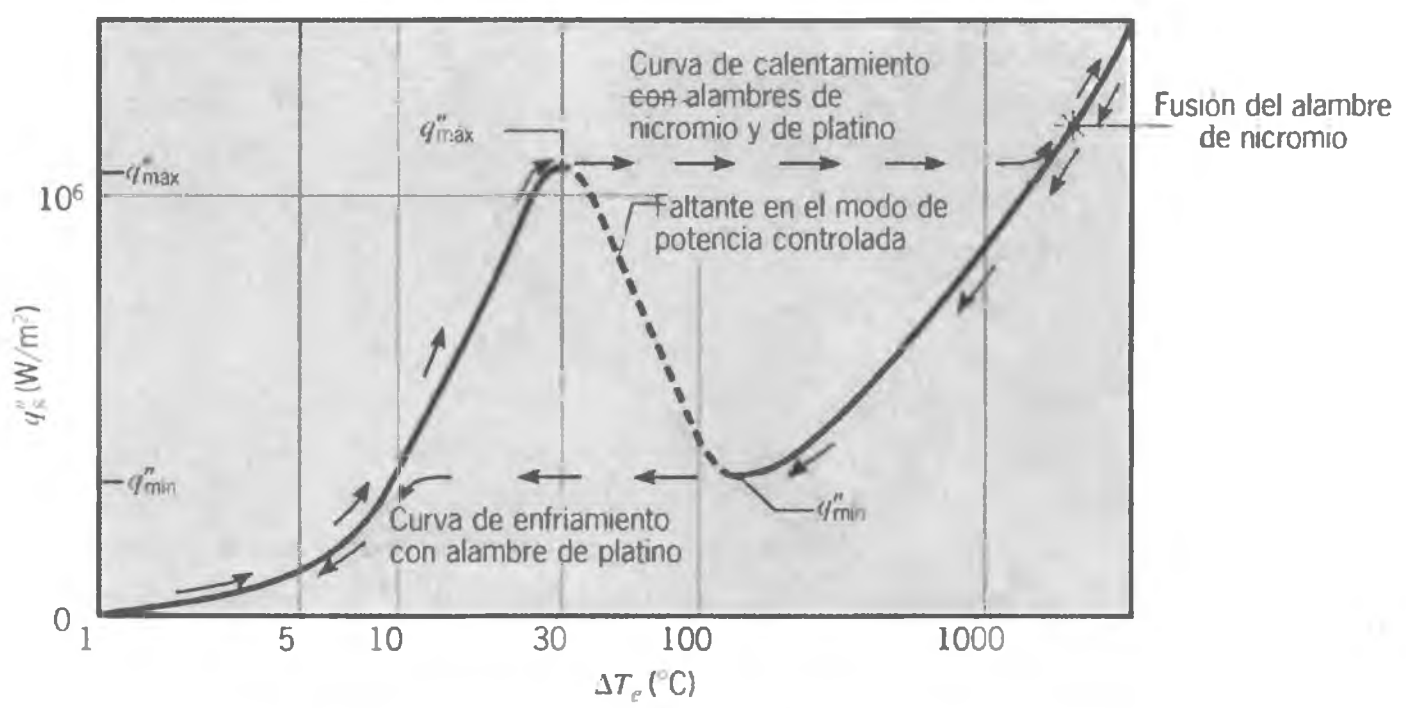


FIGURA 10.3 Curva de ebullición de Nukiyama para agua saturada a presión atmosférica.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

10.3.2 Modos de ebullición de alberca

Se puede obtener una apreciación de los mecanismos físicos básicos al examinar los diferentes modos, o regímenes, de la ebullición de alberca. Estos regímenes se identifican en la curva de ebullición de la figura 10.4. La curva específica pertenece a agua a 1 atm, aunque tendencias similares caracterizan el comportamiento de otros fluidos. De la ecuación 10.3 notamos que q_s'' depende del coeficiente de convección h, y también del exceso de temperatura ΔT_e. Se pueden delinear diferentes regímenes de ebullición de acuerdo con el valor de ΔT_e.

Ebullición de convección libre Se dice que existe la ebullición de convección libre si $\Delta T_e \leq \Delta T_{e,A}$ donde $\Delta T_{e,A} \approx 5°C$. En este régimen hay insuficiente vapor en contacto con la fase líquida para ocasionar la ebullición a la temperatura de saturación. Como el exceso de temperatura aumenta, finalmente ocurrirá el inicio del burbujeo, pero por debajo del punto A (denominado *inicio de la ebullición nucleada*, ONB, por sus siglas en inglés), el movimiento del fluido se determina principalmente por los efectos de convección libre. Dependiendo si el flujo es laminar o turbulento, h varía como ΔT_e a la potencia $\frac{1}{4}$ o $\frac{1}{3}$, respectivamente, en cuyo caso q_s'' varía como ΔT_e a la potencia $\frac{5}{4}$ o $\frac{4}{3}$.

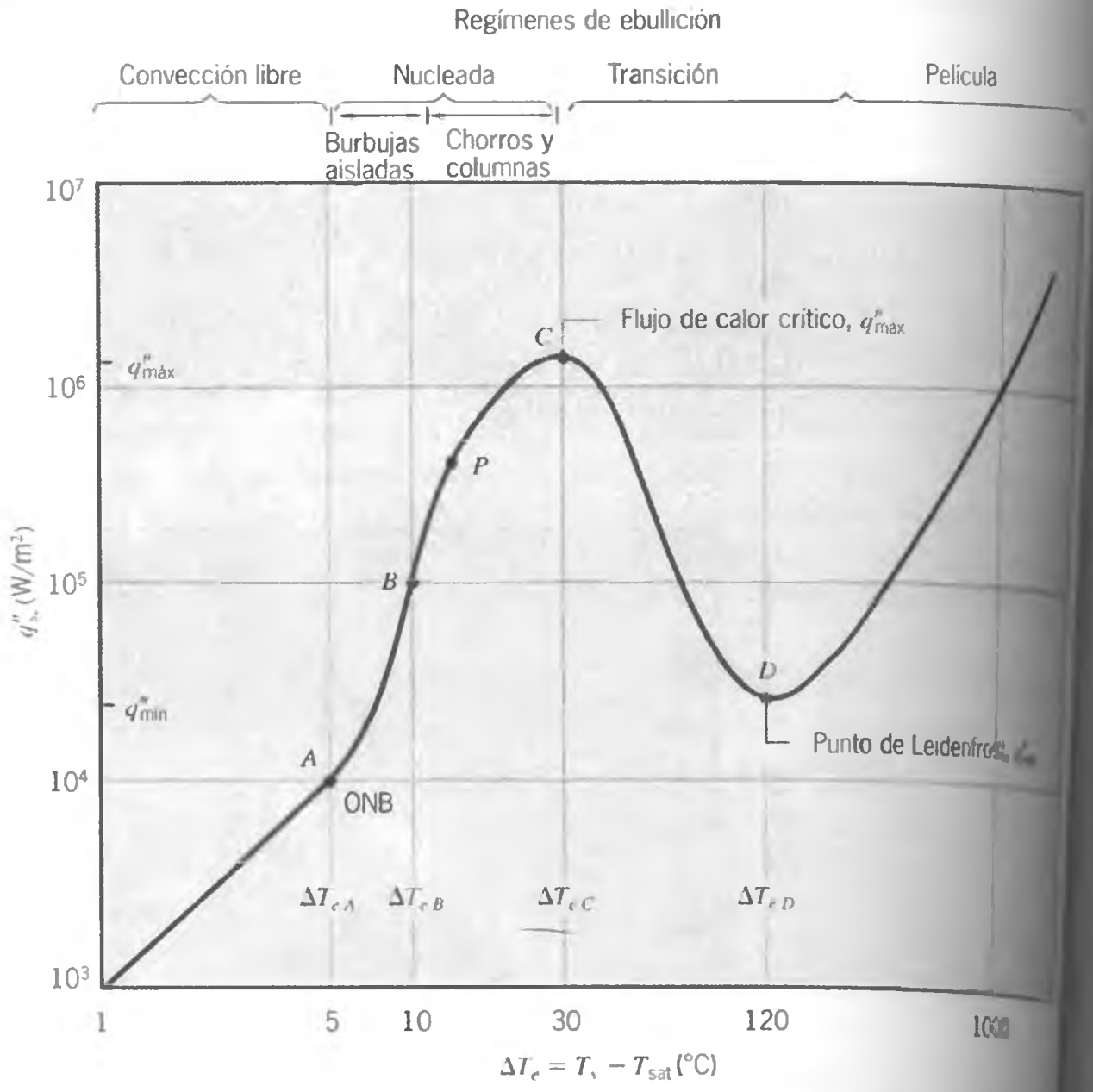


Figura 10.4 Curva típica de ebullición para agua a 1 atm: flujo de calor superficial q_s'' como función del exceso de temperatura, $\Delta T_e \equiv T_s - T_{sat}$.

Ebullición nucleada La ebullición nucleada existe en el dominio $\Delta T_{e,A} \leq \Delta T_e \leq \Delta T_{e,C}$, donde $\Delta T_{e,C} \approx 30°C$. En este intervalo, se pueden distinguir dos regímenes de flujo diferentes. En la región *A–B*, se forman *burbujas aisladas* en los lugares de nucleación y se separan de la superficie, como se ilustra en la figura 10.2. Esta separación induce una mezcla considerable de fluido cerca de la superficie, lo que aumenta de forma sustancial h y q''_s. En este régimen la mayor parte del intercambio de calor es a través de la transferencia directa de la superficie al líquido en movimiento en la superficie, y no a través de burbujas de vapor que se elevan de la superficie. Como ΔT_e aumenta más allá de $\Delta T_{e,B}$, se activan más lugares de nucleación y la formación creciente de burbujas ocasiona la interferencia y fusión de las burbujas. En la región *B–C*, el vapor escapa como *chorros* o *columnas*, que posteriormente se unirán en flujos de vapor. Esta condición se ilustra en la figura 10.5*a*. La interferencia entre las burbujas densamente pobladas inhibe el movimiento del líquido cerca de la superficie. El punto *P* de la figura 10.4 corresponde a una inflexión en la curva de ebullición en que el coeficiente de transferencia de calor es un máximo. En este punto h comienza a disminuir al aumentar ΔT_e, aunque q''_s que es el producto de h y ΔT_e, continúa aumentando. Esta tendencia resulta porque, para $\Delta T_e > \Delta T_{e,P}$, el aumento relativo en ΔT_e excede la reducción relativa en h. En el punto *C*, sin embargo, un aumento adicional en ΔT_e está balanceado por la reducción en h. El flujo de calor máximo, $q''_{s,C} = q''_{\text{máx}}$, normalmente se denomina *flujo crítico de calor*, y en agua a presión atmosférica excede 1 MW/m^2. En el punto de este máximo, se forma considerable vapor, lo que hace difícil para el líquido humedecer continuamente la superficie.

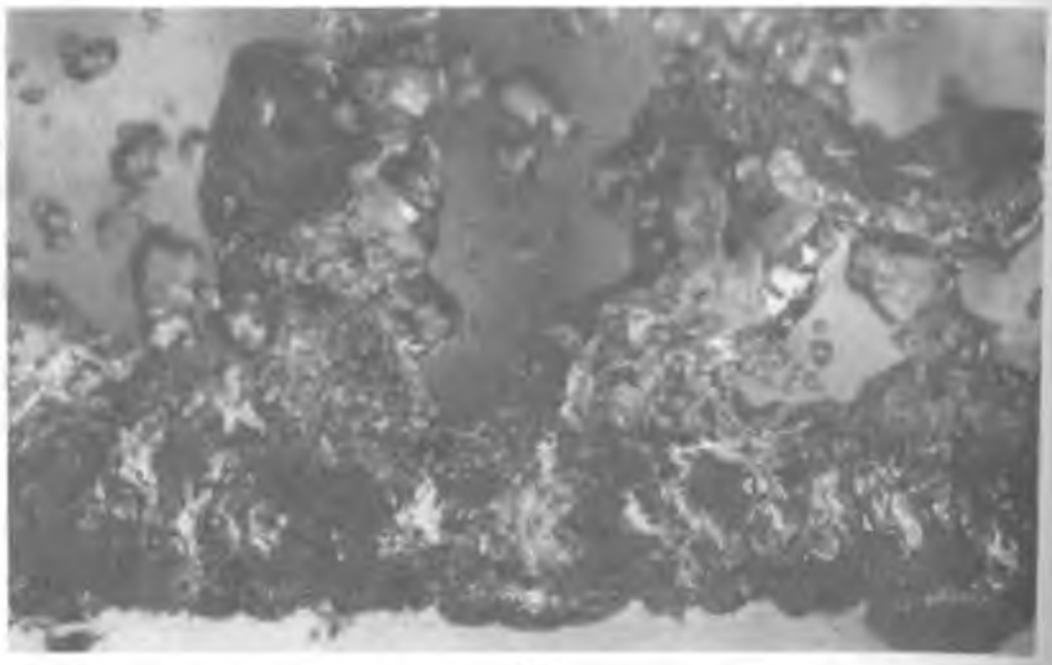
Como la transferencia de calor y los coeficientes de convección altos se asocian con pequeños valores del exceso de temperatura, es deseable operar muchos dispositivos de ingeniería en el régimen de ebullición nucleada. La magnitud aproximada del coeficiente de convección se puede inferir mediante el uso de la ecuación 10.3 con la curva de ebullición de la figura 10.4. Al dividir q''_s por ΔT_e, es evidente que los coeficientes de convección que exceden de 10^4 W/m$^2 \cdot$ K son característicos de este régimen. Estos valores son considerablemente mayores que los que normalmente corresponden a la convección sin cambio de fase.

Ebullición de transición La región que corresponde a $\Delta T_{e,C} \leq \Delta T_e \leq \Delta T_{e,D}$, donde $\Delta T_{e,D} \approx 120°C$, se denomina *ebullición de transición*, *ebullición de película inestable*, o *ebullición de película parcial*. La formación de burbujas ahora es tan rápida que una película de vapor o manto se comienza a formar en la superficie. En cualquier punto sobre la superficie, las condiciones pueden oscilar entre la ebullición de película y la nucleada, pero la fracción de la superficie total cubierta por la película aumenta al aumentar ΔT_e. Como la conductividad térmica del vapor es mucho menor que la del líquido, h (y q''_s) debe disminuir al aumentar ΔT_e.

Ebullición de película La ebullición de película existe para $\Delta T_e \geq \Delta T_{e,D}$. En el punto *D* de la curva de ebullición, denominado *punto de Leidenfrost*, el flujo de calor es un mínimo, $q''_{s,D} = q''_{\text{mín}}$, y la superficie está completamente cubierta por un *manto de vapor*. La transferencia de calor de la superficie al líquido ocurre por la conducción a través del vapor. Fue Leidenfrost quien en 1756 observó que las gotas de agua sostenidas por la película de vapor se consumen lentamente conforme se mueven por una superficie caliente. A medida que la temperatura de la superficie aumenta, la radiación a través de la película de vapor se hace significativa y el flujo de calor aumenta al aumentar ΔT_e.



(*a*)



(*b*)



(*c*)

Figura 10.5 Ebullición de metanol en un tubo horizontal. (*a*) Ebullición nucleada en el régimen de chorros y columnas. (*b*) Ebullición por transición. (*c*) Ebullición de película. Fotografías cortesía del profesor J. W. Westwater, Universidad de Illinois en Champaign-Urbana.

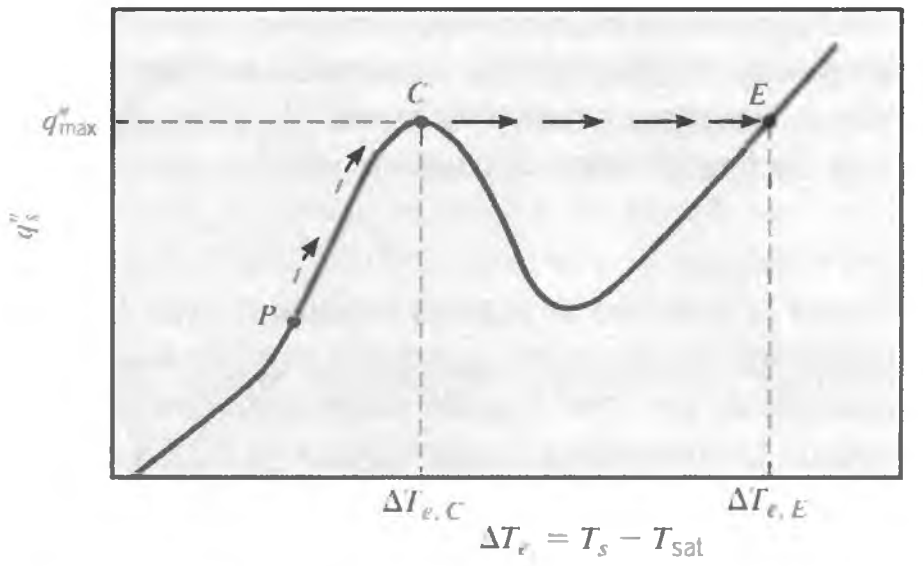


FIGURA 10.6 Inicio de la crisis de ebullición.

La figura 10.5 ilustra la naturaleza de la formación de vapor y la dinámica de las burbujas asociadas con la ebullición nucleada, ebullición de transición, y ebullición de película. Las fotografías se obtuvieron para la ebullición de metanol en un tubo horizontal.

Aunque el análisis anterior de la curva de ebullición supone que se puede mantener un control sobre T_s, es importante recordar el experimento de Nukiyama y las muchas aplicaciones que implican controlar q''_s (por ejemplo en un reactor nuclear o en un dispositivo calentador de resistencia eléctrica). Considere iniciar en algún punto P en la figura 10.6 y gradualmente aumentar q''_s. El valor de ΔT_e, y de aquí el valor de T_s, también aumentarán, siguiendo la curva de ebullición al punto C. Sin embargo, cualquier aumento en q''_s más allá de este punto inducirá una salida pronunciada de la curva de ebullición en la que las condiciones de la superficie cambian de forma abrupta de $\Delta T_{e,C}$ a $\Delta T_{e,E} \equiv T_{s,E} - T_{sat}$. Como $T_{s,E}$ puede exceder el punto de fusión del sólido, puede ocurrir la destrucción o falla del sistema. Por esta razón el punto C a menudo se denomina *punto de consumo* o *crisis de ebullición*, y el conocimiento preciso del flujo de calor crítico (CHF, por sus siglas en inglés), $q''_{s,C} \equiv q''_{máx}$, es importante. Podemos querer operar una superficie de transferencia de calor cerca de este valor, pero raramente desearemos excederlo.

10.4 *Correlaciones de ebullición de alberca*

A partir de la forma de la curva de ebullición y del hecho de que varios mecanismos físicos caracterizan los diferentes regímenes, no es sorprendente que exista una multiplicidad de correlaciones de transferencia de calor para el proceso de ebullición. Para la región por debajo de $\Delta T_{e,A}$ de la curva de ebullición (figura 10.4), se pueden usar las correlaciones de convección libre a propósito del capítulo 9 para estimar los coeficientes de transferencia de calor y las transferencias de calor. En esta sección revisamos algunas de las correlaciones que se utilizan de forma más amplia para la ebullición nucleada y de película.

10.4.1 Ebullición nucleada de alberca

El análisis de la ebullición nucleada requiere la predicción del número de lugares de nucleación superficial y la rapidez a la que se originan las burbujas desde cada sitio.

Mientras que los mecanismos asociados con este régimen de ebullición se han estudiado de manera extensa, aún no se han desarrollado modelos matemáticos completos y confiables. Yamagata y otros [4] fueron los primeros en mostrar la influencia de los lugares de nucleación sobre la transferencia de calor mediante la relación

$$q_s'' = C\,\Delta T_e^{a}\,n^{b} \tag{10.4}$$

donde n es la densidad de lugares (lugares activos de nucleación por unidad de área) y los exponentes son aproximadamente $a = 1.2$ y $b = \frac{1}{3}$. Aunque C y n varían de manera considerable de una combinación fluido-superficie a otra, se ha encontrado que, para la mayoría de las superficies comerciales, $n \propto \Delta T_e^{5}$ o ΔT_e^{6}. Por ello, de la ecuación 10.4 se sigue que q_s'' es aproximadamente proporcional a ΔT_e^{3}.

La dependencia anterior de q_s'' respecto a ΔT_e caracteriza la primera y más de correlación para la ebullición nucleada, que desarrolló Rohsenow [5],

$$q_s'' = \mu_l h_{fg}\left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2}\left(\frac{c_{p,l}\,\Delta T_e}{C_{s,f}\,h_{fg}\,Pr_l^{n}}\right)^{3} \tag{10.5}$$

donde los subíndices l y v, respectivamente, denotan los estados de líquido saturado y de vapor. La aparición de la tensión superficial σ (N/m) se sigue del efecto significativo que esta propiedad del fluido tiene sobre la formación y desarrollo de burbujas (véase el problema 10.3). EL coeficiente $C_{s,f}$ y el exponente n dependen de la combinación superficie-líquido, y en la tabla 10.1 se presentan valores representativos. Valores para otras combinaciones superficie-líquido se pueden obtener en la literatura [6, 7]. Los valores de tensión superficial y del calor latente de vaporización para el agua se presentan en la tabla A.6 y para fluidos selectos en la tabla A.5. Valores para otros líquidos se pueden obtener en cualquier edición reciente del *Handbook of Chemistry and Physics*. Es evidente que la correlación empírica, ecuación 10.5, no contiene de forma explícita los parámetros adimensionales identificados por la ecuación 10.2. Nótese, sin embargo, que el número de Jakob $Ja = c_{p,l}\,\Delta T_e/h_{fg}$ y el número de Prandtl están presentes y que $q_s'' \propto Ja^{3}Pr^{-3n}$.

Tabla 10.1 Valores de $C_{s,f}$ para varias combinaciones superficie-fluido [5–7]

Combinación superficie-fluido	$C_{s,f}$	n
Agua-cobre		
Estriada	0.0068	1.0
Pulida	0.0130	1.0
Agua-acero inoxidable		
Grabado químicamente	0.0130	1.0
Pulido mecánicamente	0.0130	1.0
Molido y pulido	0.0060	1.0
Agua-bronce	0.0060	1.0
Agua-níquel	0.006	1.0
Agua-platino	0.0130	1.0
n-Pentano-cobre		
Pulida	0.0154	1.7
Sobrepuesta	0.0049	1.7
Benceno-cromo	0.101	1.7
Alcohol etílico-cromo	0.0027	1.7

La correlación de Rohsenow se aplica sólo para superficies limpias. Cuando se utiliza para estimar el flujo de calor, los errores pueden ascender al ±100%. Sin embargo, como $\Delta T_e \propto (q''_s)^{1/3}$, este error se reduce por un factor de 3 cuando la expresión se utiliza para estimar ΔT_e a partir del conocimiento de q''_s. También, como $q''_s \propto h_{fg}^{-2}$ y h_{fg} disminuye al aumentar la presión de saturación (temperatura), el flujo de calor por ebullición nucleada aumenta conforme el líquido se presuriza.

10.4.2 Flujo crítico de calor para ebullición de alberca nucleada

Reconocemos que el flujo crítico de calor, $q''_{s,C} = q''_{\text{máx}}$, representa un punto importante sobre la curva de ebullición. Podemos querer operar un proceso de ebullición cerca de este punto, pero apreciamos el peligro de disipar esta cantidad de calor en exceso. Kutateladze [8], a través de un análisis dimensional, y Zuber [9], mediante un análisis de estabilidad hidrodinámica, obtuvieron una expresión de la forma

$$q''_{\text{máx}} = \frac{\pi}{24} h_{fg}\rho_v \left[\frac{\sigma g(\rho_l - \rho_v)}{\rho_v^2}\right]^{1/4} \left(\frac{\rho_l + \rho_v}{\rho_l}\right)^{1/2} \tag{10.6}$$

que, como primera aproximación, es independiente del material de la superficie y sólo es débilmente dependiente de la geometría. Reemplazando la constante de Zuber ($\pi/24$) = 0.131 por un valor experimental de 0.149 [10] y aproximando el último término en paréntesis por la unidad, la ecuación 10.6 se convierte en

$$q''_{\text{máx}} = 0.149 h_{fg}\rho_v \left[\frac{\sigma g(\rho_l - \rho_v)}{\rho_v^2}\right]^{1/4} \tag{10.7}$$

En principio, como esta expresión se aplica a una superficie de calentamiento experimental de extensión infinita, no hay longitud característica; en la práctica, sin embargo, la expresión es aplicable si la longitud característica es grande comparada con el parámetro de diámetro medio de burbuja D_b (véase el problema 10.16). Si la razón de la longitud característica de calentamiento a D_b, que es el número de Bond, es menor que 3, se debe aplicar un factor de corrección a la ecuación 10.7. Lienhard y Dhir [11] desarrollaron tales factores de corrección para diferentes geometrías que incluyen placas, cilindros, esferas, y cintas orientadas vertical y horizontalmente.

Es importante notar que el flujo crítico de calor depende fuertemente de la presión, principalmente a través de la dependencia de presión de la tensión superficial y del calor de vaporización. Cichelli y Bonilla [12] demostraron experimentalmente que el flujo pico aumenta con la presión hasta un tercio de la presión crítica, después de lo cual cae a cero en la presión crítica.

10.4.3 Flujo mínimo de calor

El régimen de ebullición de transición es de poco interés práctico, pues sólo se puede obtener mediante el control de la temperatura de calentamiento superficial. Como no se ha desarrollado ninguna teoría adecuada para este régimen, las condiciones se pueden caracterizar por un contacto *inestable* periódico entre el líquido y la superficie caliente. Sin embargo, el límite superior de este régimen es de interés, ya que corresponde a la formación de un manto o película *estable* de vapor y a una condición de flujo mínimo de calor. Si el flujo de calor cae por debajo de este mínimo, la película se desplomará, provocando que la superficie se enfríe y que se restablezca la ebullición nucleada.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Zuber [9] usó la teoría de estabilidad para derivar la siguiente expresión para el flujo mínimo de calor $q''_{s,D} = q''_{\text{mín}}$, de una placa horizontal grande.

$$q''_{\text{mín}} = C\rho_v h_{fg}\left[\frac{g\sigma(\rho_l - \rho_v)}{(\rho_l + \rho_v)^2}\right]^{1/4} \tag{10.8}$$

Berenson [13] determinó de forma experimental la constante, $C = 0.09$. Este resultado es exacto aproximadamente al 50% para la mayoría de los fluidos a presiones moderadas pero proporciona estimaciones más pobres a presiones más altas [14]. Se obtiene un resultado similar para cilindros horizontales [15].

10.4.4 Ebullición de alberca de película

A excesos de temperatura más allá del punto de Leidenfrost, una película continua de vapor cubre la superficie y no hay contacto entre la fase líquida y la superficie. Como las condiciones en la película estable de vapor mantienen gran fuerte semejanza con las de la condensación de película laminar (sección 10.7), se acostumbra basar las correlaciones de ebullición de película sobre los resultados que se obtienen de la teoría de condensación. Uno de tales resultados, que se aplica a la ebullición de película sobre un cilindro o esfera de diámetro D, es de la forma

$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}_{\text{conv}} D}{k_v} = C\left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)h'_{fg}D^3}{\nu_v k_v (T_s - T_{\text{sat}})}\right]^{1/4} \tag{10.9}$$

La constante de correlación C es 0.62 para cilindros horizontales [16] y 0.67 para esferas [11]. El calor latente corregido h'_{fg} explica la energía sensible que se requiere para mantener temperaturas dentro del manto de vapor por arriba de la temperatura de saturación. Aunque se puede aproximar como $h'_{fg} = h_{fg} + 0.80c_{p,v}(T_s - T_{\text{sat}})$, se sabe que depende débilmente del número de Prandtl del vapor [17]. Las propiedades del vapor se evalúan a la temperatura de película, $T_f = (T_s + T_{\text{sat}})/2$, y la densidad del líquido se evalúa a la temperatura de saturación.

A temperaturas superficiales elevadas ($T_s \gtrsim 300°\text{C}$), la transferencia de calor a través de la película de vapor se hace significativa. Como la radiación actúa para aumentar el espesor de la película, no es razonable suponer que los procesos radiativo y convectivo son simplemente aditivos. Bromley [16] investigó la ebullición de película de la superficie externa de tubos horizontales y sugirió calcular el coeficiente de transferencia de calor total a partir de una ecuación trascendental de la forma

$$\bar{h}^{4/3} = \bar{h}^{4/3}_{\text{conv}} + \bar{h}_{\text{rad}}\bar{h}^{1/3} \tag{10.10}$$

Si $\bar{h}_{\text{rad}} < \bar{h}_{\text{conv}}$, se puede usar una forma más simple:

$$\bar{h} = \bar{h}_{\text{conv}} + \tfrac{3}{4}\bar{h}_{\text{rad}} \tag{10.10}$$

El coeficiente de radiación efectivo $\bar{h}_{\text{rad}}$ se expresa como

$$\bar{h}_{\text{rad}} = \frac{\varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{\text{sat}}^4)}{T_s - T_{\text{sat}}} \tag{10.}$$

donde ε es la emisividad del sólido (tabla A.11) y σ es la constante de Stefan-Boltzmann.

Advierta que la analogía entre la ebullición de película y la condensación de película no es válida para superficies pequeñas con alta curvatura debido a la gran disparidad entre los espesores de las películas de vapor y de líquido para los dos procesos. La analogía también es cuestionable para una superficie vertical, aunque se han obtenido predicciones satisfactorias para condiciones limitadas.

10.4.5 Efectos paramétricos sobre la ebullición de alberca

En esta sección consideramos brevemente otros parámetros que pueden afectar la ebullición de alberca, confinando nuestra atención al campo gravitacional, subenfriamiento de líquido, y condiciones de superficie sólida.

La influencia del *campo gravitacional* sobre la ebullición se debe considerar en aplicaciones que implican desplazamiento y maquinaria rotatoria. Esta influencia es evidente en la aparición de aceleración gravitacional g en las expresiones anteriores. Siegel [18], en su revisión de los efectos de gravedad baja, confirma que la dependencia de $g^{1/4}$ en las ecuaciones 10.7, 10.8, y 10.9 (para los flujos de calor máximo y mínimo, y para la ebullición de película) es correcta para valores de g tan bajos como 0.10 m/s^2. Para ebullición nucleada, sin embargo, la evidencia indica que el flujo de calor es casi independiente de la gravedad, que contrasta con la dependencia de $g^{1/2}$ de la ecuación 10.5. Por arriba de las fuerzas gravitacionales normales muestra efectos similares, aunque cerca del ONB, la gravedad puede influir en la convección de burbujas inducidas.

Si el líquido en un sistema de ebullición de alberca se mantiene a una temperatura menor que la temperatura de saturación, se dice que el líquido está *subenfriado*, donde $\Delta T_{sub} \equiv T_{sat} - T_l$. En el régimen de convección natural, el flujo de calor aumenta normalmente como $(T_s - T_l)^{5/4}$ o $(\Delta T_e + \Delta T_{sub})^{5/4}$. Por el contrario, para ebullición nucleada, la influencia del subenfriamiento se considera insignificante, aunque se sabe que los flujos de calor máximo y mínimo, $q''_{máx}$ y $q''_{mín}$, aumentan linealmente con ΔT_{sub}. Para ebullición de película. El flujo de calor aumenta fuertemente con el aumento de ΔT_{sub}.

La influencia de la *rugosidad de la superficie* (de fabricación, por estriado o por limpiado con chorro de arena) sobre los flujos de calor máximo y mínimo y sobre la ebullición de película, es insignificante. Sin embargo, como demostrara Berensen [19], la aspereza superficial aumentada puede ocasionar un incremento grande en el flujo de calor para el régimen de ebullición nucleada. Esta influencia se puede apreciar al considerar la correlación de Yamagata de la ecuación 10.4. Como se ilustra en la figura 10.7, una superficie áspera tiene numerosas cavidades que sirven para atrapar vapor, lo que proporciona más y mayores lugares para el crecimiento de burbujas. Se sigue que la densidad de lugares de nucleación para una superficie rugosa puede ser sustancialmente mayor que la de una superficie lisa. Sin embargo, bajo ebullición prolongada, los efec-

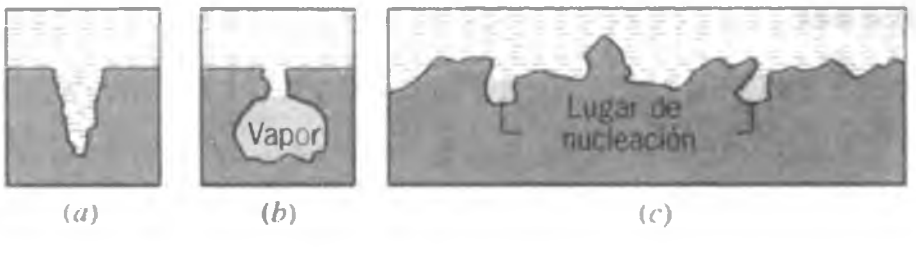


FIGURA 10.7 Formación de lugares de nucleación. (*a*) Cavidad mojada sin vapor atrapado. (*b*) Cavidad entrante con vapor atrapado. (*c*) Perfil alargado de una superficie rugosa.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

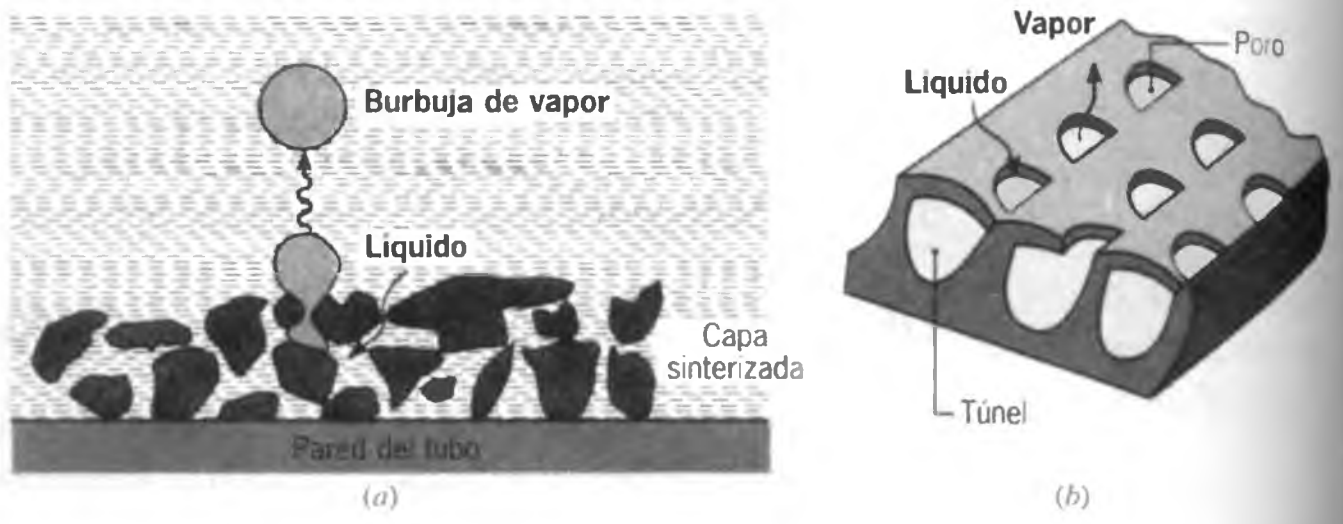


Figura 10.8 Superficies típicas de aumento estructurado mediante el incremento de la ebullición nucleada. (*a*) Recubrimiento metálico sinterizado. (*b*) Cavidad entrante doble formada por medios mecánicos.

tos de la rugosidad de la superficie por lo general disminuyen, lo que indica que los nuevos lugares grandes creados por la rugosidad no son fuentes estables de vapor atrapado.

Se dispone comercialmente de arreglos superficiales especiales que proporcionan un *incremento* estable (*aumento*) de la ebullición nucleada y Webb [20] los ha revisado. Las *superficies aumentadas* son de dos tipos: (1) recubrimientos de material muy poroso formado por sinterización, soldadura, rociado por llama, deposición electrolítica, o espumación, y (2) cavidades entrantes dobles, labradas o formadas mecánicamente para asegurar que se atrape vapor de forma continua (*véase* la figura 10.8). Tales superficies proporcionan la renovación continua de vapor en los lugares de nucleación y el aumento de la transferencia de calor por más de un orden de magnitud. Las técnicas activas de aumento, como deslizamiento-rotación de la superficie, vibración superficial, vibración del fluido, y campos electrostáticos, también fueron revisadas por Bergles [21, 22]. Sin embargo, como tales técnicas complican el sistema de ebullición y, en muchos casos, deterioran la seguridad, han encontrado poca aplicación práctica.

Ejemplo 10.1

La parte inferior de un recipiente de cobre, de 0.3 m de diámetro, se mantiene a 118°C mediante un calentador eléctrico. Estime la potencia que se requiere para hervir agua en este recipiente. ¿Cuál es la rapidez de evaporación? Estime el flujo crítico de calor.

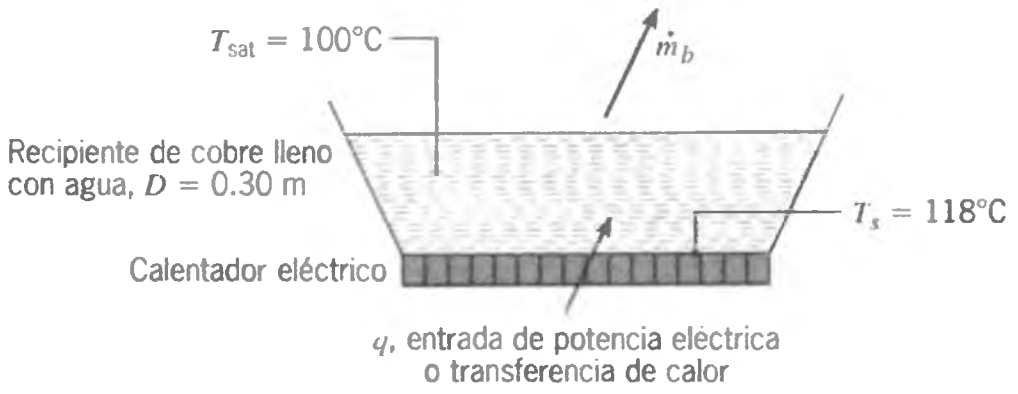
Solución

Se conoce: Ebullición de agua en un recipiente de temperatura superficial especificada.

Encontrar:

1. Potencia que requiere el calentador eléctrico para ocasionar la ebullición.
2. Rapidez de evaporación del agua debido a la ebullición.
3. Flujo crítico de calor que corresponde al punto de calcinación.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Agua expuesta a presión atmosférica estándar, 1.01 bar.
3. Agua a temperatura uniforme T_{sat} = 100°C.
4. Superficie inferior del recipiente de cobre pulido.
5. Pérdidas insignificantes del calentador a los alrededores.

Propiedades: Tabla A.6, agua saturada, líquida (100°C): $\rho_l = 1/v_f = 957.9$ kg/m^3, $c_{p,l} = c_{p,f} = 4.217$ kJ/kg · K, $\mu_l = \mu_f = 279 \times 10^{-6}$ N · s/m^2, $Pr_l = Pr_f = 1.76$, $h_{fg} = 2257$ kJ/kg, $\sigma = 58.9 \times 10^{-3}$ N/m. Tabla A.6, agua saturada, vapor (100°C): $\rho_v = 1/v_g = 0.5955$ kg/m^3.

Análisis:

1. Del conocimiento de la temperatura de saturación T_{sat} de la ebullición del agua a 1 atm y la temperatura de la superficie caliente de cobre T_s, el exceso de temperatura ΔT_e es

$$\Delta T_e \equiv T_s - T_{sat} = 118°C - 100°C = 18°C$$

De acuerdo con la curva de ebullición de la figura 10.4, ocurrirá la ebullición nucleada de alberca y la correlación que se recomienda para estimar la transferencia de calor por unidad de área de la superficie de la placa está dada por la ecuación 10.5.

$$q_s'' = \mu_l h_{fg} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2} \left(\frac{c_{p,l}\,\Delta T_e}{C_{s,f} h_{fg}\, Pr_l^n}\right)^3$$

Los valores de $C_{s,f}$ y n que corresponden a la combinación superficie pulida de cobre-agua se determinan a partir de resultados experimentales de la tabla 10.1, donde $C_{s,f} = 0.0130$ y $n = 1.0$. Al sustituir valores numéricos, el flujo de calor de ebullición es

$$q_s'' = 279 \times 10^{-6}\ \text{N} \cdot \text{s/m}^2 \times 2257 \times 10^3\ \text{J/kg} \times \left[\frac{9.8\ \text{m/s}^2\ (957.9 - 0.5955)\ \text{kg/m}^3}{58.9 \times 10^{-3}\ \text{N/m}}\right]^{1/2} \times \left(\frac{4.217 \times 10^3\ \text{J/kg} \cdot \text{K} \times 18°\text{C}}{0.0130 \times 2257 \times 10^3\ \text{J/kg} \times 1.76}\right)^3 = 789\ \text{kW/m}^2$$

De aquí, la transferencia de calor por ebullición es

$$q_s = q_s'' \times A = q_s'' \times \frac{\pi D^2}{4}$$

$$q_s = 7.89 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \times \frac{\pi(0.30 \text{ m})^2}{4} = 55.8 \text{ kW}$$

2. Bajo condiciones de estado estable toda la adición de calor al recipiente tendrá como resultado la evaporación de agua desde el mismo. Por ello

$$q_s = \dot{m}_b h_{fg}$$

donde $\dot{m}_b$ es la rapidez a la que se evapora agua desde la superficie libre al ambiente. Se sigue que

$$\dot{m}_b = \frac{q_s}{h_{fg}} = \frac{5.58 \times 10^4 \text{ W}}{2257 \times 10^3 \text{ J/kg}} = 0.0247 \text{ kg/s} = 89 \text{ kg/h}$$

3. El flujo crítico de calor para la ebullición nucleada de alberca se puede estimar a partir de la ecuación 10.7:

$$q''_{\text{máx}} = 0.149 h_{fg} \rho_v \left[\frac{\sigma g(\rho_l - \rho_v)}{\rho_v^2}\right]^{1/4}$$

Al sustituir los valores numéricos apropiados,

$$q''_{\text{máx}} = 0.149 \times 2257 \times 10^3 \text{ J/kg} \times 0.5955 \text{ kg/m}^3 \times \left[\frac{58.9 \times 10^{-3} \text{ N/m} \times 9.8 \text{ m/s}^2 (957.9 - 0.5955) \text{ kg/m}^3}{(0.5955)^2 (\text{kg/m}^3)^2}\right]^{1/4}$$

$$q''_{\text{máx}} = 1.26 \text{ MW/m}^2$$

Comentarios:

1. Advierta que el flujo crítico de calor $q''_{\text{máx}} = 1.26 \text{ MW/m}^2$ representa el flujo máximo de calor para la ebullición de agua a presión atmosférica normal. La operación del calentador a $q_s'' = 0.789 \text{ MW/m}^2$ está entonces por debajo de la condición crítica.
2. Con el uso de la ecuación 10.8, el flujo mínimo de calor en el punto de Leidenfrost es $q''_{\text{mín}} = 18.9 \text{ kW/m}^2$. Observe en la figura 10.4 que, para esta condición, $\Delta T_e \approx 120°\text{C}$.

Ejemplo 10.2

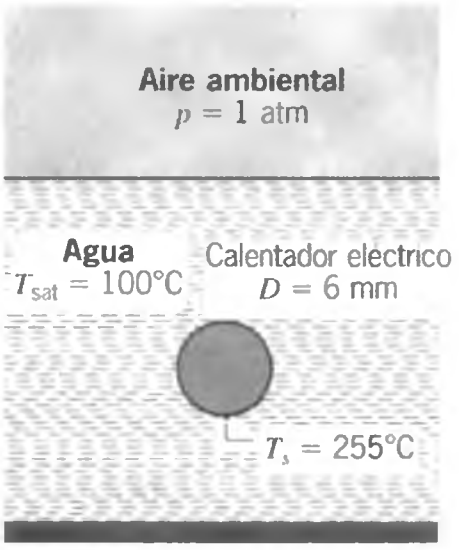
Un elemento de calentamiento revestido de metal de 6 mm de diámetro y emisividad $\varepsilon = 1$ se sumerge de forma horizontal en un baño de agua. La temperatura superficial del metal es 255°C bajo condiciones de ebullición de estado estable. Estime la disipación de potencia por unidad de longitud del calentador.

Solución

Se conoce: Ebullición desde la superficie externa de un cilindro horizontal en agua

Encontrar: Disipación de potencia por unidad de longitud para el cilindro, q'_s.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Agua expuesta a presión atmosférica estándar y a temperatura uniforme T_{sat}.

Propiedades: Tabla A.6, agua saturada, líquida (100°C): $\rho_l = 1/v_f = 957.9$ kg/m^3, $h_{fg} = 2257$ kJ/kg. Tabla A.6, vapor de agua saturada ($T_f \approx 450$ K): $\rho_v = 1/v_g = 4.808$ kg/m^3, $c_{p,v} = c_{p,g} = 2.56$ kJ/kg · K, $k_v = k_g = 0.0331$ W/m · K, $\mu_v = \mu_g = 14.85 \times 10^{-6}$ N · s/m^2.

Análisis: El exceso de temperatura es

$$\Delta T_e = T_s - T_{sat} = 255°C - 100°C = 155°C$$

De acuerdo con la curva de ebullición de la figura 10.4, se alcanzan las condiciones de ebullición de alberca de película, en cuyo caso la transferencia de calor se debe a la convección y a la radiación. La transferencia de calor se sigue de la ecuación 10.3, escrita en una base por unidad de longitud para una superficie cilíndrica de diámetro D:

$$q'_s = q''_s \pi D = \bar{h} \pi D \, \Delta T_e$$

El coeficiente de transferencia de calor $\bar{h}$ se calcula a partir de la ecuación 10.10a,

$$\bar{h}^{4/3} = \bar{h}_{conv}^{4/3} + \bar{h}_{rad} \bar{h}^{1/3}$$

donde los coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación se siguen de las ecuaciones 10.9 y 10.11, respectivamente. Para el coeficiente de convección:

$$\bar{h}_{conv} = 0.62 \left[\frac{k_v^3 \rho_v (\rho_l - \rho_v) g (h_{fg} + 0.8 c_{p,v} \Delta T_e)}{\mu_v D \, \Delta T_e} \right]^{1/4}$$

$$\bar{h}_{conv} = 0.62 \times \left[\frac{(0.0331)^3 (\text{W/m} \cdot \text{K})^3 \times 4.808 \text{ kg/m}^3 \, (957.9 - 4.808) \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2}{1} \right.$$

$$\left. \times \frac{2257 \times 10^3 \text{ J/kg} + 0.8 \times 2.56 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \times 155°C}{14.85 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2 \times 6 \times 10^{-3} \text{ m} \times 155°C} \right]^{1/4}$$

$$\bar{h}_{conv} = 460 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Para el coeficiente de transferencia de calor por radiación:

$$\bar{h}_{\text{rad}} = \frac{\varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{\text{sat}}^4)}{T_s - T_{\text{sat}}}$$

$$\bar{h}_{\text{rad}} = \frac{5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4\,(528^4 - 373^4)\ \text{K}^4}{(528 - 373)\ \text{K}} = 21.3\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Al resolver la ecuación 10.10a por prueba y error,

$$\bar{h}^{4/3} = 453^{4/3} + 21.3\bar{h}^{1/3}$$

se sigue que

$$\bar{h} = 476\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$

De aquí, la transferencia de calor por unidad de longitud del elemento calentador es

$$q'_s = 476\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \times \pi \times 6 \times 10^{-3}\ \text{m} \times 155°\text{C} = 1.39\ \text{kW/m}$$

Comentarios: La ecuación 10.10b es apropiada para estimar $\bar{h}$ a partir de los valores de $\bar{h}_{\text{conv}}$ y $\bar{h}_{\text{rad}}$ y da el resultado numérico idéntico.

10.5 *Ebullición por convección forzada*

En la *ebullición de alberca* el flujo del fluido se debe principalmente al movimiento de las burbujas impulsadas por empuje que se originan en la superficie caliente. Por el contrario, para la *ebullición por convección forzada*, el flujo se debe a un movimiento dirigido (global) del fluido, así como a los efectos de empuje. Las condiciones dependen en gran parte de la geometría, que puede incluir un flujo *externo* sobre placas y cilindros calientes o un flujo *interno* (ducto). La ebullición de convección forzada, internamente se denomina *flujo bifásico* y se caracteriza por cambios rápidos de líquido a vapor en la dirección del flujo.

10.5.1 Ebullición de convección forzada externa

Para el flujo externo sobre una placa caliente, el flujo de calor se puede estimar mediante correlaciones estándar de convección forzada hasta el inicio de la ebullición. A medida que aumenta la temperatura de la placa caliente, ocurrirá la ebullición nucleada, lo que provoca que el flujo de calor aumente. Si la generación de vapor no es extensiva y el líquido es subenfriado, Bergles y Rohsenow [7, 23] sugieren un método para estimar el flujo de calor total en términos de los componentes asociados con la convección forzada pura y la ebullición de alberca.

Se sabe que la convección forzada y el subenfriamiento aumentan el flujo crítico de calor $q''_{\text{máx}}$ para la ebullición forzada. Se han reportado [24] valores experimentales tan altos como 35 MW/m^2 (comparados con 1.3 MW/m^2 para la ebullición de alberca del agua a 1 atm). Para un líquido de velocidad V que se mueve en flujo cruzado sobre un cilindro de diámetro D, Lienhard y Eichhorn [25] desarrollaron las siguientes expresiones para flujos de baja y alta velocidad:

Baja velocidad

$$\frac{q''_{máx}}{\rho_v h_{fg} V} = \frac{1}{\pi}\left[1 + \left(\frac{4}{We_D}\right)^{1/3}\right] \tag{10.12}$$

Alta velocidad

$$\frac{q''_{máx}}{\rho_v h_{fg} V} = \frac{(\rho_l/\rho_v)^{3/4}}{169\pi} + \frac{(\rho_l/\rho_v)^{1/2}}{19.2\pi\, We_D^{1/3}} \tag{10.13}$$

El número de Weber, We_D, es la razón de las fuerzas de inercia a la de tensión superficial y tiene la forma

$$We_D \equiv \frac{\rho_v V^2 D}{\sigma} \tag{10.14}$$

Las regiones de alta y baja velocidad, respectivamente, se determinan si el parámetro del flujo de calor $q''_{máx}/\rho_v h_{fg} V$ es menor o mayor que $[(0.275/\pi)(\rho_l/\rho_v)^{1/2} + 1]$. En la mayoría de los casos, las ecuaciones 10.12 y 10.13 correlacionan datos de $q''_{máx}$ dentro del 20 por ciento.

10.5.2 Flujo bifásico

La ebullición de convección forzada interna se asocia con la formación de burbujas en la superficie interna de un tubo caliente a través del cual fluye un líquido. El crecimiento y separación de burbujas están influenciados en alto grado por la velocidad del flujo, y los efectos hidrodinámicos difieren en forma significativa de los correspondientes a la ebullición de alberca. El proceso se complica por la existencia de diferentes patrones de flujo bifásico que impiden el desarrollo de teorías generalizadas.

Considere el desarrollo del flujo en el tubo vertical caliente de la figura 10.9. La transferencia de calor al líquido subenfriado que entra al tubo es inicialmente por convección forzada y se pueden predecir a partir de las correlaciones del capítulo 8. Sin embargo, una vez que se inicia la ebullición, las burbujas que aparecen en la superficie crecen y son acarreadas en la corriente principal del líquido. Hay un aumento pronunciado en el coeficiente de transferencia de calor por convección asociado con este *régimen de flujo con burbujas*. A medida que aumenta la fracción de volumen del vapor, las burbujas individuales se unen para formar grupos de vapor. Este *régimen de flujo en grupo* es seguido por un régimen de *flujo anular* en el que el líquido forma una película. Ésta se mueve a lo largo de la superficie interna, mientras que el vapor se mueve a una velocidad mayor a través del núcleo del tubo. El coeficiente de transferencia de calor continúa aumentando a través de los regímenes de *flujo burbujeante* y mucho del *flujo anular*. Sin embargo, finalmente aparecen manchas secas sobre la superficie interna, punto en que el coeficiente de convección comienza a disminuir. El *régimen de transición* se caracteriza por el crecimiento de las manchas secas, hasta que la superficie está completamente seca y todo el líquido restante está en forma de gotas que aparecen en el núcleo del vapor. El coeficiente de convección continúa disminuyendo en este régimen. Hay poco cambio en este coeficiente en el régimen de *flujo de niebla*, que persiste hasta que todas las gotas se convierten en vapor. El vapor se *sobrecalienta* por convección forzada desde la superficie.

La discusión de las muchas correlaciones desarrolladas para cuantificar el fenómeno anterior de flujo bifásico se deja a la literatura [7, 26–29].

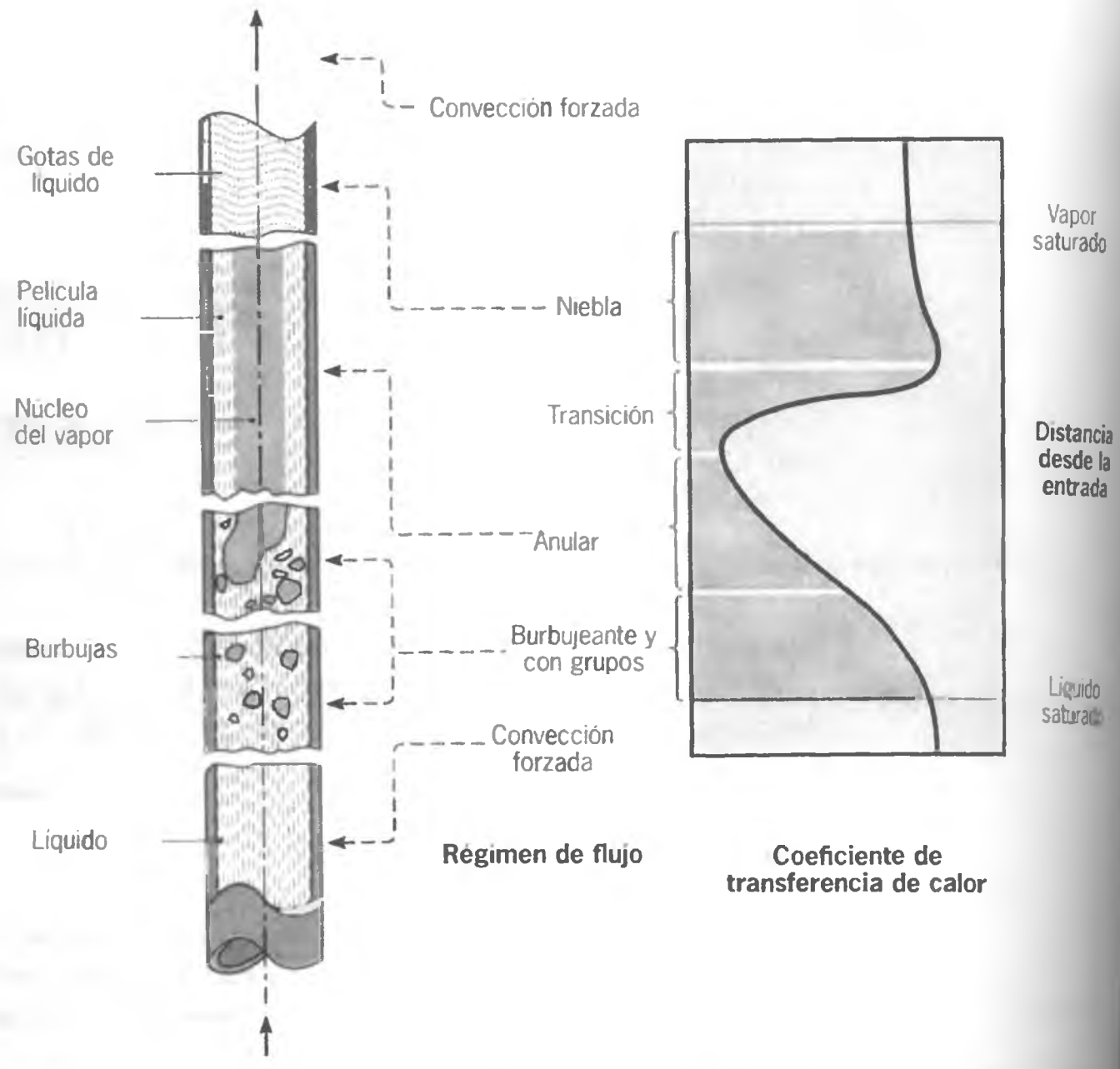


Figura 10.9 Regímenes de flujo para ebullición por convección forzada dentro de un tubo.

10.6 *Condensación: mecanismos físicos*

La condensación ocurre cuando la temperatura de un vapor se reduce por debajo de la temperatura de saturación. En equipo industrial, el proceso normalmente resulta del contacto entre el vapor y una *superficie* fría (figuras 10.10*a*, *b*). La energía latente del vapor se libera, el calor se transfiere a la superficie, y se forma la condensación. Otros modos comunes son la condensación *homogénea* (figura 10.10*c*), donde el vapor se condensa como gotas suspendidas en una fase gaseosa para formar neblina, y la condensación por *contacto directo* (figura 10.10*d*), que ocurre cuando el vapor llega a hacer contacto con un líquido frío. En este capítulo sólo consideraremos la condensación superficial.

Como se muestra en las figuras 10.10*a*, *b*, la condensación puede ocurrir en una de dos formas, dependiendo de la condición de la superficie. La forma dominante de condensación es una en la que una película líquida cubre toda la superficie de condensación, y bajo la acción de la gravedad la película fluye de forma continua desde la superficie. La *condensación de película* es por lo general característica de superficies limpias no contaminadas. Sin embargo, si la superficie está cubierta de una sustancia que impide que se moje, es posible mantener *condensación de gotas*. Las gotas se forman en grietas, hoyos y cavidades sobre la superficie y pueden crecer y unirse a otras

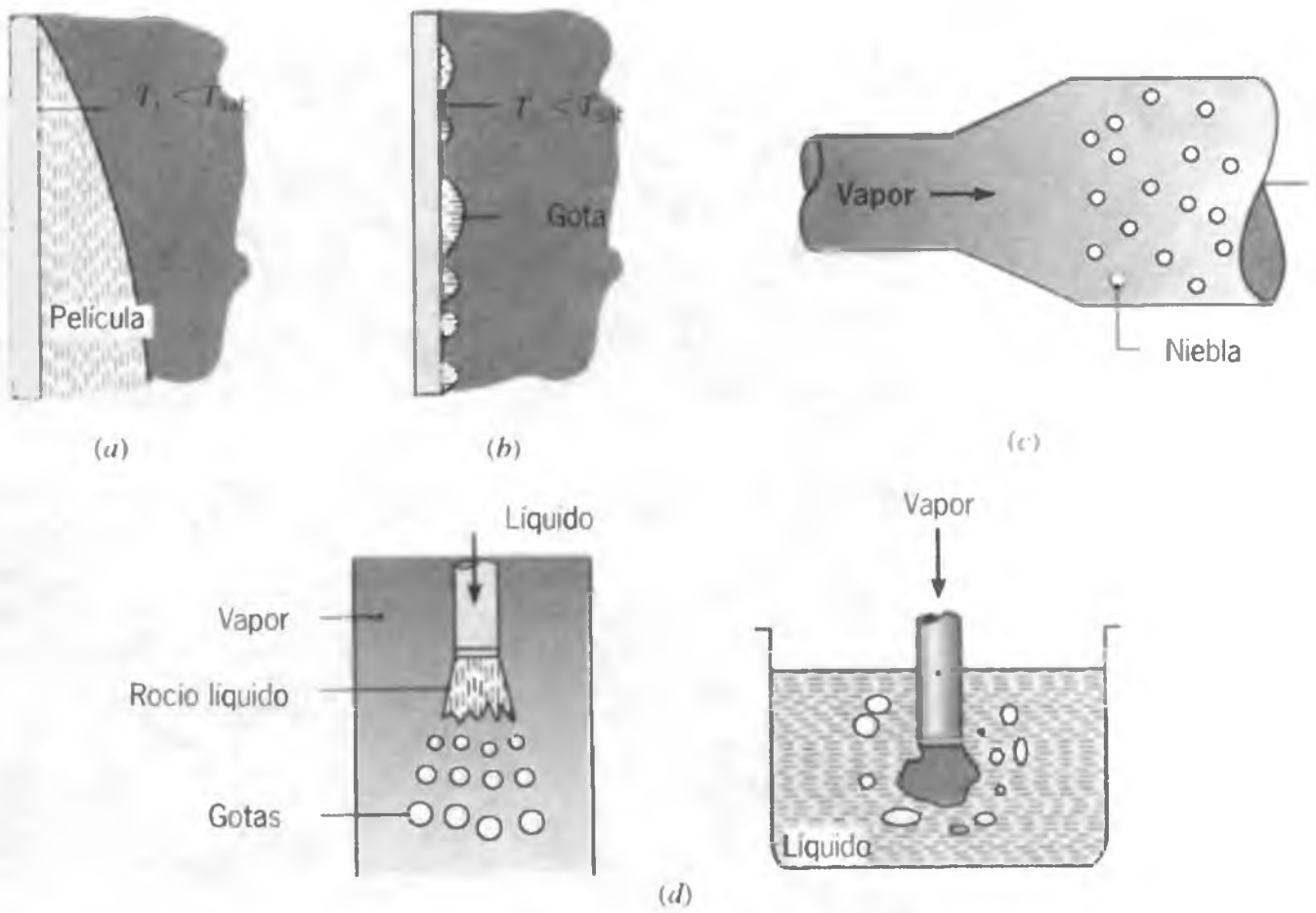
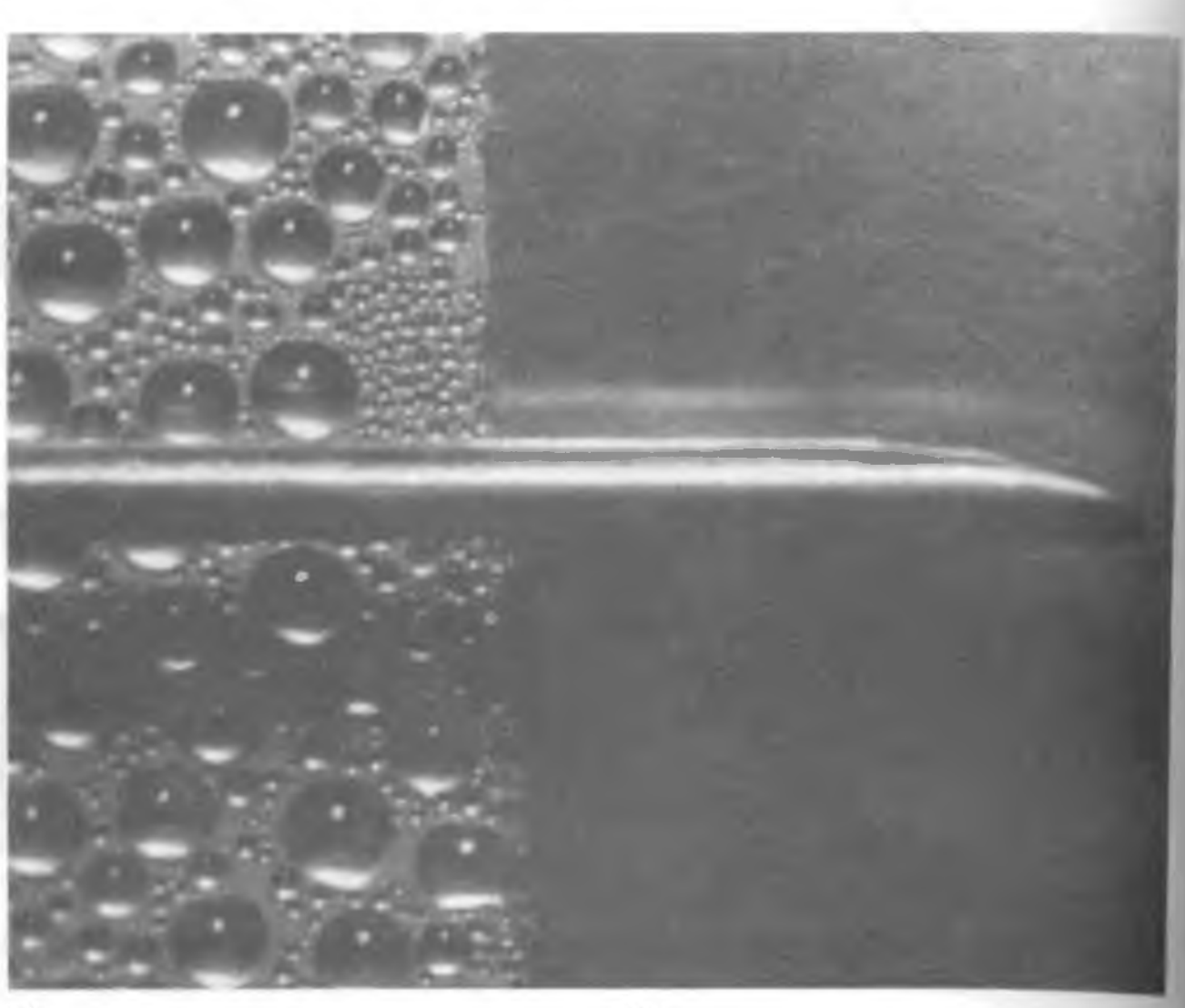


FIGURA 10.10 Modos de condensación. (*a*) Película. (*b*) Condensación de gotas sobre una superficie. (*c*) Condensación homogénea o formación de niebla que resulta del aumento de presión debido a la expansión. (*d*) Condensación por contacto directo.

de la condensación. Normalmente, más del 90% de la superficie está cubierta por gotas, que van de unos pocos micrómetros de diámetro a aglomeraciones visibles a simple ojo. Las gotas fluyen desde la superficie debido a la acción de la gravedad. La condensación de película y de gotas del vapor sobre una superficie vertical de cobre se muestra en la figura 10.11. Se aplicó un recubrimiento delgado de oleato cúprico a la parte izquierda de la superficie para promover la condensación de gotas. Una sonda termopar de 1 mm de diámetro se extiende a través de la fotografía.

Sin importar si está en forma de película o de gotas, la condensación proporciona una resistencia a la transferencia de calor entre el vapor y la superficie. Debido a que esta resistencia se incrementa con el espesor del condensado, que aumenta en la dirección del flujo, es deseable utilizar superficies verticales cortas o cilindros horizontales en situaciones que implican condensación de película. La mayoría de los condensadores consisten, por tanto, en serpentines horizontales a través de los que un refrigerante líquido fluye y alrededor del que se hace circular el vapor a condensar. En términos de mantener altas velocidades de condensación y de transferencia de calor, la formación de gotas es superior a la formación de película. En la condensación de gotas la mayor parte de la transferencia de calor es a través de gotas de menos de 100 μm de diámetro, y se pueden alcanzar transferencias de calor que son de un orden de magnitud mayores que las asociadas con la condensación de película. De este modo, es práctica común utilizar recubrimientos superficiales que inhiban el humedecimiento, y por ello estimulen la condensación de gotas. A menudo se utilizan silicones, teflón, y una variedad de ceras y ácidos grasosos con este propósito. Sin embargo, tales recubrimientos pierden de forma gradual su efectividad debido a la oxidación, obstrucción o eliminación completa, y finalmente ocurre la condensación de película.

Aunque es deseable alcanzar la condensación de gotas en aplicaciones industriales, a menudo es difícil mantener esta condición. Por tal razón y como los coeficientes



(*a*) (*b*)

FIGURA 10.11 Condensación sobre una superficie vertical. (*a*) De gotas. (*b*) Película. Fotografía cortesía del profesor J. W. Westwater, Universidad de Illinois en Champaign-Urbana.

de convección para condensación de película son más pequeños que los del caso de gotas, los cálculos del diseño de condensadores con frecuencia se basan en la suposición de condensación de película. En las secciones restantes de este capítulo, nos enfocamos en la condensación de película y mencionamos sólo de forma breve los resultados limitados disponibles para la condensación de gotas.

10.7 *Condensación de película laminar sobre una placa vertical*

Según se muestra en la figura 10.12, puede haber varias características complicadas asociadas con la condensación de película. La película se origina en la parte superior de la placa y fluye hacia abajo por influencia de la gravedad. El espesor δ y el flujo de masa del condensado $\dot{m}$ aumenta al aumentar x debido a la condensación continua en la interfaz líquido-vapor, que está a T_{sat}. Hay entonces transferencia de calor desde esta interfaz a través de la película a la superficie, que se mantiene a $T_s < T_{sat}$. En el caso más general el vapor puede ser sobrecalentado ($T_{v,\infty} > T_{sat}$) y puede ser parte de una mezcla que contenga uno o más gases no condensables.

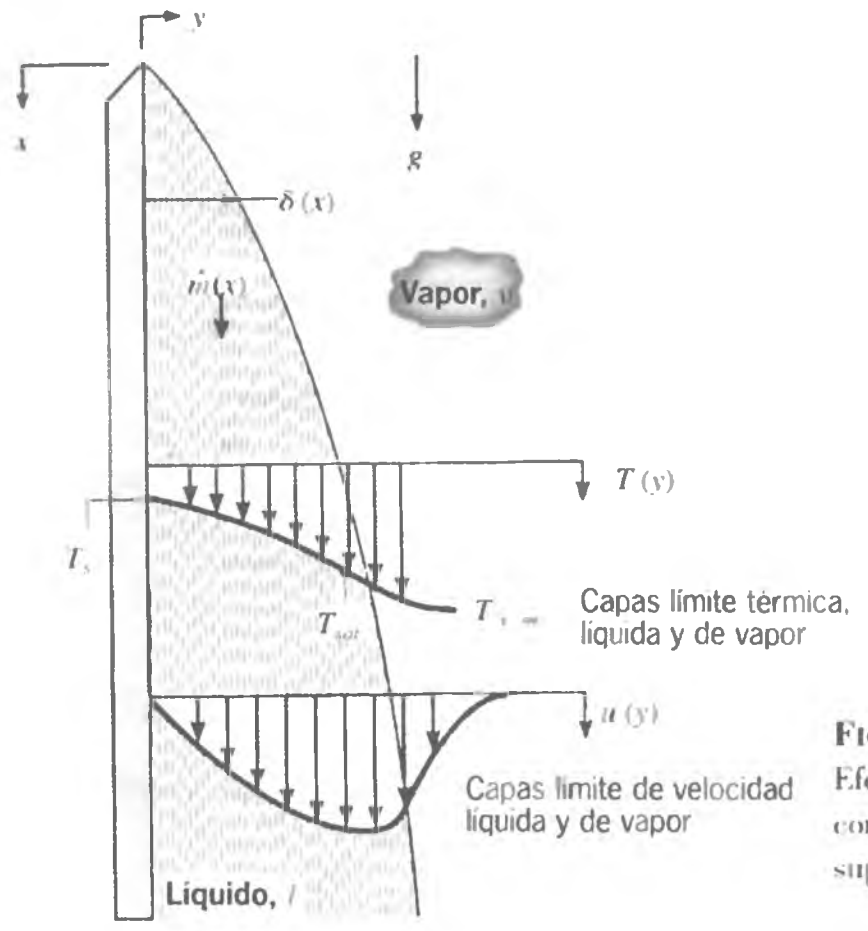


FIGURA 10.12
Efectos de la capa límite relacionados con la condensación de película en una superficie vertical.

Además, existe un esfuerzo cortante finito en la interfaz líquido-vapor, que contribuye a un gradiente de velocidad en el vapor, así como en la película [30, 31].

A pesar de las complejidades asociadas con la condensación de película, se pueden obtener resultados útiles al hacer suposiciones que se originen de un análisis de Nusselt [32].

1. Se supone flujo laminar y propiedades constantes para la película líquida.
2. Se supone que el gas es un vapor puro y a temperatura uniforme igual a T_{sat}. Sin un gradiente de temperatura en el vapor, la transferencia de calor a la interfaz líquido-vapor puede ocurrir sólo por condensación en la interfaz y no por conducción del vapor.
3. Se supone insignificante el esfuerzo cortante en la interfaz líquido-vapor, en cuyo caso $\partial u/\partial y|_{y=\delta} = 0$. Con esta suposición y la anterior de temperatura uniforme del vapor, no hay necesidad de considerar las capas límite de velocidad o térmicas que se muestran en la figura 10.12.
4. Las transferencias de momento y energía por advección en la película condensada se suponen insignificantes. Esta suposición es razonable por virtud de las bajas velocidades asociadas con la película. Se sigue que la transferencia de calor a través de la película ocurre sólo por conducción, en cuyo caso la distribución de temperaturas del líquido es lineal.

Las condiciones de película que resultan de las suposiciones se muestran en la figura 10.13.

De la cuarta aproximación, se pueden ignorar los términos de advección de momento, y la ecuación de momento x (capítulo 6) se puede expresar como

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu_l}\frac{dp}{dx} - \frac{X}{\mu_l} \tag{10.15}$$

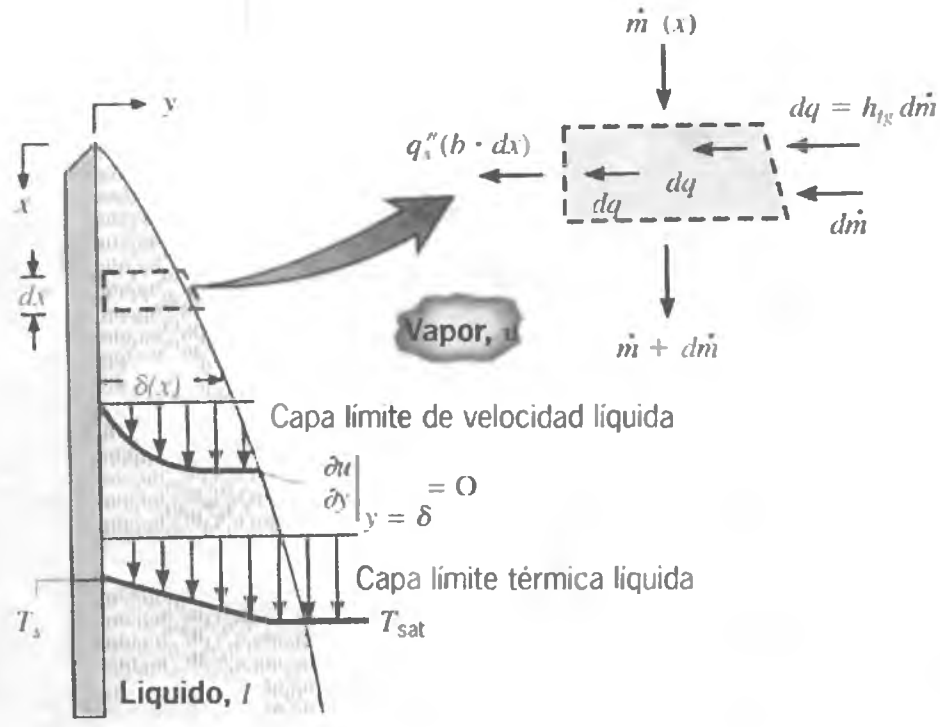


Figura 10.13 Condiciones de capa límite asociadas con el análisis de Nusselt para una placa vertical de ancho b.

donde se retiene la fuerza de cuerpo X. La fuerza de cuerpo dentro de la película es igual a $\rho_l g$, y el gradiente de presión se puede aproximar en términos de las condiciones fuera de la película. Es decir, al recurrir a la aproximación de capa límite en la que $(\partial p/\partial y) \approx 0$, se sigue que $(dp/dx) \approx \rho_v g$. Por tanto, la ecuación de momento se puede expresar como

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{g}{\mu_l}(\rho_l - \rho_v) \tag{10.}$$

Al integrar dos veces y aplicar condiciones de frontera de la forma $u(0) = 0$, $\partial u/\partial y|_{y=\delta} = 0$, el perfil de velocidad en la película se convierte en

$$u(y) = \frac{g(\rho_l - \rho_v)\delta^2}{\mu_l}\left[\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right] \tag{10.}$$

De este resultado el flujo de masa de condensado por unidad de ancho $\Gamma(x)$ se puede obtener en términos de una integral que incluye el perfil de velocidad:

$$\frac{\dot{m}(x)}{b} = \int_0^{\delta(x)} \rho_l u(y)\, dy \equiv \Gamma(x) \tag{10.}$$

Al sustituir de la ecuación 10.17, se sigue que

$$\Gamma(x) = \frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\delta^3}{3\mu_l} \tag{10.}$$

La variación específica respecto a x de δ, y de aquí de Γ, se puede obtener al aplicar primero el requerimiento de conservación de la energía al elemento diferencial que se muestra en la figura 10.13. En una parte de la interfaz líquido-vapor de ancho unitario y longitud dx, la transferencia de calor en la película, dq, debe ser igual a la liberación de energía causada por la condensación en la interfaz. De aquí

$$dq = h_{fg}\, d\dot{m} \tag{10.}$$

Como se ignora la advección, también se sigue que la transferencia de calor a través de la interfaz debe ser igual a la transferencia de calor a la superficie. Por ello

$$dq = q_s''(b \cdot dx) \tag{10.21}$$

Dado que la distribución de temperatura del líquido es lineal, la ley de Fourier se puede usar para expresar el flujo de calor superficial como

$$q_s'' = \frac{k_l(T_{\text{sat}} - T_s)}{\delta} \tag{10.22}$$

Al combinar las ecuaciones 10.18 y 10.20 a 10.22, obtenemos

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{k_l(T_{\text{sat}} - T_s)}{\delta h_{fg}} \tag{10.23}$$

Al derivar la ecuación 10.19, también obtenemos

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\delta^2}{\mu_l}\frac{d\delta}{dx} \tag{10.24}$$

Al combinar las ecuaciones 10.23 y 10.24, se sigue que

$$\delta^3\, d\delta = \frac{k_l\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}}\, dx$$

La integración de $x = 0$, donde $\delta = 0$, a cualquier posición x de interés sobre la superficie, da

$$\delta(x) = \left[\frac{4k_l\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)x}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}}\right]^{1/4} \tag{10.25}$$

Este resultado se puede entonces sustituir en la ecuación 10.19 para obtener $\Gamma(x)$.

Nusselt [32] realizó una mejora al resultado anterior para $\delta(x)$ y Rohsenow [33] mostró que, con la inclusión de los efectos de advección térmica, se agrega un término al calor latente de vaporización. En lugar de h_{fg}, Rohsenow recomendó usar un calor latente modificado de la forma $h'_{fg} = h_{fg} + 0.68c_{p,l}(T_{\text{sat}} - T_s)$, o en términos del número de Jakob,

$$h'_{fg} = h_{fg}(1 + 0.68Ja) \tag{10.26}$$

Más recientemente, Sadasivan y Lienhard [17] mostraron que el calor latente modificado depende débilmente del número de Prandtl del líquido.

El flujo de calor superficial se puede expresar como

$$q_s'' = h_x(T_{\text{sat}} - T_s) \tag{10.27}$$

Al sustituir de la ecuación 10.22, el coeficiente de convección local es entonces

$$h_x = \frac{k_l}{\delta} \tag{10.28}$$

o, de la ecuación 10.25, con h_{fg} reemplazado por h'_{fg},

$$h_x = \left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3 h'_{fg}}{4\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)x}\right]^{1/4} \tag{10.29}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

Como h_x depende de $x^{-1/4}$, se sigue que el coeficiente de convección promedio para toda la placa es

$$\bar{h}_L = \frac{1}{L}\int_0^L h_x\, dx = \tfrac{4}{3}h_L$$

o

$$\bar{h}_L = 0.943\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3 h'_{fg}}{\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)L}\right]^{1/4} \tag{10.30}$$

El número de Nusselt promedio tiene entonces la forma

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}_L L}{k_l} = 0.943\left[\frac{\rho_l g(\rho_l - \rho_v)h'_{fg}L^3}{\mu_l k_l(T_{\text{sat}} - T_s)}\right]^{1/4} \tag{10.31}$$

Al utilizar esta ecuación todas las propiedades del líquido se deben evaluar a la temperatura de película $T_f = (T_{\text{sat}} + T_s)/2$, y h_{fg} se debe evaluar a T_{sat}.

Sparrow y Gregg [30] llevaron a cabo un análisis de capa límite más detallado de la condensación de película sobre una placa vertical. Sus resultados, confirmados por Chen [34], indican que los errores asociados con el uso de la ecuación 10.31 son menores que el 3% para $Ja \leq 0.1$ y $1 \leq Pr \leq 100$. Dhir y Lienhard [35] también mostraron que la ecuación 10.31 se puede usar para placas inclinadas, si g se reemplaza por $g\cos\theta$, donde θ es el ángulo entre la vertical y la superficie. Sin embargo, se debe usar con precaución para valores grandes de θ y no se aplica si $\theta = \pi/2$. La expresión se puede usar para la condensación en la superficie interna o externa de un tubo vertical de radio R, si $R \gg \delta$.

La transferencia total de calor a la superficie se puede obtener mediante el uso de la ecuación 10.30 con la siguiente forma de la ley de enfriamiento de Newton:

$$q = \bar{h}_L A(T_{\text{sat}} - T_s) \tag{10.32}$$

La velocidad total de condensación se puede determinar entonces de la relación

$$\dot{m} = \frac{q}{h'_{fg}} = \frac{\bar{h}_L A(T_{\text{sat}} - T_s)}{h'_{fg}} \tag{10.33}$$

Las ecuaciones 10.32 y 10.33 por lo general son aplicables a cualquier geometría superficial, aunque la forma de $\bar{h}_L$ variará de acuerdo con la geometría y las condiciones de flujo.

10.8 *Condensación de película turbulenta*

Al igual que para todos los fenómenos de convección que se discutieron previamente, las condiciones de flujo turbulento pueden existir en la condensación de película. Considere la superficie vertical de la figura 10.14*a*. El criterio de transición se puede expresar en términos de un número de Reynolds definido como

$$Re_\delta \equiv \frac{4\Gamma}{\mu_l} \tag{10.34}$$

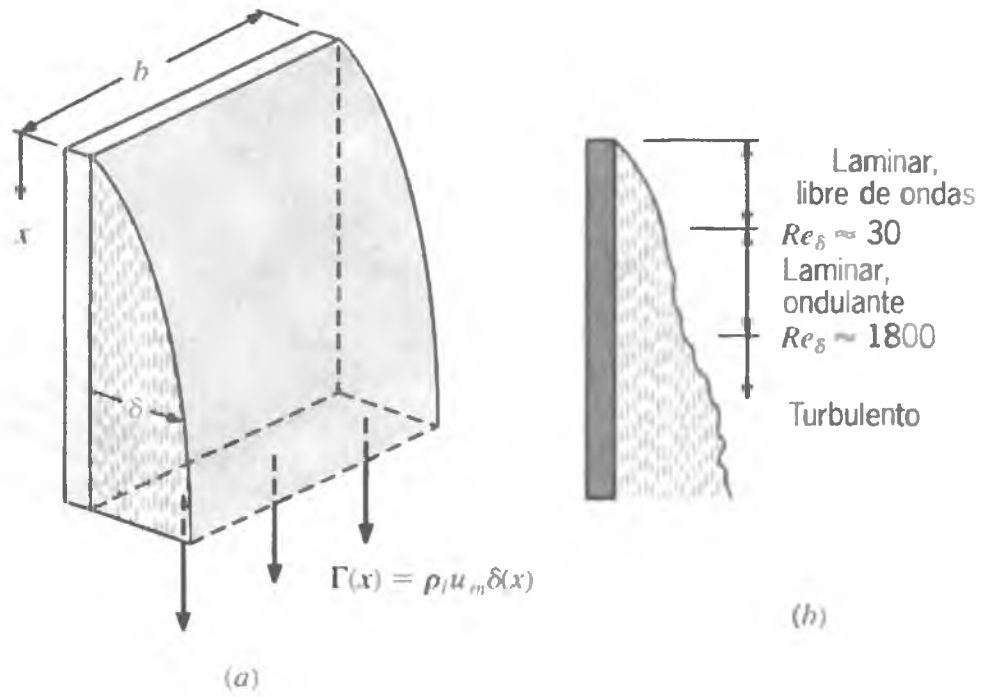


FIGURA 10.14 Condensación de película en una placa vertical.
(*a*) Velocidad de condensación para placa de ancho b. (*b*) Regímenes de flujo.

Con el flujo de masa del condensado dado por $\dot{m} = \rho_l u_m b\delta$, el número de Reynolds se puede expresar como

$$Re_\delta = \frac{4\dot{m}}{\mu_l b} = \frac{4\rho_l u_m \delta}{\mu_l} \tag{10.35}$$

donde u_m es la velocidad promedio en la película y δ, espesor de película, es la longitud característica. Como en el caso de capas límite de una sola fase, el número de Reynolds es un indicador de las condiciones de flujo. Según se muestra en la figura 10.14*b*, para $Re_\delta \lesssim 30$, la película es laminar y libre de ondas. Para Re_δ aumentada, se forman rizos u ondas sobre la película de condensado, y a $Re_\delta \approx 1800$ la transición de flujo laminar a turbulento es completa.

Para la región laminar libre de ondas ($Re_\delta \lesssim 30$), las ecuaciones 10.34 y 10.19 se pueden combinar para dar

$$Re_\delta = \frac{4g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\delta^3}{3\mu_l^2} \tag{10.36}$$

Al suponer $\rho_l \gg \rho_v$ y sustituir primero de la ecuación 10.25 y después de (10.30), la ecuación 10.36 se puede expresar en términos de un número de Nusselt modificado:

$$\frac{\bar{h}_L(\nu_l^2/g)^{1/3}}{k_l} = 1.47Re_\delta^{-1/3} \qquad Re_\delta \lesssim 30 \tag{10.37}$$

En la región laminar ondulada, Kutateladze [36] recomienda una correlación de la forma

$$\frac{\bar{h}_L(\nu_l^2/g)^{1/3}}{k_l} = \frac{Re_\delta}{1.08Re_\delta^{1.22} - 5.2} \qquad 30 \lesssim Re_\delta \lesssim 1800 \tag{10.38}$$

y para la región turbulenta, Labuntsov [37] recomienda

$$\frac{\bar{h}_L(\nu_l^2/g)^{1/3}}{k_l} = \frac{Re_\delta}{8750 + 58Pr^{-0.5}(Re_\delta^{0.75} - 253)} \qquad Re_\delta \gtrsim 1800 \tag{10.39}$$

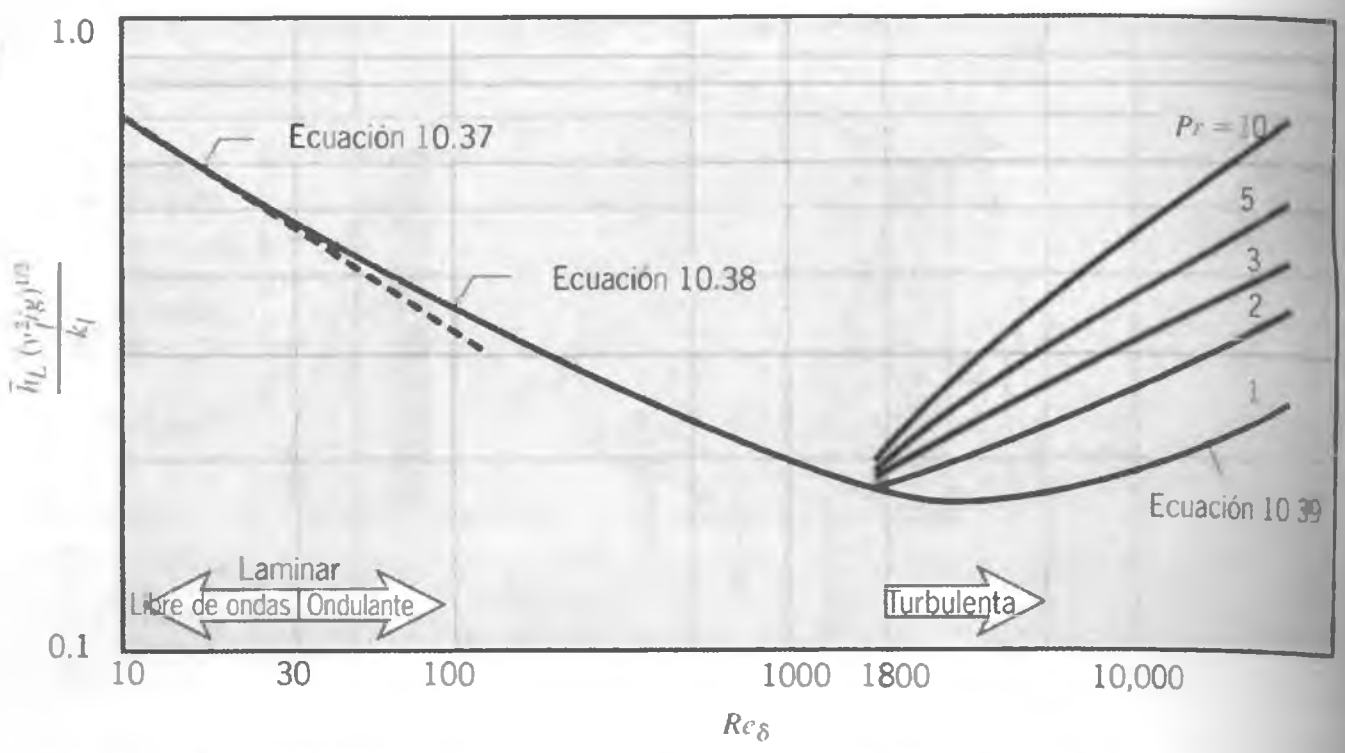


Figura 10.15 Número de Nusselt modificado para condensación en una placa vertical.

La representación gráfica de las correlaciones anteriores se proporciona en la figura 10.15; Gregorig y otros [38] han verificado experimentalmente las tendencias para agua en el dominio $1 < Re_\delta < 7200$.

Ejemplo 10.3

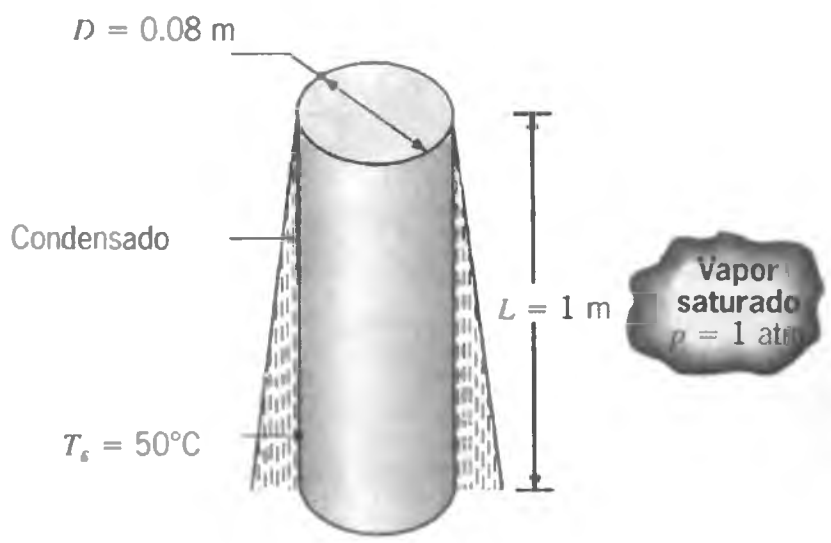
La superficie externa de un tubo vertical, que tiene 1 m de longitud y tiene un diámetro exterior de 80 mm, se expone a vapor saturado a presión atmosférica y se mantiene a 50°C mediante el flujo de agua fría a través del tubo. ¿Cuál es la transferencia de calor al refrigerante, y cuál la velocidad a la que se condensa vapor en la superficie?

Solución

Se conoce: Dimensiones y temperatura de un tubo vertical que experimenta condensación de vapor en su superficie externa.

Encontrar: Transferencia de calor y flujo de condensación.

Esquema:



Suposiciones: Condensación de película laminar sobre una superficie vertical.

Propiedades: Tabla A.6, vapor saturado ($p = 1.0133$ bar): $T_{sat} = 100°C$, $\rho_v = (1/v_g) = 0.569$ kg/m^3, $h_{fg} = 2257$ kJ/kg. Tabla A.6, líquido saturado ($T_f = 75°C$): $\rho_l = (1/v_f) = 975$ kg/m^3, $\mu_l = 375 \times 10^{-6}$ N · s/m^2, $k_l = 0.668$ W/m · K, $c_{p,l} = 4193$ J/kg · K.

Análisis: La transferencia de calor se puede determinar de la ecuación 10.32, donde $A = \pi DL$. De aquí

$$q = \bar{h}_L(\pi DL)(T_{sat} - T_s)$$

Por suponer condensación de película laminar sobre una superficie vertical, se sigue de la ecuación 10.30 que

$$\bar{h}_L = 0.943 \left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3 h'_{fg}}{\mu_l(T_{sat} - T_s)L} \right]^{1/4}$$

Con

$$Ja = \frac{c_{p,l}(T_{sat} - T_s)}{h_{fg}} = \frac{4193 \text{ J/kg} \cdot \text{K } (100 - 50) \text{ K}}{2257 \text{ kJ/kg}} = 0.0929$$

se sigue que

$$h'_{fg} = h_{fg}(1 + 0.68Ja) = 2257 \text{ kJ/kg } (1.0632) = 2400 \text{ kJ/kg}$$

De aquí,

$$\bar{h}_L = 0.943$$
$$\times[\{9.8 \text{ m/s}^2 \times 975 \text{ kg/m}^3 (975 - 0.596) \text{ kg/m}^3 (0.668 \text{ W/m} \cdot \text{K})^3 2.4$$
$$\times 10^6 \text{ J/kg}\}/\{375 \times 10^{-6} \text{ kg/s} \cdot \text{m } (100 - 50) \text{ K} \times 1 \text{ m}\}]^{1/4}$$
$$\bar{h}_L = 4094 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

y

$$q = 4094 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times \pi \times 0.08 \text{ m} \times 1 \text{ m } (100 - 50) \text{ K} = 51{,}446 \text{ W} \quad \triangleleft$$

De la ecuación 10.33 el flujo de condensación es entonces

$$\dot{m} = \frac{q}{h'_{fg}} = \frac{51{,}446 \text{ W}}{2.4 \times 10^6 \text{ J/kg}} = 0.0214 \text{ kg/s} \quad \triangleleft$$

La suposición de condiciones de película laminar se puede verificar al calcular Re_δ de la ecuación 10.35:

$$Re_\delta = \frac{4\dot{m}}{\mu_l b} = \frac{4 \times 0.0214 \text{ kg/s}}{375 \times 10^{-6} \text{ kg/s} \cdot \text{m } \pi (0.08 \text{ m})} = 908$$

Como $30 < Re_\delta < 1800$, una parte significativa del condensado está en la región laminar ondulada. Por ello, la suposición laminar libre de ondas puede ser pobre.

Para la región laminar ondulada, la ecuación 10.38 se puede usar con las dimensiones y temperatura superficiales especificadas. Al expresar $\bar{h}_L$ en términos del número de Reynolds mediante la combinación de las ecuaciones 10.33 y 10.35,

$$\bar{h}_L = \frac{\dot{m}h'_{fg}}{A(T_{sat} - T_s)} = \frac{Re_\delta(\mu_l b)h'_{fg}}{4A(T_{sat} - T_s)}$$

La ecuación 10.38 se puede expresar como

$$\frac{Re_\delta \mu_l b h'_{fg}}{4A(T_{sat} - T_s)} = \frac{Re_\delta}{1.08Re_\delta^{1.22} - 5.2} \cdot \frac{k_l}{(\nu_l^2/g)^{1/3}}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

que se puede resolver para obtener un número de Reynolds $Re_\delta = 1173$. Se sigue de las ecuaciones 10.38, 10.32, y 10.33, respectivamente, que $\bar{h}_L = 5285$ W/m² · K, $q = 66{,}418$ W, y $\dot{m} = 0.0276$ kg/s. De aquí, las estimaciones de las transferencias de calor y de condensación que se basan en la correlación laminar ondulada exceden en 29% a las que se basan en el análisis de Nusselt.

Nótese que al usar la ecuación 10.25, con el calor latente corregido, el espesor de película en la parte inferior del tubo $\delta(L)$ para la suposición laminar libre de ondas es

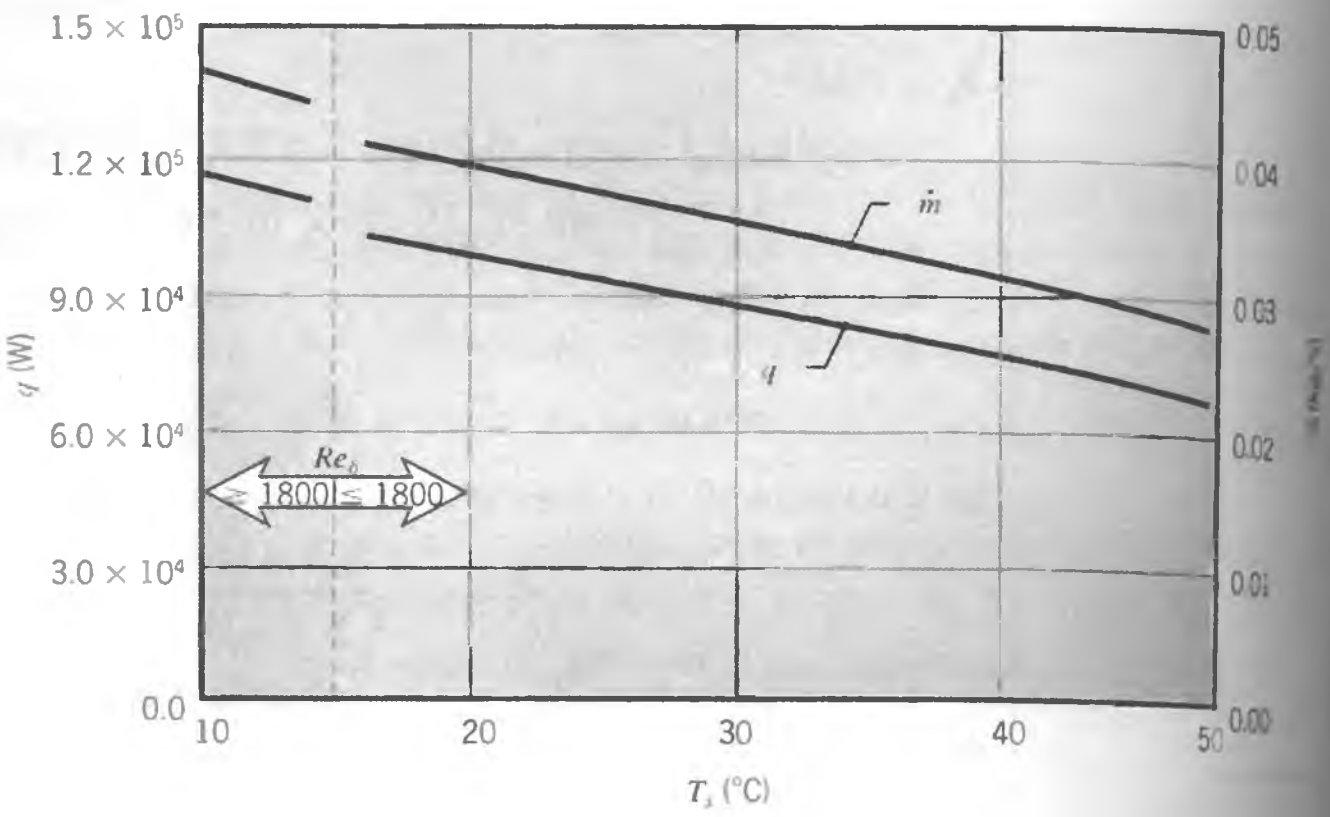
$$\delta(L) = \left[\frac{4k_l\mu_l(T_{sat} - T_s)L}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h'_{fg}}\right]^{1/4}$$

$$\delta(L) = \left[\frac{4 \times 0.668 \text{ W/m} \cdot \text{K} \times 375 \times 10^{-6} \text{ kg/s} \cdot \text{m} \, (100 - 50) \text{ K} \times 1 \text{ m}}{9.8 \text{ m/s}^2 \times 975 \text{ kg/m}^3 \, (975 - 0.596) \text{ kg/m}^3 \times 2.4 \times 10^6 \text{ J/kg}}\right]^{1/4}$$

$$\delta(L) = 2.18 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.218 \text{ mm}$$

De aquí $\delta(L) \ll (D/2)$, y se justifica el uso de la correlación de placa vertical para un cilindro vertical.

Comentarios: Las transferencias de calor y flujo másico por condensación se pueden aumentar al reducir la temperatura del agua que fluye a través del tubo. Para $10 \leq T_s \leq 50$°C, los cálculos dan las siguientes variaciones:



para las que $1969 \geq Re_\delta \geq 1173$ y $5155 \leq \bar{h}_L \leq 5285$ W/m² · K. Debido a un aumento en el flujo condensación, Re_δ aumenta al disminuir T_s. Sin embargo, un aumento correspondiente en el espesor de la película ocasiona una ligera reducción en el coeficiente de convección promedio. Los cálculos anteriores se llevaron a cabo con el uso de la correlación laminar ondulada, ecuación 10.38, bajo condiciones para las que $Re_\delta < 1800$ ($T_s > 15$°C) y la correlación de turbulencia, ecuación 10.39, para $Re_\delta > 1800$. Advierta, sin embargo, que las correlaciones no ofrecen resultados equivalentes a $Re_\delta = 1800$. Además, hay un rango estrecho del número de Reynolds alrededor de 1800 para el cual los valores de Re_δ calculados de la ecuación 10.38 exceden ligeramente a 1800, mientras que los valores de Re_δ calculados a partir de la ecuación 10.39 son ligeramente menores que 1800.

10.9
Condensación de película en sistemas radiales

El análisis de Nusselt se puede extender a la condensación de película laminar sobre la superficie externa de una esfera y un tubo horizontal (figuras 10.16*a*, *b*), y el coeficiente de convección promedio se puede expresar como

$$\bar{h}_D = C\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3 h_{fg}}{\mu_l(T_{sat} - T_s)D}\right]^{1/4} \tag{10.40}$$

donde $C = 0.826$ para la esfera [39] y 0.729 para el tubo [35].

Para una hilera vertical de N tubos horizontales, figura 10.16*c*, el coeficiente de convección promedio (sobre los N tubos) se puede expresar como

$$\bar{h}_{D,N} = 0.729\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3 h_{fg}}{N\mu_l(T_{sat} - T_s)D}\right]^{1/4} \tag{10.41}$$

Es decir, $\bar{h}_{D,N} = \bar{h}_D N^{-1/4}$, donde $\bar{h}_D$ es el coeficiente de transferencia de calor para el primer tubo (superior). Tal arreglo se usa a menudo en el diseño de condensadores. La reducción en $\bar{h}$ al aumentar N se puede atribuir a un aumento en el espesor promedio de la película para cada tubo consecutivo. Las ecuaciones 10.40 y 10.41 por lo general están de acuerdo con los resultados experimentales, o ligeramente más abajo para vapores puros. Las desviaciones se pueden atribuir a fluctuaciones en la superficie del líquido para

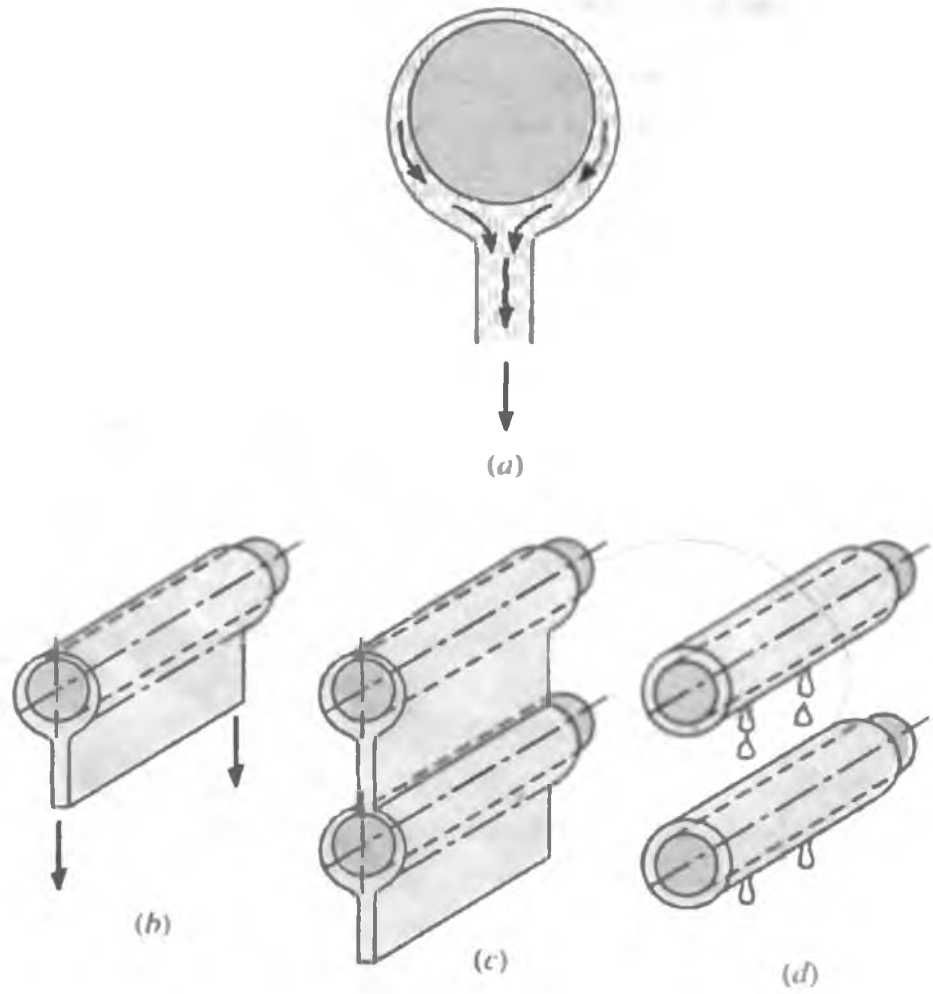


Figura 10.16 Condensación de película en (*a*) una esfera, (*b*) un solo tubo horizontal, (*c*) una hilera vertical de tubos horizontales con una lámina continua de condensado, y (*d*) con condensado que gotea.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

un solo tubo horizontal. Para el banco de tubos, se supone que el condensado cae en una lámina continua (figura 10.16*c*) y se ignoran dos efectos: transferencia de calor a la lámina de condensado entre los tubos y la ganancia de momento a medida que la lámina cae libremente bajo la gravedad. Estos efectos aumentan la transferencia de calor, y Chen [40] explica su influencia en términos del número de Jakob y el número de tubos. Para $Ja < 0.1$, sin embargo, la transferencia de calor aumenta por menos del 15%. A pesar de esta corrección, los resultados experimentales tienden a ser más altos que las predicciones. Una explicación plausible para la discrepancia es que, en lugar de fluir como una lámina continua, el condensado gotea de tubo a tubo, como se ilustra en la figura 10.16*d*. El goteo reduce el espesor de la lámina y provoca turbulencia, lo que aumenta la transferencia de calor.

Si la razón longitud a diámetro excede 1.8 tan θ [41], las ecuaciones anteriores se pueden aplicar a tubos inclinados al reemplazar g con $g \cos \theta$, donde el ángulo θ se mide desde la posición horizontal. En presencia de gases no condensables, sin embargo, el coeficiente de convección será menor que las predicciones que se basen en las correlaciones anteriores.

Ejemplo 10.4

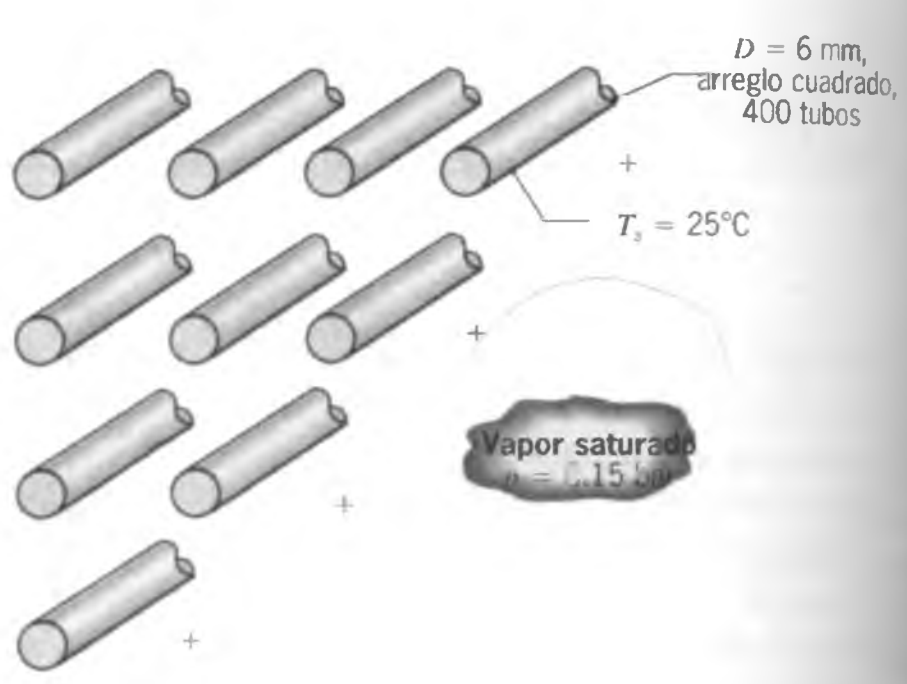
Un condensador de vapor consiste en un arreglo cuadrado de 400 tubos, cada uno de 6 mm de diámetro. Si los tubos se exponen a vapor saturado a una presión de 0.15 bar y la superficie del tubo se mantiene a 25°C, ¿cuál es el flujo al que se condensa vapor por unidad de longitud de los tubos?

Solución

Se conoce: Configuración y temperatura superficial de tubos de un condensador expuestos a vapor saturado a 0.15 bar.

Encontrar: Flujo de condensación por unidad de longitud de los tubos.

Esquema:



Suposiciones:

1. Concentración insignificante de gases no condensables en el vapor.
2. Condensación de película laminar sobre los tubos.

Propiedades: Tabla A.6, vapor saturado ($p = 0.15$ bar): $T_{sat} = 327$ K $= 54°C$, $\rho_v = (1/v_g) = 0.098$ kg/m^3, $h_{fg} = 2373$ kJ/kg. Tabla A.6, agua saturada ($T_f = 312.5$ K): $\rho_l = (1/v_f) = 992$ kg/m^3, $\mu_l = 663 \times 10^{-6}$ N · s/m^2, $k_l = 0.631$ W/m · K, $c_{p,l} = 4178$ J/kg · K.

Análisis: El flujo de condensación *promedio* para un solo tubo del arreglo se puede obtener de la ecuación 10.33, donde para una unidad de longitud del tubo,

$$\dot{m}'_1 = \frac{q'_1}{h'_{fg}} = \frac{\bar{h}_{D,N}(\pi D)(T_{sat} - T_s)}{h'_{fg}}$$

De la ecuación 10.41,

$$\bar{h}_{D,N} = 0.729 \left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3 h'_{fg}}{N\mu_l(T_{sat} - T_s)D} \right]^{1/4}$$

o con $N = 20$, $Ja = 0.051$, y $h'_{fg} = 2455$ kJ/kg,

$$\begin{aligned}\bar{h}_{D,N} = 0.729\{&[9.8 \text{ m/s}^2 \times 992 \text{ kg/m}^3 (992 - 0.098) \text{ kg/m}^3 \\ &\times (0.631 \text{ W/m} \cdot \text{K})^3 \, 2.455 \times 10^6 \text{ J/kg}] \\ &\div [20 \times 663 \times 10^{-6} \text{ kg/s} \cdot \text{m} \, (54 - 25) \text{ K} \times 0.006 \text{ m}]\}^{1/4}\end{aligned}$$

$$\bar{h}_{D,N} = 5188 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

De aquí, el flujo de condensación promedio para un solo tubo es

$$\dot{m}'_1 = \frac{5188 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}(\pi \times 0.006 \text{ m})(54 - 25) \text{ K}}{2.455 \times 10^6 \text{ J/kg}} = 1.16 \times 10^{-3} \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

Para el arreglo completo, el flujo de condensación por unidad de longitud es entonces

$$\dot{m}' = N^2 \dot{m}'_1 = 400 \times 1.16 \times 10^{-3} \text{ kg/s} \cdot \text{m} = 0.464 \text{ kg/s} \cdot \text{m} \quad \triangleleft$$

Comentarios: Como $Ja < 0.1$, la ecuación 10.41 proporciona una estimación confiable del coeficiente de transferencia de calor promedio.

10.10 *Condensación de película en tubos horizontales*

Los condensadores que se utilizan en sistema de refrigeración y acondicionamiento de aire por lo general implican condensación de vapor dentro de tubos verticales u horizontales. Las condiciones dentro del tubo son complicadas y dependen en gran medida de la velocidad del vapor que fluye a través del tubo. Si esta velocidad es pequeña, la condensación ocurre de la forma descrita por la figura 10.17*a* para un tubo horizontal. Es decir, el flujo de condensado es de la parte superior del tubo a la parte inferior, de donde fluye en una dirección longitudinal con el vapor. Para velocidades de vapor bajas tales que

$$Re_{v,i} = \left(\frac{\rho_v u_{m,v} D}{\mu_v} \right)_i < 35{,}000$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

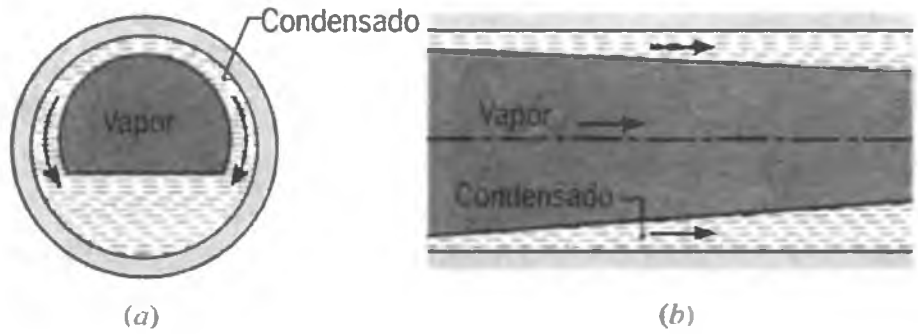


Figura 10.17 Condensación de película en un tubo horizontal. (*a*) Sección transversal del flujo de condensado para velocidades bajas del vapor. (*b*) Sección longitudinal del flujo de condensado para velocidades grandes del vapor.

donde i se refiere a la entrada del tubo, Chato [42] recomienda una expresión de la forma

$$\bar{h}_D = 0.555 \left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3 h'_{fg}}{\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)D} \right]^{1/4} \tag{10.42}$$

donde, para este caso, el calor latente modificado es

$$h'_{fg} \equiv h_{fg} + \tfrac{3}{8} c_{p,l}(T_{\text{sat}} - T_s) \tag{10.43}$$

A velocidades de vapor más altas el régimen de flujo bifásico se convierte en anular (figura 10.17*b*). El vapor ocupa el núcleo del anillo, disminuyendo en diámetro a medida que el espesor de la capa externa de condensado aumenta en la dirección del flujo. Rohsenow [43] proporciona resultados para esta condición de flujo.

10.11 *Condensación de gotas*

Normalmente, los coeficientes de transferencia de calor para la condensación de gotas son un orden de magnitud mayores que los de la condensación de película. De hecho, en aplicaciones de intercambiador de calor para las que la condensación de gotas se presenta, otras resistencias térmicas pueden ser significativamente más grandes que las que se deben a la condensación y, por tanto, no se necesitan correlaciones confiables para el proceso de condensación.

De los muchos sistemas superficie-fluido estudiados [44], la mayoría de los datos son para la condensación de vapor en superficies de cobre bien aumentadas y están correlacionadas por una expresión de la forma [45]

$$\bar{h}_{dc} = 51{,}104 + 2044T_{\text{sat}} \qquad 22°\text{C} < T_{\text{sat}} < 100°\text{C} \tag{10.44}$$

$$\bar{h}_{dc} = 255{,}510 \qquad 100°\text{C} < T_{\text{sat}} \tag{10.45}$$

donde el coeficiente de transferencia de calor tiene unidades de $(\text{W/m}^2 \cdot \text{K})$. El efecto de subenfriamiento, $T_{\text{sat}} - T_s$, sobre $\bar{h}_{dc}$ es pequeño y se puede ignorar.

El efecto de vapores no condensables en el vapor puede ser muy importante y lo han estudiado Shade y Mikic [46]. Además, si el material de la superficie de condensación no conduce tan bien como el cobre o la plata, su resistencia térmica se vuelve un factor. Como todo el calor se transfiere a las gotas, que son muy pequeñas y ampliamente distribuidas sobre la superficie, se reunirán líneas de flujo caliente dentro del material superficial cerca de las áreas activas de condensación, lo que induce una resistencia de *contracción*. Hannemann y Mikic [47] han estudiado este efecto.

10.12 *Resumen*

Es claro que la ebullición y la condensación son procesos complicados para los que la existencia de relaciones generalizadas es algo limitada. Este capítulo identifica las características físicas esenciales de los procesos y presenta correlaciones adecuadas para cálculos de ingeniería aproximados. Sin embargo, se dispone de una gran cantidad de información adicional, y mucha de ésta se resume en varias revisiones extensas del tema [7, 14, 24, 26–29, 43, 45, 48–51].

Bibliografía

1. Fox, R. W. y A. T. McDonald, *Introduction to Fluid Mechanics*, 3a. ed. Wiley, Nueva York, 1985.
2. Nukiyama, S., "The Maximum and Minimum Values of Heat Transmitted from Metal to Boiling Water Under Atmospheric Pressure", *J. Japan Soc. Mech. Eng.*, **37,** 367, 1934 (Translation: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **9,** 1419, 1966).
3. Drew, T. B. y C. Mueller, "Boiling," *Trans. AIChE*, **33,** 449, 1937.
4. Yamagata, K., F. Kirano, K. Nishiwaka y H. Matsuoka, "Nucleate Boiling of Water on the Horizontal Heating Surface", *Mem. Fac. Eng. Kyushu*, **15,** 98, 1955.
5. Rohsenow, W. M., "A Method of Correlating Heat Transfer Data for Surface Boiling Liquids", *Trans. ASME*, **74,** 969, 1952.
6. Vachon, R. I., G. H. Nix y G. E. Tanger, "Evaluation of Constants for the Rohsenow Pool-Boiling Correlation", *J. Heat Transfer*, **90,** 239, 1968.
7. Rohsenow, W. M., "Boiling", en W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett, Eds., *Handbook of Heat Transfer*, cap. 13, McGraw-Hill, Nueva York, 1973.
8. Kutateladze, S. S., "On the Transition to Film Boiling Under Natural Convection", *Kotlotur-bostroenie*, **3,** 10, 1948.
9. Zuber, N., "On the Stability of Boiling Heat Transfer", *Trans. ASME*, **80,** 711, 1958.
10. Lienhard, J. H., V. K. Dhir y D. M. Riherd, "Peak Pool Boiling Heat Flux Measurements on Finite Horizontal Flat Plates", *J. Heat Transfer*, **95,** 477, 1973.
11. Lienhard, J. H. y V. K. Dhir, "Extended Hydrodynamic Theory of the Peak and Minimum Pool Boiling Heat Fluxes", National Aeronautics and Space Administration, reporte NASA-CR-2270, julio de 1973.
12. Cichelli, M. T., y C. F. Bonilla, "Heat Tranfer to Liquids Boiling Under Pressure", *Transfer. AIChE*, **41,** 755, 1945.
13. Berenson, P. J., "Film Boiling Heat Transfer for a Horizontal Surface", *J. Heat Transfer*, **83,** 351, 1961.
14. Hahne, E., y U. Grigull, *Heat Transfer in Boiling*, Hemisphere/Academic Press, Nueva York, 1977.
15. Lienhard, J. H. y P. T. Y. Wong, "The Dominant Unstable Wavelength and Minimum Heat Flux During Film Boiling on a Horizontal Cylinder", *J. Heat Transfer*, **86,** 220, 1964.
16. Bromley, L. A., "Heat Transfer in Stable Film Boiling", *Chem. Eng. Prog.*, **46,** 221, 1950.
17. Sadasivan, P. y J. H. Lienhard, "Sensible Heat Correction in Laminar Film Boiling and Condensation", *J. Heat Tranfer*, **109,** 45, 1987.
18. Siegel, R., "Effect to Reduced Gravity on Heat Transfer", *Adv. Heat Transfer*, **4,** 143, 1967.
19. Berensen, P. J., "Experiments on Pool Boiling Heat Transfer", *Int. J. Heat Mass Transfer*," **5,** 985, 1962.
20. Webb, R. L., "The Evolution of Enhanced Surface Geometries for Nucleate Boiling", *Heat Transfer Eng.*, **2,** 46, 1981, y "Nucleate Boiling on Porous Coated Surfaces", *Heat Transfer Eng.*, **4,** 71, 1983.
21. Bergles, A. E., "Enhancement of Heat Transfer", *Heat Transfer 1978*, vol. 6, pp. 89–108, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1978.
22. Bergles, A. E., "Augmentation of Boiling and Evaporation", en E. U. Schlunder, editor en jefe, *Heat Exchanger Design Handbook*, vol. 2, sección 2.7.9, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1983.
23. Bergles, A. E. y W. H. Rohsenow, "The Determination of Forced Convection Surface Boiling Heat Transfer", *J. Heat Transfer*, **86,** 365, 1964.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

24. van Stralen, S., y R. Cole, *Boiling Phenomena*, McGraw-Hill/Hemisphere, Nueva York, 1979.

25. Lienhard, J. H., y R. Eichhorn, "Peak Boiling Heat Flux on Cylinders in a Cross Flow", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **19**, 1135, 1976.

26. Tong, L. S., *Boiling Heat Transfer and Two-Phase Flow*, Wiley, Nueva York, 1965.

27. Collier, J. G., *Convective Boiling and Condensation*, McGraw-Hill, Nueva York, 1972.

28. Griffith, P., "Two-Phase Flow", en W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett, eds., *Handbook of Heat Transfer*, cap. 14, McGraw-Hill, Nueva York, 1973.

29. Ginoux, J. N., *Two-Phase Flow and Heat Transfer*, McGraw-Hill/Hemisphere, Nueva York, 1978.

30. Sparrow, E. M. y J. L. Gregg, "A Boundary Layer Treatment of Laminar Film Condensation", *J Heat Transfer*, **81**, 13, 1959.

31. Koh, J. C. Y., E. M. Sparrow y J. P. Hartnett, "The Two-Phase Boundary Layer in Laminar Film Condensation", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **2**, 69, 1961.

32. Nusselt, W., "Die Oberflachenkondensation des Wasserdampfes," *Z. Ver. Deut. Ing.*, **60**, 541, 1916.

33. Rohsenow, W. M., "Heat Transfer and Temperature Distribution in Laminar Film Condensation." *Trans. ASME*, **78**, 1645, 1956.

34. Chen, M. M., "Analytical Study of Laminar Film Condensation: Part 1—Flat Plate", *J. Heat Transfer*, **83**, 48, 1961.

35. Dhir, V. K. y J. H. Lienhard," Laminar Film Condensation on Plane and Axisymmetric Bodies in Nonuniform Gravity", *J. Heat Transfer*, **93**, 97, 1971.

36. Kutateladze, S. S., *Fundamentals of Heat Transfer*, Academic Press, Nueva York, 1963.

37. Labuntsov, D. A., "Heat Transfer in Film Condensation of Pure Steam on Vertical Surfaces and Horizontal Tubes", *Teploenergetika*, **4**, 72, 1957.

38. Gregorig, R., J. Kern y K. Turek, "Improved Correlation of Film Condensation Data Based on a More Rigorous Application of Similarity Parameters", *Warme Stoffubertrag.*, **7**, 1, 1974.

39. Popiel, Cz. O. y L. Boguslawski, "Heat Transfer by Laminar Film Condensation on Sphere Surfaces", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **18**, 1486, 1975.

40. Chen, M. M., "An Analytical Study of Laminar Film Condensation: Part 2—Single and Multiple Horizontal Tubes", *J. Heat Transfer*, **83**, 55, 1961.

41. Selin, G., "Heat Transfer by Condensing Pure Vapours Outside Inclined Tubes", *International Developments in Heat Transfer* 2a parte, Interna Heat Transfer Conference Universidad de Colorado, pp. 278–289. ASME, Nueva York, 1961.

42. Chato, J. C., "Laminar Condensation Inside Horizontal and Inclined Tubes", *J. ASRAE*, **4**, 52, 1962.

43. Rohsenow, W. M., "Film Condensation", en W. M. Rohsenow y J. P. Hartneett, eds., *Handbook of Heat Transfer*, cap. 12A, McGraw-Hill, Nueva York, 1973.

44. Tanner, D. W., D. Pope, C. J. Potter y D. West, "Heat Transfer in Dropwise Condensation of Low Pressures in the Absence and Presence of Non-Condensable Gas" *Int. J. Heat Mass Transfer*, **11**, 181, 1968.

45. Griffith, P., "Dropwise Condensation", en E.U. Schlünder, editor en jefe, *Heat Exchanger Design Handbook*, vol. 2, sección. 2.6.5, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1983.

46. Shade, R. y B. Mikic, "The Effects of Non-condensable Gases on Heat Transfer During Dropwise Condensation", Hoja 67b presentada en la 67a Reunión Anual de American Institute of Chemical Engineers, Washington, DC, 1974.

47. Hannemann, R. y B. Mikic, "An Experimental Investigation into the Effect of Surface Thermal Conductivity on the Rate of Heat Transfer in Dropwise Condensation", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 19, 1307, 1976.

48. Collier, R., "Pool Boiling", en E. U. Schlunder, editor en jefe, *Heat Exchanger Design Handbook*, vol. 2, sección 2.7.2, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1983.

49. Butterworth, D., "Filmwise Condensation", en D. Butter-worth y G. F. Hewitt, eds., *Two-Phase Flow and Heat Transfer*, Oxford University Press, Londres, 1977, pp. 426–462.

50. Butterworth, D., "Film Condensation of Pure Vapor", en E. U. Schlunder, editor en jefe, *Heat Exchanger Design Handbook*, vol. 2, sección. 2.6.2, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1983.

51. Rose, J. W., "Dropwise Condensation Theory", Int. J. *Heat Mass Transfer*, **24**, 191, 1981.

52. Jakob, M. y G. A. Hawkins, *Elements of Heat Transfer*, 3a ed., Wiley, Nueva York, 1957.

53. Lienhard, J. H. y V. K. Dhir, "Hydrodynamic Prediction of Peak Boiling Heat Fluxes from Finite Bodies", *J. Heat Transfer*, **95**, 152, 1973.

Problemas

Consideraciones generales

10.1 Muestre que, para agua a 1 atm de presión con $T_s - T_{sat} = 10°C$, el número de Jakob es mucho menor que la unidad. ¿Cuál es el significado físico de este resultado? Verifique que esta conclusión se aplica a otros fluidos.

10.2 La superficie de un cilindro horizontal de 20 mm de diámetro se mantiene a un exceso de temperatura de 5°C en agua saturada a 1 atm. Estime el flujo de calor con el uso de la correlación de convección apropiada y compare su resultado con la curva de ebullición de la figura 10.4. Para ebullición nucleada, estime el valor máximo del coeficiente de transferencia de calor a partir de la curva de ebullición.

10.3 El papel de la tensión superficial en la formación de burbujas se puede demostrar al considerar una burbuja esférica de vapor saturado puro en equilibrio *mecánico* y *térmico* con su líquido sobrecalentado.

(a) Comenzando con un diagrama de cuerpo libre apropiado de la burbuja, lleve a cabo un balance de fuerzas para obtener una expresión del radio de la burbuja.

$$r_b = \frac{2\sigma}{p_{sat} - p_l}$$

donde p_{sat} es la presión del vapor saturado y p_l es la presión del líquido sobrecalentado fuera de la burbuja.

(b) En un diagrama $p-v$, represente los estados de burbuja y líquido. Exponga qué cambios en estas condiciones ocasionarán que la burbuja crezca o se contraiga.

(c) Calcule el tamaño de la burbuja bajo condiciones de equilibrio para las que el vapor está saturado a 101°C y la presión del líquido corresponde a una temperatura de saturación de 100°C.

Ebullición nucleada y flujo crítico de calor

10.4 Un alambre largo de 1 mm de diámetro conduce una corriente eléctrica que disipa 3150 W/m y alcanza una temperatura superficial de 126°C cuando se sumerge en agua a 1 atm. ¿Cuál es el coeficiente de transferencia de calor? Estime el valor del coeficiente de correlación $C_{s,f}$.

10.5 Estime el coeficiente de transferencia de calor de ebullición de alberca nucleada para agua que hierve a presión atmosférica en la superficie externa de un tubo chapeado de platino de 10 mm de diámetro que se mantiene a 10°C por arriba de la temperatura de saturación.

10.6 Estime el coeficiente de transferencia de calor de ebullición de alberca nucleada para agua bajo presión atmosférica en contacto con acero inoxidable pulido mecánicamente cuando el exceso de temperatura es 15°C.

10.7 Una expresión simple para explicar el efecto de la presión sobre el coeficiente de convección de ebullición nucleada en agua ($W/m^2 \cdot K$) es [52]

$$h = C(\Delta T_e)^n \left(\frac{p}{p_a}\right)^{0.4}$$

donde p y p_a son la presión del sistema y la presión atmosférica estándar, respectivamente. Para una placa horizontal y el rango $15 < q''_s < 235$ kW/m², $C = 5.56$ y $n = 3$. Las unidades de ΔT_e son grados kelvin. Compare las predicciones a partir de esta expresión con la correlación de Rohsenow ($C_{s,f} = 0.013$, $n = 1$) para presiones de 2 y 5 bar con $\Delta T_e = 10°C$.

10.8 Calcule el flujo crítico de calor para los siguientes fluidos a 1 atm: mercurio, alcohol etílico, y refrigerante R-12. Compare estos resultados con el flujo crítico de calor para agua a 1 atm.

10.9 La parte inferior de un recipiente de cobre, de 150 mm de diámetro, se mantiene a 115°C mediante el elemento de calentamiento de una cocina eléctrica. Estime la potencia que se requiere para hervir el agua en este recipiente. Determine el flujo de evaporación. ¿Cuál es la razón del flujo de calor superficial con respecto al flujo crítico de calor? ¿Qué temperatura del recipiente se requiere para alcanzar el flujo crítico de calor?

10.10 Los avances en la integración de muy grande escala (VLSI) de dispositivos electrónicos en un chip a menudo están restringidos por la capacidad para enfriar el chip. Para computadoras, un arreglo de varios cientos de chips, cada uno de 25 mm² de área, se puede montar sobre un sustrato cerámico. Un procedimiento para enfriar el arreglo es por inmersión en un fluido con punto de ebullición bajo tal como el refrigerante R-113. A 1 atm y 321 K, las propiedades del líquido saturado son $\mu = 5.147 \times 10^{-4}$ N · s/m², $c_p = 983.8$ J/kg · K, y $Pr = 7.183$. Suponga valores de $C_{s,f} = 0.004$ y $n = 1.7$.

(a) Estime la potencia disipada por un solo chip si opera al 50% del flujo crítico de calor. ¿Cuál es el valor correspondiente de la temperatura del chip?

(b) Calcule y grafique la temperatura del chip como función del flujo de calor superficial para $0.25 \leq q''_s/q''_{máx} \leq 0.90$.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

10.11 Etilenglicol saturado a 1 atm se calienta por una superficie chapeada de cromo que tiene un diámetro de 200 m y se mantiene a 480 K. Estime el requerimiento de potencia de calentamiento y el flujo de evaporación. ¿Qué fracción es el requerimiento de potencia de la potencia máxima asociada con el flujo crítico de calor? A 470 K las propiedades del líquido saturado son $\mu = 0.38 \times 10^{-3}$ N · s/m^2; $c_p = 3280$ J/kg · K, y $Pr = 8.7$. La densidad de vapor saturado es $\rho = 1.66$ kg/m^3.

10.12 Tubos de cobre de 25 mm de diámetro y 0.75 m de longitud se usan para hervir agua saturada a 1 atm.

(a) Si los tubos operan al 75% del flujo crítico de calor, ¿cuántos tubos son necesarios para proporcionar un flujo de vapor de 750 kg/h? ¿Cuál es la temperatura superficial correspondiente del tubo?

(b) Calcule y grafique la temperatura de la superficie del tubo como función del flujo de calor para $0.25 \leq q''_s/q''_{máx} \leq 0.90$. En la misma gráfica, grafique el número de tubos correspondientes que se necesitan para proporcionar el flujo establecido.

10.13 Estime la corriente a la que un alambre de níquel de 1 m de diámetro se consumirá cuando esté sumergido en agua a presión atmosférica. La resistencia eléctrica del alambre es 0.129 Ω/m.

10.14 Estime la potencia (W/m^2) que se requiere para mantener una placa de bronce a 115°C mientras hierve agua saturada a 1 atm. ¿Cuál es el requerimiento de potencia si el agua se presuriza a 10 atm? ¿A qué fracción del flujo crítico de calor opera la placa?

10.15 Se demuestra experimentalmente que el flujo crítico de calor depende altamente de la presión, principalmente a través de la dependencia de la presión respecto a la tensión superficial y al calor latente de vaporización. Con el uso de la ecuación 10.7, calcule valores de $q''_{máx}$ para agua como función de la presión. Demuestre que el flujo crítico de calor pico ocurre a aproximadamente un tercio de la presión crítica (p_c = 221 bar). Como todos los fluidos comunes tienen esta característica, sugiera qué coordenadas se deben usar para graficar valores de la presión de flujo de calor a fin de obtener una curva universal.

10.16 Al aplicar el análisis dimensional, Kutateladze [8] postuló que el flujo crítico de calor varía con el calor de vaporización, densidad de vapor, tensión superficial y el parámetro del diámetro de una burbuja:

$$D_b = \left[\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}\right]^{1/2}$$

(a) Verifique que el análisis dimensional daría la siguiente expresión para el flujo crítico de calor:

$$q''_{máx} = Ch_{fg}\rho_v^{1/2}D_b^{-1/2}\sigma^{1/2}$$

(b) La razón de la longitud característica L de una superficie caliente (su ancho o diámetro) al parámetro del diámetro D_b de la burbuja se denomina como número de Bond (Bo) y compara las fuerzas de empuje y de capilaridad. La correlación de la ecuación 10.7 se aplica estrictamente cuando $Bo \geq 3$. Estime el tamaño del calentador que satisfacerá este requisito para agua a 1 atm.

10.17 Cuando la superficie del calentador no es infinita, como estrictamente se requiere para el uso de la correlación de flujo crítico de calor de la ecuación 10.7, se dispone de correlaciones más detalladas en la literatura. Para el cilindro horizontal pequeño de radio r, Lienhard y Dhir [53] recomiendan la siguiente expresión:

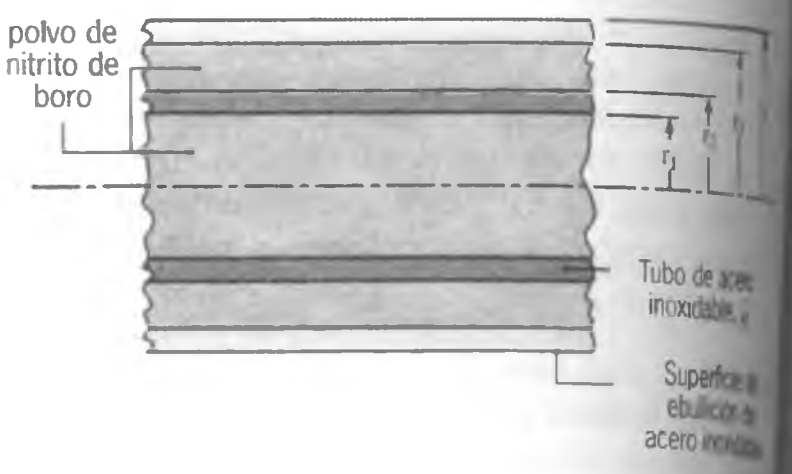
$$q''_{máx} = q''_{máx,\infty}[0.94\,(Bo)^{-1/4}] \qquad 0.15 \leq Bo \leq 1.5$$

donde $q''_{máx,\infty}$ es el flujo crítico de calor como predice la relación de Zuber-Kutateladze, ecuación 10.6, y para Bo, el número de Bond, la longitud característica es el radio del cilindro. Estime el flujo crítico de calor para cilindros horizontales de 1 y 3 mm de diámetro en agua saturada a 1 atm y compare el resultado con el de un cilindro horizontal grande.

10.18 ¿Cuál es el flujo crítico de calor para hervir agua a 1 atm sobre la superficie de la luna, donde la aceleración gravitacional es un sexto de la de la tierra?

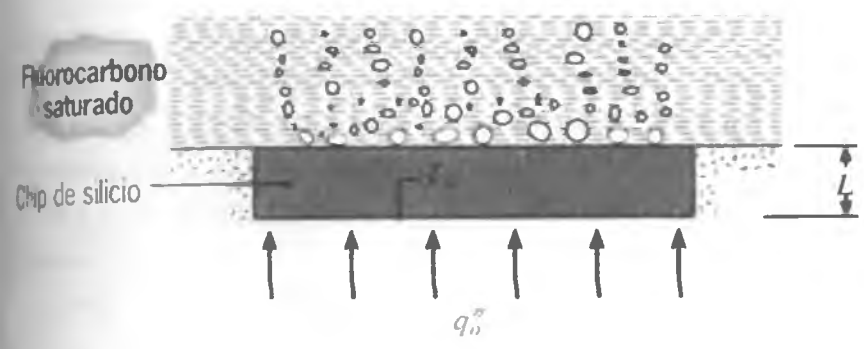
10.19 Un calentador para hervir un líquido saturado consiste en dos tubos concéntricos de acero inoxidable sellados con polvo denso de nitrito de boro. La corriente eléctrica pasa a través del interior del tubo, lo que crea un calentamiento volumétrico uniforme $\dot{q}$ (W/m^3). La superficie expuesta del tubo externo está en contacto con el líquido y el flujo de calor de ebullición está dado como

$$q''_s = C(T_s - T_{sat})^3$$



Se teme que bajo operación de alta potencia los tubos de acero inoxidable se oxiden severamente si las temperaturas exceden $T_{ss,\,x}$ o que el nitrito de boro se deteriore si su temperatura excede $T_{bn,\,x}$. Suponga que se establecen la temperatura de saturación del líquido (T_{sat}) y la temperatura superficial de ebullición (T_s), derive expresiones para las temperaturas máximas en los tubos de acero inoxidable (ss) y en el nitrito de boro (bo). Exprese sus resultados en términos de parámetros geométricos (r_1, r_2, r_3, r_4), las conductividades térmicas (k_{ss}, k_{bo}), y los parámetros de ebullición (C, T_{sat}, T_s).

10.20 Un chip de silicio de espesor $L = 2.5$ mm y conductividad térmica $k_s = 135$ W/m · K se enfría al hervir un líquido de fluorocarbono saturado ($T_{sat} = 57°C$) en su superficie. Los circuitos electrónicos en la parte inferior del chip producen un flujo de calor uniforme de $q''_o = 5 \times 10^4$ W/m^2, mientras los lados del chip están perfectamente aislados.

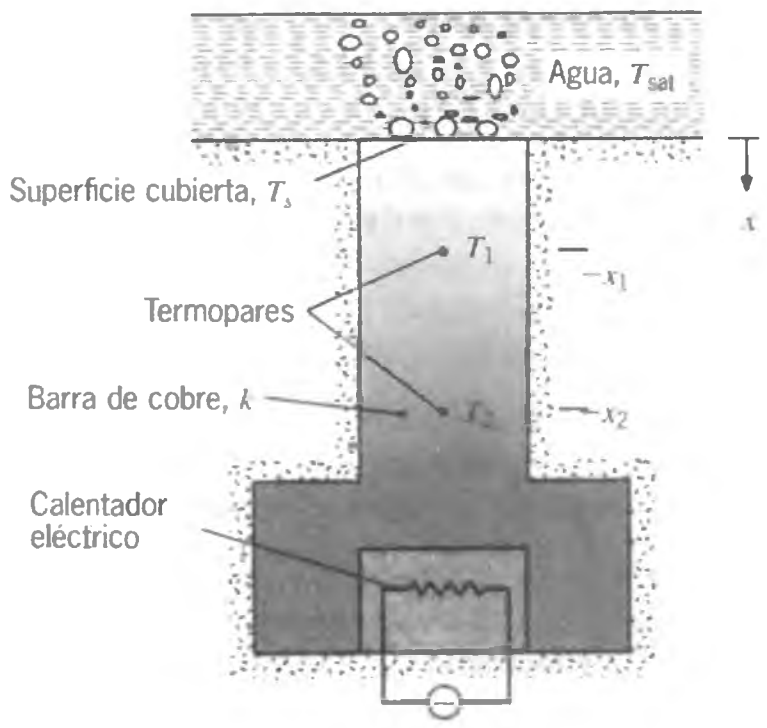


Las propiedades del fluorocarbono saturado son $c_{p,l} = 1100$ J/kg · K, $h_{fg} = 84{,}400$ J/kg, $\rho_l = 1619.2$ kg/m^3, $\rho_v = 13.4$ kg/m^3, $\sigma = 8.1 \times 10^{-3}$ kg/s^2, $\mu_l = 440 \times 10^{-6}$ kg/m · s, y $Pr_l = 9.01$. Además, las constantes de ebullición nucleada son $C_{s,f} = 0.005$ y $n = 1.7$.

(a) ¿Cuál es la temperatura de estado estable T_o en la parte inferior del chip? Si, durante la prueba del chip, q''_o aumenta a 90% del flujo crítico de calor, ¿cuál es el nuevo valor de estado estable de T_o?

(b) Calcule y grafique las temperaturas de las superficies del chip (superior e inferior) como función del flujo de calor para $0.20 \leq q''_o/q''_{máx} \leq 0.90$. Si la temperatura máxima permisible del chip es 80°C, ¿cuál es el valor máximo permisible de q''_o?

10.21 Un dispositivo para realizar experimentos de ebullición consiste en una barra de cobre ($k = 400$ W/m · K), que se expone a un líquido en ebullición en un extremo, encierra un calentador eléctrico en el otro extremo y está bien aislada de sus alrededores excepto por la superficie expuesta. Termopares insertados en la barra se usan para medir temperaturas a distancias de $x_1 = 10$ mm y $x_2 = 25$ mm de la superficie.



(a) Se lleva a cabo un experimento para determinar las características de ebullición de un recubrimiento especial aplicado a la superficie expuesta. Bajo condiciones de estado estable, se mantiene una ebullición nucleada en agua saturada a presión atmosférica y se registran valores $T_1 = 133.7°C$ y $T_2 = 158.6°C$. Si $n = 1$, ¿qué valor del coeficiente $C_{s,f}$ se asocia con la correlación de Rohsenow?

(b) Suponiendo la aplicabilidad de la correlación de Rohsenow con el valor de $C_{s,f}$ determinado de la parte (a), calcule y grafique el exceso de temperatura ΔT_e como función del flujo de calor de ebullición $10^5 \leq q''_s \leq 10^6$ W/m^2. ¿Cuáles son los valores correspondientes de T_1 y T_2 para $q''_s = 10^6$ W/m^2? ¿Si se aumentara q''_s a 1.5×10^6 W/m^2, se podrían extrapolar los resultados anteriores para inferir los valores correspondientes de ΔT_e, T_1, y T_2?

Ebullición de película

10.22 Una pequeña esfera de cobre, inicialmente a una temperatura uniforme elevada $T(0) = T_i$, se sumerge súbitamente en un baño grande de fluido que se mantiene a T_{sat}. La temperatura inicial de la esfera excede el punto de Leidenfrost correspondiente a la temperatura T_D de la figura 10.4.

(a) Grafique la variación de la temperatura promedio de la esfera, $\bar{T}(t)$, con el tiempo durante el proceso de templado. Indique sobre esta gráfica las temperaturas T_i, T_D, y T_{sat}, así como los regímenes de ebullición de película, transición y nucleada, y el régimen de convección de una sola fase. Identifique las características clave de la historia de temperaturas.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

(b) ¿A que tiempo(s) en este proceso de enfriamiento espera que la temperatura de la superficie de la esfera se desvíe más de su temperatura central? Explique su respuesta.

10.23 Una barra de acero, de 20 mm de diámetro y 200 mm de longitud, con una emisividad de 0.9, se saca de un horno a 455°C y se sumerge súbitamente en un baño de agua bajo presión atmosférica. Estime la transferencia de calor inicial de la barra.

10.24 Una corriente eléctrica pasa a través de un conductor horizontal de 2 mm de diámetro de emisividad 0.5 cuando se sumerge en agua bajo presión atmosférica.

(a) Estime la disipación de potencia por unidad de longitud del conductor que se requiere para mantener la temperatura de la superficie a 555°C.

(b) Para diámetros del conductor de 1.5, 2.0 y 2.5 mm calcule y grafique la disipación de potencia por unidad de longitud como función de la temperatura superficial para $250 \leq T_s \leq 650$°C. En una figura separada, grafique el porcentaje de contribución de la radiación como función de T_s.

10.25 Una barra de acero inoxidable pulido de 50 mm de diámetro y una emisividad de 0.10 se mantiene a una temperatura superficial de 250°C, mientras se sumerge horizontalmente en agua a 25°C bajo presión atmosférica. Estime la transferencia de calor por unidad de longitud de la barra.

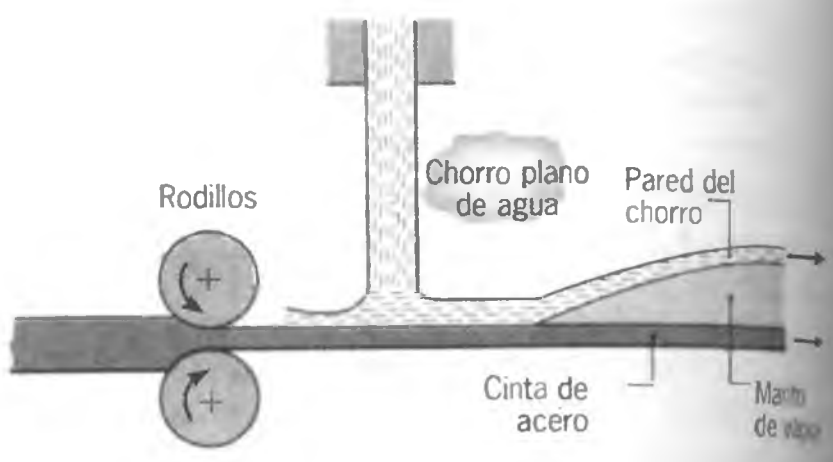
10.26 Un cilindro de 120 mm de diámetro a 1000 K se templa en agua saturada a 1 atm. Describa el proceso de templado y estime la razón máxima de eliminación de calor por unidad de longitud durante el proceso.

10.27 Un alambre horizontal de platino de 1 mm de diámetro con emisividad $\varepsilon = 0.25$ se opera en agua saturada a 1 atm de presión.

(a) ¿Cuál es el flujo de calor superficial si la temperatura de la superficie es $T_s = 800$ K?

(b) Para emisividades de 0.1, 0.25 y 0.95, genere una gráfica log–log del flujo de calor como función del exceso de temperaturas, $\Delta T_e \equiv T_s - T_{sat}$, para $150 \leq \Delta T_e \leq 550$ K. Muestre el flujo crítico de calor y el punto de Leidenfrost en su gráfica. Por separado, grafique el porcentaje de contribución de la radiación al flujo total de calor para $150 \leq \Delta T_e \leq 550$ K.

10.28 Conforme una cinta de acero sale del último conjunto de rodillos en un tren de laminación en caliente, se templa mediante chorros planos de agua antes de enrollarse. Debido a las grandes temperaturas de las placas, la ebullición de película se alcanza brevemente corriente abajo de la región de choque del chorro.



Considere condiciones para las que la cinta de acero debajo del manto de vapor está a una temperatura de 907 K y tiene una emisividad de 0.35. Ignorando los efectos de movimiento de la cinta y del chorro y suponiendo que la convección dentro de la película puede ser aproximada por la asociada con un cilindro horizontal grande de 1 m de diámetro, estime la transferencia de calor por unidad de área superficial desde la cinta a la pared del chorro.

10.29 Una esfera de cobre de 10 m de diámetro, inicialmente a una temperatura elevada establecida T_i, se templa en un baño de agua saturada (1 atm). Con el uso del método de la resistencia interna despreciable, estime el tiempo para que la esfera se enfríe (a) de $T_i = 120$°C a 110°C y (b) de $T_i = 500$°C a 220°C. Grafique la historia de temperaturas para cada proceso de templado.

Ebullición de convección forzada

10.30 Un tubo de 2 mm de diámetro se usa para calentar agua saturada a 1 atm, que está en flujo cruzado sobre el tubo. Calcule y grafique el flujo crítico de calor como función de la velocidad del agua en el margen de 0 a 2 m/s. En su gráfica identifique la región de ebullición de alberca y la región de transición entre los dominios de alta y baja velocidad.

10.31 Agua saturada a 1 atm y 2 m/s de velocidad fluye sobre un elemento de calentamiento circular de 5 mm de diámetro. ¿Cuál es la rapidez de calentamiento máximo (W/m) para el elemento?

10.32 Para ebullición de convección forzada local de agua dentro de tubos verticales, el coeficiente de transferencia de calor h(W/m$^2 \cdot$ K) se puede estimar mediante la correlación

$$h = 2.54(\Delta T_e)^3 \exp\left(\frac{p}{15.3}\right)$$

con ΔT_e en Kelvin y p en bar. Considere agua a 1 atm que fluye a través de un tubo vertical de 50 mm de diámetro interior. La ebullición local ocurre cuando la pared del tubo está 15°C por arriba de la temperatura

de saturación. Estime la transferencia de calor de ebullición por unidad de longitud del tubo.

10.33 Para ebullición de convección forzada en tubos lisos, el flujo de calor se puede estimar al combinar los efectos separados de ebullición y convección forzada. Las correlaciones de Rohsenow y Dittus-Boelter se pueden usar para predecir los efectos de la ebullición y de la convección forzada, al reemplazar 0.023 con 0.019 en la última expresión. Considere agua a 1 atm con una velocidad media de 1.5 m/s y una temperatura media de 95°C que fluye a través de un tubo de bronce de 1.5 mm de diámetro cuya superficie se mantiene a 110°C. Estime la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo.

Condensación de película

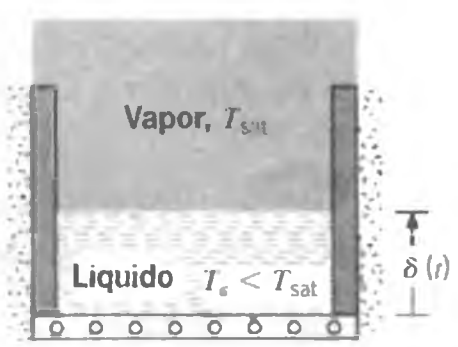
10.34 Vapor saturado a 1.0 bar se condensa con un coeficiente de convección de 6800 W/m^2 · K sobre el exterior de un tubo de bronce que tiene diámetros interno y externo de 16.5 y 19 mm, respectivamente. El coeficiente de convección para agua que fluye dentro del tubo es 5200 W/m^2 · K. Estime el flujo condensación de vapor por unidad de longitud del tubo cuando la temperatura media del agua es 30°C.

10.35 Si los efectos de advección en la condensación de película laminar sobre una placa vertical no se ignoran, el balance de energía, ecuación 10.20, sobre el volumen de control de la figura 10.13 tiene la forma

$$q_s'' = \frac{d\Gamma}{dx}\left[h_{fg} + \frac{1}{\Gamma}\int_0^\delta \rho_l u c_{p,l}(T_{sat} - T)\,dy\right]$$

Verifique esta expresión y muestre que la influencia de la advección para una distribución de temperatura lineal a través de la película de condensado es reemplazar h_{fg} con $h'_{fg} = h_{fg}(1 + \frac{3}{8}Ja)$ en el análisis de Nusselt. La expresión mas apropiada para h'_{fg} es la ecuación 10.26, que resulta del uso de una distribución de temperaturas no lineal en la película.

10.36 Considere un contenedor expuesto a vapor saturado, T_{sat}, que tiene una superficie inferior fría, $T_s < T_{sat}$, y con paredes laterales aisladas.



Suponiendo una distribución lineal de temperaturas para el líquido, lleve a cabo un balance de energía superficial sobre la interfaz líquido-vapor para obtener la siguiente expresión para la rapidez de crecimiento de la capa líquida:

$$\delta(t) = \left[\frac{2k_l(T_{sat} - T_s)}{\rho_l h_{fg}}\,t\right]^{1/2}$$

Calcule el espesor de la capa líquida formada en 1 h para una superficie inferior de 200 mm^2 mantenida a 80°C y expuesta a vapor saturado a 1 atm. Compare este resultado con el condensado formado por una placa vertical de las mismas dimensiones para el mismo lapso.

10.37 Vapor saturado a 1 atm se expone a una placa vertical de 1 m de altura y 0.5 m de ancho que tiene una temperatura superficial uniforme de 70°C. Estime la transferencia de calor a la placa y el flujo de condensación de vapor.

10.38 Se condensa vapor saturado a 1 atm sobre la superficie externa de un tubo vertical de 100 mm de diámetro y 1 m de longitud, que tiene una temperatura superficial uniforme de 94°C. Estime el flujo total de condensación y la transferencia de calor al tubo.

10.39 Determine el flujo total de condensación y la transferencia de calor para el problema 10.38 cuando el vapor es saturado a 1.5 bar.

10.40 Considere el proceso de condensación del problema 10.38. Para mantener la pared del tubo a la temperatura superficial uniforme de 94°C, agua de enfriamiento pasa a través del tubo de acero de diámetro interior de 92 mm. ¿Qué flujo de agua producirá una elevación de temperatura de 4°C del agua entre la salida y la entrada del tubo?

10.41 Una placa vertical de 500 mm de altura y 200 mm de ancho se usa para condensar vapor saturado a 1 atm.

(a) ¿A qué temperatura superficial se debe mantener la placa para alcanzar un flujo de condensación de $\dot{m} = 25$ kg/h?

(b) Calcule y grafique la temperatura superficial como función del flujo de condensación para $15 \leq \dot{m} \leq 50$ kg/h.

(c) En la misma gráfica y para el mismo dominio de $\dot{m}$, grafique la temperatura superficial como función del flujo de condensación si la placa tiene 200 mm de altura y 500 mm de ancho.

10.42 Vapor saturado de etilenglicol a 1 atm se expone a una placa vertical de 300 mm de altura y 100 m de ancho que tiene una temperatura uniforme de 420 K. Estime la transferencia de calor a la placa y el flujo de

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

condensación. Aproxime las propiedades del líquido como las que corresponden a condiciones saturadas a 373 K (tabla A.5).

10.43 Una placa vertical de 2.5 mm de altura, que se mantiene a una temperatura uniforme de 54°C, se expone a vapor saturado a presión atmosférica.

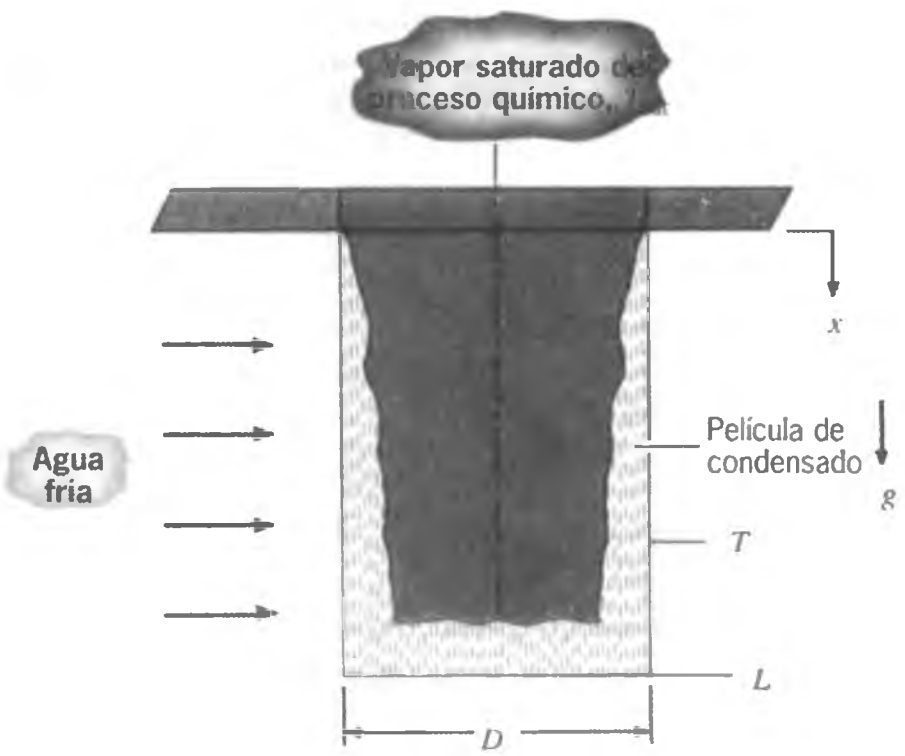
(a) Estime los flujos de condensación y de transferencia de calor por unidad de ancho de la placa.

(b) Si la altura de la placa se dividiera entre dos, ¿existiría aún un flujo turbulento?

(c) Para $54 \leq T_s \leq 90$°C, grafique el flujo de condensación como función de la temperatura de la placa para dos alturas de la placa de las partes (a) y (b).

10.44 Se consideran dos configuraciones en el diseño de un sistema de condensación para vapor a 1 atm con el empleo de una placa vertical que se mantiene a 90°C. La primera configuración es una sola placa vertical de $L \times w$ y la segunda consiste en dos placas verticales $(L/2) \times w$, donde L y w son las dimensiones vertical y horizontal, respectivamente. ¿Cuál configuración escogería?

10.45 Vapor saturado de un proceso químico se condensa a un flujo lento en la superficie interna de un contenedor cilíndrico vertical de pared delgada de longitud L y diámetro D. La pared del contenedor se mantiene a una temperatura uniforme T_s mediante el flujo de agua fría a través de su superficie externa.



Derive una expresión para el tiempo, t_f, que se requiere para llenar el contenedor con condensado, suponiendo que la película de condensado es laminar. Exprese su resultado en términos de D, L, $(T_{sat} - T_s)$, g, y las propiedades del fluido apropiadas.

10.46 Determine el flujo total de condensación y la transferencia de calor para el proceso de condensación del problema 10.38 cuando el tubo es horizontal.

10.47 Considere condensación de película laminar sobre la superficie externa de un tubo de longitud L y diámetro D. Obtenga una expresión para la razón de la transferencia de calor por condensación en la orientación horizontal relativa a la orientación vertical.

10.48 Un tubo de 25 mm de diámetro no aislado con una temperatura superficial de 15°C pasa a través de un cuarto que tiene una temperatura del aire de 37°C y una humedad relativa del 75%. Estime el flujo de condensación por unidad de longitud del tubo, suponiendo condensación de película en lugar de la de gotas.

10.49 Un tubo horizontal de 50 m de diámetro, con una temperatura superficial de 34°C, se expone a vapor a 0.2 bar. Estime el flujo de condensación y la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo.

10.50 Un tubo horizontal de 1 m de longitud con una temperatura superficial de 70°C se usa para condensar vapor saturado a 1 atm.

(a) ¿Qué diámetro se requiere para alcanzar un flujo de condensación de 125 kg/h?

(b) Grafique el flujo de condensación como función de la temperatura superficial para $70 \leq T_s \leq 90$°C y diámetros de tubo de 125, 150, 175 mm

10.51 Refrigerante–12 a 1 atm se condensa en el exterior de un tubo horizontal de 10 mm de diámetro y 1 m de longitud. ¿Qué temperatura superficial se requiere para un flujo de condensación de 50 kg/h?

10.52 Vapor saturado a una presión de 0.1 bar se condensa sobre un arreglo cuadrado de 100 tubos, cada uno de 8 mm.

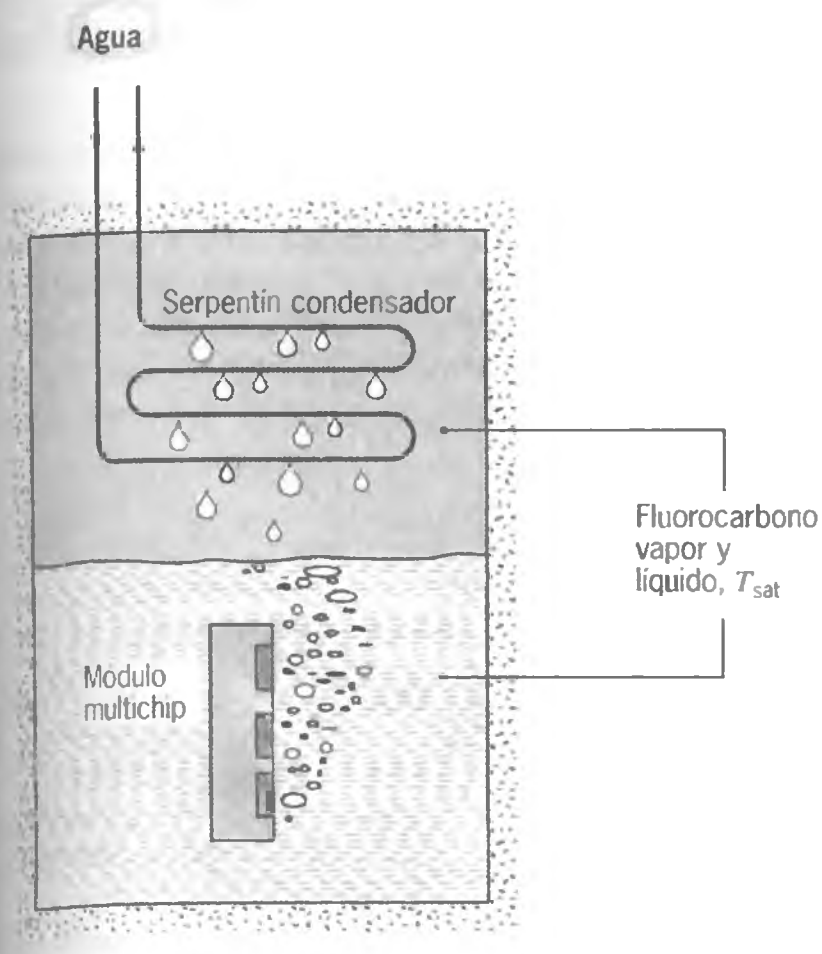
(a) Si las superficies de los tubos se mantienen a 27°C, estime el flujo de condensación por unidad de longitud del tubo.

(b) Sujeto al requerimiento de que el número total de tubos y el diámetro de los mismos se fijan en 100 y 8 mm, respectivamente, ¿qué opciones están disponibles para aumentar el flujo de condensación? Evalúe estas opciones de forma cuantitativa.

10.53 Un intercambiador de calor de tubos concéntricos de 0.19 m de longitud se usa para calentar agua desionizada de 40 a 60°C a un flujo de 5 kg/s. El agua desionizada fluye a través del tubo interior de 30 mm de

diámetro mientras se suministra vapor saturado a 1 atm al anillo formado con el tubo externo de 60 mm de diámetro. Las propiedades termofísicas del agua desionizada son $\rho = 982.3$ kg/m^3, $c_p = 4181$ J/kg · K, $k = 0.643$ W/m · K, $\mu = 548 \times 10^{-6}$ N · s/m^2, y $Pr = 3.56$. Estime los coeficientes de convección para ambos lados del tubo y determine la temperatura de salida de la pared del tubo interno. ¿La condensación proporciona una temperatura de pared del tubo interno por completo uniforme y aproximadamente igual a la temperatura de saturación del vapor?

10.54 Una técnica para enfriar un módulo multichip implica sumergir el módulo en un líquido fluorocarbónico saturado. El vapor que se genera debido a la ebullición en la superficie del módulo se condensa sobre la superficie externa de la tubería de cobre suspendida en el espacio de vapor por arriba del líquido. La tubería de pared delgada es de diámetro $D = 10$ mm y se enfría en un plano horizontal. Se enfría con agua que entra a 285 K y sale a 315 K. Todo el calor disipado por los chips dentro del módulo se transfiere de una superficie de ebullición de 100 mm por 100 mm, en la que el flujo es 10^5 W/m^2, al líquido fluorocarbónico, que está a $T_{sat} = 57$°C. Las propiedades del líquido son $k_l = 0.0537$ W/m · K, $c_{p,l} = 1100$ J/kg · K, $h'_{fg} \approx h_{fg} = 84{,}400$ J/kg, $\rho_l = 1619.2$ kg/m^3, $\rho_v = 13.4$ kg/m^3, $\sigma = 8.1 \times 10^{-3}$ kg/s^2, $\mu_l = 440 \times 10^{-6}$ kg/m · s, y $Pr_l = 9$.



(a) Para la disipación de calor que se establece, ¿cuál es el flujo de condensación que se requiere (kg/s) y el flujo de agua (kg/s)?

(b) Suponiendo flujo completamente desarrollado a lo largo del tubo, determine la temperatura superficial del tubo en la entrada y salida del serpentín.

(c) Suponiendo una temperatura superficial uniforme del tubo de $T_s = 53.0$°C, determine la longitud requerida del serpentín.

10.55 Agua a una temperatura media y velocidad de 17°C y 2 m/s, respectivamente, fluye por un tubo horizontal de bronce con diámetros interno y externo de 28.0 y 30.5 mm, respectivamente. Estime el flujo de condensación por unidad de longitud de tubo de vapor saturado a una presión de 0.15 bar que rodea el tubo.

10.56 Determine el flujo de condensación de una esfera de 100 mm de diámetro con una temperatura superficial de 150°C en vapor de etilenglicol saturado a 1 atm. Aproxime las propiedades del líquido como las que corresponden a condiciones saturadas a 373 K (tabla A.5).

10.57 Una esfera de cobre de 10 mm de diámetro, inicialmente a una temperatura uniforme de 50°C, se coloca en un contenedor grande lleno con vapor saturado a 1 atm. Con el uso del método de la resistencia interna despreciable, estime el tiempo que se requiere para que la esfera alcance una condición de equilibrio. ¿Cuánto condensado (kg) se formó durante este periodo?

10.58 Vapor saturado a 1.5 bar se condensa dentro de un tubo horizontal de 75 mm de diámetro cuya superficie se mantiene a 100°C. Suponiendo velocidades de vapor bajas y condensación de película, estime el coeficiente de transferencia de calor y el flujo de condensación por unidad de longitud del tubo.

Condensación de gotas

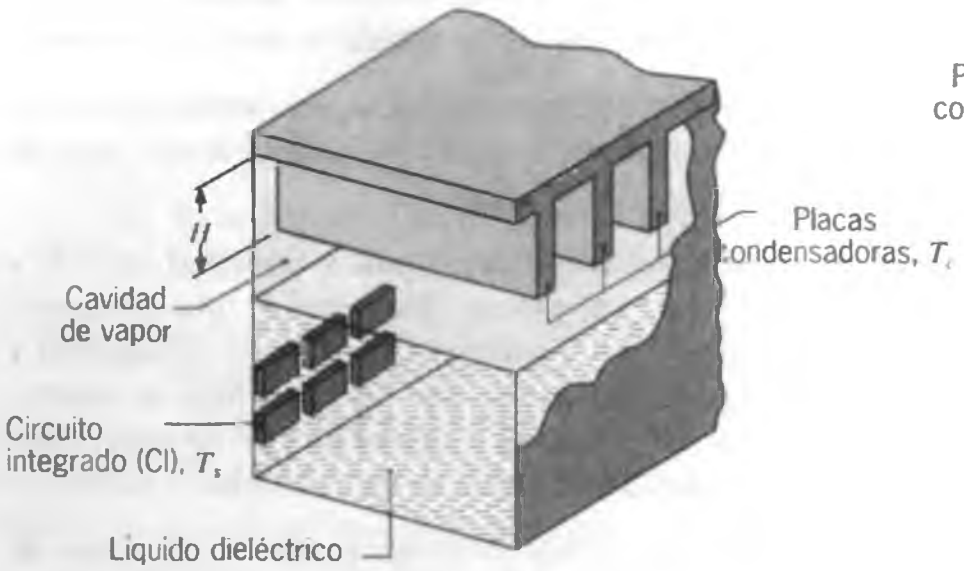
10.59 Considere las condiciones del problema 10.48. Estime el flujo de condensación para la condensación de gotas.

Ebullición/condensación combinadas

10.60 Una técnica pasiva para enfriar circuitos integrados (CI) disipadores de calor implica sumergirlos en un fluido dieléctrico de bajo punto de ebullición. El vapor que se genera al enfriar los circuitos se condensa en placas verticales suspendidas en la cavidad de vapor arriba del líquido. La temperatura de las placas se mantiene por debajo de la temperatura de

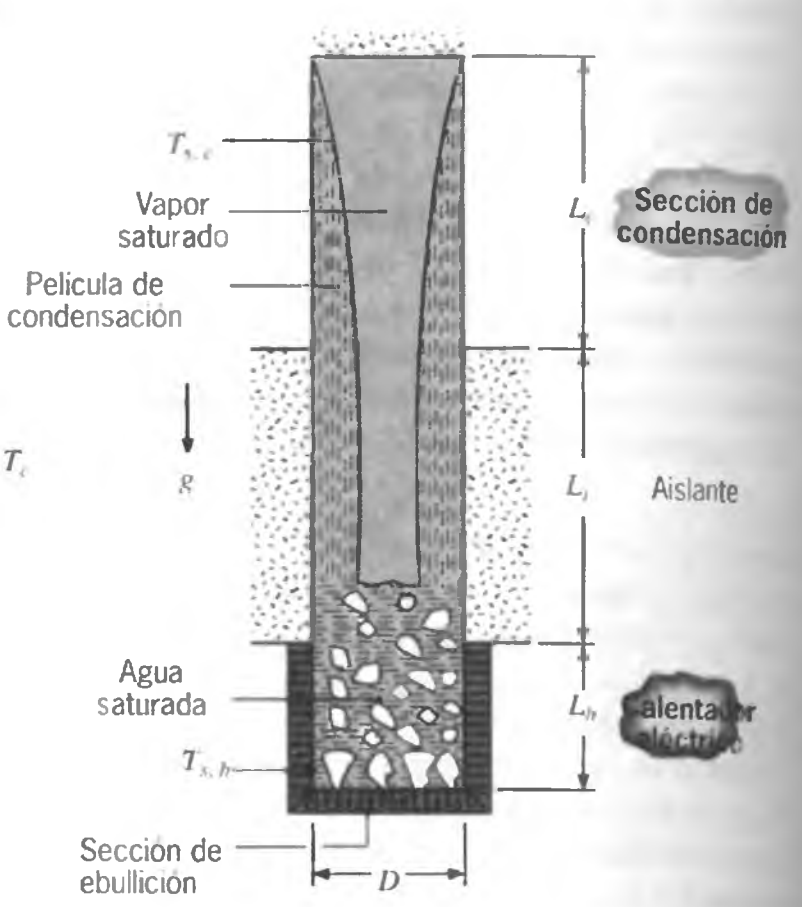
DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del Litoral

saturación, y durante la operación en estado estable se establece un balance entre la transferencia de calor a las placas condensadoras y la disipación de calor por los CI.



Considere condiciones para las que una área de superficie de 25 mm² de cada CI se sumerge en un fluorocarbono líquido para el cual $T_{sat} = 50°C$, $\rho_l = 1700$ kg/m³, $c_{p,l} = 1005$ J/kg · K, $\mu_l = 6.80 \times 10^{-4}$ kg/s · m, $k_l = 0.062$ W/m · K, $Pr_l = 11.0$, $\sigma = 0.013$ kg/s², $h_{fg} = 1.05 \times 10^5$ J/kg, $C_{s,f} = 0.004$, y $n = 1.7$. Si los circuitos integrados operan a una temperatura superficial de $T_s = 75°C$, ¿con qué rapidez se disipa calor por cada circuito? Si las placas condensadoras tienen altura $H = 50$ mm y se mantienen a una temperatura $T_c = 15°C$ mediante un refrigerante interno, y se supone condensación de película laminar, ¿cuánta área superficial del condensador se debe proporcionar para balancear el calor generado por 500 circuitos integrados?

10.61 Un termosifón consiste en un contenedor cerrado que absorbe calor a lo largo de su sección de ebullición y rechaza calor a lo largo de su sección de condensación. Considere un termosifón construido con un cilindro de acero inoxidable mecánicamente pulido, de pared delgada y diámetro D. El calor que se suministra al termosifón hierve agua saturada a presión atmosférica sobre las superficies de la sección inferior de ebullición de longitud L_b y después se rechaza mediante vapor de condensación en una película delgada, que cae por gravedad a lo largo de la pared de la sección de condensación de longitud L_c, de regreso a la sección de ebullición. Las dos secciones están separadas por una sección aislada de longitud L_i. La superficie superior de la sección de condensación se puede tratar como aislada. Las dimensiones del termosifón son $D = 20$ mm, $L_b = 20$ mm, $L_c = 40$ mm, y $L_i = 40$ mm.

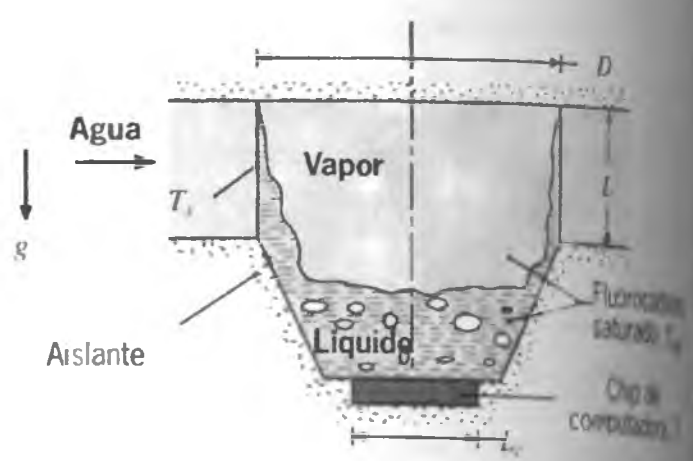


(a) Encuentre la temperatura superficial media, $T_{s,b}$, de la superficie de ebullición si el flujo de calor de ebullición nucleada se mantiene al 30% del flujo crítico de calor.

(b) Encuentre la temperatura superficial media, $T_{s,c}$, de la sección de condensación con la suposición de condensación de película laminar.

(c) Encuentre el flujo total de condensación, $\dot{m}_c$, dentro del termosifón. Explique cómo determinaría si la película es laminar, laminar ondulada, o turbulenta a medida que cae de retorno a la sección de ebullición.

10.62 Un novedoso esquema para enfriar chips de computadora utiliza un termosifón que contiene un fluorocarbono saturado. El chip está unido a la parte inferior de un contenedor en forma de copa, dentro del cual se disipa el calor por ebullición y después se transfiere a un refrigerante externo (agua) por la vía de la condensación sobre la superficie interna de un tubo de pared delgada.



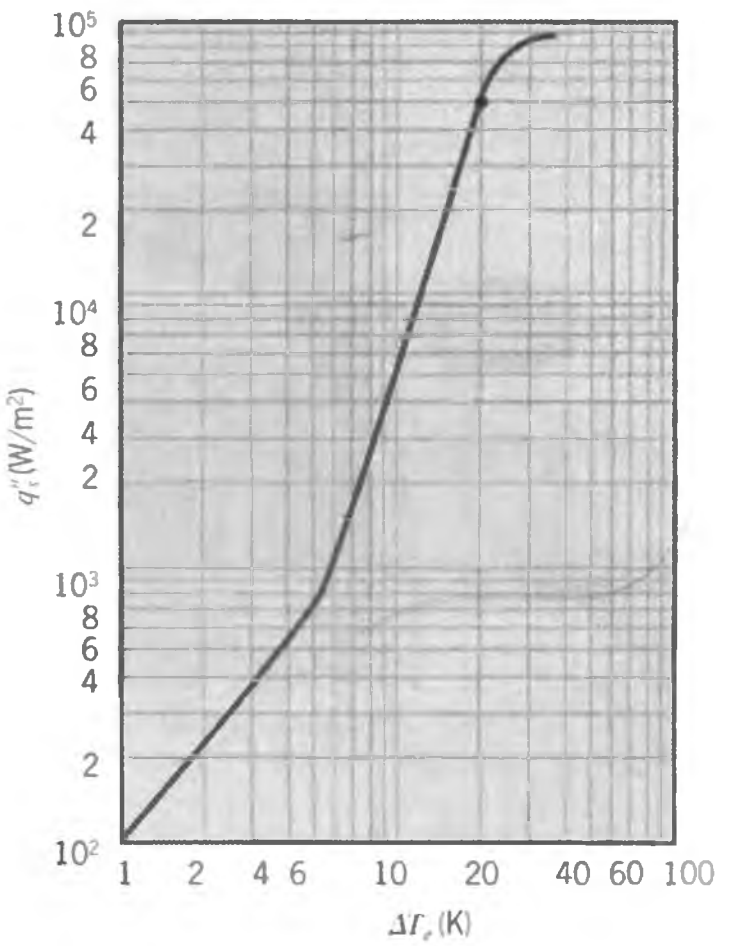
Las constantes de ebullición nucleada y las propiedades del fluorocarbono se proporcionan en el problema 10.20. Además, $k_l = 0.054$ W/m · K.

(a) Si el chip opera bajo condiciones de estado estable y su flujo de calor superficial se mantiene al 90% del flujo crítico de calor, ¿cuál es su temperatura T? ¿Cuál es la disipación total de potencia si el ancho del chip es $L_c = 20$ mm por lado?

(b) Si el diámetro del tubo es $D = 30$ mm y su superficie es mantenida a $T_s = 25°C$ por el agua, ¿qué longitud de tubo L se requiere para mantener las condiciones establecidas?

10.63 Una sección de condensación-ebullición contiene una placa de cobre de 2 m × 2 m que opera a una temperatura uniforme $T_s = 100°C$ y separa vapor saturado, que se condensa a partir de un líquido X saturado, el cual experimenta ebullición de *alberca* nucleada. Una parte de la curva de ebullición para el líquido X se muestra a continuación. El vapor saturado y el líquido X saturado se suministran al sistema, mientras el condensado de agua y vapor X se eliminan por medios que no se muestran en el dibujo. A una presión de 1 bar, el fluido X tiene una temperatura de saturación y un calor latente de vaporización $T_{sat} = 80°C$ y $h_{fg} = 700{,}000$ J/kg, respectivamente.

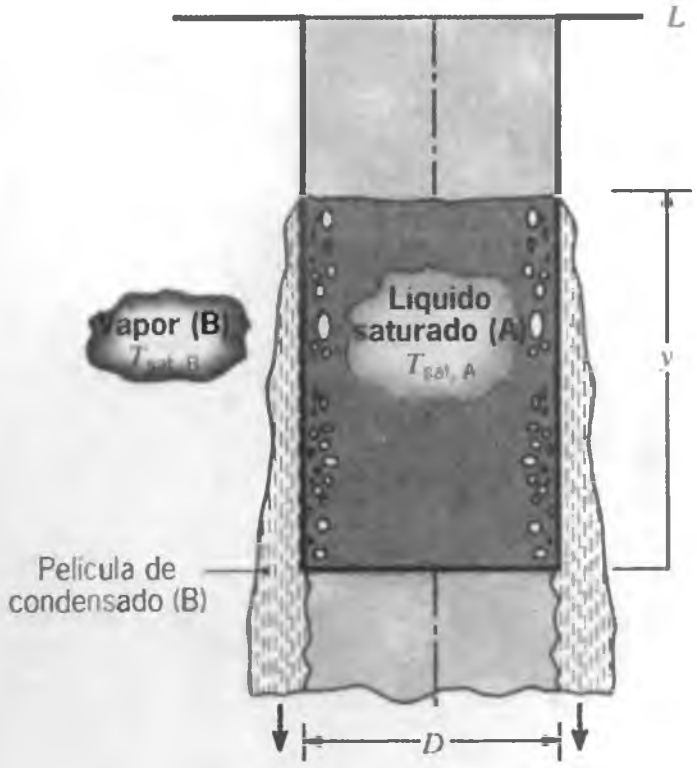




(a) Estime los flujos de evaporación y condensación (kg/s) para los dos fluidos.

(b) Determine la temperatura de saturación T_{sat} y la presión p para el vapor, suponiendo que ocurre condensación de película.

10.64 Un contenedor cilíndrico de pared delgada de diámetro D y altura L se llena a una altura y con un líquido de bajo punto de ebullición (A) a $T_{sat,A}$. El contenedor se localiza en una cámara grande llena con vapor de un fluido de alto punto de ebullición (B). El vapor B se condensa en una película laminar sobre la superficie externa del contenedor cilíndrico, que se extiende desde la posición de la superficie libre del líquido A. El proceso de condensación sostiene ebullición nucleada en el líquido A a lo largo de la pared del contenedor de acuerdo con la relación $q'' = C(T_s - T_{sat})^3$, donde C es una constante empírica conocida.



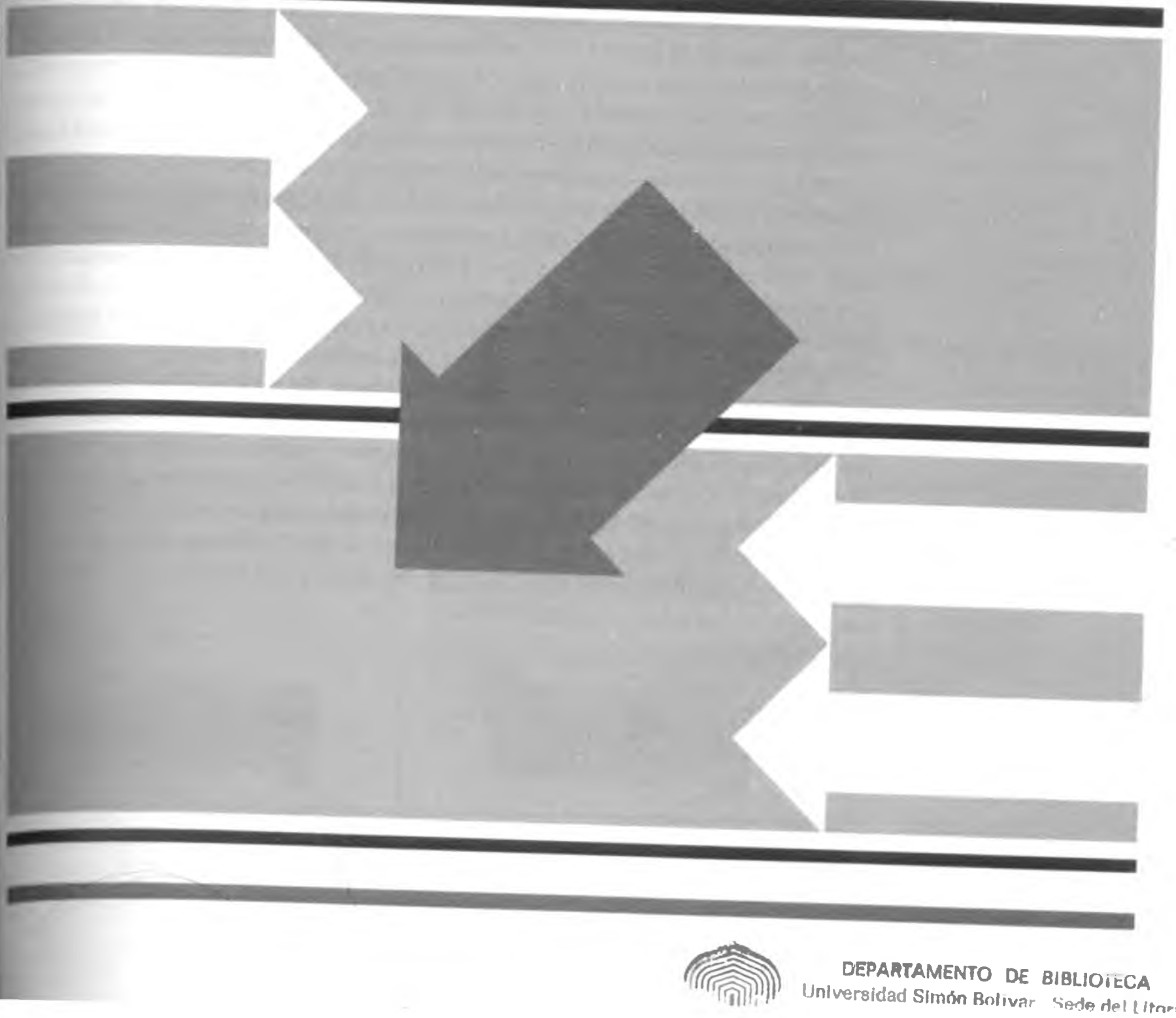
(a) En cuanto a la parte de la pared cubierta con la película de condensado, derive una ecuación para la temperatura promedio de la pared del contenedor, T_s. Suponga que las propiedades de los líquidos A y B se conocen.

(b) ¿A qué rapidez se suministra calor al líquido A?

(c) Suponga que el contenedor está inicialmente lleno no por completo de líquido, es decir, $y = L$, derive una expresión del tiempo que se requiere para evaporar todo el líquido del contenedor.

CAPÍTULO 11

Intercambiadores de calor



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del Litoral

El proceso de intercambio de calor entre dos fluidos que están a diferentes temperaturas y separados por una pared sólida, ocurre en muchas aplicaciones de ingeniería. El dispositivo que se utiliza para llevar a cabo este intercambio se denomina *intercambiador de calor*, y las aplicaciones específicas se pueden encontrar en calefacción de locales y acondicionamiento de aire, producción de potencia, recuperación de calor de desecho y algunos procesamientos químicos. En este capítulo consideramos los principios de transferencia de calor necesarios para diseñar y/o evaluar el funcionamiento de un intercambiador de calor.

11.1 *Tipos de intercambiadores de calor*

Los intercambiadores normalmente se clasifican de acuerdo con el *arreglo del flujo* y el *tipo de construcción*. El intercambiador de calor más simple es aquel en que los fluidos caliente y frío se mueven en la misma dirección o en direcciones opuestas en una construcción de *tubos concéntricos* (o *doble tubo*). En el arreglo de *flujo paralelo* de la figura 11.1*a*, los fluidos caliente y frío entran por el mismo extremo, fluyen en la misma dirección y salen por el mismo extremo. En el arreglo de *contraflujo* de la figura 11.1*b*, los fluidos entran por extremos opuestos, fluyen en direcciones opuestas, y salen por extremos opuestos.

De manera alternativa, los fluidos se pueden mover en *flujo cruzado* (perpendiculares entre sí), como se muestra mediante los intercambiadores de calor tubulares con *aletas* y *sin aletas* de la figura 11.2. Las dos configuraciones difieren según el fluido que se mueve sobre los tubos esté *mezclado* o *no mezclado*. En la figura 11.2*a*, se dice que el fluido no está mezclado porque las aletas impiden el movimiento en una dirección (y) que es transversal a la dirección del flujo principal (x). En este caso la temperatura del fluido varía con x y y. Por el contrario, para el conjunto de tubos sin aletas de la figura 11.2*b*, es posible el movimiento del fluido en la dirección transversal, que en consecuencia es mezclado y las variaciones de temperatura se producen, en principio, en la dirección del flujo principal. En el intercambiador con aletas, dado que el flujo del tubo no es mezclado, ambos fluidos están sin mezclar mientras que en el intercambiador sin aletas un fluido está mezclado y el otro sin mezclar. La naturaleza de la condición de mezcla puede influir de manera significativa en el funcionamiento del intercambiador de calor.

Otra configuración común es el intercambiador de calor de *tubos y coraza* [1]. Las formas específicas difieren de acuerdo con el número de pasos de tubos y coraza, y la forma más simple, que implica *un solo paso por* tubos y coraza, se muestra en la figura 11.3. Normalmente se instalan deflectores para aumentar el coeficiente de convección del fluido del lado de la coraza al inducir turbulencia y una componente de la velocidad de flujo cruzado. En las figuras 11.4*a* y 11.4*b* se muestran intercambiadores de calor con deflectores con un paso por la coraza y dos pasos por los tubos y con dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos, respectivamente.

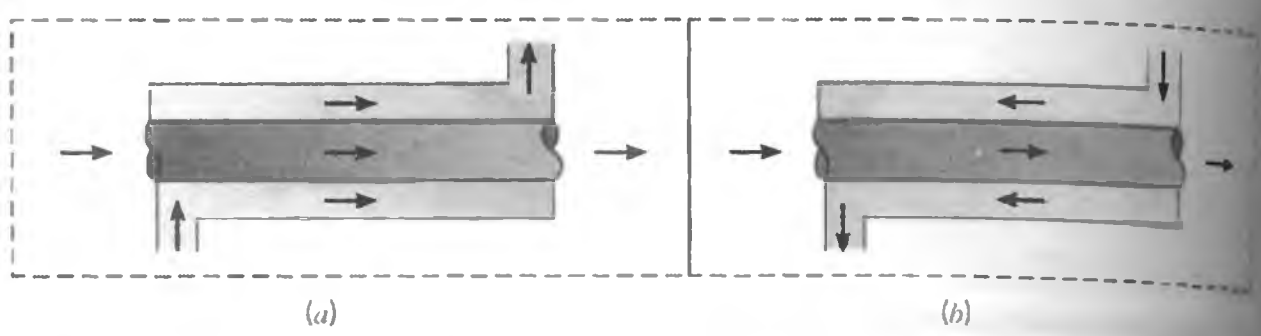


Figura 11.1 Intercambiadores de calor de tubos concéntricos. (*a*) Flujo paralelo. (*b*) Contraflujo.

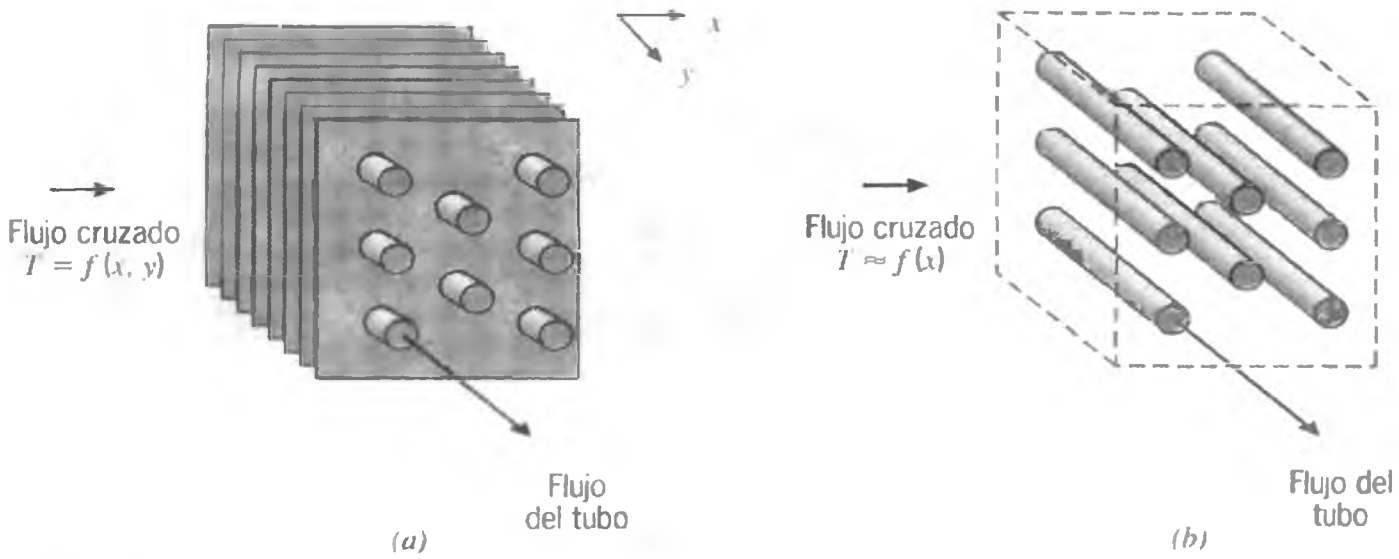


FIGURA 11.2 Intercambiadores de calor de flujo cruzado. (*a*) Con aletas y ambos fluidos sin mezclar. (*b*) Sin aletas con un fluido mezclado y el otro sin mezclar.

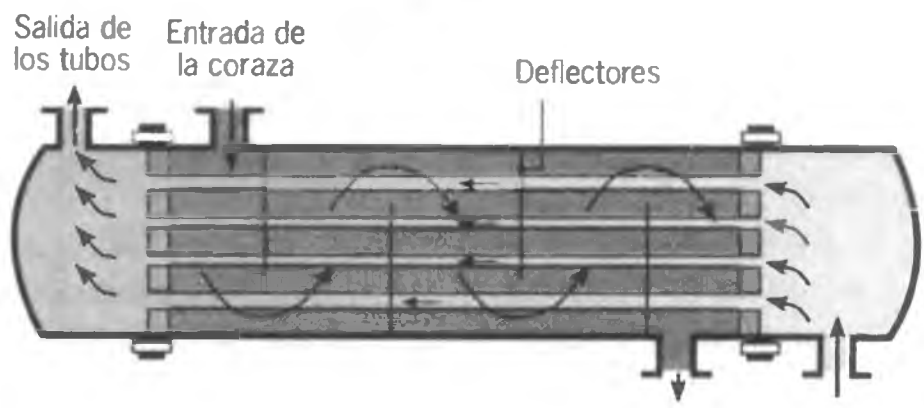


FIGURA 11.3 Intercambiador de calor de tubos y coraza con un paso por la coraza y un paso por los tubos (modo de operación de contraflujo cruzado).

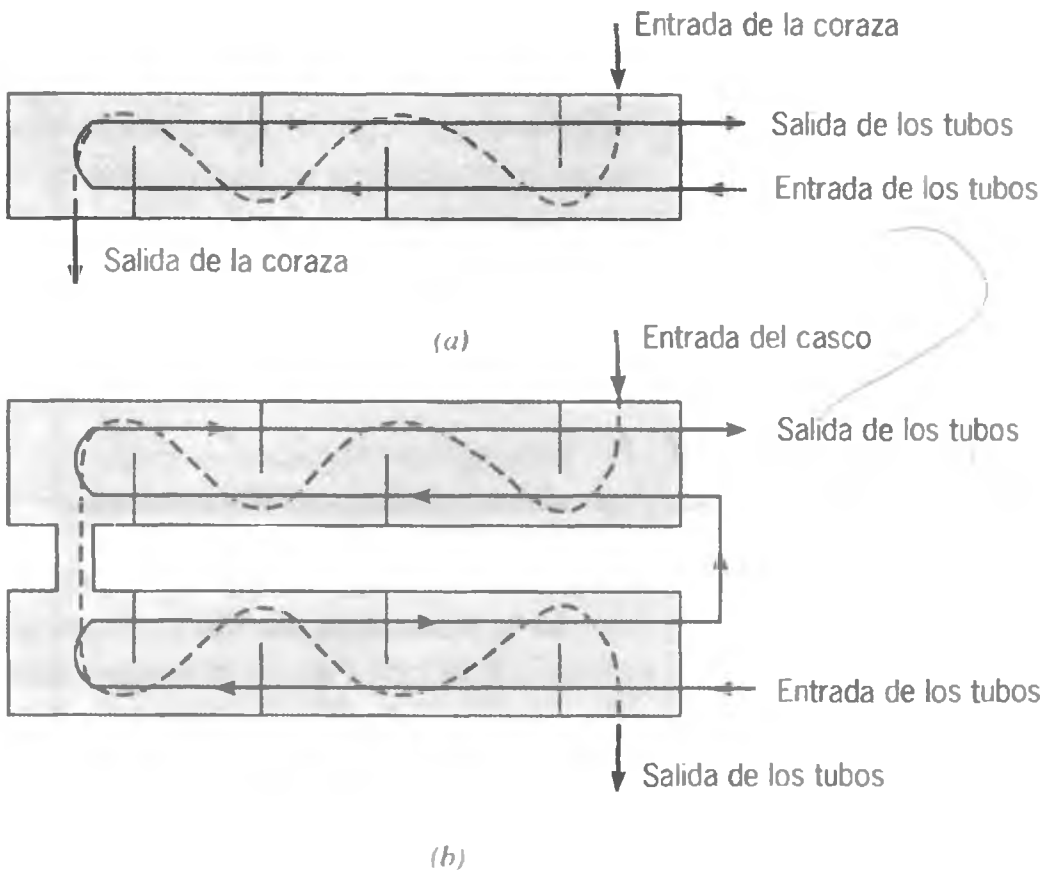


FIGURA 11.4 Intercambiadores de calor de tubos y coraza. (*a*) Un paso por la coraza y dos pasos por los tubos. (*b*) Dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

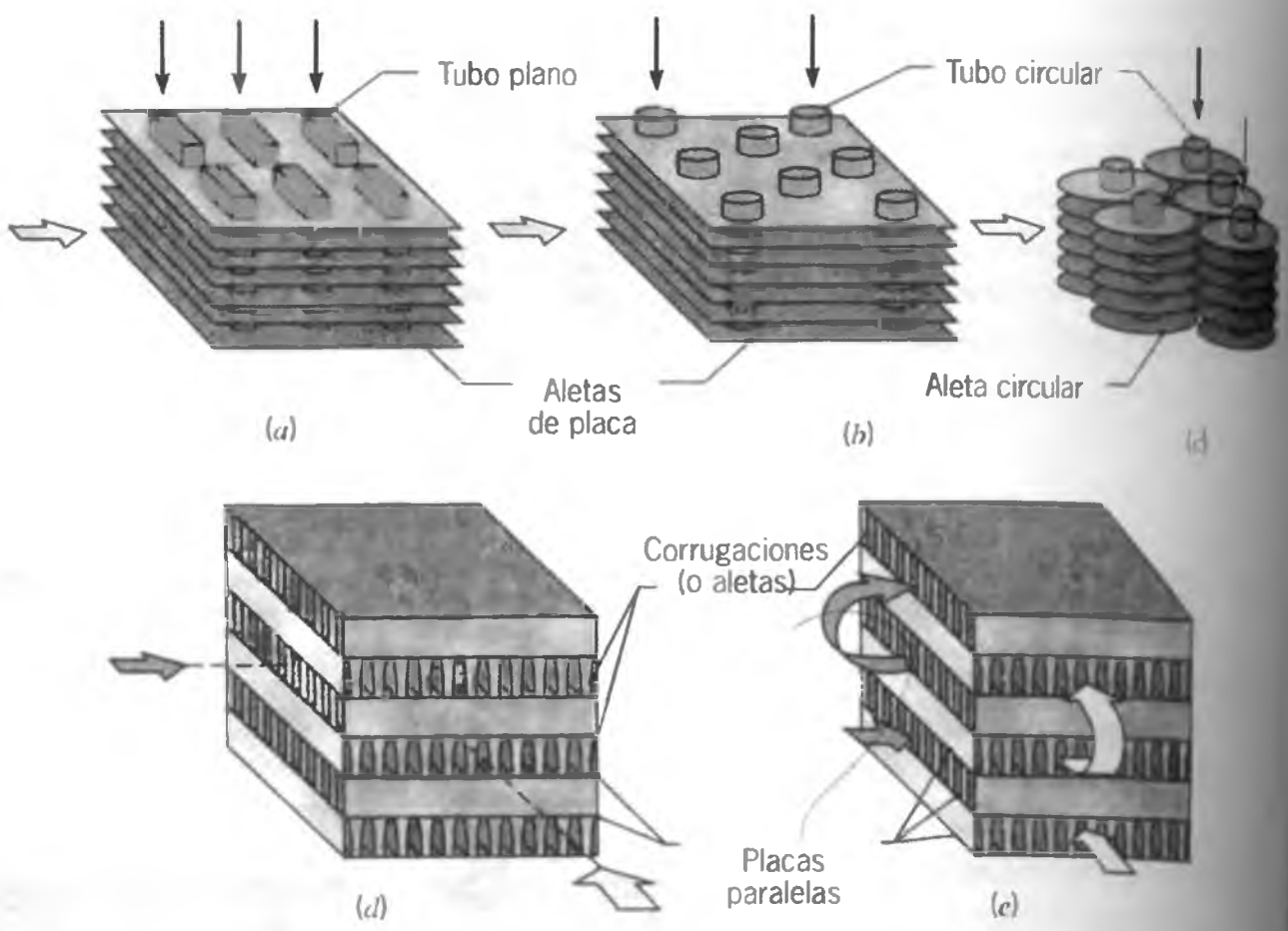


FIGURA 11.5 Cubiertas de intercambiadores de calor compactos. (*a*) Tubo con aletas (tubos planos, aletas de placa continuas). (*b*) Tubo con aletas (tubos circulares, aletas de placa continuas). (*c*) Tubo con aletas (tubos circulares, aletas circulares). (*d*) Aletas de placa (un solo paso). (*e*) Aletas de placa (multipaso).

Una clase especial e importante de intercambiadores de calor se usa para conseguir una área superficial de transferencia de calor por unidad de volumen muy grande ($\beta \geq 700$ m^2/m^3). Denominados *intercambiadores de calor compactos*, estos dispositivos tienen complejos arreglos de tubos con aletas o placas y se usan normalmente cuando al menos uno de los fluidos es un gas, y en consecuencia se caracteriza por un coeficiente de convección pequeño. Los tubos pueden ser *planos* o *circulares*, como en las figuras 11.5*a* y 11.5*b*, respectivamente, y las aletas pueden ser *de placa* o *circular*, como en las figuras 11.5*a* y 11.5*c*, respectivamente. Los intercambiadores de calor de placas paralelas pueden tener aletas o corrugadas y se pueden usar en modos de operación de un solo paso (figura 11.5*d*) o multipaso (figura 11.5*e*). Los pasos de flujo asociados con intercambiadores de calor compactos normalmente son pequeños ($D_h \lesssim 5$ mm), y el flujo es por lo general laminar.

11.2 *Coeficiente global de transferencia de calor*

Una parte esencial, y a menudo la más incierta, de cualquier análisis de intercambiadores de calor es la determinación del coeficiente global de transferencia de calor. Recuerde de la ecuación 3.19 que este coeficiente se define en términos de la resistencia térmica total para la transferencia de calor entre dos fluidos. En las ecuaciones 3.18 y 3.31, el coeficiente se determinó al tener en cuenta las resistencias de conducción y convección entre fluidos separados por paredes planas y cilíndricas compuestas, respectivamente. Es importante conocer, sin embargo, que tales resultados se aplican sólo a superficies limpias sin aletas.

Durante la operación normal de un intercambiador de calor, a menudo las superficies están sujetas a la obstrucción por impurezas, formación de moho, u otras reacciones que

el fluido y el material de la pared. La siguiente deposición de una película o incrustaciones sobre la superficie puede aumentar mucho la resistencia a la transferencia de calor entre los fluidos. Este efecto se puede tratar mediante la introducción de una resistencia térmica adicional, denominada factor de *impureza*, R_f. Su valor depende de la temperatura de operación, velocidad del fluido, y tiempo de servicio del intercambiador de calor.

Además, sabemos que las aletas a menudo se agregan a superficies expuestas a alguno o a ambos fluidos y que, al aumentar el área superficial, reducen la resistencia a la transferencia de calor por convección. En consecuencia, con la inclusión de impurezas en la superficie y los efectos de aletas (superficie extendida), el coeficiente global de transferencia de calor se puede expresar como

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{U_c A_c} = \frac{1}{U_h A_h}$$

$$= \frac{1}{(\eta_o hA)_c} + \frac{R''_{f,c}}{(\eta_o A)_c} + R_w + \frac{R''_{f,h}}{(\eta_o A)_h} + \frac{1}{(\eta_o hA)_h} \tag{11.1}$$

donde c y h se refieren a los fluidos frío y caliente, respectivamente. Advierta que el cálculo del producto UA no requiere la designación del lado caliente o frío ($U_c A_c = U_h A_h$). Sin embargo, el cálculo de un coeficiente global depende de si se basa en el área de la superficie del lado frío o caliente, pues $U_c \neq U_h$ si $A_c \neq A_h$. La resistencia de conducción R_w se obtiene de la ecuación 3.6 para una pared plana o de la ecuación 3.28 para una pared cilíndrica. Aunque en la tabla 11.1 se enumeran factores de impureza representativos, el factor es una variable durante la operación del intercambiador de calor (que aumenta a partir de cero en una superficie limpia, conforme se acumulan depósitos sobre la superficie). En las referencias 2 a 4 se proporcionan discusiones extensas de la obstrucción por impurezas.

La cantidad η_o en la ecuación 11.1 se denomina *eficiencia superficial global* o *efectividad de la temperatura* de una superficie con aletas. Se define de modo que, para la superficie caliente o fría, la trasferencia de calor es

$$q = \eta_o hA(T_b - T_\infty) \tag{11.2}$$

donde T_b es la temperatura superficial de la base (figura 3.20) y A es el área superficial total (aleta más base expuesta). La cantidad se introdujo en la sección 3.6.5, y se derivó la siguiente expresión:

$$\eta_o = 1 - \frac{A_f}{A}(1 - \eta_f) \tag{11.3}$$

TABLA 11.1 Factores de impureza representativos [1]

Fluido	R''_f (m²·K/W)
Agua de mar y agua tratada para alimentación de una caldera (por debajo de 50°C)	0.0001
Agua de mar y agua tratada para alimentación de una caldera (por arriba de 50°C)	0.0002
Agua de río (por debajo de 50°C)	0.0002-0.001
Aceite de motor	0.0009
Líquidos refrigerantes	0.0002
Vapor (no aceitoso)	0.0001

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

donde A_f es toda el área superficial de la aleta y η_f es la eficiencia de una sola aleta. Para ser congruente con la nomenclatura que normalmente se utiliza en el análisis de un intercambiador de calor, la razón del área superficial de la aleta al área superficial total se expresa como A_f/A. Esta representación difiere de la que se dio en la sección 3.6.5, donde la razón se expresa como NA_f/A_t. A_f representa el área de una sola aleta y A_t el área superficial total. Si se emplea una aleta recta o de alfiler de longitud L (figura 3.16) y se supone un extremo adiabático, las ecuaciones 3.76 y 3.86 dan

$$\eta_f = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c} \tag{11.6}$$

donde $m = (2h/kt)^{1/2}$ y t es el espesor de la aleta. Para varias formas comunes de aleta la eficiencia se puede obtener de la tabla 3.5.

El término de conducción de la pared en la ecuación 11.1 a menudo se puede ignorar pues por lo general se usa una pared delgada de conductividad térmica grande. También con frecuencia uno de los coeficientes de convección es mucho menor que el otro y por ello domina la determinación del coeficiente global. Por ejemplo, si uno de los fluidos es un gas y el otro es un líquido o una mezcla líquido-vapor que experimenta ebullición o condensación, el coeficiente de convección del lado del gas es mucho mas pequeño. En tales situaciones se utilizan aletas para aumentar la convección del lado del gas. En la tabla 11.2 se resumen valores representativos del coeficiente global.

Para los intercambiadores de calor tubulares, sin aletas, de las figuras 11.1 a 11.4, la ecuación 11.1 se reduce a

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{U_i A_i} = \frac{1}{U_o A_o}$$

$$= \frac{1}{h_i A_i} + \frac{R''_{f,i}}{A_i} + \frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi kL} + \frac{R''_{f,o}}{A_o} + \frac{1}{h_o A_o} \tag{11.7}$$

donde los subíndices i y o se refieren a las superficies interna y externa del tubo ($A_i = \pi D_i L$, $A_o = \pi D_o L$), que se pueden exponer al fluido caliente o al frío.

El coeficiente global de transferencia de calor se puede determinar a partir del conocimiento de los coeficientes de convección de los fluidos caliente y frío, de los factores de impureza y de los parámetros geométricos apropiados. Para superficies sin aletas, los coeficientes de convección se pueden estimar de las correlaciones que se presentan en los capítulos 7 y 8. Para configuraciones de aletas estándar, los coeficientes se pueden obtener a partir de los resultados compilados por Kays y London [5].

Tabla 11.2 Valores representativos del coeficiente global de transferencia de calor

Combinación de fluidos	U(W/m² · K)
Agua con agua	850-1700
Agua con aceite	110-350
Condensador de vapor (agua en tubos)	1000-6000
Condensador de amoniaco (agua en tubos)	800-1400
Condensador de alcohol (agua en tubos)	250-700
Intercambiador de calor de tubos con aletas (agua en tubos, aire en flujo cruzado)	25-50

11.3 Análisis del intercambiador del calor: uso de la diferencia de temperatura media logarítmica

Para diseñar o predecir el rendimiento de un intercambiador de calor, es esencial relacionar la transferencia total de calor con cantidades tales como las temperaturas de entrada y salida del fluido, el coeficiente global de transferencia de calor, y el área superficial total para transferencia de calor. Dos de tales relaciones se pueden obtener fácilmente al aplicar balances globales de energía a los fluidos caliente y frío, según se muestra en la figura 11.6. En particular, si q es la transferencia total de calor entre los fluidos caliente y frío y hay transferencia de calor insignificante entre el intercambiador y sus alrededores, así como cambios de energía potencial y cinética despreciables, la aplicación de un balance de energía, ecuación 1.11a, da

$$q = \dot{m}_h(i_{h,i} - i_{h,o}) \tag{11.6a}$$

y

$$q = \dot{m}_c(i_{c,o} - i_{c,i}) \tag{11.7a}$$

donde i es la entalpía del fluido. Los subíndices h y c se refieren a los fluidos caliente y frío, en tanto que i y o designan las condiciones de entrada y salida del fluido. Si los fluidos no experimentan un cambio de fase y se suponen calores específicos constantes, estas expresiones se reducen a

$$q = \dot{m}_h c_{p,h}(T_{h,i} - T_{h,o}) \tag{11.6b}$$

y

$$q = \dot{m}_c c_{p,c}(T_{c,o} - T_{c,i}) \tag{11.7b}$$

donde las temperaturas que aparecen en las expresiones se refieren a las temperaturas *medias* del fluido en las posiciones que se señalan. Advierta que las ecuaciones 11.6 y 11.7 son independientes del arreglo del flujo y del tipo de intercambiador de calor.

Se puede obtener otra expresión útil al relacionar la transferencia total de calor q con la diferencia de temperaturas ΔT entre los fluidos caliente y frío, donde

$$\Delta T \equiv T_h - T_c \tag{11.8}$$

Tal expresión sería una extensión de la ley de enfriamiento de Newton, con el uso del coeficiente global de transferencia de calor U en lugar del coeficiente único de convección h.

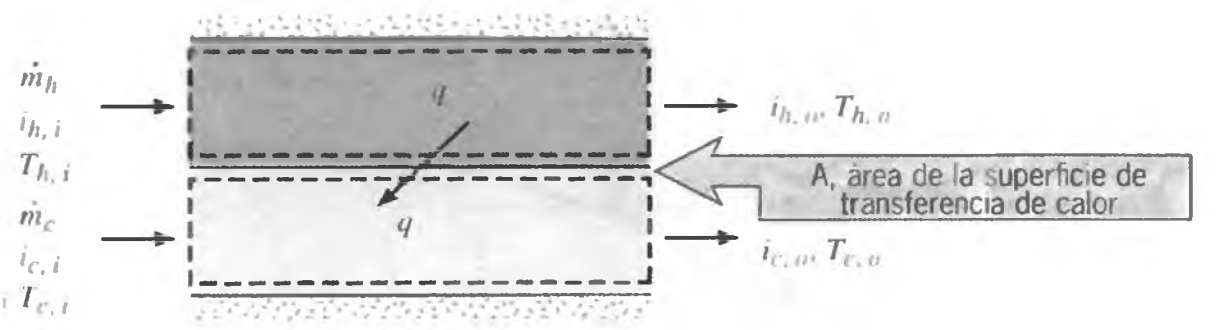


FIGURA 11.6 Balances globales de energía para los fluidos caliente y frío de un intercambiador de calor de dos fluidos.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Sin embargo, como ΔT varía con la posición en el intercambiador de calor, es necesario trabajar con una ecuación de flujo de la forma

$$q = UA\,\Delta T_m \tag{11.9}$$

donde ΔT_m es una diferencia de temperaturas *media* apropiada. La ecuación 11.9 se puede usar con las ecuaciones 11.6 y 11.7 para llevar a cabo un análisis de intercambiador de calor. Antes de que se pueda realizar, sin embargo, se debe establecer la forma específica de ΔT_m. Considere primero el intercambiador de calor de flujo paralelo.

11.3.1 Intercambiador de calor de flujo paralelo

Las distribuciones de temperaturas caliente y fría asociadas con un intercambiador de calor de flujo paralelo se muestran en la figura 11.7. La diferencia de temperaturas ΔT es grande al principio, pero decae rápidamente al aumentar x, y se aproxima a cero de forma asintótica. Es importante señalar que, para tal intercambiador, la temperatura de salida del fluido frío nunca excede la del fluido caliente. En la figura 11.7 los subíndices 1 y 2 denotan los extremos opuestos del intercambiador de calor. Esta convención se usa para todos los tipos de intercambiadores de calor considerados. Para un flujo paralelo, se sigue que $T_{h,i} = T_{h,1}$, $T_{h,o} = T_{h,2}$, $T_{c,i} = T_{c,1}$, y $T_{c,o} = T_{c,2}$.

La forma de ΔT_m se puede determinar mediante la aplicación de un balance de energía para elementos diferenciales en los fluidos caliente y frío. Cada elemento es de longitud dx y área superficial de transferencia de calor dA, como se muestra en la figura 11.7. Los balances de energía y el análisis subsecuente están sujetos a las siguientes suposiciones.

1. El intercambiador de calor está aislado de sus alrededores, en cuyo caso el único intercambio de calor es entre los fluidos caliente y frío.

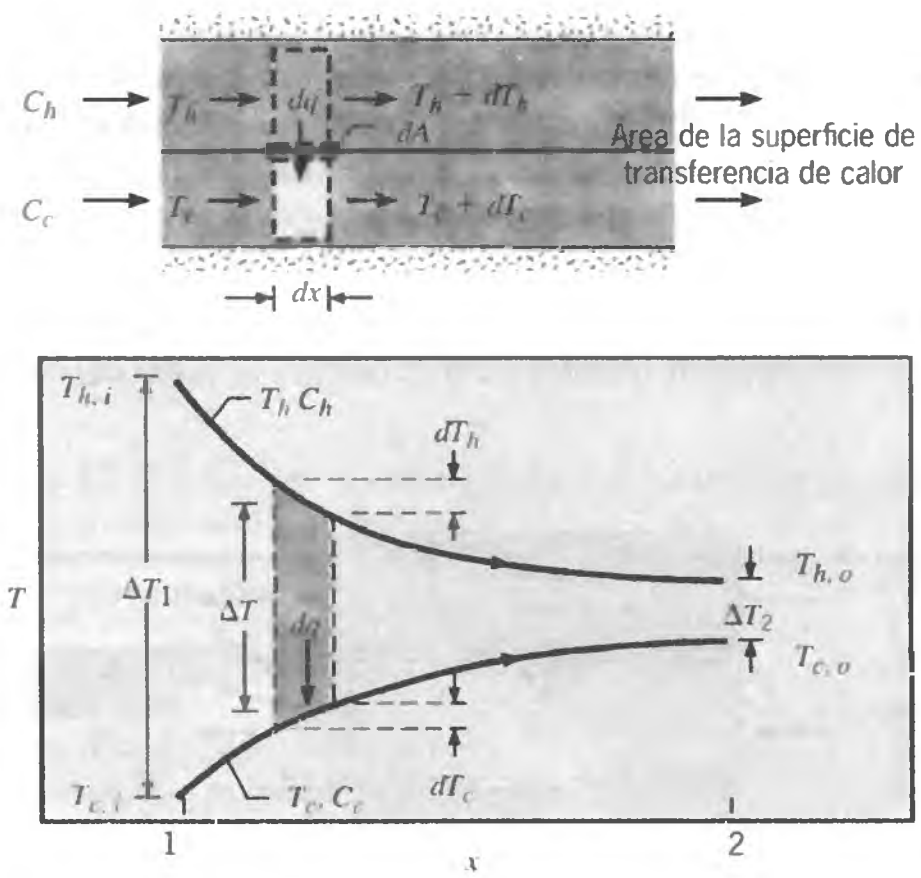


FIGURA 11.7 Distribuciones de temperatura para un intercambiador de calor de flujo paralelo.

2. La conducción axial a lo largo de los tubos es insignificante.
3. Los cambios de energía potencial y cinética son despreciables.
4. Los calores específicos del fluido son constantes.
5. El coeficiente global de transferencia de calor es constante.

Los calores específicos pueden cambiar, por supuesto, como resultado de variaciones de temperatura, y el coeficiente global de transferencia de calor también podría modificarse debido a variaciones en las propiedades del fluido y condiciones de flujo. Sin embargo, en muchas aplicaciones tales variaciones no son significativas, y es razonable trabajar con valores promedio de $c_{p,c}$, $c_{p,h}$, y U para el intercambiador de calor.

Al aplicar un balance de energía a cada uno de los elementos diferenciales de la figura 11.7, se sigue que

$$dq = -\dot{m}_h c_{p,h}\, dT_h \equiv -C_h\, dT_h \tag{11.10}$$

y

$$dq = \dot{m}_c c_{p,c}\, dT_c \equiv C_c\, dT_c \tag{11.11}$$

donde C_h y C_c son las *capacitancias térmicas de los flujos* caliente y frío, respectivamente. Estas expresiones se pueden integrar a lo largo del intercambiador de calor para obtener los balances globales de energía dados por las ecuaciones 11.6b y 11.7b. La transferencia de calor a través del área superficial dA también se puede expresar como

$$dq = U\,\Delta T\, dA \tag{11.12}$$

donde $\Delta T = T_h - T_c$ es la diferencia de temperaturas *local* entre los fluidos caliente y frío.

Para determinar la forma integrada de la ecuación 11.12, comenzamos por sustituir las ecuaciones 11.10 y 11.11 en la forma diferencial de la ecuación 11.8

$$d(\Delta T) = dT_h - dT_c$$

para obtener

$$d(\Delta T) = -dq\left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right)$$

Al sustituir para dq de la ecuación 11.12 e integrar a lo largo del intercambiador de calor, obtenemos

$$\int_1^2 \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -U\left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right)\int_1^2 dA$$

o

$$\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right) = -UA\left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right) \tag{11.13}$$

Al sustituir para C_h y C_c de las ecuaciones 11.6b y 11.7b, respectivamente, se sigue que

$$\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right) = -UA\left(\frac{T_{h,i} - T_{h,o}}{q} + \frac{T_{c,o} - T_{c,i}}{q}\right)$$

$$= -\frac{UA}{q}\left[(T_{h,i} - T_{c,i}) - (T_{h,o} - T_{c,o})\right]$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

Al reconocer que, para el intercambiador de calor de flujo paralelo de la figura 11.7, $\Delta T_1 = (T_{h,i} - T_{c,i})$ y $\Delta T_2 = (T_{h,o} - T_{c,o})$, obtenemos entonces

$$q = UA \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln (\Delta T_2 / \Delta T_1)}$$

Al comparar las expresión anterior con la ecuación 11.9, concluimos que la diferencia de temperaturas promedio apropiada es una *diferencia de temperaturas media logarítmica*, ΔT_{ml}. En consecuencia, podemos escribir

$$q = UA\Delta T_{ml} \tag{11.14}$$

donde

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln (\Delta T_2 / \Delta T_1)} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln (\Delta T_1 \Delta T_2)} \tag{11.15}$$

Recuerde que, para el *intercambiador de flujo paralelo*,

$$\begin{bmatrix} \Delta T_1 \equiv T_{h,1} - T_{c,1} = T_{h,i} - T_{c,i} \\ \Delta T_2 \equiv T_{h,2} - T_{c,2} = T_{h,o} - T_{c,o} \end{bmatrix} \tag{11.5}$$

11.3.2 Intercambiador de calor en contraflujo

Las distribuciones de temperatura de los fluidos caliente y frío asociadas con un intercambiador de calor en contraflujo se muestran en la figura 11.8. En contraste con el intercambiador de flujo paralelo, esta configuración mantiene transferencia de calor entre las partes más calientes de los dos fluidos en un extremo, así como entre las partes más frías en el otro.

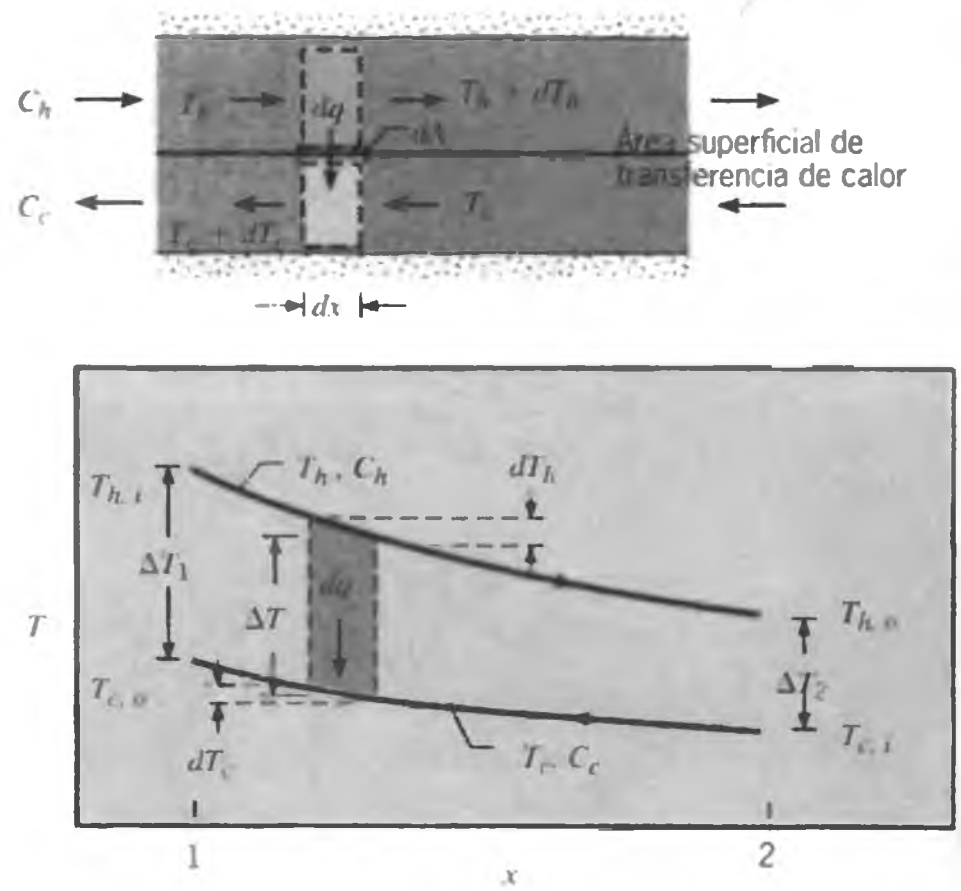


Figura 11.8 Distribuciones de temperatura para un intercambiador de calor en contraflujo.

Por esta razón, el cambio en la diferencia de temperaturas, $\Delta T = T_h - T_c$, con respecto a x no es tan grande en ningún lugar como lo es para la región de entrada del intercambiador en flujo paralelo. Tenga presente que la temperatura de salida del fluido frío puede exceder ahora la temperatura de salida del fluido caliente.

Las ecuaciones 11.6b y 11.7b se aplican a cualquier intercambiador de calor y por tanto se pueden usar para el arreglo en contraflujo. Además, de un análisis como el que se llevó a cabo en la sección 11.3.1, se puede mostrar que las ecuaciones 11.14 y 11.15 también se aplican. Sin embargo, para el *intercambiador en contraflujo* las diferencias de temperaturas en los puntos extremos se deben definir ahora como

$$\left[\begin{array}{l} \Delta T_1 \equiv T_{h,1} - T_{c,1} = T_{h,i} - T_{c,o} \\ \Delta T_2 \equiv T_{h,2} - T_{c,2} = T_{h,o} - T_{c,i} \end{array}\right] \tag{11.17}$$

Advierta que, con las mismas temperaturas de entrada y salida, la diferencia de temperaturas media logarítmica para el contraflujo excede la del flujo paralelo, $\Delta T_{ml,CF} > \Delta T_{ml,FP}$. Por consiguiente el área superficial que se requiere para efectuar una transferencia de calor establecida q es más pequeña para el contraflujo que para el arreglo en flujo paralelo, suponiendo el mismo valor de U. Nótese también que $T_{c,o}$ puede exceder $T_{h,o}$ para contraflujo pero no para flujo paralelo.

11.3.3 Condiciones especiales de operación

Es útil señalar ciertas condiciones especiales bajo las que los intercambiadores de calor pueden operar. La figura 11.9*a* muestra distribuciones de temperatura para un intercambiador de calor en que el fluido caliente tiene una capacitancia térmica de flujo, $C_h \equiv \dot{m}_h c_{p,h}$, que es mucho mayor que el del fluido frío, $C_c \equiv \dot{m}_c c_{p,c}$. Para este caso la temperatura del fluido caliente permanece aproximadamente constante a través del intercambiador de calor mientras la temperatura del fluido frío aumenta. La misma condición se alcanza si el fluido caliente es un vapor de condensación. La condensación ocurre a temperatura constante y, para todos los propósitos prácticos, $C_h \to \infty$. A la inversa, en un evaporador o caldera (figura 11.9*b*), es el fluido frío el que experimenta un cambio de fase y permanece a una temperatura casi uniforme ($C_c \to \infty$). El mismo efecto se logra sin cambio de fase si $C_h \ll C_c$. Observe que, tratándose de condensación o evaporación, la transferencia de calor está dada por la ecuación 11.6a o la 11.7a. El tercer caso especial (figura 11.9*c*) involucra un intercambiador de calor en contraflujo para el que las capacitancias

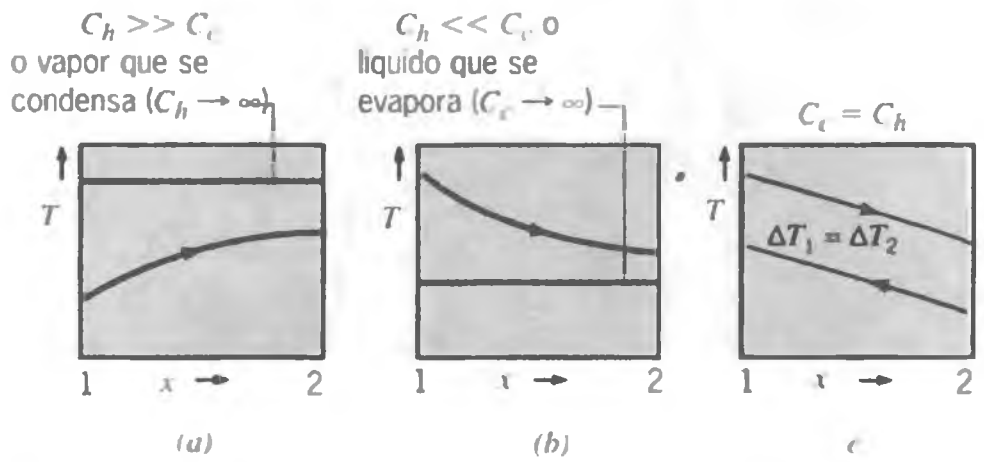


FIGURA 11.9 Condiciones especiales de intercambiador de calor (*a*) $C_h \gg C_c$ o vapor que se condensa, (*b*) Líquido que se evapora o $C_h \ll C_c$. (*c*) Intercambiador de calor en contraflujo con capacitancias térmicas de flujo equivalentes ($C_h = C_c$).

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del Litoral

térmicas de flujo son iguales ($C_h = C_c$). La diferencia de temperaturas ΔT debe entonces ser una constante a través del intercambiador, en cuyo caso $\Delta T_1 = \Delta T_2 = \Delta T_{ml}$.

11.3.4 Intercambiadores de calor de pasos múltiples y de flujo cruzado

Aunque las condiciones de flujo son más complicadas en los intercambiadores de calor de pasos múltiples y de flujo cruzado, las ecuaciones 11.6, 11.7, 11.14, y 11.15 habitualmente se pueden usar si se hace la siguiente modificación a la diferencia de temperaturas media logarítmica [6]:

$$\Delta T_{ml} = F\,\Delta T_{ml,CF} \tag{11.16}$$

Es decir, la forma apropiada de ΔT_{ml} se obtiene al aplicar un factor de corrección al valor de ΔT_{ml} que se calcularía *bajo la suposición de condiciones de contraflujo*. Por ello, de la ecuación 11.17, $\Delta T_1 = T_{h,i} - T_{c,o}$ y $\Delta T_2 = T_{h,o} - T_{c,i}$.

Se han desarrollado expresiones algebraicas para el factor de corrección F para varias configuraciones de intercambiador de calor de tubos y coraza y de flujo cruzado [6, 7], y los resultados se pueden representar de forma gráfica. En las figuras 11.10 a 11.13 se muestran resultados seleccionados para configuraciones de intercambiador de calor comunes. La notación (T, t) se usa para especificar las temperaturas del fluido, con la variable t siempre asignadas al fluido del lado del tubo. Con esta convención no importa si el fluido caliente o el fluido frío fluye a través de la coraza o de los tubos. Una implicación importante de las figuras 11.10 a 11.13 es que, *si el cambio de temperatura de un fluido es despreciable*, P o R es cero y F es 1. *Por ello el comportamiento del intercambiador de calor es independiente de la configuración específica*. Tal sería el caso si uno de los fluidos experimentara un cambio de fase.

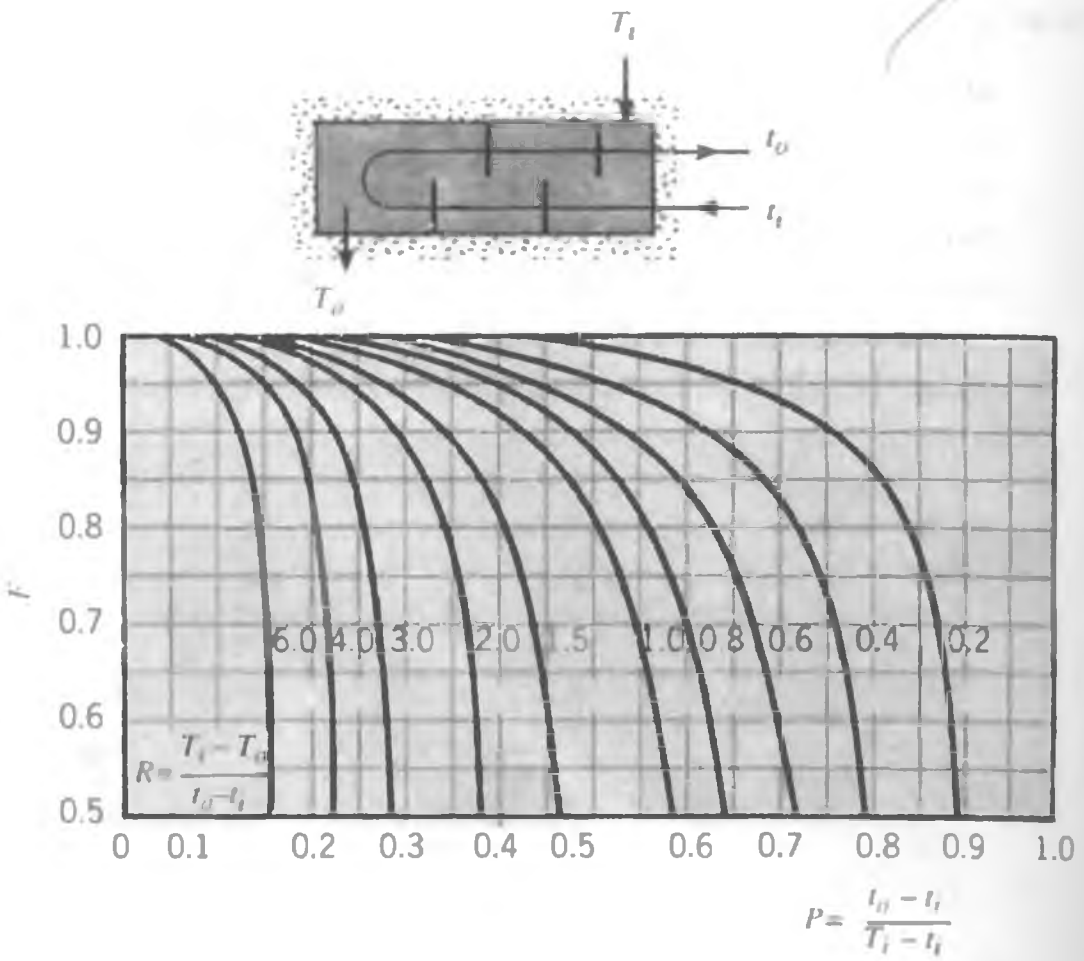


Figura 11.10 Factor de corrección para un intercambiador de calor de coraza y tubo con una coraza y cualquier múltiplo de dos pasos de tubo (dos, cuatro, etc. pasos de tubo).

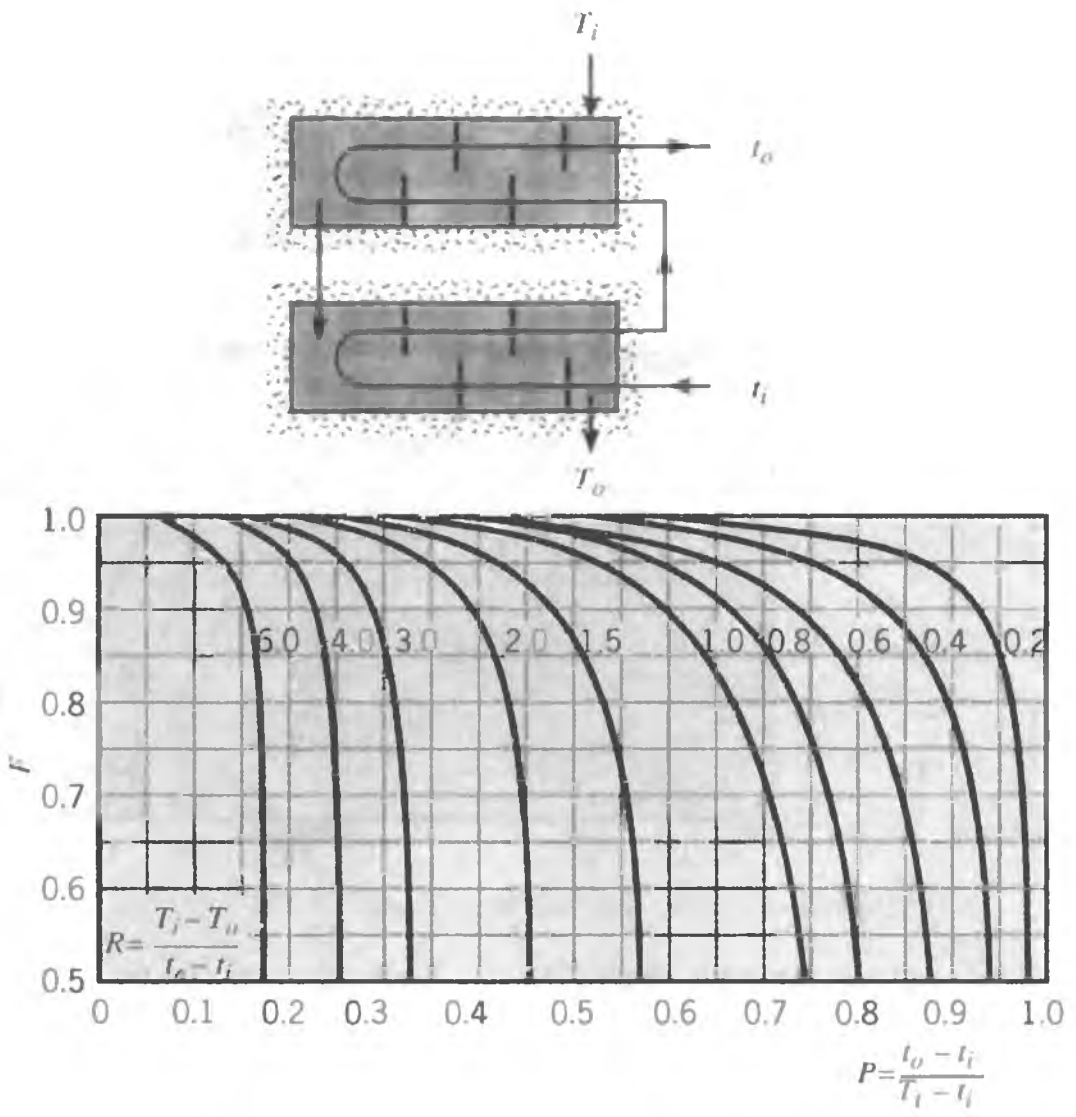


FIGURA 11.11 Factor de corrección para un intercambiador de calor de coraza y tubo con dos pasos por la coraza y cualquier múltiplo de cuatro pasos de tubo (cuatro, ocho, etc., pasos de tubo).

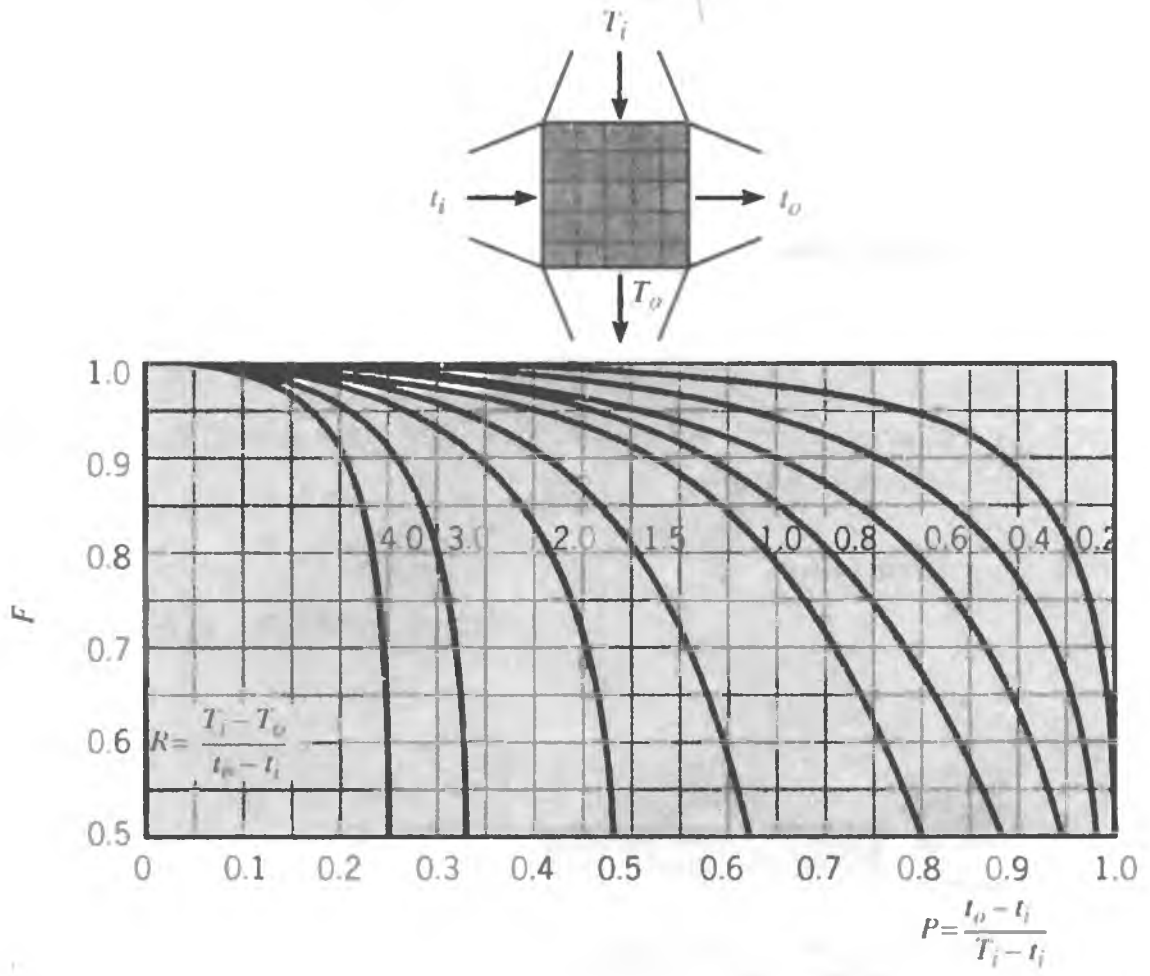


FIGURA 11.12 Factor de corrección para un intercambiador de calor de un solo paso en flujo cruzado con ambos fluidos no mezclados.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

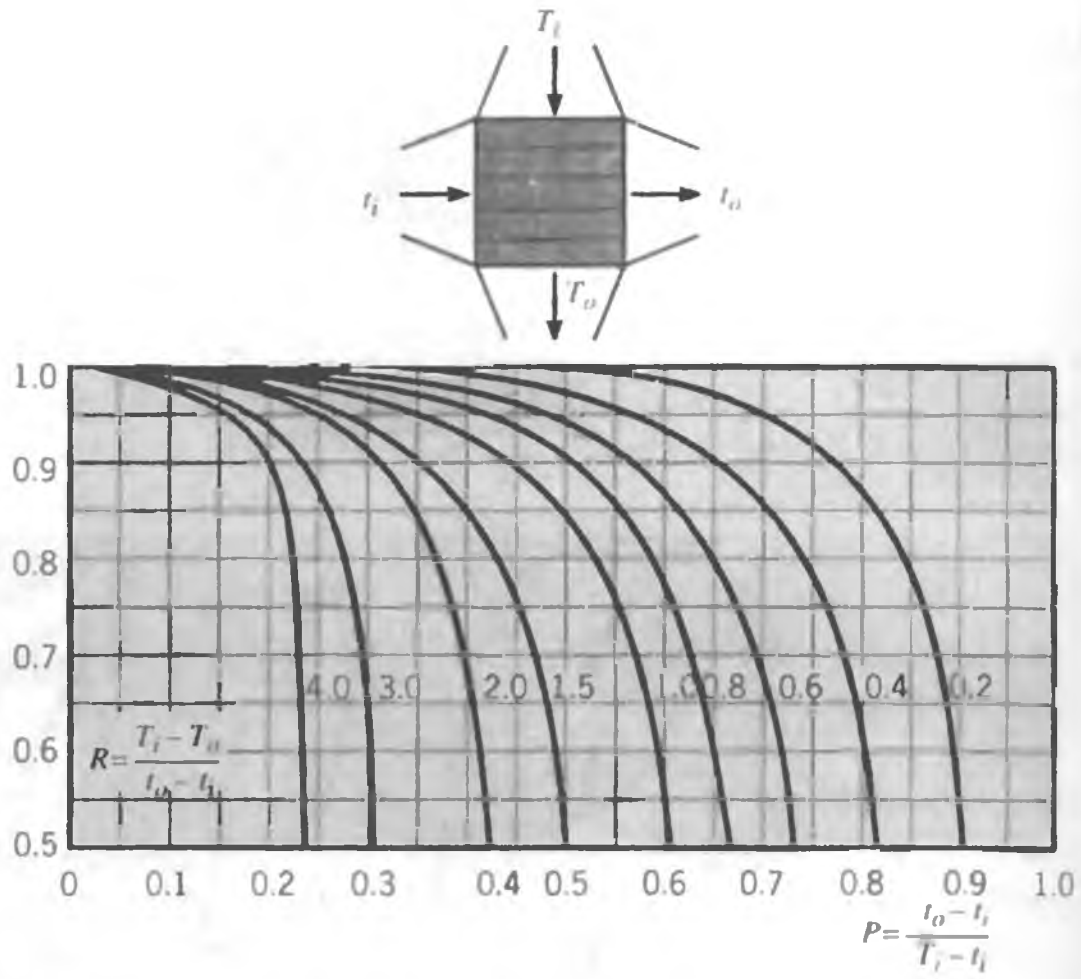


Figura 11.13 Factor de corrección para un intercambiador de calor de un solo paso en flujo cruzado con un fluido mezclado y el otro sin mezclar.

Ejemplo 11.1

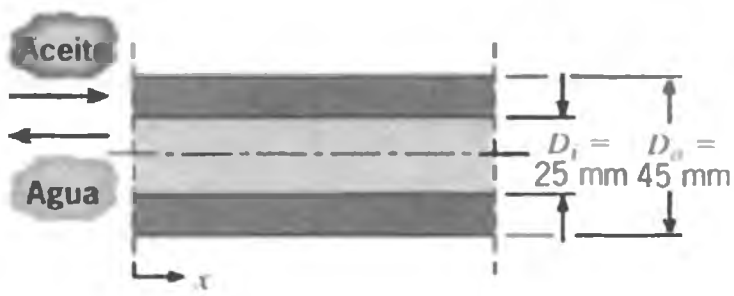
Un intercambiador de calor de tubos concéntricos en contraflujo se usa para enfriar el aceite lubricante del motor de una turbina de gas industrial grande. El flujo del agua de enfriamiento a través del tubo interno ($D_i = 25$ mm) es 0.2 kg/s, mientras que el flujo de aceite a través del anillo externo ($D_o = 45$ mm) es 0.1 kg/s. El aceite y el agua entran a temperaturas de 100 y 30°C, respectivamente. ¿Qué longitud debe tener el tubo si la temperatura de salida del aceite debe ser 60°C?

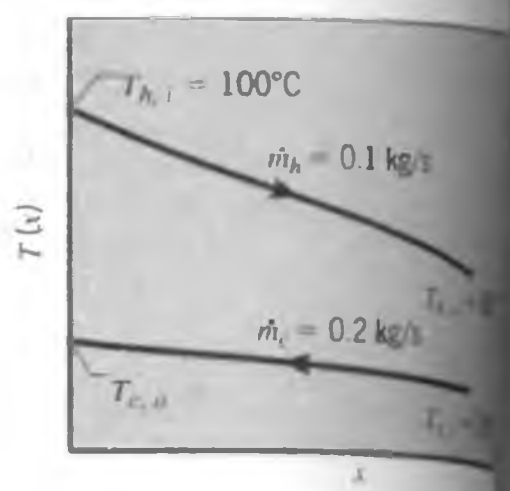
Solución

Se conoce: Flujo del fluido y temperaturas de entrada para un intercambiador de calor de tubos concéntricos en contraflujo de diámetros interno y externo establecidos.

Encontrar: Longitud del tubo para alcanzar una temperatura de salida del fluido caliente deseada.

Esquema:





Suposiciones:

1. Pérdida de calor insignificante a los alrededores.
2. Cambios de energía cinética y potencial insignificantes.
3. Propiedades constantes.
4. Resistencia térmica de la pared del tubo y factores de impureza insignificantes.
5. Condiciones completamente desarrolladas para el agua y el aceite (U independiente de x).

Propiedades: Tabla A.5, aceite de motor sin usar ($\bar{T}_h = 80°C = 353$ K): $c_p = 2131$ J/kg · K, $\mu = 3.25 \times 10^{-2}$ N · s/m^2, $k = 0.138$ W/m · K. Tabla A.6, agua ($\bar{T}_c \approx 35°C$): $c_p = 4178$ J/kg · K, $\mu = 725 \times 10^{-6}$ N · s/m^2, $k = 0.625$ W/m · K, $Pr = 4.85$.

Análisis: La transferencia de calor que se requiere puede obtenerse a partir del balance global de energía para el fluido caliente, ecuación 11.6b.

$$q = \dot{m}_h c_{p,h}(T_{h,i} - T_{h,o})$$

$$q = 0.1 \text{ kg/s} \times 2131 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \, (100 - 60)°\text{C} = 8524 \text{ W}$$

Al aplicar la ecuación 11.7b, la temperatura de salida del agua es

$$T_{c,o} = \frac{q}{\dot{m}_c c_{p,c}} + T_{c,i}$$

$$T_{c,o} = \frac{8524 \text{ W}}{0.2 \text{ kg/s} \times 4178 \text{ J/kg} \cdot \text{K}} + 30°\text{C} = 40.2°\text{C}$$

En consecuencia, el uso de $\bar{T}_c = 35°C$ para evaluar las propiedades del agua fue una buena elección. La longitud del intercambiador de calor que se requiere puede obtenerse ahora de la ecuación 11.14,

$$q = UA \, \mathrm{D}T_{\mathrm{ml}}$$

donde $A = \pi D_i L$ y de las ecuaciones 11.15 y 11.17

$$\Delta T_{\mathrm{ml}} = \frac{(T_{h,i} - T_{c,o}) - (T_{h,o} - T_{c,i})}{\ln [(T_{h,i} - T_{c,o})/(T_{h,o} - T_{c,i})]} = \frac{59.8 - 30}{\ln (59.8/30)} = 43.2°\text{C}$$

De la ecuación 11.5 el coeficiente global de transferencia de calor es

$$U = \frac{1}{(1/h_i) + (1/h_o)}$$

Para el flujo de agua a través del tubo,

$$Re_D = \frac{4\dot{m}_c}{\pi D_i \mu} = \frac{4 \times 0.2 \text{ kg/s}}{\pi(0.025 \text{ m}) 725 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2} = 14{,}050$$

En consecuencia, el flujo es turbulento y el coeficiente de convección se puede calcular de la ecuación 8.60

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^{0.4}$$

$$Nu_D = 0.023(14{,}050)^{4/5}(4.85)^{0.4} = 90$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

De aquí,

$$h_i = Nu_D \frac{k}{D_i} = \frac{90 \times 0.625 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.025 \text{ m}} = 2250 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Para el flujo de aceite a través del anillo, el diámetro hidráulico es, de la ecuación 8.72, $D_h = D_o - D_i = 0.02$ m, y el número de Reynolds es

$$Re_D = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} = \frac{\rho(D_o - D_i)}{\mu} \times \frac{\dot{m}_h}{\rho\pi(D_o^2 - D_i^2)/4}$$

$$Re_D = \frac{4\dot{m}_h}{\pi(D_o + D_i)\mu} = \frac{4 \times 0.1 \text{ kg/s}}{\pi(0.045 + 0.025) \text{ m} \times 3.25 \times 10^{-2} \text{ kg/s} \cdot \text{m}} = 56.0$$

El flujo anular es por tanto laminar. Al suponer temperatura uniforme a lo largo de la superficie interna del anillo y una superficie externa perfectamente aislada, el coeficiente de convección en la superficie interna se puede obtener de la tabla 8.2. Con $(D_i/D_o) = 0.56$, la interpolación lineal da

$$Nu_i = \frac{h_o D_h}{k} = 5.56$$

y

$$h_o = 5.56 \frac{0.138 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.020 \text{ m}} = 38.4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

El coeficiente global de transferencia de calor es entonces

$$U = \frac{1}{(1/2250 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}) + (1/38.4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})} = 37.8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

y de la ecuación de flujo se sigue que

$$L = \frac{q}{U\pi D_i \, \Delta T_{ml}} = \frac{8524 \text{ W}}{37.8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \; \pi(0.025 \text{ m})(43.2°\text{C})} = 66.5 \text{ m}$$

Comentarios:

1. El coeficiente de convección del lado caliente controla la transferencia de calor entre los dos fluidos, y el bajo valor de h_o es responsable del valor grande de L. Se usaría un arreglo de tubo espiral.
2. Como $h_i \gg h_o$, la temperatura de la pared del tubo seguirá muy de cerca a la del agua de enfriamiento. En consecuencia, la suposición de temperatura uniforme de la red que se usa para obtener h_o es razonable.

Ejemplo 11.2

Se debe diseñar un intercambiador de calor de coraza y tubos para calentar 2.5 kg/s de agua de 15 a 85°C. El calentamiento se realiza al hacer pasar aceite de motor caliente

está disponible a 160°C, a través del lado de la coraza del intercambiador. Se sabe que el aceite proporciona un coeficiente promedio de convección $h_o = 400$ W/m^2 · K en el exterior de los tubos. Diez tubos conducen el agua a través de la coraza. Cada tubo tiene pared delgada, de diámetro $D = 25$ mm, y ha sido dispuesto para efectuar ocho pasos por la coraza. Si el aceite sale del intercambiador a 100°C, ¿cuál es el flujo necesario? ¿De qué longitud deben ser los tubos para llevar a cabo el calentamiento que se desea?

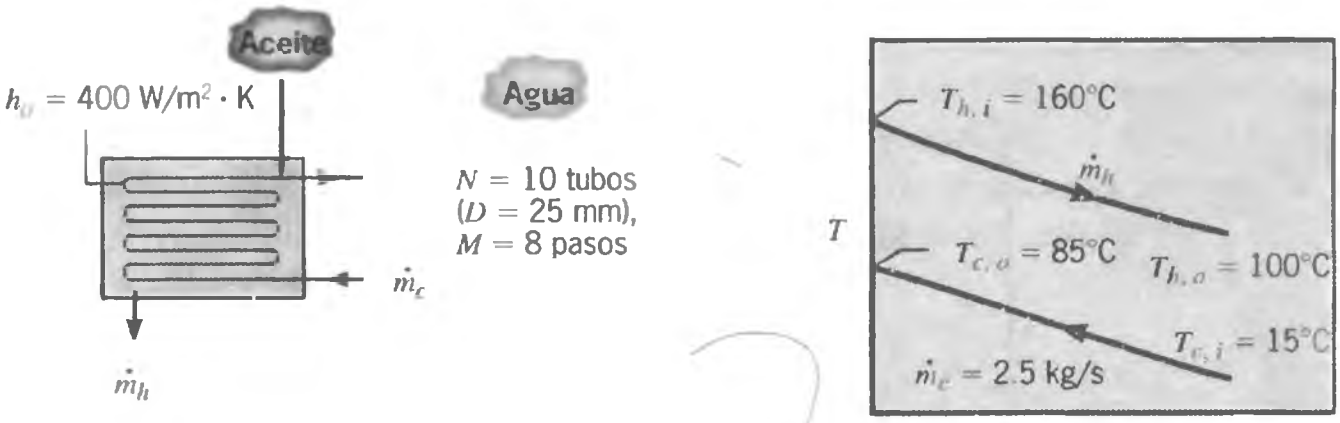
SOLUCIÓN

Se conoce: Temperaturas de entrada y salida para un intercambiador de calor de coraza y tubos con 10 tubos que efectúan ocho pasos.

Encontrar:

1. Flujo del aceite para alcanzar la temperatura de salida especificada.
2. Longitud del tubo que se requiere para lograr el calentamiento del agua especificado.

Esquema:



Suposiciones:

1. Pérdida de calor a los alrededores y cambios de energía cinética y potencial insignificantes.
2. Propiedades constantes.
3. Resistencia térmica de la pared del tubo y efectos de impurezas insignificantes.
4. Flujo de agua completamente desarrollado en los tubos.

Propiedades: Tabla A.5, aceite de motor sin usar ($\bar{T}_h = 130$°C): $c_p = 2350$ J/kg · K. Tabla A.6, agua ($\bar{T}_c = 50$°C): $c_p = 4181$ J/kg · K, $\mu = 548 \times 10^{-6}$ N · s/m^2, $k = 0.643$ W/m · K, $Pr = 3.56$.

Análisis:

1. Del balance global de energía, ecuación 11.7b, la transferencia de calor que se requiere del intercambiador es

$$q = \dot{m}_c C_{p,c}(T_{c,o} - T_{c,i}) = 2.5 \text{ kg/s} \times 4181 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \, (85 - 15)^\circ\text{C}$$

$$q = 7.317 \times 10^5 \text{ W}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

En consecuencia, de la ecuación 11.6b,

$$\dot{m}_h = \frac{q}{c_{p,\,h}(T_{h,\,i} - T_{h,\,o})} = \frac{7.317 \times 10^5 \text{ W}}{2350 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \times (160 - 100)^\circ\text{C}} = 5.19 \text{ kg/s}$$

2. La longitud del tubo que se requiere puede obtenerse de las ecuaciones 11.14 y 11.18, donde

$$q = UAF\,\Delta T_{\text{ml, CF}}$$

De la ecuación 11.5,

$$U = \frac{1}{(1/h_i) + (1/h_o)}$$

donde h_i se puede obtener al calcular primero Re_D. Con $\dot{m}_1 \equiv \dot{m}_c/N = 0.25$ kg/s definida como el flujo másico de agua por tubo, la ecuación 8.6 da

$$Re_D = \frac{4\dot{m}_1}{\pi D\mu} = \frac{4 \times 0.25 \text{ kg/s}}{\pi(0.025 \text{ m})548 \times 10^{-6} \text{ kg/s} \cdot \text{m}} = 23{,}234$$

Por tanto, el flujo de agua es turbulento, y de la ecuación 8.60

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5}\, Pr^{0.4} = 0.023(23{,}234)^{4/5}(3.56)^{0.4} = 119$$

$$h_i = \frac{k}{D} Nu_D = \frac{0.643 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.025 \text{ m}} 119 = 3061 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Así,

$$U = \frac{1}{(1/400) + (1/3061)} = 354 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

El factor de corrección F se puede obtener de la figura 11.10, donde

$$R = \frac{160 - 100}{85 - 15} = 0.86 \qquad P = \frac{85 - 15}{160 - 15} = 0.48$$

De aquí, $F \approx 0.87$. De las ecuaciones 11.15 y 11.17 se sigue que

$$\Delta T_{\text{ml, CF}} = \frac{(T_{h,\,i} - T_{c,\,o}) - (T_{h,\,o} - T_{c,\,i})}{\ln\,[(T_{h,\,i} - T_{c,\,o})/(T_{h,\,o} - T_{c,\,i})]} = \frac{75 - 85}{\ln\,(75/85)} = 79.9^\circ\text{C}$$

Por consiguiente, como $A = N\pi DL$, donde $N = 10$ es el número de tubos,

$$L = \frac{q}{UN\pi DF\,\Delta T_{\text{ml, CF}}} = \frac{7.317 \times 10^5 \text{ W}}{354 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 10\pi(0.025 \text{ m})0.87(79.9^\circ\text{C})}$$

$$L = 37.9 \text{ m}$$

Comentarios:

1. Con $(L/D) = 37.9$ m/0.025 m = 1516, se justifica la suposición de condiciones completamente desarrolladas a lo largo del tubo.
2. Con ocho pasos, la longitud es aproximadamente $L/M = 4.7$ m.

11.4 Análisis del intercambiador de calor: método de eficiencia-NUT

Es fácil usar el método de la diferencia de temperaturas media logarítmica (DTML) del análisis del intercambiador de calor cuando se conocen las temperaturas de entrada del fluido y las temperaturas de salida se especifican o se determinan con facilidad a partir de las expresiones de balance de energía, ecuaciones 11.6b y 11.7b. El valor de ΔT_{ml} para el intercambiador se puede entonces determinar. Sin embargo, si sólo se conocen las temperaturas de entrada, el uso del método DTML requiere un procedimiento iterativo. En tales casos es preferible utilizar un método alternativo, que se denomina método de *eficiencia-NUT*.

11.4.1 Definiciones

Para definir la *eficiencia de un intercambiador de calor*, debemos determinar primero la *transferencia de calor máxima posible*, $q_{máx}$, para el intercambiador. Esta transferencia de calor se puede alcanzar, en principio, en un intercambiador de calor en contraflujo (figura 11.8) de longitud infinita. En tal intercambiador, uno de los fluidos experimentaría la diferencia de temperaturas máxima posible, $T_{h,i} - T_{c,i}$. Para ilustrar este punto, considere una situación en la que $C_c < C_h$, en cuyo caso, de las ecuaciones 11.10 y 11.11, $|dT_c| > |dT_h|$. El fluido frío experimentaría entonces el cambio de temperatura más grande, y como $L \longrightarrow \infty$, se calentaría a la temperatura de entrada del fluido caliente ($T_{c,o} = T_{h,i}$). En consecuencia, de la ecuación 11.7b

$$C_c < C_h: \qquad q_{máx} = C_c(T_{h,i} - T_{c,i})$$

De manera similar, si $C_h < C_c$, el fluido caliente experimentaría el cambio de temperatura más grande y se enfriaría a la temperatura de entrada del fluido frío ($T_{h,o} = T_{c,i}$). De la ecuación 11.6b, obtenemos entonces

$$C_h < C_c: \qquad q_{máx} = C_h(T_{h,i} - T_{c,i})$$

A partir de los resultados anteriores se nos sugiere escribir la expresión general

$$q_{máx} = C_{mín}(T_{h,i} - T_{c,i}) \tag{11.19}$$

donde $C_{mín}$ es igual a C_c o C_h, la que sea menor. Para las temperaturas de entrada del fluido caliente o frío establecidas, la ecuación 11.19 proporciona la transferencia de calor máxima que podría entregar el intercambiador. Un rápido ejercicio mental debe convencer al lector de que la transferencia de calor máxima posible *no* es igual a $C_{máx}(T_{h,i} - T_{c,i})$. Si el fluido que tiene la capacitancia térmica de flujo más grande experimentara el cambio de temperatura máximo posible, la conservación de la energía en la forma $C_c(T_{c,o} - T_{c,i}) = C_h(T_{h,i} - T_{h,o})$ requeriría que el otro fluido experimentara un cambio de temperatura aún mayor. Por ejemplo, si $C_{máx} = C_c$ y se argumenta que es posible que $T_{c,o}$ sea igual a $T_{h,i}$, se sigue que $(T_{h,i} - T_{h,o}) = (C_c/C_h)(T_{h,i} - T_{c,i})$, en cuyo caso $(T_{h,i} - T_{h,o}) > (T_{h,i} - T_{c,i})$. Tal condición es claramente imposible.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Ahora es lógico definir la *eficiencia*, ε, como la razón entre la transferencia real de calor para un intercambiador de calor y la transferencia de calor máxima posible:

$$\varepsilon \equiv \frac{q}{q_{\text{máx}}} \tag{11.20}$$

De las ecuaciones 11.6b, 11.7b, y 11.19, se sigue que

$$\varepsilon \equiv \frac{C_h(T_{h,\,i} - T_{h,\,o})}{C_{\text{mín}}(T_{h,\,i} - T_{c,\,i})} \tag{11.20}$$

o

$$\varepsilon = \frac{C_c(T_{c,\,o} - T_{c,\,i})}{C_{\text{mín}}(T_{h,\,i} - T_{c,\,i})} \tag{11.2}$$

Por definición la eficiencia, que es adimensional, debe estar en el rango $0 \leq \varepsilon \leq 1$, porque, si se conocen ε, $T_{h,\,i}$, y $T_{c,\,i}$ la transferencia real de de calor se puede determinar fácilmente a partir de la expresión

$$q = \varepsilon C_{\text{mín}}(T_{h,\,i} - T_{c,\,i}) \tag{11.2}$$

Para cualquier intercambiador de calor se puede mostrar que [5]

$$\varepsilon = f\left(\text{NUT}, \frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}}\right) \tag{11.3}$$

donde $C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}}$ es igual a C_c/C_h o C_h/C_c, dependiendo de las magnitudes relativas de las capacitancias térmicas de flujo del fluido caliente y frío. El *número de unidades de transferencia* (NUT) es un parámetro adimensional que se usa ampliamente para el análisis de intercambiador de calor y se define como

$$\text{NUT} \equiv \frac{UA}{C_{\text{mín}}} \tag{11.2}$$

11.4.2 Relaciones de eficiencia-NUT

Para determinar una forma específica de la relación de eficiencia-NUT, ecuación 11.3, considere un intercambiador de calor de flujo paralelo para el que $C_{\text{mín}} = C_h$. De la ecuación 11.21 obtenemos

$$\varepsilon = \frac{T_{h,\,i} - T_{h,\,o}}{T_{h,\,i} - T_{c,\,i}}$$

y de las ecuaciones 11.6b y 11.7b se sigue que

$$\frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}} = \frac{\dot{m}_h c_{p,\,h}}{\dot{m}_c c_{p,\,c}} = \frac{T_{c,\,o} - T_{c,\,i}}{T_{h,\,i} - T_{h,\,o}}$$

Considere ahora la ecuación 11.13, que se puede expresar como

$$\ln\left(\frac{T_{h,\,o} - T_{c,\,o}}{T_{h,\,i} - T_{c,\,i}}\right) = -\frac{UA}{C_{\text{mín}}}\left(1 + \frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}}\right)$$

o de la ecuación 11.25

$$\frac{T_{h,o} - T_{c,o}}{T_{h,i} - T_{c,i}} = \exp\left[-\text{NUT}\left(1 + \frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}}\right)\right] \tag{11.28}$$

Al reacomodar el lado izquierdo de esta expresión como

$$\frac{T_{h,o} - T_{c,o}}{T_{h,i} - T_{c,i}} = \frac{T_{h,o} - T_{h,i} + T_{h,i} - T_{c,o}}{T_{h,i} - T_{c,i}}$$

y sustituir para $T_{c,o}$ de la ecuación 11.27, se sigue que

$$\frac{T_{h,o} - T_{c,o}}{T_{h,i} - T_{c,i}} = \frac{(T_{h,o} - T_{h,i}) + (T_{h,i} - T_{c,i}) - (C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}})(T_{h,i} - T_{h,o})}{T_{h,i} - T_{c,i}}$$

o de la ecuación 11.26

$$\frac{T_{h,o} - T_{c,o}}{T_{h,i} - T_{c,i}} = -\varepsilon + 1 - \left(\frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}}\right) \quad \varepsilon = 1 - \varepsilon\left(1 + \frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}}\right)$$

Tabla 11.3 Relaciones de eficiencia de un intercambiador de calor [5]

Arreglo de flujo	Relación	
Tubos concéntricos		
Flujo paralelo	$\varepsilon = \dfrac{1 - \exp[-\text{NUT}(1 + C_r)]}{1 + C_r}$	(11.29a)
Contraflujo	$\varepsilon = \dfrac{1 - \exp[-\text{NUT}(1 - C_r)]}{1 - C_r \exp[-\text{NUT}(1 - C_r)]}$ $(C_r < 1)$	
	$\varepsilon = \dfrac{\text{NUT}}{1 + \text{NUT}}$ $(C_r = 1)$	(11.30a)
Coraza y tubos		
Un paso por la coraza (2, 4, . . . pasos de tubo)	$\varepsilon_1 = 2\left\{1 + C_r + (1 + C_r^2)^{1/2} \times \dfrac{1 + \exp[-\text{NUT}(1 + C_r^2)^{1/2}]}{1 - \exp[-\text{NUT}(1 + C_r^2)^{1/2}]}\right\}^{-1}$	(11.31a)
n Pasos por la coraza ($2n$, $4n$, . . . pasos de tubo)	$\varepsilon = \left[\left(\dfrac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1}\right)^n - 1\right]\left[\left(\dfrac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1}\right)^n - C_r\right]^{-1}$	(11.32a)
Flujo cruzado (un solo paso)		
Ambos fluidos sin mezclar	$\varepsilon = 1 - \exp\left[\left(\dfrac{1}{C_r}\right)(\text{NUT})^{0.22}\{\exp[-C_r(\text{NUT})^{0.78}] - 1\}\right]$	(11.33)
$C_{\max}$ (mezclado), $C_{\min}$ (sin mezclar)	$\varepsilon = \left(\dfrac{1}{C_r}\right)(1 - \exp\{-C_r[1 - \exp(-\text{NUT})]\})$	(11.34a)
$C_{\min}$ (mezclado), $C_{\max}$ (sin mezclar)	$\varepsilon = 1 - \exp(-C_r^{-1}\{1 - \exp[-C_r(\text{NUT})]\})$	(11.35a)
Todos los intercambiadores ($C_r = 0$)	$\varepsilon = 1 - \exp(-\text{NUT})$	(11.36a)

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Al sustituir la expresión anterior en la ecuación 11.28 y resolver lo que corresponde a ε, obtenemos para el *intercambiador de calor de flujo paralelo*

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\{-\text{NUT}[1 + (C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}})]\}}{1 + (C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}})} \tag{11.29a}$$

Dado que se puede obtener precisamente el mismo resultado para $C_{\text{mín}} = C_{\text{máx}}$, la ecuación 11.29a se aplica para cualquier intercambiador de calor en flujo paralelo, sin importar si la capacitancia térmica de flujo mínima se asocia con el fluido caliente o con el frío.

Se han desarrollado expresiones similares para una variedad de intercambiadores de calor [5], y en la tabla 11.3 se resumen resultados representativos, donde C_r es la relación *de capacidad de calor* $C_r \equiv C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}}$. Al derivar la ecuación 11.32a, se supone que el NUT total se distribuye igualmente entre los pasos de coraza del mismo arreglo. NUT = $n(\text{NUT})_1$. De aquí que, cuando se usa ε_1 con esta expresión, NUT se reemplaza por (NUT)/n en la ecuación 11.31a. Nótese que para $C_r = 0$, como en una caldera o en un condensador, ε está dado por la ecuación 11.36a para *todos los arreglos de flujo*. Por tanto, para este caso especial, se sigue que el comportamiento del intercambiador de calor es independiente del arreglo de flujo. Para el intercambiador de calor de flujo cruzado con ambos fluidos sin mezclar, la ecuación 11.33 es exacta sólo para $C_r = 1$. Sin embargo,

Tabla 11.4 Relaciones del NUT de un intercambiador de calor

Arreglo de flujo	Relación	
Tubos concéntricos		
Flujo paralelo	$\text{NUT} = -\dfrac{\ln[1 - \varepsilon(1 + C_r)]}{1 + C_r}$	(11.29b)
Contraflujo	$\text{NUT} = \dfrac{1}{C_r - 1}\ln\left(\dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon C_r - 1}\right)$ $(C_r < 1)$	
	$\text{NUT} = \dfrac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}$ $(C_r = 1)$	(11.30b)
Coraza y tubos		
Un paso de coraza (2, 4, . . . pasos de tubo)	$\text{NUT} = -(1 + C_r^2)^{-1/2}\ln\left(\dfrac{E - 1}{E + 1}\right)$	(11.32a)
	$E = \dfrac{2/\varepsilon_1 - (1 + C_r)}{(1 + C_r^2)^{1/2}}$	(11.32b)
n Pasos de coraza (2n, 4n, . . . pasos de tubo)	Use las ecuaciones 11.31b y 11.31c con $\varepsilon_1 = \dfrac{F - 1}{F - C_r}$, $F = \left(\dfrac{\varepsilon C_r - 1}{\varepsilon - 1}\right)^{1/n}$	(11.32c)
Flujo cruzado (un solo paso)		
$C_{\text{máx}}$(mezclado), $C_{\text{mín}}$(sin mezclar)	$\text{NUT} = -\ln\left[1 + \left(\dfrac{1}{C_r}\right)\ln(1 - \varepsilon C_r)\right]$	(11.34a)
$C_{\text{mín}}$(mezclado), $C_{\text{máx}}$(sin mezclar)	$\text{NUT} = -\left(\dfrac{1}{C_r}\right)\ln[C_r \ln(1 - \varepsilon) + 1]$	(11.35a)
Todos los intercambiadores ($C_r = 0$)	$\text{NUT} = -\ln(1 - \varepsilon)$	(11.36a)

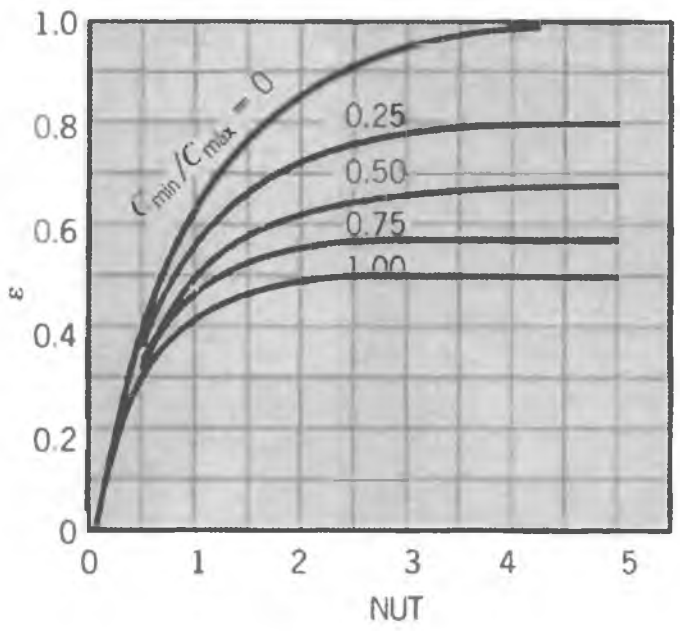


FIGURA 11.14 Eficiencia de un intercambiador de calor de flujo paralelo (ecuación 11.29).

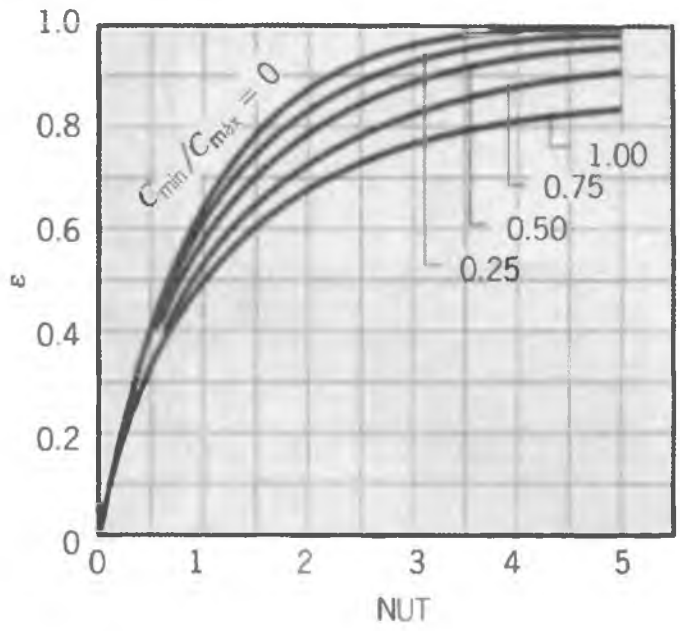


FIGURA 11.15 Eficiencia de un intercambiador de calor de contraflujo (ecuación 11.30).

puede usar con una excelente aproximación para toda $0 < C_r \leq 1$. Para $C_r = 0$, se debe usar la ecuación 11.36a.

En cálculos de diseño de intercambiadores de calor, es más conveniente trabajar con relaciones ε–NUT de la forma

$$\text{NUT} = f\left(\varepsilon, \frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}}\right)$$

En la tabla 11.4 se proporcionan relaciones explícitas para NUT como función de ε y C_r. Note que la ecuación 11.33 no se puede manipular para obtener una relación directa para NUT como función de ε y C_r. Advierta, también, que al usar las ecuaciones 11.32b, c con 11.31b, c, es el NUT *por paso de coraza* el que se calcula de la ecuación

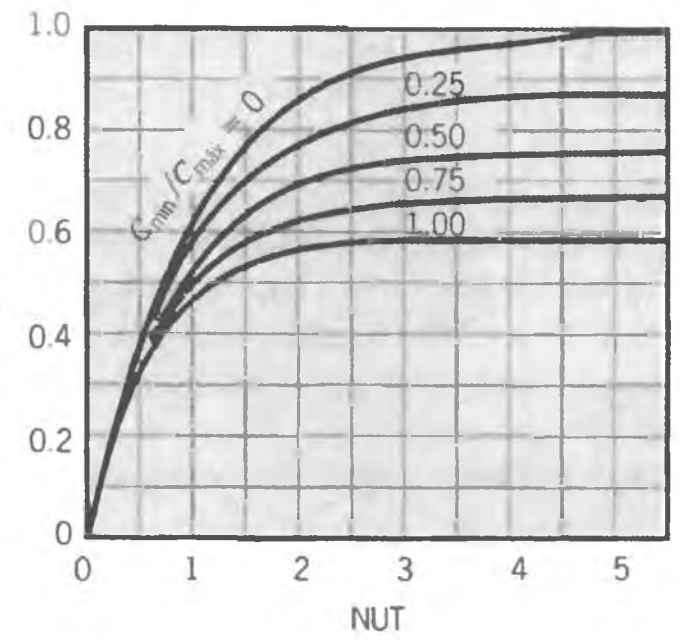


FIGURA 11.16 Eficiencia de un intercambiador de calor de coraza y tubos con una coraza y cualquier múltiplo de dos pasos por los tubos (dos, cuatro, etc., pasos de tubo) (ecuación 11.31).

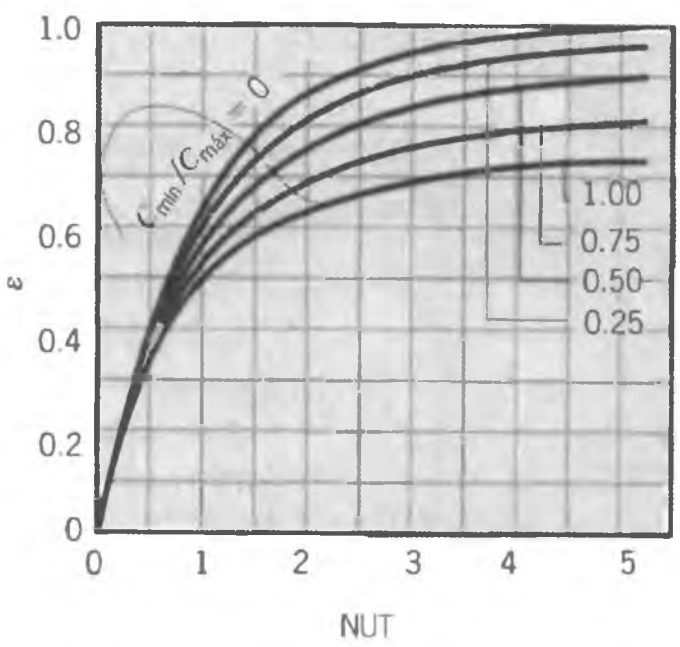


FIGURA 11.17 Eficiencia de un intercambiador de coraza y tubos con dos pasos de coraza y cualquier múltiplo de cuatro pasos por los tubos (cuatro, ocho, etc., pasos de tubo) (ecuación 11.32 con $n = 2$).

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

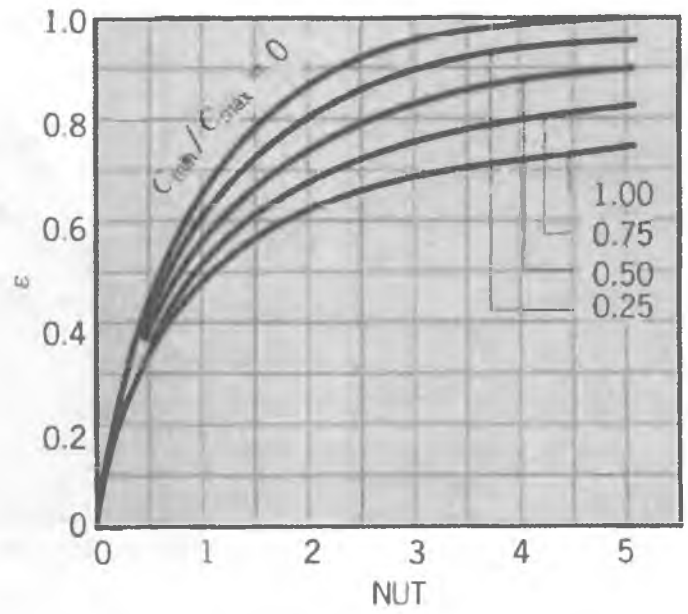


Figura 11.18 Eficiencia de un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso con ambos fluidos sin mezclar (ecuación 11.33).

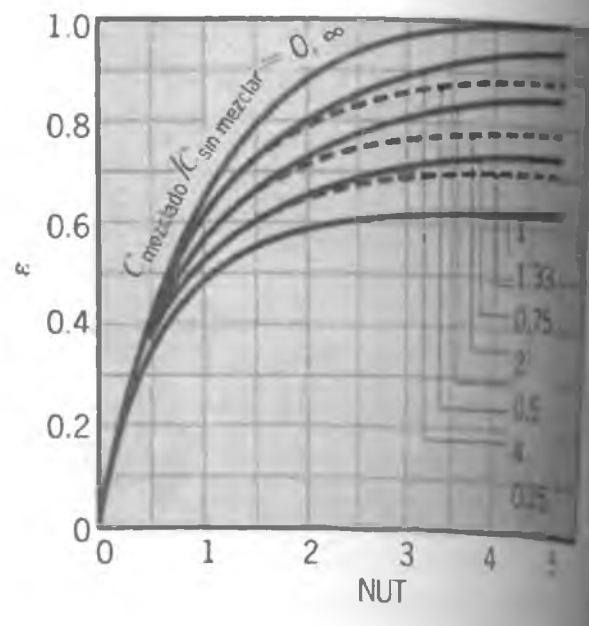


Figura 11.19 Eficiencia de un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso con un fluido mezclado y el otro sin mezclar (ecuaciones 11.34, 11.35).

11.31b. Este resultado se multiplica por n para obtener el NUT correspondiente a todo el intercambiador.

Las expresiones anteriores se representan de forma gráfica en las figuras 11.18 y 11.19. Para la figura 11.19 la curva sólida corresponde a $C_{mín}$ mezclado y $C_{máx}$ sin mezclar, mientras que las curvas punteadas corresponden a $C_{mín}$ sin mezclar y $C_{máx}$ mezclado. Observe que para $C_r = 0$, todos los intercambiadores de calor tienen la misma eficiencia, la cual se puede calcular de la ecuación 11.36a. Además, si NUT $\lesssim 0.25$, todos los intercambiadores de calor tienen aproximadamente la misma eficiencia, sin importar el valor de C_r, y e se puede otra vez calcular de la ecuación 11.36a. De manera más general, para $C_r > 0$ y NUT $\gtrsim 0.25$, el intercambiador de contraflujo es el más eficiente. Para cualquier intercambiador, los valores máximo y mínimo de la eficiencia se asocian con $C_r = 0$ y $C_r = 1$, respectivamente.

Ejemplo 11.3

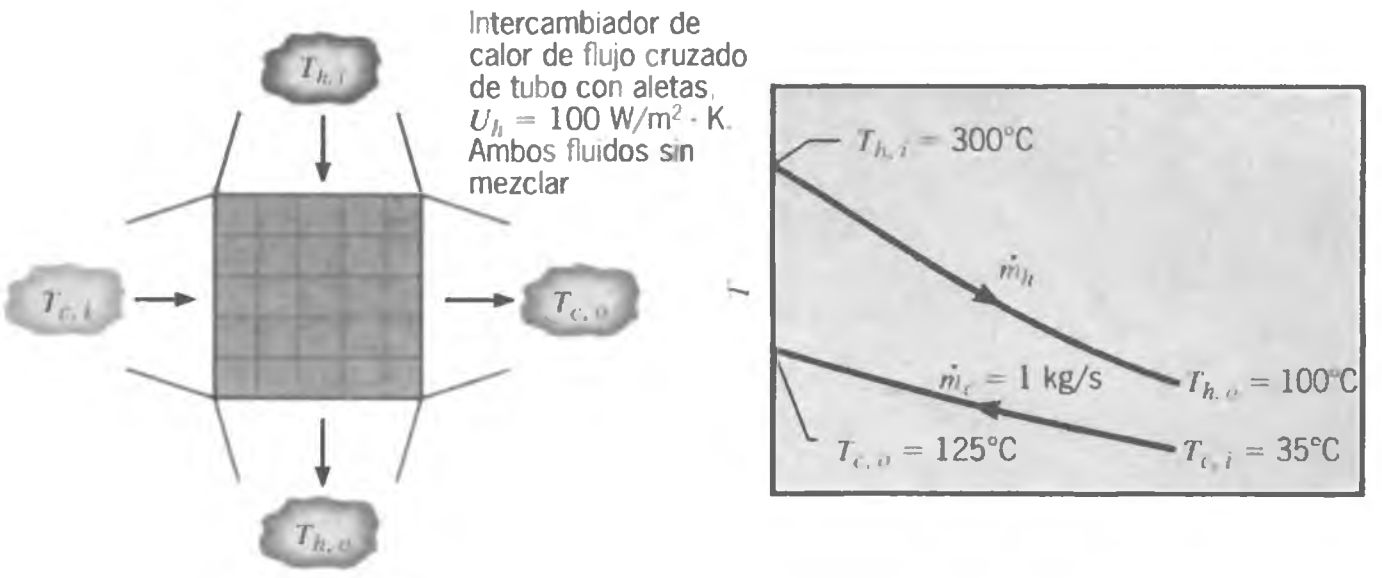
Gases de escape calientes, que entran a un intercambiador de calor de tubo con aletas de flujo cruzado a 300°C y salen a 100°C, se usan para calentar agua presurizada a una velocidad de flujo de 1 kg/s de 35 a 125°C. El calor específico del gas de escape es aproximadamente 1000 J/kg · K, y el coeficiente global de transferencia de calor que se basa en el área superficial del lado del gas es $U_h = 100$ W/m^2 · K. Determine con el uso del método NUT el área superficial A_h del lado del gas que se requiere.

Solución

Se conoce: Temperaturas de entrada y salida de gases calientes y agua que se usan en un intercambiador de calor de flujo cruzado de tubo con aletas, velocidad de flujo del agua y coeficiente global de transferencia de calor del lado del gas.

Encontrar: Área superficial del lado del gas que se requiere.

Esquema:



Suposiciones:

1. Pérdidas de calor a los alrededores y cambios de energía cinética y potencial insignificantes.
2. Propiedades constantes.

Propiedades: Tabla A.6, agua ($\bar{T}_c = 80°C$): $c_{p,c} = 4197$ J/kg · K. Gases de escape: $c_{p,h} = 1000$ J/kg · K.

Análisis: El área superficial que se requiere puede obtenerse a partir del conocimiento del número de unidades de transferencia, que, a su vez, se pueden obtener del conocimiento de la relación de capacidades de calor y la eficiencia. Para determinar la capacitancia térmica de flujo mínima, comenzamos por calcular

$$C_c = \dot{m}_c c_{p,c} = 1 \text{ kg/s} \times 4197 \text{ J/kg} \cdot \text{K} = 4197 \text{ W/K}$$

Como $\dot{m}_h$ no se conoce, C_h se obtiene al combinar los balances globales de energía, ecuaciones 11.6b y 11.7b:

$$C_h = \dot{m}_h c_{p,h} = C_c \frac{T_{c,o} - T_{c,i}}{T_{h,i} - T_{h,o}} = 4197 \frac{125 - 35}{300 - 100} = 1889 \text{ W/K} = C_{\min}$$

De la ecuación 11.19

$$q_{\max} = C_{\min}(T_{h,i} - T_{c,i}) = 1889 \text{ W/K}\,(300 - 35)^\circ\text{C} = 5.01 \times 10^5 \text{ W}$$

De la ecuación 11.7b la transferencia real de calor es

$$q = \dot{m}_c c_{p,c}(T_{c,o} - T_{c,i}) = 1 \text{ kg/s} \times 4197 \text{ J/kg} \cdot \text{K}\,(125 - 35)^\circ\text{C}$$
$$q = 3.77 \times 10^5 \text{ W}$$

Por consiguiente, de la ecuación 11.20 la eficiencia es

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{\max}} = \frac{3.77 \times 10^5 \text{ W}}{5.01 \times 10^5 \text{ W}} = 0.75$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ... toral

Con

$$\frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}} = \frac{1889}{4197} = 0.45$$

se sigue de la figura 11.18 que

$$\text{NUT} = \frac{U_h A_h}{C_{\text{mín}}} \approx 2.1$$

o

$$A_h = \frac{2.1(1889 \text{ W/K})}{100 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}} = 39.7 \text{ m}^2$$

Comentarios:

1. El área de transferencia de calor que se desea también se puede determinar con el uso del método DTML. De las ecuaciones 11.14 y 11.18,

$$A_h = \frac{q}{U_h F \, \Delta T_{\text{ml, CF}}}$$

con

$$P = \frac{t_o - t_i}{T_i - t_i} = \frac{125 - 35}{300 - 35} = 0.34 \qquad R = \frac{T_i - T_o}{t_o - t_i} = \frac{300 - 100}{125 - 35} = 2.22$$

se sigue de la figura 11.12 que $F \approx 0.87$. De las ecuaciones 11.15 y 11.17,

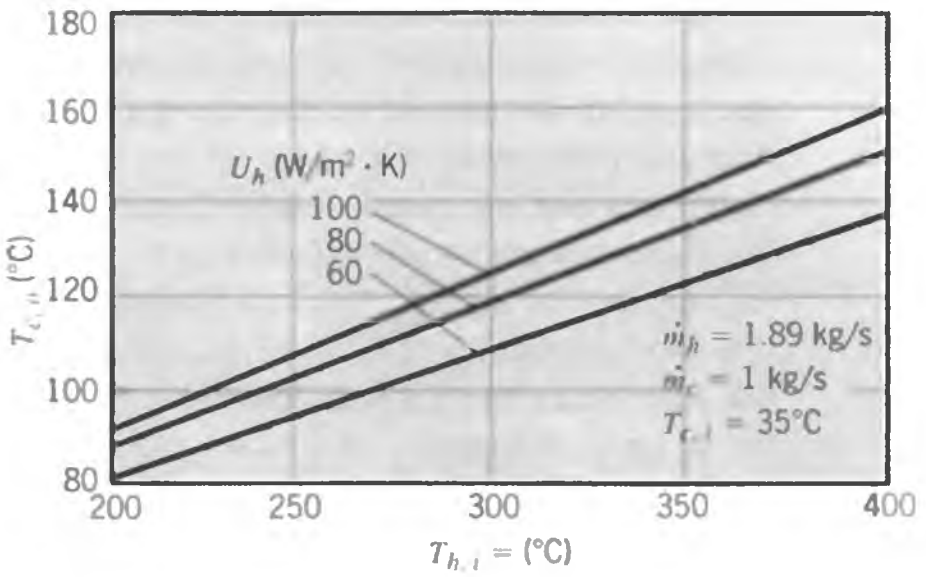
$$\Delta T_{\text{ml, CF}} = \frac{(T_{h,i} - T_{c,o}) - (T_{h,o} - T_{c,i})}{\ln [(T_{h,i} - T_{c,o})/(T_{h,o} - T_{c,i})]} = 111°\text{C}$$

en cuyo caso

$$A_h = \frac{3.77 \times 10^5 \text{ W}}{100 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 0.87 \times 111°\text{C}} = 39.1 \text{ m}^2$$

La concordancia de los dos resultados está dentro de la precisión asociada con la lectura de las gráficas de F y ε.

2. Con el intercambiador de calor medido ($A_h = 39.7 \text{ m}^2$) y colocado en operación, su rendimiento real está sujeto a variaciones no controladas en la temperatura de salida del gas de escape ($200 \leq T_{h,i} \leq 400°\text{C}$) y a la degradación gradual de las superficies del intercambiador de calor debido a las impurezas (U_h disminuye de 100 a 60 $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$). Para un valor fijo de $C_{\text{mín}} = C_h = 1889$ W/K, la reducción de U_h corresponde a una reducción en el NUT (para NUT = 1.26) y por ello a una disminución en la eficiencia del intercambiador de calor, que se puede calcular de la ecuación 11.33. El efecto de las variaciones en la temperatura de salida del agua se graficó como sigue:



Si la intención es mantener una temperatura fija de salida del agua de $T_{c,o} = 125°C$, se podrían realizar ajustes en los flujos, $\dot{m}_c$ y $\dot{m}_h$, para compensar las variaciones. Las ecuaciones modelo se pueden usar para determinar los ajustes y, por tanto, como una base para diseñar el *controlador* que se requiere.

11.5 *Metodología del cálculo de un intercambiador de calor*

Desarrollamos dos procedimientos para realizar un análisis de intercambiador de calor, el método DTML y el NUT. Para cualquier problema, ambos métodos se pueden usar y obtener resultados equivalentes. Sin embargo, dependiendo de la naturaleza del problema, el método NUT puede ser más fácil de aplicar.

Claramente, el uso del método DTML, ecuaciones 11.14 y 11.15, se facilita por el conocimiento de las temperaturas de entrada y salida de los fluidos caliente y frío, pues ΔT_{ml} se puede entonces calcular fácilmente. Los problemas para los que estas temperaturas son conocidas se pueden clasificar como *problemas de diseño de intercambiador de calor*. Normalmente, se establecen las temperaturas de entrada del fluido y las velocidades de flujo, así como una temperatura deseada de salida del fluido caliente o frío. El problema de diseño es entonces seleccionar un tipo de intercambiador de calor apropiado y determinar el tamaño, es decir, el área superficial de transferencia de calor A que se requiere para alcanzar la temperatura de salida que se desea. Por ejemplo, considere una aplicación para la que se conocen $\dot{m}_c$, $\dot{m}_h$, $T_{c,i}$ y $T_{h,i}$, y el objetivo es especificar un intercambiador de calor que proporcione un valor deseado de $T_{c,o}$. Los valores correspondientes de q y $T_{h,o}$ se pueden calcular de los balances de energía, ecuaciones 11.7b y 11.6b, respectivamente, y el valor de ΔT_{ml} se puede encontrar a partir de su definición, ecuación 11.15. Con el uso de la ecuación de flujo (11.14), es fácil determinar el valor requerido de A. Por supuesto, el método NUT también se puede usar para obtener A al calcular primero ε y $(C_{mín}/C_{máx})$. La tabla (o ecuación) apropiada se pueden usar entonces para obtener el valor del NUT, que a su vez se puede usar para determinar A.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

De manera alternativa, se pueden conocer el tipo del intercambiador de calor y el tamaño, mientras el objetivo es determinar la transferencia de calor y las temperaturas de salida del fluido para la circulación del fluido y temperaturas de entrada establecidas. Aunque el método DTML se puede usar para tal *cálculo del rendimiento* de un intercambiador de calor, los cálculos serían tediosos, y requerirían iteración. Por ejemplo, se podría hacer una predicción del valor de $T_{c,o}$, y se podrían usar las ecuaciones 11.7b y 11.8b para determinar q y $T_{h,o}$, respectivamente. Al conocer todas las temperaturas del fluido, se podría determinar ΔT_{ml} y la ecuación 11.14 se podría usar entonces otra vez para calcular el valor de q. La predicción original de $T_{c,o}$ sería correcta, si los valores de q obtenidos de las ecuaciones 11.7b y 11.14 estuvieran de acuerdo. Tal acuerdo sería fortuito, sin embargo, y es probable que se necesitara alguna iteración del valor de $T_{c,o}$.

La naturaleza iterativa de la solución anterior se podría eliminar al usar el método NUT. A partir del conocimiento del tipo de intercambiador de calor y el tamaño y las velocidades de flujo del fluido, los valores del NUT y de $(C_{mín}/C_{máx})$ se podrían calcular y se podría determinar entonces de la tabla (o ecuación) apropiada. Como $q_{máx}$ también se puede calcular de la ecuación 11.19, es fácil determinar la transferencia real de calor a partir del requisito que $q = \varepsilon q_{máx}$. Ambas temperaturas de salida del fluido se pueden determinar entonces de las ecuaciones 11.6b y 11.7b.

Ejemplo 11.4

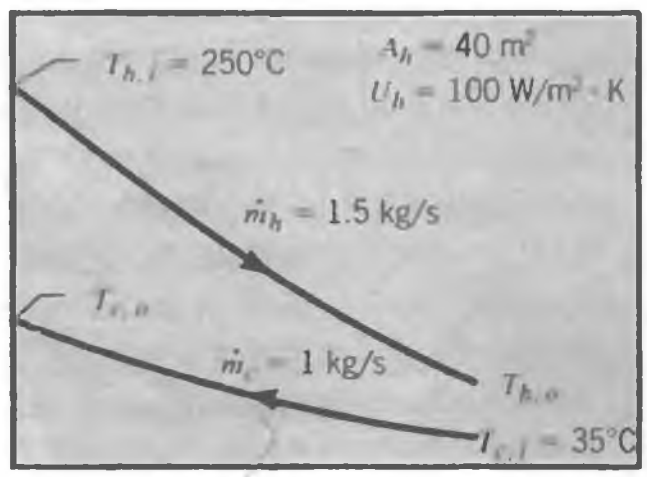
Considere el diseño de intercambiador de calor del ejemplo 11.3, es decir, un intercambiador de calor de flujo cruzado de tubo con aletas con un coeficiente global de transferencia de calor del lado del gas y área de 100 W/m² · K y 40 m², respectivamente. El flujo del agua y la temperatura de entrada permanecen a 1 kg/s y 35°C. Sin embargo, un cambio en las condiciones de operación del generador del gas caliente ocasiona que los gases entren ahora al intercambiador de calor con un flujo de 1.5 kg/s y una temperatura a 250°C. ¿Cuál es la transferencia de calor para el intercambiador, y cuáles son las temperaturas de salida del gas y del agua?

Solución

Se conoce: Condiciones de entrada de los fluidos caliente y frío para un intercambiador de calor en flujo cruzado de tubo con aletas con área superficial y coeficiente global de transferencia de calor conocidos.

Encontrar: Transferencia de calor y temperaturas de salida de los fluidos.

Esquema:



Suposiciones:

1. Pérdida de calor a los alrededores y cambios de energía cinética y potencial insignificantes.
2. Propiedades constantes (sin cambio del ejemplo 11.3).

Análisis: El problema se puede clasificar como uno que requiere el *cálculo del rendimiento* de un intercambiador de calor. En consecuencia, es conveniente basar los cálculos en el método NUT. Las capacitancias térmicas de flujo son

$$C_c = \dot{m}_c c_{p,\,c} = 1 \text{ kg/s} \times 4197 \text{ J/kg} \cdot \text{K} = 4197 \text{ W/K}$$

$$C_h = \dot{m}_h c_{p,\,h} = 1.5 \text{ kg/s} \times 1000 \text{ J/kg} \cdot \text{K} = 1500 \text{ W/K} = C_{\text{mín}}$$

en cuyo caso

$$\frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}} = \frac{1500}{4197} = 0.357$$

El número de unidades de transferencia es

$$\text{NUT} = \frac{U_h A_h}{C_{\text{mín}}} = \frac{100 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \times 40 \text{ m}^2}{1500 \text{ W/K}} = 2.67$$

De la figura 11.18 la eficiencia del intercambiador de calor es $\varepsilon \approx 0.82$, y de la ecuación 11.19 la transferencia de calor máxima posible es

$$q_{\text{máx}} = C_{\text{mín}}(T_{h,\,i} - T_{c,\,i}) = 1500 \text{ W/K } (250 - 35)^\circ\text{C} = 3.23 \times 10^5 \text{ W}$$

En consecuencia, de la definición de ε, ecuación 11.20, la transferencia real de calor es

$$q = \varepsilon q_{\text{máx}} = 0.82 \times 3.23 \times 10^5 \text{ W} = 2.65 \times 10^5 \text{ W} \qquad \triangleleft$$

Ahora es fácil determinar las temperaturas de salida a partir de los balances globales de energía. De la ecuación 11.6b,

$$T_{h,\,o} = T_{h,\,i} - \frac{q}{\dot{m}_h c_{p,\,h}} = 250^\circ\text{C} - \frac{2.65 \times 10^5 \text{ W}}{1500 \text{ W/K}} = 73.3^\circ\text{C} \qquad \triangleleft$$

y de la ecuación 11.7b,

$$T_{c,\,o} = T_{c,\,i} + \frac{q}{\dot{m}_c c_{p,\,c}} = 35^\circ\text{C} + \frac{2.65 \times 10^5 \text{ W}}{4197 \text{ W/K}} = 98.1^\circ\text{C} \qquad \triangleleft$$

Comentarios:

1. De la ecuación 11.33, $\varepsilon = 0.845$, que está de acuerdo con la estimación que se obtiene de las gráficas.
2. El coeficiente global de transferencia de calor tácitamente se supone no afectado por el cambio en $\dot{m}_h$. De hecho, con una reducción de aproximadamente 20% en $\dot{m}_h$, habría una reducción significativa, aunque pequeña, en U_h.
3. Como se discutió en el comentario 2 del ejemplo 11.3, se pueden hacer ajustes a la velocidad de flujo para mantener una temperatura fija de salida del agua. Si, por

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede ..

ejemplo, la temperatura de salida se debe mantener a $T_{c,o} = 125°C$, el flujo de agua se podría reducir a una cantidad establecida por la ecuación 11.7b. Es decir,

$$\dot{m}_c = \frac{q}{c_{p,c}(T_{c,o} - T_{c,i})} = \frac{2.65 \times 10^5 \text{ W}}{4197 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \, (125 - 35)°\text{C}} = 0.702 \text{ kg/s}$$

Nuevamente se supone que el cambio en el flujo tiene un efecto insignificante sobre U_h. En este caso la suposición es buena, pues la contribución dominante a U_h la realiza el coeficiente de convección del lado del gas, y no del lado del agua.

Ejemplo 11.5

El condensador de una gran planta termoeléctrica es un intercambiador de calor en el que se condensa vapor completamente. Suponga que el condensador es un intercambiador de calor de coraza y tubos que consiste en una coraza y 30,000 tubos, de los que cada uno ejecuta dos pasos. Los tubos están construidos con paredes delgadas con $D = 25$ mm, y el vapor se condensa en su superficie exterior con un coeficiente de convección asociado $h_o = 11{,}000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. La transferencia de calor que el intercambiador debe realizar es $q = 2 \times 10^9$ W, y ésta se efectúa al hacer pasar agua de enfriamiento a través de los tubos a razón de 3×10^4 kg/s (el flujo por tubo es por tanto 1 kg/s). El agua entra a 20°C, mientras que el vapor se condensa a 50°C. ¿Cuál es la temperatura del agua de enfriamiento que sale del condensador? ¿Cuál es la longitud L del tubo que se requiere por paso?

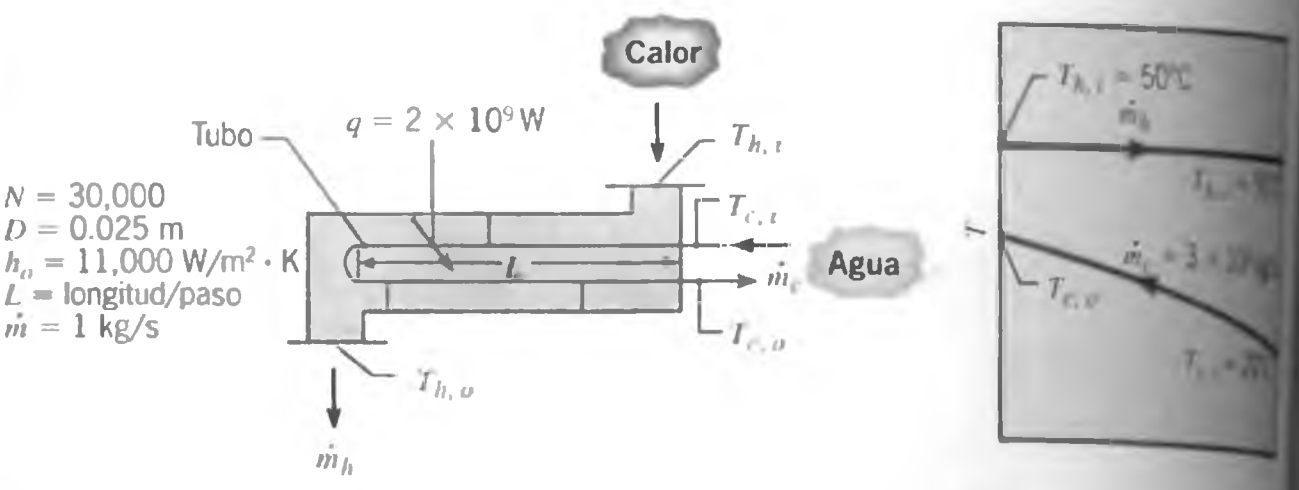
Solución

Se conoce: Intercambiador de calor que consiste en una coraza y 30,000 tubos con dos pasos cada uno.

Encontrar:

1. Temperatura de salida del agua de enfriamiento.
2. Longitud del tubo por paso para alcanzar la transferencia de calor que se requiere

Esquema:



Suposiciones:

1. Transferencia de calor insignificante entre el intercambiador y los alrededores, cambios de energía cinética y potencial despreciables.

2. Flujo interno del tubo y condiciones térmicas completamente desarrollados.
3. Resistencia térmica del material del tubo y efectos de impurezas insignificantes.
4. Propiedades constantes.

Propiedades: Tabla A.6, agua (suponga $\bar{T}_c \approx 27°C = 300$ K): $c_p = 4179$ J/kg · K, $\mu = 855 \times 10^{-6}$ N · s/m^2, $k = 0.613$ W/m · K, $Pr = 5.83$.

Análisis:

1. La temperatura de salida del agua de enfriamiento se puede obtener del balance global de energía, ecuación 11.7b. En consecuencia,

$$T_{c,o} = T_{c,i} + \frac{q}{\dot{m}_c c_{p,c}} = 20°C + \frac{2 \times 10^9 \text{ W}}{3 \times 10^4 \text{ kg/s} \times 4179 \text{ J/kg} \cdot \text{K}}$$

$$T_{c,o} = 36.0°C \quad \triangleleft$$

2. El problema se puede clasificar como uno que requiere un *cálculo de diseño* de intercambiador de calor. En consecuencia, el método DTML o el NUT se puede aplicar de manera conveniente. Al usar el método DTML, se sigue de las ecuaciones 11.14 y 11.18 que

$$q = UAF\,\Delta T_{\text{ml, CF}}$$

donde $A = N \times 2L \times \pi D$. De la ecuación 11.5

$$U = \frac{1}{(1/h_i) + (1/h_o)}$$

donde h_i se puede estimar a partir de una correlación de flujo interno. Con

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} = \frac{4 \times 1 \text{ kg/s}}{\pi(0.025 \text{ m})855 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2} = 59.567$$

el flujo es turbulento y de la ecuación 8.60

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^{0.4} = 0.023(59.567)^{0.8}(5.83)^{0.4} = 308$$

De aquí,

$$h_i = Nu_D \frac{k}{D} = 308 \frac{0.613 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.025 \text{ m}} = 7552 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$U = \frac{1}{[(1/7552) + (1/11{,}000)]\text{m}^2 \cdot \text{K/W}} = 4478 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

De las ecuaciones 11.15 y 11.17 la DTML es

$$\Delta T_{\text{ml, CF}} = \frac{(T_{h,i} - T_{c,o}) - (T_{h,o} - T_{c,i})}{\ln [(T_{h,i} - T_{c,o})/(T_{h,o} - T_{c,i})]} = \frac{(50 - 36) - (50 - 20)}{\ln (14/30)} = 21°C$$

El factor de corrección F se puede obtener de la figura 11.10, donde

$$P = \frac{t_o - t_i}{T_i - t_i} = \frac{(36 - 20)}{(50 - 20)} = 0.53 \qquad R = \frac{T_i - T_o}{t_o - t_i} = \frac{50 - 50}{36 - 20} = 0$$

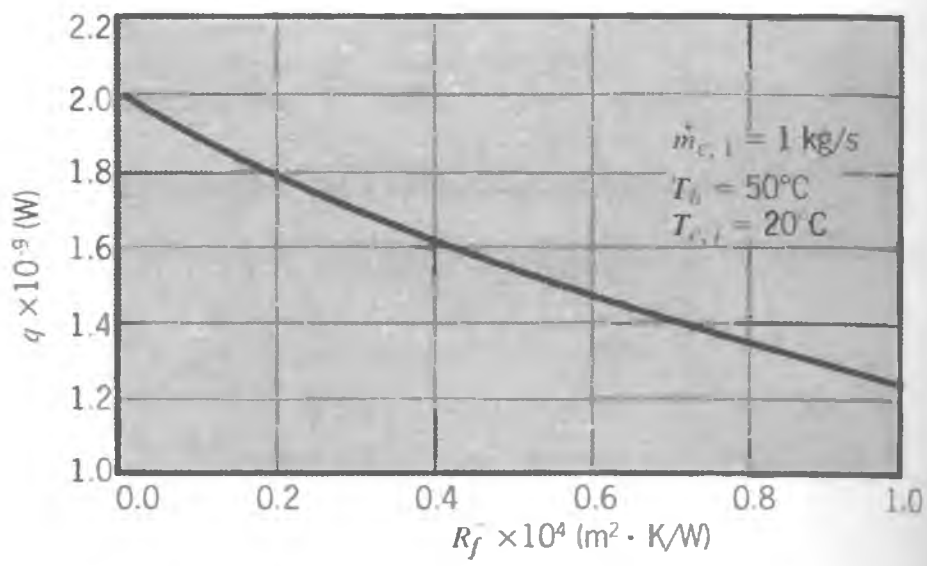
En consecuencia, $F = 1$, y se sigue que la longitud del tubo por paso es

$$L = \frac{q}{U(N2\pi D)F\,\Delta T_{\text{ml, CF}}}$$

$$L = \frac{2 \times 10^9\ \text{W}}{4478\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}\ (30{,}000 \times 2\pi \times 0.025\ \text{m}) \times 1 \times 21°\text{C}} = 4.51\ \text{m}$$

Comentarios:

1. Reconozca que L es la longitud del tubo por paso, en cuyo caso la longitud total del tubo es 9.02 m.
2. Con el uso del método NUT, $C_h = C_{\text{máx}} = \infty$ y $C_{\text{mín}} = \dot{m}_c c_{p,c} = 3 \times 10^4$ (kg/s) × 4179 (J/kg · K) = 1.25×10^8 W/K. Se sigue que $q_{\text{máx}} = C_{\text{mín}}(T_{h,i} - T_{c,i}) = 3.76 \times 10^9$ W y de aquí que $\varepsilon = 0.53$. De la figura 11.16 también se sigue que NUT = 0.75, de la que se puede mostrar que $L = 4.46$ m. De la ecuación 11.36b, advierta que NUT = 0.755.
3. Con el tiempo, el rendimiento del intercambiador de calor se degradaría por impurezas en las superficies interna y externa del tubo. Un calendario de mantenimiento representativo pediría dejar al intercambiador de calor fuera de línea y limpiar los tubos cuando los factores de impureza alcancen valores de $R''_{f,i} = R''_{f,o} = 10^{-4}$ m² · K/W. Para determinar el efecto de impurezas en el rendimiento, se puede usar el método ε–NUT para calcular la transferencia total de calor como función del factor de impureza, con $R''_{f,o}$ supuesto igual a $R''_{f,i}$. Se obtienen los siguientes resultados:



Para mantener el requerimiento de $q = 2 \times 10^9$ W con la máxima impureza permisible y la restricción $\dot{m}_{c,i} = 1$ kg/s, la longitud del tubo o el número de tubos tendría que aumentar. Al conservar la longitud por paso a $L = 4.51$ m, serían necesarios $N = 48{,}300$ tubos para transferir 2×10^9 W para $R''_{f,i} = R''_{f,o} = 10^{-4}$ m² · K/W. El aumento correspondiente en el flujo total para $\dot{m}_c = N\dot{m}_{c,i} = 48{,}300$ kg/s tendría el efecto benéfico de reducir la temperatura de salida del agua a $T_{c,o} = 29.9°$C, atenuando con ello los efectos potencialmente perjudiciales asociados con la descarga en el ambiente.

11.6
Intercambiadores de calor compactos

Como se discutió en la sección 11.1, los *intercambiadores de calor compactos* se usan normalmente cuando se desea un área superficial de transferencia de calor por unidad de volumen grande y al menos uno de los fluidos es un gas. Se han considerado muchas configuraciones diferentes de tubo y placa, donde las diferencias se deben principalmente al diseño de aletas y al arreglo. Las características de transferencia de calor y flujo se han determinado para configuraciones específicas y normalmente se presentan en el formato de las figuras 11.20 y 11.21. Los resultados de transferencia de calor se correlacionan en términos del factor j de Colburn $j_H = St\,Pr^{2/3}$ y del número de Reynolds, donde los números de Stanton ($St = h/Gc_p$) y de Reynolds ($Re = GD_h/\mu$) se basan en la velocidad de masa máxima

$$G \equiv \rho V_{\text{máx}} = \frac{\rho V A_{\text{fr}}}{A_{\text{ff}}} = \frac{\dot{m}}{A_{\text{ff}}} = \frac{\dot{m}}{\sigma A_{\text{fr}}} \tag{11.37}$$

La cantidad σ es la razón del área de flujo libre mínima de los pasos con aletas (área de sección transversal perpendicular a la dirección del flujo), A_{ff}, al área frontal, A_{fr}, del intercambiador. Valores de σ, D_h (diámetro hidráulico del paso del flujo), α (área superficial de transferencia de calor por volumen total del intercambiador de calor), A_f/A (la razón de la aleta al área superficial de transferencia de calor total), y otros parámetros geométricos se listan para cada configuración. La razón A_f/A se usa en la ecuación 11.3 para evaluar la efectividad de temperatura η_o. En un cálculo de diseño, α se usaría para determinar el volumen del intercambiador de calor que se requiere, después de que se

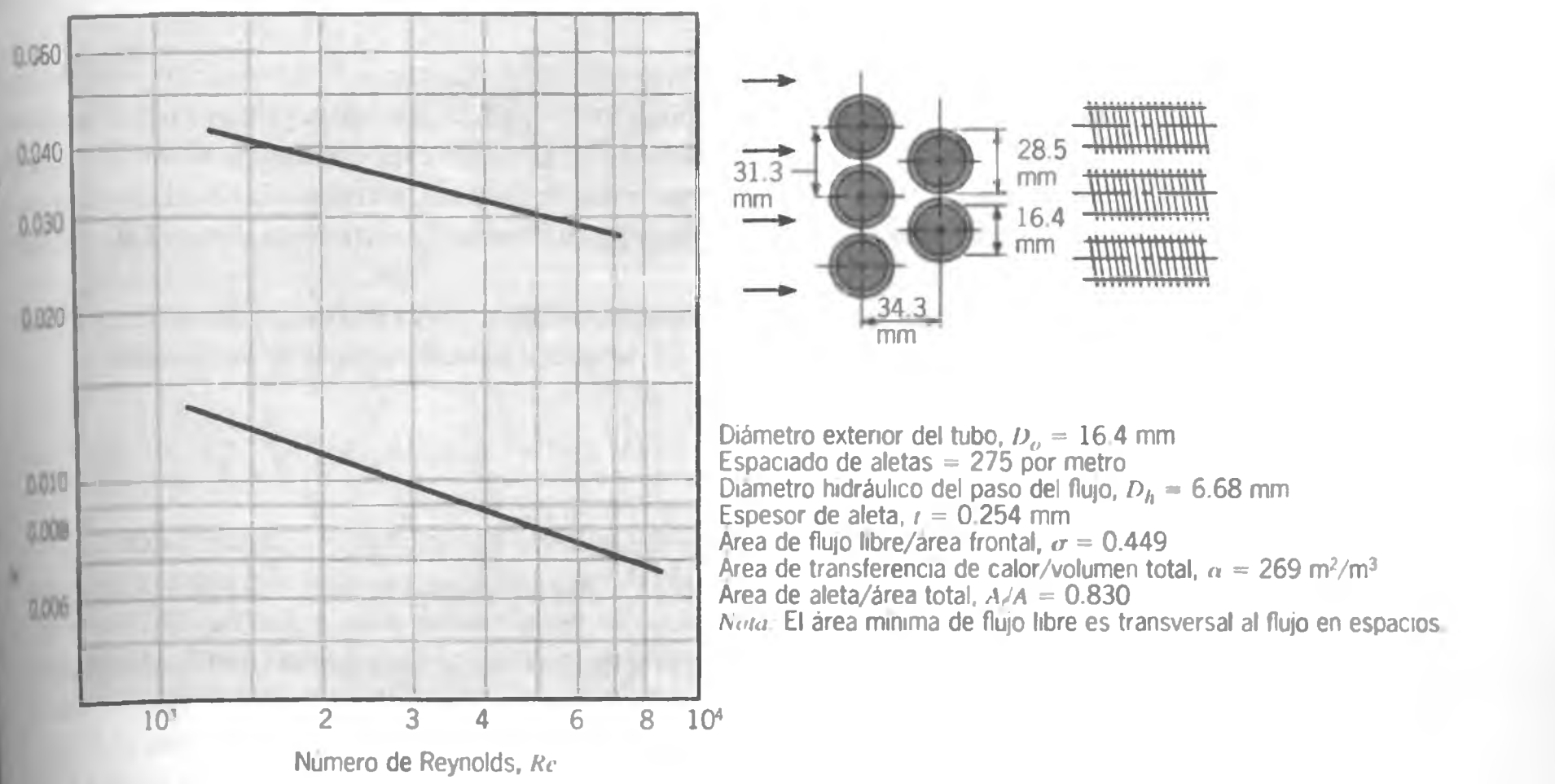


Figura 11.20 Transferencia de calor y factor de fricción para un intercambiador de calor de tubo circular y aleta circular, superficie CF-7.0-5/8J de Kays y London [5].

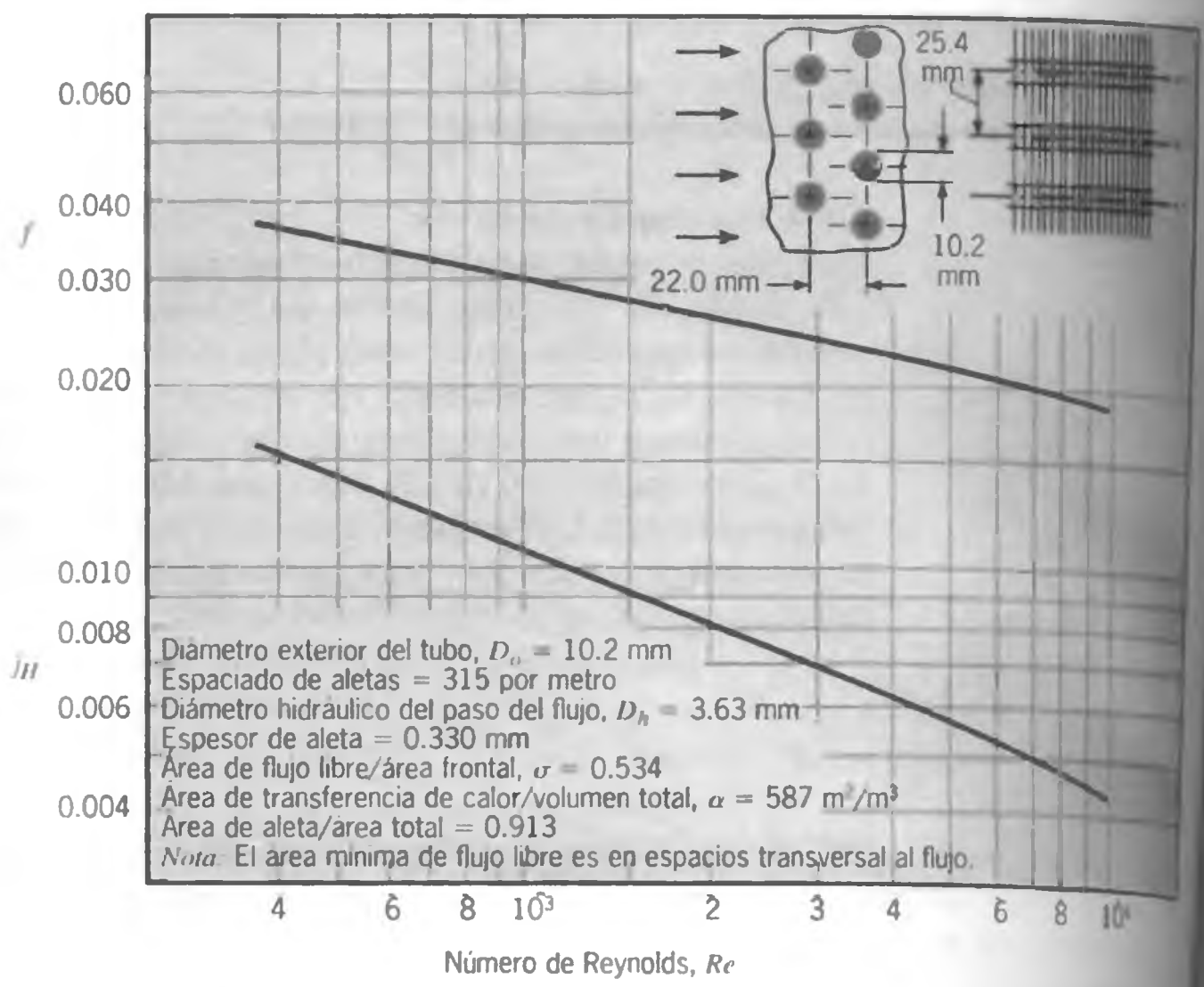


FIGURA 11.21 Transferencia de calor y factor de fricción para un intercambiador de calor de tubo circular y aleta continua, superficie 8.0-3/8T de Kays y London [5].

ha encontrado el área de la superficie de transferencia de calor; en un cálculo de rendimiento se usaría para determinar el área superficial una vez que se conoce el volumen del intercambiador de calor.

En un cálculo de intercambiador de calor compacto, la información empírica, como la que se proporciona en las figuras 11.20 y 11.21, se usaría primero para determinar el coeficiente promedio de convección de las superficies con aletas. El coeficiente global de transferencia de calor se determinaría después, en tanto que el diseño o los cálculos de rendimiento del intercambiador de calor se llevarían a cabo con el uso del método DTML o ε–NUT.

La caída de presión asociada con el flujo a través de bancos de tubos con aletas, como los de las figuras 11.20 y 11.21, se puede calcular a partir de la expresión

$$\Delta p = \frac{G^2 v_i}{2}\left[(1+\sigma^2)\left(\frac{v_o}{v_i}-1\right)+f\frac{A}{A_{ff}}\frac{v_m}{v_i}\right] \tag{11.}$$

donde v_i y v_o son los volúmenes específicos de entrada y salida del fluido y $v_m = (v_i + v_o)/2$. El primer término del lado derecho de la ecuación 11.38 explica los efectos de aceleración o desaceleración conforme el fluido pasa a través del intercambiador de calor, mientras que el segundo término explica las pérdidas debidas a la fricción del fluido. Para una configuración del núcleo establecida, el factor de fricción se encuentra como función del número de Reynolds, según se aprecia en las figuras 11.20 y 11.21, y para un tamaño de intercambiador de calor establecido, la razón de área se puede evaluar de la relación $(A/A_{ff}) = (\alpha V/\sigma A_{fr})$, donde V es el volumen total del intercambiador de calor.

El trabajo clásico de Kays y London [5] proporciona datos de la j de Colburn y del factor de fricción para muchos núcleos de intercambiador de calor compacto diferentes, que incluyen configuraciones de tubos planos (figura 11.5*a*) y aleta de placa (figura 11.5*d*, *e*), así como otras configuraciones de tubo circular (figura 11.5*b*, *c*). Otras fuentes excelentes de información las proporcionan las referencias 3, 4, 8 y 9.

Ejemplo 11.6

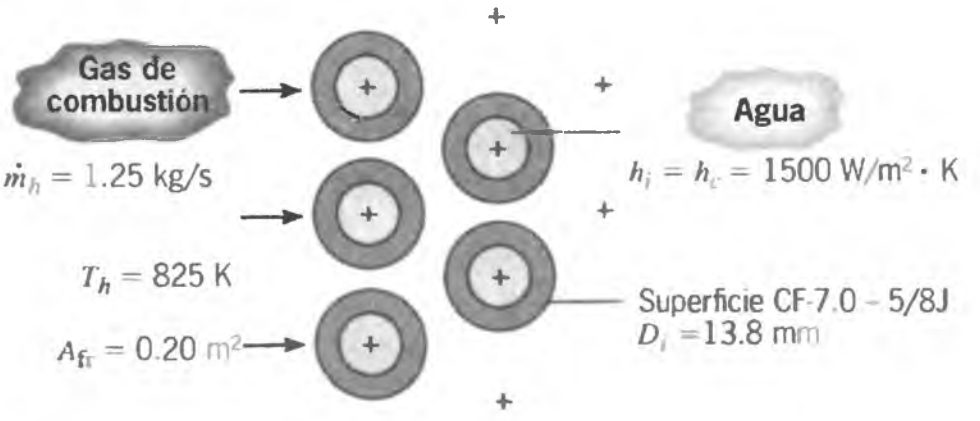
Considere un intercambiador de calor compacto de tubos con aletas que tiene la configuración del núcleo de la figura 11.20. El núcleo está fabricado de aluminio, y los tubos tienen un diámetro interior de 13.8 mm. En una aplicación de recuperación de calor de desecho, el agua que fluye a través de los tubos proporciona un coeficiente de convección interior $h_i = 1500$ W/m^2 · K, mientras los gases de combustión a 1 atm y 825 K están en flujo cruzado sobre los tubos. Si el flujo del gas es 1.25 kg/s y el área frontal es 0.20 m^2, ¿cuál es el coeficiente global de transferencia de calor del lado del gas? Si se calentara un flujo de agua de 1 kg/s de 290 a 370 K, ¿cuál es el volumen del intercambiador de calor que se requiere?

Solución

Se conoce: Geometría de intercambiador de calor compacto, flujo y temperatura del lado del gas, y coeficiente de convección del lado del agua. Flujo y temperaturas de entrada y salida del agua.

Encontrar: Coeficiente global de transferencia de calor del lado del gas. Volumen del intercambiador de calor.

Esquema:



Suposiciones:

1. El gas tiene propiedades de aire atmosférico a una temperatura media supuesta de 700 K.
2. Las impurezas son insignificantes.

Propiedades: Tabla A.1, aluminio ($T \approx 300$ K): $k = 237$ W/m · K. Tabla A.4, aire ($p = 1$ atm, $\bar{T} = 700$ K): $c_p = 1075$ J/kg · K, $\mu = 338.8 \times 10^{-7}$ N · s/m^2, $Pr = 0.695$. Tabla A.6, agua ($\bar{T} = 330$ K): $c_p = 4184$ J/kg · K.

Análisis: Con referencia a la ecuación 11.1, los gases de la combustión y el agua son los fluidos caliente y frío, respectivamente. De aquí, al ignorar los efectos de impu-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

reza y reconocer que la superficie interna del tubo no tiene aletas ($\eta_{o,c} = 1$), el coeficiente global de transferencia de calor que se basa en el área superficial del lado del gas (caliente) está dado por

$$\frac{1}{U_h} = \frac{1}{h_c(A_c/A_h)} + A_h R_w + \frac{1}{\eta_{o,h} h_h}$$

donde A_h y A_c son las áreas superficiales del lado del gas (caliente)y del lado del agua (fría), respectivamente. Si se supone que el espesor de la aleta es insignificante, se muestra fácilmente que

$$\frac{A_c}{A_h} \approx \frac{D_i}{D_o}\left(1 - \frac{A_{f,h}}{A_h}\right)$$

donde $A_{f,h}$ es la parte del área total del lado del gas asociada con las aletas. La aproximación es válida dentro del 10%, y para las condiciones del núcleo del intercambiador de calor (figura 11.20)

$$\frac{A_c}{A_h} \approx \frac{13.8}{16.4}(1 - 0.830) = 0.143$$

Al obtener la resistencia de conducción de la pared a partir de la ecuación 3.28, se sigue que

$$A_h R_w = \frac{\ln (D_o/D_i)}{2\pi L k/A_h} = \frac{D_i \ln (D_o/D_i)}{2k(A_c/A_h)}$$

Por tanto,

$$A_h R_w = \frac{(0.0138 \text{ m}) \ln (16.4/13.8)}{2(237 \text{ W/m} \cdot \text{K})(0.143)} = 3.51 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$$

El coeficiente de convección del lado del gas se puede obtener al usar primero la ecuación 11.37 para evaluar la velocidad de masa:

$$G = \frac{\dot{m}}{\sigma A_{fr}} = \frac{1.25 \text{ kg/s}}{0.449 \times 0.20 \text{ m}^2} = 13.9 \text{ kg/s} \cdot \text{m}^2$$

Por tanto,

$$Re = \frac{13.9 \text{ kg/s} \cdot \text{m}^2 \times 6.68 \times 10^{-3} \text{ m}}{338.8 \times 10^{-7} \text{ kg/s} \cdot \text{m}} = 2740$$

y de la figura 11.20, $j_H \approx 0.0096$. En consecuencia,

$$h_h \approx 0.0096 \frac{G c_p}{Pr^{2/3}} = 0.0096 \frac{(13.9 \text{ kg/s} \cdot \text{m}^2)(1075 \text{ J/kg} \cdot \text{K})}{(0.695)^{2/3}}$$

$$= 183 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Para obtener la eficiencia de la temperatura del lado caliente a partir de la ecuación 11.36 se debe determinar primero la eficiencia de la aleta de la figura 3.19. Con $r_2 = 14.3$ mm, $r_{2c}/r_1 = 1.75$, $L_c = 6.18$ mm, $A_p = 1.57 \times 10^{-6}$ m^2, y $L_c^{3/2}(h_h/kA_p)^{1/2} = 0.34$, se obtiene $\eta_f \approx 0.89$. De aquí,

$$\eta_{o,h} = 1 - \frac{A_f}{A}(1 - \eta_f) = 1 - 0.830(1 - 0.89) = 0.91$$

Obtenemos entonces

$$\frac{1}{U_h} = \left(\frac{1}{1500 \times 0.143} + 3.51 \times 10^{-5} + \frac{1}{0.91 \times 183}\right) \text{m}^2 \cdot \text{K/W}$$

$$\frac{1}{U_h} = (4.66 \times 10^{-3} + 3.51 \times 10^{-5} + 6.00 \times 10^{-3}) = 0.0107 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$$

o

$$U_h = 93.4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \quad \triangleleft$$

Con $C_c = \dot{m}_c c_{p,c} = 1 \text{ kg/s} \times 4184 \text{ J/kg} \cdot \text{K} = 4184 \text{ W/K}$, el intercambiador de calor debe ser suficientemente grande para transferir calor en la cantidad

$$q = C_c(T_{c,o} - T_{c,i}) = 4184 \text{ W/K } (370 - 290) \text{ K} = 3.35 \times 10^5 \text{ W}$$

Con $C_h = \dot{m}_h c_{p,h} = 1.25 \text{ kg/s} \times 1075 \text{ J/kg} \cdot \text{K} = 1344 \text{ W/K}$, la capacitancia térmica de flujo mínima corresponde al fluido caliente y la transferencia de calor máxima posible es

$$q_{\text{máx}} = C_{\min}(T_{h,i} - T_{c,i}) = 1344 \text{ W/K}(825 - 290)\text{K} = 7.19 \times 10^5 \text{ W}$$

Se sigue que

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{\text{máx}}} = \frac{3.35 \times 10^5 \text{ W}}{7.19 \times 10^5 \text{ W}} = 0.466$$

De aquí, con $(C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}}) = 0.321$, la figura 11.18 (intercambiador de calor de flujo cruzado con ambos fluidos sin mezclar) da

$$\text{NUT} = \frac{U_h A_h}{C_{\min}} \approx 0.65$$

El área requerida de la superficie de transferencia de calor del lado del gas es entonces

$$A_h = \frac{0.65 \times 1344 \text{ W/K}}{93.4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}} = 9.35 \text{ m}^2$$

Con el área superficial del lado del gas por unidad de volumen de intercambiador de calor que corresponde a $\alpha = 269 \text{ m}^2/\text{m}^3$ (figura 11.20), el volumen del intercambiador de calor que se requiere es

$$V = \frac{A_h}{\alpha} = \frac{9.35 \text{ m}^2}{269 \text{ m}^2/\text{m}^3} = 0.0348 \text{ m}^3 \quad \triangleleft$$

Comentarios:

1. El efecto de la resistencia de conducción térmica de la pared del tubo es insignificante, mientras que las contribuciones debidas a las resistencias de convección del lado caliente y frío son comparables.
2. El conocimiento del volumen del intercambiador de calor da la longitud del intercambiador de calor en la dirección del flujo de gas, $L = V/A_{fr} = 0.0348 \text{ m}^3/0.20 \text{ m}^2 = 0.174 \text{ m}$, de donde se puede determinar el número de filas de tubos en la dirección del flujo.

$$N_L \approx \frac{L - D_f}{S_L} + 1 = \frac{(174 - 28.5) \text{ mm}}{34.3 \text{ mm}} + 1 = 5.24 \approx 5$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

3. La temperatura del gas que sale del intercambiador de calor es

$$T_{h,\,o} = T_{h,\,i} - \frac{q}{C_h} = 825\ \text{K} - \frac{3.35 \times 10^5\ \text{W}}{1344\ \text{W/K}} = 576\ \text{K}$$

Por tanto, la suposición de $\bar{T} = 700$ K es excelente.

4. De la figura 11.20, el factor de fricción es $f = 0.033$. Con $(A/A_{ff}) = (\alpha V/\sigma A_{fr}) = (200 \times 0.0348/0.449 \times 0.20) = 104.2$, $v_i(825\ \text{K}) = 2.37\ \text{m}^3/\text{kg}$, $v_o(576\ \text{K}) = 1.65\ \text{m}^3/\text{kg}$ y $v_m = 2.01\ \text{m}^3/\text{kg}$, la ecuación 11.38 da una caída de presión de

$$\Delta p = \frac{(13.9\ \text{kg/s} \cdot \text{m}^2)^2(2.37\ \text{m}^3/\text{kg})}{2}\,[(1 + 0.202)(0.696 - 1) + 0.033 \times 104.2 \times 0.848]$$

$$\Delta p = 584\ \text{kg/s}^2 \cdot \text{m} = 584\ \text{N/m}^2$$

11.7 *Resumen*

Debido a que hay muchas aplicaciones importantes, la investigación y desarrollo de intercambiadores de calor tiene una larga historia. Tal actividad de ninguna manera está completa, sin embargo, pues muchos investigadores talentosos continúan buscando formas de mejorar el diseño y rendimiento. De hecho, con una preocupación elevada por la conservación de la energía, ha habido un aumento en la actividad estable y sustancial. Un punto focal para este trabajo ha sido el *aumento de transferencia de calor*, que incluye la búsqueda de superficies especiales intercambiadoras de calor a través de las que se puede lograr el aumento. En este capítulo intentamos desarrollar herramientas que le permitan llevar a cabo cálculos de intercambiador de calor aproximados. Consideraciones más detalladas del tema están disponibles en las referencias, incluido el tratamiento de las incertidumbres asociadas con el análisis del intercambiador de calor [3, 4, 8, 10–15].

Aunque nos hemos limitado a intercambiadores de calor que implican la separación de los fluidos caliente y frío por una pared estacionaria, hay otras opciones importantes. Por ejemplo, los intercambiadores de calor *evaporativos* permiten el *contacto directo* entre un líquido y un gas (no hay pared de separación), y debido a los efectos de la energía latente, son posibles grandes flujos de transferencia de calor por unidad de volumen. También, para un intercambio de calor de gas a gas, a menudo se hace uso de *regeneradores* en los que el mismo espacio se ocupa de manera alterna por los gases caliente y frío. En un regenerador fijo como un lecho empacado, los gases caliente y frío entran alternadamente a un sólido poroso estacionario. En un regenerador giratorio, el sólido poroso es una rueda giratoria, que expone de manera alterna sus superficies a los gases caliente y frío que fluyen de manera continua. En las referencias se dispone de descripciones detalladas de tales intercambiadores de calor [3, 4, 8, 11, 16–19].

Bibliografía

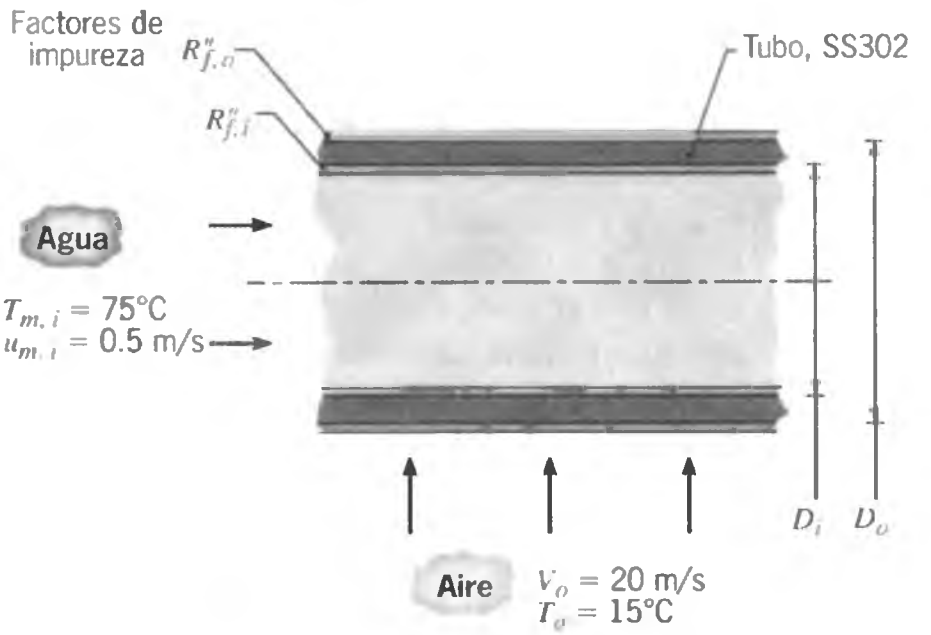
1. *Standards of the Tubular Exchange Manufacturers Association*, 6a ed., Tubular Exchanfer Manufacturers Association, Nueva York 1978.
2. Chenweth, J. M. y M. Impagliazzo, eds., *Fouling in Heat Exchange Equipment*, American Society of Mechanical Engineers Symposium Volume HTD-17, ASME, Nueva York, 1981.
3. Kakac, S., A. E. Bergles, y F. Mayinger, Eds., *Heat Exchangers*, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1981.
4. Kakac, S., R. K. Shah y A. E. Bergles, eds., *Low Reynolds Number Flow Heat Exchangers*, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1983.
5. Kays, W. M. y A. L. London, *Compact Heat Exchangers*, 3a ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1984.
6. Bowman, R. A., A. C. Mueller y W. M. Nagle, "Mean Temperature Differece in Design", *Trans. ASME*, **62**, 283, 1940.
7. Jakob, M., *Heat Transfer*, vol. 2, Wiley, Nueva York, 1957.
8. Shah, R. K., C. F. McDonald y C. P. Howard, eds., *Compact Heat Exchangers*, American Society of Mechanical Engineers Symposium Volume HTD–10, ASME, Nueva York, 1980.
9. Webb, R. L., "Compact Heat Exchangers", en E. U. Schlünder, ed., *Heat Exchangers Desing Handbook*, sección 3.9, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1983.
10. Marner, W. J., A. E. Bergles y J. M. Chenoweth, "On the Presentation of Performance Data for Enhanced Tubes Used in Shell-and-Tube Heat Exchangers", *Transfer*, **105**, 358, 1983.
11. Schlünder, E. U., editor en jefe, *Heat Exchanger Desing Handbook*, vols. 1–5, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1983.
12. Webb, R. L., *Principles of Enhanced Heat Transfer*, Wiley, Nueva York, 1994.
13. Andres, M. J. y L. S. Fletcher, "A Comparative Study of Enhanced Heat Exchanger Teenologies", ASME/JSME *Thernal Eng Conf.* **4**, 337,1995.
14. DiGiovanni, M. A. y R. L, Webb, "Uncertainty in Efectiveness–NTU Calculations for Crossflow Heat Exchangers", *Heat Transfer Eng.* **10**, 61, 1989.
15. James, C. A., R. P Taylor y B.K. Hodge, "The Aplication of Uncertainty Analysis to Cross-Flow Heat Exchanger Performance Predictions", *ASME/JSME Thermal Eng. Conf.*, **4**, 337, 1995.
16. Coppage, J. E. y A. L. London, "The Periodic Flow Regenerator: A Summary of Design Theory", *Trans. ASME*, **75**, 779, 1953.
17. Treybal, R. E., *Mass Transfer Operations*, 2a ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1968.
18. Sherwood, T. K., R. L. Pigford y C. R. Wilkie, *Mass Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1975.
19. Schmidt, F. W. y A. J. Willmontt, *Thermal Energy Storage and Regeneration*, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1981.

Problemas

Coeficiente global de transferencia de calor

8.1 En una caldera de tubos de humo, los productos calientes de la combustión fluyen por un arreglo de tubos de pared delgada que se usan para hervir agua que fluye fuera de los tubos. Al momento de instalación, el coeficiente global de transferencia de calor fue 400 W/m^2 · K. Después de un año de uso, las superficies interna y externa están sucias, con factores de impureza correspondientes de $R''_{f,i} = 0.0015$ y $R''_{f,o} = 0.0005$ m^2 · K/W, respectivamente. ¿Se debe programar la caldera para la limpieza de las superficies de los tubos?

8.2 Un tubo de acero inoxidable tipo 302 de diámetros interior y exterior $D_i = 2$ mm y $D_o = 27$ mm, respectivamente, se usa en un intercambiador de calor de flujo cruzado. Se estima que los factores de impureza, R''_f, para las superficies interior y exterior son 0.0004 y 0.0002 m^2 · K/W, respectivamente.



(a) Determine el coeficiente global de transferencia de calor con base en el área externa del tubo, U_o. Com-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolivar - Sede del Litoral

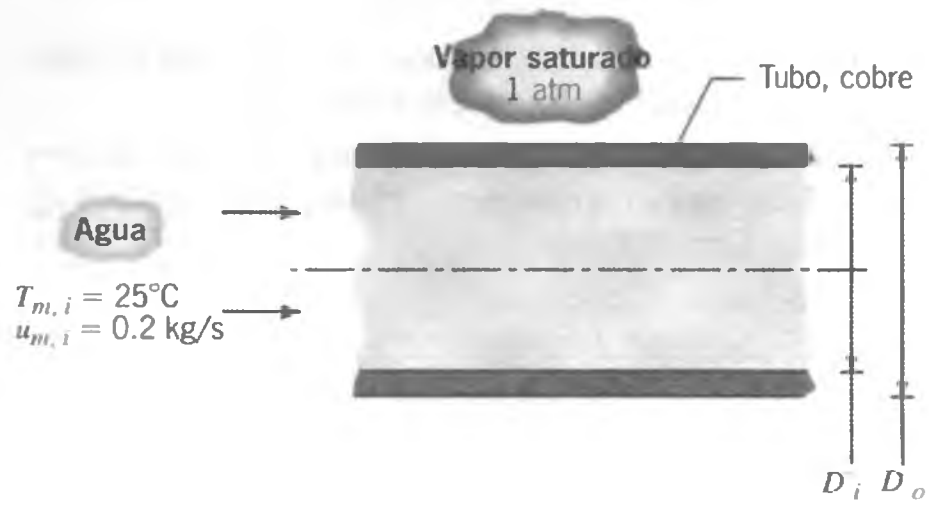
pare las resistencias térmicas debidas a la convección, conducción de la pared del tubo e impureza.

(b) En lugar de que fluya aire sobre el tubo, considere una situación en la que el fluido de flujo cruzado es agua a 15°C con una velocidad $V_o = 1$ m/s. Determine el coeficiente global de transferencia de calor con base en el área externa del tubo, U_o. Compare las resistencias térmicas debidas a la convección, conducción de la pared del tubo e impureza.

(c) Para las condiciones del agua–aire de la parte (a) y velocidades medias, $u_{m,i}$, de 0.2, 0.5 y 1.0 m/s, grafique el coeficiente global de transferencia de calor como función de la velocidad de flujo cruzado para $5 \leq V_o \leq 30$ m/s.

(d) Para las condiciones del agua–aire de la parte (a) y velocidades de flujo cruzado, V_o, de 1, 3 y 8 m/s, grafique el coeficiente global de transferencia de calor como función de la velocidad media para $0.5 \leq u_{m,i} \leq 2.5$ m/s.

11.3 Un tubo de cobre de diámetros interior y exterior $D_i = 13$ mm y $D_o = 18$ mm, respectivamente, se utiliza en un intercambiador de calor de coraza y tubos.

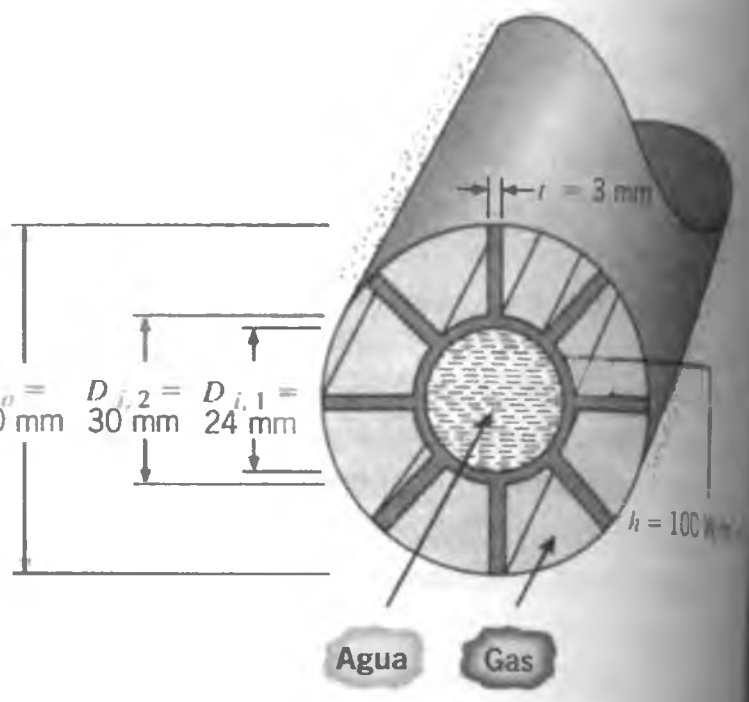


(a) Determine el coeficiente global de transferencia de calor con base en el área externa del tubo, U_o. Compare las resistencias térmicas debidas a convección, conducción de la pared del tubo y condensación.

(b) Grafique el coeficiente global de transferencia de calor, U_o, el coeficiente de convección del lado del agua, h_i y el coeficiente de convección en el lado del vapor, h_o, como funciones del flujo de agua para el intervalo $0.2 \leq \dot{m}_i \leq 0.8$ kg/s.

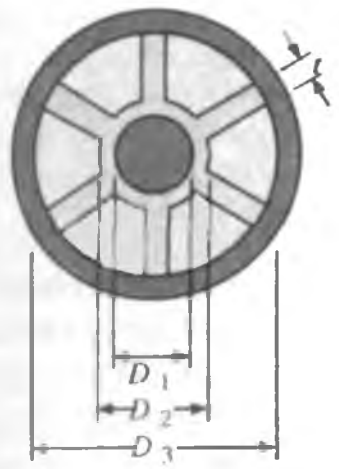
11.4 Un tubo de acero ($k = 50$ W/m · K) de diámetros interno y externo $D_i = 20$ mm y $D_o = 26$ mm, respectivamente, se usa para transferir calor de gases calientes que fluyen sobre el tubo ($h_h = 200$ W/m^2 · K) a agua fría que fluye por el tubo ($h_c = 8000$ W/m^2 · K). ¿Cuál es el coeficiente global de transferencia de calor del lado frío U_c? Para aumentar la transferencia de calor, se instalan 16 aletas rectas de perfil rectangular longitudinalmente a lo largo de la superficie externa del tubo. Las aletas están espaciadas de igual forma alrededor de la circunferencia del tubo, y cada una tiene un espesor de 2 mm y una longitud de 15 mm. ¿Cuál es el coeficiente global de transferencia de calor correspondiente U_c?

11.5 Un dispositivo de recuperación de calor implica la transferencia de energía de los gases de escape calientes por una región anular para presurizar agua que fluye por el tubo interno del anillo. El tubo interno tiene diámetros interno y externo de 24 y 30 mm y está conectado por ocho puntales a un tubo exterior aislado de 60 mm de diámetro. Cada puntal tiene 3 mm de espesor y está construido de manera integral con el tubo interno de acero al carbón ($k = 50$ W/m · K).



Considere condiciones en las que agua a 300 K fluye por el tubo interno a 0.161 kg/s mientras que gases de escape a 800 K fluyen por el anillo, con lo que manifiestan un coeficiente de convección de 100 W/m^2 · K en los puntales y en la superficie externa del tubo interior. ¿Cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo del gas al agua?

11.6 Un diseño original para un condensador consiste en un tubo de conductividad térmica 200 W/m · K con aletas longitudinales perfectamente ajustadas en un tubo más largo. Un fluido refrigerante para condensador a 45°C fluye de forma axial a través del tubo interior, mientras que agua a un flujo de 0.012 kg/s pasa por seis canales alrededor del tubo interior. Los diámetros pertinentes son $D_1 = 10$ mm, $D_2 = 14$ mm y $D_3 = 50$ mm, mientras que el espesor de las aletas es de 2 mm. Suponga que el coeficiente de convección asociado con el refrigerante condensador es extremadamente grande.



Determine la rapidez de eliminación de calor por unidad de longitud del tubo en una sección del tubo para la que el agua está a 15°C.

11.7 Tubos de acero con paredes delgadas de diámetro $D = 10$ mm se usan en el condensador de un acondicionador de aire. Bajo condiciones normales de operación, se asocia un coeficiente de convección $h_i = 5000$ W/m² · K con la condensación en la superficie interna de los tubos, mientras que se mantiene un coeficiente $h_o = 100$ W/m² · K sobre los tubos mediante un flujo de aire.

(a) ¿Cuál es el coeficiente global de transferencia de calor si los tubos no tienen aletas?

(b) ¿Cuál es el coeficiente global de transferencia de calor basado en la superficie interna, U_i, si se agregan aletas anulares de aluminio de espesor $t = 1.5$ mm, diámetro exterior $D_o = 20$ mm y espaciado $S = 3.5$ mm a la superficie externa? Base sus cálculos en una sección de 1 m de longitud del tubo. Sujeto a los requerimientos $t \geq 1$ mm y $(S - t) \geq 1.5$ mm, explore el efecto de variaciones en t y S sobre U_i. ¿Qué combinación de t y S daría la mejor transferencia de calor?

11.8 Un intercambiador de calor de tubo con aletas en flujo cruzado usará el escape de una turbina de gas para calentar agua presurizada. Se llevan a cabo mediciones de laboratorio en un prototipo del intercambiador, que tiene un área superficial de 10 m², para determinar el coeficiente global de transferencia de calor como función de las condiciones de operación. Las mediciones que se realizan bajo condiciones particulares, para las que $\dot{m}_h = 2$ kg/s, $T_{h,i} = 325$°C, $\dot{m}_c = 0.5$ kg/s y $T_{c,i} = 25$°C, revelan una temperatura de salida del agua de $T_{c,o} = 150$°C. ¿Cuál es el coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador?

11.9 Agua a un flujo de 45,500 kg/h se calienta de 80 a 150°C en un intercambiador de calor que tiene dos pasos por la coraza y ocho pasos por los tubos con un área superficial total de 925 m². Los gases de escape calientes que tienen aproximadamente las mismas propiedades termofísicas del aire entran a 350°C y salen a 175°C. Determine el coeficiente global de transferencia de calor.

Cálculos de diseño y funcionamiento

11.10 Un intercambiador de coraza y tubos (dos pasos de coraza, cuatro pasos de tubos) se usa para calentar 10,000 kg/h de agua presurizada de 35 a 120°C con 5000 kg/h de agua que entran al intercambiador a 300°C. Si el coeficiente global de transferencia de calor es 1500 W/m² · K, determine el área de intercambiador de calor que se requiere.

11.11 Considere el intercambiador de calor del problema 11.10. Después de varios años de operación, se observa que la temperatura de salida del agua fría alcanza sólo 95°C en lugar de los 120°C que se desean para los mismos flujos y temperaturas de salida de los fluidos. Determine el factor de impureza acumulado (superficie interna y externa) que es la causa de un funcionamiento pobre.

11.12 Un intercambiador de calor de tubos concéntricos en contraflujo se diseña para calentar agua de 20 a 80°C con el uso de aceite caliente, que se suministra al anillo a 160°C y se descarga a 140°C. El tubo interior de pared delgada tiene un diámetro $D_i = 20$ mm y el coeficiente global de transferencia de calor es 500 W/m² · K. La condición de diseño requiere una transferencia total de calor de 3000 W.

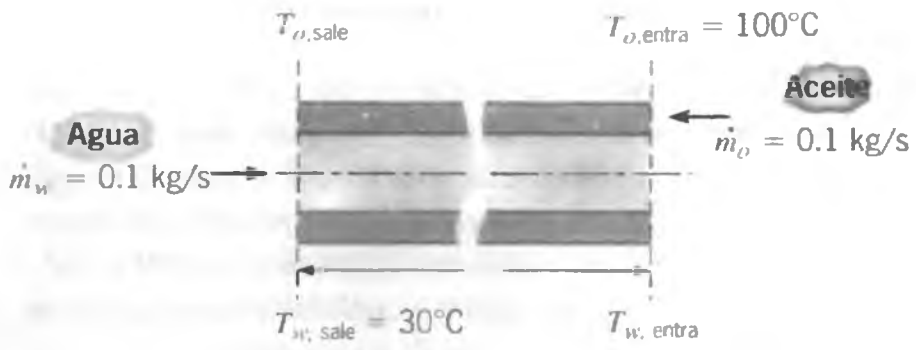
(a) ¿Cuál es la longitud del intercambiador de calor?

(b) Después de 3 años de operación, el funcionamiento se degrada por suciedad en el lado del agua del intercambiador y la temperatura de salida del agua sólo es 65°C para las mismas corrientes del fluido y temperaturas de entrada. ¿Cuáles son los valores correspondientes de la transferencia de calor, la temperatura de salida del aceite, el coeficiente global de transferencia de calor y el factor de impureza del lado del agua, $R''_{f,c}$?

11.13 Un intercambiador de calor de tubos concéntricos de paredes delgadas se usará para enfriar aceite de motor de 160 a 60°C y se usará agua, disponible a 25°C, como refrigerante. Los flujos del aceite y del agua son cada uno de 2 kg/s y el diámetro del tubo interior es 0.5 m. El valor correspondiente del coeficiente global de transferencia de calor es 250 W/m² · K. ¿En cuánto tiempo el intercambiador de calor llevará a cabo el enfriamiento que se desea?

11.14 Un intercambiador de calor de tubos concéntricos para enfriar aceite lubricante se compone de un tubo interior de pared delgada de 25 mm de diámetro que conduce agua y de un tubo exterior de 45 mm de diámetro que conduce el aceite. El intercambiador opera en contraflujo con un coeficiente global de transferencia de calor de 60 W/m² · K y con las propiedades promedio que se tabulan.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral



Propiedades	Agua	Aceite
ρ (kg/m^3)	1000	800
c_p (J/kg · K)	4200	1900
ν(m^2/s)	7×10^{-7}	1×10^{-5}
k (W/m · K)	0.64	0.134
Pr	4.7	140

(a) Si la temperatura de salida del aceite es 60°C, determine la transferencia total de calor y la temperatura de salida del agua.

(b) Determine la longitud del intercambiador de calor que se requiere.

11.15 Se quiere calentar agua fría a 20°C y 5000 kg/h mediante agua caliente que se suministra a 80°C y 10,000 kg/h. Usted selecciona del catálogo de un fabricante un intercambiador de calor de coraza y tubos (un paso por la coraza y dos pasos por los tubos) que tiene un valor UA de 11,600 W/K. Determine la temperatura de salida del agua caliente.

11.16 Un intercambiador de calor de tubos concéntricos de paredes delgadas de 0.19 m de longitud se usará para calentar agua desionizada de 40 a 60°C a un flujo de 5 kg/s. El agua desionizada fluye por el tubo interno de 30 mm de diámetro mientras que el agua de proceso caliente a 95°C fluye en el anillo formado con el tubo externo de 60 mm de diámetro. Las propiedades termofísicas de los fluidos son:

	Agua desionizada	Agua de proceso
ρ (kg/m^3)	982.3	967.1
c_p (J/kg · K)	4181	4197
k (W/m · K)	0.643	0.673
μ (N · s/m^2) $\times 10^6$	548	324
Pr	3.56	2.02

(a) Considerando una configuración del intercambiador de flujo paralelo, determine el flujo mínimo que se requiere para el agua de proceso caliente.

(b) Determine el coeficiente global de transferencia de calor que se requiere para las condiciones de la parte (a). Explique por qué no es posible alcanzar las condiciones que se establecen en la parte (a).

(c) Considerando una configuración en contraflujo, determine el flujo mínimo que se requiere para el agua de proceso caliente. ¿Cuál es la eficiencia del intercambiador para esta situación?

11.17 El radiador de un automóvil se puede ver como un intercambiador de calor en flujo cruzado con ambos fluidos sin mezclar. El agua, que tiene un flujo de 0.05 kg/s, entra al radiador a 400 K y sale a 330 K. El agua se enfría mediante aire que entra a 0.75 kg/s y a 300 K.

(a) Si el coeficiente global de transferencia de calor es 200 W/m^2 · K, ¿cuál es el área de la superficie de transferencia de calor que se requiere?

(b) Un ingeniero de producción afirma que se podrían imprimir estrías sobre la superficie con aletas del intercambiador, que podrían incrementar mucho el coeficiente global de transferencia de calor. Con todas las demás condiciones iguales y el área de la superficie de transferencia de calor determinada en la parte (a), genere una gráfica de las temperaturas de salida del aire y del agua como función de U para $200 \leq U \leq 400$ W/m^2 · K. ¿Qué beneficios resultan al aumentar el coeficiente global de convección para esta aplicación?

11.18 Se producirá aire caliente para una operación de secado de gran escala mediante la conducción del aire sobre un banco de tubos (no mezclado), mientras se circulan los productos de combustión por los tubos. El área de la superficie del intercambiador de calor de flujo cruzado es $A = 25$ m^2 y para las condiciones de operación propuestas, el fabricante especifica un coeficiente global de transferencia de calor de $U = 35$ W/m^2 · K. Se puede suponer que el aire y los gases de combustión tienen cada uno un calor específico de $c_p = 1040$ J/kg · K. Considere condiciones en las que los gases de combustión que fluyen a 1 kg/s entran al intercambiador de calor a 800 K. Suponga que el aire a 5 kg/s tiene una temperatura de entrada de 300 K.

(a) ¿Cuáles son las temperaturas de salida del aire y el gas?

(b) Después de una operación extensa, se espera que los depósitos sobre las superficies internas del tubo proporcionen una resistencia de impureza de $R_f = 0.004$ m^2 · K/W. ¿Se debe suspender la operación a fin de limpiar los tubos?

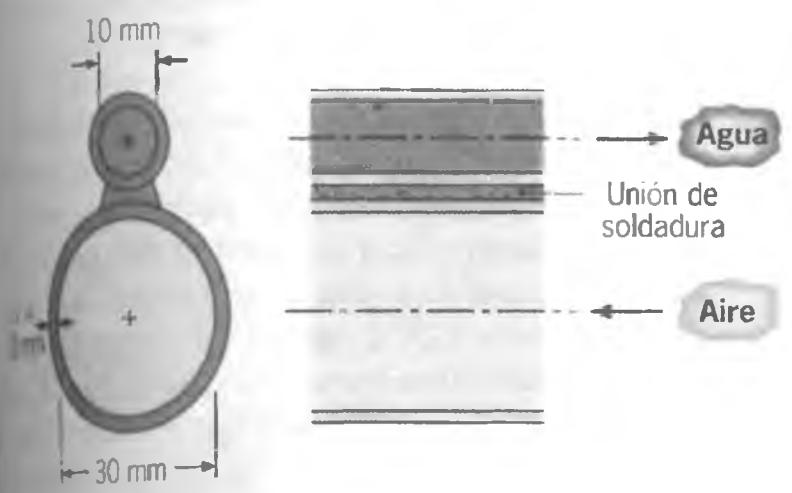
(c) El rendimiento del intercambiador de calor se puede mejorar al aumentar el área de la superficie o el coeficiente global de transferencia de calor. Evalúe el efecto de tales cambios en la temperatura de salida del aire para $500 \leq UA \leq 2500$ W/K.

11.19 El calentador de la cabina de un automóvil intercambia calor entre el fluido caliente del radiador y el aire exterior más frío. El flujo del agua es grande comparado con el del aire y se sabe que la eficiencia, ε, del calentador depende del flujo del aire de acuerdo con la relación, $\varepsilon \sim \dot{m}_{aire}^{-0.2}$.

(a) Si el ventilador se conmuta a alta y $\dot{m}_{aire}$ se duplica, determine el porcentaje de aumento en el calor que se agrega al automóvil si las temperaturas de entrada del fluido permanecen iguales.

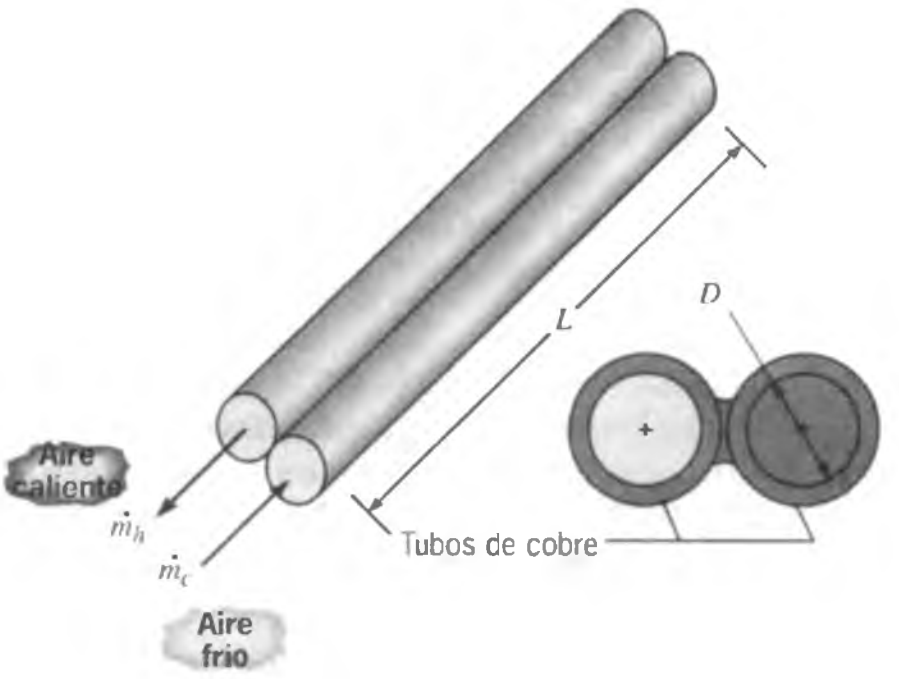
(b) Para la condición de velocidad baja del ventilador, el calentador eleva la temperatura del aire exterior de 0 a 30°C. Cuando el ventilador se coloca en medio, el flujo de aire aumenta 50% y la transferencia de calor aumenta 20%. Encuentre la nueva temperatura de salida.

11.20 Un intercambiador de calor de tubos gemelos en contraflujo se construye soldando entre sí dos tubos circulares de níquel, cada uno de 40 m de longitud, como se muestra más adelante. Agua caliente fluye por el tubo más pequeño de 10 mm de diámetro y aire a presión atmosférica fluye por el tubo más largo de 30 mm de diámetro. Ambos tubos tienen una pared de 2 mm de espesor. La conductancia de contacto térmico por unidad de longitud de la unión de soldadura es 100 W/m · K. El flujo de masa del agua y del aire son 0.04 y 0.12 kg/s, respectivamente. Las temperaturas de entrada del agua y del aire son 85 y 23°C, respectivamente.



Emplee el método ε–NUT para determinar la temperatura de salida del aire. *Sugerencia:* Considere los efectos de conducción circunferencial en las paredes de los tubos y trátelos como superficies extendidas.

11.21 Un intercambiador de calor de tubos gemelos en contraflujo opera con flujos balanceados de 0.0003 kg/s para los flujos de aire caliente y frío. El flujo frío entra a 280 K y se debe calentar a 340 K con el uso de aire caliente a 360 K. La presión promedio del flujo de aire es 1 atm y la caída de presión máxima permisible para el aire frío es 10 kPa. Se puede suponer que las paredes del tubo actúan como aletas, cada una con una eficiencia del 100 por ciento.



(a) Determine el diámetro D y la longitud L del tubo que satisfacen los requerimientos de transferencia de calor y caída de presión que se establecen.

(b) Para el diámetro D y longitud L que se encuentran en la parte (a), genere gráficas de la temperatura de salida del flujo frío, de la transferencia de calor y de la caída de presión como función del flujo balanceados en el dominio de 0.002 a 0.004 kg/s. Comente sus resultados.

11.22 Agua caliente para una operación de lavado industrial se produce mediante la recuperación de calor de los gases de escape de un horno. Se usa un intercambiador de calor de flujo cruzado, con el paso de los gases sobre los tubos y el agua con un solo paso por los tubos. Los tubos de acero ($k = 60$ W/m · K) tienen diámetros interno y externo $D_i = 15$ mm y $D_o = 20$ mm, mientras que el arreglo de tubos escalonados tiene espaciados longitudinales y transversales $S_T = S_L = 40$ mm. El pleno en el que se instala el arreglo tiene un ancho (que corresponde a la longitud del tubo) $W = 2$ m y una altura (normal al eje del tubo) $H = 1.2$ m. El número de tubos en el plano transversal es por tanto $N_T \approx H/S_T = 30$. Las propiedades del gas se pueden aproximar como las del aire atmosférico y el coeficiente de convección asociado con el flujo de agua en los tubos se puede aproximar como 3000 W/m^2 · K.

(a) Si se calentarán 50 kg/s de agua de 290 a 350 K mediante 40 kg/s de gases de escape que entran al intercambiador a 700 K, ¿cuál es la temperatura de salida del gas y cuántas filas de tubos N_L se requieren?

(b) La temperatura de salida del agua se puede controlar haciendo variar el flujo de gas y/o la temperatura de entrada. Para el valor de N_L que se determina en la parte (a) y los valores de H, W, S_T, $\dot{m}_h$ y $T_{c,i}$, estable-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede d... Litoral

cidos, calcule y grafique $T_{c,o}$ como función de $_h$ en el intervalo $20 \leq \dot{m}_h \leq 40$ kg/s para valores de $T_{h,i} =$ 500, 600 y 700 K. También grafique las variaciones correspondientes de $T_{h,o}$. Si $T_{h,o}$ no debe caer por debajo de 400 K para evitar condensación de vapores corrosivos en las superficies del intercambiador de calor, ¿hay alguna restricción sobre $\dot{m}_h$ y $T_{h,i}$?

11.23 Un intercambiador de calor de un solo paso en flujo cruzado usa gases de escape calientes (mezclados) para calentar agua (sin mezclar) de 30 a 80°C a un flujo de 3 kg/s. Los gases de escape, que tienen propiedades termofísicas similares a las del aire, entran y salen del intercambiador a 225 y 100°C, respectivamente. Si el coeficiente global de transferencia de calor es 200 W/m^2 · K, estime el área de la superficie que se requiere.

11.24 Considere las condiciones del fluido y el coeficiente global de transferencia de calor del problema 11.23 para un intercambiador de calor de tubos concéntricos que opera en flujo paralelo. El tubo separador de pared delgada tiene un diámetro de 100 mm.

(a) Determine la longitud que se requiere para el intercambiador.

(b) Suponiendo que el flujo de agua dentro del tubo separador está completamente desarrollado, estime el coeficiente de transferencia de calor por convección.

(c) Con el uso del coeficiente global y las temperaturas de entrada del problema 11.23, grafique la tasa de transferencia de calor y las temperaturas de salida del fluido como función de la longitud del tubo para $60 \leq L \leq 400$ m y la configuración de flujo paralelo.

(d) Si el intercambiador operara en contraflujo con el mismo coeficiente global y las mismas temperaturas de entrada, ¿cuál sería la reducción en la longitud que se requiere relativa al valor encontrado en la parte (a)?

(e) Para la configuración de contraflujo, grafique la eficiencia y las temperaturas de salida del fluido como función de la longitud del tubo para $60 \leq L \leq 400$ m.

11.25 Vapor saturado a 0.14 bar se condensa en un intercambiador de calor de coraza y tubos con un paso por la coraza y dos pasos por los tubos que consisten en 130 tubos de bronce, cada uno con una longitud por paso de 2 m. Los tubos tienen diámetros interior y exterior de 13.4 y 15.9 mm, respectivamente. El agua de enfriamiento entra en los tubos a 20°C con una velocidad media de 1.25 m/s. El coeficiente de transferencia de calor para la condensación en las superficies exteriores de los tubos es 13,500 W/m^2 · K.

(a) Determine el coeficiente global de transferencia de calor, la temperatura de salida del agua de enfriamiento y el flujo de condensación de vapor.

(b) Con todas las demás condiciones iguales, pero teniendo en cuenta los cambios en el coeficiente global, grafique la temperatura de salida del agua de enfriamiento y el flujo de condensación de vapor como función del flujo de agua para $10 \leq \dot{m}_c \leq 30$ kg/s.

11.26 Un calentador de agua de alimentación que alimenta a una caldera consiste en un intercambiador de calor de coraza y tubos con un paso por la coraza y dos pasos por los tubos. Cien tubos de paredes delgadas tienen cada uno un diámetro de 20 mm y longitud (por paso) de 2 m. Bajo condiciones normales de operación el agua entra en los tubos a 10 kg/s y 290 K y se calienta al condensar vapor saturado a 1 atm sobre la superficie externa de los tubos. El coeficiente de convección del vapor es 10,000 W/m^2 · K.

(a) Determine la temperatura salida del agua.

(b) Con todas las demás condiciones iguales, pero considerando los cambios en el coeficiente global de transferencia de calor, grafique la temperatura de salida del agua como función del flujo de agua para $5 \leq \dot{m}_c \leq 20$ kg/s.

(c) Sobre la gráfica de la parte (b), genere dos curvas adicionales para la temperatura de salida del agua como función de del flujo para factores de incrustación de $R''_f = 0.0002$ y 0.0005 m^2 · K/W.

11.27 Vapor de agua saturado sale de una turbina de vapor a un flujo de 1.5 kg/s y a una presión de 0.51 bar. El vapor se condensará por completo hasta líquido saturado en un intercambiador de calor de coraza y tubos que usa agua de la toma como fluido frío. El agua entra en los tubos de pared delgada a 17°C y sale a 57°C. Suponga un coeficiente global de transferencia de calor de 2000 W/m^2 · K, determine el área de la superficie del intercambiador de calor que se requiere y el flujo de agua. Después de una operación extensa, las impurezas ocasionan que el coeficiente global de transferencia de calor disminuya a 1000 W/m^2 · K, y para condensar por completo el vapor debe haber una reducción concomitante en el flujo de vapor. Para la misma temperatura de entrada del agua y flujo, ¿cuál es el nuevo flujo de vapor que se requiere para completar la condensación?

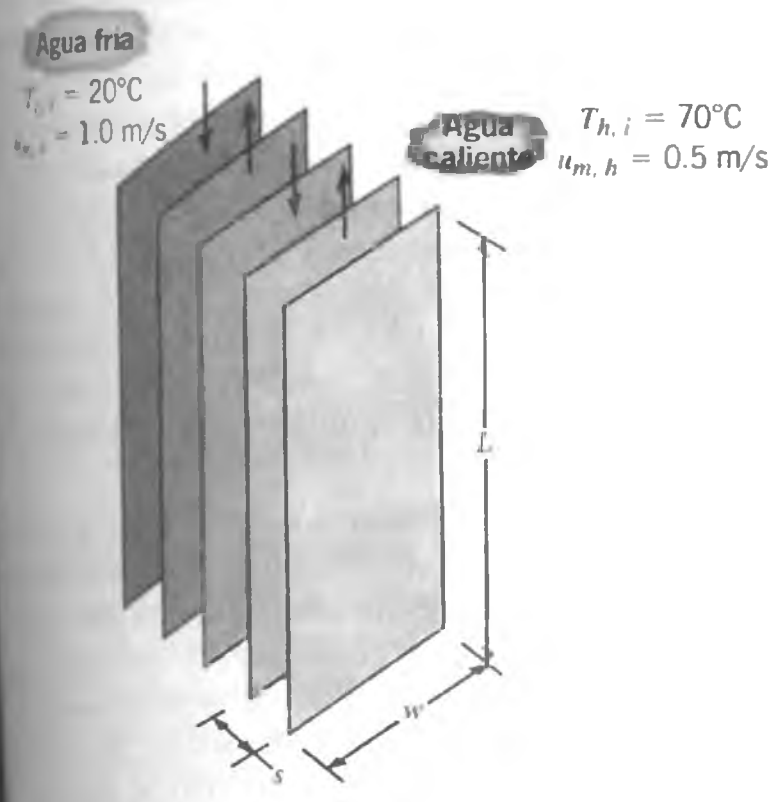
11.28 Un intercambiador de calor de dos fluidos tiene temperaturas de entrada y salida de 65 y 40°C para el fluido caliente y 15 y 30°C para el fluido frío. ¿Puede decirse si el intercambiador opera bajo condiciones de contraflujo o de flujo paralelo? ¿Cuál es la eficiencia del intercambiador si el fluido frío tiene la capacitancia térmica mínima?

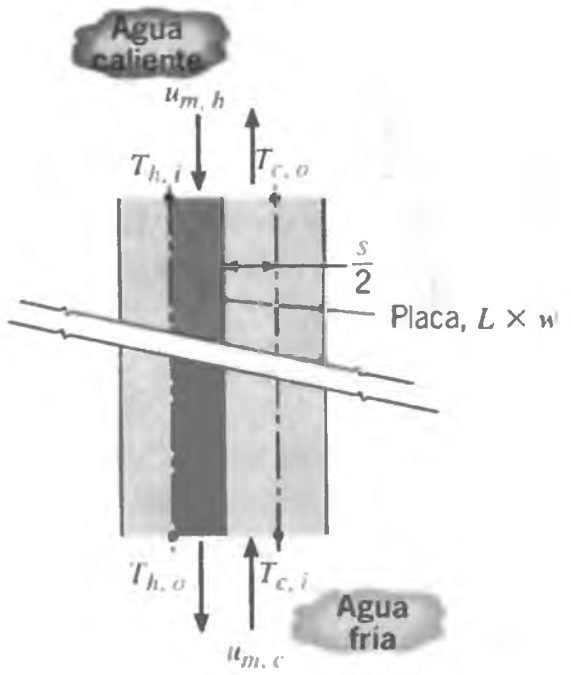
11.29 Se calentará agua a 225 kg/h de 35 a 95°C por medio de un intercambiador de calor de tubos concéntricos. Aceite a 225 kg/h y 210°C, con un calor específico de 2095 J/kg · K se utilizará como fluido caliente. Si el coeficiente global de transferencia de calor basado en el diámetro exterior del tubo interior es 550 W/m^2 · K, determine la longitud del intercambiador si el diámetro externo es 100 mm.

11.30 Un fluido caliente entra en un intercambiador de calor de tubos concéntricos a 150°C y se enfriará a 100°C con un fluido frío que entra a 35°C y se calienta a 65°C. ¿Para el diseño más efectivo utilizaría flujo paralelo o contraflujo?

11.31 Considere un intercambiador de calor de tubos concéntricos *muy largo*, que tiene temperaturas de entrada de agua caliente y fría de 85 y 15°C. El flujo del agua caliente es el doble de la del agua fría. Suponiendo calores específicos del agua caliente y fría equivalentes, determine la temperatura de salida del agua caliente para los siguientes modos de operación: (a) contraflujo y (b) flujo paralelo.

11.32 Un intercambiador de calor tipo placa consiste en un arreglo de placas paralelas delgadas separadas por una distancia $s = 5$ mm y de longitud $L = 750$ mm y ancho $w = 150$ mm. El arreglo en contraflujo implica el paso de flujos de agua caliente y fría en direcciones opuestas a lo largo de las superficies de cada placa. Se pueden usar los principios del análisis del intercambiador de calor para esta configuración al considerar partes separadas con una sola placa de los flujos caliente y frío, que ocupan la mitad del espacio entre placas.





(a) Para las condiciones que se establecen, estime el coeficiente global de transferencia de calor entre los fluidos caliente y frío, la transferencia de calor a través de una sola placa y las temperaturas de salida de los fluidos.

(b) Para velocidades medias de agua fría de $u_{m,c} = 0.5$, 1.5 y 3.0 m/s, grafique las temperaturas de salida del fluido como función de la velocidad media del agua caliente en el intervalo $0.5 \leq u_{m,h} \leq 3.0$ m/s.

(c) Repita los análisis de las partes (a) y (b) para el arreglo de flujo paralelo. Compare sus resultados y comente sobre los rendimientos relativos de las dos configuraciones.

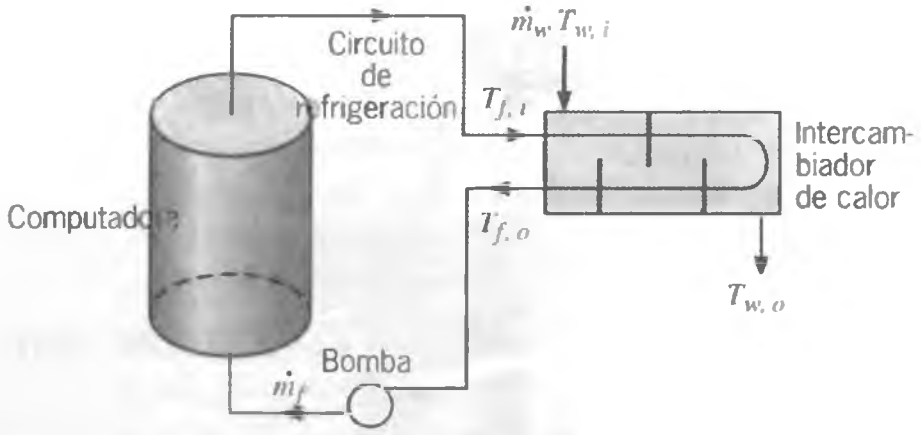
11.33 Un intercambiador de calor de coraza y tubos calentará 10,000 kg/h de agua de 16 a 84°C mediante aceite de motor caliente que fluye a través de la coraza. El aceite realiza un solo paso por la coraza, entrando a 160°C y saliendo a 94°C, con un coeficiente promedio de transferencia de calor de 400 W/m^2 · K. El agua fluye por 11 tubos de bronce de 22.9 mm de diámetro interior y 25.4 mm de diámetro exterior, al tiempo que cada tubo realiza cuatro pasos a través de la coraza.

(a) Suponiendo flujo completamente desarrollado para el agua, determine la longitud de tubo que se requiere por paso.

(b) Para la longitud de tubo que se encuentra en la parte (a), grafique la eficiencia, las temperaturas de salida del fluido y el coeficiente de convección del lado del agua como función del flujo de agua para $5000 \leq \dot{m}_c \leq 15{,}000$ kg/h, con todas las demás condiciones sin cambio.

11.34 En una supercomputadora, los retrasos de propagación de la señal se reducen al recurrir a arreglos de circuitos de alta densidad que se enfrían sumergiéndolos en un líquido dieléctrico especial. El fluido se bombea en un circuito cerrado a través de la computadora y de un intercambiador de calor de coraza y tubos contiguo que tiene un paso por la coraza y dos pasos por los tubos.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...



Durante la operación normal, el calor generado dentro de la computadora se transfiere al fluido dieléctrico que pasa a través de la computadora a un flujo de $\dot{m}_f = 4.81$ kg/s. A su vez, el fluido pasa por los tubos al intercambiador de calor y el calor se transfiere al agua que pasa sobre los tubos. Se puede suponer que el fluido dieléctrico tiene propiedades constantes $c_p = 1040$ J/kg · K, $\mu = 7.65 \times 10^{-4}$ kg/s · m, $k = 0.058$ W/m · K y $Pr = 14$. Durante la operación normal, agua fría a un flujo de $\dot{m}_w = 2.5$ kg/s y una temperatura de entrada de $T_{w,i} = 5°C$ pasa sobre los tubos. El agua tiene un calor específico de 4200 J/kg · K y proporciona un coeficiente de convección promedio de 10,000 W/m² · K sobre la superficie externa de los tubos.

(a) Si el intercambiador de calor consiste en 72 tubos de pared delgada, cada uno de 10 mm, de diámetro y se supone que existe un flujo completamente desarrollado dentro de los tubos, ¿cuál es el coeficiente de convección asociado con el flujo por los tubos?

(b) Si el fluido dieléctrico entra al intercambiador de calor a $T_{f,i} = 25°C$ y sale a $T_{f,o} = 15°C$, ¿cuál es la longitud de tubo que se requiere por paso?

(c) Para el intercambiador con la longitud de tubo por paso que se determina en la parte (b), grafique la temperatura de salida del fluido dieléctrico como función de su flujo para $4 \leq \dot{m}_f \leq 6$ kg/s. Tenga en cuenta los cambios correspondientes en el coeficiente global de transferencia de calor, pero suponga que todas las demás condiciones permanecen iguales.

(d) El especialista en las instalaciones de la computadora está preocupado por los cambios en el rendimiento del enfriador de agua que suministra el agua fría ($\dot{m}_w, T_{w,i}$) y su efecto en la temperatura de salida $T_{f,o}$ del fluido dieléctrico. Con todas las demás condiciones iguales, determine el efecto de un cambio de ±10% en el flujo de agua fría sobre $T_{f,o}$.

(e) Repita el análisis de rendimiento de la parte (d) para determinar el efecto de un cambio de ±3°C en la temperatura de entrada del agua sobre $T_{f,o}$, con todas las demás condiciones iguales.

11.35 Un intercambiador de calor de coraza y tubos consta en 135 tubos de paredes delgadas en un arreglo de doble paso, cada uno de 12.5 mm de diámetro con un área superficial total de 47.5 m². Entra agua (fluido del lado del tubo) al intercambiador de calor a 15°C y 6.5 kg/s y se calienta mediante un gas de escape que entra a 200°C y 5 kg/s. Se puede suponer que el gas tiene las propiedades del aire atmosférico y que el coeficiente global de transferencia de calor es aproximadamente 200 W/m² · K.

(a) ¿Cuáles son las temperaturas de salida del gas y del agua?

(b) Suponiendo flujo completamente desarrollado, ¿cuál es el coeficiente de convección del lado del tubo?

(c) Con todas las demás condiciones iguales, grafique la eficiencia y las temperaturas de salida del flujo como función del flujo de agua en el intervalo de 6 a 12 kg/s.

(d) ¿Qué temperatura de entrada del gas se requiere para que el intercambiador suministre 10 kg/s de agua caliente a una temperatura de salida de 42°C, con todas las demás condiciones iguales? ¿Cuál es la eficiencia para esta condición de operación?

11.36 Se propone un sistema de conversión de energía térmica del océano para generación de potencia eléctrica. El sistema se basa en el ciclo de potencia estándar en que el fluido de trabajo se evapora, pasa por una turbina y posteriormente se condensa. El sistema se usará en lugares muy especiales en que la temperatura del agua del océano es aproximadamente 300 K, mientras que la temperatura a profundidades razonables es aproximadamente 280 K. El agua más caliente se usa como una fuente de calor para evaporar el fluido de trabajo, mientras que el agua más fría se usa como un disipador de calor para la condensación del fluido. Considere una planta de potencia que generará 2 MW de electricidad con una eficiencia (producción de potencia eléctrica por entrada de calor) del 3%. El evaporador es un intercambiador de calor que consiste en una sola coraza con muchos tubos que ejecutan dos pasos. Si el fluido de trabajo se evapora en su temperatura de cambio de fase de 300 K, con agua del océano que entra a 300 K y sale a 292 K, ¿cuál es el área del intercambiador de calor que se requiere para el evaporador? ¿Qué flujo se debe mantener para el agua que pasa por el evaporador? El coeficiente global de transferencia de calor se puede aproximar como 1200 W/m² · K.

11.37 Se condensa vapor en el lado de la coraza de un intercambiador de calor de coraza y tubos (un solo paso por coraza, dos pasos por los tubos) mientras para ello un refrigerante por N tubos de diámetro D_i. Este intercambiador de calor (1) se reconfigurará con el uso de sólo el número de tubos de diámetro $0.5\,D_i$. ¿Si la longitud del nuevo intercambiador (2), el flujo del refrigerante

las temperaturas del vapor y de entrada del refrigerante permanecen sin cambio, ¿por qué factor se alterará la transferencia total de calor? Presente su resultado grafi-cando q/q_1 como función de NUT_1. Suponga que el flujo del refrigerante en los tubos es turbulento y que el coeficiente de transferencia de calor sobre el lado del casco es mucho mayor que en el lado de los tubos.

11.39 Se usará un intercambiador de calor de coraza y tubos (un paso por la coraza, múltiples pasos por los tubos) para condensar 2.73 kg/s de vapor saturado a 340 K. La condensación ocurre sobre las superficies externas de los tubos y el coeficiente de convección correspondiente es $h_c = 12{,}500$ W/m^2 · K. Se suministrará agua para enfriamiento al condensador que entra en los tubos a 291 K y saldrá a 303 K. Se especifican tubos de paredes delgadas de 19 mm de diámetro y la velocidad media del flujo de agua por los tubos se mantendrá a 1.5 m/s.

(a) ¿Cuántos tubos se deben usar? Si la longitud del intercambiador de calor no excederá 1.5 m, ¿cuántos pasos de tubo se deben hacer y cuál es la longitud que se requiere por paso?

(b) Para el área de la superficie de transferencia de calor que se encuentra en la parte (a), grafique la temperatura de salida del agua y el flujo de condensación de vapor como función de la velocidad media del agua en el intervalo de 0.5 a 3 m/s. Suponga que todas las demás condiciones permanecen iguales, pero tenga en cuenta cambios en el coeficiente global de transferencia de calor.

(c) Repita el análisis para las condiciones de la parte (b) con diámetros de tubo de 15 y 25 mm.

11.40 Vapor saturado de proceso a 1 atm se condensa en un intercambiador de calor de coraza y tubos (un paso por la coraza, dos pasos por los tubos). Agua para enfriamiento entra en los tubos a 15°C con una velocidad promedio de 3.5 m/s. Los tubos son de paredes delgadas y están fabricados en cobre con un diámetro de 4 mm y longitud de 0.5 m. El coeficiente de transferencia de calor convectivo para condensación en la superficie externa de los tubos es 21,800 W/m^2 · K.

(a) Encuentre el número de tubos/pasos que se requieren para condensar 2.3 kg/s de vapor.

(b) Encuentre la temperatura de salida del agua.

(c) Encuentre el flujo de condensación máximo posible que se podría alcanzar con este intercambiador de calor utilizando el mismo flujo de agua y temperatura de entrada.

(d) Con el uso del área de la superficie de transferencia de calor que se encuentra en la parte (a), grafique la temperatura de salida del agua y el flujo de condensación de vapor para velocidades medias del agua en el margen de 1 a 5 m/s. Suponga que el coeficiente de convección del lado de la coraza permanece sin cambio.

11.40 El calentador del agua de alimentación para una caldera suministra 10,000 kg/h de agua a 65°C. El agua de alimentación tiene una temperatura de entrada de 20°C y se calentará en un intercambiador de calor de un solo paso por la coraza y dos pasos por los tubos al condensar vapor a 1.30 bar. El coeficiente global de transferencia de calor es 2000 W/m^2 · K. Con el uso de los métodos DTML y NUT, determine el área de transferencia de calor que se requiere. ¿Cuál es el flujo condensación de vapor?

11.41 Un intercambiador de calor de coraza y tubos con un solo paso por la coraza y por los tubos (figura 11.3) se usa para enfriar el aceite de un motor marino grande. El agua del lago (fluido del lado de la coraza) entra al intercambiador de calor a 2 kg/s y 15°C, mientras que el aceite entra a 1 kg/s y 140°C. El aceite fluye por 100 tubos de cobre, cada uno de 500 mm de longitud y con diámetros interior y exterior de 6 y 8 mm. El coeficiente de convección del lado de la coraza es aproximadamente 500 W/m^2 · K.

(a) ¿Cuál es la temperatura de salida del aceite?

(b) Con el tiempo hay alguna degradación en el rendimiento del motor de la bomba de agua, así como una acumulación de depósitos en la superficie externa de los tubos. Para evaluar el efecto de estos cambios en el rendimiento de intercambiador de calor, obtenga dos gráficas de la temperatura de salida del aceite como función del flujo de agua en el margen de 1 a 2 kg/s. Una debe corresponder a una superficie externa limpia ($R''_{f,c} = 0$) y la otra a condiciones superficiales para las que $R''_{f,c} = 0.0003$ m^2 · K/W.

11.42 Un intercambiador de calor de coraza y tubos con un paso por la coraza y 20 pasos por los tubos usa agua caliente en el lado de los tubos para calentar aceite en el lado de la coraza. El único tubo de cobre tiene diámetros interno y externo de 20 y 24 mm y una longitud por paso de 3 m. El agua entra a 87°C y 0.2 kg/s y sale a 27°C. Las temperaturas de entrada y salida del aceite son 7 y 37°C. ¿Cuál es el coeficiente promedio de convección para la superficie externa del tubo?

11.43 El aceite en un motor se enfría por aire en un intercambiador de calor de flujo cruzado donde ambos fluidos no están mezclados. Entra aire atmosférico a 30°C y 0.53 kg/s. Aceite a 0.026 kg/s entra a 75°C y fluye por un tubo de 10 mm de diámetro. Suponiendo flujo completamente desarrollado y flujo de calor de la pared constante, estime el coeficiente de transferencia de calor del lado del aceite. Si el coeficiente global de convección es 53 W/m^2 · K y el área total de transferencia de calor es 1 m^2, determine la eficiencia. ¿Cuál es la temperatura de salida del aceite?

11.44 Un intercambiador de calor de tubos concéntricos utiliza agua, que está disponible a 15°C, para enfriar etilenglicol de 100 a 60°C. Los flujos del agua y del etilenglicol son

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ... Litoral

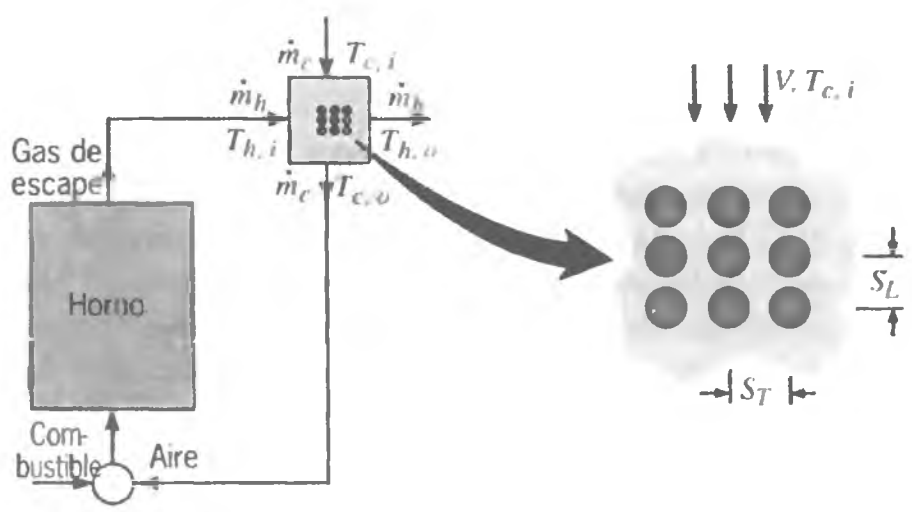
cada uno 0.5 kg/s. ¿Cuáles son la transferencia de calor y la eficiencia máximas posibles del intercambiador? ¿Qué se prefiere: un modo de operación de flujo paralelo o uno de contraflujo?

11.45 Se usa agua para ambos fluidos (sin mezclar) que fluyen por un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso. El agua caliente entra a 90°C y 10,000 kg/h, mientras que el agua fría entra a 10°C y 20,000 kg/h. Si la eficiencia del intercambiador es 60%, determine la temperatura de salida del agua fría.

11.46 Un intercambiador de calor de flujo cruzado consiste en un haz de 32 tubos en un ducto de 0.6 m^2. Agua caliente a 150°C y velocidad media de 0.5 m/s entra a los tubos que tienen diámetros interior y exterior de 10.2 y 12.5 mm. Aire atmosférico a 10°C entra al intercambiador con un flujo volumétrico de 1.0 m^3/s. El coeficiente de transferencia de calor por convección sobre las superficies externas de los tubos es 400 $W/m^2 \cdot K$. Estime las temperaturas de salida del fluido.

11.47 Gas de escape de un horno se usa para precalentar el aire de combustión que se suministra a los quemadores del horno. El gas, que tiene un flujo de 15 kg/s y una temperatura de entrada de 1100 K, pasa por un haz de tubos, mientras el aire, que tiene un flujo de 10 kg/s y una temperatura de entrada de 300 K, está en flujo cruzado sobre los tubos. Los tubos no tienen aletas y el coeficiente global de transferencia de calor es 100 $W/m^2 \cdot K$. Determine el área superficial total de los tubos que se requiere para alcanzar una temperatura de salida del aire de 850 K. Se puede suponer que el gas de escape y el aire tienen cada uno un calor específico de 1075 J/kg · K.

11.48 Un recuperador es un intercambiador de calor que calienta el aire que se usa en un proceso de combustión al extraer energía de los productos de combustión (gas de escape). Considere el uso de un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso como recuperador.



Ochenta (80) tubos cerámicos de carburo de silicio (k = 20 W/m · K) de diámetros interior y exterior iguales a 55 y 80 mm, respectivamente y de longitud L = 1.4 m se arreglan como un banco de tubos alineados de espaciamiento longitudinal y transversal S_L = 100 mm y S_T = 120 mm, respectivamente. Hay aire frío en flujo cruzado sobre el banco de tubos con condiciones de flujo hacia arriba de V = 1 m/s y $T_{c,i}$ = 300 k, mientras que los gases de escape calientes de temperatura de entrada $T_{h,i}$ = 1400 K pasan por los tubos. La superficie externa del tubo está limpia, mientras que la superficie interna se caracteriza por un factor de impureza de $R''_f = 2 \times 10^{-4}$ $m^2 \cdot K/W$. Los flujos del aire y del gas de escape son $\dot{m}_c$ = 1.0 kg/s y $\dot{m}_h$ = 1.05 kg/s, respectivamente. Como primeras aproximaciones, (1) evalúe todas las propiedades del aire que se requieren a 1 atm y 300 K, (2) suponga que el gas de escape tiene las propiedades del aire a 1 atm y 1400 K y (3) suponga que la temperatura de la pared del tubo es 800 K para el propósito de tratar el efecto de propiedades variables sobre la transferencia de calor por convección.

(a) Si hay 1% de ahorro de combustible asociado con cada 10°C de aumento en la temperatura del aire de combustión ($T_{c,o}$) sobre 300 K, ¿cuál es el porcentaje de ahorro de combustible para las condiciones que se establecen?

(b) El rendimiento del recuperador está fuertemente influenciado por el producto de coeficiente global de transferencia de calor y el área superficial total, UA. Calcule y grafique $T_{c,o}$ y el porcentaje de ahorro de combustible como función de UA para $300 \leq UA \leq 600$ W/K. Sin cambio en los flujos de masa, ¿qué medidas se pueden tomar para aumentar UA?

11.49 Considere la operación de la combinación horno-recuperador del problema 11.48 bajo condiciones en las que la energía química se convierte en energía térmica en el combustor a una razón de $q_{comb} = 2.0 \times 10^6$ W y la energía se transfiere de los gases de combustión a la carga en el horno a una razón de $q_{carga} = 1.4 \times 10^6$ W. Suponga flujos equivalentes ($\dot{m}_c = \dot{m}_h = 1.0$ kg/s) y calores específicos ($c_{p,c} = c_{p,h} = 1200$ J/kg · K) para el aire frío y los gases de escape en el recuperador, determine $T_{h,o}$ y $T_{c,o}$ cuando $T_{c,i} = 300$ K y el recuperador tiene una eficiencia $\varepsilon = 0.30$. ¿Qué valor de la eficiencia se necesitaría para alcanzar una temperatura de entrada del aire al combustor de 800 K?

11.50 Vapor saturado a 100°C se condensa en un intercambiador de calor de coraza y tubos (un paso por la coraza y pasos por los tubos) con un área superficial de 0.5 m^2, un coeficiente global de transferencia de calor de 2000 $W/m^2 \cdot K$. El agua entra a 0.5 kg/s y 15°C. Determine la temperatura de salida del agua y el flujo de condensación de vapor.

11.51 Considere un intercambiador de calor de tubos concéntricos caracterizado por un coeficiente global de transferencia de calor uniforme y que opera bajo las siguientes condiciones:

	$\dot{m}$ (kg/s)	c_p (J/kg · K)	T_i (°C)	T_o (°C)
Fluido frío	0.125	4200	40	95
Fluido caliente	0.125	2100	210	

¿Cuál es la transferencia de calor máxima posible? ¿Cuál es la eficiencia del intercambiador de calor? ¿El intercambiador de calor debe operar en flujo paralelo o en contraflujo? ¿Cuál es la razón de las áreas requeridas para estas dos condiciones de flujo?

11.52 Considere un intercambiador de calor de tubos concéntricos con temperaturas de entrada de agua caliente y fría de 200 y 35°C, respectivamente. Los flujos de los fluidos caliente y frío son 42 y 84 kg/h, respectivamente. Suponga que el coeficiente global de transferencia de calor es 180 W/m² · K.

(a) ¿Cuál es la transferencia máxima de calor que se podría alcanzar para las condiciones de entrada establecidas?

(b) Si el intercambiador opera en contraflujo con un área de transferencia de calor de 0.33 m², determine las temperaturas de salida del fluido.

(c) Con todas las demás condiciones sin cambio, grafique la eficiencia y las temperaturas de salida del fluido como función del producto UA para el margen de 50 a 1000 W/K. Conforme UA se hace muy grande, ¿cuál es el valor asintótico para $T_{h,o}$?

(d) ¿Cuál es la transferencia de calor máxima posible que se podría alcanzar para las condiciones de entrada establecidas, si el intercambiador opera en flujo paralelo y es muy grande? ¿Cuál es la eficiencia del intercambiador en esta configuración?

(e) Para la operación en flujo paralelo, grafique la eficiencia y las temperaturas de salida del fluido como función del producto UA para el margen 50 a 1000 W/K. Conforme UA se hace muy grande, ¿cuáles son los valores asintóticos para $T_{h,o}$ y $T_{c,i}$?

11.53 Agua caliente a 2.5 kg/s y 100°C entra en un intercambiador de calor de tubos concéntricos en contraflujo que tiene un área total de 23 m². Agua fría a 20°C entra a 5.0 kg/s y el coeficiente global de transferencia de calor es 1000 W/m² · K. Determine la transferencia total de calor y las temperaturas de salida de los fluidos caliente y frío.

11.54 Se usan gases de escape en un intercambiador de coraza y tubos para calentar 2.5 kg/s de agua de 35 a 85°C. Los gases, que se supone tienen las propiedades del aire, entran a 200°C y salen a 93°C. El coeficiente global de transferencia de calor es 180 W/m² · K, Con el uso del método de eficiencia–NUT, calcule el área del intercambiador de calor.

11.55 En cirugía a corazón abierto bajo condiciones hipotérmicas, la sangre del paciente se enfría antes de la cirugía y se recalienta después. Se propone para este propósito que se utilice un intercambiador de calor de tubos concéntricos en contraflujo de longitud 0.5 m, con el tubo interior de pared delgada de 55 mm de diámetro. El calor específico de la sangre es 3500 J/kg · K.

(a) Si se usa agua a $T_{h,i} = 60°C$ y $\dot{m}_h = 0.10$ kg/s para calentar la sangre que entra en el intercambiador a $T_{c,i} = 18°C$ y $\dot{m}_c = 0.05$ kg/s, ¿cuál es la temperatura de la sangre que sale del intercambiador? El coeficiente global de transferencia de calor es 500 W/m² · K.

(b) El cirujano puede querer controlar la transferencia de calor q y la temperatura de salida $T_{c,o}$ de la sangre mediante la alteración del flujo de masa y/o la temperatura de entrada del agua durante el proceso de calentamiento. Para ayudar en el desarrollo de un controlador apropiado para los valores establecidos de $\dot{m}_c$ y $T_{c,i}$, calcule y grafique q y $T_{c,o}$ como función de $\dot{m}_h$ para $0.05 \leq \dot{m}_h \leq 0.20$ kg/s y valores de $T_{h,i} = 50$, 60 y 70°C. Como la influencia dominante sobre el coeficiente global de transferencia de calor se asocia con las condiciones de flujo de la sangre, se puede suponer que el valor de U permanece a 500 W/m² · K. ¿Se deben excluir ciertas condiciones de operación?

11.56 Etilenglicol y agua, a 60 y 10°C, respectivamente, entran en un intercambiador de calor de coraza y tubos para el que el área total de transferencia de calor es 15m². Con flujos del etilenglicol y del agua de 2 y 5 kg/s, respectivamente, el coeficiente global de transferencia de calor es 800 W/m² · K.

(a) Determine la transferencia de calor y las temperaturas de salida del fluido.

(b) Suponga que todas las demás condiciones permanecen constantes, grafique la eficiencia y las temperaturas de salida del fluido como función del flujo del etilglicol para $0.5 \leq \dot{m}_h \leq 5$ kg/s.

11.57 Una caldera que se utiliza para generar vapor saturado tiene forma de un intercambiador de calor sin aletas en flujo cruzado, con agua que fluye por los tubos y un gas de alta temperatura en flujo cruzado sobre los tubos. El gas, que tiene un calor específico de 1120 J/kg · K y un flujo de masa de 10 kg/s, entra en el intercambiador de calor a 1400 K. El agua, que tiene un flujo de 3 kg/s, entra como líquido saturado a 450 K y sale como vapor saturado a la misma temperatura. Si el coeficiente global de transferencia de calor es 50 W/m² · K y hay 500 tubos, cada uno de 0.025 m de diámetro, ¿cuál es la longitud del tubo que se requiere?

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

11.58 Calor de desecho del gas de escape de un horno industrial se recupera al montar un banco de tubos sin aletas en la chimenea del horno. Agua presurizada a un flujo de 0.025 kg/s hace un solo paso por *cada uno* de los tubos, mientras el gas de escape, que tiene una velocidad de flujo hacia arriba de 5.0 m/s, se mueve en flujo cruzado sobre los tubos a 2.25 kg/s. El banco de tubos consiste en un arreglo cuadrado de 100 tubos de paredes delgadas (10 × 10), cada uno de 25 mm de diámetro y 4 m de longitud. Los tubos están alineados con un espaciado transversal de 50 mm. Las temperaturas de entrada del agua y del gas de escape son 300 y 800 K, respectivamente. El flujo de agua está completamente desarrollado y se puede suponer que las propiedades del gas son las del aire atmosférico.

(a) ¿Cuál es el coeficiente global de transferencia de calor?

(b) ¿Cuáles son las temperaturas de salida del fluido?

(c) La operación del intercambiador de calor puede variar de acuerdo con la demanda de agua caliente. Para el diseño del intercambiador de calor y las condiciones de entrada establecidas, calcule y grafique la rapidez de recuperación de calor y las temperaturas de salida del fluido como función del flujo del agua por tubo para $0.02 \leq \dot{m}_{c,i} \leq 0.20$ kg/s.

11.59 Un intercambiador de calor consiste en un banco de 1200 tubos de paredes delgadas con aire en flujo cruzado sobre los tubos. Los tubos están arreglados en línea, con 40 filas longitudinales (a lo largo de la dirección del flujo de aire) y 30 filas transversales. Los tubos tienen un diámetro de 0.07 m y 2 m de longitud, con espaciados transversal y longitudinal de 0.14 m. El fluido caliente que fluye por los tubos consiste en vapor saturado que se condensa a 400 K. El coeficiente de convección del vapor que se condensa es mucho mayor que el del aire.

(a) Si entra aire al intercambiador de calor a $\dot{m}_c = 12$ kg/s, 300 K y 1 atm ¿cuál es su temperatura de salida?

(b) El flujo de condensación se puede controlar al variar el flujo de aire. Calcule y grafique la temperatura de salida del aire, la transferencia de calor y el flujo de condensación como función del flujo másico para $10 \leq \dot{m}_c \leq 50$ kg/s.

11.60 Al analizar los ciclos termodinámicos que incluyen los intercambiadores de calor, es útil expresar la transferencia de calor en términos de una resistencia térmica global R_t y de las temperaturas de entrada de los fluidos caliente y frío,

$$q = \frac{(T_{h,i} - T_{c,i})}{R_t}$$

La transferencia de calor también se puede expresar en términos de las ecuaciones de flujo,

$$q = UA\,\Delta T_{ml} = \frac{1}{R_{ml}}\Delta T_{ml}$$

(a) Derive una relación para R_{ml}/R_t para un intercambiador de calor de *flujo paralelo* en términos de un sólo parámetro B adimensional, que no incluye ninguna temperatura del fluido sino sólo $U, A, C_c, C_h, C_{mín}, C_{máx}$).

(b) Calcule y grafique R_{ml}/R_t para valores de B = 1.0 y 5.0. ¿Qué conclusiones se pueden extraer de la gráfica?

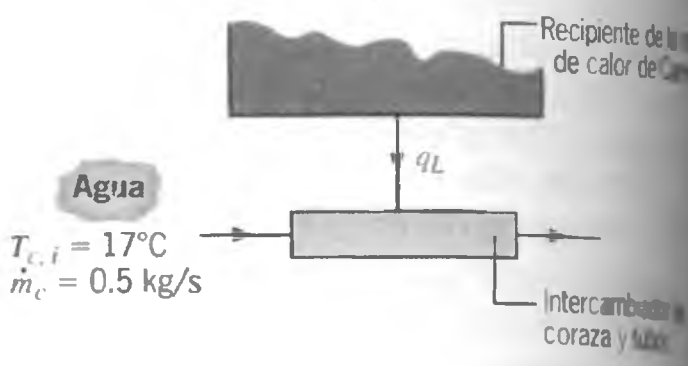
11.61 Considere el intercambiador de calor que opera bajo las condiciones que se establecen en el problema 11.59.

(a) Determine la resistencia térmica global (véase problema 11.60) del intercambiador de calor.

(b) Se sospecha impureza en las superficies del tubo después de una operación extensa. Determine el cambio en la resistencia térmica si se supone que el factor de impureza es 0.0002 m² · K/W en las superficies interna y externa de los tubos.

(c) Grafique la resistencia térmica del intercambiador de calor como función de la capacitancia térmica del flujo del agua, suponiendo que todas las demás condiciones permanecen sin cambio y que no hay impurezas. Comente si UA permanecerá constante cuando cambia el flujo másico.

11.62 Agua de enfriamiento a 17°C y un flujo de 0.5 kg/s está disponible para enfriar el condensador de una máquina de calor de Carnot que debe eliminar 65 kW. Debido a la resistencia térmica finita (problema 11.60) del condensador, la temperatura del recipiente de calor de Carnot será mayor de 17°C.



(a) Calcule la temperatura del recipiente (T_L) si el condensador es un intercambiador de coraza y tubos con un paso por la coraza, dos pasos por los tubos, un área superficial de 0.7 m² y un coeficiente global de transferencia de calor de 1500 W/m² · K.

(b) ¿Es posible reducir T_L al cambiar el flujo másico del agua? ¿Cuáles son las consecuencias de hacer esto?

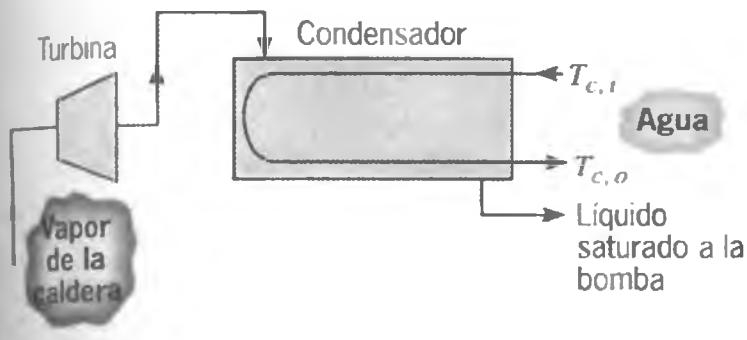
11.63 Un acondicionador de aire que opera entre las temperaturas interior y exterior de 23 y 43°C, respectivamente

remueve 5 kW de un edificio. El acondicionador se puede modelar como una máquina de calor de Carnot inversa con refrigerante a modo de fluido de trabajo. La eficiencia del motor para el compresor y el ventilador es 80% y se requieren 0.2 kW para operar el ventilador.

(a) Suponga resistencias térmicas insignificantes (problema 11.60) entre el refrigerante en el condensador y el aire externo y entre el refrigerante en el evaporador y el aire interior, calcule la potencia que requiere el motor.

(b) Si las resistencias térmicas entre el refrigerante y el aire en las secciones del evaporador y del condensador son las mismas, 3×10^{-3} K/W, determine la temperatura que requiere el refrigerante en cada sección. Calcule la potencia que requiere el motor.

11.64 En un sistema de potencia de Rankine, salen 1.5 kg/s de vapor de la turbina como vapor saturado a 0.51 bar. El vapor se condensa a líquido saturado al hacerlo pasar sobre los tubos de un intercambiador de calor de coraza y tubos, mientras que pasa agua líquida, con una temperatura de entrada de $T_{c,i} = 280$ K, por los tubos. El condensador contiene 100 tubos de pared delgada, cada uno de 10 mm de diámetro y el flujo másico total de agua por los tubos es 15 kg/s. El coeficiente promedio de convección asociado con la condensación sobre la superficie externa de los tubos se puede aproximar como $\bar{h}_o = 5000$ W/m^2 · K. Valores apropiados de las propiedades para el agua líquida son $c_p = 4178$ J/kg · K, $\mu = 700 \times 10^{-6}$ kg/s · m, $k = 0.628$ W/m · K y $Pr = 4.6$.



(a) ¿Cuál es la temperatura de salida del agua?

(b) ¿Cuál es la longitud requerida del tubo (por tubo)?

(c) Después de un uso prolongado, la acumulación de depósitos sobre las superficies interna y externa del tubo proporciona un factor de impureza acumulado de 0.0003 m^2 · K/W. Para las condiciones de entrada establecidas y la longitud calculada del tubo, ¿qué fracción de masa del vapor se condensa?

(d) Para la longitud del tubo calculada en la parte (b) y el factor de impureza que se establece en la parte (c), explore el punto en que el flujo másico de agua y la temperatura de entrada del agua pueden variar (dentro de intervalos físicamente plausibles) para mejorar el rendimiento del condensador. Represente sus resultados de forma gráfica y extraiga las conclusiones apropiadas.

11.65 Considere un ciclo de Rankine con vapor saturado que sale de la caldera a una presión de 2 Mpa y una presión del condensador de 10 kPa.

(a) Calcule la eficiencia térmica del ciclo ideal de Rankine para estas condiciones de operación.

(b) Si el trabajo neto reversible para el ciclo es 0.5 MW, calcule el flujo másico que se requiere de agua de enfriamiento suministrada al condensador a 15°C con una elevación de temperatura permisible de 10°C.

(c) Diseñe un intercambiador de calor de coraza y tubos (un paso por la coraza, múltiples pasos por los tubos) que cumpla las condiciones de transferencia de calor y de temperatura del condensador que se requieren. Su diseño debe especificar el número de tubos y su diámetro y longitud.

11.66 Considere el ciclo de Rankine del problema 11.65, que rechaza 2.3 MW al condensador, que es abastecido con un flujo másico de agua de enfriamiento de 70 kg/s a 15°C.

(a) Calcule UA, un parámetro indicativo del tamaño del condensador que se requiere para esta condición de operación.

(b) Considere ahora la situación donde el coeficiente global de transferencia de calor para el condensador, U, se reduce en 10% debido a las impurezas. Determine la reducción en la eficiencia térmica del ciclo ocasionada por las impurezas, suponiendo que el flujo másico de agua de enfriamiento y la temperatura del agua permanecen iguales y que el condensador opera a la misma presión de vapor.

Intercambiadores de calor compactos

11.67 Considere las condiciones del intercambiador de calor compacto del ejemplo 11.6. Después de un uso prolongado, se asocian factores de impureza de 0.0005 y 0.001 m^2 · K/W con las condiciones del lado del agua y del lado del gas, respectivamente. ¿Cuál es el coeficiente global de transferencia de calor del lado del gas?

11.68 Considere la geometría del núcleo del intercambiador de calor y el área frontal que se establece en el ejemplo 11.6. El intercambiador debe calentar 2 kg/s de agua de 300 a 350 K, con el uso de 1.25 kg/s de gases de combustión que entran a 700 K. Con el uso del coeficiente global de transferencia de calor que se determinó en el ejemplo, encuentre el volumen del intercambiador de calor que se requiere, suponiendo una operación de un solo paso. ¿Cuál es el número de filas de tubos N_L en la dirección longitudinal (flujo del gas)? Si la velocidad del

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolivar - Sede del Litoral

agua que fluye por los tubos es 100 mm/s, ¿cuál es el número de filas de tubos N_T en la dirección transversal? ¿Cuál es la longitud del tubo que se requiere?

11.69 Un serpentín de enfriamiento consiste en un banco de tubos de aluminio con aletas ($k = 237$ W/m · K) que tiene la configuración del núcleo de la figura 11.20 y un diámetro interior de 13.8 mm. Los tubos se instalan en un pleno cuya sección transversal cuadrada es 0.4 m por lado, con lo que proporciona un área frontal de 0.16 m^2. Hay aire atmosférico a 1.5 kg/s en flujo cruzado sobre los tubos, mientras refrigerante 12 saturado a 1 atm experimenta evaporación en los tubos. Si el aire entra a 37°C y su temperatura de salida no debe exceder 17°C, ¿cuál es el número mínimo de filas de tubos permisible en la dirección del flujo? Se asocia un coeficiente de convección de 5000 W/m^2 · K con la evaporación en los tubos.

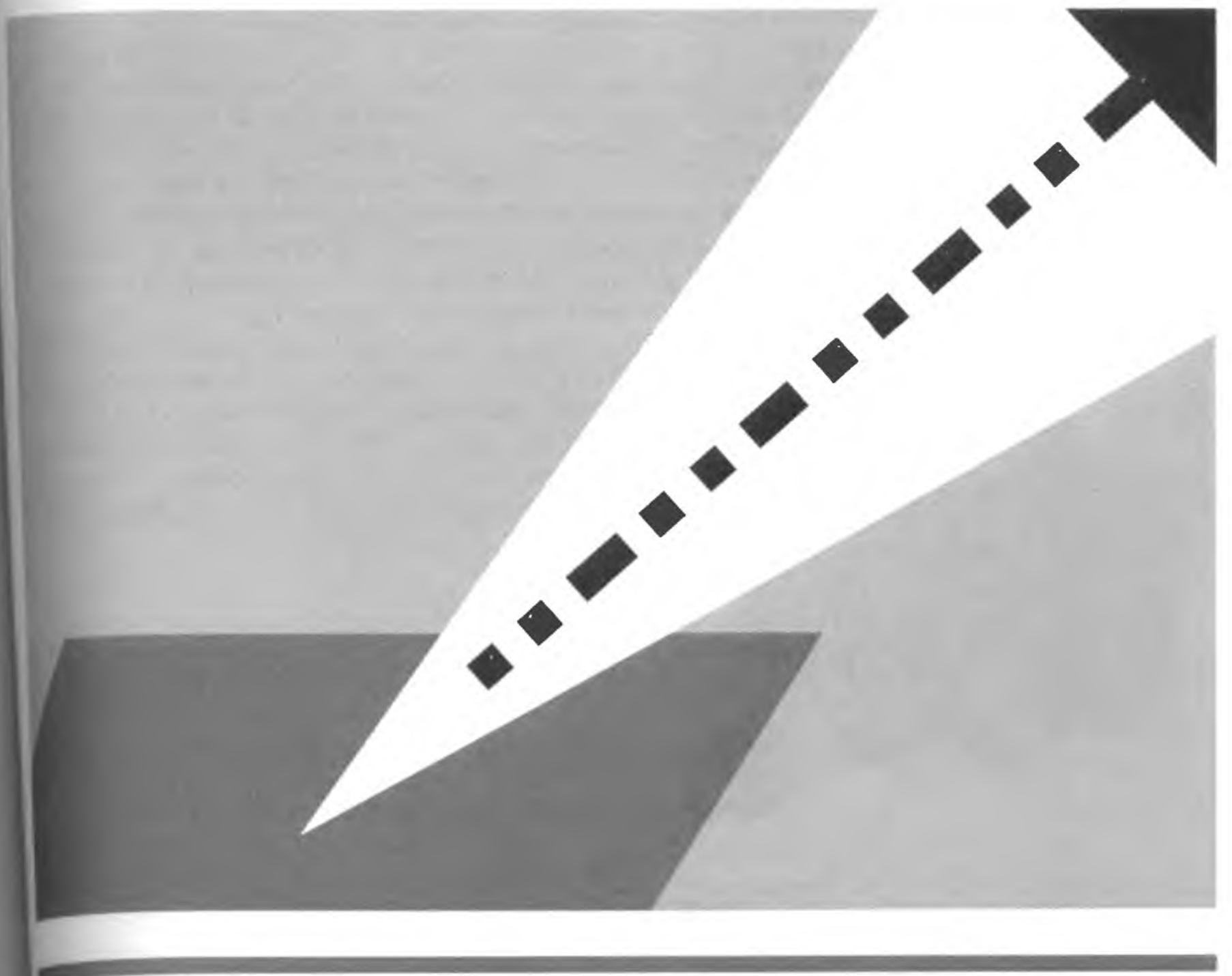
11.70 Un serpentín de enfriamiento consiste en un banco de tubos de aluminio con aletas ($k = 237$ W/m · K) con la configuración del núcleo de la figura 11.20 y un diámetro interior de 13.8 mm. Los tubos se instalan en un pleno cuya sección transversal cuadrada es 0.4 m por lado, con lo que proporciona un área frontal de 0.16 m^2. Hay aire atmosférico a 1.5 kg/s en flujo cruzado sobre los tubos, mientras refrigerante 12 saturado a 1 atm pasa por los tubos. Hay cuatro filas de tubos en la dirección del flujo de aire. Si el aire entra a 37°C, ¿cuál es la temperatura de salida? Se asocia un coeficiente de convección de 5000 W/m^2 · K con la evaporación en los tubos.

11.71 Un generador de vapor consiste en un banco de tubos de acero inoxidable ($k = 15$ W/m · K) que tiene la configuración de núcleo de la figura 11.20 y un diámetro interior de 13.8 mm. Los tubos se instalan en un pleno cuya sección transversal cuadrada es de 0.6 m por lado, lo que proporciona un área frontal de 0.36 m^2. Gases de combustión, cuyas propiedades se pueden aproximar como las del aire atmosférico, entran al pleno a 900 K y pasan en flujo cruzado sobre los tubos a 3 kg/s. Si entra agua saturada a los tubos a una presión de 2.455 bar y a una flujo de 0.5 kg/s, ¿cuántas filas de tubos se requieren para proporcionar vapor saturado en la salida del tubo? Se asocia un coeficiente de convección de 10.000 W/m^2 · K con la ebullición en los tubos.

11.72 Un generador de vapor consiste en un banco de tubos de acero inoxidable ($k = 15$ W/m · K) que tiene la configuración de núcleo de la figura 11.20 y un diámetro interior de 13.8 mm. Los tubos se instalan en un pleno cuya sección transversal cuadrada es de 0.6 m por lado, lo que proporciona un área frontal de 0.36 m^2. Gases de combustión, cuyas propiedades se pueden aproximar como las del aire atmosférico, entran al pleno a 900 K y pasan en flujo cruzado sobre los tubos a 3 kg/s. Hay 11 filas de tubos en la dirección de flujo del gas. Si agua saturada a 2.455 bar experimenta ebullición en los tubos, ¿cuál es la temperatura de salida del gas? Se asocia un coeficiente de convección de 10,000 W/m^2 · K con la ebullición en los tubos.

CAPÍTULO **12**

Radiación: procesos y propiedades



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede [illegible] Oral

Reconocemos que la transferencia de calor por conducción y convección requiere la presencia de un gradiente de temperatura en alguna forma de materia. Por el contrario, la transferencia de calor mediante radiación térmica no requiere materia. Es un proceso en extremo importante, y en el sentido físico es quizá el más interesante de los modos de transferencia de calor. Es relevante para muchos procesos industriales de calentamiento, enfriamiento y de secado, así como también para métodos de conversión que incluyen la utilización de combustibles fósiles y radiación solar.

En este capítulo consideramos los medios por los que se genera la radiación térmica, la naturaleza específica de la radiación y la forma en la que la radiación interactúa con la materia. Ponemos particular atención a las interacciones radiativas en una superficie y a las propiedades que se deben exponer para describir estas interacciones. En el capítulo 13 enfocaremos nuestro interés en los medios para calcular el intercambio radiativo entre dos o más superficies.

12.1 *Conceptos fundamentales*

Considere un sólido que inicialmente está a una temperatura más alta T_s que la de sus alrededores T_{alr}, pero en torno del cual existe un vacío (figura 12.1). La presencia del vacío evita la pérdida de energía desde la superficie del sólido por convección o conducción. Sin embargo, nuestra intuición nos dice que el sólido se enfriará y finalmente alcanzará el equilibrio termodinámico con sus alrededores. Este enfriamiento está asociado con una reducción en la energía interna almacenada por el sólido y es una consecuencia directa de la *emisión* de radiación térmica desde la superficie. A su vez, la superficie interceptará y absorberá la radiación originada desde los alrededores. Sin embargo, si $T_s > T_{alr}$ la transferencia neta de calor por radiación $q_{rad,\,net}$ es *desde* la superficie, y la superficie se enfriará hasta que T_s alcance a T_{alr}.

Asociamos la radiación térmica a la intensidad con que la materia emite energía como resultado de su temperatura finita. En este momento toda la materia que lo rodea está emitiendo radiación: por los muebles y paredes de la habitación, si está dentro de la casa, o por la tierra, edificios, y la atmósfera y el Sol si está en el exterior. El mecanismo de emisión se relaciona con la energía liberada como consecuencia de oscilaciones y transiciones de los muchos electrones que constituyen la materia. Estas oscilaciones

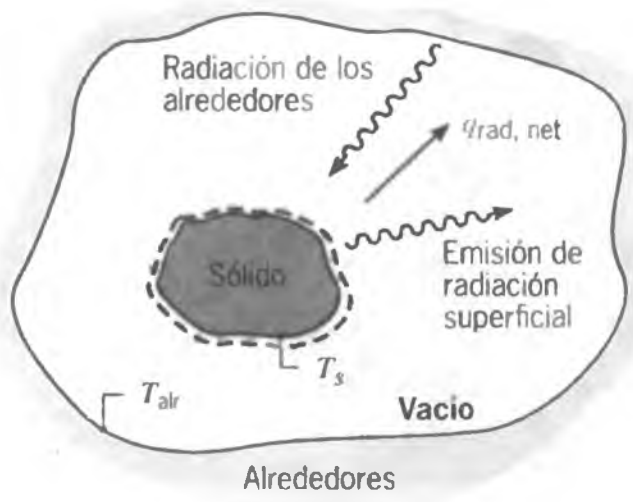


Figura 12.1
Enfriamiento por radiación de un sólido

a su vez, son sostenidas por la energía interna, y por tanto la temperatura, de la materia. Por consiguiente asociamos la emisión de radiación térmica con condiciones provocadas térmicamente dentro de la materia.

Todas las formas de materia emiten radiación. Para gases y para sólidos semitransparentes, como vidrio y cristales de sal a temperaturas elevadas, la emisión es un *fenómeno volumétrico*, como se ilustra en la figura 12.2. Es decir, la radiación que emerge de un volumen finito de materia es el efecto integrado de la emisión local a través del volumen. Sin embargo, en este texto nos concentramos en situaciones para las que la radiación es un *fenómeno superficial*. En la mayoría de los sólidos y líquidos, la radiación emitida desde las moléculas interiores es fuertemente absorbida por las moléculas contiguas. En consecuencia, la radiación que se emite desde un sólido o líquido se origina de moléculas que están a una distancia de aproximadamente 1 μm de la superficie expuesta. Es por esta razón que la emisión desde un sólido o líquido en un gas contiguo o un vacío se ve como un fenómeno superficial.

Sabemos que la radiación se origina por emisiones de la materia y que su posterior transferencia no requiere la presencia de materia alguna. ¿Pero cuál es la naturaleza de este transporte? Una teoría considera a la radiación como la propagación de una acumulación de partículas denominadas *fotones* o *cuantos* (*quanta*). Alternativamente, la radiación se puede ver como la propagación de *ondas electromagnéticas*. En cualquier caso deseamos atribuir a la radiación las propiedades características de las ondas, frecuencia ν y longitud de onda λ. Para radiación que se propaga en un medio particular, las dos propiedades se relacionan mediante

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \tag{12.1}$$

donde c es la velocidad de la luz en el medio. Para la propagación en un vacío, $c_o = 2.998 \times 10^8$ m/s. La unidad de longitud de onda normalmente es la micra (μm), donde $1\ \mu\text{m} = 10^{-6}$ m.

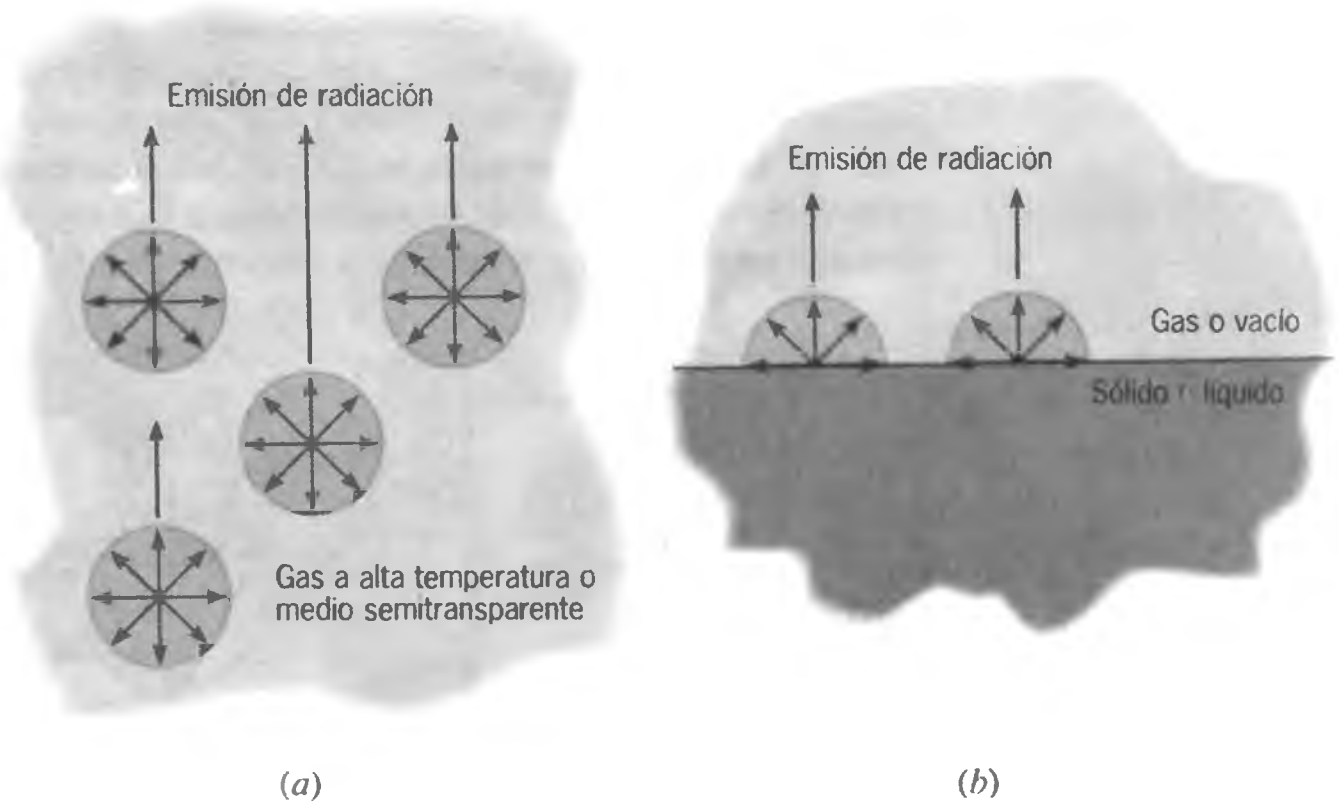


Figura 12.2 Proceso de emisión. (a) Como fenómeno volumétrico. (b) Fenómeno superficial.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

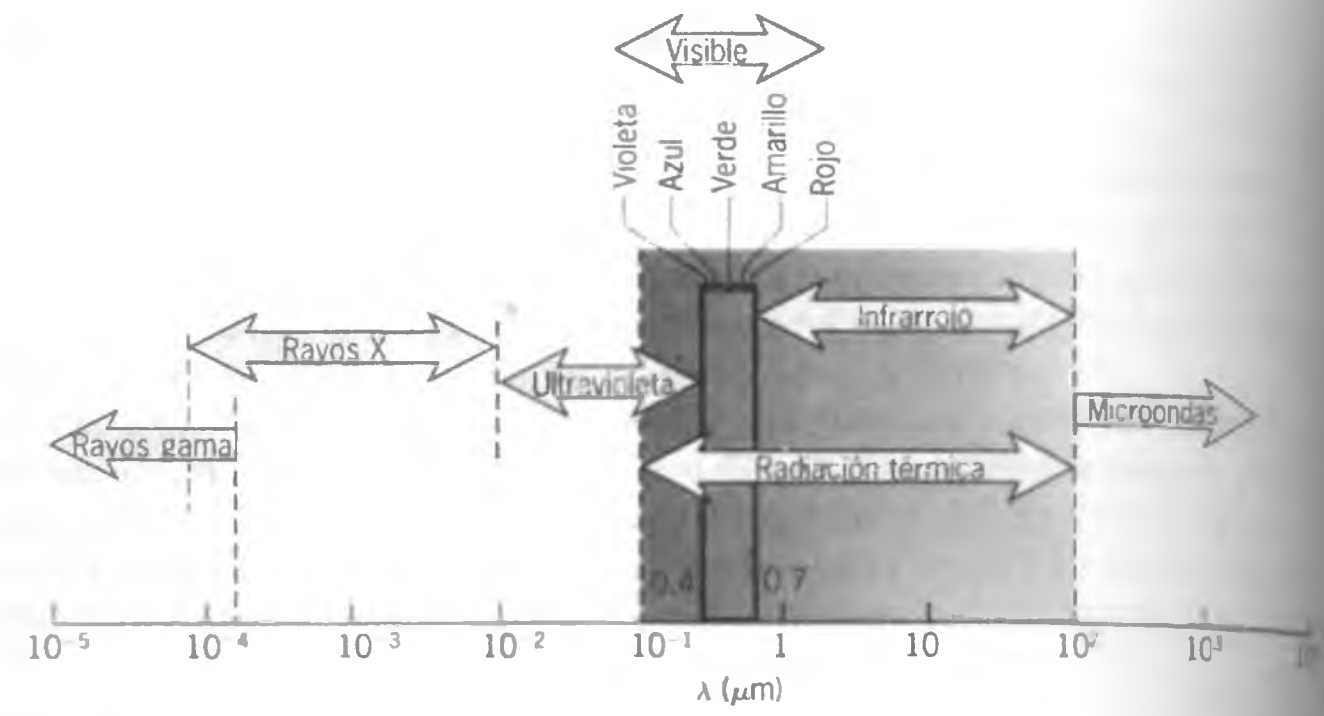


Figura 12.3 Espectro de la radiación electromagnética.

El espectro electromagnético completo se señala en la figura 12.3. La radiación de onda corta de rayos gama, rayos X y ultravioleta (UV) es de interés principalmente para el físico de alta energía y el ingeniero nuclear, mientras que las microondas de longitud de onda larga y ondas de radio son de interés para el ingeniero eléctrico. Es la parte intermedia del espectro, que se extiende de aproximadamente 0.1 a 100 μm e incluye una parte de la UV y de todo el visible y el infrarrojo (IR), que se denomina *radiación térmica* y está relacionada con la transferencia de calor.

La radiación térmica que emite una superficie abarca un rango de longitudes de onda. Como se muestra en la figura 12.4*a*, la magnitud de la radiación varía con la longitud de onda, y el término *espectral* se utiliza para referirse a la naturaleza de esta dependencia. La radiación emitida consiste en una distribución continua no uniforme de componentes *monocromáticos* (una sola longitud de onda). Como veremos, la magnitud de la radiación en cualquier longitud de onda y la *distribución espectral* varían con la naturaleza y temperatura de la superficie emisora.

La naturaleza espectral de la radiación térmica es una de las dos características que complican su descripción; la segunda característica se relaciona con su *direccionalidad*. Como se muestra en la figura 12.4*b*, una superficie puede emitir de forma más relevante en ciertas direcciones, con lo que crea una *distribución direccional* de la radiación emitida. Para cuantificar de forma apropiada la transferencia de calor por radiación debemos ser capaces de tratar ambos efectos, espectrales y direccionales.

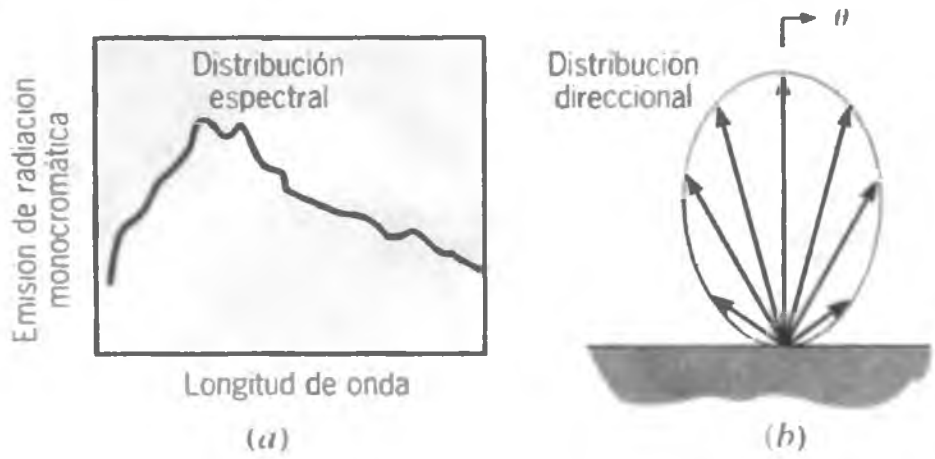


Figura 12.4 Radiación emitida por una superficie. (*a*) Distribución espectral. (*b*) Distribución direccional

12.2 *Intensidad de radiación*

La radiación que emite una superficie se propaga en todas las direcciones posibles (figura 12.4*b*), y a menudo estamos interesados en conocer su distribución direccional. También, la radiación incidente sobre una superficie puede venir de diferentes direcciones, y la forma en que la superficie responde a esta radiación depende de la dirección. Tales efectos direccionales se pueden tratar mediante la introducción del concepto de *intensidad de radiación*.

12.2.1 Definiciones

Considere la emisión en una dirección particular desde un elemento de área dA_1, como se muestra en la figura 12.5*a*. Esta dirección se puede especificar en términos de los ángulos cenital y azimutal, θ y ϕ, respectivamente, de un sistema de coordenadas esféricas (figura 12.5*b*). Una superficie diferencialmente pequeña en el espacio dA_n, a través de la cual pasa esta radiación, subtiende un ángulo sólido $d\omega$ cuando se ve desde un punto sobre dA_1. En la figura 12.6*a* vemos que el ángulo plano diferencial $d\alpha$ se define por una región entre los rayos de un círculo y se mide como la razón del elemento de longitud de arco dl sobre el círculo al radio r del círculo. De manera similar, en la figura 12.6*b* el ángulo sólido diferencial $d\omega$ está definido por una región entre los rayos de una esfera y se mide como la razón del elemento de área dA_n sobre la esfera al cuadrado del radio de la esfera. En consecuencia,

$$d\omega \equiv \frac{dA_n}{r^2} \tag{12.2}$$

El área dA_n es normal a la dirección (θ, ϕ), y según se muestra en la figura 12.7, se puede representar como $dA_n = r^2 \operatorname{sen} \theta \, d\theta \, d\phi$ para una superficie esférica. Por consiguiente,

$$d\omega = \operatorname{sen} \theta \, d\theta \, d\phi \tag{12.3}$$

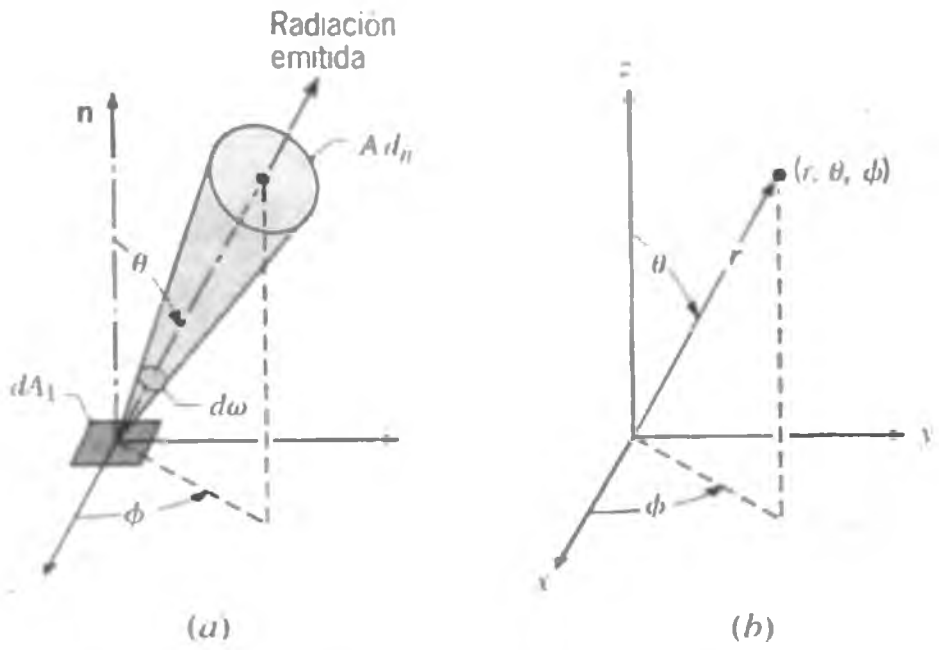


FIGURA 12.5 Naturaleza direccional de la radiación. (*a*) Emisión de radiación desde un área diferencial dA_1 en un ángulo sólido $d\omega$ subtendido por dA_n en un punto sobre dA_1. (*b*) Sistema de coordenadas esféricas.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

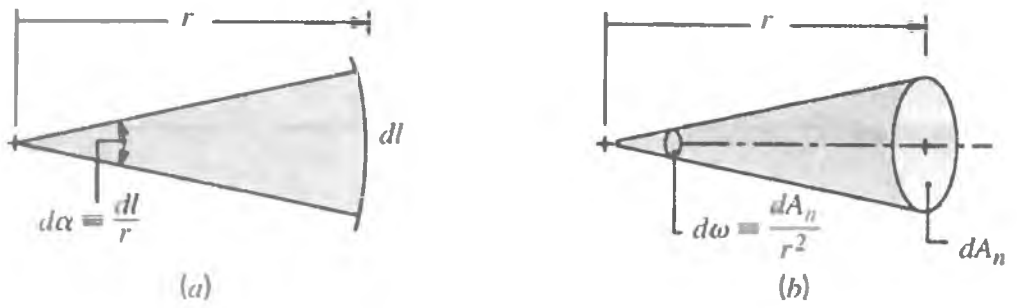


Figura 12.6 Definición de ángulos (*a*) plano y (*b*) sólido.

En tanto que el ángulo plano $d\alpha$ tiene unidades de radianes (rad), la unidad del ángulo sólido es el estereorradián (sr).

De regreso a la figura 12.5*a*, consideramos ahora la proporción en que la emisión de dA_1 pasa a través de dA_n. Esta cantidad se puede expresar en términos de la intensidad *espectral* $I_{\lambda,e}$ de la radiación emitida. Definimos formalmente $I_{\lambda,e}$ como la razón a la que se emite energía radiante a la longitud de onda λ en la dirección (θ, ϕ), por unidad de área de la superficie emisora normal a esta dirección, por unidad de ángulo sólido alrededor de esta dirección, y por intervalo de longitud de onda unitario alrededor de λ. Nótese que el área que se utiliza para definir la intensidad es la componente de dA_1 perpendicular a la dirección de la radiación. La figura 12.8 muestra que esta área proyectada es igual a $dA_1 \cos\theta$. En efecto es como parecería dA_1 a un observador situado en dA_n. La intensidad espectral, que tiene unidades de $W/m^2 \cdot sr \cdot \mu m$, es entonces,

$$I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi) \equiv \frac{dq}{dA_1 \cos\theta \cdot d\omega \cdot d\lambda} \tag{12.}$$

donde $(dq/d\lambda) \equiv dq_\lambda$ es la razón a la que la radiación de longitud de onda λ sale de dA_1 y pasa a través de dA_n. Al reacomodar la ecuación 12.4, se sigue que

$$dq_\lambda = I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi) dA_1 \cos\theta \, d\omega \tag{12.}$$

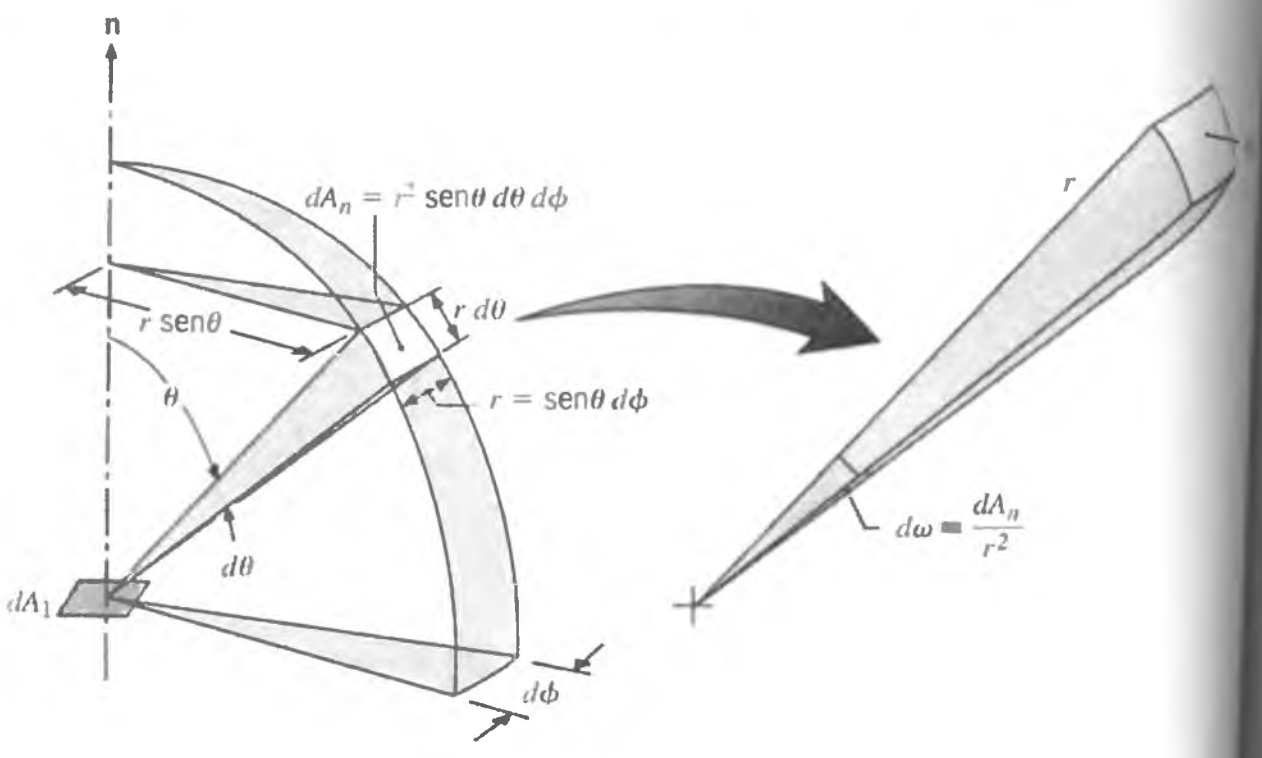


Figura 12.7 Ángulo sólido subtendido por dA_n en un punto sobre dA_1 en el sistema de coordenadas esféricas.

MENTO DE BIBI
món Bolívar - Se

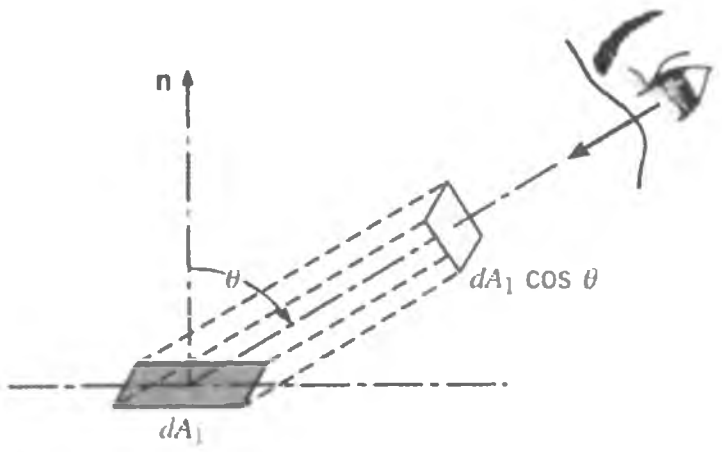


FIGURA 12.8
Proyección de dA_1 normal a la dirección de la radiación.

Donde dq_λ tiene unidades de W/μm. Esta importante expresión nos permite calcular la rapidez a la que la radiación emitida por una superficie se propaga en la región de espacio definida por el ángulo sólido $d\omega$ alrededor de la dirección (θ, ϕ). Sin embargo, para calcular esta cantidad, se debe conocer la intensidad espectral $I_{\lambda, e}$ de la radiación emitida. La forma en que se puede determinar esta cantidad se discute en las siguientes secciones. Al expresar la ecuación 12.5 por unidad de área de la superficie emisora y substituir la ecuación 12.3, el *flujo* de radiación espectral asociado con dA_1 es

$$dq''_\lambda = I_{\lambda, e}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \operatorname{sen} \theta \, d\theta \, d\phi \tag{12.6}$$

Si se conocen las distribuciones espectral y direccional de $I_{\lambda, e}$, es decir, $I_{\lambda, e}(\lambda, \theta, \phi)$, el flujo de calor asociado con la emisión en cualquier ángulo sólido finito o sobre cualquier intervalo finito de longitudes de onda se puede determinar al integrar la ecuación 12.6. Por ejemplo, el flujo de calor espectral asociado con la emisión en un hemisferio hipotético arriba de dA_1, como se muestra en la figura 12.9, es

$$q''_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda, e}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \operatorname{sen} \theta \, d\theta \, d\phi \tag{12.7}$$

El ángulo sólido asociado con todo el hemisferio se puede obtener al integrar la ecuación 12.3 en los límites $\phi = 0$ a $\phi = 2\pi$ y $\theta = 0$ a $\theta = \pi/2$. De aquí,

$$\int_h d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} \theta \, d\theta \, d\phi = 2\pi \int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} \theta \, d\theta = 2\pi \text{ sr} \tag{12.8}$$

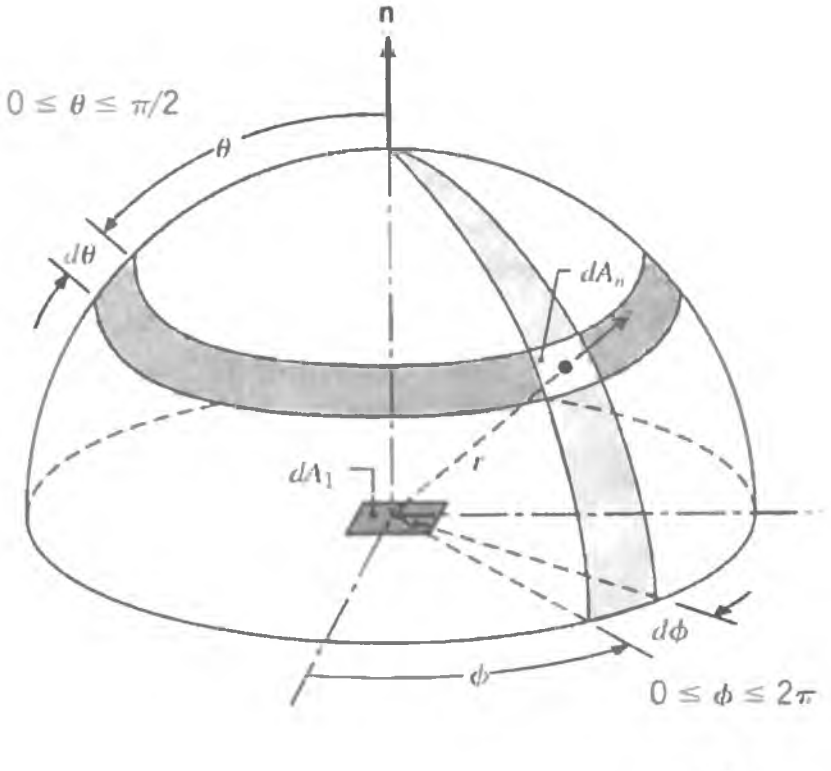


FIGURA 12.9
Emisión de un elemento diferencial de área dA_1 en un hemisferio hipotético centrado en un punto sobre dA_1.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede

donde el subíndice h se refiere a la integración sobre el hemisferio. El flujo total de calor asociado con la emisión en todas direcciones y en todas las longitudes de onda es entonces

$$q'' = \int_0^\infty q''_\lambda(\lambda)\, d\lambda \tag{12.9}$$

12.2.2 Relación con la emisión

La intensidad de radiación está relacionada con varios flujos de radiación importantes. Recuerde que la emisión ocurre desde cualquier superficie que está a una temperatura finita. Se introduce el concepto de *potencia emisiva* para cuantificar la cantidad de radiación emitida por área superficial unitaria. La *potencia espectral emisiva hemisférica* E_λ (W/m^2 · μm) se define como la intensidad a la que se emite radiación de longitud de onda λ en *todas direcciones* desde una superficie por unidad de longitud de onda alrededor de λ y por área superficial unitaria. En consecuencia, se relaciona con la intensidad espectral de la radiación emitida mediante una expresión de la forma

$$E_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi \tag{12.10}$$

en cuyo caso es equivalente al flujo de calor dado por la ecuación 12.7. Nótese que E es un flujo que se basa en el área superficial *real*, mientras que $I_{\lambda,e}$ se basa en el área proyectada. El término cos θ que aparece en el integrando es una consecuencia de esta diferencia.

La *potencia emisiva total hemisférica*, E(W/m^2), es la rapidez a la que se emite radiación por unidad de área en todas las longitudes de onda y en todas las direcciones posibles. En consecuencia,

$$E = \int_0^\infty E_\lambda(\lambda)\, d\lambda \tag{12.11}$$

o de la ecuación 12.10

$$E = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi\, d\lambda \tag{12.12}$$

Dado que el término "potencia emisiva" implica emisión en todas direcciones, el adjetivo "hemisférico" es redundante y a menudo se elimina. Se habla entonces de la *potencia emisiva espectral* E_λ, o la *potencia emisiva total* E.

Aunque la distribución direccional de la emisión superficial varía de acuerdo con la naturaleza de la superficie, hay un caso especial que proporciona una aproximación razonable para muchas superficies. Hablamos de un *emisor difuso* como una superficie para la que la intensidad de la radiación emitida es independiente de la dirección, en cuyo caso $I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) = I_{\lambda,e}(\lambda)$. Al eliminar $I_{\lambda,e}$ del integrando de la ecuación 12.10 e integrar, se sigue que

$$E_\lambda(\lambda) = \pi I_{\lambda,e}(\lambda) \tag{12.13}$$

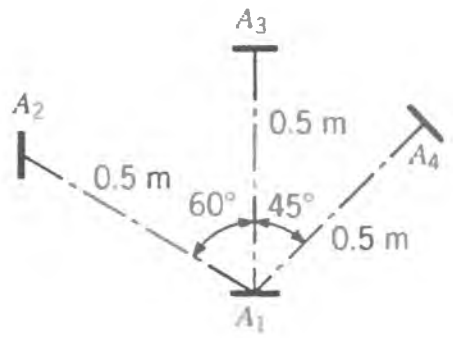
De manera similar, de la ecuación 12.12

$$E = \pi I_e \tag{12.14}$$

donde I_e es la *intensidad total* de la radiación emitida. Advierta que la constante que aparece en las expresiones anteriores es π, no 2π, y tiene unidades de estereorradián.

Ejemplo 12.1

Se sabe que una pequeña superficie de área $A_1 = 10^{-3}$ m^2 emite de forma difusa y, de mediciones anteriores, que la intensidad total asociada con la emisión en la dirección normal es $I_n = 7000$ W/m$^2 \cdot$ sr.



La radiación emitida desde la superficie es interceptada por otras tres superficies de áreas $A_2 = A_3 = A_4 = 10^{-3}$ m^2, que están a 0.5 m de A_1 y orientadas como se muestra. ¿Cuál es la intensidad asociada con la emisión en cada una de las tres direcciones? ¿Cuáles son los ángulos sólidos subtendidos por las tres superficies cuando se ven desde A_1? ¿Cuál es la rapidez a la que la radiación emitida por A_1 es interceptada por las tres superficies?

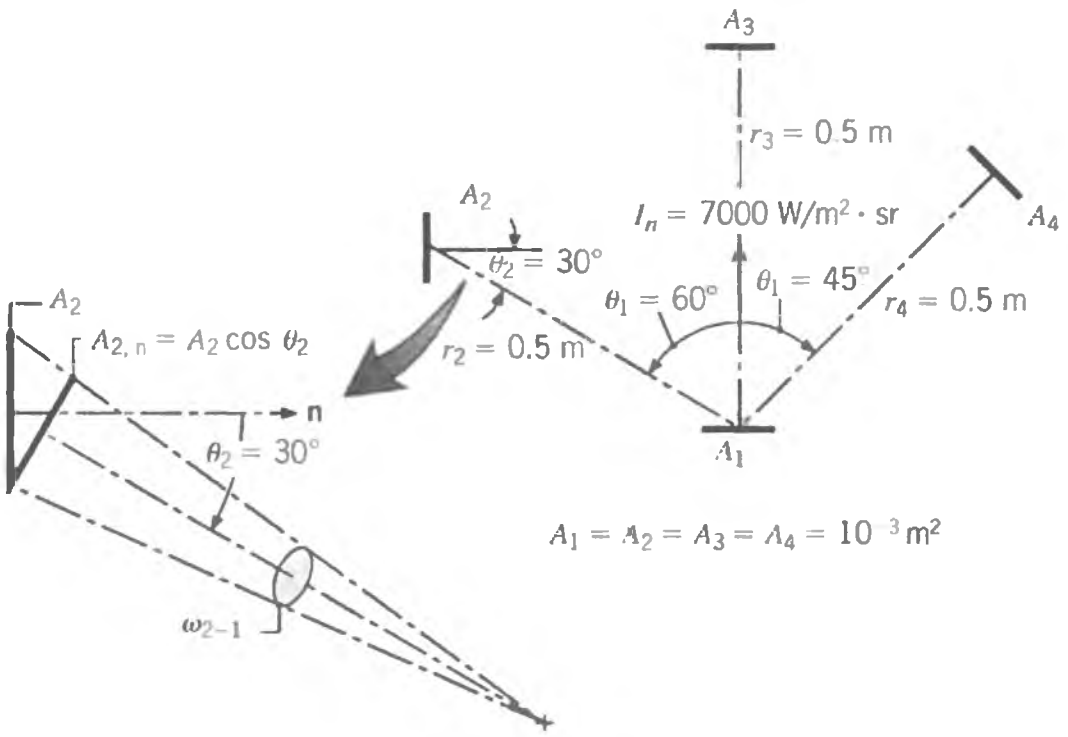
Solución

Se conoce: Intensidad normal de un emisor difuso de área A_1 y orientación de tres superficies en relación con A_1.

Encontrar:

1. Intensidad de emisión en cada una de las tres direcciones.
2. Ángulos sólidos subtendidos por las tres superficies.
3. Rapidez a la que la radiación es interceptada por las tres superficies.

Esquema:



Suposiciones:

1. La superficie A_1 emite de forma difusa.
2. A_1, A_2, A_3, y A_4 se pueden aproximar como superficies diferenciales, $(A_j / r_j^2) \ll 1$.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...ural

Análisis:

1. De la definición de un emisor difuso, sabemos que la intensidad de la radiación emitida es independiente de la dirección. De aquí,

$$I = 7000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{sr}$$

para cada una de las tres direcciones.

2. Al tratar A_2, A_3, y A_4 como áreas superficiales diferenciales, los ángulos sólidos se pueden calcular a partir de la ecuación 12.2

$$d\omega \equiv \frac{dA_n}{r^2}$$

donde dA_n es la proyección de la superficie normal a la dirección de la radiación. En consecuencia,

$$dA_{n,j} = dA_j \times \cos \theta_j$$

donde θ_j es el ángulo entre la superficie normal a la dirección de la radiación. El ángulo sólido subtendido por la superficie A_2 con respecto a A_1 es entonces

$$\omega_{2-1} \approx \frac{A_2 \times \cos \theta_2}{r^2} = \frac{10^{-3} \text{ m}^2 \times \cos 30°}{(0.5 \text{ m})^2} = 3.46 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

De manera similar,

$$\omega_{3-1} \approx \frac{A_3 \times \cos \theta_3}{r^2} = \frac{10^{-3} \text{ m}^2 \times \cos 0°}{(0.5 \text{ m})^2} = 4.00 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

$$\omega_{4-1} \approx \frac{A_4 \times \cos \theta_4}{r^2} = \frac{10^{-3} \text{ m}^2 \times \cos 0°}{(0.5 \text{ m})^2} = 4.00 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

3. Al aproximar A_1 como una superficie diferencial, la rapidez a la que la radiación es interceptada por cada una de las tres superficies se puede estimar a partir de la ecuación 12.5, que, para la radiación total, se puede expresar como

$$q_{1-j} \approx I \times A_1 \cos \theta_1 \times \omega_{j-1}$$

donde θ_1 es el ángulo entre la normal a la superficie 1 y la dirección de la radiación. Por ello

$$\begin{aligned} q_{1-2} &\approx 7000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{sr} \, (10^{-3} \text{ m}^2 \times \cos 60°) 3.46 \times 10^{-3} \text{ sr} \\ &= 12.1 \times 10^{-3} \text{ W} \\ q_{1-3} &\approx 7000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{sr} \, (10^{-3} \text{ m}^2 \times \cos 0°) 4.00 \times 10^{-3} \text{ sr} \\ &= 28.0 \times 10^{-3} \text{ W} \\ q_{1-4} &\approx 7000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{sr} \, (10^{-3} \text{ m}^2 \times \cos 45°) 4.00 \times 10^{-3} \text{ sr} \\ &= 19.8 \times 10^{-3} \text{ W} \end{aligned}$$

Comentarios:

1. Distinga los diferentes valores de θ_1 para la superficie emisora y los valores de θ_3 y θ_4 para las superficies receptoras.

2. Si las superficies no fueran pequeñas en relación con el cuadrado de la distancia de separación, los ángulos sólidos y las transferencias de calor por radiación se tendrían que obtener mediante la integración de las ecuaciones 12.3 y 12.5, respectivamente.
3. Cualquier componente espectral de la radiación también se podría obtener mediante el uso de estos procedimientos, si se conoce la intensidad espectral I_λ.
4. Aunque la intensidad de la radiación emitida es independiente de la dirección, la rapidez a la que la radiación es interceptada por las tres superficies difiere de forma significativa debido a las diferencias en los ángulos sólidos u áreas proyectadas.

12.2.3 Relación con la irradiación

Aunque nuestra atención está puesta en la radiación emitida por una superficie, los conceptos anteriores se pueden extender a la radiación *incidente* (figura 12.10). Tal radiación se puede originar de la emisión y reflexión que ocurre en otras superficies y tendrá distribuciones espectrales y direccionales determinadas por la intensidad espectral $I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)$. Esta cantidad se define como la proporción en que la energía radiante de longitud de onda λ incide de la dirección (θ, ϕ), por unidad de área de la *superficie interceptora* normal a esta dirección, por unidad de ángulo sólido alrededor de esta dirección, y por intervalo de longitud de onda unitaria $d\lambda$ alrededor de λ.

La intensidad de la radiación incidente se puede relacionar con un flujo radiativo importante, denominado *irradiación*, que abarca la radicación incidente *desde todas direcciones*. La *irradiación espectral* G_λ (W/m^2 · μm) se define como la rapidez a la que la radiación de longitud de onda λ incide sobre una superficie, por unidad de área de la superficie y por intervalo de longitud de onda unitaria $d\lambda$ alrededor de λ. En consecuencia,

$$G_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \tag{12.15}$$

donde sen $\theta \, d\theta \, d\phi$ es el ángulo sólido unitario. El factor cos θ se origina debido a que G_λ es un flujo que se basa en el área superficial real, mientras que $I_{\lambda,i}$ se define en términos del área proyectada. Si la *irradiación total* G (W/m^2) representa la razón a la que incide la radiación por unidad de área desde todas direcciones y a todas las longitudes de onda, se sigue que

$$G = \int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda \tag{12.16}$$

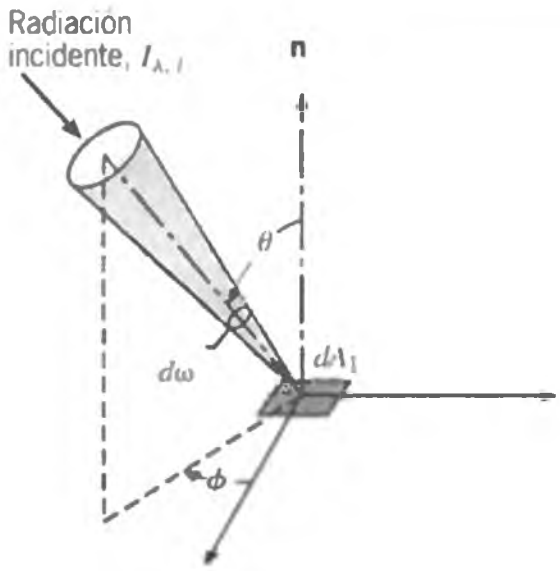


Figura 12.10
Naturaleza direccional de la radiación incidente.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

o de la ecuación 12.15

$$G = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \, d\lambda \tag{12.17}$$

Si la radiación incidente es *difusa*, $I_{\lambda,i}$ es independiente de θ y ϕ y se sigue que

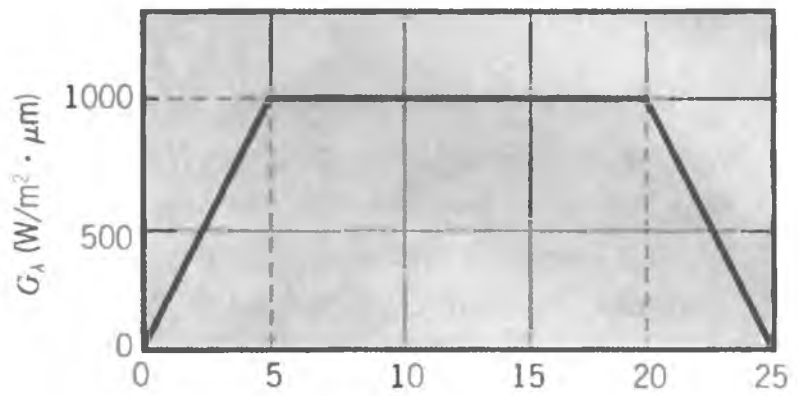
$$G_\lambda(\lambda) = \pi I_{\lambda,i}(\lambda) \tag{12.18}$$

y

$$G = \pi I_i \tag{12.19}$$

Ejemplo 12.2

La distribución espectral de la irradiación superficial es como sigue:



¿Cuál es la irradiación total?

Solución

Se conoce: Distribución espectral de la irradiación superficial.

Encontrar: Irradiación total.

Análisis: La irradiación total se puede obtener a partir de la ecuación 12.16

$$G = \int_0^{\infty} G_\lambda \, d\lambda$$

La integral se evalúa sin dificultad separándola en dos partes. Es decir,

$$G = \int_0^{5\ \mu m} G_\lambda \, d\lambda + \int_{5\ \mu m}^{20\ \mu m} G_\lambda \, d\lambda + \int_{20\ \mu m}^{25\ \mu m} G_\lambda \, d\lambda + \int_{25\ \mu m}^{\infty} G_\lambda \, d\lambda$$

De aquí,

$$\begin{aligned} G &= \tfrac{1}{2}(1000\ \text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m})(5 - 0)\ \mu\text{m} + (1000\ \text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m})(20 - 5)\ \mu\text{m} \\ &\quad + \tfrac{1}{2}(1000\ \text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m})(25 - 20)\ \mu\text{m} + 0 \\ &= (2500 + 15000 + 2500)\ \text{W/m}^2 \\ G &= 20{,}000\ \text{W/m}^2 \end{aligned}$$

Comentarios: Por lo general, las fuentes de radiación no proporcionan tal distribución espectral regular para la irradiación. Sin embargo, el procedimiento para calcular la irradiación total a partir del conocimiento de la distribución espectral permanece igual, aunque la evaluación de la integral probablemente implica más detalle.

12.2.4 Relación con la radiosidad

El último flujo radiativo de interés, denominado *radiosidad*, explica *toda* la energía radiante que sale de una superficie. Como esta radiación incluye la parte *reflejada* de la irradiación, así como la emisión directa (figura 12.11), la radiosidad es por lo general diferente de la potencia emisiva. La *radiosidad espectral* J_λ (W/m^2 · μm) representa la rapidez a la que la radiación de longitud de onda λ sale de una unidad de área superficial, por intervalo de longitud de onda unitaria $d\lambda$ alrededor de λ. Como explica la radiación que sale en todas direcciones, se relaciona con la intensidad asociada con la emisión y la reflexión, $I_{\lambda, e+r}(\lambda, \theta, \phi)$, por una expresión de la forma

$$J_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda, e+r}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \tag{12.20}$$

De aquí la *radiosidad total* J (W/m^2) asociada con todo el espectro es

$$J = \int_0^\infty J_\lambda(\lambda) \, d\lambda \tag{12.21}$$

o

$$J = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda, e+r}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \, d\lambda \tag{12.22}$$

Si la superficie es tanto un *reflector difuso* como un *emisor difuso*, $I_{\lambda, e+r}$ es independiente de θ y ϕ, y se sigue que

$$J_\lambda(\lambda) = \pi I_{\lambda, e+r} \tag{12.23}$$

y

$$J = \pi I_{e+r} \tag{12.24}$$

De nuevo, note que el flujo de radiación, en este caso la radiosidad, se basa en el área superficial real, mientras que la intensidad se basa en el área proyectada.

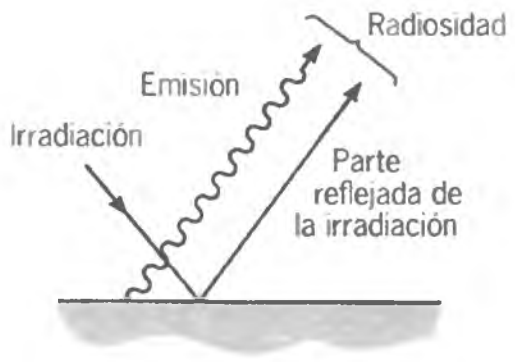


Figura 12.11
Radiosidad superficial.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar – Sede

12.3
Radiación de cuerpo negro

Cuando se describen las características de radiación de superficies reales, es útil introducir el concepto de *cuerpo negro*. El cuerpo negro es una superficie *ideal* que tiene las siguientes propiedades.

1. *Un cuerpo negro absorbe toda la radiación incidente, sin importar la longitud de onda y la dirección.*
2. *Para una temperatura y longitud de onda establecidas, ninguna superficie puede emitir más energía que un cuerpo negro.*
3. *Aunque la radiación emitida por un cuerpo negro es una función de la longitud de onda y la temperatura, es independiente de la dirección. Es decir, el cuerpo negro es un emisor difuso.*

Como absorbedor y emisor perfecto, el cuerpo negro sirve como un *modelo* contra el que se pueden comparar las propiedades radiativas de superficies reales.

Aunque aproximado muy de cerca por algunas superficies, es importante notar que ninguna superficie tiene precisamente las propiedades de un cuerpo negro. La aproximación más cercana se logra con una *cavidad* cuya superficie interna está a una temperatura uniforme. Si entra radiación a la cavidad a través de una pequeña apertura (figura 12.12*a*), probablemente experimentará muchas reflexiones antes de resurgir. Por ello es casi absorbida por completo por la cavidad, y se aproxima el comportamiento del cuerpo negro. Partiendo de los principios termodinámicos se puede demostrar que la radiación que sale de la apertura depende sólo de la temperatura de la superficie y que corresponde a la emisión del cuerpo negro (figura 12.12*b*). Como la emisión del cuerpo negro es difusa, la intensidad espectral $I_{\lambda, b}$ de la radiación que sale de la cavidad es independiente de la dirección. Además, como el campo de radiación en la cavidad, que es el efecto acumulado de la emisión y reflexión de la superficie de la cavidad, debe ser de la misma forma que la radiación que emerge de la apertura, también se sigue que existe un campo de radiación de cuerpo negro dentro de la cavidad. En consecuencia, cualquier superficie pequeña en la cavidad (figura 12.12*c*) está

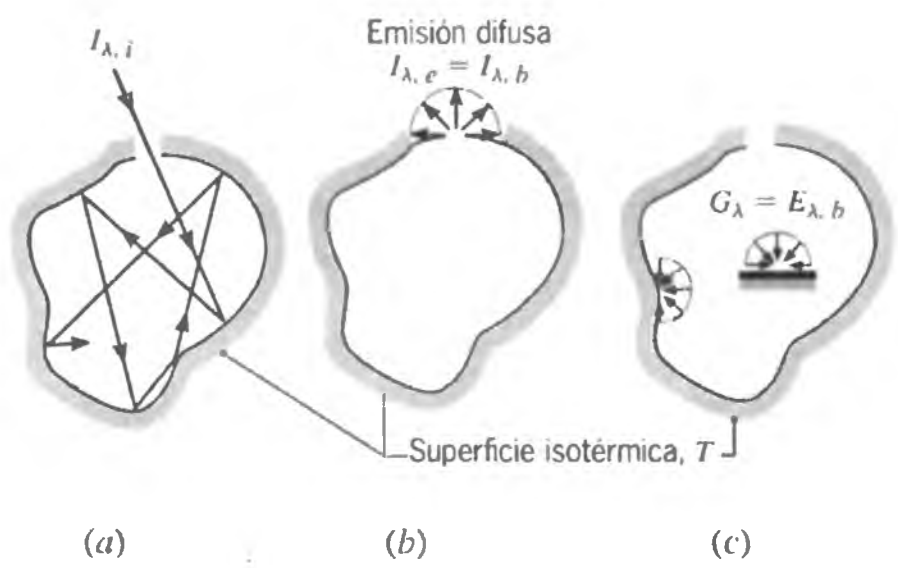


FIGURA 12.12 Características de una cavidad isotérmica de cuerpo negro. (*a*) Absorción completa. (*b*) Emisión difusa desde una apertura. (*c*) Irradiación difusa de superficies interiores.

rimenta irradiación para la cual $G_\lambda = E_{\lambda,b}(\lambda, T)$. Esta superficie es irradiada de forma difusa, sin importar su orientación. *Existe radiación de cuerpo negro dentro de la cavidad sin importar si la superficie de la cavidad es altamente reflejante o absorbente.*

12.3.1 Distribución de Planck

La distribución espectral de emisión de cuerpo negro es bien conocida, Planck [1] fue el primero que la determinó. Ésta es de la forma

$$I_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{2hc_o^2}{\lambda^5[\exp(hc_o / \lambda kT) - 1]} \tag{12.25}$$

donde $h = 6.6256 \times 10^{-34}$ J · s y $k = 1.3805 \times 10^{-23}$ J/K son las constantes universales de Planck y de Boltzmann, respectivamente, $c_o = 2.998 \times 10^8$ m/s es la velocidad de la luz en el vacío, y T es la temperatura *absoluta* del cuerpo negro (K). Como el cuerpo negro es un emisor difuso, se sigue de la ecuación 12.13 que su potencia emisiva espectral es de la forma

$$E_{\lambda,b}(\lambda, T) = \pi I_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5[\exp(C_2 / \lambda T) - 1]} \tag{12.26}$$

donde la primera y segunda constantes de irradiación son $C_1 = 2\pi hc_o^2 = 3.742 \times 10^8$ W · μm^4/m^2 y $C_2 = (hc_o/k) = 1.439 \times 10^4$ μm · K.

La ecuación 12.26, conocida como *distribución de Planck*, se grafica en la figura 12.13 para temperaturas seleccionadas. Se deben constatar varias características importantes.

1. La radiación emitida varía de forma *continua* con la longitud de onda.
2. En cualquier longitud de onda la magnitud de la radiación emitida aumenta al ascender la temperatura.
3. La región espectral en la que la radiación se concentra depende de la temperatura, dándose *comparativamente* más radiación que aparece para longitudes de onda más pequeñas a medida que aumenta la temperatura.
4. Una fracción significativa de la radiación emitida por el Sol, que se puede aproximar como un cuerpo negro a 5800 K, está en la región visible del espectro. Por el contrario, para $T \leq 800$ K, la emisión está de manera predominante en la región infrarroja del espectro y no es visible para el ojo.

12.3.2 Ley de desplazamiento de Wien

En la figura 12.13 vemos que la distribución espectral del cuerpo negro tiene un máximo y que la longitud de onda correspondiente $\lambda_{máx}$ depende de la temperatura. La naturaleza de esta dependencia se puede obtener al derivar la ecuación 12.26 con respecto a λ y hacer el resultado igual a cero. Al hacer esto, obtenemos

$$\lambda_{máx} T = C_3 \tag{12.27}$$

donde la tercera constante de radiación es $C_3 = 2897.8$ μm · K.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...

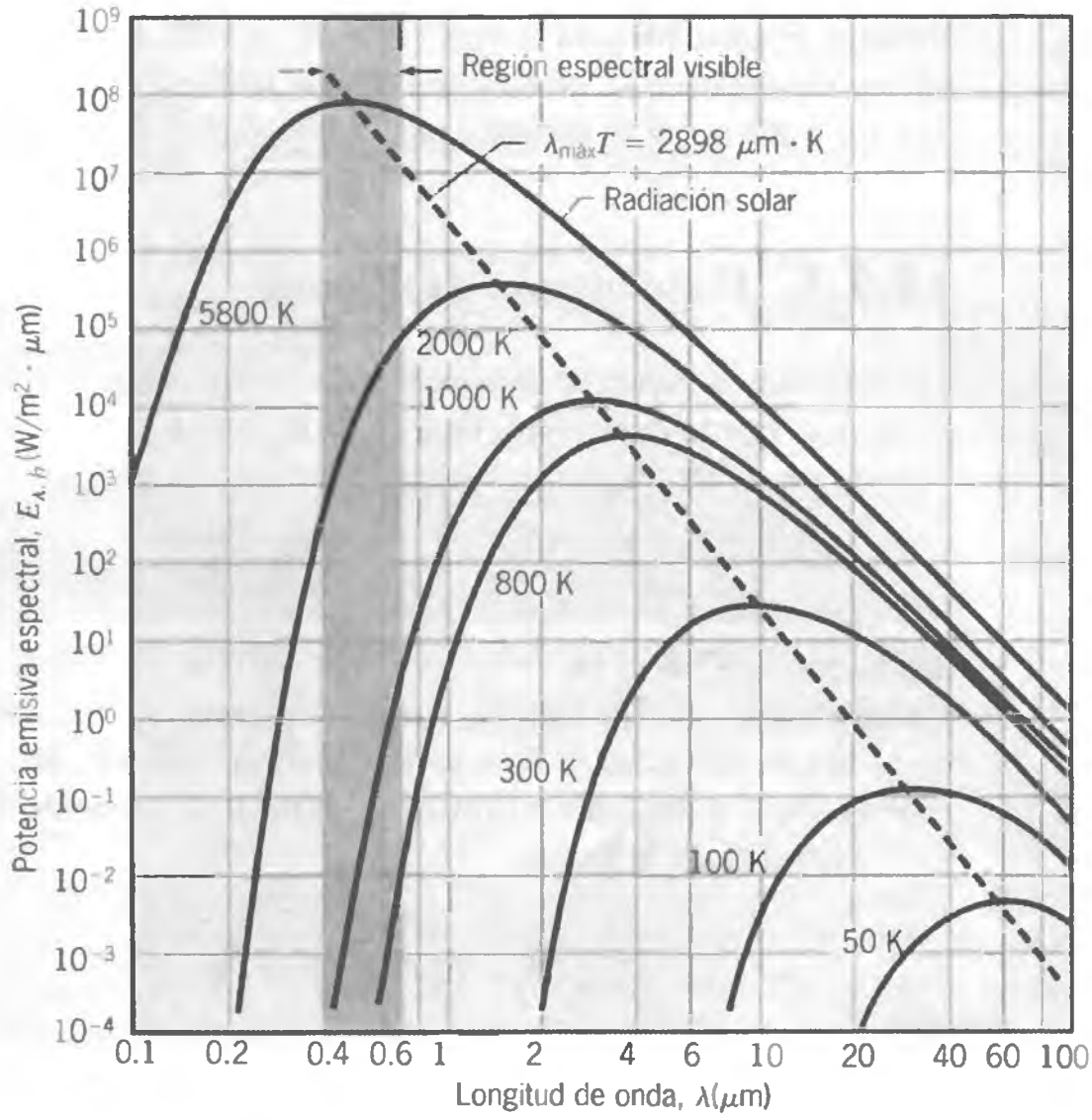


FIGURA 12.13 Potencia emisiva espectral del cuerpo negro.

La ecuación 12.27 se conoce como *ley de desplazamiento de Wien*, y el lugar geométrico de los puntos que describe la ley se grafica como la línea punteada de la figura 12.13. De acuerdo con este resultado, la potencia emisiva espectral máxima se desplaza a longitudes de onda más cortas al aumentar la temperatura. Esta emisión está a la mitad del espectro visible ($\lambda \approx 0.50\ \mu m$) para radiación solar, pues el Sol emite como un cuerpo negro a aproximadamente 5800 K. Para un cuerpo negro a 1000 K, la emisión pico ocurre a 2.90 μm, con algo de la radiación emitida que aparece visible como luz roja. Al aumentar la temperatura, las longitudes de onda más cortas se vuelven más prominentes, hasta que finalmente ocurre una emisión significativa en todo el espectro visible. Por ejemplo, una lámpara con filamento de tungsteno que opera a 2900 K ($\lambda_{máx} = 1\ \mu m$) emite luz blanca, aunque la mayor parte de la emisión permanece en la región del IR.

12.3.3 Ley de Stefan-Boltzmann

Al sustituir la distribución de Planck, ecuación 12.26, en la ecuación 12.11, la potencia emisiva total de un cuerpo negro E_b se puede expresar como

$$E_b = \int_0^\infty \frac{C_1}{\lambda^5[\exp(C_2/\lambda T) - 1]}\, d\lambda$$

Al integrar se puede mostrar que

$$E_b = \sigma T^4 \qquad (12.2$$

donde la constante de *Stefan-Boltzmann*, que depende de C_1 y C_2, tiene el valor numérico

$$\sigma = 5.670 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$$

Este resultado simple, pero importante, se denomina *ley de Stefan-Boltzmann*. Permite el cálculo de la cantidad de radiación emitida en todas direcciones y sobre todas las longitudes de onda simplemente a partir del conocimiento de la temperatura del cuerpo negro. Como esta emisión es difusa, se sigue de la ecuación 12.14 que la intensidad total asociada con la emisión de cuerpo negro es

$$I_b = \frac{E_b}{\pi} \tag{12.29}$$

12.3.4 Emisión de banda

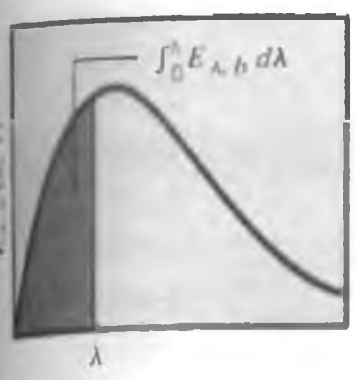


FIGURA 12.14 Emisión por radiación de un cuerpo negro en la banda espectral de 0 a λ.

A menudo es necesario conocer la fracción de la emisión total de un cuerpo negro que está en cierto intervalo de longitudes de onda o *banda*. Para una temperatura establecida y el intervalo de 0 a λ, esta fracción está determinada por la razón de la sección sombreada al área total bajo la curva de la figura 12.14. De aquí,

$$F_{(0\to\lambda)} \equiv \frac{\displaystyle\int_0^\lambda E_{\lambda,b}\,d\lambda}{\displaystyle\int_0^\infty E_{\lambda,b}\,d\lambda} = \frac{\displaystyle\int_0^\lambda E_{\lambda,b}\,d\lambda}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda T} \frac{E_{\lambda,b}}{\sigma T^5}\,d(\lambda T) = f(\lambda T) \tag{12.30}$$

Como el integrando $(E_{\lambda,b}/\sigma T^5)$ es exclusivamente una función del producto longitud de onda-temperatura λT, la integral de la ecuación 12.30 se puede evaluar para obtener $F_{(0\to\lambda)}$ como función sólo de λT. Los resultados se presentan en la tabla 12.1 y en la figura 12.15. Estos también se pueden usar para obtener la fracción de la radiación entre cualquiera de las dos longitudes de onda λ_1 y λ_2, pues

$$F_{(\lambda_1\to\lambda_2)} = \frac{\displaystyle\int_0^{\lambda_2} E_{\lambda,b}\,d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,b}\,d\lambda}{\sigma T^4} = F_{(0\to\lambda_2)} - F_{(0\to\lambda_1)} \tag{12.31}$$

En la tercera y cuarta columnas de la tabla 12.1 se enlistan funciones de cuerpo negro adicionales. La tercera columna facilita el cálculo de la intensidad espectral para una longitud de onda y temperatura establecidas. En lugar de calcular esta cantidad a partir de la ecuación 12.25, se puede obtener simplemente al multiplicar el valor tabu-

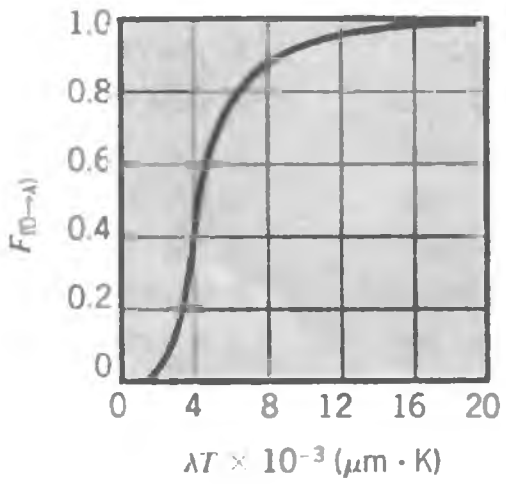


FIGURA 12.15
Fracción de la emisión total de cuerpo negro en la banda espectral de 0 a λ como función de λT.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede ...oral

Tabla 12.1 Funciones de radiación de cuerpo negro[a]

λT (μm · K)	$F_{(0 \to \lambda)}$	$I_{\lambda, b}(\lambda, T)/\sigma T^5$ (μm · K · sr)$^{-1}$	$\frac{I_{\lambda, b}(\lambda, T)}{I_{\lambda, b}(\lambda_{max}, T)}$
200	0.000000	0.375034×10^{-27}	0.000000
400	0.000000	0.490335×10^{-13}	0.000000
600	0.000000	0.104046×10^{-8}	0.000014
800	0.000016	0.991126×10^{-7}	0.001372
1,000	0.000321	0.118505×10^{-5}	0.016406
1,200	0.002134	0.523927×10^{-5}	0.072534
1,400	0.007790	0.134411×10^{-4}	0.186082
1,600	0.019718	0.249130	0.344904
1,800	0.039341	0.375568	0.519949
2,000	0.066728	0.493432	0.683123
2,200	0.100888	0.589649×10^{-4}	0.816329
2,400	0.140256	0.658866	0.912155
2,600	0.183120	0.701292	0.970891
2,800	0.227897	0.720239	0.997123
2,898	0.250108	0.722318×10^{-4}	1.000000
3,000	0.273232	0.720254×10^{-4}	0.997143
3,200	0.318102	0.705974	0.977373
3,400	0.361735	0.681544	0.943551
3,600	0.403607	0.650396	0.900429
3,800	0.443382	0.615225×10^{-4}	0.851737
4,000	0.480877	0.578064	0.800291
4,200	0.516014	0.540394	0.748139
4,400	0.548796	0.503253	0.696720
4,600	0.579280	0.467343	0.647004
4,800	0.607559	0.433109	0.599610
5,000	0.633747	0.400813	0.554898
5,200	0.658970	0.370580×10^{-4}	0.513043
5,400	0.680360	0.342445	0.474092
5,600	0.701046	0.316376	0.438002
5,800	0.720158	0.292301	0.404671
6,000	0.737818	0.270121	0.373965
6,200	0.754140	0.249723×10^{-4}	0.345724
6,400	0.769234	0.230985	0.319783
6,600	0.783199	0.213786	0.295973
6,800	0.796129	0.198008	0.274128
7,000	0.808109	0.183534	0.254090
7,200	0.819217	0.170256×10^{-4}	0.235700
7,400	0.829527	0.158073	0.218842
7,600	0.839102	0.146891	0.203360
7,800	0.848005	0.136621	0.189143
8,000	0.856288	0.127185	0.176079
8,500	0.874608	0.106772×10^{-4}	0.147819
9,000	0.890029	0.901463×10^{-5}	0.124801
9,500	0.903085	0.765338	0.105956
10,000	0.914199	0.653279	0.090442
10,500	0.923710	0.560522	0.077600

TABLA 12.1 *Continuación*

λT (μm · K)	$F_{(0\to\lambda)}$	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/\sigma T^5$ (μm · K · sr)$^{-1}$	$\dfrac{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}{I_{\lambda,b}(\lambda_{máx}, T)}$
11,000	0.931890	0.483321×10^{-5}	0.066913
11,500	0.939959	0.418725	0.057970
12,000	0.945098	0.364394	0.050448
13,000	0.955139	0.279457	0.038689
14,000	0.962898	0.217641	0.030131
15,000	0.969981	0.171866×10^{-5}	0.023794
16,000	0.973814	0.137429	0.019026
18,000	0.980860	0.908240×10^{-6}	0.012574
20,000	0.985602	0.623310	0.008629
25,000	0.992215	0.276474	0.003828
30,000	0.995340	0.140469×10^{-6}	0.001945
40,000	0.997967	0.473891×10^{-7}	0.000656
50,000	0.998953	0.201605	0.000279
75,000	0.999713	0.418597×10^{-8}	0.000058
100,000	0.999905	0.135752	0.000019

[a]Las constantes de radiación utilizadas para generar estas funciones de cuerpo negro son:
$C_1 = 3.7420 \times 10^8\ \mu m^4/m^2$
$C_2 = 1.4388 \times 10^4\ \mu m \cdot K$
$\sigma = 5.670 \times 10^{-8}\ W/m^2 \cdot K^4$

lado de $I_{\lambda,b}/\sigma T^5$ por σT^5. La cuarta columna se usa para obtener una estimación rápida de la razón de la intensidad espectral en cualquier longitud de onda a la de $\lambda_{máx}$.

EJEMPLO 12.3

Considere un recinto isotérmico grande que se mantiene a una temperatura uniforme de 2000 K. Calcule la potencia emisiva de la radiación que emerge de una pequeña abertura sobre la superficie del recinto. ¿Cuál es la longitud de onda λ_1 por debajo de la cual se concentra el 10% de emisión? ¿Cuál es la longitud de onda λ_2 por arriba de la cual se concentra el 10% de la emisión? Determine la potencia emisiva espectral máxima y la longitud de onda a la que ocurre esta emisión. ¿Cuál es la irradiación incidente sobre un objeto pequeño colocado dentro del recinto?

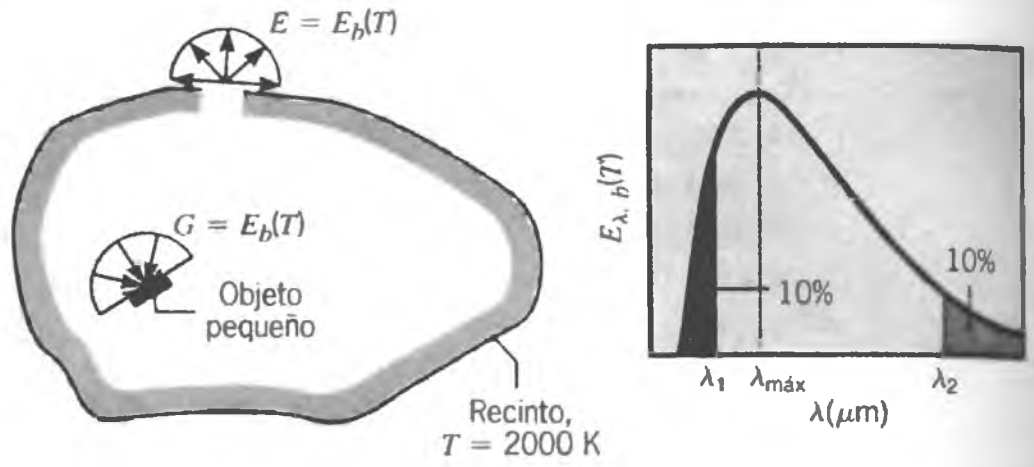
SOLUCIÓN

Se conoce: Recinto isotérmico grande a temperatura uniforme.

Encontrar:

1. Potencia emisiva de una pequeña abertura sobre el recinto.
2. Longitudes de onda por debajo y encima de las cuales se concentra el 10% de la radiación.
3. Potencia emisiva espectral y longitud de onda asociada con la emisión máxima.
4. Irradiación sobre un objeto pequeño dentro del recinto.

Esquema:



Suposiciones: Las áreas de la abertura y del objeto son muy pequeñas en relación con la superficie del recinto.

Análisis:

1. La emisión desde la abertura de cualquier recinto isotérmico tendrá las características de la radiación del cuerpo negro. De aquí, a partir de la ecuación 12.28,

$$E = E_b(T) = \sigma T^4 = 5.670 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4(2000\ \text{K})^4$$

$$E = 9.07 \times 10^5\ \text{W/m}^2$$

2. La longitud de onda λ_1 corresponde al límite superior de la banda espectral $(0 \rightarrow \lambda_1)$ que contiene el 10% de la radiación emitida. Con $F_{(0 \rightarrow \lambda_1)} = 0.10$ se sigue de la tabla 12.1 que $\lambda_1 T \approx 2200\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$. De aquí,

$$\lambda_1 = 1.1\ \mu\text{m}$$

La longitud de onda λ_2 corresponde al límite inferior de la banda espectral $(\lambda_2 \rightarrow \infty)$ que contiene el 10% de la radiación emitida. Con

$$F_{(\lambda_2 \rightarrow \infty)} = 1 - F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} = 0.1$$

$$F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} = 0.9$$

se sigue de la tabla 12.1 que $\lambda_2 T = 9382\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$. De aquí,

$$\lambda_2 = 4.69\ \mu\text{m}$$

3. De la ley de Wien, ecuación 12.27, $\lambda_{máx} T = 2898\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$. De aquí,

$$\lambda_{máx} = 1.45\ \mu\text{m}$$

La potencia emisiva espectral asociada con esta longitud de onda se puede calcular a partir de la ecuación 12.26 o de la tercera columna de la tabla 12.1. Para $\lambda_{máx} T = 2898\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$ se sigue de la tabla 12.1 que

$$I_{\lambda, b}(1.45\ \mu\text{m}, T) = 0.722 \times 10^{-4} \sigma T^5$$

Por consiguiente,

$$I_{\lambda, b}(1.45\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K}) = 0.722 \times 10^{-4}\ (1/\mu\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{sr})\ 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4(2000\ \text{K})^5$$

$$I_{\lambda, b}(1.45\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K}) = 1.31 \times 10^5\ \text{W/m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}$$

Como la emisión es difusa, se sigue de la ecuación 12.13 que

$$E_{\lambda, b} = \pi I_{\lambda, b} = 4.12 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \cdot \mu\text{m} \quad \triangleleft$$

4. La irradiación de cualquier objeto pequeño dentro del recinto se puede aproximar como igual a la emisión de un cuerpo negro a la temperatura superficial del recinto. De aquí $G = E_b(T)$, en cuyo caso

$$G = 9.07 \times 10^5 \text{ W/m}^2 \quad \triangleleft$$

Ejemplo 12.4

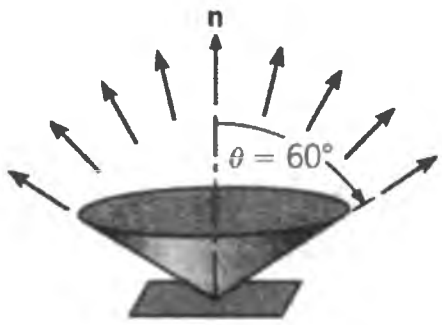
Una superficie emite como un cuerpo negro a 1500 K. ¿Cuál es el calor por unidad de área (W/m^2) al que emite radiación en direcciones que corresponden a $0° \leq \theta \leq 60°$ y en el intervalo de longitudes de onda $2\ \mu\text{m} \leq \lambda \leq 4\ \mu\text{m}$?

Solución

Se conoce: Temperatura de una superficie que emite como un cuerpo negro.

Encontrar: Emisión de calor por unidad de área en direcciones entre $\theta = 0°$ y 60° y a longitudes de onda entre $\lambda = 2$ y 4 μm.

Esquema:



Cuerpo negro a 1500 K

Suposiciones: La superficie emite como un cuerpo negro.

Análisis: La emisión deseada se puede inferir de la ecuación 12.12, con los límites de integración restringidos como sigue:

$$\Delta E = \int_2^4 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/3} I_{\lambda, b} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \, d\lambda$$

o, como un cuerpo negro emite de forma difusa,

$$\Delta E = \int_2^4 I_{\lambda, b} \left(\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/3} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \right) d\lambda$$

$$\Delta E = \int_2^4 I_{\lambda, b} \left(2\pi \frac{\operatorname{sen}^2\theta}{2} \Big|_0^{\pi/3} \right) d\lambda = 0.75 \int_2^4 \pi I_{\lambda, b} \, d\lambda$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Al sustituir de la ecuación 12.13 y multiplicar y dividir por E_b, este resultado se puede poner en una forma que permita el uso de la tabla 12.1 al evaluar la integración espectral. En particular,

$$\Delta E = 0.75E_b \int_2^4 \frac{E_{\lambda,b}}{E_b}\, d\lambda = 0.75E_b\,[F_{(0\to 4)} - F_{(0\to 2)}]$$

donde, de la tabla 12.1,

$$\lambda_1 T = 2\ \mu\text{m} \times 1500\ \text{K} = 3000\ \mu\text{m} \cdot \text{K}: \qquad F_{(0\to 2)} = 0.273$$

$$\lambda_2 T = 4\ \mu\text{m} \times 1500\ \text{K} = 6000\ \mu\text{m} \cdot \text{K}: \qquad F_{(0\to 4)} = 0.738$$

De aquí,

$$\Delta E = 0.75(0.738 - 0.273)E_b = 0.75(0.465)E_b$$

De la ecuación 12.28, se sigue entonces que

$$\Delta E = 0.75(0.465)5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4\ (1500\ \text{K})^4 = 10^5\ \text{W/m}^2$$

Comentarios: La potencia emisiva hemisférica total se reduce en 25% y 53.5% debido a las restricciones direccional y espectral, respectivamente.

12.4 *Emisión superficial*

Después de desarrollar la noción de un cuerpo negro para describir el comportamiento de una superficie *ideal*, podemos ahora considerar el comportamiento de superficies *reales*. Recuerde que el cuerpo negro es un emisor ideal en el sentido de que ninguna superficie puede emitir más radiación que un cuerpo negro a la misma temperatura. Es por tanto conveniente elegir el cuerpo negro como una referencia al describir la emisión desde una superficie real. Una propiedad radiativa superficial conocida como *emisividad*[1] se puede definir como la *razón* de la radiación emitida por la superficie a la radiación emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura.

Es importante reconocer que, en general, la radiación espectral emitida por una superficie real difiere de la distribución de Planck (figura 12.16*a*). Además, la distribución direccional (figura 12.16*b*) puede ser diferente de la difusa. Por tanto, la emisividad puede tomar valores diferentes según se esté interesado en la emisión a una longitud de onda dada o en una dirección dada, o bien en promedios integrados sobre longitud de onda y dirección.

Definimos la *emisividad direccional espectral* $\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T)$ de una superficie a la temperatura T como la razón de la intensidad de la radiación emitida en la longitud

[1] En este texto usamos la terminación *-ividad*, en lugar de *-ancia*, para las propiedades radiativas del material (por ejemplo, "emisividad" en lugar de "emitancia"). Aunque se realizan esfuerzos para reservar la terminación -ividad para superficies contaminadas, ópticamente lisas, no se hace tal distinción en mucha de la literatura, y en este texto no se hace ninguna.

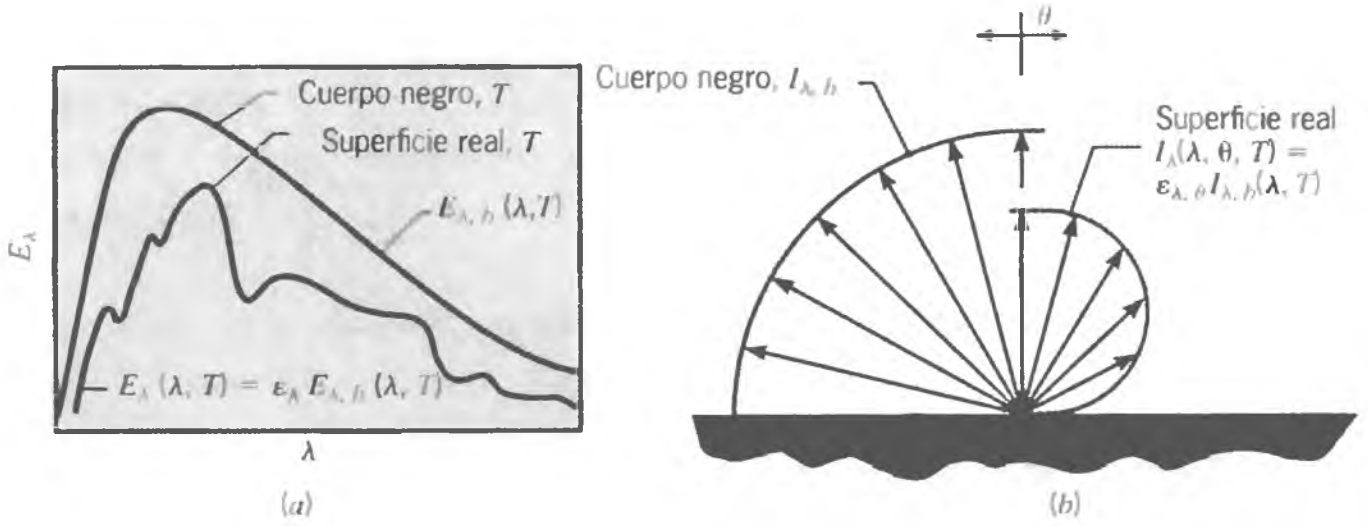


FIGURA 12.16 Comparación de la emisión de un cuerpo negro y de una superficie real. (*a*) Distribución espectral. (*b*) Distribución direccional.

de onda λ y en la dirección de θ y ϕ a la intensidad de la radiación emitida por un cuerpo negro a los mismos valores de T y λ. De aquí,

$$\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T) \equiv \frac{I_{\lambda, e}(\lambda, \theta, \phi, T)}{I_{\lambda, b}(\lambda, T)} \tag{12.32}$$

Observe cómo los subíndices λ y θ designan el interés en una longitud de onda y dirección específicas para la emisividad. Por el contrario, los términos que aparecen dentro de los paréntesis designan la dependencia funcional respecto a la longitud de onda, dirección, y/o temperatura. La ausencia de variables direccionales en el paréntesis del denominador en la ecuación 12.32 implica que la intensidad es independiente de la dirección, que es, por supuesto, una característica de la emisión del cuerpo negro. De manera similar una *emisividad direccional total* ε_θ, que representa un promedio espectral de $\varepsilon_{\lambda, \theta}$, se puede definir como

$$\varepsilon_\theta(\theta, \phi, T) \equiv \frac{I_e(\theta, \phi, T)}{I_b(T)} \tag{12.33}$$

En la mayoría de los cálculos de ingeniería, se desea trabajar con propiedades superficiales que representen promedios direccionales. Una *emisividad espectral hemisférica* por tanto se define como

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) \equiv \frac{E_\lambda(\lambda, T)}{E_{\lambda, b}(\lambda, T)} \tag{12.34}$$

Se puede relacionar con la emisividad direccional $\varepsilon_{\lambda, \theta}$ al sustituir la expresión para la potencia emisiva espectral, ecuación 12.10, para obtener

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{\displaystyle\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda, e}(\lambda, \theta, \phi, T) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi}{\displaystyle\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda, b}(\lambda, T) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi}$$

En contraste con la ecuación 12.10, la dependencia respecto a la temperatura de la emisión ahora se reconoce. De la ecuación 12.32 y del hecho de que $I_{\lambda, b}$ es independiente

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

de θ y ϕ, se sigue que

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T)\cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi} \tag{12.35}$$

Al suponer que $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ es independiente de ϕ, la cual es una suposición razonable para la mayoría de las superficies, y evaluar el denominador, obtenemos

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = 2\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, T)\cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta \tag{12.36}$$

La *emisividad total hemisférica*, que representa un promedio sobre todas las direcciones y longitudes de onda posibles, se define como

$$\varepsilon(T) \equiv \frac{E(T)}{E_b(T)} \tag{12.37}$$

Al sustituir de las ecuaciones 12.11 y 12.34, se sigue que

$$\varepsilon(T) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T) E_{\lambda,b}(\lambda, T)\, d\lambda}{E_b(T)} \tag{12.38}$$

Si se conocen las emisividades de una superficie, es simple calcular sus características de emisión. Por ejemplo, si se conoce $\varepsilon_\lambda(\lambda, T)$, se puede usar con las ecuaciones 12.26 y 12.34 para calcular la potencia emisiva espectral de la superficie en cualquier longitud de onda y temperatura. De manera similar, si se conoce $\varepsilon(T)$, se puede usar con las ecuaciones 12.28 y 12.37 para calcular la potencia emisiva total de la superficie a cualquier temperatura. Se han llevado a cabo mediciones para determinar estas propiedades para muchos materiales diferentes y recubrimientos superficiales.

La emisividad direccional de un *emisor difuso* es una constante, independiente de la dirección. Sin embargo, aunque esta condición es a menudo una *aproximación* razonable, todas las superficies exhiben alguna desviación del comportamiento difuso. En la figura 12.17 se muestran de forma esquemática variaciones representativas de ε_θ con θ para materiales conductores y no conductores. Para conductores ε_θ es aproximadamente constante en el margen $\theta \lesssim 40°$, después del cual aumenta al aumentar θ pero finalmente decae a cero. Por el contrario, para no conductores ε_θ es aproximadamente constante para $\theta \lesssim 70°$, más allá del cual disminuye de forma abrupta al aumentar θ. Una implicación de estas variaciones es que, aunque hay direcciones preferenciales para la emisión, la emisividad hemisférica ε no diferirá de forma marcada de la emisividad

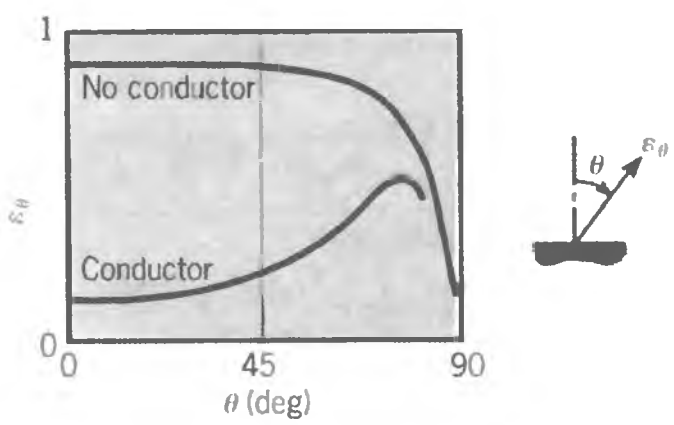


Figura 12.17
Distribuciones direccionales representativas de la emisividad direccional total.

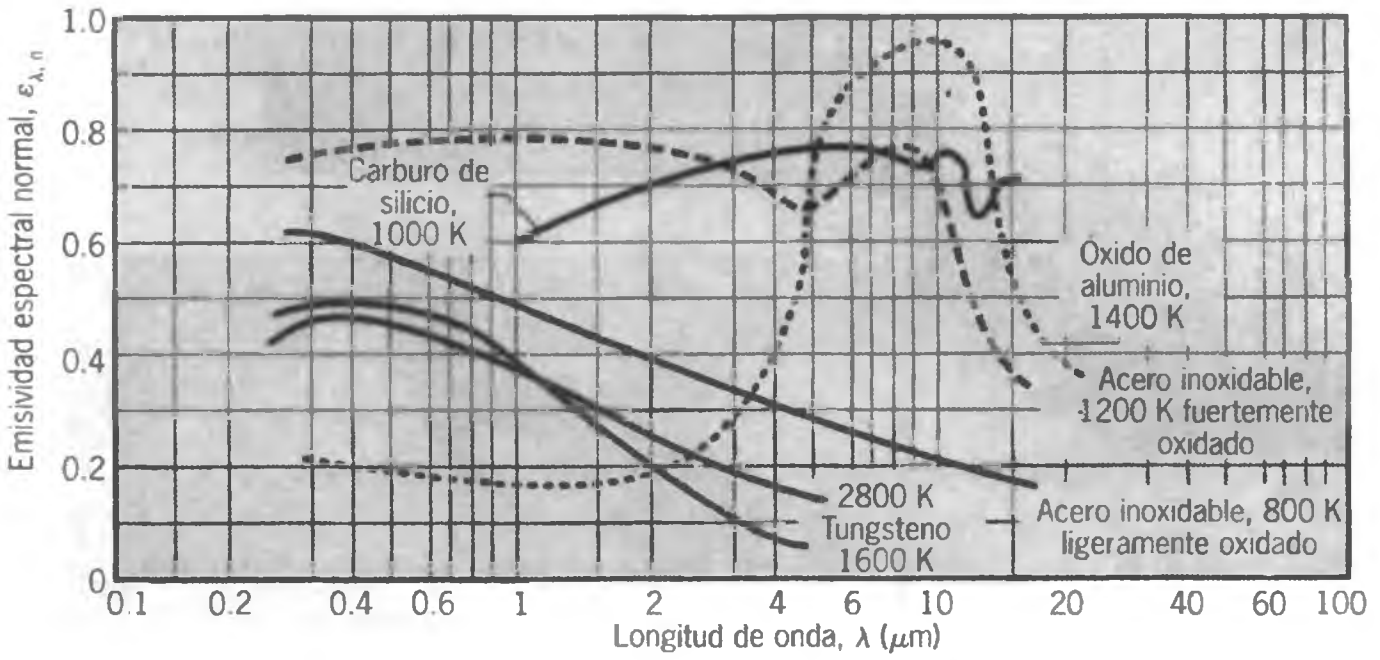


FIGURA 12.18 Dependencia espectral de la emisividad normal espectral $\varepsilon_{\lambda,n}$ de materiales seleccionados.

dad normal ε_n, que corresponde a $\theta = 0$. De hecho la razón rara vez cae fuera del margen $1.0 \leq (\varepsilon/\varepsilon_n) \leq 1.3$ para conductores y del margen $0.95 \leq (\varepsilon/\varepsilon_n) \leq 1.0$ para no conductores. Por consiguiente, para una aproximación razonable

$$\varepsilon \approx \varepsilon_n \tag{12.39}$$

Advierta que, aunque las afirmaciones anteriores se hicieron para la emisividad total, también se aplican a componentes espectrales.

Como la distribución espectral de la emisión de superficies reales se desvía de la distribución de Planck (figura 12.16*a*), no esperamos que el valor de la emisividad espectral ε_λ sea independiente de la longitud de onda. En la figura 12.18 se muestran distribuciones espectrales representativas de ε_λ. La forma en la que ε_λ varía con λ depende de si el sólido es un conductor o un no conductor, así como de la naturaleza del recubrimiento de la superficie.

En las figuras 12.19 y 12.20 se grafican valores representativos de la emisividad normal total ε_n y se enumeran en la tabla A.11. Se pueden hacer varias generalizaciones.

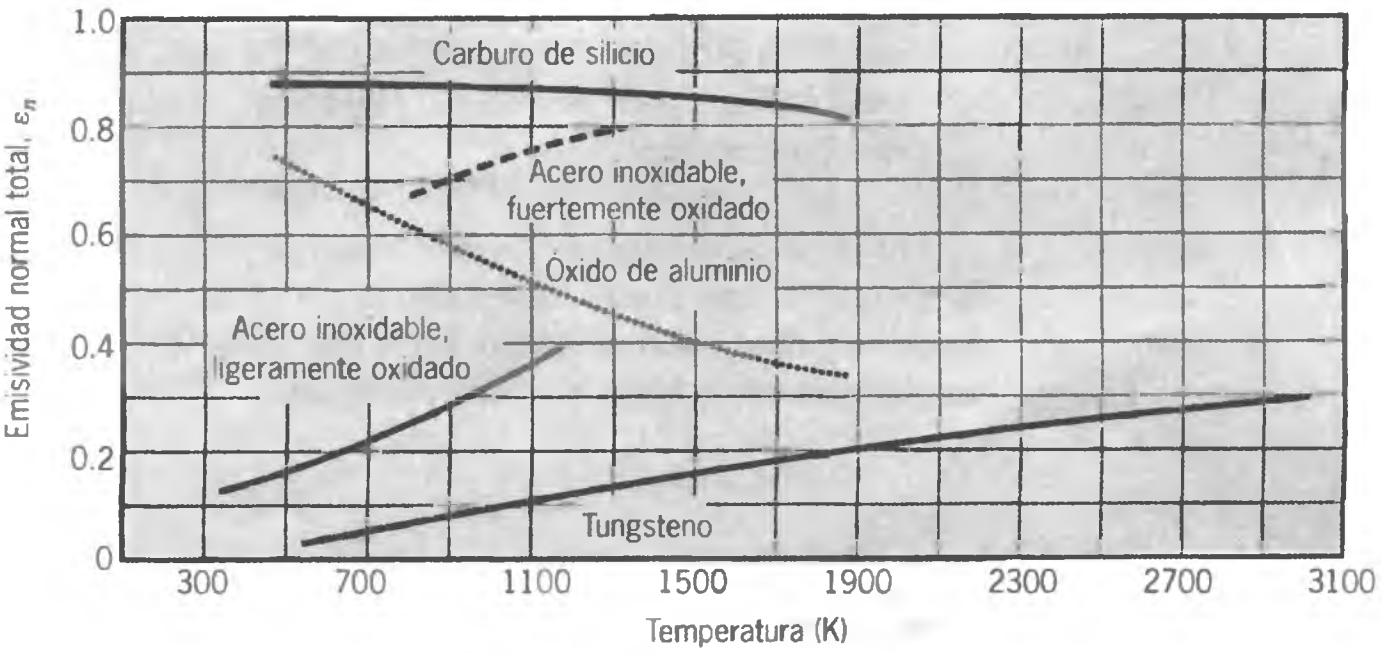


FIGURA 12.19 Dependencia respecto a la temperatura de la emisividad normal total ε_n de materiales seleccionados.

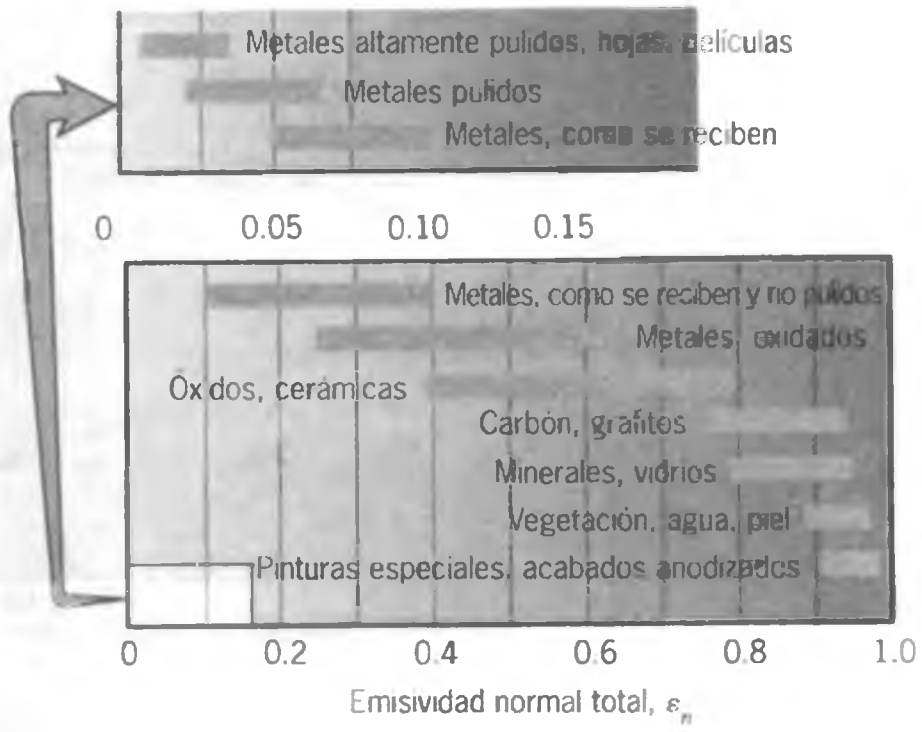


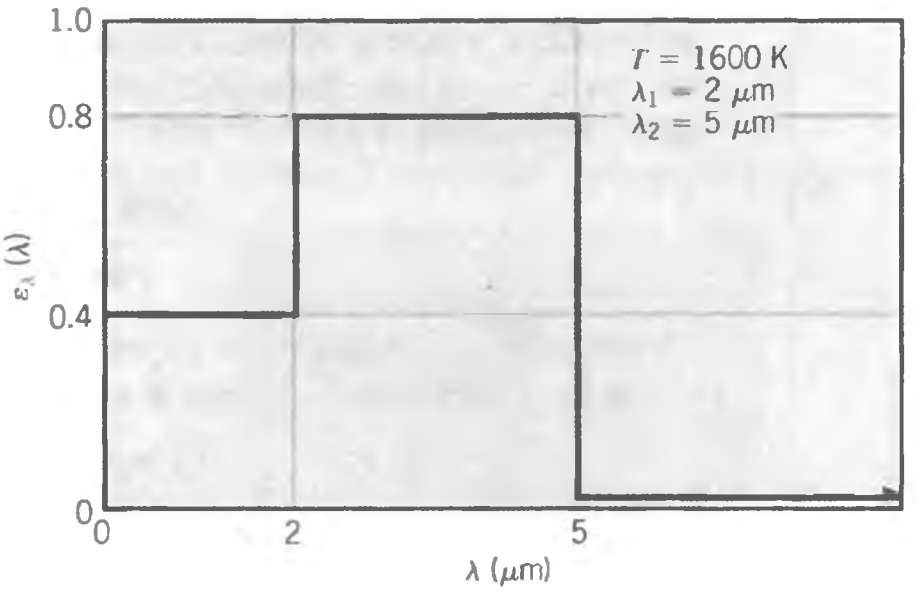
Figura 12.20 Valores representativos de la emisividad normal total ε_n.

1. La emisividad de superficies metálicas por lo general es pequeña, y alcanza valores tan bajos como 0.02 para oro y plata altamente pulidos.
2. La presencia de capas de óxido puede aumentar de forma significativa la emisividad de superficies metálicas. Contrasta el valor de 0.10 para acero inoxidable ligeramente oxidado con el valor cercano a 0.50 de la forma fuertemente oxidada.
3. La emisividad de los no conductores es comparativamente grande, por lo general excede de 0.6.
4. La emisividad de los conductores aumenta al incrementar la temperatura; sin embargo, según el material específico, la emisividad de los no conductores puede aumentar o disminuir al aumentar la temperatura. Observe que las variaciones de ε_n con T que se muestran en la figura 12.19 son consistentes con las distribuciones espectrales de $\varepsilon_{\lambda,n}$ que se muestran en la figura 12.18. Estas tendencias se siguen de la ecuación 12.38. Aunque la distribución espectral de $\varepsilon_{\lambda,n}$ es casi independiente de la temperatura, hay proporcionalmente más emisión a longitudes de onda más bajas al aumentar la temperatura. De aquí, si $\varepsilon_{\lambda,n}$ aumenta al disminuir la longitud de onda para un material particular, ε_n aumentará al aumentar la temperatura para ese material.

Se debe reconocer que la emisividad depende en gran medida de la naturaleza de la superficie, que puede estar influida por el método de fabricación, ciclo térmico y reacción química con su medio. En la literatura [2–5] se dispone de compilaciones más amplias acerca de la emisividad superficial.

Ejemplo 12.5

Una superficie difusa a 1600 K tiene la emisividad espectral hemisférica que se muestra en la siguiente página.



Determine la emisividad hemisférica total y la potencia emisiva total. ¿A qué longitud de onda la potencia emisiva espectral será un máximo?

SOLUCIÓN

Se conoce: Emisividad espectral hemisférica de una superficie difusa a 1600 K.

Encontrar:

1. Emisividad hemisférica total.
2. Potencia emisiva total.
3. Longitud de onda a la que la potencia emisiva espectral será un máximo.

Suposiciones: La superficie es un emisor difuso.

Análisis:

1. La emisividad hemisférica total está dada por la ecuación 12.38, donde la integración se puede realizar en partes como sigue:

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{\lambda,b}\, d\lambda}{E_b} = \frac{\varepsilon_1 \int_0^2 E_{\lambda,b}\, d\lambda}{E_b} + \frac{\varepsilon_2 \int_2^5 E_{\lambda,b}\, d\lambda}{E_b}$$

o

$$\varepsilon = \varepsilon_1 F_{(0\to 2\ \mu\text{m})} + \varepsilon_2 [F_{(0\to 5\ \mu\text{m})} - F_{(0\to 2\ \mu\text{m})}]$$

De la tabla 12.1 obtenemos

$$\lambda_1 T = 2\ \mu\text{m} \times 1600\ \text{K} = 3200\ \mu\text{m} \cdot \text{K}: \qquad F_{(0\to 2\ \mu\text{m})} = 0.318$$
$$\lambda_2 T = 5\ \mu\text{m} \times 1600\ \text{K} = 8000\ \mu\text{m} \cdot \text{K}: \qquad F_{(0\to 5\ \mu\text{m})} = 0.856$$

De aquí,

$$\varepsilon = 0.4 = 0.318 + 0.8[0.856 - 0.318] = 0.558 \qquad \triangleleft$$

2. De la ecuación 12.37, la potencia emisiva total es

$$E = \varepsilon E_b = \varepsilon \sigma T^4$$
$$E = 0.558(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(1600\ \text{K})^4 = 207\ \text{kW/m}^2 \qquad \triangleleft$$

3. Si la superficie emitiera como un cuerpo negro o si su emisividad fuera una constante, independiente de λ, la longitud de onda que corresponde a la emisión espec-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede

tral máxima se podría obtener a partir de la ley de Wien. Sin embargo, como ε_λ varía con λ, no es inmediatamente obvio donde ocurre la emisión pico. De la ecuación 12.27 sabemos que

$$\lambda_{\text{máx}} = \frac{2898\ \mu\text{m} \cdot \text{K}}{1600\ \text{K}} = 1.81\ \mu\text{m}$$

La potencia emisiva espectral en esta longitud de onda se puede obtener mediante el uso de la ecuación 12.34 con la tabla 12.1, es decir

$$E_\lambda(\lambda_{\text{máx}}, T) = \varepsilon_\lambda(\lambda_{\text{máx}}) E_{\lambda, b}(\lambda_{\text{máx}}, T)$$

o, como la superficie es un emisor difuso,

$$E_\lambda(\lambda_{\text{máx}}, T) = \pi\varepsilon_\lambda(\lambda_{\text{máx}}) I_{\lambda, b}(\lambda_{\text{máx}}, T)$$

$$= \pi\varepsilon_\lambda(\lambda_{\text{máx}}) \frac{I_{\lambda, b}(\lambda_{\text{máx}}, T)}{\sigma T^5} \times \sigma T^5$$

$$E_\lambda(1.81\ \mu\text{m}, 1600\ \text{K}) = \pi \times 0.4 \times 0.722 \times 10^{-4}\ (1/\mu\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{sr}) 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4 \times (1600\ \text{K})^5 = 54\ \text{kW/m}^2 \cdot \mu\text{m}$$

Como $\varepsilon_\lambda = 0.4$ de $\lambda = 0$ a $\lambda = 2\ \mu$m, el resultado anterior proporciona la potencia emisiva espectral máxima para la región $\lambda < 2\ \mu$m. Sin embargo, con el cambio en ε_λ que ocurre en $\lambda = 2\ \mu$m, el valor de E_λ en $\lambda = 2\ \mu$m puede ser más grande que el de $\lambda = 1.81\ \mu$m. Para determinar si este es, de hecho, el caso, calculamos

$$E_\lambda(\lambda_1, T) = \pi\varepsilon_\lambda(\lambda_1) \frac{I_{\lambda, b}(\lambda_1, T)}{\sigma T^5} \times \sigma T^5$$

donde, para $\lambda_1 T = 3200\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$, $[I_{\lambda, b}(\lambda_1, T)/\sigma T^5] = 0.706 \times 10^{-4}\ (\mu\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{sr})^{-1}$. De aquí,

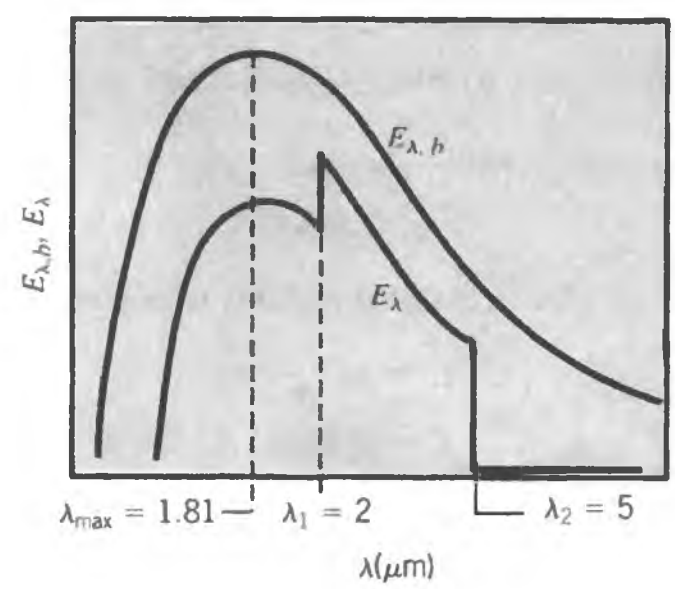
$$E_\lambda(2\ \mu\text{m}, 1600\ \text{K}) = \pi \times 0.80 \times 0.706 \times 10^{-4}\ (1/\mu\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{sr}) 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4\ (1600\ \text{K})^5$$

$$E_\lambda(2\ \mu\text{m}, 1600\ \text{K}) = 105.5\ \text{kW/m}^2 \cdot \mu\text{m} > E_\lambda(1.81\ \mu\text{m}, 1600\ \text{K})$$

y la emisión pico ocurre en

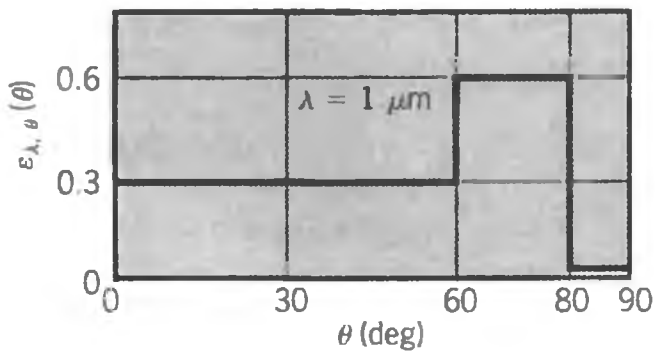
$$\lambda = \lambda_1 = 2\ \mu\text{m}$$

Comentarios: Para la distribución espectral establecida de ε_λ, la potencia emisiva espectral variará con la longitud de onda, como se muestra.



Ejemplo 12.6

Medidas de la emisividad direccional espectral de una superficie metálica a $T = 2000$ K y $\lambda = 1.0$ μm dan una distribución espectral que se puede aproximar como sigue:



Determine los valores correspondientes de la emisividad normal espectral; emisividad hemisférica espectral; intensidad espectral de la radiación emitida en la dirección normal; y la potencia emisiva espectral.

Solución

Se conoce: Distribución direccional de $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ en $\lambda = 1$ μm para una superficie metálica a 2000 K.

Encontrar:

1. Emisividad normal espectral $\varepsilon_{\lambda,n}$ y emisividad hemisférica espectral ε_λ.
2. Intensidad normal espectral $I_{\lambda,n}$ y potencia emisiva espectral E_λ.

Análisis:

1. De las mediciones de $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ en $\lambda = 1$ μm, vemos que

$$\varepsilon_{\lambda,n} = \varepsilon_{\lambda,\theta}(1\ \mu\text{m}, 0°) = 0.3 \qquad \triangleleft$$

De la ecuación 12.36, la emisividad hemisférica espectral es

$$\varepsilon_\lambda(1\ \mu\text{m}) = 2\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta} \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta$$

o

$$\varepsilon_\lambda(1\ \mu\text{m}) = 2\left[0.3\int_0^{\pi/3} \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta + 0.6\int_{\pi/3}^{4\pi/9} \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\right]$$

$$\varepsilon_\lambda(1\ \mu\text{m}) = 2\left[0.3\,\frac{\operatorname{sen}^2\theta}{2}\bigg|_0^{\pi/3} + 0.6\,\frac{\operatorname{sen}^2\theta}{2}\bigg|_{\pi/3}^{4\pi/9}\right]$$

$$= 2\left[\frac{0.3}{2}(0.75) + \frac{0.6}{2}(0.97 - 0.75)\right]$$

$$\varepsilon_\lambda(1\ \mu\text{m}) = 0.36 \qquad \triangleleft$$

2. De la ecuación 12.32 la intensidad espectral de la radiación emitida a $\lambda = 1$ μm en la dirección normal es

$$I_{\lambda,n}(1\ \mu\text{m}, 0°, 2000\ \text{K}) = \varepsilon_{\lambda,\theta}\,(1\ \mu\text{m}, 0°)\, I_{\lambda,b}(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K})$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede del Litoral

donde $\varepsilon_{\lambda,\theta}(1\ \mu\text{m}, 0°) = 0.3$ y $I_{\lambda,b}(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K})$ se puede obtener de la tabla 12.
Para $\lambda T = 2000\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$, $(I_{\lambda,b}/\sigma T^5) = 0.493 = 10^{-4}(\text{mm} \cdot \text{K} \cdot \text{sr})^{-1}$ y

$$I_{\lambda,b} = 0.493 \times 10^{-4}\ (\mu\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{sr})^{-1} \times 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4 (2000\ \text{K})^4$$

$$I_{\lambda,b} = 8.95 \times 10^4\ \text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{sr}$$

Por consiguiente,

$$I_{\lambda,n}(1\ \mu\text{m}, 0°, 2000\ \text{K}) = 0.3 \times 8.95 \times 10^4\ \text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{sr}$$

$$I_{\lambda,n}(1\ \mu\text{m}, 0°, 2000\ \text{K}) = 2.69 \times 10^4\ \text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{sr}$$

De la ecuación 12.34 la potencia emisiva espectral para $\lambda = 1\ \mu\text{m}$ y $T = 200$
es

$$E_\lambda(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K}) = \varepsilon_\lambda(1\ \mu\text{m}) E_{\lambda,b}(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K})$$

donde

$$E_{\lambda,b}(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K}) = \pi I_{\lambda,b}(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K})$$

$$E_{\lambda,b}(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K}) = \pi\ \text{sr} \times 8.95 \times 10^4\ \text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{sr}$$

$$= 2.81 \times 10^5\ \text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m}$$

De aquí,

$$E_\lambda(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K}) = 0.36 = 2.81 \times 10^5\ \text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m}$$

o

$$E_\lambda(1\ \mu\text{m}, 2000\ \text{K}) = 1.01 \times 10^5\ \text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m}$$

12.5 *Absorción, reflexión y transmisión superficiales*

En la sección 12.2.3 definimos la *irradiación espectral* G_λ ($\text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m}$) como la ra-
dez a la que la radiación de longitud de onda λ incide sobre una superficie por
de área de la superficie y por intervalo de longitud de onda unitario $d\lambda$ alrededor de
Puede incidir de todas las direcciones posibles, y se puede originar desde varias
diferentes. La *irradiación total* $G(\text{W/m}^2)$ abarca todas las contribuciones espectra-
se puede evaluar a partir de la ecuación 12.16. En esta sección consideramos los pro-
sos que resultan de la intercepción de esta radiación por un medio sólido (o líquido

En la situación más común, la irradiación interactúa con un *medio semitrans-
rente*, tal como una capa de agua o una placa de vidrio. Como se muestra en la figu-
12.21 para una componente espectral de la irradiación, partes de esta irradiación
pueden *reflejar*, *absorber* y *transmitir*. A partir de un balance de radiación sobre el me-
dio, se sigue que

$$G_\lambda = G_{\lambda,\text{ref}} + G_{\lambda,\text{abs}} + G_{\lambda,\text{tr}} \tag{12.}$$

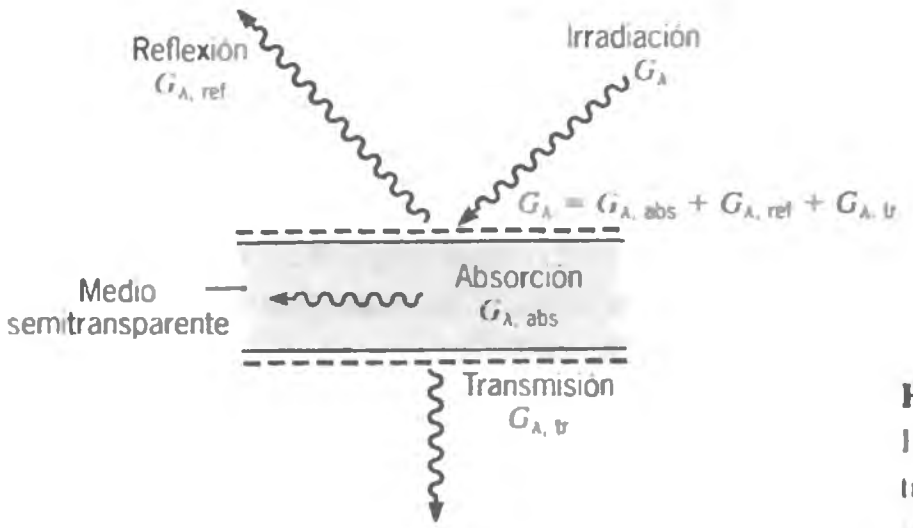


FIGURA 12.21
Procesos de absorción, reflexión y transmisión asociados con un medio semitransparente.

En general, la determinación de estos componentes es compleja; depende de las condiciones de las superficies superior e inferior, la longitud de onda de la radiación, y la composición y espesor del medio. Además, las condiciones pueden estar fuertemente influenciadas por efectos *volumétricos* que ocurren dentro del medio.

En una situación más simple, que pertenece a la mayoría de las aplicaciones de ingeniería, el medio es *opaco* a la radiación incidente. En este caso, $G_{\lambda,\,tr} = 0$ y los procesos de absorción y reflexión restantes se pueden tratar como *fenómenos superficiales*. Es decir, están controlados por procesos que ocurren dentro de una fracción de una micra de la superficie irradiada. Es por tanto apropiado hablar de que la irradiación es absorbida y reflejada *por la superficie*, con magnitudes relativas $G_{\lambda,\,abs}$ y $G_{\lambda,\,ref}$ que dependen de λ y de la naturaleza del material de la superficie. No hay un efecto neto del proceso de reflexión sobre el medio, mientras que la absorción tiene el efecto de aumentar la energía térmica interna del medio.

Es interesante notar que la absorción y reflexión superficial son responsables de nuestra percepción del *color*. A menos que la superficie esté a una temperatura alta ($T_s \gtrsim 1000$ K), de modo que esté *incandescente*, el color de ninguna forma se debe a la emisión, que se concentra en la región del IR, y es por ello imperceptible para el ojo. El color en realidad se debe a la reflexión y absorción selectiva de la parte visible de la irradiación que incide del Sol o de una fuente artificial de luz. Una camisa es "roja" porque contiene un pigmento que de forma preferencial absorbe los componentes azul, verde, y amarillo de la luz incidente. De aquí las contribuciones relativas de estos componentes a la luz reflejada, que se ve, disminuye, y domina el componente rojo. De manera similar, una hoja es "verde" porque sus celdas contienen clorofila, un pigmento que muestra fuerte absorción en el azul y el rojo y una reflexión preferencial en el verde. Una superficie parece "negra" si absorbe toda la radiación incidente visible, y es "blanca" si refleja esta radiación. Sin embargo, debemos ser cuidadosos en cómo interpretamos tales efectos *visuales*. Para una irradiación establecida, el "color" de una superficie puede no indicar su capacidad global como un absorbedor o reflector, pues mucha de la irradiación puede estar en la región del IR. Una superficie "blanca" como la nieve, por ejemplo, es altamente reflejante a la radiación visible pero absorbe fuertemente la radiación IR, aproximando por ello el comportamiento del cuerpo negro a *longitudes de onda largas*.

En la sección 12.4 enunciamos una propiedad, que llamamos emisividad, para caracterizar el proceso de emisión superficial. En las subsecciones que siguen introducimos las propiedades correspondientes para caracterizar los procesos de absorción, reflexión y transmisión. En general estas propiedades dependen del material de la superficie y del acabado, temperatura superficial, así como de la longitud de onda y dirección de la radiación incidente.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede del Litoral

12.5.1 Absortividad

La absortividad es una propiedad que determina la fracción de la irradiación absorbida por una superficie. La determinación de la propiedad es complicada por el hecho de que, como la emisión, se puede caracterizar por una dependencia direccional y espectral. La *absortividad direccional espectral*, $\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi)$, de una superficie se define como la fracción de la intensidad espectral incidente en la dirección de θ y ϕ que la superficie absorbe. De aquí,

$$\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) \equiv \frac{I_{\lambda,i,\text{abs}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)}. \tag{12.41}$$

En esta expresión, ignoramos cualquier dependencia de la absortividad sobre la temperatura de la superficie. Tal dependencia es pequeña para la mayoría de las propiedades radiativas espectrales.

Está implícito en los resultados anteriores que las superficies pueden exhibir una absorción selectiva con respecto a la longitud de onda y a la dirección de la radiación incidente. Para la mayoría de los cálculos de ingeniería, sin embargo, es deseable trabajar con propiedades superficiales que representen promedios direccionales. Definimos por tanto una *absortividad hemisférica espectral* $\alpha_\lambda(\lambda)$ como

$$\alpha_\lambda(\lambda) \equiv \frac{G_{\lambda,\text{abs}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \tag{12.42}$$

que, de las ecuaciones 12.15 y 12.41, se puede expresar como

$$\alpha_\lambda(\lambda) = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi} \tag{12.43}$$

Por tanto, α_λ depende de la distribución direccional de la radiación incidente, así como también de la longitud de onda de la radiación y de la naturaleza de la superficie absorbente. Compruebe que, si la radiación incidente está distribuida difusamente y $\alpha_{\lambda,\theta}$ es independiente de ϕ, la ecuación 12.43 se reduce a

$$\alpha_\lambda(\lambda) = 2\int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \tag{12.44}$$

La *absortividad hemisférica total*, α, representa un promedio integrado sobre la dirección y la longitud de onda. Se define como la fracción de la irradiación total absorbida por una superficie

$$\alpha \equiv \frac{G_{\text{abs}}}{G} \tag{12.45}$$

y, de las ecuaciones 12.16 y 12.42, se puede expresar como

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda) \, d\lambda} \tag{12.46}$$

En consecuencia, α depende de la distribución espectral de la radiación incidente, así como de su distribución direccional y de la naturaleza de la superficie de absorción. Advierta que, aunque α es aproximadamente independiente de la temperatura superficial, no se puede decir lo mismo en cuanto a la emisividad hemisférica total, ε. De la ecuación 12.38 es evidente que esta propiedad es fuertemente dependiente de la temperatura.

Puesto que α depende de la distribución espectral de la irradiación, su valor para una superficie expuesta a la radiación solar puede diferir apreciablemente de su valor para la misma superficie expuesta a radiación de longitud de onda más grande originada desde una fuente de temperatura más baja. Como la distribución espectral de la radiación solar es casi proporcional a la de la emisión de un cuerpo negro a 5800 K, se sigue de la ecuación 12.46 que la absortividad total para la radiación solar α_S se puede aproximar como

$$\alpha_S \approx \frac{\displaystyle\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) E_{\lambda,b}(\lambda, 5800\ \text{K})\, d\lambda}{\displaystyle\int_0^\infty E_{\lambda,b}(\lambda, 5800\ \text{K})\, d\lambda} \tag{12.47}$$

Las integrales que aparecen en esta ecuación se pueden evaluar con el uso de la función de radiación de cuerpo negro $F_{(0\to\lambda)}$ de la tabla 12.1.

12.5.2 Reflectividad

La reflectividad es una propiedad que determina la fracción de la radiación incidente reflejada por una superficie. Sin embargo, su definición específica puede tomar varias formas diferentes, pues la propiedad es inherentemente *bidireccional* [6]. Es decir, además de depender de la dirección de la radiación incidente, también depende de la dirección que presente la radiación reflejada. Evitaremos esta complicación al trabajar de manera exclusiva con una reflectividad que representa un promedio integrado sobre el hemisferio asociado con la radiación reflejada y, por tanto, no proporciona ninguna información con respecto a la distribución direccional de esta radiación. En consecuencia, la *reflectividad direccional espectral*, $\rho_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi)$, de una superficie se define como la fracción de la intensidad espectral incidente en la dirección de θ y ϕ, que es reflejada por la superficie. De aquí,

$$\rho_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) \equiv \frac{I_{\lambda,i,\text{ref}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)} \tag{12.48}$$

La *reflectividad hemisférica espectral* $\rho_\lambda(\lambda)$ se define entonces como la fracción de la irradiación espectral que es reflejada por la superficie. En consecuencia,

$$\rho_\lambda(\lambda) \equiv \frac{G_{\lambda,\text{ref}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \tag{12.49}$$

que es equivalente a

$$\rho_\lambda(\lambda) = \frac{\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \rho_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi}{\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi} \tag{12.50}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

La *reflectividad hemisférica total* ρ se define entonces como

$$\rho \equiv \frac{G_{\text{ref}}}{G} \tag{12.51}$$

en cuyo caso

$$\rho = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda} \tag{12.52}$$

Las superficies se pueden idealizar como *difusas* o *especulares*, de acuerdo con la forma en que reflejan la radiación (figura 12.22). La reflexión difusa ocurre si, sin importar la dirección de la radiación incidente, la intensidad de la radiación reflejada es independiente del ángulo de reflexión. Por el contrario, si toda la reflexión es en la dirección de θ_2, que es igual al ángulo incidente θ_1, se dice que ocurre la reflexión especular. Aunque ninguna superficie es perfectamente difusa o especular, la última condición se aproxima más de cerca con superficies de espejo pulidas y la primera condición mediante superficies ásperas. La suposición de reflexión difusa es razonable para la mayoría de las aplicaciones de ingeniería.

12.5.3 Transmisividad

Aunque el tratamiento de la respuesta de un material semitransparente a la radiación incidente es un problema complicado [6], a menudo se pueden obtener resultados razonables mediante el uso de transmisividades hemisféricas definidas como

$$\tau_\lambda = \frac{G_{\lambda,\,\text{tr}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \tag{12.54}$$

y

$$\tau = \frac{G_{\text{tr}}}{G} \tag{12.55}$$

La transmisividad total τ está relacionada con la componente espectral τ_λ mediante

$$\tau = \frac{\int_0^\infty G_{\lambda,\,\text{tr}}(\lambda)\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda} \tag{12.56}$$

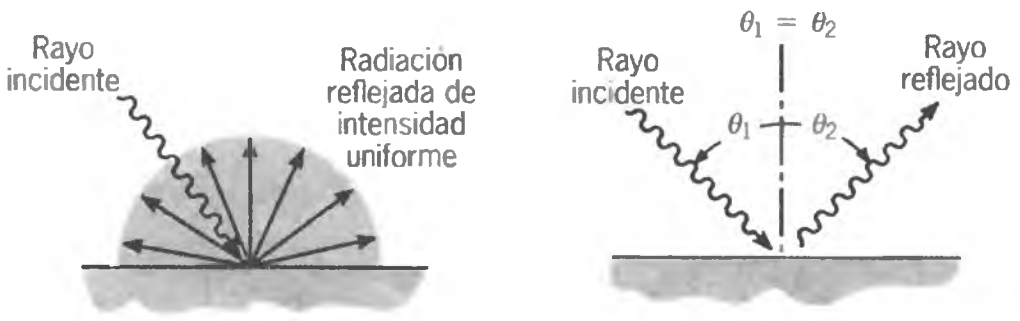


Figura 12.22 Reflexión difusa y especular.

12.5.4 Consideraciones especiales

Concluimos esta sección señalando que, del balance de radiación de la ecuación 12.40 y de las definiciones anteriores,

$$\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1 \tag{12.56}$$

para un medio semitransparente. Con respecto a propiedades que se promedian sobre todo el espectro, también se sigue que

$$\rho + \alpha + \tau = 1 \tag{12.57}$$

Por supuesto, si el medio es opaco, no hay transmisión, y la absorción y reflexión son procesos superficiales para los que

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda = 1 \tag{12.58}$$

y

$$\alpha + \rho = 1 \tag{12.59}$$

Por tanto, el conocimiento de una propiedad implica el conocimiento de la otra.

En la figura 12.23 se grafican distribuciones espectrales de la reflectividad y absortividad normales para superficies *opacas* seleccionadas. Un material como vidrio o agua, que es semitransparente a longitudes de onda cortas, se vuelve opaco a longitudes de onda más grandes. Este comportamiento se muestra en la figura 12.24, que presenta la transmisividad espectral de varios materiales semitransparentes comunes.

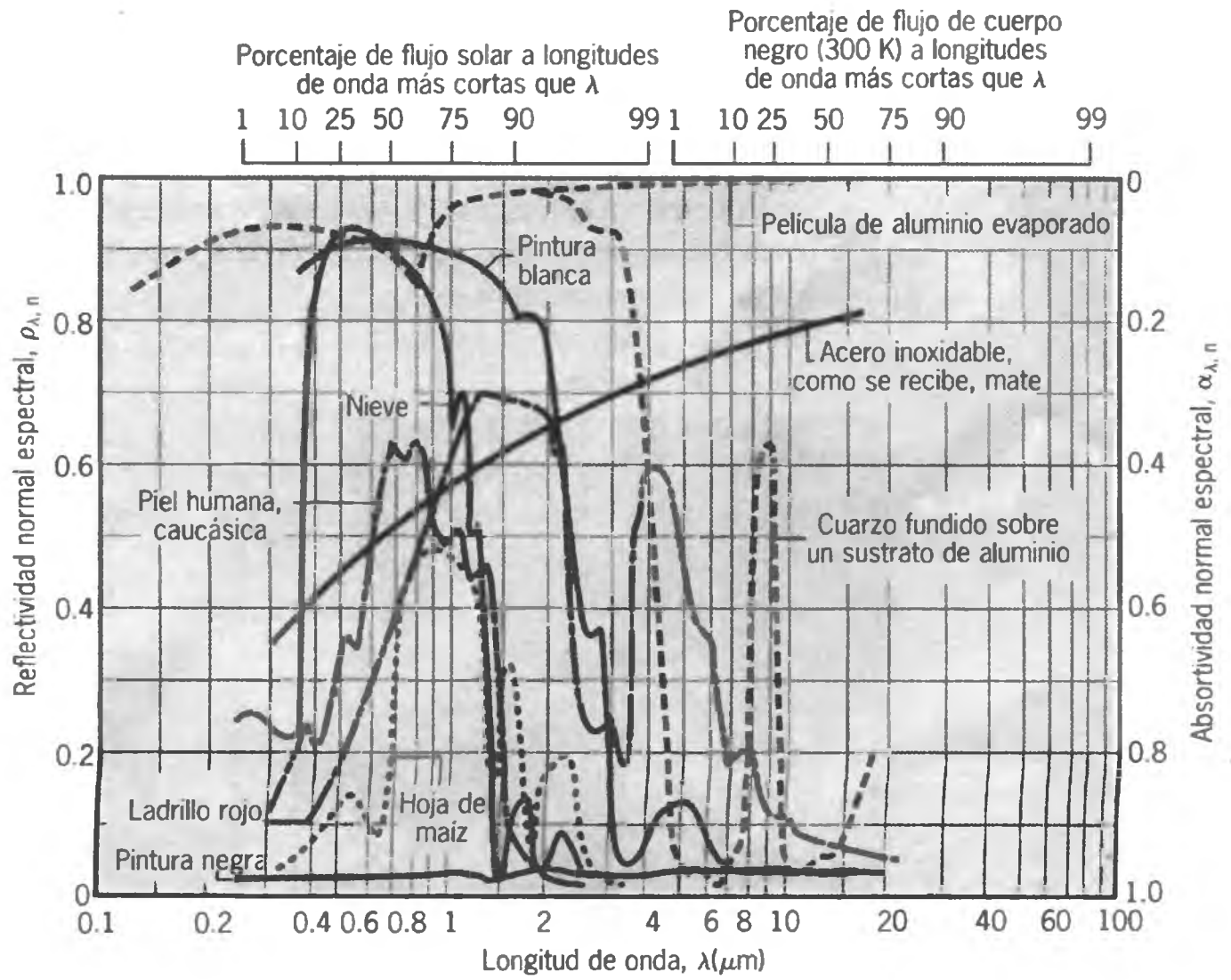


FIGURA 12.23 Dependencia espectral de la absortividad $\alpha_{\lambda,n}$ y reflectividad $\rho_{\lambda,n}$ normal espectral de materiales seleccionados.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

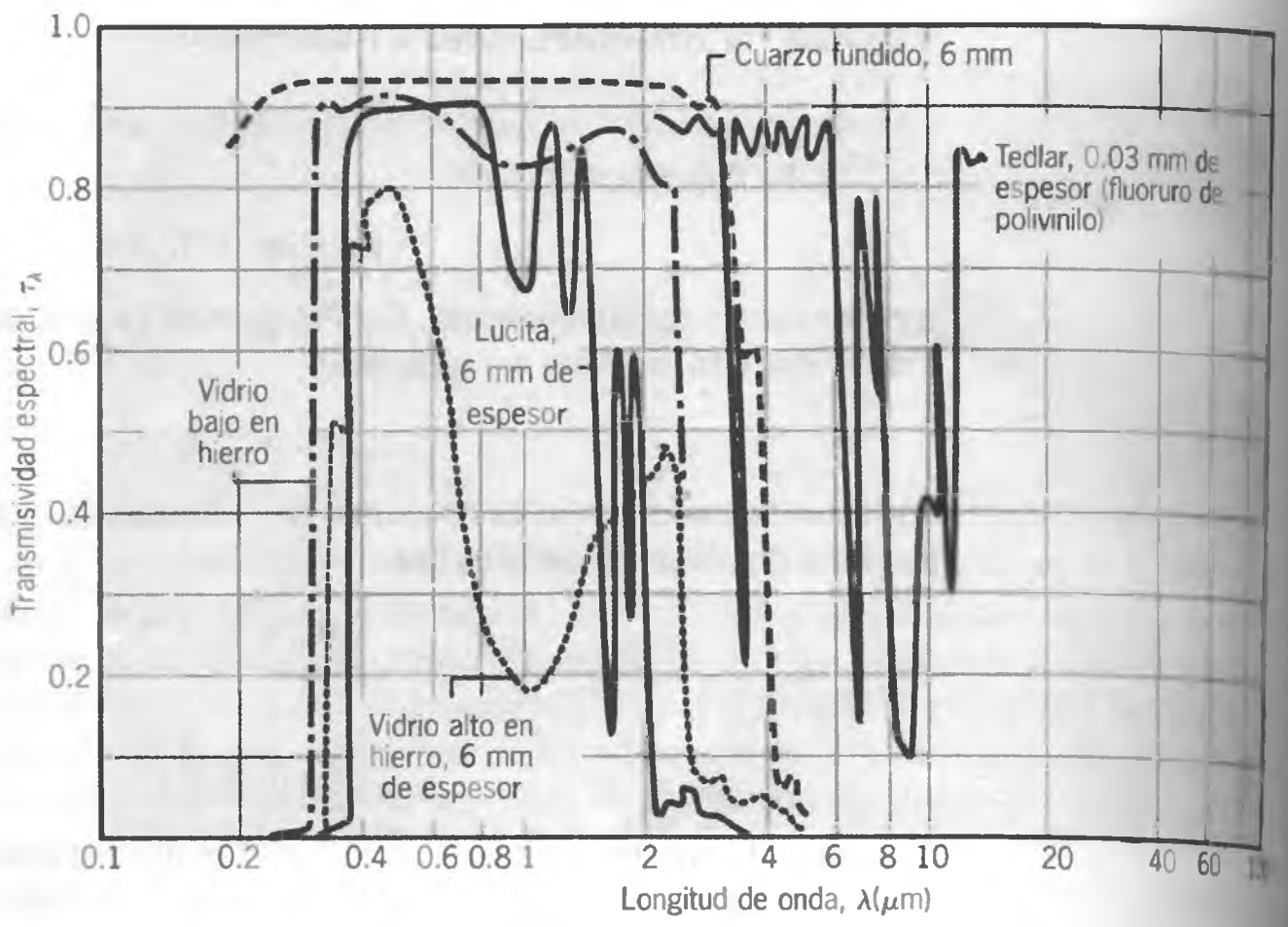
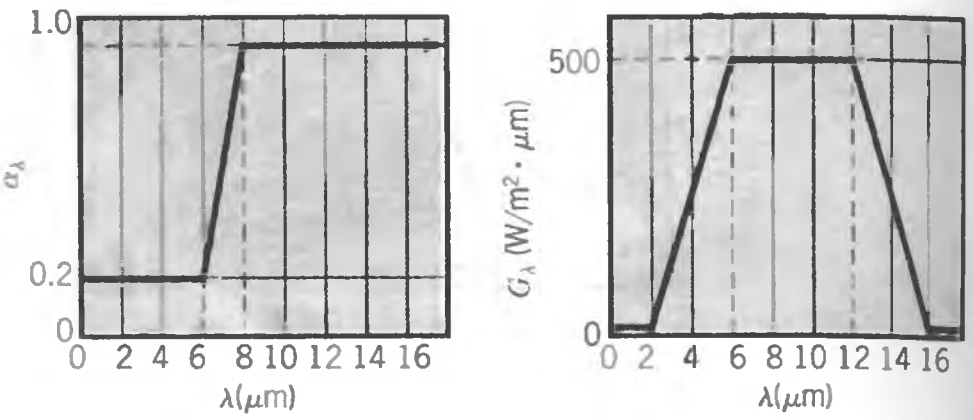


Figura 12.24 Dependencia espectral de las transmisividades espectrales τ_λ de materiales seleccionados.

Observe que la transmisividad del vidrio es afectada por su contenido de hierro y que la transmisividad de los plásticos, como el Tedlar, es mayor que la del vidrio en la región del IR. Estos factores tienen un peso importante en la selección de los materiales de la placa de cubierta para aplicaciones de colectores solares. En la tabla A.12 se presentan valores de la transmisividad total de radiación solar de materiales comunes para la placa cubierta de colectores, junto con absortividades superficiales solares y emisividades de baja temperatura.

Ejemplo 12.7

La absortividad hemisférica espectral de una superficie opaca y la irradiación espectral en la superficie son como se muestra.



¿Cómo varía la reflectividad hemisférica espectral con la longitud de onda? ¿Cuál es la absortividad hemisférica total de la superficie? Si la superficie inicialmente está a 90 K

y tiene una emisividad hemisférica total de 0.8, ¿cómo cambiará su temperatura por la exposición a la irradiación?

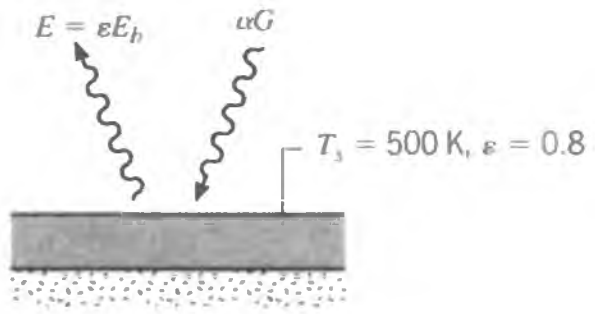
SOLUCIÓN

Se conoce: Absortividad hemisférica espectral e irradiación de una superficie. Temperatura superficial (500 K) y emisividad hemisférica total (0.8).

Encontrar:

1. Distribución espectral de la reflectividad.
2. Absortividad hemisférica total.
3. Naturaleza del cambio de la temperatura superficial.

Esquema:

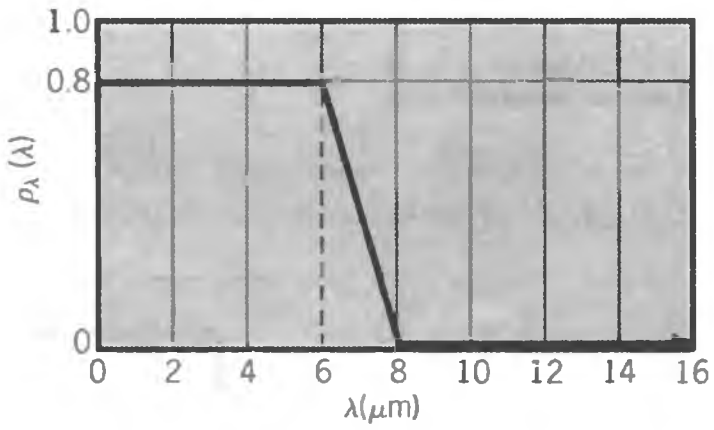


Suposiciones:

1. La superficie es opaca.
2. Los efectos de la convección superficial son insignificantes.
3. La superficie posterior está aislada.

Análisis:

1. De la ecuación 12.58, $\rho_\lambda = 1 - \alpha_\lambda$. Por tanto, del conocimiento de $\alpha_\lambda(\lambda)$, la distribución espectral de ρ_λ es como se muestra.



2. De las ecuaciones 12.45 y 12.46,

$$\alpha = \frac{G_{abs}}{G} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

o, al subdividir la integral en partes,

$$\alpha = \frac{0.2\int_2^6 G_\lambda\, d\lambda + 500\int_6^8 \alpha_\lambda\, d\lambda + 1.0\int_8^{16} G_\lambda\, d\lambda}{\int_2^6 G_\lambda\, d\lambda + \int_6^{12} G_\lambda\, d\lambda + \int_{12}^{16} G_\lambda\, d\lambda}$$

$$\begin{aligned}\alpha = \{&0.2(\tfrac{1}{2})500\ \text{W/m}^2\cdot\mu\text{m}\,(6-2)\ \mu\text{m}\\ &+ 500\ \text{W/m}^2\cdot\mu\text{m}\,[0.2(8-6)\ \mu\text{m} + (1-0.2)(\tfrac{1}{2})(8-6)\ \mu\text{m}]\\ &+ [1\times 500\ \text{W/m}^2\cdot\mu\text{m}\,(12-8)\ \mu\text{m}\\ &+ 1(\tfrac{1}{2})500\ \text{W/m}^2\cdot\mu\text{m}\,(16-12)\ \mu\text{m}]\}\\ &\div [(\tfrac{1}{2})500\ \text{W/m}^2\cdot\mu\text{m}\,(6-2)\ \mu\text{m} + 500\ \text{W/m}^2\cdot\mu\text{m}\,(12-6)\ \mu\text{m}\\ &+ (\tfrac{1}{2})500\ \text{W/m}^2\cdot\mu\text{m}\,(16-12)\ \mu\text{m}]\end{aligned}$$

Por consiguiente,

$$\alpha = \frac{G_{\text{abs}}}{G} = \frac{(200+600+3000)\ \text{W/m}^2}{(1000+3000+1000)\ \text{W/m}^2} = \frac{3800\ \text{W/m}^2}{5000\ \text{W/m}^2} = 0.76$$

3. Al ignorar los efectos de convección, el flujo neto de calor *hacia* la superficie es

$$q''_{\text{net}} = \alpha G - E = \alpha G - \varepsilon\sigma T^4$$

Por ello

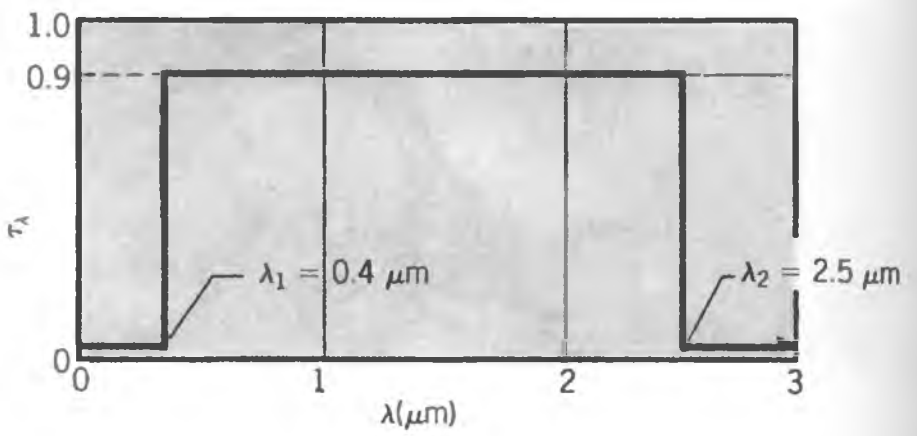
$$q''_{\text{net}} = 0.76(5000\ \text{W/m}^2) - 0.8\times 5.67\times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4(500\ \text{K})^4$$

$$q''_{\text{net}} = 3800 - 2835 = 965\ \text{W/m}^2$$

Como $q''_{\text{net}} > 0$, la temperatura superficial *aumentará* con el tiempo.

Ejemplo 12.8

La cubierta de vidrio sobre un colector solar plano tiene un contenido bajo de hierro, y su transmisividad espectral se puede aproximar mediante la siguiente distribución.



¿Cuál es la transmisividad total de la cubierta de vidrio para la radiación solar?

SOLUCIÓN

Se conoce: Transmisividad espectral de la cubierta de vidrio de un colector solar.

Encontrar: Transmisividad total de la cubierta para la radiación solar.

Suposiciones: La distribución espectral de la irradiación solar es proporcional a la emisión de cuerpo negro a 5800 K.

Análisis: De la ecuación 12.55, la transmisividad total de la cubierta es

$$\tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda G_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda}$$

donde la irradiación G_λ se debe a la emisión solar. Al suponer que el Sol emite como un cuerpo negro a 5800 K, se sigue que

$$G_\lambda(\lambda) \propto E_{\lambda, b}(5800 \text{ K})$$

Con la constante de proporcionalidad que se cancela del numerador y del denominador de la expresión para τ, obtenemos

$$\tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda E_{\lambda, b}(5800 \text{ K}) \, d\lambda}{\int_0^\infty E_{\lambda, b}(5800 \text{ K}) \, d\lambda}$$

o, para la distribución espectral establecida de $\tau_\lambda(\lambda)$,

$$\tau = 0.90 \frac{\int_{0.4}^{2.5} E_{\lambda, b}(5800 \text{ K}) \, d\lambda}{E_b(5800 \text{ K})}$$

De la tabla 12.1,

$$\lambda_1 = 0.4 \ \mu\text{m}, T = 5800 \text{ K}: \quad \lambda_1 T = 2320 \ \mu\text{m} \cdot \text{K}, F_{(0 \to \lambda_1)} = 0.1245$$
$$\lambda_2 = 2.5 \ \mu\text{m}, T = 5800 \text{ K}: \quad \lambda_2 T = 14{,}500 \ \mu\text{m} \cdot \text{K}, F_{(0 \to \lambda_2)} = 0.9660$$

Por tanto, de la ecuación 12.31

$$\tau = 0.90[F_{(0 \to \lambda_2)} - F_{(0 \to \lambda_1)}] = 0.90(0.9660 - 0.1245) = 0.76 \qquad \triangleleft$$

Comentarios: Es importante reconocer que la irradiación en la placa de cubierta no es igual a la potencia emisiva de un cuerpo negro a 5800 K, $G_\lambda \neq E_{\lambda, b}(5800 \text{ K})$. Simplemente se supone que es proporcional a esta potencia emisiva, en cuyo caso se presume que tiene una distribución espectral de la misma forma. Con G_λ que aparece en el numerador y denominador de la expresión para τ, es entonces posible reemplazar G_λ por $E_{\lambda, b}$.

12.6 *Ley de Kirchhoff*

En las secciones anteriores consideramos por separado las propiedades superficiales asociadas con la emisión y absorción. En las secciones 12.6 y 12.7 consideramos condiciones para las cuales estas propiedades son iguales.

Considere un recinto isotérmico grande de temperatura superficial T_s, dentro del cual están confinados varios cuerpos pequeños (figura 12.25). Como estos cuerpos son pequeños en relación con el recinto, tienen una influencia insignificante sobre el campo de radiación, que se debe al efecto acumulado de emisión y reflexión por la superficie del recinto. Recuerde que, sin importar sus propiedades radiativas, tal superficie forma una *cavidad de cuerpo negro*. En consecuencia, sin importar su orientación, la irradiación experimentada por cualquier cuerpo en la cavidad es difusa e igual a la emisión de un cuerpo negro a T_s.

$$G = E_b(T_s) \tag{12.60}$$

Bajo condiciones de estado estable, debe existir *equilibrio térmico* entre los cuerpos y el recinto. De aquí, $T_1 = T_2 = \cdots = T_s$, y la transferencia neta de energía a cada superficie debe ser cero. Al aplicar un balance de energía a una superficie de control alrededor del cuerpo 1, se sigue que

$$\alpha_1 G A_1 - E_1(T_s) A_1 = 0$$

o, de la ecuación 12.60,

$$\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = E_b(T_s)$$

Como este resultado se debe aplicar a cada uno de los cuerpos confinados, obtenemos

$$\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = \frac{E_2(T_s)}{\alpha_2} = \cdots = E_b(T_s) \tag{12.61}$$

Esta relación se conoce como la *ley de Kirchhoff*. Una implicación principal es que, como $\alpha \leq 1$, $E(T_s) \leq E_b(T_s)$. Por tanto, *ninguna superficie real puede tener una potencia emisiva que exceda la de una superficie negra a la misma temperatura*, y se confirma la noción del cuerpo negro como un emisor ideal.

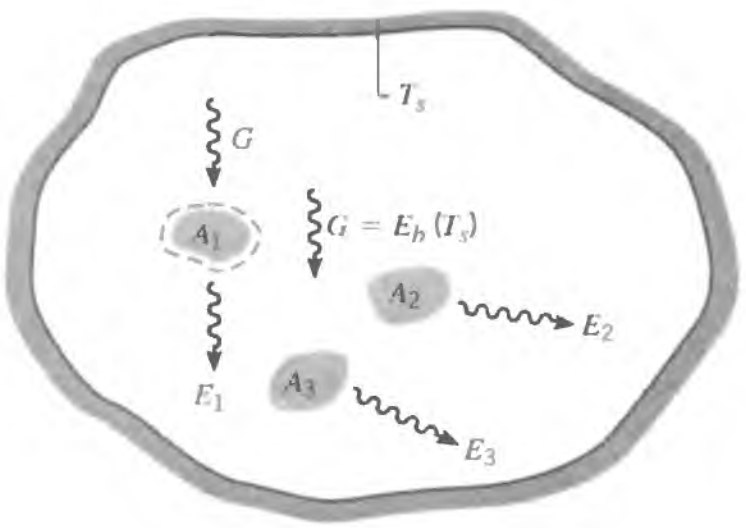


Figura 12.25
Intercambio radiativo en un recinto isotérmico.

De la definición de la emisividad hemisférica total, ecuación 12.37, una forma alternativa de la ley de Kirchhoff es

$$\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\alpha_2} = \cdots = 1$$

De aquí, para cualquier superficie en el recinto,

$$\varepsilon = \alpha \tag{12.62}$$

Es decir, la emisividad hemisférica total de la superficie es igual a su absortividad hemisférica total.

Encontraremos después que los cálculos de intercambio radiativo entre superficies se simplifican grandemente si la ecuación 12.62 se puede aplicar a cada una de las superficies. Sin embargo, se deben recordar las condiciones restrictivas inherentes en su derivación. En particular, se supone que la irradiación superficial corresponde a la emisión desde un cuerpo negro a la misma temperatura que la superficie. En la sección 12.7 consideramos otras condiciones, menos restrictivas, para las que la ecuación 12.62 es aplicable.

La derivación anterior se puede repetir para condiciones espectrales, y para cualquier superficie en el recinto se sigue que

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda \tag{12.63}$$

Las condiciones asociadas con el uso de la ecuación 12.63 son menos restrictivas que las asociadas con la ecuación 12.62. En particular, se mostrará que la ecuación 12.63 se aplica si la irradiación es difusa *o* si la superficie es difusa. Una forma de la ley de Kirchhoff para la cual *no hay restricciones* incluye las propiedades direccionales espectrales.

$$\varepsilon_{\lambda,\theta} = \alpha_{\lambda,\theta} \tag{12.64}$$

Esta igualdad siempre es aplicable pues $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ y $\alpha_{\lambda,\theta}$ son propiedades superficiales *inherentes*. Es decir, respectivamente, son independientes de las distribuciones espectral y direccional de la radiación emitida e incidente.

Planck [1] y Siegel y Howell [6] proporcionan ampliaciones más detalladas de la ley de Kirchhoff.

12.7 *Superficie gris*

En el capítulo 13 encontraremos que el problema de predecir el intercambio de energía radiante entre superficies se simplifica mucho si se puede suponer que la ecuación 12.26 se aplica para cada superficie. Es por tanto importante examinar si esta igualdad se puede aplicar a condiciones diferentes a aquellas para las que se derivó, a saber, irradiación debida a la emisión de un cuerpo negro a la misma temperatura que la superficie.

Al aceptar el hecho de que la emisividad y absortividad direccionales y espectrales son iguales bajo cualesquier condiciones, ecuación 12.64, comenzamos por considerar las condiciones asociadas con el uso de la ecuación 12.63. De acuerdo con las defini-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolivar - Sede del Litoral

ciones de las propiedades hemisféricas espectrales, ecuaciones 12.35 y 12.43, realmente preguntamos bajo qué condiciones, si existe alguna, valdrá la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi} \stackrel{?}{=} \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta} I_{\lambda,i} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi} = \alpha_\lambda \tag{12.69}$$

Como $\varepsilon_{\lambda,\theta} = \alpha_{\lambda,\theta}$, se sigue por inspección que la ecuación 12.63 es aplicable si se satisface *cualquiera* de las siguientes condiciones:

1. La *irradiación es difusa* ($I_{\lambda,i}$ es independiente de θ y ϕ).
2. La *superficie es difusa* ($\varepsilon_{\lambda,\theta}$ y $\alpha_{\lambda,\theta}$ son independientes de θ y ϕ).

La primera condición es una aproximación razonable para muchos cálculos de ingeniería; la segunda condición es razonable para muchas superficies, en particular para materiales no conductores eléctricos (figura 12.17).

Al suponer la existencia de irradiación difusa o una superficie difusa, consideramos ahora qué condiciones adicionales se deben satisfacer para que la ecuación 12.62 sea válida. De las ecuaciones 12.38 y 12.46, la igualdad se aplica si

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{\lambda,b}(\lambda, T)\, d\lambda}{E_b(T)} \stackrel{?}{=} \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}{G} = \alpha \tag{12.70}$$

Como $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$, se sigue por inspección que la ecuación 12.62 se aplica si se satisface *alguna* de las siguientes condiciones:

1. La irradiación corresponde a la emisión de un cuerpo negro a la temperatura superficial T, en cuyo caso $G_\lambda(\lambda) = E_{\lambda,b}(\lambda, T)$ y $G = E_b(T)$.
2. La *superficie* es *gris* (α_λ y ε_λ son independientes de λ).

Advierta que la primera condición corresponde a la suposición principal que se requiere para la derivación de la ley de Kirchhoff (sección 12.6).

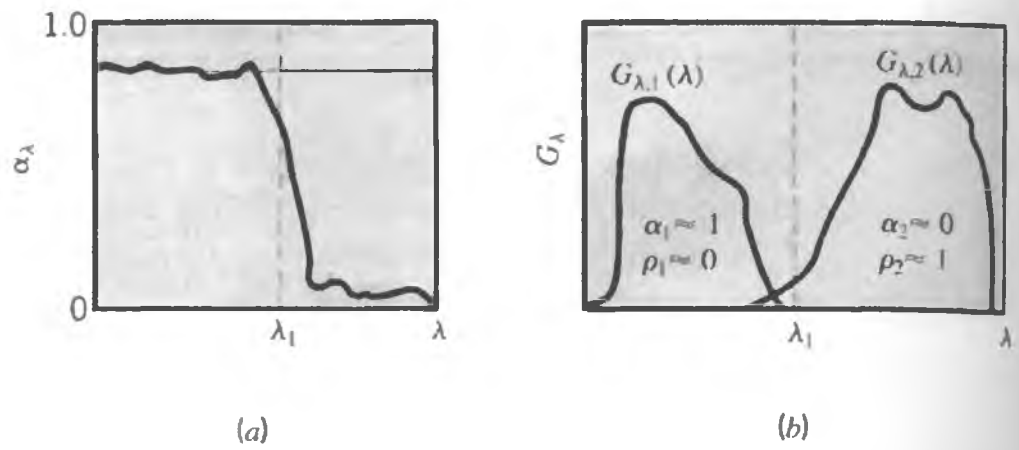


Figura 12.26 Distribución espectral de (*a*) la absortividad espectral de una superficie y (*b*) la irradiación espectral en la superficie.

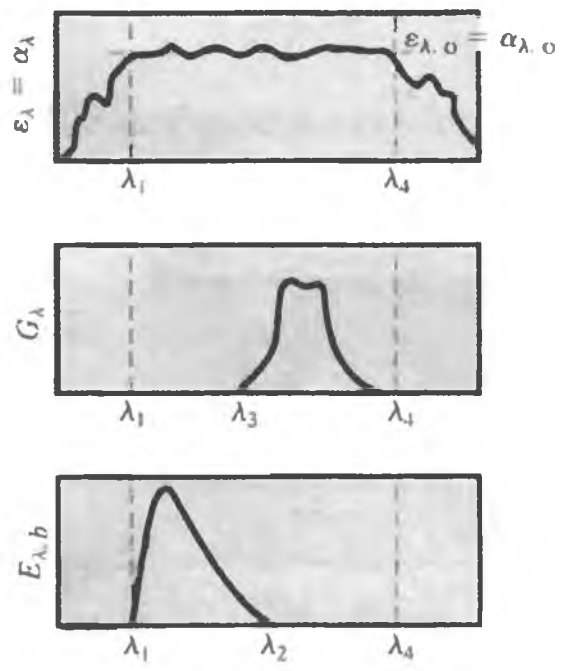


FIGURA 12.27
Un conjunto de condiciones para las que se puede suponer un comportamiento de superficie gris.

Como la absortividad total de una superficie depende de la distribución espectral de la irradiación, no se puede establecer inequivocamente que $\alpha = \varepsilon$. Por ejemplo, una superficie particular puede ser altamente absorbente a la radiación en una región espectral y virtualmente no absorbente en otra región (figura 12.26*a*). En consecuencia, para los dos posibles campos de irradiación $G_{\lambda,1}(\lambda)$ y $G_{\lambda,2}(\lambda)$ de la figura 12.26*b*, los valores de α diferirán de forma drástica. Por el contrario, el valor de ε es independiente de la irradiación. Por ello *no* hay bases para establecer que α siempre es igual a ε.

Para suponer comportamiento de superficie gris, y de aquí la validez de la ecuación 12.62, no es necesario que α_λ y ε_λ sean independientes de λ sobre todo el espectro. Hablando de forma práctica, una *superficie gris* se puede definir como *una para la que* α_λ y ε_λ *son independientes de* λ *sobre las regiones espectrales de la irradiación y la emisión superficial.* De la ecuación 12.66, se muestra de forma fácil que se puede suponer un comportamiento de superficie gris para las condiciones de la figura 12.27. Es decir, la irradiación y la emisión superficial se concentran en una región para la que las propiedades espectrales de la superficie son aproximadamente constantes. En consecuencia,

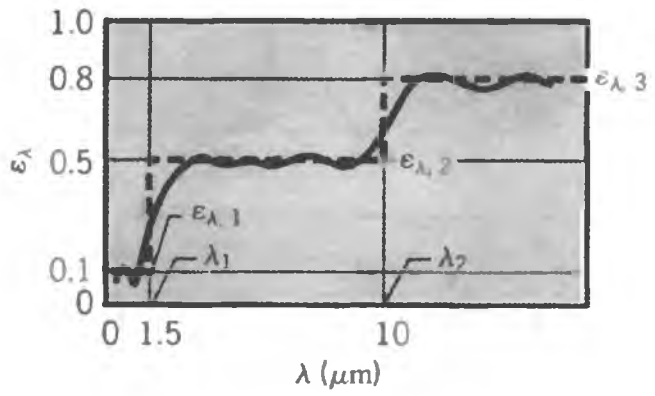
$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\lambda,o}\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,b}(\lambda, T)\, d\lambda}{E_b(T)} = \varepsilon_{\lambda,o} \qquad \text{y} \qquad \alpha = \frac{\alpha_{\lambda,o}\int_{\lambda_3}^{\lambda_4} G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}{G} = \alpha_{\lambda,o}$$

en cuyo caso $\alpha = \varepsilon = \varepsilon_{\lambda,o}$. Sin embargo, si la irradiación fuera en una región espectral correspondiente a $\lambda < \lambda_1$ o $\lambda > \lambda_4$, no se podría suponer un comportamiento de superficie gris.

Una superficie para la que $\alpha_{\lambda,\theta}$ y $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ son independientes de θ y λ se denomina *superficie gris difusa* (difusa debido a la independencia direccional y gris debido a la independencia respecto a la longitud de onda). Es una superficie para la que se satisfacen ambas ecuaciones 12.62 y 12.63. Suponemos tales condiciones superficiales en muchas de nuestras consideraciones posteriores. Sin embargo, aunque la suposición de una superficie gris es razonable para muchas aplicaciones prácticas, se debe tener precaución en su uso, en particular si las regiones espectrales de la irradiación y emisión están muy separadas.

Ejemplo 12.9

Una pared difusa de ladrillo refractario de temperatura $T_s = 500$ K tiene la emisividad espectral que se muestra y se expone a un lecho de hulla a 2000 K.



Determine la emisividad hemisférica total y la potencia emisiva de la pared de ladrillo refractario. ¿Cuál es la absortividad total de la pared a la irradiación que resulta de la emisión de la hulla?

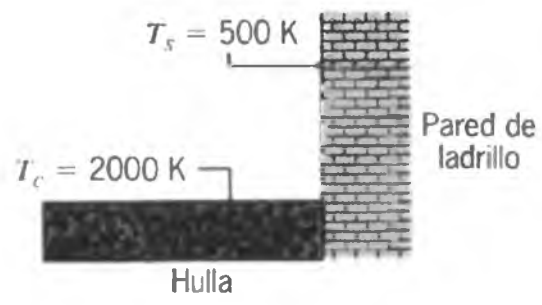
Solución

Se conoce: Una pared de ladrillo con temperatura superficial $T_s = 500$ K y en condición establecida se expone a hulla a $T_c = 2000$ K.

Encontrar:

1. Emisividad hemisférica total de la pared de ladrillo refractario.
2. Potencia emisiva total de la pared de ladrillo.
3. Absortividad de la pared a la irradiación de la hulla.

Esquema:



Suposiciones:

1. La pared de ladrillo es opaca y difusa.
2. La distribución espectral de la irradiación en la pared de ladrillo aproximada causada por la emisión de un cuerpo negro a 2000 K.

Análisis:

1. La emisividad hemisférica total se sigue de la ecuación 12.38.

$$\varepsilon(T_s) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda) E_{\lambda,b}(\lambda, T_s)\, d\lambda}{E_b(T_s)}$$

Al separar la integral en tres partes,

$$\varepsilon(T_s) = \varepsilon_{\lambda,1}\frac{\int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,b}\,d\lambda}{E_b} + \varepsilon_{\lambda,2}\frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,b}\,d\lambda}{E_b} + \varepsilon_{\lambda,3}\frac{\int_{\lambda_2}^{\infty} E_{\lambda,b}\,d\lambda}{E_b}$$

e introducir las funciones de cuerpo negro, se sigue que

$$\varepsilon(T_s) = \varepsilon_{\lambda,1}F_{(0\to\lambda_1)} + \varepsilon_{\lambda,2}[F_{(0\to\lambda_2)} - F_{(0\to\lambda_1)}] + \varepsilon_{\lambda,3}[1 - F_{(0\to\lambda_2)}]$$

De la tabla 12.1

$$\lambda_1 T_s = 1.5\ \mu\text{m} \times 500\ \text{K} = 750\ \mu\text{m}\cdot\text{K}: \qquad F_{(0\to\lambda_1)} = 0.000$$
$$\lambda_2 T_s = 10\ \mu\text{m} \times 500\ \text{K} = 5000\ \mu\text{m}\cdot\text{K}: \qquad F_{(0\to\lambda_2)} = 0.634$$

De aquí,

$$\varepsilon(T_s) = 0.1 \times 0 + 0.5 \times 0.634 + 0.8(1 - 0.634) = 0.610 \qquad \triangleleft$$

2. De las ecuaciones 12.28 y 12.37, la potencia emisiva total es

$$E(T_s) = \varepsilon(T_s)E_b(T_s) = \varepsilon(T_s)\,\sigma T_s^4$$
$$E(T_s) = 0.61 \times 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4(500\ \text{K})^4 = 2161\ \text{W/m}^2 \qquad \triangleleft$$

3. De la ecuación 12.46, la absortividad total de la pared a la radiación de la hulla es

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_\lambda(\lambda)G_\lambda(\lambda)\,d\lambda}{\int_0^{\infty} G_\lambda(\lambda)\,d\lambda}$$

Como la superficie es difusa, $\alpha_\lambda(\lambda) = \varepsilon_\lambda(\lambda)$. Además, como la distribución espectral de la irradiación se aproxima a la causada por la emisión de un cuerpo negro a 2000 K, $G_\lambda(\lambda) \propto E_{\lambda,b}(\lambda, T_c)$. Se sigue que

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_\lambda(\lambda)E_{\lambda,b}(\lambda, T_c)\,d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,b}(\lambda, T_c)\,d\lambda}$$

Al partir en dos partes la integral e introducir las funciones de cuerpo negro, obtenemos

$$\alpha = \varepsilon_{\lambda,1}F_{(0\to\lambda_1)} + \varepsilon_{\lambda,2}[F_{(0\to\lambda_2)} - F_{(0\to\lambda_1)}] + \varepsilon_{\lambda,3}[1 - F_{(0\to\lambda_2)}]$$

De la tabla 12.1,

$$\lambda_1 T_c = 1.5\ \mu\text{m} \times 2000\ \text{K} = 3000\ \mu\text{m}\cdot\text{K}: \qquad F_{(0\to\lambda_1)} = 0.273$$
$$\lambda_2 T_c = 10\ \mu\text{m} \times 2000\ \text{K} = 20{,}000\ \mu\text{m}\cdot\text{K}: \qquad F_{(0\to\lambda_2)} = 0.986$$

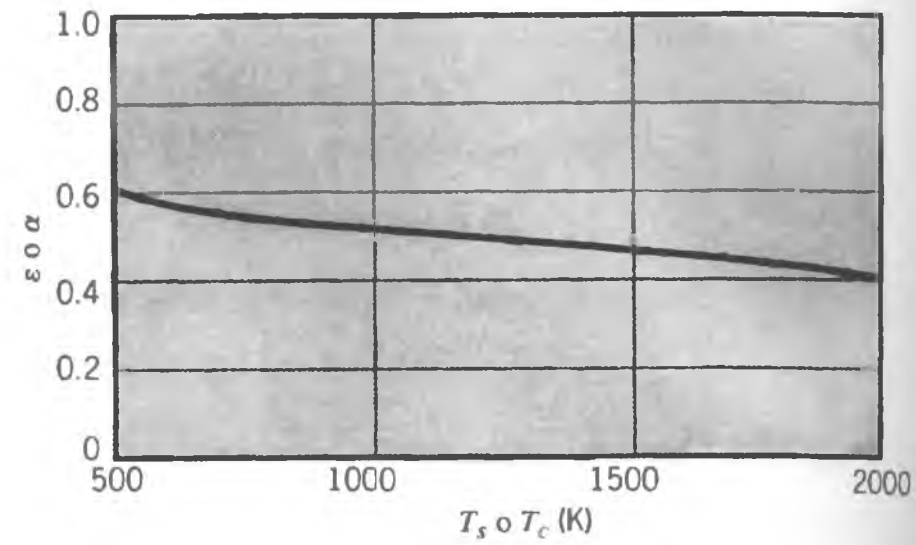
En consecuencia,

$$\alpha = 0.1 \times 0.273 + 0.5(0.986 - 0.273) + 0.8(1 - 0.986) = 0.395 \qquad \triangleleft$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede ...ural

Comentarios:

1. La emisividad depende de la temperatura superficial T_s, mientras que la absortividad depende de la distribución espectral de la irradiación, que depende de la temperatura de la fuente T_c.
2. La superficie no es gris, $\alpha \neq \varepsilon$. Este resultado es de esperarse. Como la emisión se asocia con $T_s = 500$ K, su máximo espectral ocurre en $\lambda_{máx} \approx 6\ \mu$m. Por el contrario, dado que la irradiación se asocia con la emisión de una fuente a $T_c = 2000$ K, su máximo ocurre a $\lambda_{máx} \approx 1.5\ \mu$m. Debido a que $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ no es constante sobre los márgenes espectrales de la emisión y la irradiación, $\alpha \neq \varepsilon$. Para la distribución espectral establecida $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$, ε y α disminuyen al aumentar T_s y T_c, respectivamente, y es sólo para $T_s = T_c$ que $\varepsilon = \alpha$. Las expresiones anteriores para ε y α se pueden usar para determinar su variación equivalente con T_s y T_c, y se obtiene el siguiente resultado:



Ejemplo 12.10

Una *pequeña* esfera metálica sólida tiene un recubrimiento difuso opaco para el que $\alpha_\lambda = 0.8$ para $\lambda \leq 5\ \mu$m y $\alpha_\lambda = 0.1$ para $\lambda > 5\ \mu$m. La esfera, que inicialmente está a una temperatura uniforme de 300 K, se inserta en un horno grande cuyas paredes están a 1200 K. Determine la absortividad y emisividad hemisféricas total del recubrimiento para la condición inicial y para la condición final de estado estable.

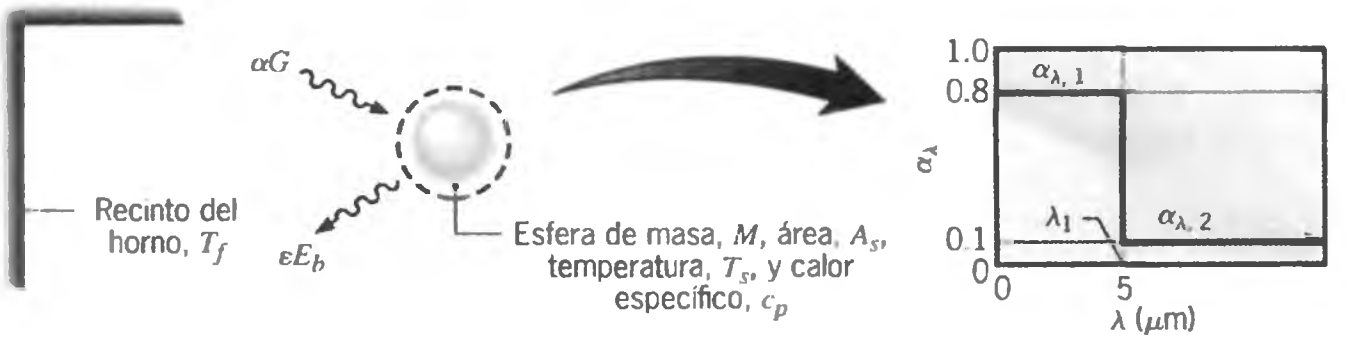
Solución

Se conoce: Esfera metálica pequeña con absortividad espectralmente selectiva inicialmente a $T_s = 300$ K, se inserta en un horno grande a $T_f = 1200$ K.

Encontrar:

1. Absortividad y emisividad hemisférica total del recubrimiento de la esfera para la condición inicial.
2. Valores de α y ε después de que la esfera ha estado en el horno por un tiempo largo.

Esquema:



Suposiciones:

1. El recubrimiento es opaco y difuso.
2. Como la superficie del horno es mucho mayor que la de la esfera, la irradiación aproxima a la emisión de un cuerpo negro a T_f.

Análisis:

1. De la ecuación 12.46, la absortividad hemisférica total es

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}$$

o, con $G_\lambda = E_{\lambda,b}(T_f) = E_{\lambda,b}(\lambda, 1200\ \text{K})$,

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) E_{\lambda,b}(\lambda, 1200\ \text{K})\, d\lambda}{E_b(1200\ \text{K})}$$

De aquí,

$$\alpha = \alpha_{\lambda,1} \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,b}(\lambda, 1200\ \text{K})\, d\lambda}{E_b(1200\ \text{K})} + \alpha_{\lambda,2} \frac{\int_{\lambda_1}^\infty E_{\lambda,b}(\lambda, 1200\ \text{K})\, d\lambda}{E_b(1200\ \text{K})}$$

o

$$\alpha = \alpha_{\lambda,1} F_{(0\to\lambda_1)} + \alpha_{\lambda,2}[1 - F_{(0\to\lambda_1)}]$$

De la tabla 12.1,

$$\lambda_1 T_f = 5\ \mu\text{m} \times 1200\ \text{K} = 6000\ \mu\text{m} \cdot \text{K}: \qquad F_{(0\to\lambda_1)} = 0.738$$

Por consiguiente,

$$\alpha = 0.8 \times 0.738 \times 0.1(1 - 0.738) = 0.62$$

La emisividad hemisférica total se sigue de la ecuación 12.38:

$$\varepsilon(T_s) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{\lambda,b}(\lambda, T_s)\, d\lambda}{E_b(T_s)}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Como la superficie es difusa, $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$, y se sigue que

$$\varepsilon = \alpha_{\lambda,1} \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,b}(\lambda, 300\ \text{K})\, d\lambda}{E_b(300\ \text{K})} + \alpha_{\lambda,2} \frac{\int_{\lambda_1}^{\infty} E_{\lambda,b}(\lambda, 300\ \text{K})\, d\lambda}{E_b(300\ \text{K})}$$

o

$$\varepsilon = \alpha_{\lambda,1} F_{(0\to\lambda_1)} + \alpha_{\lambda,2}[1 - F_{(0\to\lambda_1)}]$$

De la tabla 12.1,

$$\lambda_1 T_s = 5\ \mu\text{m} \times 300\ \text{K} = 1500\ \mu\text{m} \cdot \text{K}: \qquad F_{(0\to\lambda_1)} = 0.014$$

De aquí,

$$\varepsilon = 0.8 \times 0.014 + 0.1(1 - 0.014) = 0.11$$

2. Dado que las características espectrales del recubrimiento y de la temperatura del horno permanecen fijas, no hay cambio en el valor de α al aumentar el tiempo. Sin embargo, como T_s aumenta con el tiempo, el valor de ε cambiará. Después de un tiempo suficientemente largo, $T_s = T_f$, y $\varepsilon = \alpha$ ($\varepsilon = 0.62$).

Comentarios:

1. La condición de equilibrio que finalmente existe ($T_s = T_f$) corresponde precisamente a la condición para la que se derivó la ley de Kirchhoff. De aquí α debe ser igual a ε.
2. Al aproximar la esfera como una resistencia interna despreciable e ignorar la convección, un balance de energía para un volumen de control alrededor de la esfera da

$$\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sale}} = \dot{E}_{\text{alm}}$$

$$(\alpha G)A_s - (\varepsilon\sigma T_s^4)A_s = Mc_p \frac{dT}{dt}$$

La ecuación diferencial se podría resolver para determinar $T(t)$ para $t > 0$, y la variación en ε que ocurre al aumentar el tiempo se tendría que incluir en la solución.

12.8 *Radiación ambiental*

No sería apropiado concluir este capítulo sin comentar la radiación que comprende nuestro medio ambiente. La radiación solar es, por supuesto, esencial para toda la vida en la Tierra. A través del proceso de fotosíntesis, se satisface nuestra necesidad de alimento, fibra y combustible. Además, a través de procesos térmicos y fotovoltáicos, se tiene el potencial para satisfacer mucha de nuestra demanda de calentamiento espacial, proceso de calor, y electricidad.

El Sol es una fuente de radiación casi esférica que tiene 1.39×10^9 m de diámetro y se localiza a 1.50×10^{11} m de la Tierra. Con respecto a la magnitud y a la dispo

dencia espectral y direccional de la radiación solar incidente, es necesario distinguir entre las condiciones en la superficie de la Tierra y en el extremo exterior de la atmósfera terrestre. Para una superficie horizontal fuera de la atmósfera terrestre, la radiación solar parece un haz de *rayos casi paralelos* que forman un ángulo θ, el *ángulo cenital*, relativo a la superficie normal (figura 12.28). La irradiación *extraterrestre* $G_{S,o}$ depende de la latitud geográfica, así como del tiempo del día y del año. Se puede determinar a partir de una expresión de la forma

$$G_{S,o} = S_c \cdot f \cdot \cos\theta \tag{12.67}$$

donde S_c, la *constante solar*, es el flujo de energía solar incidente sobre una superficie *normal* a los rayos solares, cuando la Tierra está a su distancia media del Sol. Se sabe que tiene un valor de $S_c = 1353$ W/m^2. La cantidad f es un pequeño factor de corrección para tener en cuenta la excentricidad de la órbita de la Tierra alrededor del Sol ($0.97 \lesssim f \lesssim 1.03$).

La distribución espectral de la radiación solar es significativamente diferente de la asociada con la emisión de superficies de ingeniería. Como se muestra en la figura 12.29, esta distribución se aproxima a la de un cuerpo negro a 5800 K. La radiación se concentra en la región de longitud de onda corta ($0.2 \lesssim \lambda \lesssim 3$ μm) del espectro térmico, con la ocurrencia del pico a aproximadamente 0.50 μm. Es esta concentración de longitud de onda corta la que con frecuencia impide la suposición de comportamiento de cuerpo gris para superficies solarmente irradiadas, pues la emisión por lo general está en la región espectral más allá de 4 μm y es improbable que las propiedades espectrales de la superficie sean constantes en tan amplio margen espectral.

Como la radiación solar pasa a través de la atmósfera de la Tierra, su magnitud y sus distribuciones espectral y direccional experimentan un cambio significativo. El cambio se debe a la *absorción* y *dispersión* de la radiación por los constituyentes atmosféricos. El efecto de absorción por los gases atmosféricos O_3 (ozono), H_2O, O_2, y CO_2 se muestra por la curva inferior de la figura 12.29. La absorción por el ozono es fuerte en la región UV, lo que proporciona una atenuación considerable por debajo de 0.4 μm y una atenuación completa por debajo de 0.3 μm. En la región visible hay alguna absorción por el O_3 y el O_2; y en las regiones IR cercana y lejana, la absorción está dominada por el vapor de agua. A lo largo del espectro solar, también hay una absorción continua de la radiación por el polvo y el contenido de aerosol de la atmósfera.

La dispersión atmosférica proporciona la *redirección* de los rayos solares y es de dos tipos (figura 12.30). La *dispersión de Rayleigh* (o *molecular*) por las moléculas del

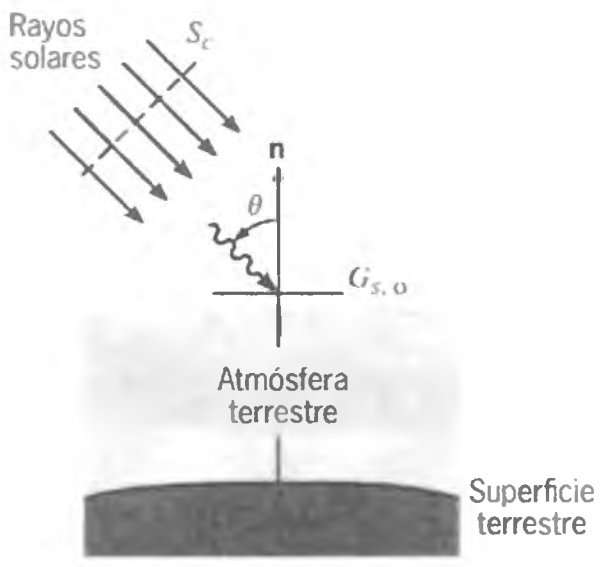


FIGURA 12.28
Naturaleza direccional de la radiación solar fuera de la atmósfera terrestre.

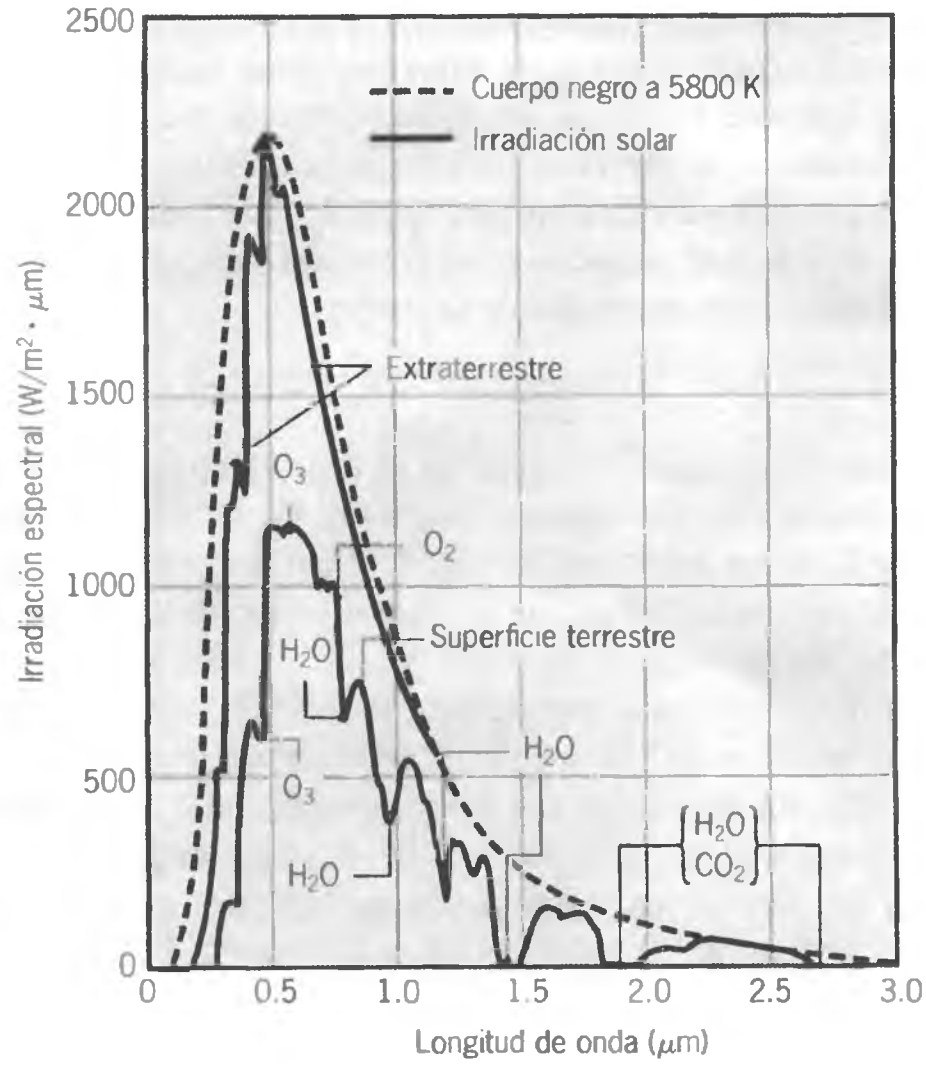


Figura 12.29 Distribución espectral de la radiación solar.

gas proporciona una dispersión casi uniforme de la radiación en todas direcciones. Por tanto, aproximadamente la mitad de la radiación dispersada se redirige al espacio mientras que la parte restante golpea la superficie terrestre. En cualquier punto sobre esta superficie, la radiación dispersada incide desde todas direcciones. Por el contrario, la *dispersión de Mie* por las partículas de polvo y de aerosol de la atmósfera se concentra en direcciones cercanas a la de los rayos incidentes. Así, virtualmente, toda esta radiación golpea la superficie terrestre en direcciones cercanas a la de los rayos solares.

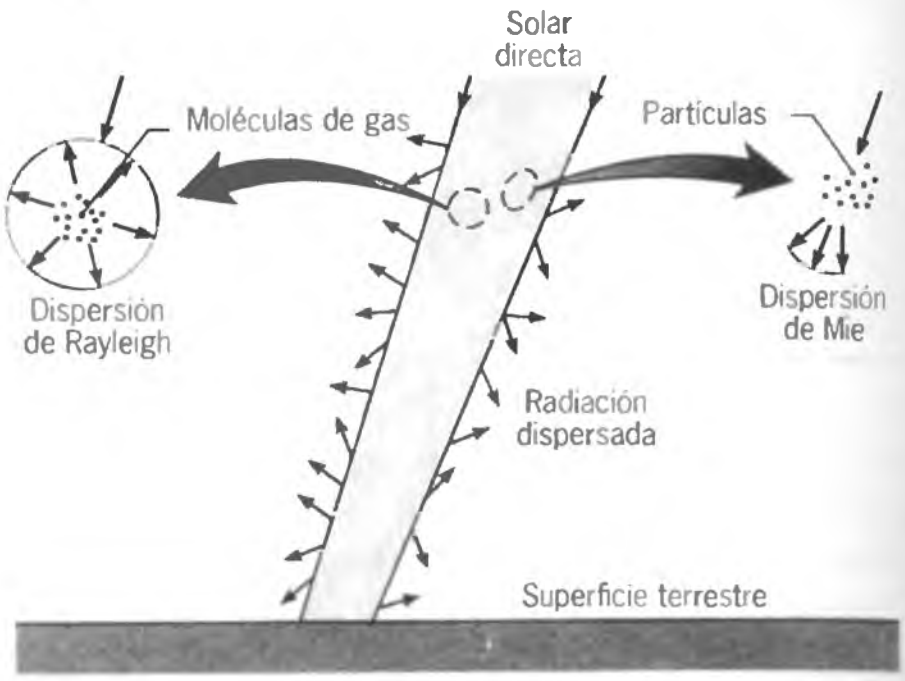


Figura 12.30 Dispersión de la radiación solar en la atmósfera terrestre.

El efecto acumulado del proceso de dispersión sobre la distribución direccional de la radiación solar que golpea la superficie terrestre se muestra en la figura 12.31*a*. La parte de la radiación que penetra la atmósfera sin ser dispersada (o absorbida) está en la dirección del ángulo cenital y se denomina *radiación directa*. La radiación dispersada incide de todas direcciones, aunque su intensidad es mayor para direcciones cercanas a la de la radiación directa. Sin embargo, como la intensidad de la radiación a menudo se *supone* independiente de la dirección (figura 12.31*b*), la radiación se denomina *difusa*. La radiación solar total que alcanza la superficie terrestre es, por tanto, la suma de las contribuciones directa y difusa. La contribución difusa puede variar de aproximadamente el 10% de la radiación solar total en un día claro a cerca del 100% en un día totalmente nublado.

La discusión anterior se enfocó en la *naturaleza* de la radiación solar. Los análisis de transferencia de calor relacionados con su uso se consideran en muchos de los ejemplos y problemas del texto. El tratamiento detallado de las tecnologías de energía solar se puede encontrar en las referencias [7–11].

Las formas de longitud de onda larga de la radiación ambiental incluyen la emisión de la superficie terrestre, así como la emisión de ciertos constituyentes atmosféricos. La potencia emisiva asociada con la superficie terrestre se puede calcular de manera convencional. Es decir,

$$E = \varepsilon \sigma T^4 \tag{12.68}$$

donde ε y T son la emisividad y la temperatura, respectivamente. Las emisividades son por lo general cercanas a la unidad, y la del agua, por ejemplo, es aproximadamente 0.97. Como las temperaturas normalmente van de 250 a 320 K, la emisión se concentra en la región espectral de aproximadamente 4 a 40 μm, con la ocurrencia del pico a aproximadamente 10 μm.

La emisión atmosférica es en gran parte de las moléculas de CO_2 y de H_2O y se concentra en las regiones espectrales de 5 a 8 μm y por arriba de 13 μm. Aunque la distribución espectral de la emisión atmosférica no corresponde a la de un cuerpo negro, su contribución a la irradiación de la superficie terrestre se puede estimar mediante la ecuación 12.28. En particular, la irradiación de la Tierra debida a la emisión atmosférica se puede expresar en la forma

$$G_{\text{atm}} = \sigma T_{\text{cielo}}^4 \tag{12.69}$$

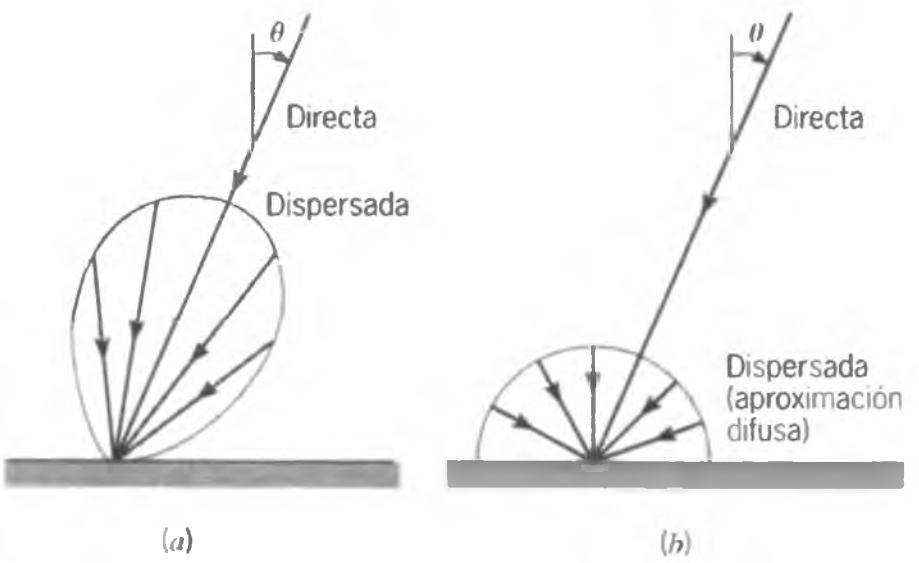


Figura 12.31 Distribución direccional de la radiación solar en la superficie de la Tierra. (*a*) Distribución real. (*b*) Aproximación difusa.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Tabla 12.2 Absortividad solar α_S y emisividad ε de superficies que tienen la absortividad espectral dada en la figura 12.23

Superficie	α_S	ε (300 K)	α_S/ε
Película de aluminio evaporado	0.09	0.03	3.0
Cuarzo fundido sobre una película de aluminio	0.19	0.81	0.24
Pintura blanca sobre un sustrato metálico	0.21	0.96	0.22
Pintura negra sobre un sustrato metálico	0.97	0.97	1.0
Acero inoxidable, como se recibe, mate	0.50	0.21	2.4
Ladrillo rojo	0.63	0.93	0.68
Piel humana (caucásica)	0.62	0.97	0.64
Nieve	0.28	0.97	0.29
Hoja de maíz	0.76	0.97	0.78

donde T_{cielo} se denomina la temperatura efectiva del cielo. Su valor depende de las condiciones atmosféricas, que van desde un valor inferior de 230 K, bajo un cielo claro frío, a uno superior de aproximadamente 285 K bajo condiciones nubladas y calientes. En la noche la emisión atmosférica es la única fuente de irradiación terrestre. Cuando su valor es pequeño, como en una noche clara fría, el agua se puede congelar aunque la temperatura del aire exceda 273 K.

Cerramos recordando que los valores de las propiedades espectrales de una superficie a longitudes de onda cortas pueden ser apreciablemente diferentes de los valores a longitudes de onda grandes (figuras 12.18 y 12.23). Como la radiación solar se concentra en la región de longitud de onda corta del espectro y la emisión superficial es en longitudes de onda mucho más grandes, se sigue que muchas superficies no se pueden aproximar como grises en su respuesta a la irradiación solar. En otras palabras, la absortividad solar de una superficie α_S puede diferir de su emisividad ε. En la tabla 12.2 se presentan valores de α_S y la emisividad a temperaturas moderadas para superficies representativas. Advierta que la razón α_S/ε es un importante parámetro de ingeniería. Se desean valores pequeños si la superficie está destinada a colectar energía solar.

Ejemplo 12.11

Un colector solar plano sin placa cubierta tiene una superficie de absorción con emisividad 0.1 y absortividad solar de 0.95. En un momento dado del día la temperatura de la superficie de absorción T_s es 120°C cuando la irradiación solar es 750 W/m^2, la temperatura del cielo efectiva es −10°C, y la temperatura del aire ambiental T_∞ es 30°C. Suponga que el coeficiente de transferencia de calor por convección para condiciones de día calmado se pueden estimar a partir de

$$\bar{h} = 0.22(T_s - T_\infty)^{1/3} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Calcule la rapidez de eliminación de calor útil (W/m^2) del colector para estas condiciones. ¿Cuál es la eficiencia correspondiente del colector?

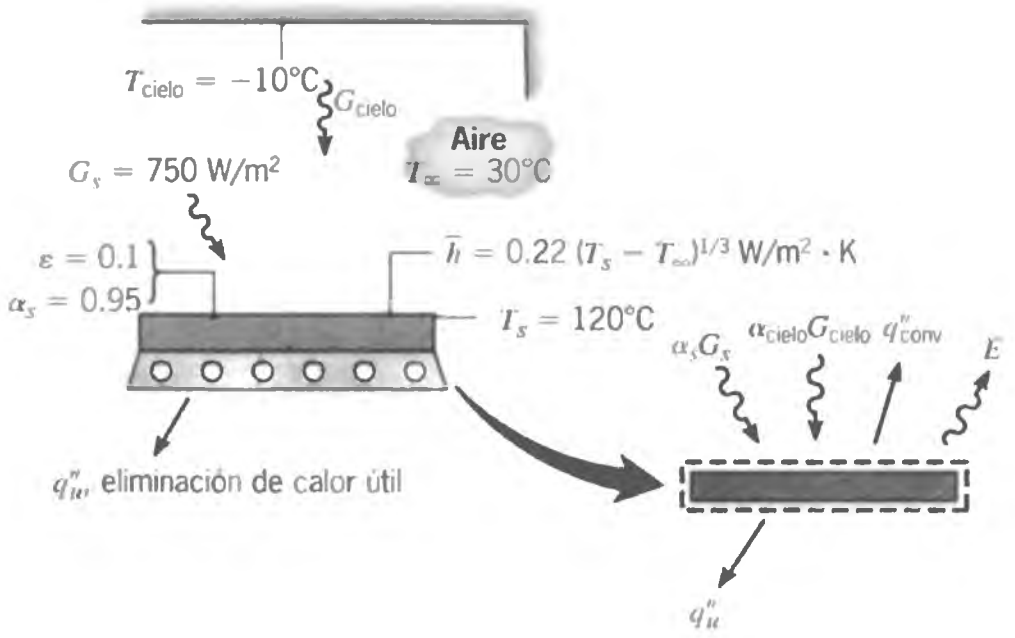
Solución

Se conoce: Condiciones de operación para un colector solar plano.

Encontrar:

1. Rapidez de eliminación de calor útil por unidad de área, q''_u (W/m^2).
2. Eficiencia η del colector.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. La parte inferior del colector está bien aislada.
3. Superficie de absorción difusa.

Análisis:

1. Al llevar a cabo un balance de energía sobre el absorbedor,

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sale} = 0$$

o, por unidad de área superficial,

$$\alpha_S G_S + \alpha_{cielo} G_{cielo} - q''_{conv} - E - q''_u = 0$$

De la ecuación 12.69,

$$G_{cielo} = \sigma T^4_{cielo}$$

Como la radiación del cielo se concentra en aproximadamente la misma región espectral que la de la emisión superficial, es razonable suponer que

$$\alpha_{cielo} \approx \varepsilon = 0.1$$

Con

$$q''_{conv} = \bar{h}(T_s - T_\infty) = 0.22(T_s - T_\infty)^{4/3}$$

y

$$E = \varepsilon \sigma T_s^4$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

se sigue que

$$q''_u = \alpha_S G_S + \varepsilon\alpha G^{\downarrow}_{\text{cielo}} - 0.22(T_s - T_\infty)^{4/3} - \varepsilon\sigma T_s^4$$

$$q''_u = \alpha_S G_S - 0.22(T_s - T_\infty)^{4/3} - \varepsilon\sigma(T_s^4 - T^4_{\text{cielo}})$$

$$q''_u = 0.95 \times 750\ \text{W/m}^2 - 0.22(120 - 30)^{4/3}\ \text{W/m}^2$$
$$- 0.1 \times 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4(393^4 - 263^4)\ \text{K}^4$$

$$q''_u = (712.5 - 88.7 - 108.1)\ \text{W/m}^2 = 516\ \text{W/m}^2$$

2. La eficiencia del colector, definida como la fracción de la irradiación solar que se extrae como energía útil, es entonces

$$\eta = \frac{q''_u}{G_S} = \frac{516\ \text{W/m}^2}{750\ \text{W/m}^2} = 0.69$$

Comentarios:

1. Dado que el margen espectral de G_{cielo} es por completo diferente del de G_S, sería *incorrecto* suponer que $\alpha_{\text{cielo}} = \alpha_S$.
2. El coeficiente de transferencia de calor por convección es extremadamente bajo ($\bar{h} \approx 1\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$). Con un modesto aumento a $\bar{h} = 5\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$, el flujo de calor útil y la eficiencia se reducen a $q''_u = 161\ \text{W/m}^2$ y $\eta = 0.21$. Una placa de cubierta puede contribuir de manera significativa a reducir la pérdida de calor por convección (y por radiación) de la placa de absorción.

12.9 *Resumen*

En este capítulo se introducen nuevas e importantes ideas, y en esta etapa puede estar confundido, en particular por la terminología. No obstante, el tema se desarrolla de forma sistemática, y una nueva lectura cuidadosa del material lo dejaría más confiado en su aplicación. En la tabla 12.3 se proporciona un glosario para ayudarlo a asimilar la terminología.

Debe ser capaz de responder las siguientes preguntas: ¿Qué es radiación y qué posición ocupa la *radiación térmica* en el *espectro electromagnético*? ¿Cuáles son los orígenes físicos de la radiación térmica? ¿Qué propiedad material caracteriza la habilidad de una superficie para emitir radiación térmica? ¿Qué procesos y propiedades materiales asociadas caracterizan la forma en la que una superficie responde a la irradiación? ¿Qué es una superficie *opaca*? ¿Una superficie *transparente*?

Debe reconocer la diferencia entre las propiedades de radiación *direccional* y *espectral* por un lado y las propiedades *hemisférica* y *total* por el otro. Además, debe ser capaz de ir del conocimiento de la primera a la determinación de la última. También debe apreciar el papel único del *cuerpo negro* en la descripción de la radiación térmica

TABLA 12.3 Glosario de términos radiativos

Término	Definición
Absorción	Proceso de conversión de la radiación interceptada por la materia en energía térmica.
Absortividad	Fracción de la radiación incidente absorbida por la materia. Ecuaciones 12.41, 12.42, y 12.45. Modificadores: *direccional, hemisférica, espectral, total.*
Ángulo sólido	Región subtendida por un elemento de área sobre la superficie de una esfera con respecto al centro de la esfera, ω (sr). Ecuaciones 12.2 y 12.3.
Cuerpo negro	Emisor y absorbedor ideal. Modificador que se refiere al comportamiento ideal. Se denota mediante el subíndice b.
Difusa	Modificador que se refiere a la independencia direccional de la intensidad asociada con la radiación emitida, reflejada, o incidente.
Direccional	Modificador que se refiere a una dirección particular. Se denota con el subíndice θ.
Distribución direccional	Se refiere a la variación con la dirección.
Distribución espectral	Se refiere a la variación con la longitud de onda.
Emisión	Proceso de producción de radiación por la materia a una temperatura finita. Modificadores: *difusa, de cuerpo negro, espectral.*
Emisividad	Relación entre la radiación emitida por una superficie y la radiación emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura. Ecuaciones 12.32, 12.33, 12.34, y 12.37. Modificadores: *direccional, hemisférica, espectral, total.*
Espectral	Modificador que se refiere a la componente de una sola longitud de onda (monocromática). Se denota con el subíndice λ.
Especular	Se refiere a una superficie para la que el ángulo de la radiación reflejada es igual al ángulo de la radiación incidente.
Hemisférico	Modificador que se refiere a todas las direcciones en el espacio por arriba de una superficie.
Intensidad	Rapidez de propagación de la energía radiante en una dirección particular, por unidad de área normal a la dirección, por unidad de ángulo sólido alrededor de la dirección, I (W/m^2 · sr). Modificador: *espectral.*
Irradiación	Rapidez a la que la radiación incide sobre una superficie desde todas direcciones por unidad de área de la superficie, G (W/m^2). Modificadores: *espectral, total, difusa.*
Ley de Kirchhoff	Relación entre las propiedades de emisión y absorción para superficies irradiadas por un cuerpo negro a la misma temperatura. Ecuaciones 12.61, 12.62, 12.63, y 12.64.
Ley de Planck	Distribución espectral de la emisión de un cuerpo negro. Ecuaciones 12.25 y 12.26.
Ley de Stefan-Boltzmann	Potencia emisiva de un cuerpo negro. Ecuación 12.28.
Ley de Wien	Lugar geométrico de la longitud de onda que corresponde a la emisión pico de un cuerpo negro. Ecuación 12.27
Potencia emisiva	Energía radiante emitida por una superficie en todas direcciones por unidad de área de la superficie, E (W/m^2). Modificadores: *espectral, total, de cuerpo negro.*
Radiación térmica	Energía electromagnética emitida por la materia a una temperatura finita y concentrada en la región espectral de aproximadamente 0.1 a 100 μm.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Tabla 12.3 *Continuación*

Término	Definición
Radiosidad	Rapidez a la que sale la radiación de una superficie debido a la emisión y reflexión en todas direcciones por unidad de área de la superficie, J (W/m^2). Modificadores: *espectral, total.*
Reflexión	Proceso de redirección de la radiación incidente sobre una superficie. Modificadores: *difusa, especular.*
Reflectividad	Fracción de la radiación incidente reflejada por la materia. Ecuaciones 12.48, 12.49, y 12.51.
Semitransparente	Se refiere a un medio en el que la absorción de radiación es un proceso volumétrico.
Superficie gris	Superficie para la cual la absortividad espectral y la emisividad son independientes de la longitud de onda sobre las regiones espectrales de irradiación y emisión superficial.
Total	Modificador que se refiere a todas las longitudes de onda.
Transmisión	Proceso de radiación térmica que pasa a través de la materia.
Transmisividad	Fracción de la radiación incidente transmitida por la materia. Ecuaciones 12.53 y 12.54. Modificadores: *hemisférica, espectral, total.*

¿En qué sentido el cuerpo negro es *perfecto*? ¿Por qué es una idealización, y cómo se puede aproximar en la práctica? ¿Qué es la *distribución de Planck*? ¿Cómo se altera al aumentar la temperatura superficial? ¿Qué son las leyes de *Wien* y de *Stefan-Boltzmann*? ¿Para qué propósitos se pueden usar las funciones de emisión de cuerpo negro de la tabla 12.1?

Las relaciones entre emisividad y absortividad a menudo son extremadamente importantes en los cálculos de intercambio radiativo. ¿Qué es la *ley de Kirchhoff*, y qué condiciones restrictivas son inherentes en su derivación? ¿Qué es una *superficie gris*, y bajo qué condiciones la suposición de una superficie gris puede ser particularmente sospechosa? Finalmente, ¿cuáles son las características de la *radiación solar*? ¿En qué región del espectro esta radiación se concentra, y cómo se altera debido al paso a través de la atmósfera terrestre? ¿Cuál es la naturaleza de su distribución direccional en la superficie terrestre?

Bibliografía

1. Planck M., *The Theory of Heat Radiation*, Dover Publications, Nueva York, 1959.
2. Gubareff, G. G., J. E. Janssen y R. H. Torberg, *Thermal Radiation Properties Survey*, 2a ed., Honeywell Research Center, Minneápolis, 1960.
3. Wood, W. D., H. W. Deem y C. F. Lucks, *Thermal Radiative Properties*, Plenum Press, Nueva York, 1968.
4. Touloukian, Y. S., *Thermophysical Properties of High Temperature Solid Materials*, Macmillan, Nueva York, 1967.

5. Touloukian, Y. S. y D. P. DeWitt, *Thermal Radiative Propeties*, vols. 7, 8 y 9, from *Thermophysical Properties of Matter*, TPRC Data Series, Y. S. Touloukian y C. Y. Ho, eds., IFI Plenum, Nueva York, 1970-1972.

6. Siegel, R. y J. R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*, 2a ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1981.

7. Duffie, J. A. y W. A. Beckman, *Solar Energy Thermal Processes*, Wiley, Nueva York, 1974.

8. Meinel, A. B. y M. P. Meinel, *Applied Solar Energy: An Introduction*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1976.

9. Sayigh, A. A. M., ed., *Solar Energy Engineering*, Academic Press, Nueva York, 1977.

10. Anderson, E. E., *Solar Energy Fundamentals for Designers and Engineers*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1982.

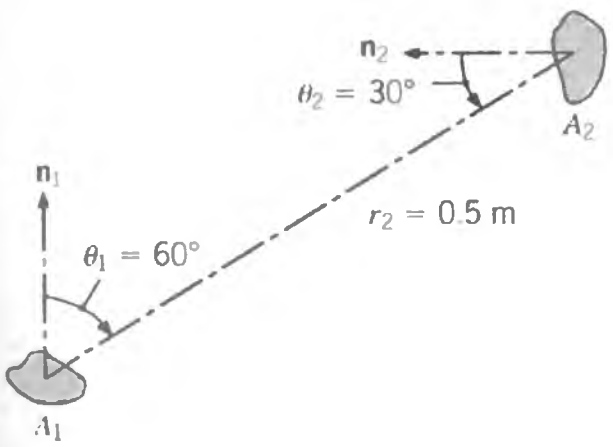
11. Howell, J. R., R. B. Bannerot y G. C. Vliet, *Solar Thermal Energy Systems, Analysis and Desing*, McGraw-Hill, Nueva York, 1982.

Problemas

Intensidad, potencia emisiva e irradiación

12.1 ¿Cuál es la irradiación en las superficies A_2, A_3 y A_4 del ejemplo 12.1 debido a la emisión de A_1?

12.2 Considere una pequeña superficie de área $A_1 = 10^{-4}$ m^2, que emite difusamente con una potencia emisiva hemisférica total de $E_1 = 5 \times 10^4$ W/m^2.

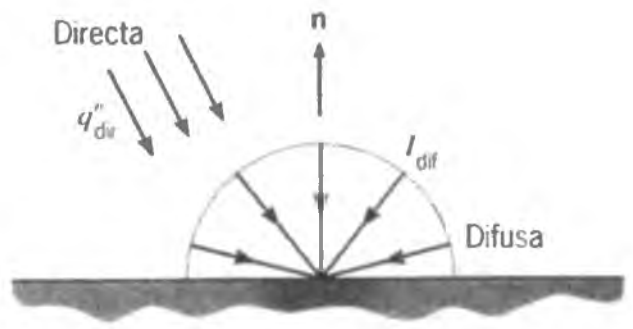


(a) ¿A qué rapidez es interceptada esta emisión por una pequeña superficie de área $A_2 = 5 \times 10^{-4}$ m^2, que está orientada como se muestra?

(b) ¿Cuál es la irradiación G_2 sobre A_2?

(c) Para ángulos cenitales $\theta_2 = 0$, 30 y 60°, grafique G_2 como función de la distancia de separación para $0.25 \leq r_2 \leq 1.0$ m.

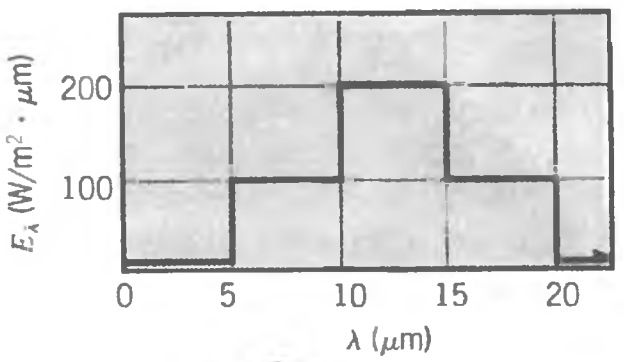
12.3 De acuerdo con su distribución direccional, la radiación solar incidente sobre la superficie terrestre se puede dividir en dos componentes. La componente *directa* consiste en rayos paralelos que inciden a un ángulo cenital fijo θ. Mientras que la componente *difusa* consiste en radiación que se puede aproximar como difusamente distribuida con θ.



Considere condiciones de cielo claro para las que la radiación directa incide a $\theta = 30°$, con un flujo total (basado en un área que es normal a los rayos) $q''_{dir} = 1000$ W/m^2, y la intensidad total de la radiación difusa es $I_{dif} = 70$ W/m$^2 \cdot$ sr. ¿Cuál es la irradiación solar total en la superficie terrestre?

12.4 En un día nublado la distribución direccional de la radiación solar incidente sobre la superficie terrestre se puede aproximar mediante una expresión de la forma $I_i = I_n \cos \theta$, donde $I_n = 80$ W/m$^2 \cdot$ sr es la intensidad total de la radiación normal a la superficie y θ es el ángulo cenital. ¿Cuál es la irradiación solar en la superficie terrestre?

12.5 La distribución espectral de la irradiación emitida por una superficie difusa se puede aproximar como sigue.



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litor

(a) ¿Cuál es la potencia emisiva total?

(b) ¿Cuál es la intensidad total de la radiación emitida en la dirección normal y a un ángulo de 30° de la normal?

(c) Determine la fracción de la potencia emisiva que sale de la superficie en las direcciones $\pi/4 \leq \theta \leq \pi/2$.

12.6 Un horno con una abertura de 20 mm de diámetro y potencia emisiva de 3.72×10^5 W/m^2 se usa para calibrar un medidor de flujo de calor que tiene un área sensible de 1.6×10^{-5} m^2.

(a) ¿A qué distancia, medida a lo largo de una normal desde la abertura, se debe colocar el medidor para recibir una irradiación de 1000 W/m^2?

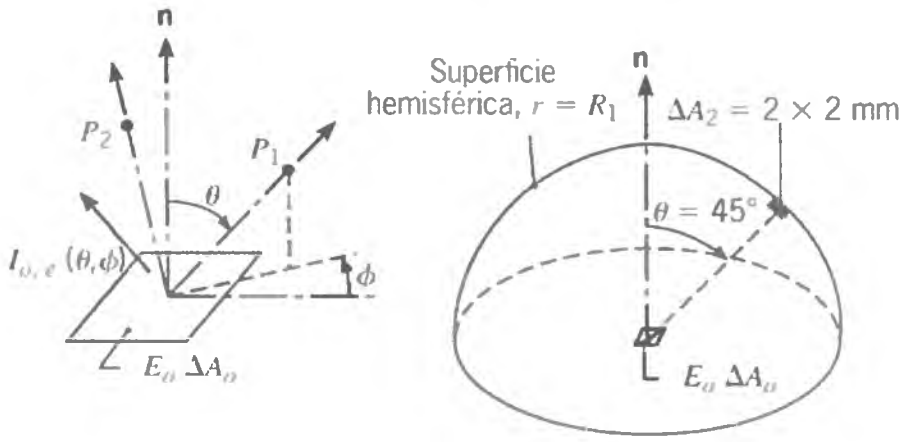
(b) Si el medidor está inclinado respecto a la normal en 20°, ¿cuál es su irradiación?

(c) Para ángulos de inclinación de 0, 20 y 60°, grafique la irradiación del medidor como función de la distancia de separación para valores que van de 100 a 300 mm.

12.7 Determine la fracción de la potencia emisiva hemisférica total E(W/m^2) que sale de una superficie difusa en las direcciones $\pi/4 \leq \theta \leq \pi/2$ y $0 \leq \phi \leq \pi$.

12.8 ¿Qué fracción de la potencia emisiva hemisférica total E(W/m^2) que sale de un radiador difuso estará en las direcciones $0 \leq \theta \leq 30°$?

12.9 Considere una superficie difusa de 5 mm cuadrados ΔA_o que tiene una potencia emisiva total $E_o = 4000$ W/m^2. El campo de radiación debido a la emisión en el espacio hemisférico por arriba de la superficie es difuso, y por ello proporciona una intensidad uniforme $I(\theta, \phi)$. Además, si el espacio es un medio apartado (no absorbente, no dispersor y no emisor), la intensidad es independiente del radio para cualquier dirección (θ, ϕ). De aquí las intensidades en cualesquiera puntos P_1 y P_2 serían iguales.



(a) ¿Cuál es la rapidez a la que ΔA_o emite energía radiante, q_{emit}?

(b) ¿Cuál es la intensidad $I_{o,e}$ del campo de radiación emitido de la superficie ΔA_o?

(c) Comience con la ecuación 12.10 y suponga el conocimiento de la intensidad $I_{o,e}$, obtenga una expresión para q_{emit}.

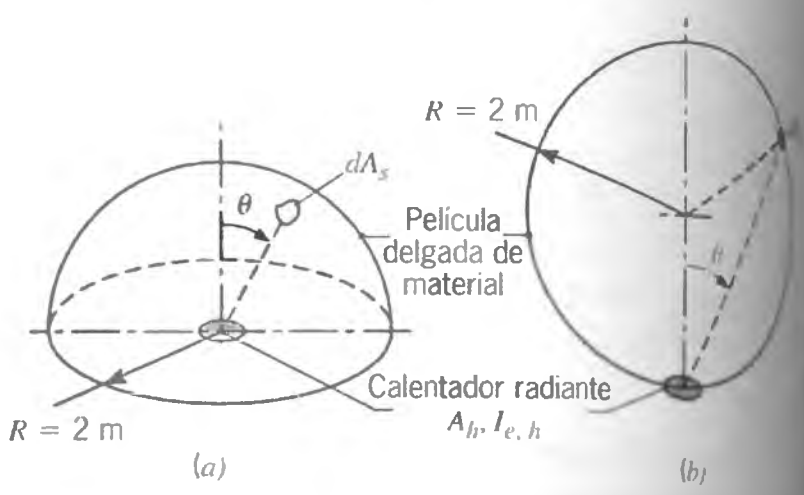
(d) Considere la superficie hemisférica localizada en $r = R_1 = 0.5$ m. Con el uso del requerimiento de conservación de la energía, determine la rapidez a la que la energía radiante incide sobre esta superficie debido a la emisión de ΔA_o.

(e) Con el uso de la ecuación 12.5, determine la rapidez a la que la energía radiante que sale de ΔA_o es interceptada por la pequeña área ΔA_2 localizada en la dirección $(45°, \phi)$ sobre la superficie hemisférica. ¿Cuál es la irradiación sobre ΔA_2?

(f) Repita la parte (e) para la posición $(0°, \phi)$. ¿Las irradiaciones en las dos posiciones son iguales?

(g) Con el uso de la ecuación 12.15, determine la irradiación G_1 sobre la superficie hemisférica en $r = R_1$.

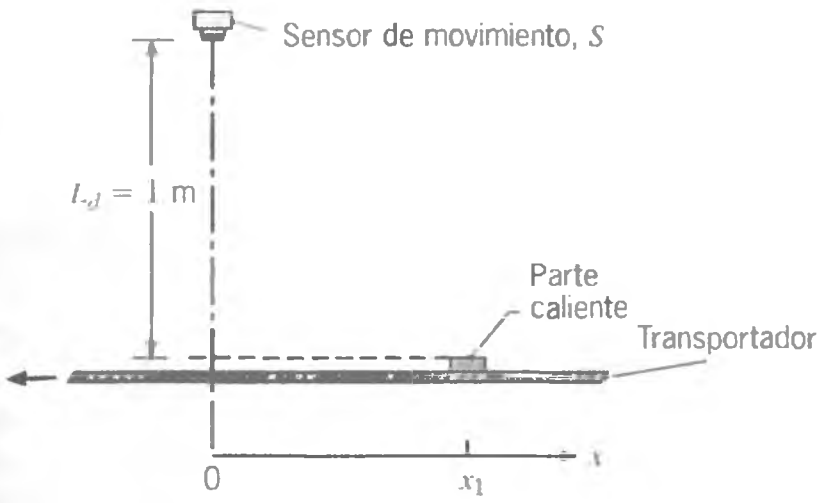
12.10 Durante el tratamiento de calor radiante de una película delgada de material, su forma, que puede ser hemisférica (a) o esférica (b), se mantiene mediante una presión de aire relativamente baja (como en el caso de un globo de hule). La irradiación sobre la película se debe a la emisión desde un calentador radiante de área $A_h = 0.0052$ m^2, que emite difusamente con una intensidad de $I_{e,h} = 169{,}000$ W/m$^2 \cdot$ sr.



(a) Obtenga una expresión para la irradiación sobre la película como función del ángulo cenital θ.

(b) Con base en las expresiones derivadas en la parte (a), ¿qué forma proporciona la irradiación G más uniforme y por tanto el mejor control de calidad para el proceso de tratamiento?

12.11 A fin de iniciar la operación de un proceso, se emplea un sensor de movimiento infrarrojo (detector de radiación) para determinar la aproximación de una pieza caliente sobre un sistema transportador. La señal de salida del sensor es proporcional a la rapidez a la que la radiación incide sobre el sensor.



(a) ¿Para $L_d = 1$ m, en qué posición x_1 la señal S_1 del sensor será 75% de la señal correspondiente a la posición directamente debajo del sensor, S_o ($x = 0$)?

(b) Para valores de $L_d = 0.8$, 1.0 y 1.2 m, grafique la razón de señal, S/S_o, contra la posición de la parte, x, para razones de señal en el margen de 1.0 a 0.2. Compare las posiciones x para las que $S/S_o = 0.75$.

Radiación de cuerpo negro

12.12 Aproximaciones a la ley de Planck para la potencia emisiva espectral son las distribuciones espectrales de Wien y de Rayleigh-Jeans, que son útiles para los límites en extremo bajos y altos del producto λT, respectivamente.

(a) Muestre que la distribución espectral de Planck tendrá la forma

$$E_{\lambda,b}(\lambda, T) \approx \frac{C_1}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{C_2}{\lambda T}\right)$$

cuando $C_2/\lambda T \gg 1$ y determine el error (comparado con la ley de Planck) para la condición $\lambda T = 2898$ μm · K. Esta forma se conoce como ley de Wien.

(b) Muestre que la distribución de Planck tendrá la forma

$$E_{\lambda,b}(\lambda, T) \approx \frac{C_1}{C_2} \frac{T}{\lambda^4}$$

cuando $C_2/\lambda T \ll 1$ y determine el error (comparado con la ley de Planck) para la condición $\lambda T = 100{,}000$ μm · K. Esta forma se conoce como ley de Rayleigh-Jeans.

12.13 Hornos isotérmicos con pequeñas aberturas que aproximan un cuerpo negro se utilizan con frecuencia para calibrar medidores de flujo de calor, termómetros de radiación y otros dispositivos radiométricos. En tales aplicaciones, es necesario controlar la potencia del horno de modo que la variación de la temperatura y la intensidad espectral de la abertura estén dentro de los límites que se desean.

(a) Mediante la consideración de la distribución espectral de Planck, ecuación 12.26, muestre que la relación entre el cambio fraccional en la intensidad espectral y el cambio fraccional en la temperatura del horno tiene la forma

$$\frac{dI_\lambda/I_\lambda}{dT/T} = \frac{C_2}{\lambda T} \frac{1}{1 - \exp(-C_2/\lambda T)}$$

(b) Con el uso de esta relación, determine la variación permisible de la temperatura de horno que opera a 2000 K para asegurar que la intensidad espectral a 0.65 μm no variará por más del 0.5%. ¿Cuál es la variación permisible a 10 μm?

12.14 Sustituya la distribución de Planck, ecuación 12.26, en la ecuación 12.11 y realice la integración espectral para obtener la ecuación 12.28 para la potencia emisiva total de un cuerpo negro. Muestre que

$$\sigma = \left(\frac{\pi}{C_2}\right)^4 \frac{C_1}{15}$$

y calcule el valor de la constante de Stefan-Boltzmann con el uso de valores de las constantes de radiación C_1 y C_2.

12.15 Una capa esférica de aluminio de diámetro interior $D = 2$ m se vacía y se usa como una cámara de prueba de radiación. Si la superficie interna se cubre con carbón negro y se mantiene a 600 K, ¿cuál es la irradiación sobre una pequeña superficie de prueba colocada en la cámara? Si la superficie interna no estuviera cubierta y no se mantuviera a 600 K, ¿cuál sería la irradiación?

12.16 Un recinto tiene un área interior de 100 m^2, y su superficie interior es negra y se mantiene a una temperatura constante. Una pequeña abertura en el recinto tiene un área de 0.02 m^2. La potencia radiante emitida desde esta abertura es 70 W. ¿Cuál es la temperatura de la pared interior del recinto? Si la superficie interior se mantiene a esta temperatura pero ahora está pulida, ¿cuál será el valor de la potencia radiante emitida desde la abertura?

12.17 Suponga que la superficie de la Tierra es negra, estime su temperatura si el Sol tiene una temperatura equivalente de cuerpo negro de 5800 K. Los diámetros del Sol y de la Tierra son 1.39×10^9 y 1.29×10^7 m, respectivamente, y la distancia entre ellos es 1.5×10^{11} m.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar, Sede del Litoral

12.18 El flujo de energía asociado con la radiación solar incidente sobre la superficie exterior de la atmósfera terrestre se ha medido precisamente y se sabe que es 1353 W/m^2. Los diámetros del Sol y de la Tierra son 11.39×10^9 y 1.29×10^7 m, respectivamente, y la distancia entre ellos es 1.5×10^{11} m.

(a) ¿Cuál es la potencia emisiva del Sol?

(b) Aproxime la superficie solar como negra, ¿cuál es su temperatura?

(c) ¿A qué longitud de onda la potencia emisiva espectral del Sol es un máximo?

(d) Suponga que la superficie terrestre es negra y que el Sol es la única fuente de energía para la Tierra, estime la temperatura de la superficie terrestre.

12.19 Una pequeña placa plana se coloca justo más allá de la atmósfera terrestre y se orienta de modo que la normal a la placa pase a través del centro del Sol. Refiérase al problema 12.18 para las dimensiones pertinentes del sistema Tierra-Sol.

(a) ¿Cuál es el ángulo sólido que el Sol subtiende con respecto a un punto sobre la superficie de la placa?

(b) Determine la intensidad incidente, I_i, sobre la placa con el uso del valor conocido de la irradiación solar sobre la atmósfera de la Tierra ($G_S = 1353$ W/m^2).

(c) Dibuje la intensidad incidente I_i como función del ángulo cenital θ, donde θ se mide desde la normal a la placa.

12.20 Estime la longitud de onda que corresponde a la emisión máxima de cada una de las siguientes superficies: el Sol, un filamento de tungsteno a 2500 K, un metal caliente a 1500 K, piel humana a 305 K, y una superficie metálica criogénicamente enfriada a 60 K. Estime la fracción de la emisión solar que está en las siguientes regiones espectrales: ultravioleta, visible e infrarroja.

12.21 Una fuente de luz de 100 W consiste en un filamento que tiene forma de una tira rectangular delgada de 5 mm de longitud por 2 mm de ancho, y que radia como un cuerpo negro a 2900 K.

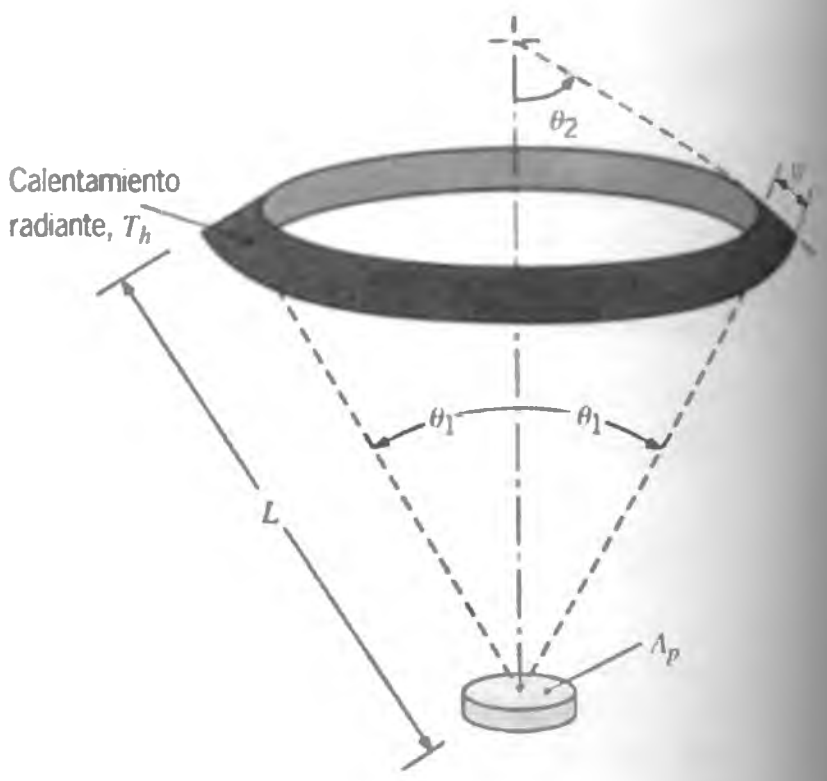
(a) Suponga que el bulbo de vidrio transmite toda la radiación visible incidente, ¿cuál es su eficiencia?

(b) Determine la eficiencia como función de la temperatura del filamento para el intervalo de 1300 a 3300 K.

12.22 Considere la radiación que emerge de una pequeña abertura de un horno que opera a 1000 K. Calcule la potencia emisiva de la abertura. Determine la intensidad espectral a 2 μm. ¿Cuál es la razón de la intensidad espectral a 2 μm a la intensidad espectral a 6 mm.? ¿Qué fracción de la potencia emisiva está en el margen espectral de 2 a 6 μm.?

12.23 Determine la fracción de la radiación emitida por el Sol en la región visible del espectro. Grafique el porcentaje de la emisión solar que está a longitudes de onda menores que λ como función de λ. En las mismas coordenadas, grafique el porcentaje de emisión de un cuerpo negro a 300 K que está a longitudes de onda menores que λ como función de λ. Compare los resultados graficados con la escala de la abscisa superior de la figura 12.23.

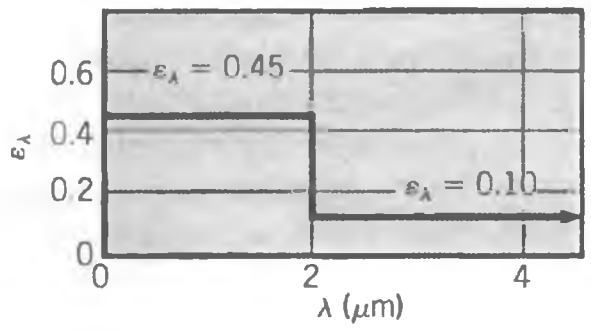
12.24 Un elemento de calentamiento radiante eléctrico en forma de anillo se mantiene a una temperatura de $T_h = 3000$ K y se usa en un proceso de producción para calentar una pequeña parte que tiene un área superficial $A_p = 0.007$ m^2. La superficie del elemento de calentamiento se puede suponer negra.



Para $\theta_1 = 30°$, $\theta_2 = 60°$, $L = 3$ m y $W = 30$ mm, ¿cuál es la rapidez a la que la energía radiante emitida por el calentador incide sobre la parte?

Emisividad

12.25 La emisividad hemisférica espectral del tungsteno se puede aproximar mediante la distribución que se describe más adelante. Considere un filamento cilíndrico de tungsteno de diámetro $D = 0.8$ m y longitud $L = 20$ mm. El filamento se encierra en un bulbo al vacío y se calienta mediante una corriente eléctrica a una temperatura de estado estable de 2900 K.



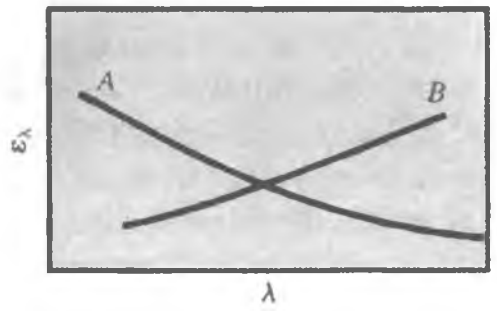
(a) ¿Cuál es la emisividad hemisférica total cuando la temperatura del filamento es 2900 K?

(b) Suponga que los alrededores están a 300 K. ¿cuál es la rapidez inicial de enfriamiento del filamento cuando se desconecta la corriente?

(c) Genere una gráfica de la emisividad como función de la temperatura del filamento para $1300 \leq T \leq 2900$ K.

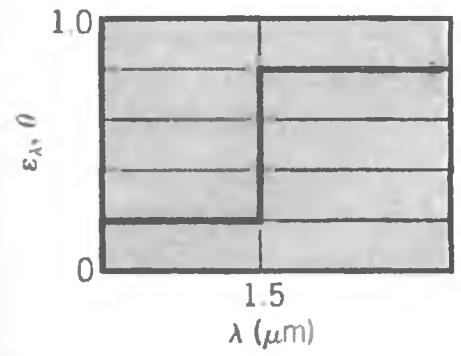
(d) Estime el tiempo que se requiere para que el filamento se enfríe de 2900 a 1300 K.

12.26 Para los materiales A y B, cuyas emisividades hemisféricas espectrales varían con la longitud de onda según se muestra abajo, ¿cómo varía la emisividad hemisférica total con la temperatura? Explique brevemente.



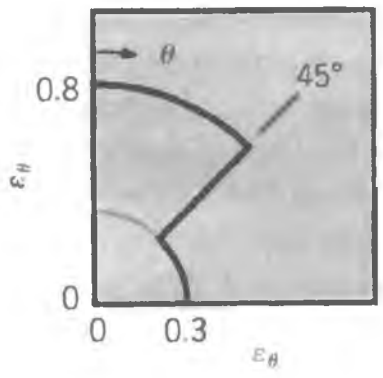
12.27 Se evaluarán varios materiales para el diseño de cacerolas domésticas más eficientes. Compare las potencias emisivas de los siguientes materiales a 200°C y explique qué influencia tendría esta cantidad en el consumo de energía: cobre pulido, cobre recubierto con Teflón, acero inoxidable simple, Pyrex, y pirocerámica.

12.28 La emisividad direccional espectral de un material difuso a 2000 K tiene la siguiente distribución:

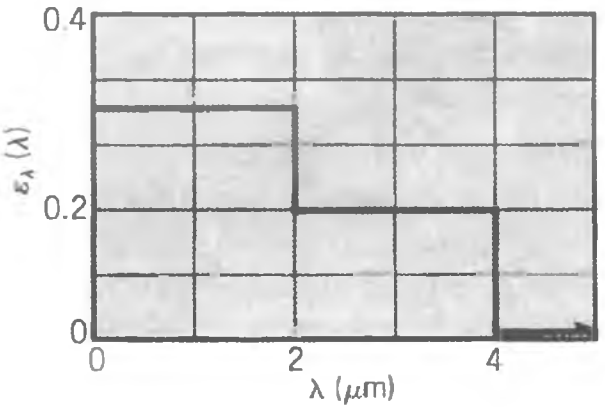


Determine la emisividad hemisférica total a 2000 K. Determine la potencia emisiva en el margen espectral 0.8 a 2.5 μm y para las direcciones $0 \leq \theta \leq 30°$.

12.29 Considere la superficie direccionalemnte selectiva que tiene la emisividad direccional ε_θ, que se muestra. Suponga que la superficie es isotrópica en la dirección ϕ, calcule la razón de la emisividad normal ε_n a la emisividad hemisférica ε_h.



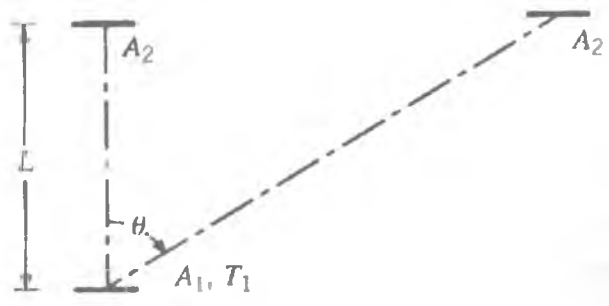
12.30 Considere la superficie metálica del ejemplo 12.6. Mediciones adicionales de la emisividad hemisférica espectral dan una distribución espectral que se puede aproximar como sigue:



(a) Determine los valores correspondientes de la emisividad hemisférica total ε y la potencia emisiva total E a 2000 K.

(b) Grafique la emisividad como función de la temperatura para $500 \leq T \leq 3000$ K. Explique la variación.

12.31 Un detector de área $A_2 = 4 \times 10^{-6}$ m^2 se usa para medir la radiación total emitida por una superficie de área $A_1 = 5 \times 10^{-6}$ m^2 y temperatura $T_1 = 1000$ K. Cuando la superficie del detector ve la radiación emitida por A_1 en la dirección normal ($\theta = 0°$) a una distancia $L = 0.5$ m, mide una potencia radiante de 1.155×10^{-6} W.



¿Cuál es la emisividad normal total de la superficie 1? Cuando el detector se desplaza horizontalmente, de modo que $\theta = 60°$, mide una potencia radiante de 5.415×10^{-8} W. ¿La superficie 1 es un emisor difuso?

12.32 Se suspende una esfera en aire en un cuarto negro y se mantiene a una temperatura incandescente uniforme. Cuando se mira al principio a simple vista, la esfera parece ser más brillante alrededor del borde. Después de varias horas, sin embargo parece ser más brillante en el centro. ¿De qué tipo de material consideraría que está hecha la esfera? Dé razones plausibles para la no uniformidad del brillo de la esfera y para la apariencia cambiante con el tiempo.

12.33 Un termómetro de radiación es un dispositivo que responde al flujo radiante dentro de un intervalo espectral establecido y se calibra para que indique la temperatura de un cuerpo negro que produce el mismo flujo.

(a) Cuando se inspecciona una superficie a una temperatura elevada T_s y emisividad menor que la unidad, el termómetro indicará una temperatura aparente denominada intensidad luminosa o temperatura de radiancia espectral T_λ. ¿T_λ será mayor, menor o igual a T_s?

(b) Escriba una expresión para la potencia emisiva espectral de la superficie en términos de la distribución espectral de Wien (*véase* el problema 12.12) y de la emisividad espectral de la superficie. Escriba la expresión equivalente con el uso de la temperatura de radiancia espectral de la superficie y muestre que

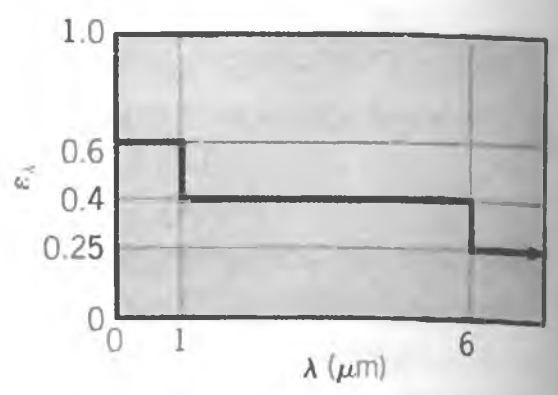
$$\frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_\lambda} + \frac{\lambda}{C_2} \ln \varepsilon_\lambda$$

donde λ representa la longitud de onda a la que opera el termómetro.

(c) Considere un termómetro de radiación que responda a un flujo espectral centrado alrededor de la longitud de onda 0.65 μm. ¿Qué temperatura indicará el termómetro cuando vea una superficie con $\varepsilon_\lambda(0.65\ \mu\text{m}) = 0.9$ y $T_s = 1000$ K? Verifique que la distribución espectral de Wien es una aproximación razonable de la ley de Planck para esta situación.

12.34 Una técnica para medir la emisividad hemisférica total de un material de recubrimiento implica la aplicación de éste a la superficie de una pequeña esfera hueca que contiene un calentador de resistencia eléctrica. La esfera se coloca en un recinto grande al vacío cuyas paredes se enfrían criogénicamente. Cuando el calentador está energizado, las mediciones de la potencia del calentador y la temperatura superficial se usan para determinar la emisividad de la superficie. Bajo condiciones para las que las paredes del recinto están a 77 K y se necesita una potencia de 15 W para mantener una temperatura superficial de 500 K sobre una esfera de 40 mm de diámetro, ¿cuál es la emisividad del recubrimiento de la superficie?

12.35 Una hoja de acero que sobresale de la sección de laminado en caliente de un taller siderúrgico tiene una temperatura de 1200 K, un espesor de $\delta = 3$ mm, y la siguiente distribución de la emisividad hemisférica espectral.



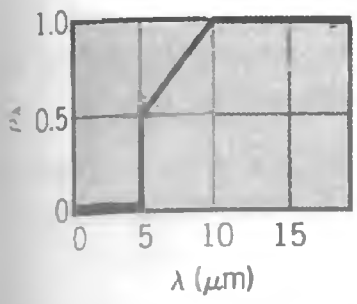
La densidad y calor específico del acero son 7801 kg/m^3 y 640 J/kg · K, respectivamente. ¿Cuál es la emisividad hemisférica total? Explique la emisión de ambos lados de la hoja e ignore la conducción, convección y radiación de los alrededores, determine la razón de cambio inicial respecto al tiempo de la temperatura de la hoja $(dT/dt)_i$. A medida que el acero se enfría, éste se oxida y su emisividad hemisférica total aumenta. Si este aumento se puede correlacionar mediante una expresión de la forma $\varepsilon = \varepsilon_{1200}[1200/T(\text{K})]$, ¿cuánto tiempo tomará al acero enfriarse de 1200 a 600 K?

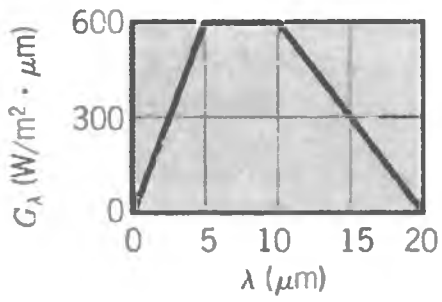
12.36 Un cuerpo grande de gas no luminoso a una temperatura de 1200 K tiene bandas de emisión entre 2.5 y 3.5 μm y entre 5 y 8 μm. La emisividad efectiva en la primera banda es 0.8 y en la segunda 0.6. Determine la potencia emisiva de este gas.

Absortividad, reflectividad y transmisividad

12.37 Una superficie emisora difusa se expone a una fuente de radiación que ocasiona que la irradiación sobre la superficie sea 100 W/m^2. La intensidad de la emisión es 143 W/m^3 · sr y la reflectividad de la superficie es 0.8. Determine la potencia emisiva, E(W/m^2), y la radiosidad, J(W/m^2), para la superficie. ¿Cuál es el flujo neto de calor hacia la superficie por el modo de radiación?

12.38 Una superficie opaca con la distribución de reflectividad hemisférica espectral que se establece se expone a la irradiación espectral que se muestra.





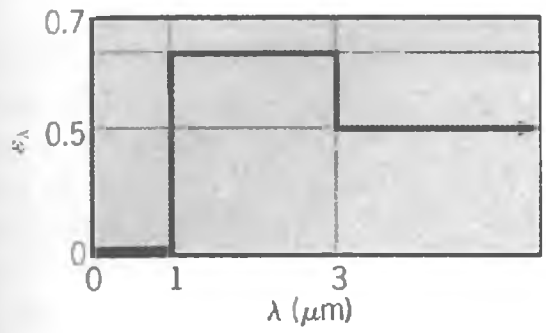
(a) Grafique la distribución de absortividad hemisférica espectral.

(b) Determine la irradiación total de la superficie.

(c) Determine el flujo radiante que absorbe la superficie.

(d) ¿Cuál es la absortividad hemisférica total de esta superficie?

12.39 Un pequeño objeto difuso opaco a $T_s = 400$ K se suspende en un horno grande cuyas paredes interiores están a $T_f = 2000$ K. Las paredes son difusas y grises y tienen una emisividad de 0.20. La emisividad hemisférica espectral para la superficie del objeto pequeño se da a continuación:



(a) Determine la emisividad y absortividad total de la superficie.

(b) Evalúe el flujo radiante reflejado y el flujo neto radiativo *hacia* la superficie.

(c) ¿Cuál es la potencia emisiva espectral a $\lambda = 2$ μm?

(d) ¿Cuál es la longitud de onda $\lambda_{1/2}$ para la que la mitad de la radiación total emitida por la superficie está en la región espectral $\lambda \geq \lambda_{1/2}$?

12.40 La distribución de reflectividad espectral para pintura blanca (figura 12.23) se puede aproximar mediante la siguiente función de escalera:

α_λ	0.75	0.15	0.96
λ (μm)	<0.4	0.4−3.0	>3.0

Una pequeña placa plana recubierta con esta pintura se suspende dentro de un recinto grande, y su temperatura se mantiene a 400 K. La superficie del recinto se mantiene a 3000 K y la distribución espectral de su emisividad tiene las siguientes características:

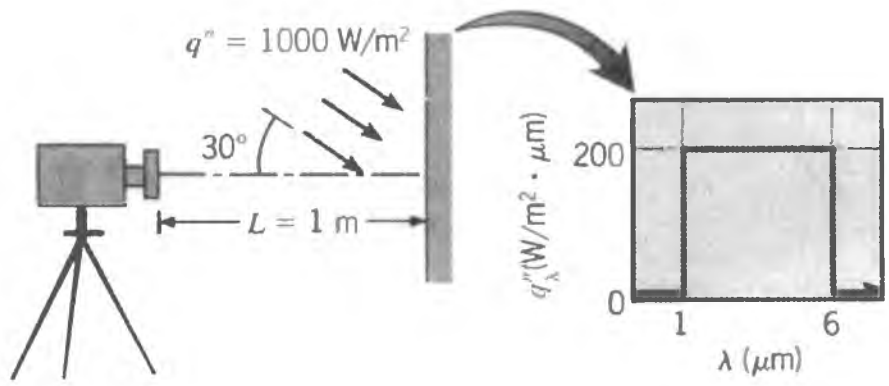
ε_λ	0.2	0.9
λ (μm)	<2.0	>2.0

(a) Determine la emisividad total, ε, de la superficie del recinto.

(b) Determine la emisividad total, ε, y la absortividad, α, de la placa.

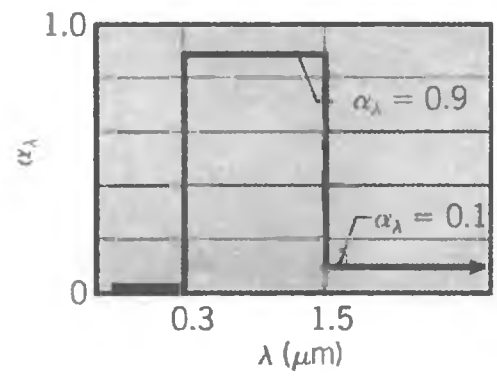
12.41 Una superficie opaca, de 2 × 2 m, se mantiene a 400 K y al mismo tiempo se expone a irradiación solar con $G = 1200$ W/m². La superficie es difusa y su absortividad espectral es $\alpha_\lambda = 0$, 0.8, 0 y 0.9 para $0 \leq \lambda \leq 0.5$ μm, 0.5 μm $< \lambda \leq 1$ μm, 1 μm $< \lambda \leq 2$ μm, y $\lambda > 2$ μm, respectivamente. Determine la irradiación absorbida, potencia emisiva, radiosidad, y transferencia neta de calor por radiación de la superficie.

12.42 Una superficie difusa opaca a 700 K tiene las emisividades espectrales $\varepsilon_\lambda = 0$ para $0 \leq \lambda \leq 3$ μm, $\varepsilon_\lambda = 0.5$ para 3μm $< \lambda \leq 10$ μm, y $\varepsilon_\lambda = 0.9$ para 10 μm $< \lambda < \infty$. Un flujo radiante de 1000 W/m², que se distribuye de manera uniforme entre 1 y 6 μm, incide sobre la superficie a un ángulo de 30° en relación con la normal a la superficie.



Calcule la potencia radiante total de un área de 10^{-4} m² de la superficie que alcanza a un detector de radiación que se coloca a lo largo de la normal al área. La abertura del detector tiene 10^{-5} m², y su distancia de la superficie es 1 m.

12.43 La absortividad hemisférica espectral de una superficie opaca es la que se muestra.

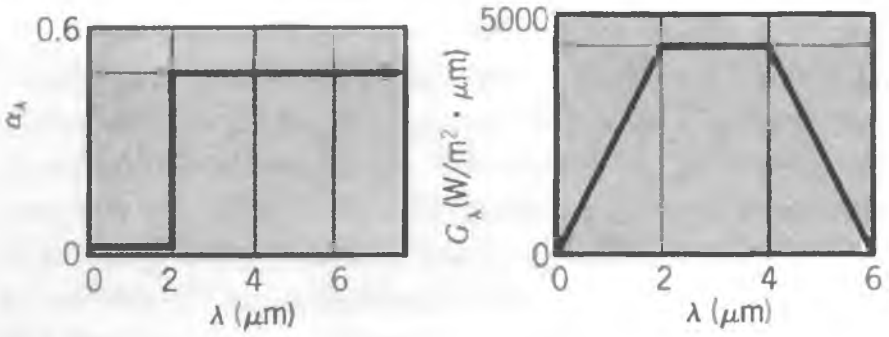


¿Cuál es la absortividad solar, α_S? Si se supone que $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ y que la superficie está a una tempe-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...ral

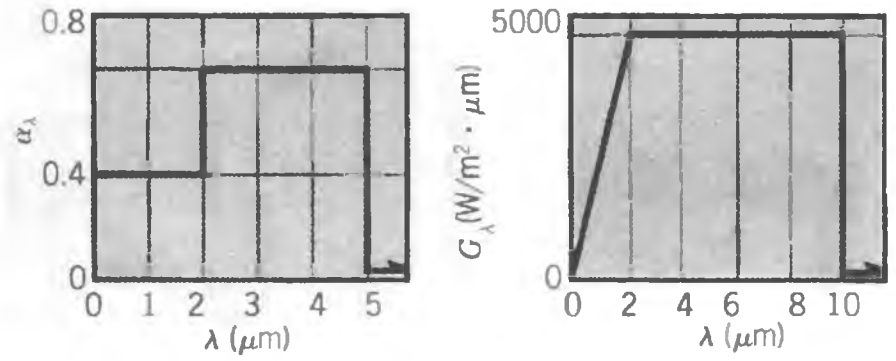
ratura de 340 K, ¿cuál es la emisividad hemisférica total?

12.44 La absortividad hemisférica espectral de una superficie opaca y la distribución espectral de la radiación incidente sobre la superficie están representados a continuación.



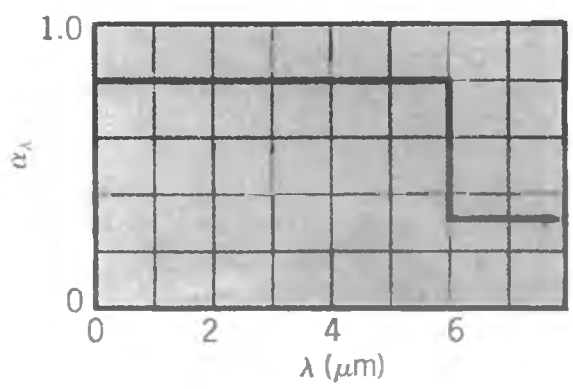
¿Cuál es la absortividad hemisférica total de la superficie? Si se supone que $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ y que la superficie está a 1000 K, ¿cuál es su emisividad hemisférica total? ¿Cuál es el flujo neto de calor radiante a la superficie?

12.45 Considere una superficie difusa opaca para la que la absortividad espectral y la irradiación son como sigue:



¿Cuál es la absortividad total de la superficie para la irradiación establecida? Si la superficie está a una temperatura de 1250 K, ¿cuál es su potencia emisiva? ¿Cómo variará la temperatura superficial con el tiempo, para las condiciones establecidas?

12.46 La emisividad espectral de una superficie difusa opaca es como se muestra.



(a) Si la superficie se mantiene a 1000 K, ¿cuál es la emisividad hemisférica total?

(b) ¿Cuál es la absortividad hemisférica total de la superficie cuando es irradiada por alrededores de emisividad 0.8 y temperatura 1500 K?

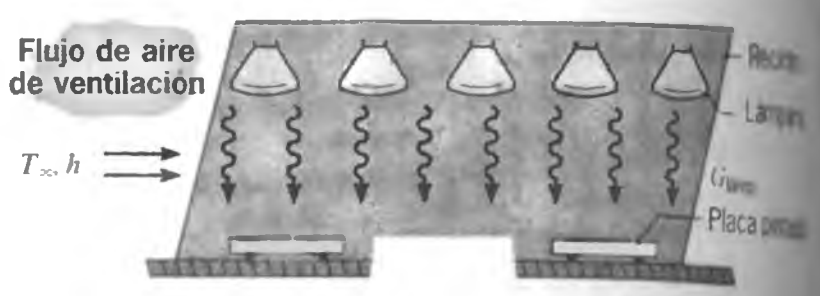
(c) ¿Cuál es la radiosidad de la superficie cuando se mantiene a 1000 K y se sujeta a la irradiación establecida en la parte (b)?

(d) Determine el flujo neto de radiación en la superficie para las condiciones de la parte (c).

(e) Grafique cada uno de los parámetros calculados en las partes (a)–(d) como función de la temperatura superficial para $750 \leq T \leq 2000$ K.

12.47 Una placa plana horizontal opaca tiene un área superficial superior de 3 m², y sus extremos y su superficie inferior están bien aislados. La placa se irradia de manera uniforme en su superficie superior a razón de (para toda la placa) 1300 W. Considere condiciones de estado estable para las que 100 W de la radiación incidente son absorbidas, la temperatura de la placa es 500 K, y la transferencia de calor por convección desde la superficie es 300 W. Determine la irradiación G, potencia emisiva E, radiosidad J, absortividad α, reflectividad ρ, y emisividad ε.

12.48 Placas cuadradas recién rociadas con una pintura epóxica se deben curar a 140°C durante un periodo extenso. Las placas se localizan en un recinto grande y se calientan mediante un banco de lámparas infrarrojas. La superficie superior de cada placa tiene una emisividad de $\varepsilon = 0.8$ y experimenta convección con un flujo de aire de ventilación a $T_\infty = 27$°C y proporciona un coeficiente de convección $h = 20$ W/m² · K. La irradiación desde las paredes del recinto se estima en $G_{\text{pared}} = 450$ W/m², para la que la absortividad de la placa es $\alpha_{\text{pared}} = 0.7$.



(a) Determine ción que deben proporcionar las lám lámp. La absortividad de la superficie ica para esta irradiación es $\alpha_{\text{lámp}} = 0.$

(b) Para coef de convección h = 15, 30 W/m² que la irradiación de lámparas, $G_{\text{lámp}}$, co ón de la temperatura de la pla ca, T_s, pa $T_s \leq 300$°C.

(c) Para coef e convección en el intervalo de 10 a 30 C y una irradiación de lámparas

$G_{lámp}$ = 3000 W/m², grafique la temperatura del flujo de aire T_∞ que se requiere para mantener la placa a T_s = 140°C.

12.49 Dos superficies pequeñas, A y B, se colocan dentro de un recinto isotérmico a una temperatura uniforme. El recinto proporciona una irradiación de 6300 W/m² a cada una de las superficies, y las superficies A y B absorben la radiación incidente a razones de 5600 y 630 W/m², respectivamente. Considere las condiciones después de que transcurre un tiempo largo.

(a) ¿Cuáles son los flujos netos de calor para cada superficie? ¿Cuáles son sus temperaturas?

(b) Determine al absortividad de cada superficie.

(c) ¿Cuáles son las potencias emisivas de cada superficie?

(d) Determine la emisividad de cada superficie.

12.50 Considere una placa horizontal opaca que está bien aislada en su parte posterior. La irradiación sobre la placa es de 2500 W/m², de la cual se reflejan 500 W/m². La placa está a 227°C y tiene una potencia emisiva de 1200 W/m². Aire a 127°C fluye sobre la placa con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 15 W/m² · K. Determine la emisividad, absortividad y radiosidad de la placa. ¿Cuál es la transferencia neta de calor por unidad de área?

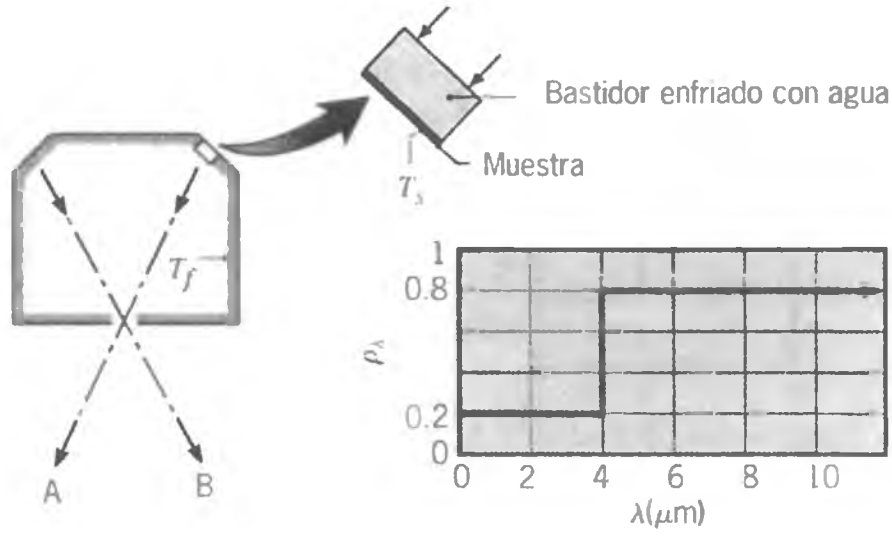
12.51 Una superficie opaca horizontal a una temperatura de estado estable de 77°C se expone a un flujo de aire que tiene una temperatura de flujo libre de 27°C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 28 W/m² · K. La potencia emisiva de la superficie es 628 W/m², la irradiación es 1380 W/m², y la reflectividad es 0.40. Determine la absortividad de la superficie. Determine la transferencia neta de calor por radiación para esta superficie. ¿Esta transferencia de calor es hacia la superficie o desde la superficie? Determine la transferencia de calor combinada para la superficie. ¿Esta transferencia de calor es hacia o desde la superficie?

12.52 Considere pequeñas formas cilíndricas fabricadas de materiales de diferente composición y acabados superficiales como se describe abajo. Estos cilindros, inicialmente a 300 K, se insertan en un horno grande a 600 K. Con el uso de valores tabulares para la emisividad de los materiales, indique cuál cilindro espera que se caliente más rápido? Explique de forma breve su razonamiento.

(a) Aluminio: (A) película altamente pulida, o (B) anodizada.

(b) Acero inoxidable: (A) típico, pulido o (B) oxidado establemente.

12.53 Se muestra un aparato que se utiliza normalmente para medir la reflectividad de materiales. Una muestra enfriada por agua, de 30 mm de diámetro y temperatura T_s = 300 K, se monta a nivel con la superficie interna de un recinto grande. Las paredes del recinto son grises y difusas con una emisividad de 0.8 y una temperatura uniforme T_f = 1000 K. Una pequeña abertura se localiza en la parte inferior del recinto para permitir la observación de la muestra o la pared del recinto. La reflectividad espectral ρ_λ de una muestra de material difusa opaca es como se muestra. El coeficiente de transferencia de calor para la convección entre la muestra y el aire dentro de la cavidad, que también está a 1000 K, es h = 10 W/m² · K.



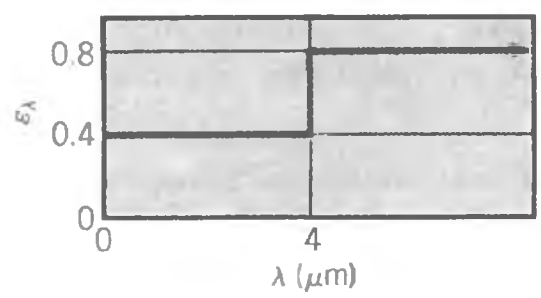
(a) Calcule la absortividad de la muestra.

(b) Calcule la emisividad de la muestra.

(c) Determine la rapidez de eliminación de calor (W) por el refrigerante.

(d) La razón de la radiación en la dirección A a la de la dirección B dará la reflectividad de la muestra. Explique con brevedad por qué esto ocurre así.

12.54 Una superficie difusa que tiene las siguientes características espectrales se mantiene a 500 K cuando se sitúa en el recinto de un horno cuyas paredes se mantienen a 1500 K:



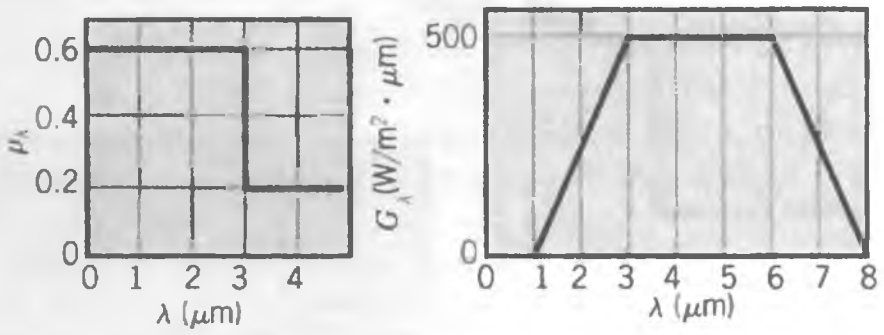
(a) Dibuje la distribución espectral de la potencia emisiva de la superficie E_λ y la potencia emisiva $E_{\lambda,b}$ que tendría la superficie si fuera un cuerpo negro.

(b) Ignore los efectos de convección, ¿cuál es el flujo neto de calor hacia la superficie para las condiciones establecidas?

(c) Grafique el flujo neto de calor como función de la temperatura de la superficie para $500 \leq T \leq 1000$ K. En las mismas coordenadas, grafique el flujo de calor para una superficie gris difusa con emisividades totales de 0.4 y 0.8.

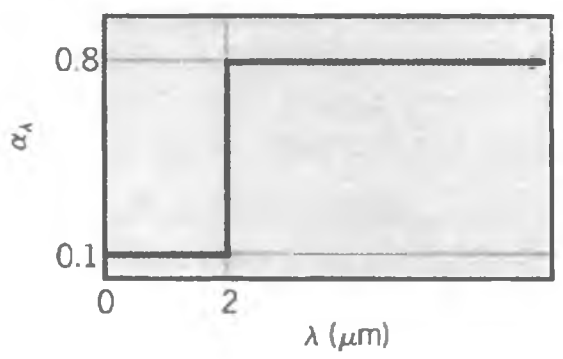
(d) Para la distribución espectral establecida de ε_λ, ¿cómo varían la emisividad total y la absortividad de la superficie con la temperatura en el intervalo $500 \leq T \leq 1000$ K?

12.55 Considere una superficie difusa opaca cuya reflectividad espectral varía con la longitud de onda como se muestra. La superficie está a 750 K, y la irradiación sobre un lado varía con la longitud de onda como se muestra. El otro lado de la superficie está aislado.



¿Cuáles son la absortividad total y la emisividad de la superficie? ¿Cuál es el flujo neto de calor radiativo hacia la superficie?

12.56 Una muestra muy pequeña de una superficie opaca inicialmente está a 1200 K y tiene la absortividad hemisférica espectral que se muestra.



La muestra se coloca dentro de un recinto cuyas paredes tienen una emisividad de 0.2 y se mantienen a 2400 K.

(a) ¿Cuál es la absortividad hemisférica total de la superficie de la muestra?

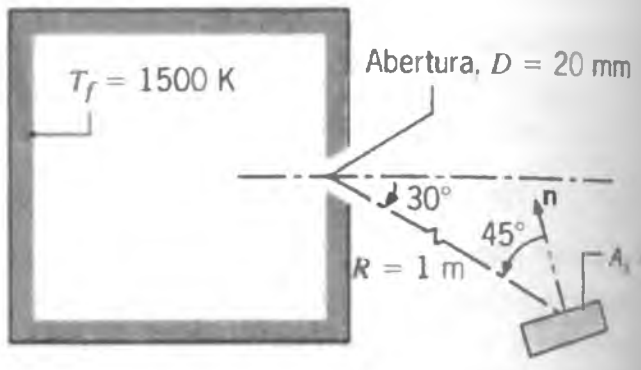
(b) ¿Cuál es la emisividad hemisférica total?

(c) ¿Cuáles son los valores de la absortividad y de la emisividad después de que la muestra ha permanecido en el recinto durante un largo tiempo?

(d) Para una esfera de tungsteno de 10 mm de diámetro en un recinto al vacío, calcule y grafique la variación de la temperatura de la muestra con el tiempo, conforme ésta se calienta a partir de su temperatura inicial de 1200 K.

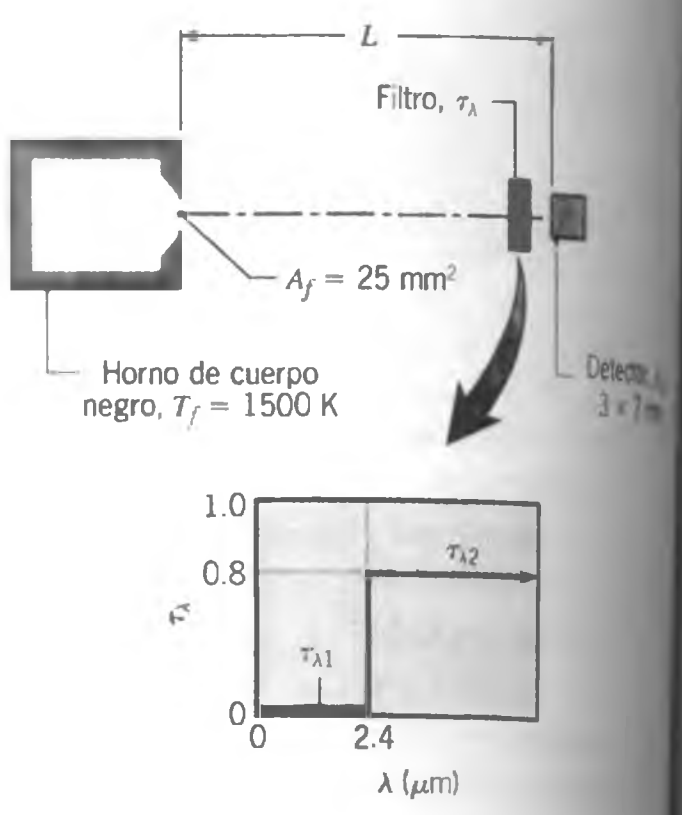
12.57 Una superficie gris opaca a 27°C se expone a una irradiación de 1000 W/m², y se reflejan 800 W/m². Aire a 17°C fluye sobre la superficie y el coeficiente de transferencia de calor por convección es 15 W/m² · K. Determine el flujo neto de calor desde la superficie.

12.58 Sale radiación de un horno de temperatura superficial interior de 1500 K a través de una abertura de 20 mm de diámetro. Una parte de la radiación es interceptada por un detector a 1 m de la abertura, con área superficial de 10^{-5} m², y está orientado como se muestra.



Si la abertura se abre, ¿cuál es la rapidez a la que la radiación que sale del horno es interceptada por el detector? Si la abertura se cubre con un material semitransparente, difuso, de transmisividad espectral τ_λ = 0.8 para $\lambda \leq 2$ μm y $\tau_\lambda = 0$ para $\lambda > 2$ μm, ¿cuál es la rapidez a la que la radiación que sale del horno es interceptada por el detector?

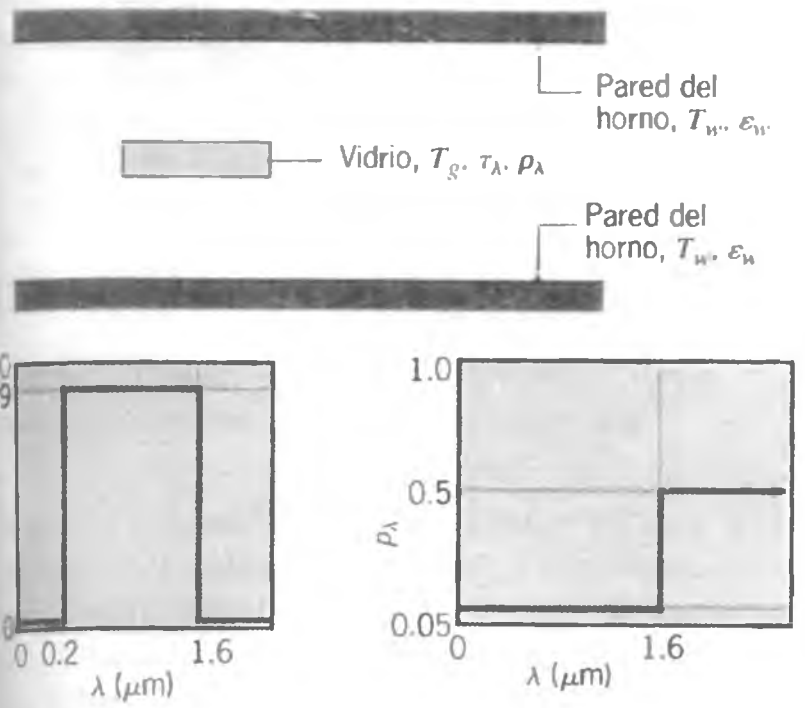
12.59 Un detector de termopila de área sensible de 3 × 7 mm se calibrará con el uso de un horno de laboratorio de cuerpo negro que opera a 1500 K. El filtro óptico que se coloca directamente frente al detector tiene la transmisividad espectral que se muestra abajo.



(a) ¿A qué distancia L del horno se debe colocar el detector de modo que su irradiación sea 50 W/m^2?

(b) Para temperaturas del horno de cuerpo negro de 1000, 1500 y 2000 K, grafique la irradiación contra L para $100 \leq L \leq 400$ mm.

12.60 Un vidrio difuso especial con propiedades radiativas espectrales establecidas se calienta en un horno grande. Las paredes del horno están alineadas con un ladrillo refractario gris, difuso, que tiene una emisividad de 0.75 y que se mantiene a $T_w = 1800$ K. Considere condiciones para las que la temperatura del vidrio es $T_g = 750$ K.

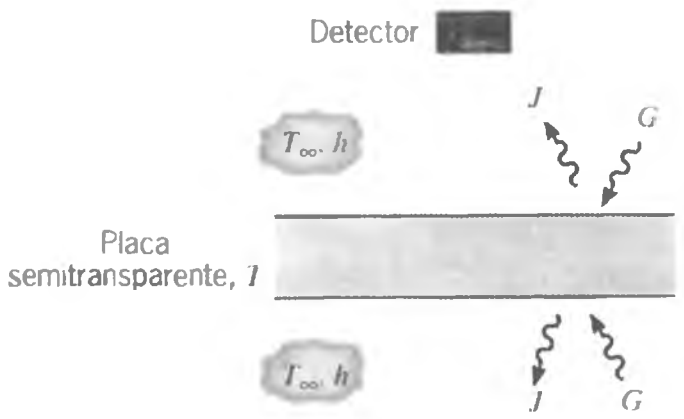


(a) ¿Cuál es la transmisividad total τ, la reflectividad total ρ, y la emisividad total ε del vidrio?

(b) ¿Cuál es el flujo neto de calor radiativo, $q''_{\text{net, ent}}$ (W/m^2), hacia el vidrio?

(c) Para temperaturas de la pared del horno de 1500, 1800 y 2000 K, grafique $q''_{\text{net, ent}}$ como función de la temperatura del vidrio para $500 \leq T_g \leq 800$ K.

12.61 Una placa semitransparente horizontal se irradia de manera uniforme desde arriba y desde abajo, mientras fluye aire a $T_\infty = 300$ K sobre las superficies inferior y superior, lo que proporciona un coeficiente de transferencia de calor por convección uniforme $h = 40$ W/m$^2 \cdot$ K. La absortividad hemisférica total de la placa para la irradiación es 0.40. Bajo condiciones de estado estable las mediciones que se realizan con un detector de radiación arriba de la superficie superior indican una radiosidad (la cual incluye transmisión, así como reflexión y emisión) $J = 5000$ W/m^2, mientras que la placa está a una temperatura uniforme $T = 350$ K.



Determine la irradiación G y la emisividad hemisférica total de la placa. ¿La placa es gris para las condiciones que se establecen?

12.62 Una abertura de observación se 20 mm de diámetro se mantiene en la pared de un horno grande cuyas superficies interiores están a una temperatura de 1700 K. ¿Cuál es la pérdida de calor por radiación a través de un hueco no cubierto? ¿Cuál es la pérdida de calor por radiación a través de una cubierta de cuarzo fundido para la que $\tau_\lambda = 0.9$ para $\lambda \leq 3.5$ μm y $\tau_\lambda = 0$ para $\lambda > 3.5$ μm?

12.63 La transmisividad espectral de vidrio claro y teñido se puede aproximar como sigue:

Vidrio claro:	$\tau_\lambda = 0.9$	$0.3 \leq \lambda \leq 2.5$ μm
Vidrio teñido:	$\tau_\lambda = 0.9$	$0.5 \leq \lambda \leq 1.5$ μm

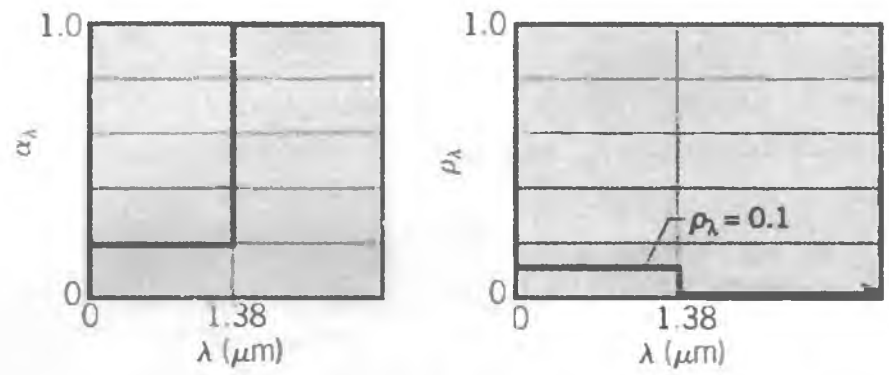
Fuera de los intervalos de longitud de onda especificados, la transmisividad espectral es cero para ambos vidrios. Compare la energía solar que se podría transmitir a través de los vidrios. Con irradiación solar sobre los vidrios, compare la energía radiante visible que se podría transmitir.

12.64 Con referencia a la distribución de la transmisividad espectral de vidrio bajo en hierro (figura 12.24), describa con brevedad qué se quiere decir con "efecto de invernadero". Es decir, ¿cómo influye el vidrio en la transferencia de energía hacia y desde el contenido de un invernadero?

12.65 La abertura de observación de 50 mm de un horno grande que opera a 450°C se cubre con un material que tiene $\tau = 0.8$ y $\rho = 0$ para la irradiación que se origina desde el horno. El material tiene una emisividad de 0.8 y es opaco a la irradiación desde una fuente a temperatura ambiente. La superficie externa de la cubierta se expone a los alrededores y al aire ambiental a 27°C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 50 W/m$^2 \cdot$ K. Suponga que los efectos de convección sobre la superficie interna de la cubierta son insignificantes, calcule la pérdida de calor del horno y la temperatura de la cubierta.

12.66 La absortividad espectral α_λ y la reflectividad espectral ρ_λ para un material difuso espectralmente selectivo son como se muestra.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ... toral



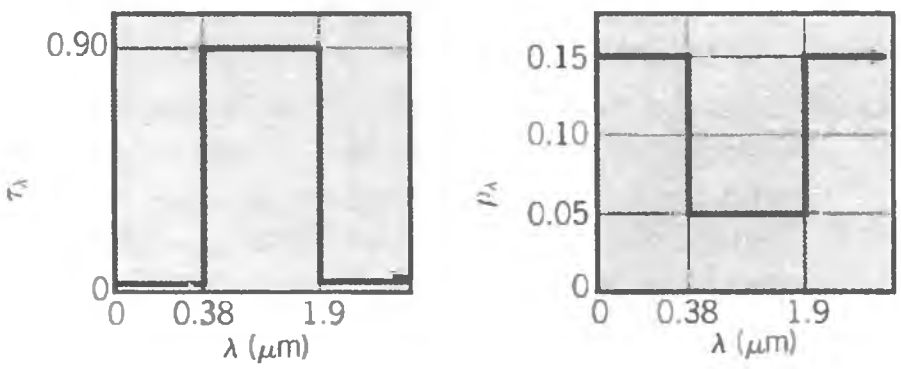
(a) Grafique la transmisividad espectral τ_λ.

(b) Si incide irradiación solar con $G_S = 750$ W/m² y distribución espectral de un cuerpo negro a 5800 K sobre este material, determine las fracciones de la irradiación que el material transmite, refleja y absorbe.

(c) Si la temperatura de este material es 350 K, determine la emisividad ε.

(d) Determine el flujo neto de calor por radiación hacia el material.

12.67 La ventana de una cámara grande al vacío se fabrica con un material de características espectrales establecidas. Un haz colimado de energía radiante desde un simulador solar incide sobre la ventana y tiene un flujo de 3000 W/m². Las paredes interiores de la cámara, que son grandes comparadas con el área de la ventana, se mantienen a 77 K. La superficie externa de la ventana está sujeta a los alrededores y a aire ambiental a 25°C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 15 W/m² · K.



(a) Determine la transmisividad del material de la ventana a la radiación desde el simulador solar, que aproxima la distribución espectral solar.

(b) Suponga que la ventana está aislada de su arreglo de montaje a la cámara. ¿qué temperatura de estado estable alcanza la ventana?

(c) Calcule la transferencia neta de radiación por unidad de área de la ventana a la pared de la cámara al vacío, excluya el flujo solar simulado que se transmite.

12.68 Un termopar cuya superficie es difusa y gris con una emisividad de 0.6 indica una temperatura de 180°C cuando se usa para medir la temperatura de un gas que fluye a través de un ducto largo cuyas paredes tienen una emisividad de 0.85 y una temperatura uniforme de 450°C.

(a) Si el coeficiente de transferencia de calor por convección entre el termopar y el flujo de gas es $\bar{h} = 125$ W/m² · K y hay pérdidas por conducción no significantes del termopar, determine la temperatura del gas.

(b) Considere una temperatura del gas de 125°C. Calcule y grafique el *error de medición* del termopar como función del coeficiente de convección para $10 \leq \bar{h} \leq 1000$ W/m² · K. ¿Cuáles son las implicaciones de sus resultados?

12.69 Un termopar insertado en un tubo de acero inoxidable de 4 mm de diámetro que tiene una superficie gris difusa con una emisividad de 0.4 se coloca horizontalmente en un cuarto grande de aire acondicionado cuyas temperaturas de paredes y del aire son 30 y 20°C, respectivamente.

(a) ¿Qué temperatura indicará el termopar si el aire está en reposo?

(b) Calcule y grafique el *error de medición* del termopar como función de la emisividad superficial para $0.1 \leq \varepsilon \leq 1.0$.

12.70 Una tubería horizontal no aislada de 125 mm de diámetro pasa a través de un cuarto grande que tiene paredes y aire en reposo a 37 y 25°C, respectivamente. La tubería se mantiene a 125°C; su superficie externa es difusa y gris con una emisividad de 0.8. Calcule la pérdida de calor por unidad de longitud de la tubería por convección y radiación.

12.71 Una esfera ($k = 185$ W/m · K, $\alpha = 7.25 \times 10^{-5}$ m²/s) de 30 mm de diámetro cuya superficie es difusa y gris con una emisividad de 0.8 se coloca en una horno grande cuyas paredes están a una temperatura uniforme de 600 K. La temperatura del aire en el horno es de 400 K, y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la esfera y el horno es 15 W/m² · K.

(a) Determine la transferencia neta de calor a la esfera cuando su temperatura es 300 K.

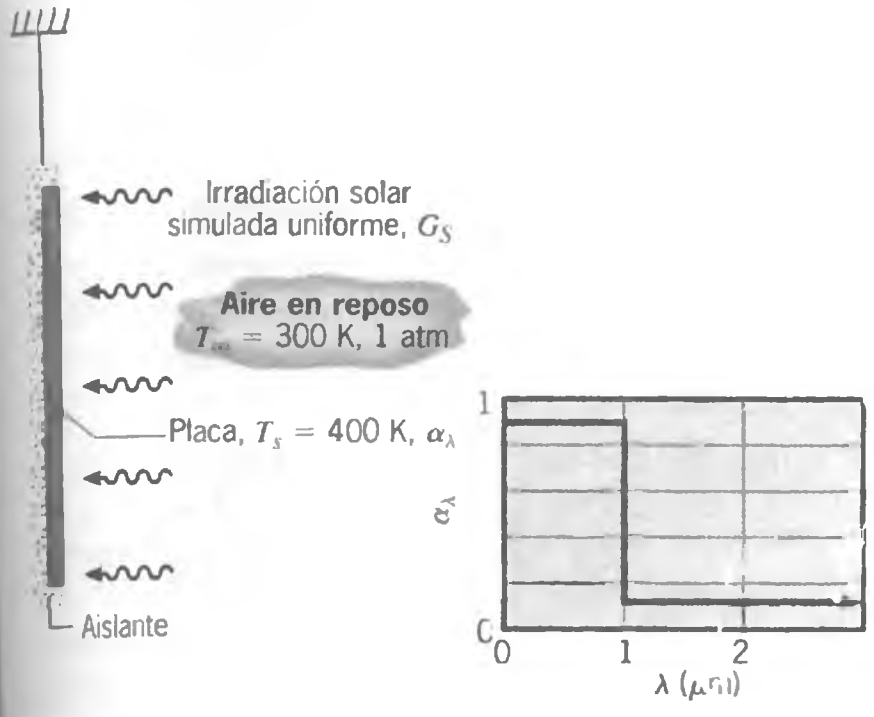
(b) ¿Cuál será la temperatura de estado estable de la esfera?

(c) ¿Cuánto tiempo tomará a la esfera, inicialmente a 300 K, llegar a 20 K de la temperatura de estado estable?

(d) Para emisividades de 0.2, 0.4 y 0.8, grafique el tiempo que transcurre en la parte (c) como función del coeficiente de convección para $10 \leq \bar{h} \leq 2.5$ W/m² · K.

12.72 Una placa plana vertical, de 2 m de altura y aislada en sus extremos y parte posterior, se suspende en aire

reposo a 1 atm y 300 K. La superficie expuesta se pinta con un recubrimiento difuso especial que tiene la distribución de absortividad que se establece y se irradia con lámparas de simulación solar que proporcionan una distribución de irradiación espectral, G_λ, característica del espectro solar. Bajo condiciones de estado estable, la placa tiene una temperatura de $T_s = 400$ K.



(a) Para las condiciones establecidas, determine la emisividad de la placa ε, la absortividad de la placa α, la irradiación de la placa G y, con el uso de una correlación apropiada, el coeficiente de convección libre $\bar{h}$.

(b) Si la irradiación G que se encuentra en la parte (a) se duplicara, ¿qué temperatura de estado estable alcanzaría la placa?

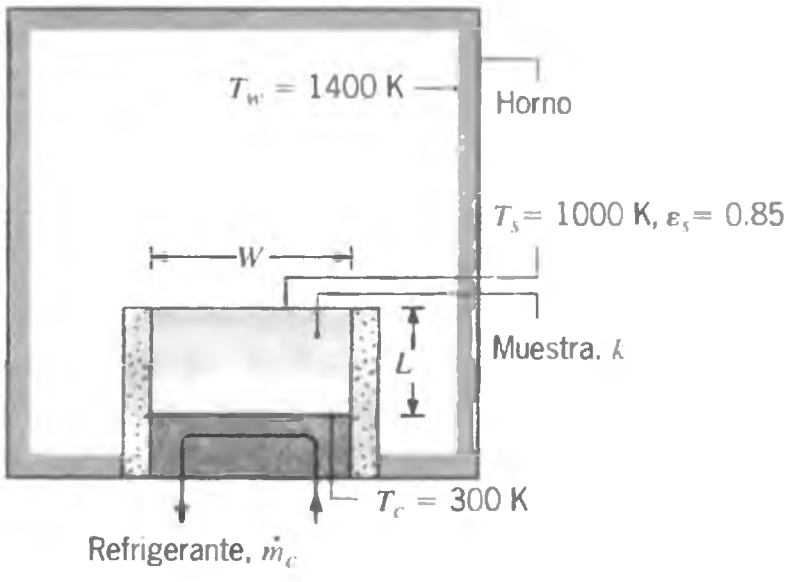
12.73 Un proceso de fabricación implica el calentamiento de varillas de cobre largas, que se cubren con una película delgada, en un horno cuyas paredes se mantienen a una temperatura elevada T_w. El horno contiene gas nitrógeno en reposo a 1 atm de presión y una temperatura $T_\infty = T_w$. La película es una superficie difusa con una emisividad espectral $\varepsilon_\lambda = 0.9$ para $\lambda \leq 2$ μm y $\varepsilon_\lambda = 0.4$ para $\lambda > 2$ μm.

(a) Considere condiciones para las que una varilla de diámetro D y temperatura inicial T_i se insertan en el horno, de modo que su eje es horizontal. Suponga la validez de la aproximación de la resistencia interna despreciable, derive una ecuación que se pueda usar para determinar la razón de cambio de la temperatura de la varilla al momento de la inserción. Exprese su resultado en términos de las variables apropiadas.

(b) Si $T_w = T_\infty = 1500$ K, $T_i = 300$ K, y $D = 10$ mm, ¿cuál es la razón de cambio inicial de la temperatura de la varilla? Confirme la validez de la aproximación de la resistencia interna despreciable.

(c) Calcule y grafique la variación de la temperatura de la varilla con el tiempo durante el proceso de calentamiento.

12.74 Un procedimiento para medir la conductividad térmica de sólidos a temperaturas elevadas implica la colocación de una muestra en la parte inferior de un horno. La muestra tiene espesor L y se coloca en un contenedor cuadrado de ancho W por lado. Los lados están bien aislados. Las paredes de la cavidad se mantienen a T_w, mientras que la superficie inferior de la muestra se mantiene a una temperatura mucho más baja T_c al hacer circular un refrigerante a través del contenedor de la muestra. La superficie de la muestra es difusa y gris con una emisividad ε_s. Su temperatura T_s se mide de manera óptica.



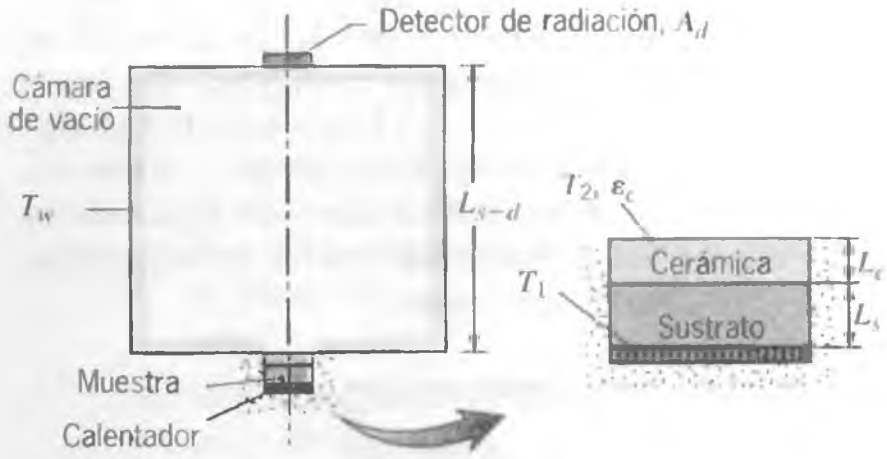
(a) Ignore los efectos de convección, obtenga una expresión de la cual se pueda evaluar la conductividad térmica de la muestra en términos de las cantidades medidas y conocidas (T_w, T_s, T_c, ε_s, L). Las mediciones se realizan bajo condiciones de estado estable. Si $T_w = 1400$ K, $T_s = 1000$ K, $\varepsilon_S = 0.85$, $L = 0.015$ m, y $T_c = 300$ K, ¿cuál es la conductividad térmica de la muestra?

(b) Si $W = 0.10$ m y el refrigerante es agua con un flujo másico de $\dot{m}_c = 0.1$ kg/s, ¿es razonable suponer una temperatura uniforme de la superficie inferior T_c?

12.75 Un esquema para extender la operación de los álabes de una turbina de gas a temperaturas más altas implica aplicar un recubrimiento cerámico a la superficie de las hojas fabricadas de una superaleación como Inconel. Para evaluar la fiabilidad de tales recubrimientos, se desarrolló un aparato para probar muestras bajo condiciones de laboratorio. La muestra se coloca en la parte inferior de una cámara al vacío cuyas paredes se enfrían criogénicamente y la cual está equipada con un detector de radiación en la superficie superior. El detector tiene un área superficial $A_d = 10^{-5}$ m^2, se coloca a una distancia $L_{s-d} = 1$ m de la muestra, y ve la

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...

radiación que se origina desde una parte de la superficie cerámica que tiene un área $\Delta A_c = 10^{-4}$ m^2. Un calentador eléctrico unido a la parte inferior de la muestra disipa un flujo de calor uniforme, q''_h, que se transfiere hacia arriba a través de la mezcla. La parte inferior del calentador y los lados de la muestra están bien aislados.



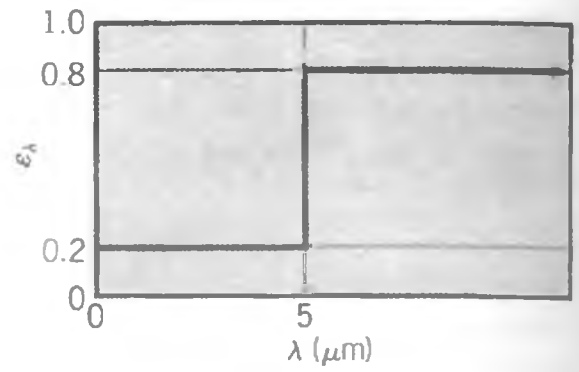
Considere condiciones para las que un recubrimiento cerámico de espesor $L_c = 5$ mm y conductividad térmica $k_c = 60$ W/m · K se rocía sobre un sustrato metálico de espesor $L_s = 8$ mm y conductividad térmica $k_s = 25$ W/m · K. La superficie opaca de la cerámica se puede aproximar como difusa y gris, con una emisividad hemisférica total $\varepsilon_c = 0.8$.

(a) Considere condiciones de estado estable para las que la parte inferior de la superficie del sustrato se mantiene a $T_1 = 1500$ K, mientras que las paredes de la cámara (incluida la superficie del detector de radiación) se mantienen a $T_w = 90$ K. Suponga una resistencia de contacto térmico insignificante en la interfaz cerámica-sustrato, determine la temperatura de la superficie superior de la cerámica T_2 y el flujo de calor q''_h.

(b) Para las condiciones establecidas, ¿cuál es la rapidez a la que la radiación emitida por la cerámica es interceptada por el detector?

(c) Después de repetidos experimentos, se producen numerosas grietas en la interfaz cerámica-sustrato, lo que crea una resistencia de contacto térmico interfacial. Si T_w y q''_h se mantienen en las condiciones asociadas con la parte (a), ¿T_1 aumentará, disminuirá, o permanecerá igual? De manera similar, ¿T_2 aumentará, disminuirá, o permanecerá igual? En cada caso, justifique su respuesta.

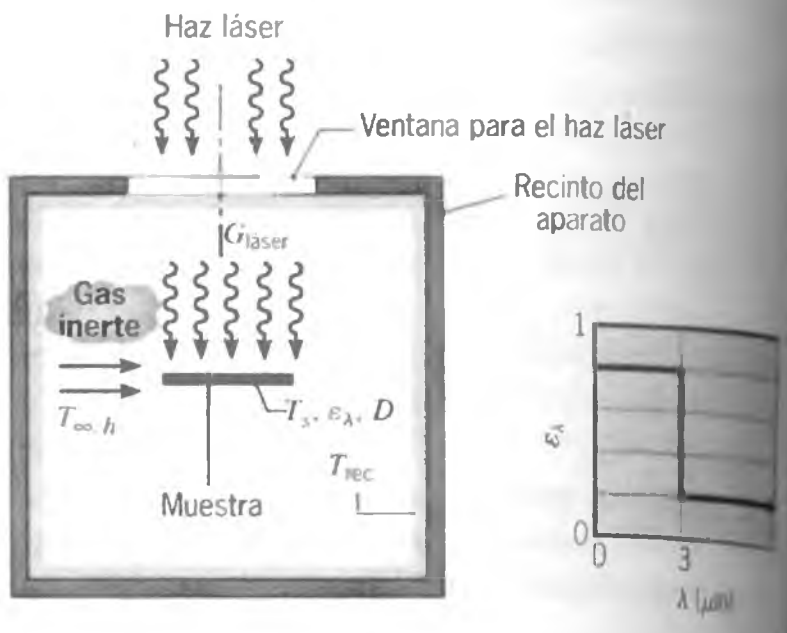
12.76 Una pequeña pieza se coloca en un horno que tiene paredes isotérmicas a $T_f = 1000$ K con una emisividad $\varepsilon_f = 0.5$. La pieza experimenta convección con aire que se mueve a 600 K y con un coeficiente de convección $h = 60$ W/m^2 · K. La superficie de la pieza tiene un recubrimiento espectralmente selectivo para el que la emisividad tiene la siguiente distribución espectral.



(a) Comenzando con la identificación de todos los procesos relevantes para una superficie de control alrededor de la pieza, lleve a cabo un balance de energía sobre la pieza y determine su temperatura de estado estable, T_s.

(b) Grafique la temperatura superficial T_s como función del coeficiente de convección para $10 \leq h \leq 120$ W/m^2 · K. En la misma gráfica, muestre la temperatura superficial como función del coeficiente de convección para superficies grises difusas con emisividades de 0.2 y 0.8.

12.77 Un aparato de proceso de materiales con láser encierra una muestra en forma de disco de diámetro $D = 25$ mm y espesor $w = 1$ mm. La muestra tiene una superficie difusa para la cual se establece la distribución espectral de emisividad, $\varepsilon_\lambda(\lambda)$. Para reducir la oxidación, un chorro de gas inerte de temperatura $T_\infty = 500$ K y un coeficiente de convección $h = 50$ W/m^2 · K fluye sobre las superficies superior e inferior de la muestra. El recinto del aparato es grande con paredes isotérmicas a $T_{rec} = 300$ K. Para mantener la muestra a una temperatura de operación adecuada de $T_s = 2000$ K, un láser colimado con una longitud de onda de operación $\lambda = 0.5$ μm irradia su superficie superior.



(a) Determine la emisividad total ε de la muestra.

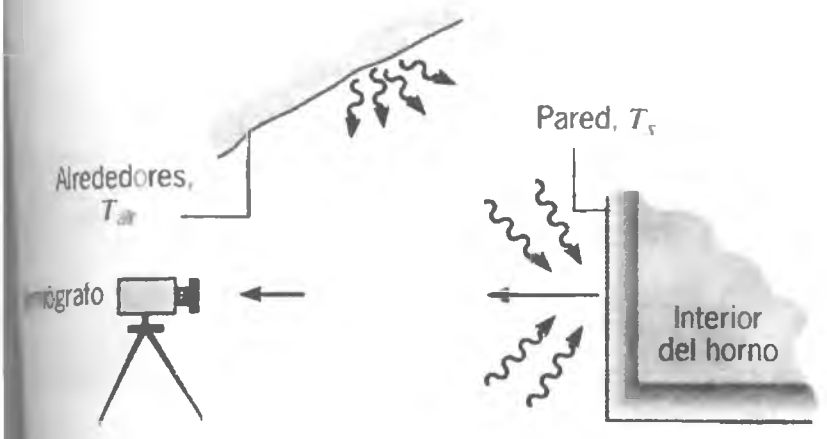
(b) Determine la absortividad total α de la muestra para irradiación de las paredes del recinto.

(c) Lleve a cabo un balance de energía sobre la muestra y determine la irradiación láser, $G_{\text{láser}}$, que se requiere para mantener la muestra a $T_s = 2000$ K.

(d) Considere un proceso de *enfriamiento precipitado*, cuando el láser y el gas inerte se desactivan. Grafique la emisividad total como función de la temperatura de la muestra, $T_s(t)$, durante el proceso. Identifique las características clave, incluya la emisividad para la condición final ($t \longrightarrow \infty$).

(e) Estime el tiempo para enfriar una muestra de su condición de operación $T_s(0) = 2000$ K a una temperatura *segura al tacto* $T_s(t) = 40°C$. Use el método de la resistencia interna despreciable e incluya el efecto de convección al gas inerte con $h = 50$ W/m² · K y $T_\infty = T_{\text{rec}} = 300$ K. Las propiedades termofísicas del material de la muestra son $\rho = 3900$ kg/m³, $c_p = 760$ J/kg · K, y $k = 45$ W/m · K.

12.78 Un termógrafo es un dispositivo que responde a la potencia radiativa de la vista, que alcanza su detector de radiación en la región espectral 9−12 μm. El termógrafo proporciona una imagen de la vista, como el lado de un horno, de la que se puede determinar la temperatura superficial.

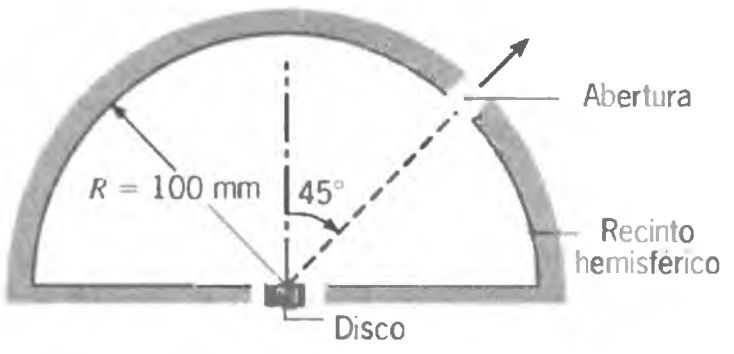


(a) Para una superficie negra a 60°C, determine la potencia emisiva para la región espectral 9−12 μm.

(b) Calcule la potencia radiante (W) recibida por el termógrafo en el mismo rango (9−12 μm) cuando ve, en una dirección normal, una pequeña área de una pared negra, 200 mm², a $T_s = 60°C$. El ángulo sólido ω subtendido por la abertura del termógrafo cuando se ve desde el objetivo es 0.001 sr.

(c) Determine la potencia radiante (W) que recibe el termógrafo para la misma área de pared (200 mm²) y ángulo sólido (0.001 sr) cuando la pared es un material gris, opaco, difuso a $T_s = 60°C$ con emisividad 0.7 y los alrededores son negros a $T_{alr} = 23°C$.

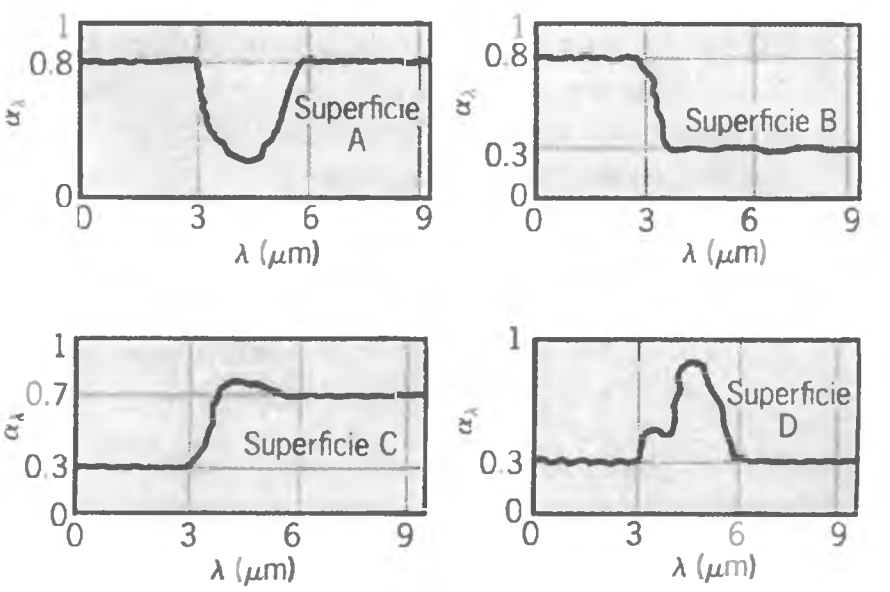
12.79 Un disco pequeño de 5 mm de diámetro se coloca en el centro de un recinto hemisférico isotérmico. El disco es difuso y gris con una emisividad de 0.7 y se mantiene a 900 K. El recinto hemisférico, que se mantiene a 300 K, tiene un radio de 100 mm y una emisividad de 0.85.



Calcule la potencia radiante que sale de una abertura de 2 mm de diámetro que se localiza en el recinto como se muestra.

12.80 Un termómetro de radiación es un radiómetro calibrado para indicar la temperatura de un cuerpo negro. Un lingote de acero que tiene una superficie gris difusa de emisividad 0.8 se calienta en un horno cuyas paredes están a 1500 K. Estime la temperatura del lingote cuando el termómetro de radiación que ve al lingote a través de un pequeño hueco en el horno indica 1160 K.

12.81 Cuatro superficies difusas que tienen las características espectrales que se muestran están a 300 K y se exponen a la radiación solar.

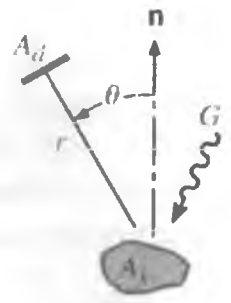


¿Cuál de las superficies se puede aproximar como gris?

12.82 Un detector de radiación tiene una abertura de área $A_d = 10^{-6}$ m² y se coloca a una distancia de $r = 1$ m de una superficie de área $A_s = 10^{-4}$ m². El ángulo forma-

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

do por la normal al detector y la normal a la superficie es $\theta = 30°$.



La superficie está a 500 K y es opaca, difusa y gris con una emisividad de 0.7. Si la irradiación superficial es 1500 W/m^2, ¿cuál es la rapidez a la que el detector intercepta la radiación de la superficie?

12.83 Un bloque pequeño de aluminio anodizado a 35°C se calienta en un horno cuyas paredes son difusas y grises con $\varepsilon = 0.85$ y se mantienen a una temperatura uniforme de 175°C. El recubrimiento anodizado también es difuso y gris con $\varepsilon = 0.92$. Un detector de radiación ve al bloque a través de una pequeña abertura en el horno y recibe la energía radiante de una pequeña área denominada objetivo, A_t, sobre el bloque. El objetivo tiene un diámetro de 3 mm, y el detector recibe radiación dentro de un ángulo sólido de 0.001 sr centrado alrededor de la normal al bloque.

(a) Si el detector de radiación ve un hueco pequeño, pero profundo perforado en el bloque, ¿cuál es la potencia total (W) recibida por el detector?

(b) Si el detector de radiación ve ahora un área sobre la superficie del bloque, ¿cuál es la potencia total (W) recibida por el detector?

12.84 Un cilindro de 30 mm de diámetro y 150 mm de longitud se calienta en un horno que tiene paredes a 1000 K, mientras circula aire a 400 K a 3 m/s. Estime la temperatura de estado estable del cilindro bajo las siguientes condiciones específicas.

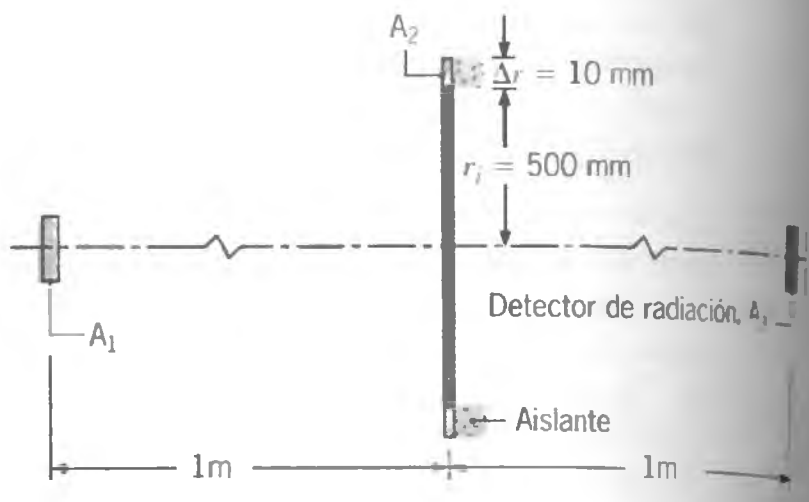
(a) El cilindro está en un flujo cruzado, y su superficie es difusa y gris con una emisividad de 0.5.

(b) El cilindro está en un flujo cruzado, pero su superficie es espectralmente selectiva con $\alpha_\lambda = 0.1$ para $\lambda \leq 3\ \mu$m y $\alpha_\lambda = 0.5$ para $\lambda > 3\ \mu$m.

(c) La superficie del cilindro se coloca de modo que el flujo de aire es longitudinal y su superficie es difusa y gris.

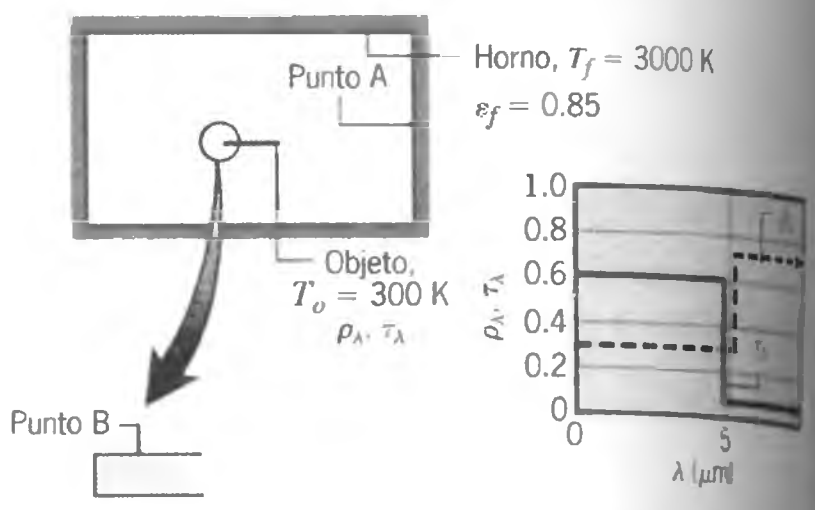
(d) Para las condiciones de la parte (a), calcule y grafique la temperatura del cilindro como función de la velocidad del aire para $1 \leq V \leq 20$ m/s.

12.85 Considere el disco gris, opaco, difuso, A_1, que tiene un diámetro de 10 mm, una emisividad de 0.3, y está a una temperatura de 400 K. Coaxial al disco A_1 hay un disco negro en forma de anillo A_2 a 1000 K que tiene las dimensiones que se muestran en el diagrama. La parte posterior de A_2 está aislada y no irradia directamente al disco detector criogénicamente enfriado A_3, que tiene un diámetro de 10 mm y se localiza a 2 m de A_1.



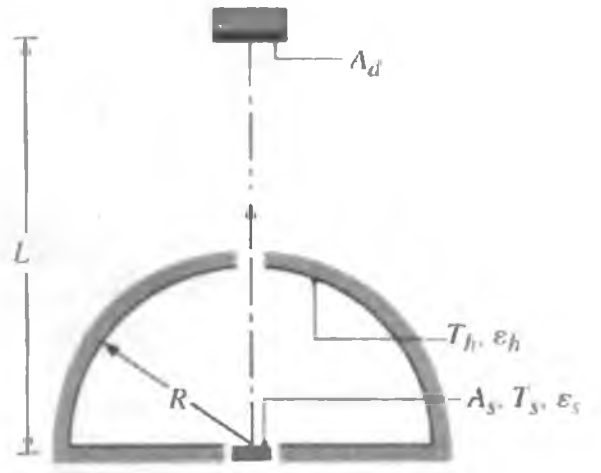
Calcule la rapidez a la que incide la radiación sobre A_3 debido a la emisión y reflexión de A_1.

12.86 Considere un horno con paredes grises, opacas, difusas, a 3000 K que tienen una emisividad de 0.85. Un pequeño objeto difuso espectralmente selectivo en el horno se mantiene a 300 K.



Para los puntos que se señalan en la pared del horno (A) y el objeto (B), indique valores para ε, α, G y J.

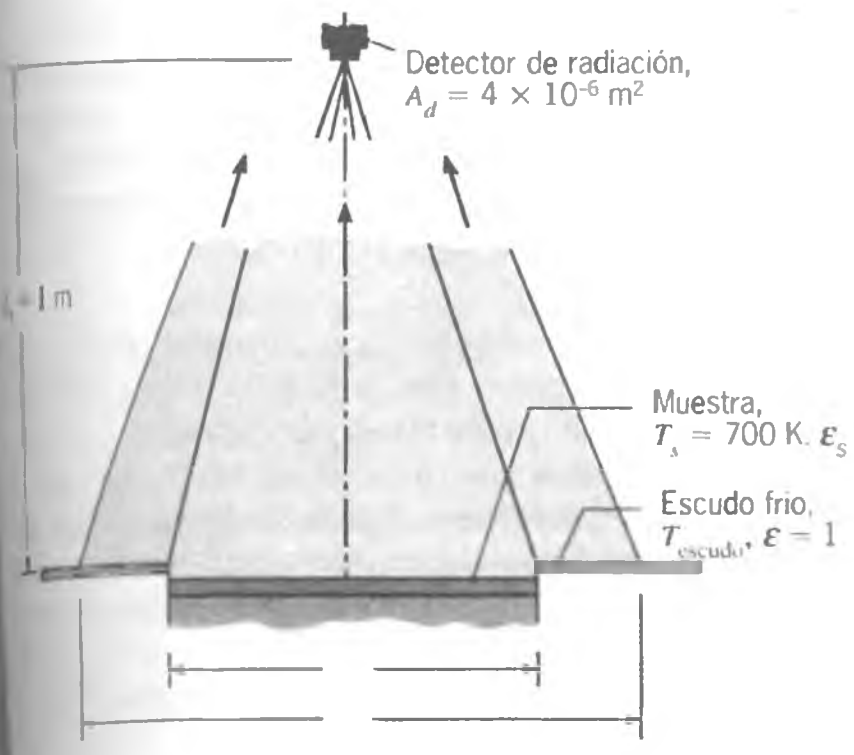
12.87 Una pequeña muestra opaca de emisividad total hemisférica $\varepsilon_s = 0.1$ y área superficial $A_s = 5$ mm^2 se coloca en la base de un recinto hemisférico de radio $R = 100$ mm y emisividad $\varepsilon_h = 0.5$ y la mide un detector de radiación a través de una abertura en el recinto. El detector tiene un área superficial $A_d = 2$ mm^2 y está a una distancia $L = 300$ mm de la muestra.



(a) Si la muestra y el hemisferio son difusos y grises y se mantienen a temperaturas $T_s = 400$ K y $T_h = 273$ K, ¿cuál es la irradiación total sobre el detector?

(b) Dibuje (cualitativamente) la distribución espectral de la intensidad I_λ de la radiación incidente sobre el detector, identifique las longitudes de onda específicas a las que es probable que ocurran los máximos. Calcule la intensidad espectral en las longitudes de onda que corresponden a los máximos.

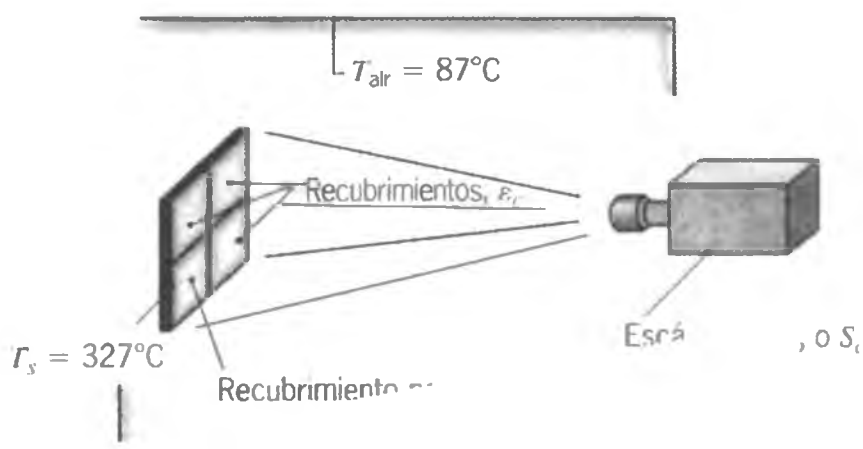
12.88 Un detector de radiación que tiene un área sensible de $A_d = 4 \times 10^{-6}$ m^2 se configura para recibir radiación de un área objetivo de diámetro $D_t = 40$ mm cuando se coloca a una distancia de $L_t = 1$ m del objetivo. Para el aparato experimental que se muestra en el dibujo, deseamos determinar la radiación emitida de una muestra caliente de diámetro $D_s = 20$ mm. La temperatura de la muestra de aluminio es $T_s = 700$ K y su emisividad es $\varepsilon_s = 0.1$. Se proporciona un escudo frío en forma de anillo para minimizar el efecto de la radiación del exterior del área de la muestra, excepto dentro del área objetivo. La muestra y el escudo son emisores difusos.



(a) Suponga que el escudo es negro, ¿a qué temperatura, T_{escudo}, se debe mantener el escudo de modo que su radiación emitida sea el 1% de la potencia total radiante recibida por el detector?

(b) Sujeto a la restricción paramétrica de que la radiación emitida desde el escudo frío sea 0.5, 1 o 1.5% de la radiación total recibida por el detector, grafique la temperatura del escudo frío que se requiere, T_{escudo}, como función de la emisividad de la muestra para $0.05 \leq \varepsilon_s \leq 0.35$.

12.89 Un escáner infrarrojo (IR) (o termógrafo) es un radiómetro que proporciona una imagen de la escena objetivo, e indica la temperatura aparente de elementos en la escena con una escala de brillantez blanco-negro o de color azul-rojo. Con el uso de un método de exploración por rastreo, la radiación que se origina en un elemento en la escena objetivo incide sobre el detector de radiación, que entrega una señal proporcional a la potencia radiante incidente. La señal fija la escala de brillo o color para el pixel de imagen asociado con ese elemento. Se propone un esquema para la calibración del campo de un escáner infrarrojo que tiene un detector de radiación con un pasa bandas espectral de 3 a 5 μm. Una placa metálica caliente, que se mantiene a 327°C y tiene cuatro recubrimientos grises difusos con diferentes emisividades, es vista por el escáner IR en alrededores para los que $T_{alr} = 87$°C.



...cibe la salida del escáner cuando ve el recubrimiento negro, $\varepsilon_o = 1$. La radiación que alcanza el detector es proporcional al producto de la potencia emisiva de cuerpo negro (o intensidad emitida) a la temperatura de la superficie y la fracción de la banda de emisión que corresponde al pasa bandas espectral del escáner IR. La constante de proporcionalidad se denomina responsividad, $R(\mu V \cdot m^2/W)$. Escriba una expresión para la señal de salida del escáner, S_o, en términos de R, la potencia emisiva de cuerpo negro, y la fracción de banda de

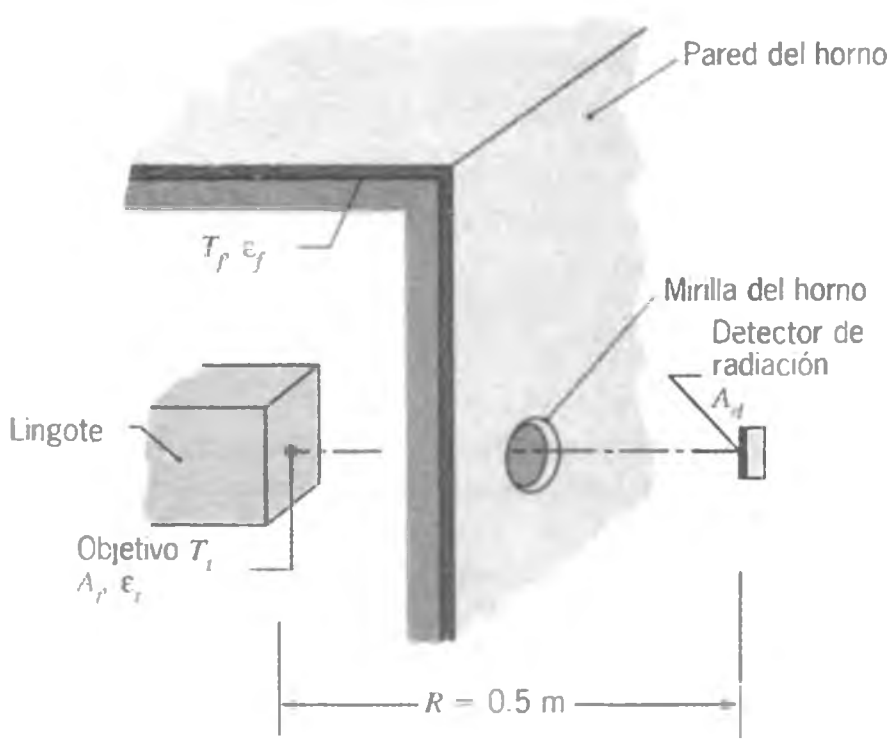
emisión apropiada. Suponga $R = 1\ \mu V \cdot m^2/W$, evalúe $S_o(\mu V)$.

(b) Considere la salida del escáner cuando ve uno de los recubrimientos para el cual la emisividad ε_c es menor que la unidad. La radiación del recubrimiento alcanza al detector debido a la emisión y reflexión de la irradiación de los alrededores. Escriba una expresión para la señal, S_c, en términos de R, la potencia emisiva de cuerpo negro del recubrimiento, la potencia emisiva de cuerpo negro de los alrededores, la emisividad del recubrimiento, y las fracciones de la banda de emisión apropiadas. Para los recubrimientos grises, difusos, la reflectividad es $\rho_c = 1 - \varepsilon_c$.

(c) Suponga que $R = 1\ \mu V \cdot m^2/W$, evalúe las señales del escáner, S_c (μV), cuando ve paneles con emisividades de 0.8, 0.5 y 0.2.

(d) El escáner se calibra de modo que la señal S_o (con el recubrimiento negro) dará una escala de indicación correcta $T_s = 327°C$. Las señales de los otros tres recubrimientos, S_c, son menores que S_o. Por consiguiente el escáner indicará una temperatura aparente (de cuerpo negro) menor que T_s. Estime las temperaturas indicadas por el escáner para los tres paneles de la parte (c).

12.90 Un pequeño lingote se calienta dentro de un horno que tiene paredes isotérmicas a $T_f = 750$ K con un superficie gris, difusa, de emisividad $\varepsilon_f = 0.8$. El lingote tiene una temperatura $T_t = 500$ K y una superficie gris, difusa, con una emisividad $\varepsilon_t = 0.9$. Un detector de radiación de área $A_d = 5.0 = 10^{-4}\ m^2$ se coloca normal a y a una distancia de 0.5 m del lingote. El detector recibe radiación desde un área objetivo del lingote $A_t = 3.0 \times 10^{-6}\ m^2$.



(a) Escriba una expresión simbólica y dé el valor numérico para cada uno de los siguientes parámetros de radiación asociados con la superficie objetivo (t): irradiación sobre el objetivo, G_t; intensidad de la irradiación que sale del objetivo, $I_{t,\,ref}$; potencia emisiva del objetivo, E_t; intensidad de la radiación emitida que sale del objetivo, $I_{t,\,emit}$; y radiosidad del objetivo, J_t.

(b) El detector de radiación sólo es sensible en la región espectral más allá de 4 μm. Exprese su resultado en términos de las intensidades reflejada y emitida del objetivo, $I_{t,\,ref}$ e $I_{t,\,emit}$, respectivamente, así como otros parámetros geométricos y de radiación, obtenga una ecuación para la rapidez a la que la radiación sale del objetivo en la región espectral $\lambda \geq 4\ \mu m$ y es interceptada por el detector de radiación, A_d. Sustituya los valores numéricos para obtener $q_{t \to d}$ para $\lambda \geq 4\ \mu$m.

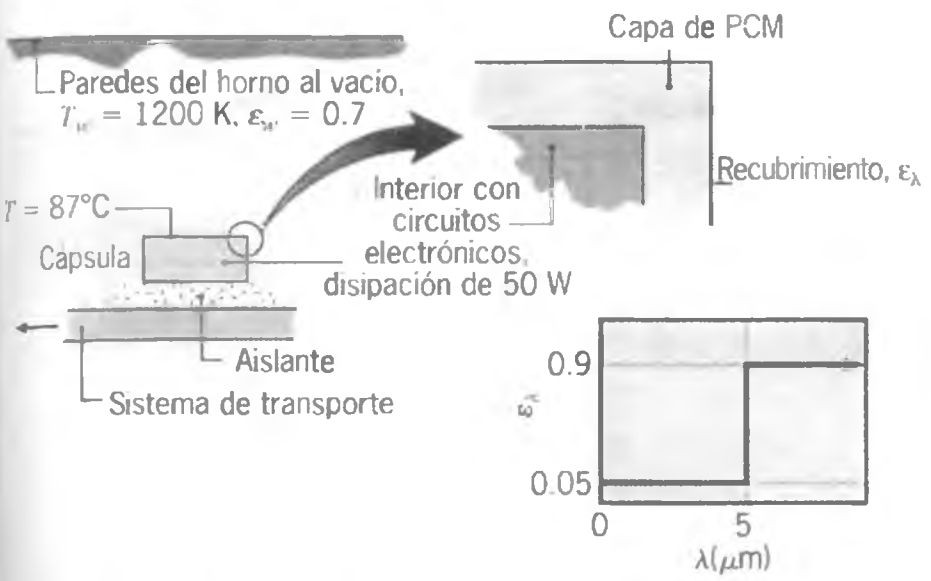
12.91 Considere un material gris, pero direccionalmente selectivo con $\alpha_\theta(\theta, \phi) = 0.5(1 - \cos \phi)$. Determine la absortividad hemisférica α cuando un flujo solar colimado irradia la superficie del material en la dirección $\theta = 45°$ y $\phi = 0°$. Determine la emisividad hemisférica ε del material.

12.92 Un sensor de temperatura empotrado en la punta de un tubo pequeño que tiene una superficie gris, difusa, con una emisividad de 0.8 se coloca centralmente dentro de un cuarto con aire acondicionado cuyas temperaturas de pared y aire son 30 y 20°C, respectivamente.

(a) ¿Qué temperatura indicará el sensor si el coeficiente de convección entre el tubo sensor y el aire es 5 $W/m^2 \cdot K$?

(b) ¿Cuál sería el efecto de usar un ventilador para inducir un flujo de aire sobre el tubo? Grafique la temperatura del sensor como función del coeficiente de convección para $2 \leq h \leq 25\ W/m^2 \cdot K$ y valores de $\varepsilon = 0.2$, 0.5 y 0.8.

12.93 Una cápsula transmisora de instrumentación es una caja que contiene circuitos electrónicos y una fuente de potencia para mandar las señales de un sensor a un receptor base para su grabación. Tal cápsula se coloca en un sistema transportador que pasa a través de un horno de soldadura largo, al vacío, como se muestra en el esquema. Las superficies expuestas de la cápsula tienen un recubrimiento opaco, difuso, con la emisividad espectral que se muestra.



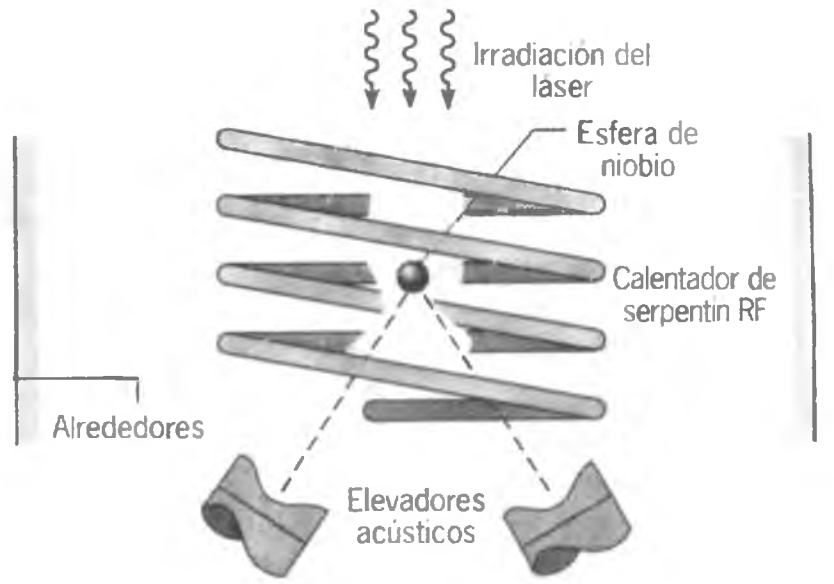
Para estabilizar la temperatura de la cápsula y evitar el sobrecalentamiento de los dispositivos electrónicos, la superficie interna de la cápsula se rodea con una capa de material con cambio de fase (PCM) que tiene una temperatura de fusión de 87°C y un calor de fusión de 25 kJ/kg. La cápsula tiene un área de superficie expuesta de 0.040 m^2 y la masa del PCM es 1.6 kg. Además se sabe que la potencia disipada por los elementos electrónicos es 50 W. Considere la situación cuando la cápsula entra al horno a una temperatura uniforme de 87°C y todo el PCM está en estado sólido. ¿Cuánto tiempo pasará antes de que todo el PCM cambie al estado líquido?

12.94 Para simular el proceso de materiales bajo condiciones de microgravedad en el espacio, una esfera de niobio de diámetro 3 mm se eleva mediante una técnica acústica en una cámara de vacío. Inicialmente la esfera está a 300 K y se irradia súbitamente con un láser que proporciona una irradiación de 10 W/mm^2 para elevar su temperatura tan rápido como sea posible a su punto de fusión (2741 K). Cuando el punto de fusión se alcanza, el láser se desconecta y se energiza un calentador de radio frecuencia (RF), lo que ocasiona una generación volumétrica interna uniforme $\dot{q}$ dentro de la esfera. Suponga que la esfera de niobio es isotérmica y difusa y gris con una emisividad de 0.6, y que las paredes de la cámara están a 300 K.

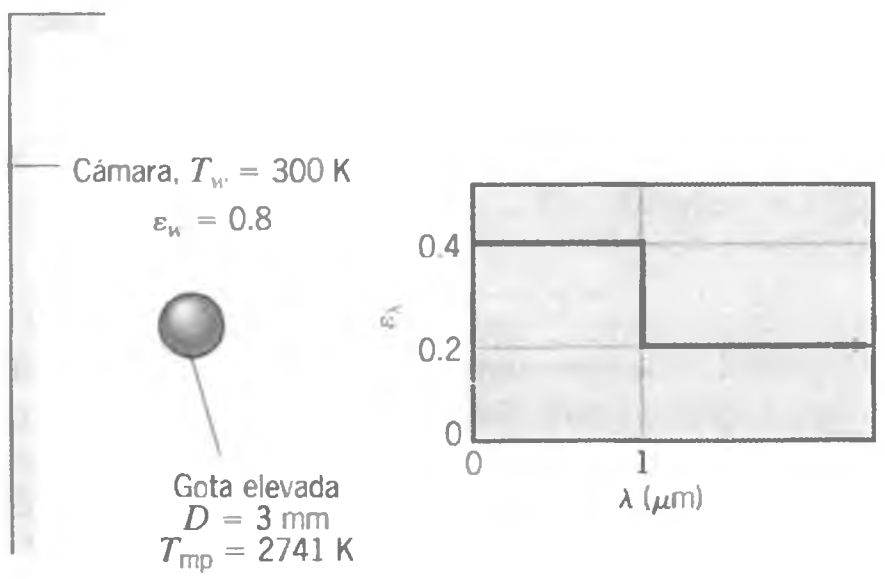
(a) ¿Cuánto tiempo se requiere para alcanzar el punto de fusión? *Sugerencia:* Véase la sección 5.3 y modifique el análisis de la resistencia interna despreciable en consecuencia.

(b) ¿Cuánta potencia debe proporcionar el calentador de RF para mantener la esfera en su punto de fusión?

(c) ¿La suposición isotérmica espacial es realista para las condiciones de las partes (a) y (b)?



12.95 Una gota esférica de niobio de diámetro $D = 3$ mm se eleva mediante una técnica acústica en una cámara de vacío con paredes difusas y grises con una emisividad $\varepsilon_w = 0.8$ y una temperatura $T_w = 300$ K. La superficie de niobio es difusa y tiene la distribución de emisividad espectral establecida.



Se investigan dos métodos de calentamiento para mantener la gota en su punto de fusión, $T_{mp} = 2741$ K.

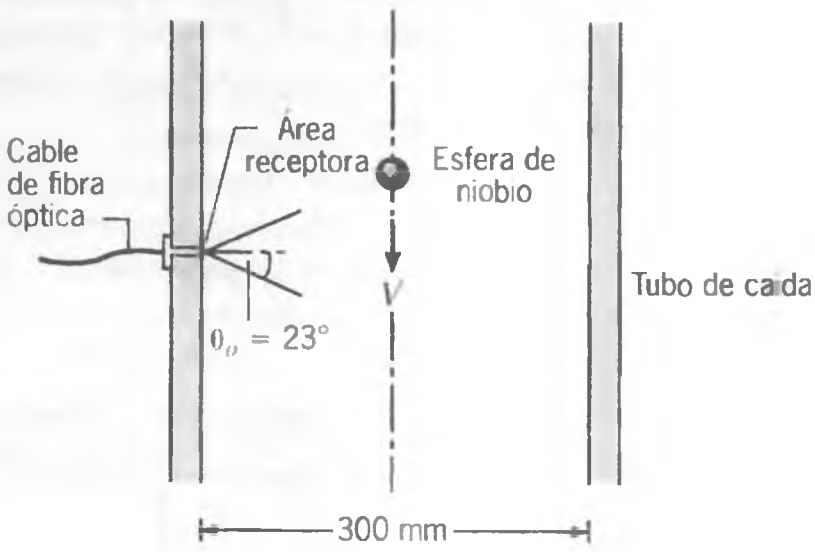
(a) El efecto de la aplicación de un campo de radiofrecuencia (RF) a la gota es crear una generación interna uniforme, $\dot{q}$ (W/m^3), dentro de la gota. Calcule el valor de $\dot{q}$ que se requiere para mantener la gota a su temperatura de fusión.

(b) Un haz láser, que tiene un diámetro más largo que el de la gota y que opera a 10.6 μm, irradia la gota. Determine la irradiación, $G_{láser}$ (W/mm^2), que se requiere para mantener la gota a su temperatura de fusión. ¿Qué irradiación se requerirá si la longitud de onda de operación del láser fuera 0.632 μm?

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

(c) Estime el tiempo que transcurrirá para que la gota se enfríe a 400 K si el calentamiento por campo de RF o por láser se terminara.

12.96 Para simular la solidificación bajo condiciones de microgravedad en el espacio, una esfera de niobio fundido de 3 mm de diámetro cae a través de un tubo vertical al vacío de 300 mm de diámetro y 105 m de longitud cuyas paredes se mantienen a 300 K. En una estación de esta instalación experimental de *tubo de caída*, la esfera tiene una velocidad de 35 m/s y su temperatura es 3000 K. Un cable de fibra óptica conectado a un detector de radiación está en una pared del tubo y tiene un diámetro de 200 μm, que recibe radiación dentro de un ángulo sólido definido por el ángulo plano $\theta_o = 23°$. Suponga que el niobio es difuso y gris con una emisividad de 0.6.

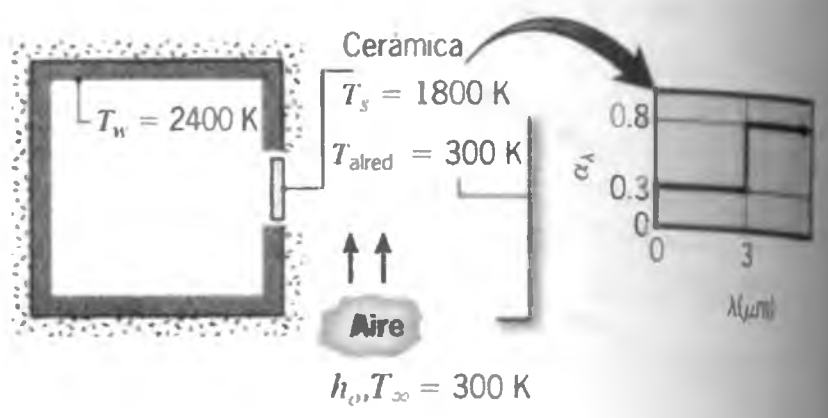


(a) Estime la potencia radiante promedio (W) emitida por la esfera, que recibe la fibra óptica conforme cae la esfera a lo largo de la línea central del tubo. ¿Cuál es la potencia radiante promedio recibida cuando la esfera cae muy cerca de la pared opuesta del tubo de caída?

(b) Al reconocer que la esfera experimenta un enfriamiento radiativo mientras cae a través del tubo de caída, ¿es razonable suponer que la esfera es isotérmica durante el tiempo que la fibra óptica recibe su radiación?

(c) Estime la potencia radiante emitida por la pared del tubo de caída. Compare esta radiación *de fondo* con la de la esfera. ¿Es importante controlar cuidadosamente la temperatura de la pared del tubo de caída?

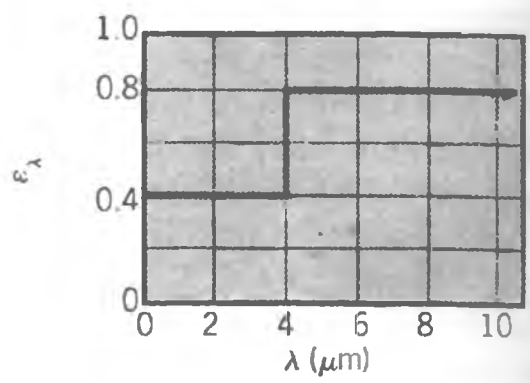
12.97 Una placa de pared delgada separa el interior de un horno grande de los alrededores a 300 K. La placa es de un material cerámico para el que se puede suponer un comportamiento superficial difuso y la superficie externa está enfriada por aire. Con el horno en operación a 2400 K, se puede ignorar la convección en la superficie interior.



(a) Si la temperatura de la placa cerámica no excederá 1800 K, ¿cuál es el valor mínimo del coeficiente de convección exterior, h_o, que el sistema de enfriamiento por aire debe mantener?

(b) Calcule y grafique la temperatura de la placa como función de h_o para $50 \leq h_o \leq 250$ W/m$^2 \cdot$K.

12.98 Un recubrimiento delgado, que se aplica a varillas cilíndricas de cobre de 10 mm de diámetro, se cura al colocar las varillas de forma horizontal en un horno cuyas paredes se mantienen a 1300 K. El horno se llena con gas nitrógeno, que también está a 1300 K y a una presión de 1 atm. El recubrimiento es difuso y su emisividad espectral tiene la distribución que se muestra.



(a) ¿Cuáles son la emisividad y absortividad de las varillas recubiertas cuando su temperatura es [illegible]?

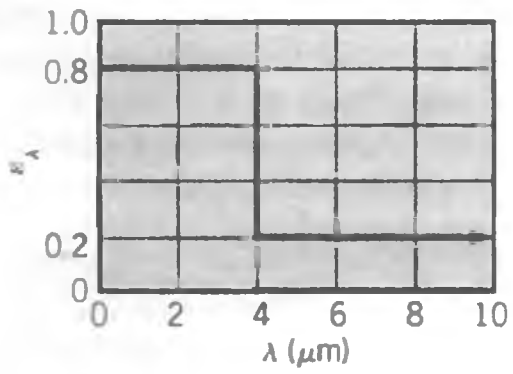
(b) ¿Cuál es la razón inicial de cambio de su temperatura?

(c) ¿Cuál es la emisividad y absortividad de las varillas recubiertas cuando alcanzan una temperatura de estado estable?

(d) Estime el tiempo que se requiere para que las varillas alcancen 1000 K.

12.99 Un horno de combinación convección-radiación se usa para tratar con calor un pequeño producto cilíndrico de cobre de 25 m de diámetro y 0.2 m de longitud. Las paredes del horno están a una temperatura uniforme de 1000 K, y hay aire caliente a 750 K en el

cruzado sobre el cilindro con una velocidad de 5 m/s. La superficie del cilindro es opaca y difusa con la emisividad espectral que se muestra.



(a) Determine la transferencia neta de calor al cilindro cuando se coloca primero en el horno a 300 K.

(b) ¿Cuál es la temperatura de estado estable del cilindro?

(c) ¿Cuánto tiempo tomará al cilindro alcanzar una temperatura que esté dentro de 50°C de su valor de estado estable?

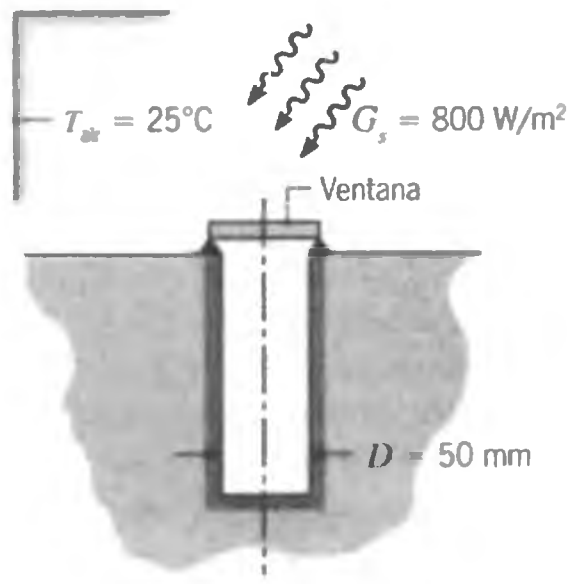
Radiación ambiental

12.100 Irradiación solar de 1100 W/m² incide sobre un techo metálico horizontal, plano, grande, en un día cuando el viento que sopla sobre el techo produce un coeficiente de transferencia de calor por convección de 25 W/m² · K. La temperatura del aire exterior es 27°C, la absortividad de la superficie metálica para la radiación solar incidente es 0.60, la emisividad de la superficie metálica es 0.2, y el techo está bien aislado por debajo.

(a) Estime la temperatura del techo bajo condiciones de estado estable.

(b) Explore el efecto de cambios en la absortividad, la emisividad, y en el coeficiente de convección sobre la temperatura de estado estable.

12.101 Una cavidad profunda de 50 mm de diámetro aproxima a un cuerpo negro y se mantiene a 250°C mientras se expone a irradiación solar de 800 W/m² y alrededores y aire ambiental a 25°C. Una ventana delgada de transmisividad y reflectividad espectrales 0.9 y 0, respectivamente, para el intervalo espectral 0.2 a 4 μm se coloca sobre la abertura de la cavidad. En el intervalo espectral más allá de 4 μm, la ventana se comporta como un cuerpo gris, difuso, opaco, de emisividad 0.95. Suponga que el coeficiente de convección sobre la superficie superior de la ventana es 10 W/m² · K, determine la temperatura de la ventana y la potencia requerida para mantener la cavidad a 250°C.

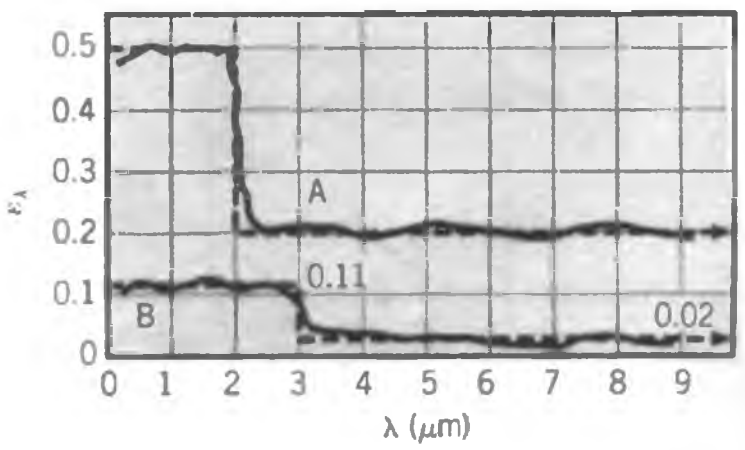


12.102 Considere el colector solar de tubo al vacío que se describe en el problema 1.53d del capítulo 1. Con el interés de maximizar la eficiencia del colector, ¿qué características radiativas espectrales se desean para el tubo exterior y para el tubo interior?

12.103 Un flujo solar de 900 W/m² incide sobre el lado superior de una placa cuya superficie tiene una absortividad solar de 0.9 y una emisividad de 0.1. El aire y los alrededores están a 17°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la placa y el aire es 20 W/m² · K. Suponga que el lado inferior de la placa está aislado, determine la temperatura de estado estable de la placa.

12.104 Dos placas, una con una superficie pintada de negro y la otra con un recubrimiento especial (cobre químicamente oxidado) están en una órbita terrestre y expuestos a la radiación solar. Los rayos solares forman un ángulo de 30° con la normal a la placa. Estime la temperatura de equilibrio de cada placa, suponga que son difusas y que el flujo solar es 1353 W/m². La absortividad espectral de la superficie pintada de negro se puede aproximar con $\alpha_\lambda = 0.95$ para $0 \leq \lambda \leq \infty$ y la del recubrimiento especial con $\alpha_\lambda = 0.95$ para $0 \leq \lambda < 3\ \mu m$ y $\alpha_\lambda = 0.05$ para $\lambda \geq 3\ \mu m$.

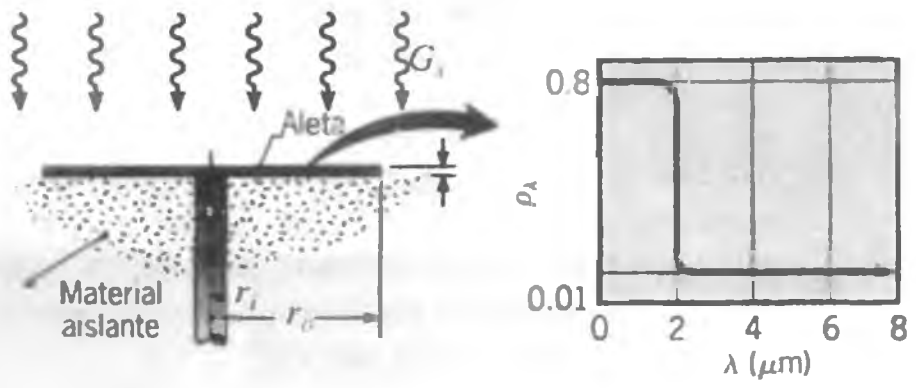
12.105 Las distribuciones de emisividad hemisférica espectral para dos paneles difusos a usarse en naves espaciales son como se muestra.



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

Suponga que los lados posteriores de los paneles están aislados y que éstos están orientados normales al flujo solar a 1353 W/m², determine cuál panel tiene la temperatura de estado estable más alta.

12.106 Una aleta anular de espesor t se usa como un radiador para disipar calor en un sistema de potencia espacial. La aleta está aislada en la parte inferior y se puede exponer a la irradiación solar G_S. La aleta está cubierta con un material difuso espectralmente selectivo cuya reflectividad espectral se especifica.

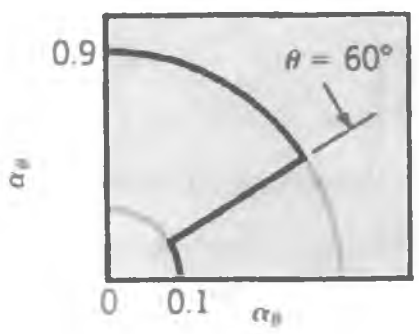


El calor se conduce a la aleta a través de una varilla sólida de radio r_i, y la superficie superior expuesta de la aleta radia al espacio libre, que esencialmente está a una temperatura de cero absoluto.

(a) Si la conducción a través de la varilla mantiene una temperatura en la base de la aleta $T(r_i) = T_b = 400$ K y la eficiencia de la aleta es 100%, ¿cuál es la rapidez de disipación de calor para una aleta de radio $r_o = 0.5$ m? Considere dos casos, uno en que el radiador se expone al Sol con $G_S = 1000$ W/m² y el otro sin exposición ($G_S = 0$).

(b) En la práctica, la eficiencia de la aleta será menor que 100% y su temperatura disminuirá al aumentar el radio. Comenzando con un volumen de control apropiado, derive la ecuación diferencial que determina la distribución de temperatura radial de estado estable en la aleta. Especifique las condiciones de frontera apropiadas.

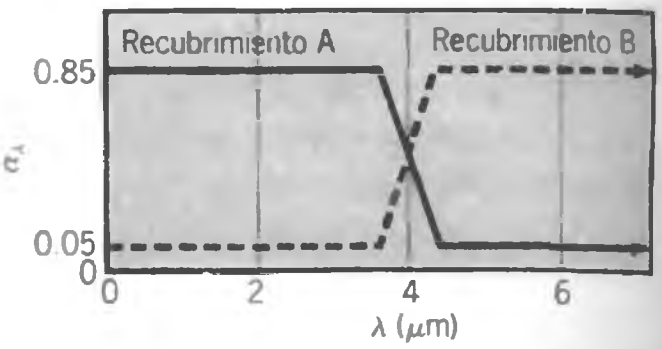
12.107 La absortividad direccional de una superficie gris varía con θ como sigue.



(a) ¿Cuál es la razón de la absortividad normal α_n a la emisividad hemisférica de la superficie?

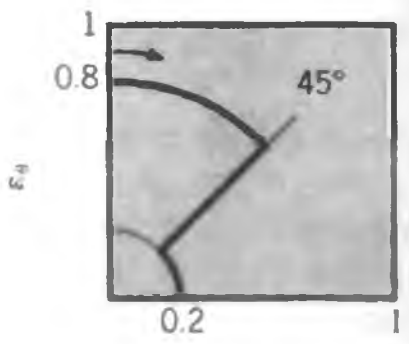
(b) Considere una placa con estas características superficiales en ambos lados y en órbita terrestre. Si el flujo solar incidente sobre un lado de la placa es $q_s'' = 1353$ W/m², ¿qué temperatura de equilibrio tendrá la placa si se orienta normal a los rayos solares? ¿Qué temperatura tendrá si se orienta a 75°C de los rayos solares?

12.108 Se dispone de dos recubrimientos especiales para aplicación en una placa absorbedora que se instala por debajo del vidrio de cubierta que se describe en el ejemplo 12.8. Cada recubrimiento es difuso y se caracteriza por las distribuciones espectrales que se muestran.



¿Cuál recubrimiento seleccionaría para la placa absorbedora? Explique con brevedad. Para el recubrimiento seleccionado, ¿cuál es la rapidez a la que se absorbe la radiación por unidad de área de la placa absorbedora si la irradiación solar total en el vidrio de cubierta es $G_S = 1000$ W/m²?

12.109 Una placa plana cuya superficie es gris pero tiene la emisividad direccional total ε_θ que se muestra está en órbita terrestre, donde el flujo solar es 1353 W/m².



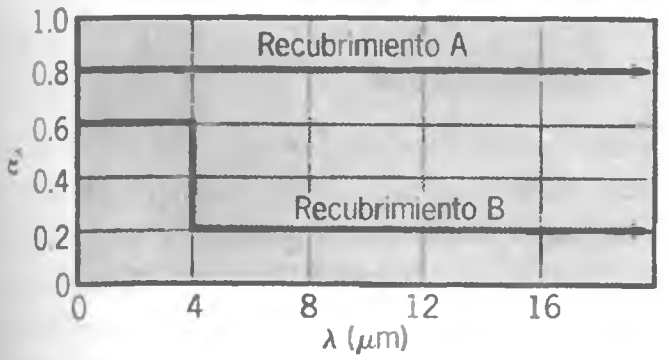
Determine las temperaturas de equilibrio para la placa cuando se orienta normal y a 60° al flujo solar.

12.110 Considere una superficie gris, opaca, cuya absortividad direccional es 0.8 para $0 \leq \theta \leq 60°$ y 0 para $\theta > 60°$. La superficie es horizontal y se expone a irradiación solar directa y difusa.

(a) ¿Cuál es la absortividad superficial para radiación solar directa que incide a un ángulo de 45° de la normal? ¿Cuál es la absortividad para la irradiación difusa?

(b) Ignore la transferencia de calor por convección entre la superficie y el aire de los alrededores, ¿cuál sería la temperatura de equilibrio de la superficie si las componentes de la irradiación directa y difusa fueran 600 y 100 W/m^2, respectivamente? El lado posterior de la superficie está aislado.

12.111 Un contratista debe seleccionar un material para la cubierta de un techo de los dos recubrimientos opacos difusos con $\alpha_\lambda(\lambda)$ como se muestra. ¿Cuál de los dos recubrimientos tendría como resultado una temperatura del techo más baja? ¿Cuál se prefiere para uso en verano? ¿Para uso en invierno? Dibuje la distribución espectral de α_λ que sería ideal para uso en verano. Para uso en invierno.



12.112 Un radiador en una propuesta de estación de potencia solar satelital debe disipar el calor que se genera dentro del satélite radiándolo al espacio. La superficie del radiador tiene una absortividad de 0.5 y una emisividad de 0.95. ¿Cuál es la temperatura superficial de equilibrio cuando la irradiación solar es 1000 W/m^2 y la disipación de calor que se requiere es 1500 W/m^2?

12.113 Una placa gris difusa de emisividad 0.6 aislada de la tierra se expone a irradiación solar de 1000 W/m^2. La temperatura efectiva de cielo es −40°C y el coeficiente de transferencia de calor entre la placa y el aire ambiente a 25°C es 6 W/m^2 · K. La temperatura de la placa es 65°C en este tiempo particular.

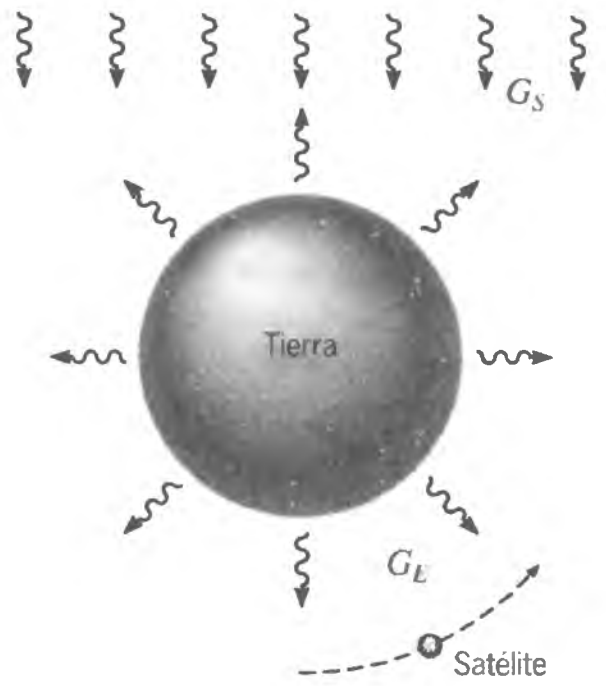
(a) ¿Cuál es la radiosidad de la placa?

(b) ¿Cuál es el flujo neto de calor entre la placa y el medio?

(c) ¿De qué manera la temperatura de la placa cambiará con respecto al tiempo?

12.114 No es poco común que la temperatura nocturna del cielo en regiones desérticas caiga a −40°C. Si la temperatura del aire ambiente es 20°C y el coeficiente de convección para condiciones de aire en reposo es aproximadamente 5 W/m^2 · K, ¿se puede congelar un cazo con agua poco profundo?

12.115 Un satélite esférico de diámetro D está en órbita alrededor de la Tierra y está cubierto con una material difuso para el que la absortividad espectral es $\alpha_\lambda = 0.6$ para $\lambda \leq 3$ μm y $\alpha_\lambda = 0.3$ para $\lambda > 3$ μm. Cuando está en el lado "oscuro" de la Tierra el satélite ve sólo la irradiación de la superficie terrestre. Se puede suponer que la irradiación incide como rayos paralelos, y que su magnitud es $G_E = 340$ W/m^2. En lado "brillante" de la Tierra el satélite ve la irradiación terrestre G_E más la irradiación solar $G_S = 1353$ W/m^2. La distribución espectral de la radiación de la Tierra se puede aproximar como la de un cuerpo negro a 280 K, y se puede suponer que la temperatura del satélite permanece por debajo de 500 K.



¿Cuál es la temperatura de estado estable del satélite cuando está en el lado oscuro de la Tierra y cuando está en el lado brillante?

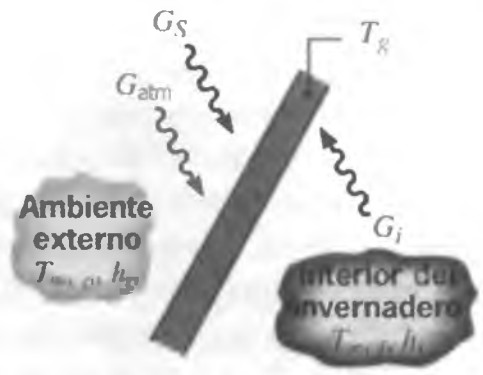
12.116 Una cápsula esférica de 3 m de radio se lanza desde una plataforma espacial en órbita terrestre, de modo que viaja hacia el centro del Sol a 16,000 km/s. Suponga que la cápsula es un cuerpo con resistencia interna despreciable con un producto densidad-calor específico de 4×10^6 J/m^3 · K y que su superficie es negra.

(a) Derive una ecuación diferencial para predecir la temperatura de la cápsula como función del tiempo. Resuelva esta ecuación para obtener la temperatura como función del tiempo en términos de los parámetros de la cápsula y su temperatura inicial.

(b) Si la cápsula comienza su jornada a 20°C, prediga la posición de la cápsula en relación con el Sol a la que alcanza su temperatura de destrucción, 150°C.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede Litoral

12.117 Una lamina delgada de vidrio se usa en el techo de un invernadero y se irradia como se muestra.

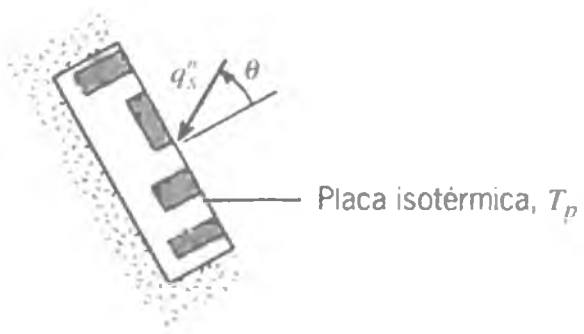


La irradiación se compone del flujo solar total G_S, el flujo G_{atm} debido a la emisión atmosférica (radiación del cielo), y el flujo G_i debido a la emisión de las superficies interiores. Los flujos G_{atm} y G_i se concentran en la región IR lejana ($\lambda \gtrsim 0$ μm). El vidrio también puede intercambiar energía por convección con las atmósferas externa e interna. Se puede suponer que el vidrio es totalmente transparente para $\lambda < 1$ μm ($\tau_\lambda = 1.0$ para $\lambda < 1$ μm) y opaco, con $\alpha_\lambda = 1.0$ para $\lambda \geq 1$ μm.

(a) Suponga condiciones de estado estable, con todos los flujos radiativos distribuidos de manera uniforme sobre las superficies y el vidrio caracterizado por una temperatura uniforme T_g, escriba un balance de energía apropiado para un área unitaria del vidrio.

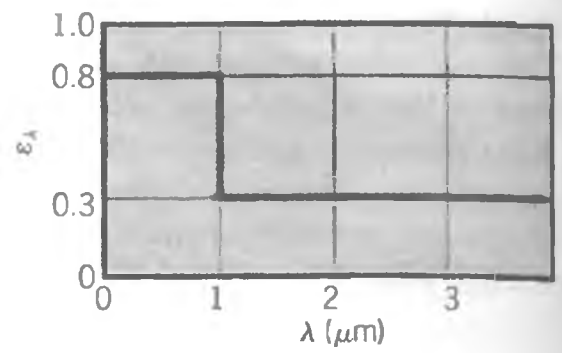
(b) Para $T_g = 27°C$, $h_i = 10$ W/m$^2 \cdot$ K, $G_S = 1100$ W/m^2, $T_{\infty,o} = 24°C$, $h_o = 55$ W/m$^2 \cdot$ K, $G_{atm} = 250$ W/m^2, y $G_i = 440$ W/m^2, calcule la temperatura del aire ambiente del invernadero, $T_{\infty,i}$.

12.118 Los componentes de un paquete electrónico en un satélite orbital se montan en un compartimiento que está bien aislado en todos sus lados, excepto en uno. El lado no aislado consiste en una placa isotérmica de cobre cuya superficie externa se expone al vacío del espacio exterior y cuya superficie interna está unida a los componentes. Las dimensiones de la placa son 1×1 m de lado.



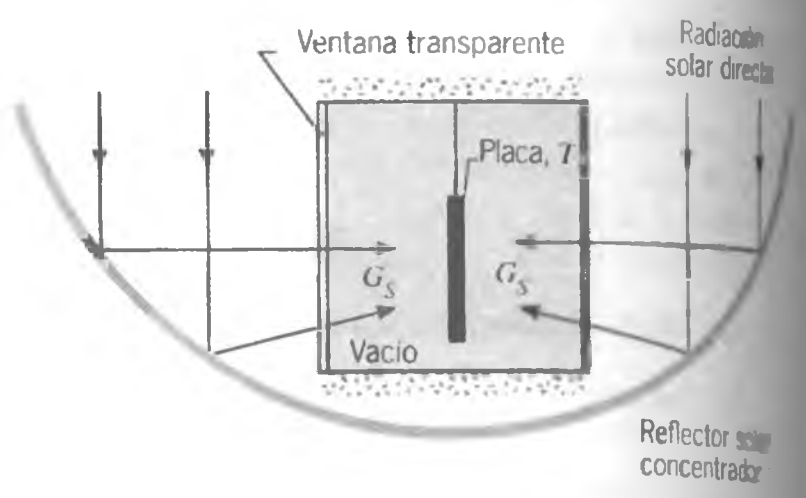
La superficie expuesta de la placa, que es opaca y difusa, tiene una absortividad hemisférica espectral $\alpha_\lambda = 0.2$ para $\lambda \leq 2$ μm y $\alpha_\lambda = 0.8$ para $\lambda > 2$ μm. Considere condiciones de estado estable para las que la placa se expone a un flujo solar de $q''_S = 1350$ W/m^2, que incide a un ángulo de $\theta = 30°$ en relación con la superficie normal. Si la temperatura de la placa es $T_p = 500$ K, ¿cuánta potencia disipan los componentes?

12.119 Considere una placa opaca difusa de 0.25 m^2 que se expone a aire en reposo a 27°C y a irradiación solar de 1000 W/m^2 en su superficie superior y que está bien aislada en su superficie inferior. La temperatura efectiva del cielo es −40°C y la emisividad hemisférica espectral ε_λ es como se muestra abajo.



¿Cuál es la transferencia neta de calor para la placa si su temperatura es 127°C?

12.120 Un horno solar consiste en una cámara al vacío con ventanas transparentes, a través de las que se hace pasar radiación solar concentrada. La concentración se puede lograr al montar el horno en el punto focal de un reflector curvo que concentra la radiación solar incidente directamente. El horno se puede usar para evaluar el comportamiento de materiales a temperaturas elevadas, y deseamos diseñar un experimento para evaluar la durabilidad de un recubrimiento espectralmente selectivo, difuso, para el que $\alpha_\lambda = 0.95$ en el margen $\lambda \leq 4.5$ μm y $\alpha_\lambda = 0.03$ para $\lambda > 4.5$ μm. El recubrimiento se aplica a una placa que se suspende dentro del horno.

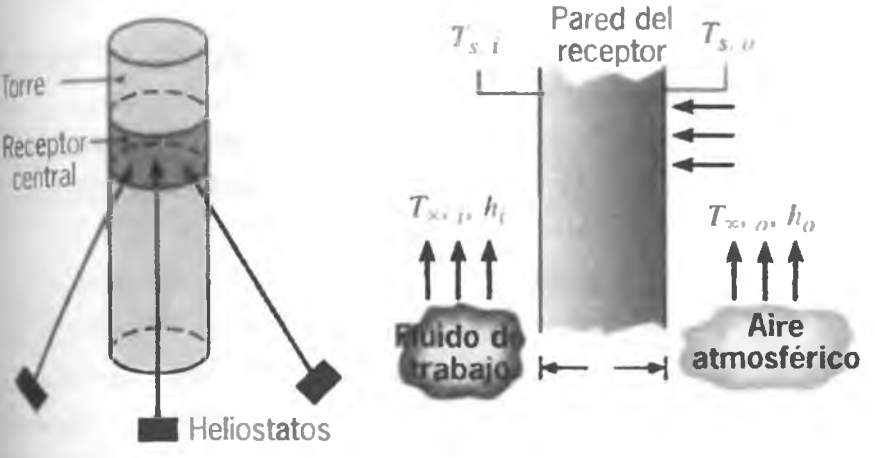


(a) ¿Si el experimento se opera a una temperatura de placa en estado estable $T = 2000$ K, cuánta irradiación solar G_S se debe proporcionar? La irradiación se puede suponer distribuida de manera uniforme sobre la superficie de la placa?

se pueden ignorar otras fuentes de radiación incidente.

(b) La irradiación solar se puede *sintonizar* para permitir la operación en un margen de temperaturas de placa. Calcule y grafique G_S como función de la temperatura para $500 \leq T \leq 3000$ K. Grafique los valores correspondientes de α y ε como función de T para el margen designado.

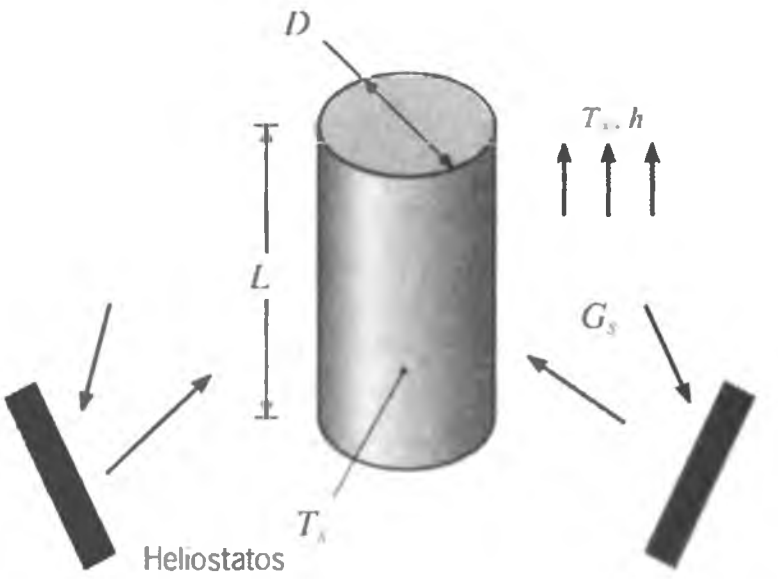
12.121 En el concepto de receptor central de colección de energía solar, un número grande de heliostatos (reflectores) proporcionan un flujo solar concentrado de $q''_S = 80{,}000$ W/m^2 al receptor, que se coloca en la parte superior de una torre.



La pared del receptor se expone al flujo solar en su superficie externa y al aire atmosférico para el que $T_{\infty,o} = 300$ K y $h_o = 25$ W/m$^2 \cdot$ K. La superficie externa es opaca y difusa, con una absortividad espectral de $\alpha_\lambda = 0.9$ para $\lambda < 3$ μm y $\alpha_\lambda = 0.2$ para $\lambda > 3$ μm. La superficie interna se expone a un fluido de trabajo (líquido presurizado) para el que $T_{\infty,i} = 700$ K y $h_i = 1000$ W/m$^2 \cdot$ K. La superficie exterior también se expone a los alrededores para los que $T_{alr} = 300$ K. Si la pared está fabricada de un material de alta temperatura para el que $k = 15$ W/m $\cdot$ K, ¿cuál es el espesor mínimo L necesario para asegurar que la temperatura de la superficie externa no excede $T_{s,o} = 1000$ K? ¿Cuál es la eficiencia de colección asociada con este espesor?

12.122 Considere que el receptor central del problema 12.121 es una capa cilíndrica de diámetro externo $D = 7$ m y longitud $L = 12$ m. La superficie externa es opaca y difusa, con una absortividad espectral de $\alpha_\lambda = 0.9$ para $\lambda < 3$ μm y $\alpha_\lambda = 0.2$ para $\lambda > 3$ μm. La superficie se expone a aire ambiente *en reposo* para el que $T_\infty = 300$ K.

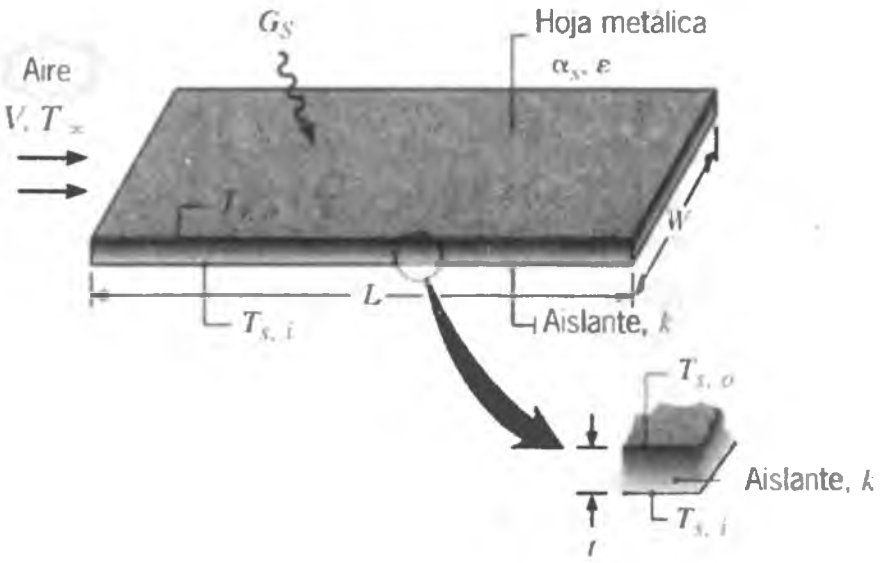
(a) Considere condiciones de operación representativas para las que la irradiación solar a $G_S = 80{,}000$



W/m^2 se distribuye de manera uniforme sobre la superficie receptora y la temperatura superficial es $T_s = 800$ K. Determine la rapidez a la que el receptor colecta energía y la correspondiente eficiencia del colector.

(b) La temperatura superficial es afectada por las condiciones internas del receptor. Para $G_S = 80{,}000$ W/m^2, calcule y grafique la rapidez de colección de energía y la eficiencia del colector para $600 \leq T_s \leq 1000$ K.

12.123 El techo plano de la sección de refrigeración de un camión de transporte de comida tiene una longitud $L = 5$ m y ancho $W = 2$ m. Está construido de hoja metálica delgada a la que se une un material de fibra aislante de espesor $t = 25$ mm y conductividad térmica $k = 0.05$ W/m $\cdot$ K. Durante la operación normal, el camión se mueve a una velocidad de $V = 30$ m/s en aire a $T_\infty = 27°$C, con una irradiación solar en la parte superior del techo $G_S = 900$ W/m^2 y con la temperatura de la superficie interior mantenida a $T_{s,i} = -13°$C.



(a) El propietario tiene la opción de seleccionar un recubrimiento para el techo de una de las tres pinturas que se enumeran en la tabla A.12 (negro de

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

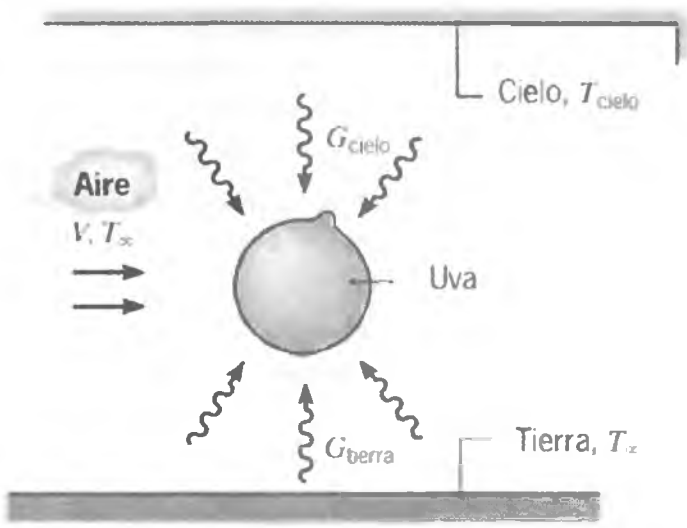
parsons, blanca acrílica, o blanca óxido de zinc). ¿Cuál se debe elegir y por qué?

(b) Para la pintura preferida de la parte (a), determine el valor de estado estable de la temperatura de la superficie externa $T_{s,o}$. La capa límite se une a la primera orilla del techo, y se puede suponer que existe flujo turbulento sobre todo el techo. Las propiedades del aire se pueden tomar como $\nu = 15 \times 10^{-6}$ m²/s, $k = 0.026$ W/m · K, y $Pr = 0.71$.

(c) ¿Cuál es la carga (W) impuesta sobre el sistema de refrigeración por la transferencia de calor a través del techo?

(d) Explore el efecto de la velocidad del camión sobre la temperatura de la superficie externa y la carga total.

12.124 Los cultivadores usan ventiladores gigantes para evitar que las uvas se congelen cuando la temperatura efectiva del cielo es baja. La uva, que se puede ver como una piel delgada de resistencia térmica insignificante que encierra un volumen de agua azucarada, se expone al aire ambiente y es irradiada por el cielo arriba y por la tierra abajo. Suponga que la uva es una esfera isotérmica de 15 mm de diámetro, y suponga irradiación de cuerpo negro uniforme sobre sus hemisferios superior e inferior debido a la emisión del cielo y la tierra, respectivamente.



(a) Derive una expresión para la razón de cambio de la temperatura de la uva. Exprese su resultado en términos de un coeficiente de convección y de las temperaturas apropiadas y cantidades radiativas.

(b) Bajo condiciones para las que $T_{cielo} = 235$ K, $T_\infty = 273$ K, y el ventilador está apagado ($V = 0$), determine si las uvas se congelarán. Con una buena aproximación, la emisividad de la piel es 1 y las propiedades termofísicas de la uva son las del agua sin azúcar. Sin embargo, debido al contenido de azúcar, la uva se congela a −5°C.

(c) Con todas las condiciones iguales, excepto que los ventiladores ahora operan con $V = 1$ m/s, ¿se congelarán las uvas?

12.125 Un disco metálico circular que tiene un diámetro de 0.4 m se coloca firmemente contra la tierra en una región horizontal árida donde la tierra está a una temperatura de 280 K. La temperatura efectiva del cielo también es 280 K, el disco se expone a aire ambiente en reposo a 300 K e irradiación solar directa de 745 W/m². La superficie del disco es difusa con $\varepsilon_\lambda = 0.9$ para $0 < \lambda < 1$ μm y $\varepsilon_\lambda = 0.2$ para $\lambda > 1$ μm. Después de que transcurre algún tiempo, el disco alcanza una temperatura de estado estable uniforme. La conductividad térmica del suelo es 0.52 W/m · K.

(a) Determine la fracción de la irradiación solar incidente que es absorbida.

(b) ¿Cuál es la emisividad de la superficie del disco?

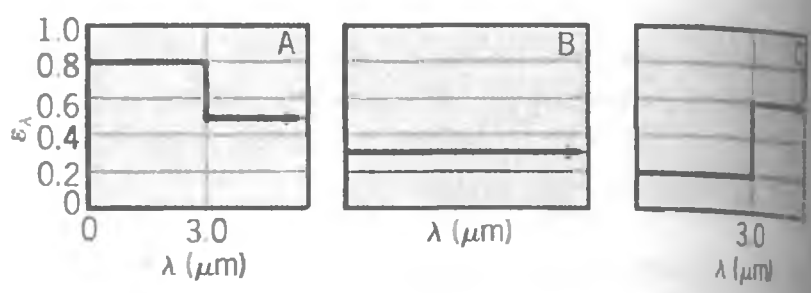
(c) Para una temperatura del disco en estado estable de 340 K, emplee una correlación adecuada para determinar el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección libre en la superficie superior del disco.

(d) Muestre que una temperatura del disco de 340 K en realidad da una condición de estado estable para el disco.

12.126 La superficie expuesta de un amplificador de potencia para un receptor terrestre de satélite de área 130 × 130 mm tiene un recubrimiento opaco, gris, difuso, con una emisividad de 0.5. Para condiciones típicas de operación del amplificador, la temperatura superficial es 58°C bajo las siguientes condiciones ambientales: temperatura del aire, $T_\infty = 27$°C; temperatura del cielo, $T_{cielo} = -20$°C; coeficiente de convección, $h = 15$ W/m² · K; e irradiación solar, $G_S = 800$ W/m².

(a) Para las condiciones anteriores, determine la potencia eléctrica que se genera dentro del amplificador.

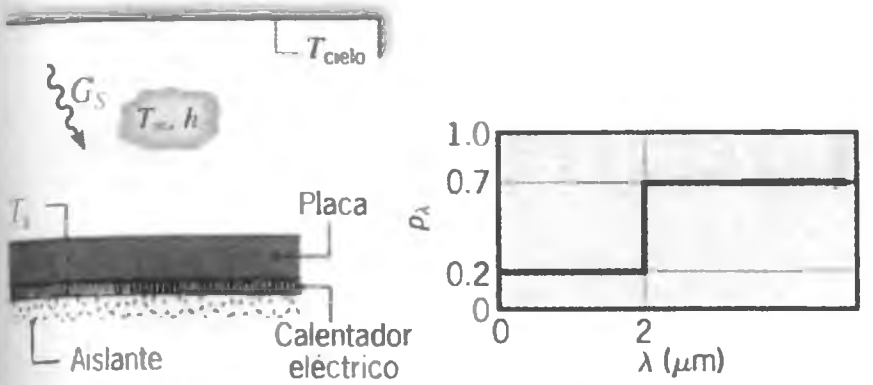
(b) Se desea reducir la temperatura superficial mediante la aplicación de uno de los recubrimientos difusos (A, B, C) que se muestran abajo.



¿Cuál recubrimiento tendrá como resultado la temperatura superficial más fría para las mismas condiciones de operación del amplificador y ambientales?

12.127 Considere una placa horizontal opaca delgada con un calentador eléctrico en su lado posterior. El lado frontal se expone a aire ambiente que está a 20°C y proporciona un coeficiente de transferencia de calor por convec-

ción de 10 W/m² · K, una irradiación solar de 600 W/m², y una temperatura efectiva del cielo de −40°C.

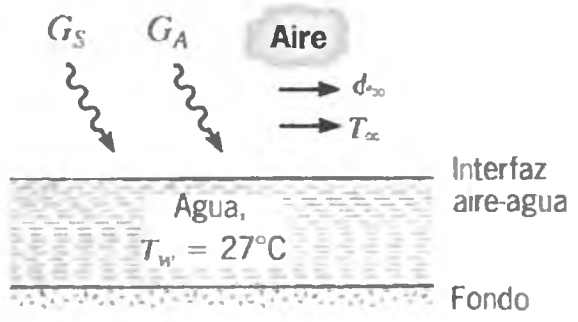


¿Cuál es la potencia eléctrica (W/m²) que se requiere para mantener la temperatura superficial de la placa a $T_s = 60°C$ si la placa es difusa y tiene la reflectividad hemisférica espectral que se señala?

Transferencia de calor y de masa

12.128 Se sabe que en noches claras una capa delgada de agua sobre la tierra se congelará antes de que la temperatura del aire caiga por debajo de 0°C. Considere tal capa de agua en una noche clara para la que la temperatura efectiva del cielo es −30°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección debido al movimiento del viento es $h = 25$ W/m² · K. Se puede suponer que el agua tiene una emisividad de 1.0 y está aislada de la tierra en lo que a la conducción concierne. Ignore la evaporación, determine la temperatura más baja que el aire puede tener sin que el agua se congele. Explique ahora el efecto de evaporación, ¿cuál es la temperatura más baja que puede tener el aire sin que se congele el agua? Suponga que el aire está seco.

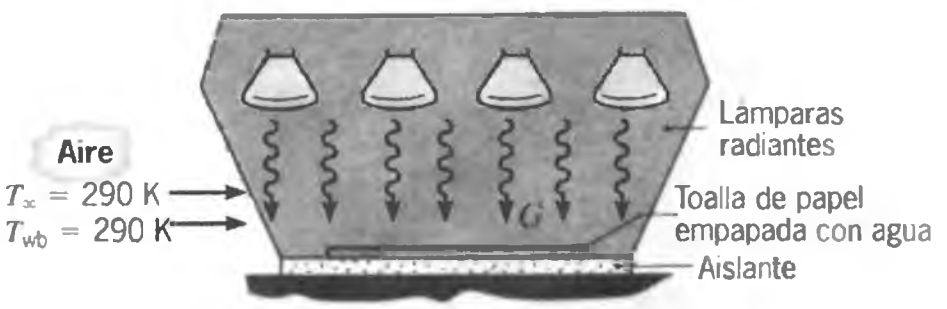
12.129 Una capa poco profunda de agua se expone al medio natural como se muestra.



Considere condiciones para las que las irradiaciones solar y atmosférica son $G_S = 600$ W/m² y $G_A = 300$ W/m², respectivamente, y la temperatura del aire y la humedad relativa son $T_\infty = 27°C$ y $\phi_\infty = 0.50$, respectivamente. Las reflectividades de la superficie del agua a la irradiación solar y atmosférica son $\rho_S = 0.3$ y $\rho_A = 0$, respectivamente, mientras que la emisividad superficial es $\varepsilon = 0.97$. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la interfaz aire-agua es $h = 25$ W/m² · K. Si el agua está a 27°C, ¿esta temperatura aumentará o disminuirá con el tiempo?

12.130 Un sistema de enfriamiento del techo, que opera al mantener una película delgada de agua sobre la superficie del techo, se puede usar para reducir los costos de acondicionamiento de aire o para mantener un ambiente más frío en edificios no acondicionados. Para determinar la efectividad de tal sistema, considere un techo de lámina metálica para el que la absortividad solar α_S es 0.50 y la emisividad hemisférica ε es 0.3. Condiciones representativas corresponden a un coeficiente de convección superficial h de 20 W/m² · K, una irradiación solar G_S de 700 W/m², una temperatura de cielo de −10°C, una temperatura atmosférica de 30°C, y una humedad relativa de 65%. Se puede suponer que el techo está bien aislado de abajo. Determine la temperatura superficial del techo sin la película de agua. Suponga que las temperaturas de la película y de la superficie del techo son iguales, determine la temperatura superficial con la película. La absortividad solar y la emisividad hemisférica de la combinación película-superficie son $\alpha_S = 0.8$ y $\varepsilon = 0.9$, respectivamente.

12.131 Nuestros estudiantes llevan a cabo un experimento de laboratorio para determinar la transferencia de masa de una toalla de papel húmeda que experimenta convección forzada e irradiación de lámparas radiantes. Para los valores de T_∞ y T_{wb} que se establecen en el esquema, se encontró que la temperatura de la toalla es $T_s = 310$ K. Además, correlaciones de placa plana dieron coeficientes de promedio de transferencia de calor y de masa por convección de $\bar{h} = 28.7$ W/m² · K y $\bar{h}_m = 0.027$ m/s, respectivamente. La toalla tiene dimensiones de 92.5 × 92.5 mm y es difusa y gris con una emisividad de 0.96.



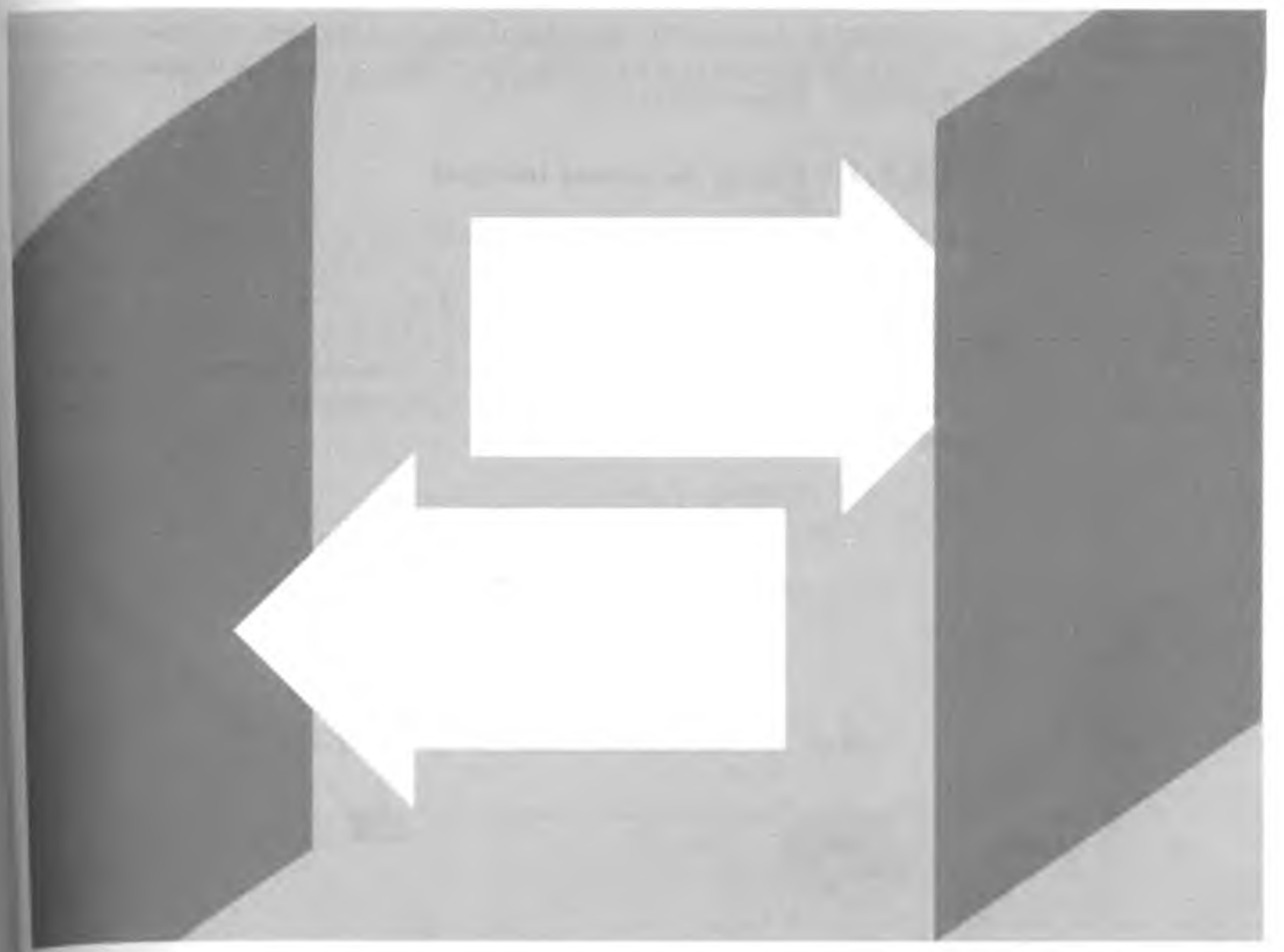
(a) De los resultados anteriores, determine las densidades de vapor, $\rho_{A,s}$ y $\rho_{A,\infty}$, el flujo de evaporación, n_A (kg/s), y la transferencia neta de radiación a la toalla, q_{rad}(W).

b) Con el uso de los resultados de la parte (a) y con la suposición de que la irradiación G es uniforme sobre la toalla, determine la potencia emisiva E, la irradiación G, y la radiosidad J.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

CAPÍTULO **13**

Intercambio de radiación entre superficies



Después de restringir hasta aquí nuestra atención a los procesos radiativos que ocurren en una *sola superficie*, consideremos ahora el problema del intercambio radiativo entre dos o más superficies. Este intercambio depende en gran medida de las formas y orientaciones de las superficies, así como de sus propiedades radiativas y temperaturas. Suponemos que las superficies están separadas por un *medio que no participa*. Como tal medio no emite, ni absorbe, ni dispersa, entonces tampoco tiene efecto sobre la transferencia de radiación entre superficies. Un vacío cumple de forma exacta estos requisitos, y la mayoría de los gases los cumple con una excelente aproximación.

Inicialmente atenderemos las características geométricas del problema de intercambio de radiación mediante el desarrollo de la noción de un *factor de forma*. Luego, consideramos el intercambio de radiación entre *superficies negras* y seguimos con un tratamiento del intercambio entre *superficies grises difusas*. También consideramos el problema de la transferencia de radiación en un *recinto*, un término que describe la región envuelta por una colección de superficies.

13.1 *Factor de forma*

Para calcular el intercambio de radiación entre cualesquiera dos superficies, primero debemos introducir el concepto de un *factor de forma* (también llamado *factor de configuración* o *de apariencia*).

13.1.1 Factor de forma integral

El factor de forma F_{ij} se define como la *fracción de la radiación que sale de la superficie i que es interceptada por la superficie j*. Para desarrollar una expresión general de F_{ij}, consideremos las superficies orientadas de forma arbitraria A_i y A_j de la figura 13.1. Los elementos de área sobre cada superficie, dA_i y dA_j, están conectados por una línea de longitud R, que forma los ángulos polares θ_i y θ_j, respectivamente, con las normales a las superficies $\mathbf{n}_i$ y $\mathbf{n}_j$. Los valores de R, θ_i y θ_j varían con la posición de los elementos de área sobre A_i y A_j.

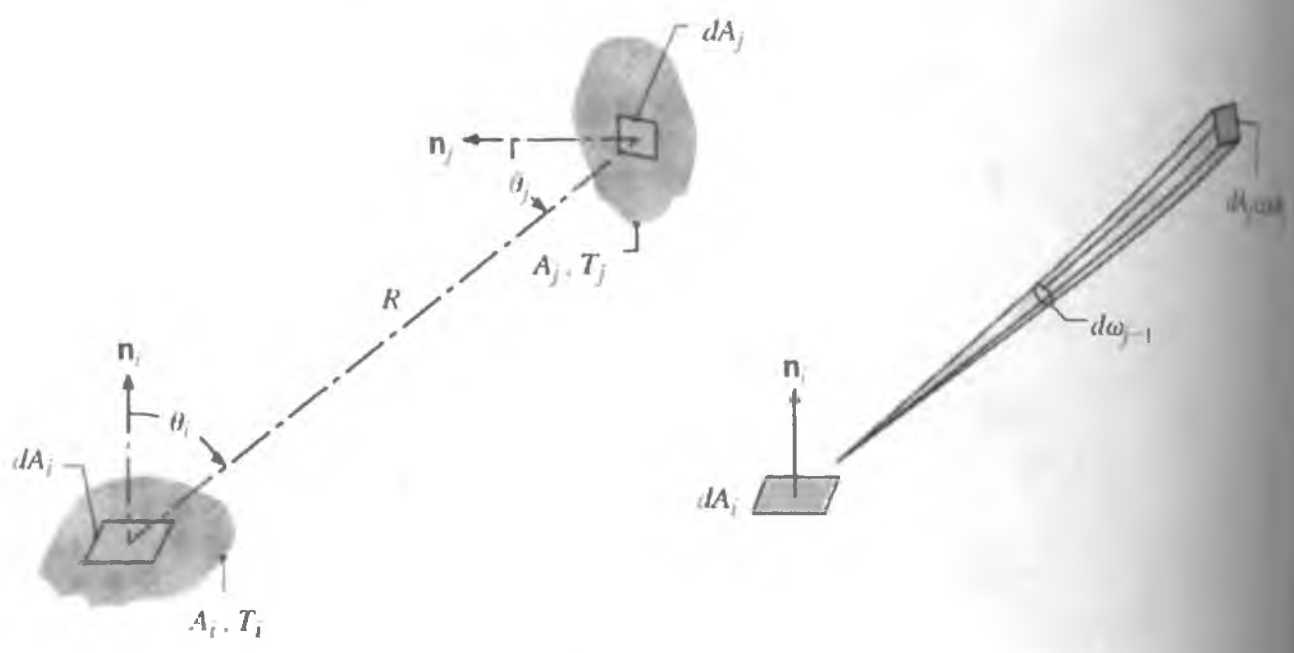


Figura 13.1 Factor de forma asociado con el intercambio de radiación entre elementos superficiales de áreas dA_i y dA_j.

De la definición de intensidad de radiación, sección 12.2.1, y de la ecuación 12.5, la rapidez a la que la radiación *sale* de dA_i y es *interceptada* por dA_j se puede expresar como

$$dq_{i\to j} = I_i \cos\theta_i \, dA_i \, d\omega_{j-i}$$

donde I_i es la intensidad de la radiación que sale de la superficie i y $d\omega_{j-i}$ es el ángulo sólido subtendido por dA_j cuando se ve desde dA_i. Con $d\omega_{j-i} = (\cos\theta_j \, dA_j)/R^2$ de la ecuación 12.2, se sigue que

$$dq_{i\to j} = I_i \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{R^2} dA_i \, dA_j$$

Al suponer que la superficie i emite y *refleja difusamente* y sustituir de la ecuación 12.24, obtenemos

$$dq_{i\to j} = J_i \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i \, dA_j$$

La transferencia total por radiación que sale de la superficie i y es interceptada por j se puede obtener al integrar sobre las dos superficies. Es decir,

$$q_{i\to j} = J_i \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i \, dA_j$$

donde se supone que la radiosidad J_i es uniforme sobre la superficie A_i. De la definición del factor de forma como la fracción de la radiación que sale de A_i y es interceptada por A_j,

$$F_{ij} = \frac{q_{i\to j}}{A_i J_i}$$

se sigue que

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i \, dA_j \tag{13.1}$$

De manera similar, el factor de forma F_{ji} se define como la fracción de la radiación que sale de A_j y es interceptada por A_i. El mismo desarrollo da entonces

$$F_{ji} = \frac{1}{A_j} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i \, dA_j \tag{13.2}$$

La ecuación 13.1 o 13.2 se puede usar para determinar el factor de forma asociado con cualesquier dos superficies que son *emisores difusos* y *reflectores* y que tienen una *radiosidad uniforme*.

13.1.2 Relaciones del factor de forma

Una relación importante del factor de forma lo sugieren las ecuaciones 13.1 y 13.2. En particular, al igualar las integrales que aparecen en estas ecuaciones, se sigue que

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \tag{13.3}$$

Esta expresión, que se denomina *relación de reciprocidad*, es útil para determinar un factor de forma a partir del conocimiento del otro.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

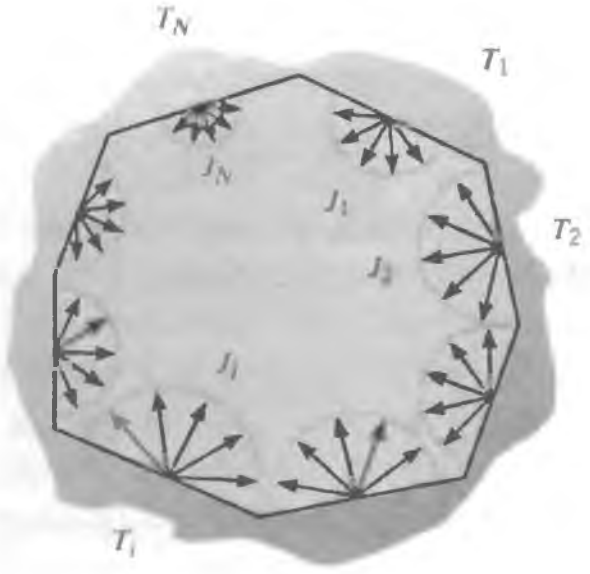


Figura 13.2
Intercambio de radiación en un recinto.

Otra relación importante del factor de forma pertenece a las superficies de un *recinto* (figura 13.2). De la definición del factor de forma, la *regla de la suma*

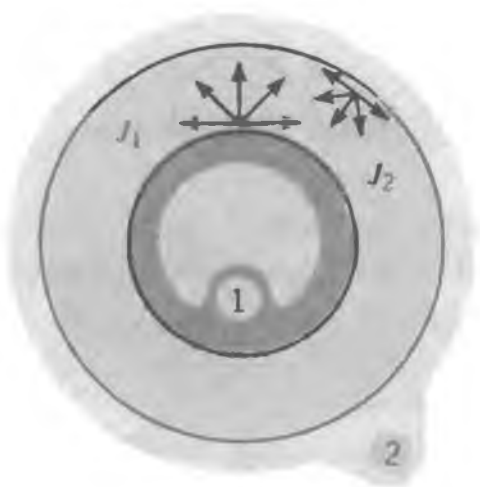
$$\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1 \tag{13.4}$$

se puede aplicar a cada una de las N superficies en el recinto. Esta regla se sigue del requerimiento de conservación de que toda la radiación que sale de la superficie i debe ser interceptada por las superficies del recinto. El término F_{ii} que aparece en esta suma representa la fracción de la radiación que sale de la superficie i y que es interceptada directamente por i. Si la superficie es cóncava, se enfrenta a sí misma y F_{ii} no es cero. Sin embargo, para una superficie plana o convexa, $F_{ii} = 0$.

Para calcular el intercambio de radiación en un recinto de N superficies, se necesita un total de N factores de forma. Este requisito se hace evidente cuando los factores de forma se arreglan en la forma matricial.

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \cdots & F_{1N} \\ F_{21} & F_{22} & \cdots & F_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ F_{N1} & F_{N2} & \cdots & F_{NN} \end{bmatrix}$$

Sin embargo, no se necesita calcular directamente todos los factores de forma. Se puede obtener un total de N factores de forma a partir de las N ecuaciones asociadas con la aplicación de la regla de la suma, ecuación 13.4, a cada una de las superficies en el

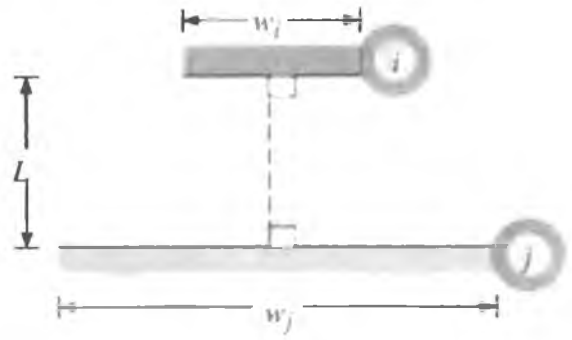
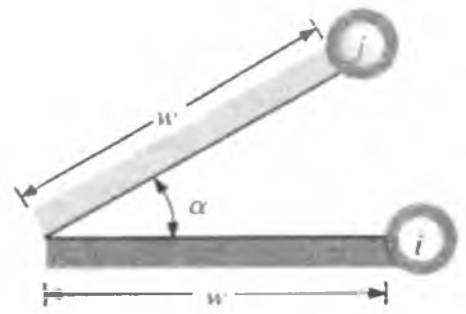
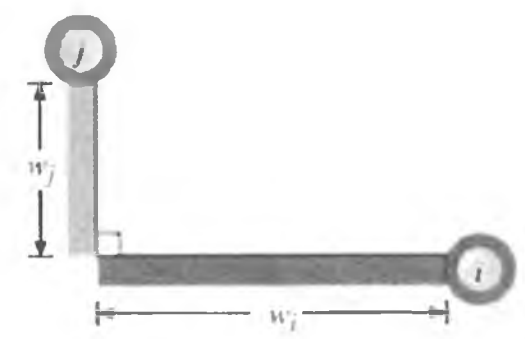
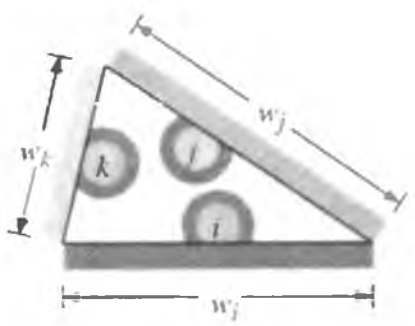


$$F_{12} = 1 \qquad F_{11} = 0$$
$$F_{21} = \frac{A_1}{A_2} \qquad F_{22} = 1 - \frac{A_1}{A_2}$$

Figura 13.3
Factores de forma para el recinto formado por dos esferas.

cinto. Además, se pueden obtener $N(N-1)/2$ factores de forma a partir de las $N(N-1)/2$ aplicaciones de la relación de reciprocidad, ecuación 13.3, que son posibles para el recinto. En consecuencia, sólo $[N^2 - N - N(N-1)/2] = N(N-1)/2$ factores de forma se necesitan determinar de forma directa. Por ejemplo, en un recinto de tres superficies este requisito corresponde a sólo $3(3-1)/2 = 3$ factores de forma. Los res-

TABLA 13.1 Factores de forma para geometrías bidimensionales [4]

Geometría	Relación
Placas paralelas con líneas medias conectadas por una perpendicular 	$$F_{ij} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - [(W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$$ $W_i = w_i/L,\ W_j = w_j/L$
Placas paralelas inclinadas de igual ancho y una orilla común 	$$F_{ij} = 1 - \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$
Placas perpendiculares con una orilla común 	$$F_{ij} = \frac{1 + (w_j/w_i) - [1 + (w_j/w_i)^2]^{1/2}}{2}$$
Recinto de tres lados 	$$F_{ij} = \frac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$$

(continúa)

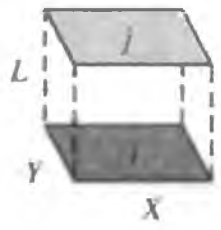
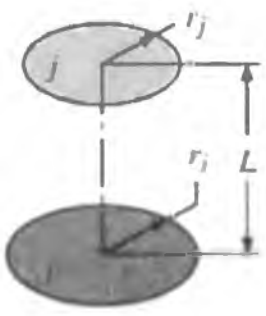
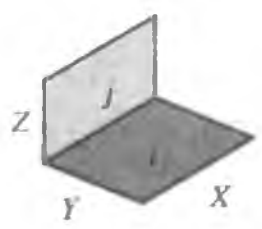
TABLA 13.1 *(Continuación)*

Geometría	Relación
Cilindros paralelos de radios diferentes	$$F_{ij} = \frac{1}{2\pi}\left\{\pi + [C^2 - (R+1)^2]^{1/2} - [C^2 - (R-1)^2]^{1/2} + (R-1)\cos^{-1}\left[\left(\frac{R}{C}\right) - \left(\frac{1}{C}\right)\right] - (R+1)\cos^{-1}\left[\left(\frac{R}{C}\right) + \left(\frac{1}{C}\right)\right]\right\}$$ $$R = r_j/r_i,\ S = s/r_i$$ $$C = 1 + R + S$$
Cilindro y rectángulo paralelo	$$F_{ij} = \frac{r}{s_1 - s_2}\left[\tan^{-1}\frac{s_1}{L} - \tan^{-1}\frac{s_2}{L}\right]$$
Plano infinito y fila de cilindros	$$F_{ij} = 1 - \left[1 - \left(\frac{D}{s}\right)^2\right]^{1/2} + \left(\frac{D}{s}\right)\tan^{-1}\left(\frac{s^2 - D^2}{D^2}\right)^{1/2}$$

tantes seis factores de forma se pueden obtener al resolver las seis ecuaciones que resultan del uso de las ecuaciones 13.3 y 13.4.

Para ilustrar el procedimiento anterior, considere un recinto de dos superficies simple que incluye las superficies esféricas de la figura 13.3. Aunque el recinto se caracteriza por $N^2 = 4$ factores de forma (F_{11}, F_{12}, F_{21}, F_{22}), se necesita determinar directamente sólo $N(N-1)/2 = 1$ factor de forma. En este caso tal determinación se puede realizar por *inspección*. En particular, como toda la radiación que sale de la superficie interna debe alcanzar la superficie externa, se sigue que $F_{12} = 1$. No se puede

TABLA 13.2 Factores de forma para geometrías tridimensionales [4]

Geometría	Relación
Rectángulos paralelos alineados (figura 13.4) 	$\overline{X} = X/L,\ \overline{Y} = Y/L$ $F_{ij} = \frac{2}{\pi \overline{X}\,\overline{Y}} \left\{ \ln \left[\frac{(1+\overline{X}^2)(1+\overline{Y}^2)}{1+\overline{X}^2+\overline{Y}^2} \right]^{1/2} + \overline{X}(1+\overline{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\overline{X}}{(1+\overline{Y}^2)^{1/2}} + \overline{Y}(1+\overline{X}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\overline{Y}}{(1+\overline{X}^2)^{1/2}} - \overline{X} \tan^{-1} \overline{X} - \overline{Y} \tan^{-1} \overline{Y} \right\}$
Discos paralelos coaxiales (figura 13.5) 	$R_i = r_i/L,\ R_j = r_j/L$ $S = 1 + \frac{1+R_j^2}{R_i^2}$ $F_{ij} = \frac{1}{2}\left\{ S - \left[S^2 - 4(r_j/r_i)^2 \right]^{1/2} \right\}$
Rectángulos perpendiculares con una orilla común (figura 13.6) 	$H = Z/X,\ W = Y/X$ $F_{ij} = \frac{1}{\pi W}\left(W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - (H^2+W^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2+W^2)^{1/2}} + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1+W^2)(1+H^2)}{1+W^2+H^2} \left[\frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)} \right]^{W^2} \times \left[\frac{H^2(1+H^2+W^2)}{(1+H^2)(H^2+W^2)} \right]^{H^2} \right\} \right)$

decir lo mismo de la radiación que sale de la superficie externa, pues esta superficie se enfrenta a sí misma. Sin embargo, a partir de la relación de reciprocidad, ecuación 13.3, obtenemos

$$F_{21} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_{12} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)$$

De la regla de la suma, también obtenemos

$$F_{11} + F_{12} = 1$$

en cuyo caso $F_{11} = 0$, y

$$F_{21} + F_{22} = 1$$

y también en cuyo caso

$$F_{22} = 1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

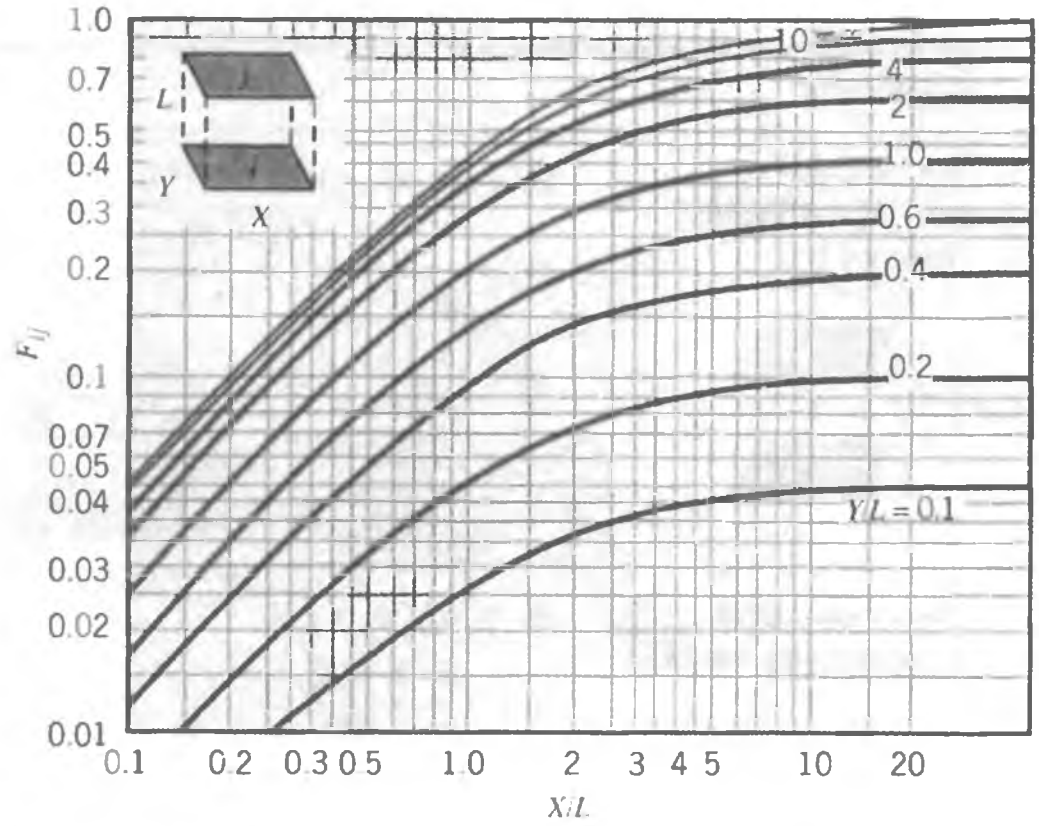


Figura 13.4 Factor de forma para rectángulos paralelos alineados.

Para geometrías más complicadas, el factor de forma se puede determinar al resolver la doble integral de la ecuación 13.1. Tales soluciones se han obtenido para muchos arreglos superficiales diferentes y están disponibles en forma de ecuación, de gráfica y tabular [1–4]. En las tablas 13.1 y 13.2 y en las figuras 13.4 a 13.6 se presentan resultados para varias geometrías comunes. Las configuraciones de la tabla 13.1 se suponen infinitamente largas (en una dirección perpendicular a la página) y por ello son bidimensionales. Las configuraciones de la tabla 13.2 y de las figuras 13.4 a 13.6 son tridimensionales.

Es útil notar que los resultados de las figuras 13.4 a 13.6 se pueden usar para determinar otros factores de forma. Por ejemplo, el factor de forma para una superficie

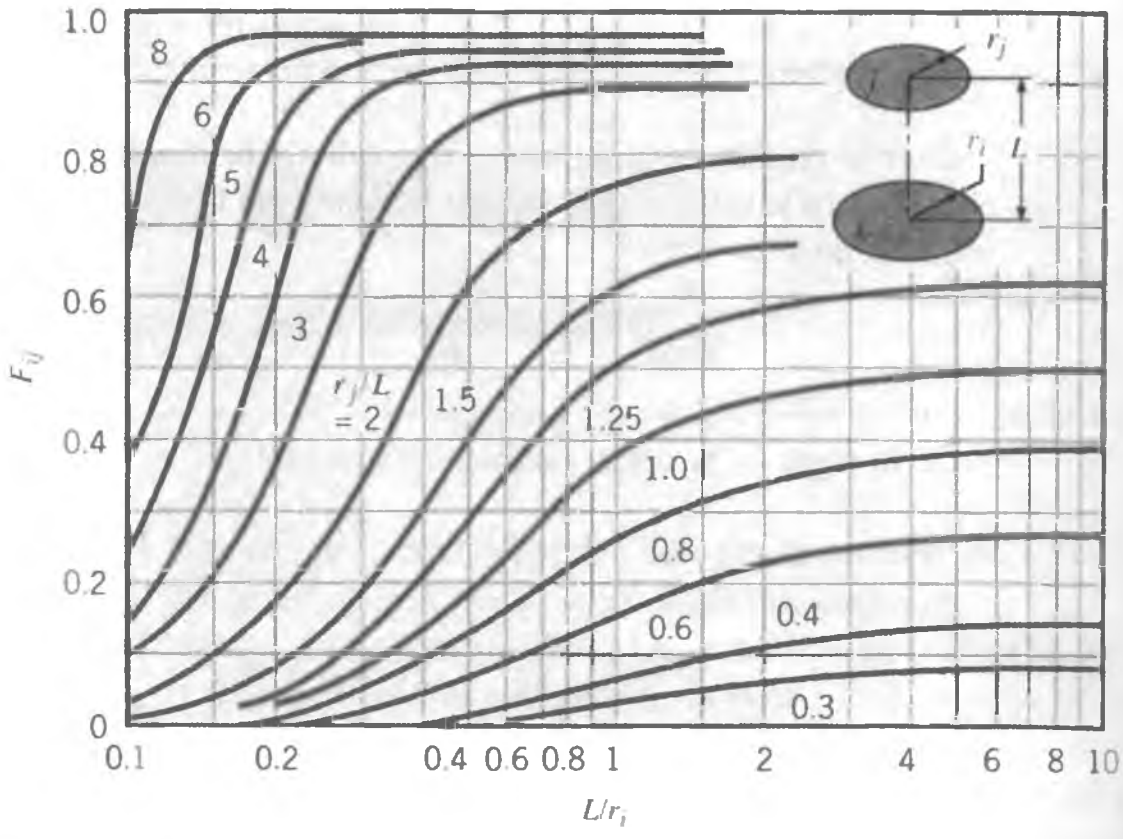


Figura 13.5 Factor de forma para discos coaxiales paralelos.

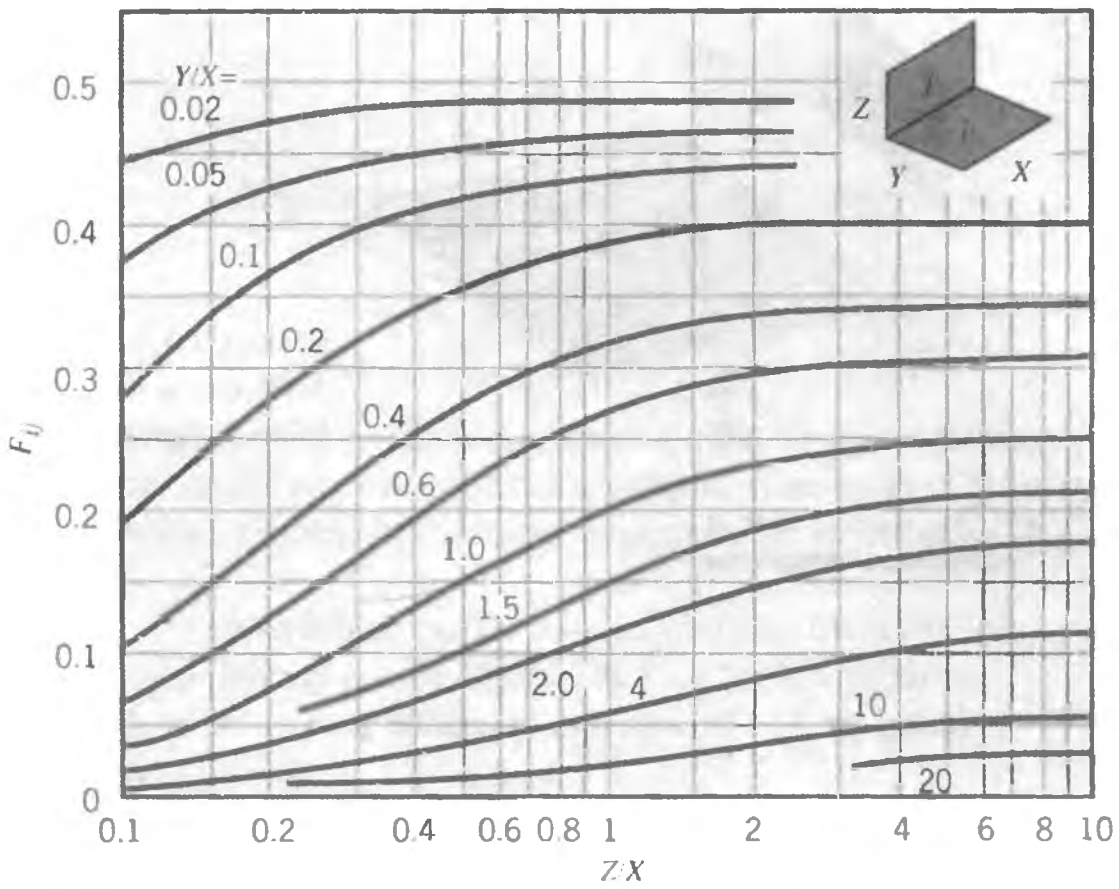


FIGURA 13.6 Factor de forma para rectángulos paralelos con una orilla común.

extrema de un cilindro (o cono truncado) en relación con la superficie lateral se puede obtener con el uso de los resultados de la figura 13.5 con la regla de la suma, ecuación 13.4. Además, las figuras 13.4 y 13.6 se pueden usar para obtener otros resultados útiles si se desarrollan dos relaciones del factor de forma adicionales.

La primera relación atañe a la naturaleza aditiva del factor de forma para una superficie subdividida y se puede inferir de la figura 13.7. Al considerar la radiación de la superficie i a la superficie j, que se divide en dos componentes, es evidente que

$$F_{i(j)} = \sum_{k=1}^{n} F_{ik} \tag{13.5}$$

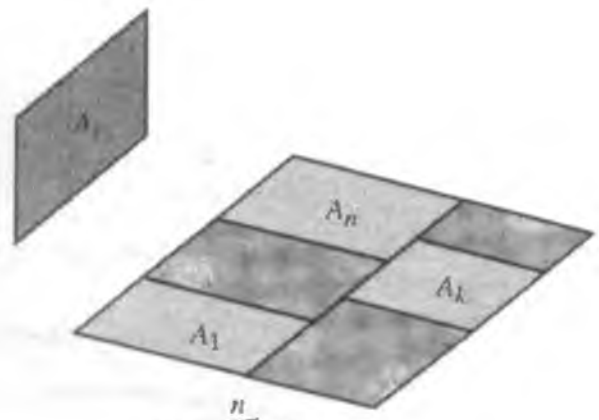
donde los paréntesis en un subíndice indican que es una superficie compuesta, en cuyo caso (j) es equivalente a $(1, 2, \ldots, k, \ldots, n)$. Esta expresión establece simplemente que la radiación que alcanza a una superficie compuesta es la suma de la radiación que alcanzan sus partes. Aunque corresponde a la subdivisión de la superficie receptora, también se puede usar para obtener la segunda relación del factor de forma, que corresponde a la subdivisión de la superficie originadora. Al multiplicar la ecuación 13.5 por A_j y aplicar la relación de reciprocidad, ecuación 13.3, a cada uno de los términos que resultan, se sigue que

$$A_j F_{(j)i} = \sum_{k=1}^{n} A_k F_{ki} \tag{13.6}$$

o

$$F_{(j)i} = \frac{\sum_{k=1}^{n} A_k F_{ki}}{\sum_{k=1}^{n} A_k} \tag{13.7}$$

Las ecuaciones 13.6 y 13.7 se pueden aplicar cuando la superficie originadora se compone de varias partes.



$$A_j = \sum_{k=1}^{n} A_k$$

FIGURA 13.7
Áreas que se utilizan para ilustrar las relaciones del factor de forma.

EJEMPLO 13.1

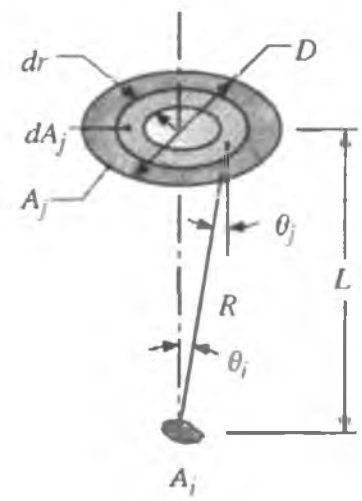
Considere un disco circular difuso de diámetro D y área A_j y una superficie plana difusa de área $A_i \ll A_j$. Las superficies son paralelas, y A_i se localiza a una distancia L del centro de A_j. Obtenga una expresión para el factor de forma F_{ij}.

SOLUCIÓN

Se conoce: Orientación de una pequeña superficie en relación con un disco circular grande.

Encontrar: Factor de forma de una superficie pequeña con respecto al disco, F_{ij}.

Esquema:



Suposiciones:

1. Superficies difusas.
2. $A_i \ll A_j$.

Análisis: El factor de forma que se desea se puede obtener de la ecuación 13.1.

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} \, dA_i \, dA_j$$

Al reconocer que θ_i, θ_j, y R son aproximadamente independientes de la posición sobre A_i, esta expresión se reduce a

$$F_{ij} = \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} \, dA_j$$

o, con $\theta_i = \theta_j \equiv \theta$.

$$F_{ij} = \int_{A_j} \frac{\cos^2 \theta}{\pi R^2}\, dA_j$$

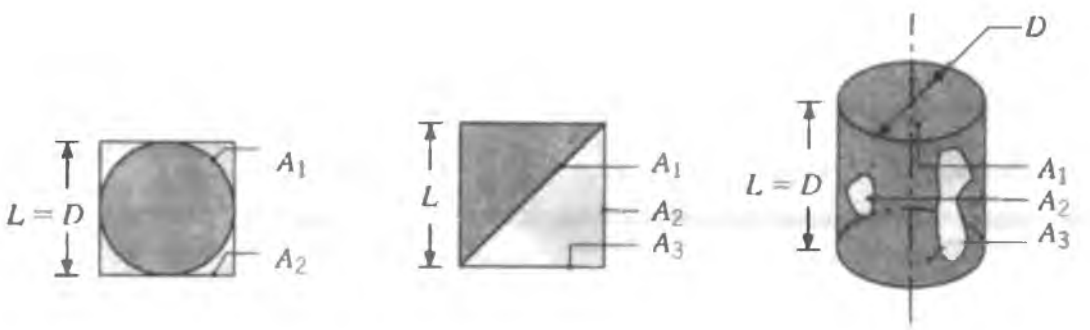
Con $R^2 = r^2 + L^2$, $\cos \theta = (L/R)$ y $dA_j = 2\pi\rho\, dr$, se sigue que

$$F_{ij} = 2L^2 \int_0^{D/2} \frac{r\, dr}{(r^2 + L^2)^2} = \frac{D^2}{D^2 + 4L^2} \qquad \triangleleft \qquad (13.8)$$

Comentarios: La geometría anterior es uno de los casos más simples para los que el factor de forma se puede obtener a partir de la ecuación 13.1. Geometrías que implican integraciones más detalladas se consideran en la literatura [1, 3].

Ejemplo 13.2

Determine los factores de forma F_{12} y F_{21} para las siguientes geometrías:



(1) (2) (3)

1. Esfera de diámetro D dentro de una caja cúbica de longitud $L = D$.
2. Partición diagonal dentro de un ducto cuadrado de gran longitud.
3. Extremo y lado de un tubo circular de igual longitud y diámetro.

Solución

Se conoce: Geometrías de las superficies.

Encontrar: Factores de forma.

Suposiciones: Superficies difusas con radiosidades uniformes.

Análisis: Los factores de forma que se desean se pueden obtener por inspección, la regla de reciprocidad, la regla de la suma, y/o el uso de las tablas.

1. Esfera dentro de un cubo:
   Por inspección, $F_{12} = 1$ $\triangleleft$
   Por reciprocidad, $F_{21} = \dfrac{A_1}{A_2} F_{12} = \dfrac{\pi D^2}{6L^2} \times 1 = \dfrac{\pi}{6}$ $\triangleleft$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litor

2. Partición dentro de un ducto cuadrado:

   De la regla de la suma, $F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$

   donde $F_{11} = 0$

   Por simetría, $F_{12} = F_{13}$

   De aquí. $F_{12} = 0.50$

   Por reciprocidad, $$F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{\sqrt{2}\,L}{L} \times 0.5 = 0.71$$

3. Tubo circular:

   De la figura 13.5, con $(r_3/L) = 0.5$ y $(L/r_1) = 2$. $F_{13} \approx 0.17$

   De la regla de la suma, $F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$

   o, con $F_{11} = 0$, $F_{12} = 1 - F_{13} = 0.83$

   De la reciprocidad, $$F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{\pi D^2/4}{\pi DL} \times 0.83 = 0.21$$

13.2 *Intercambio de radiación de cuerpo negro*

En general, la radiación puede salir de una superficie debido a reflexión y emisión, y al alcanzar una segunda superficie, experimenta reflexión así como absorción. Sin embargo, se simplifica para superficies que se pueden aproximar como cuerpos negros, pues no hay reflexión. Por ello la energía sólo sale como resultado de la emisión, y toda la irradiación incidente es absorbida.

Considere el intercambio de radiación entre dos superficies negras de forma arbitraria (figura 13.8). Al definir $q_{i\to j}$ como la transferencia de calor por radiación que *sale* de la superficie i y es *interceptada* por la superficie j, se sigue que

$$q_{i\to j} = (A_i J_i) F_{ij} \tag{13.9}$$

o, como la radiosidad es igual a la potencia emisiva para una superficie negra $(J_i = E_{bi})$,

$$q_{i\to j} = A_i F_{ij} E_{bi} \tag{13.10}$$

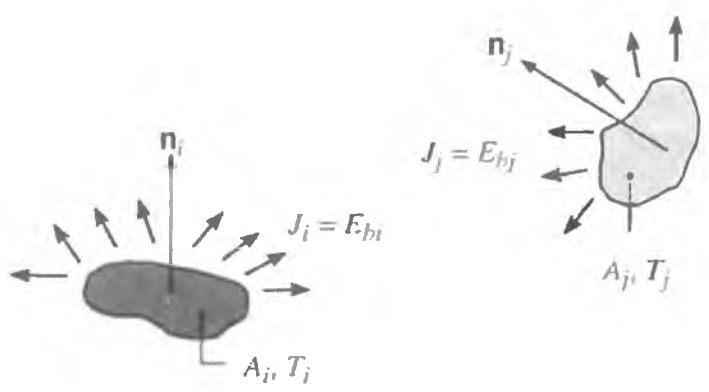


Figura 13.8
Transferencia de radiación entre dos superficies que se pueden aproximar como cuerpos negros.

De manera similar,

$$q_{j \to i} = A_j F_{ji} E_{bj} \tag{13.11}$$

El *intercambio neto radiativo* entre las dos superficies se puede definir como

$$q_{ij} = q_{i \to j} - q_{j \to i} \tag{13.12}$$

de donde se sigue que

$$q_{ij} = A_i F_{ij} E_{bi} - A_j F_{ji} E_{bj}$$

o, de las ecuaciones 12.28 y 13.3

$$q_{ij} = A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4) \tag{13.13}$$

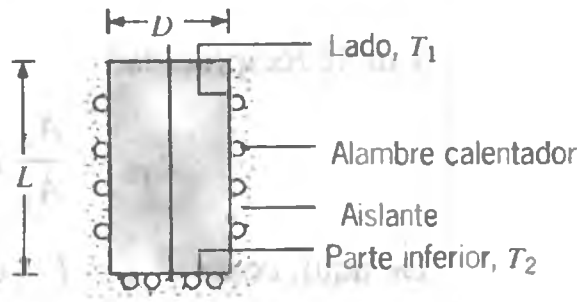
La ecuación 13.13 proporciona la transferencia *neta* por radiación que *sale* de la superficie i como resultado de su interacción con j, que es igual a la transferencia *neta* que j *gana por* radiación debido a su interacción con i.

El resultado anterior también se puede usar para evaluar la transferencia neta de radiación desde cualquier superficie en un *recinto* de superficies negras. Con N superficies mantenidas a diferentes temperaturas, la transferencia neta de radiación desde la superficie i se debe al intercambio con las superficies restantes y se puede expresar como

$$q_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4) \tag{13.14}$$

Ejemplo 13.3

La cavidad de un horno, que tiene la forma de un cilindro de 75 mm de diámetro y 150 mm de longitud, está abierta en un extremo a un medio que está a 27°C. Los lados y la parte inferior se pueden aproximar como cuerpos negros, se calientan eléctricamente, están bien aislados, y se mantienen a temperaturas de 1350 y 1650°C, respectivamente.



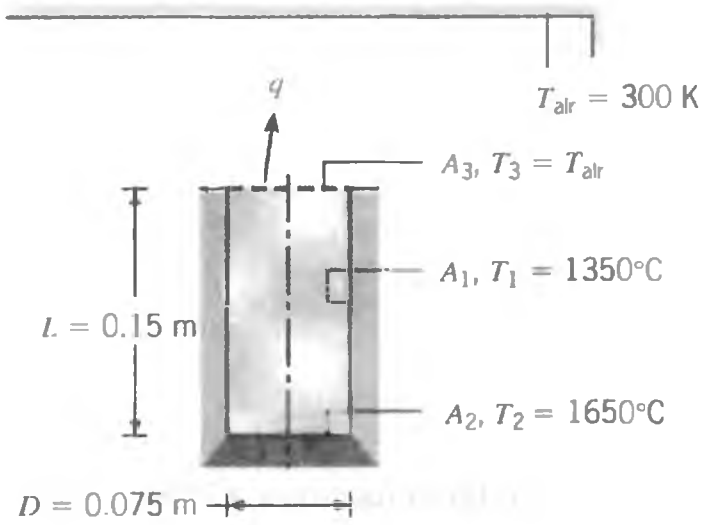
¿Cuánta potencia se requiere para mantener las condiciones del horno?

Solución

Se conoce: Las temperaturas de la superficie del horno cilíndrico.

Encontrar: Potencia que se requiere para mantener las temperaturas establecidas.

Esquema:



Suposiciones:

1. Las superficies interiores se comportan como cuerpos negros.
2. La transferencia de calor por convección es insignificante.
3. La superficie externa del horno es adiabática.

Análisis: La potencia necesaria para operar el horno a las condiciones establecidas debe balancear las pérdidas de calor del horno. Sujeto a las suposiciones anteriores, la única pérdida de calor es por radiación a través de la abertura, que se puede tratar como una superficie hipotética de área A_3. Como los alrededores son grandes, el intercambio de radiación entre el horno y los alrededores se puede tratar mediante la aproximación de la superficie como un cuerpo negro a $T_3 = T_{alr}$. La pérdida de calor se puede expresar entonces como

$$q = q_{13} + q_{23}$$

o, de la ecuación 13.13,

$$q = A_1 F_{13} \sigma (T_1^4 - T_3^4) + A_2 F_{23} \sigma (T_2^4 - T_3^4)$$

De la figura 13.5, se sigue que, con $(r_j/L) = (0.0375 \text{ m}/0.15 \text{ m}) = 0.25$ y $(L/r_j) = (0.15 \text{ m}/0.0375 \text{ m}) = 4$, $F_{23} = 0.06$. De la regla de la suma

$$F_{21} = 1 - F_{23} = 1 - 0.06 = 0.94$$

y de la reciprocidad

$$F_{12} = \frac{A_2}{A_1} F_{21} = \frac{\pi (0.075 \text{ m})^2/4}{\pi (0.075 \text{ m})(0.15 \text{ m})} \times 0.94 = 0.118$$

De aquí, como $F_{13} = F_{12}$ de la simetría,

$$q = (\pi \times 0.075 \text{ m} \times 0.15 \text{ m}) 0.118 \times 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 \times [(1623 \text{ K})^4 - (300 \text{ K})^4] + \left(\frac{\pi}{4}\right) (0.075 \text{ m})^2 \times 0.06 \times 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 [(1923 \text{ K})^4 - (300 \text{ K})^4]$$

$$q = 1639 \text{ W} + 205 \text{ W} = 1844 \text{ W}$$

13.3
Intercambio de radiación entre superficies grises, difusas, en un recinto

Aunque útiles hasta cierto punto, los resultados anteriores están limitados por la suposición de comportamiento de cuerpo negro. El cuerpo negro es, por supuesto, una idealización que, aunque aproximada muy de cerca por algunas superficies, nunca se alcanza con precisión. Una complicación principal asociada con el intercambio de radiación entre superficies no negras se debe a la reflexión de la superficie. En un recinto, como el de la figura 13.9*a*, la radiación puede experimentar múltiples reflexiones desde todas las superficies, con absorción parcial en cada una de ellas.

El análisis del intercambio de radiación en un recinto se puede simplificar al realizar ciertas suposiciones. Cada superficie del recinto se supone *isotérmica* y caracterizada por una *radiosidad* e *irradiación uniformes*. También se supone comportamiento de superficie *gris, difusa, opaca*, y el medio dentro del recinto se toma como *no participativo*. El problema es por lo general uno en el que se conoce la temperatura T_i asociada con cada una de las superficies, y el objetivo es determinar el *flujo neto de calor radiativo* q_i'' desde cada superficie.

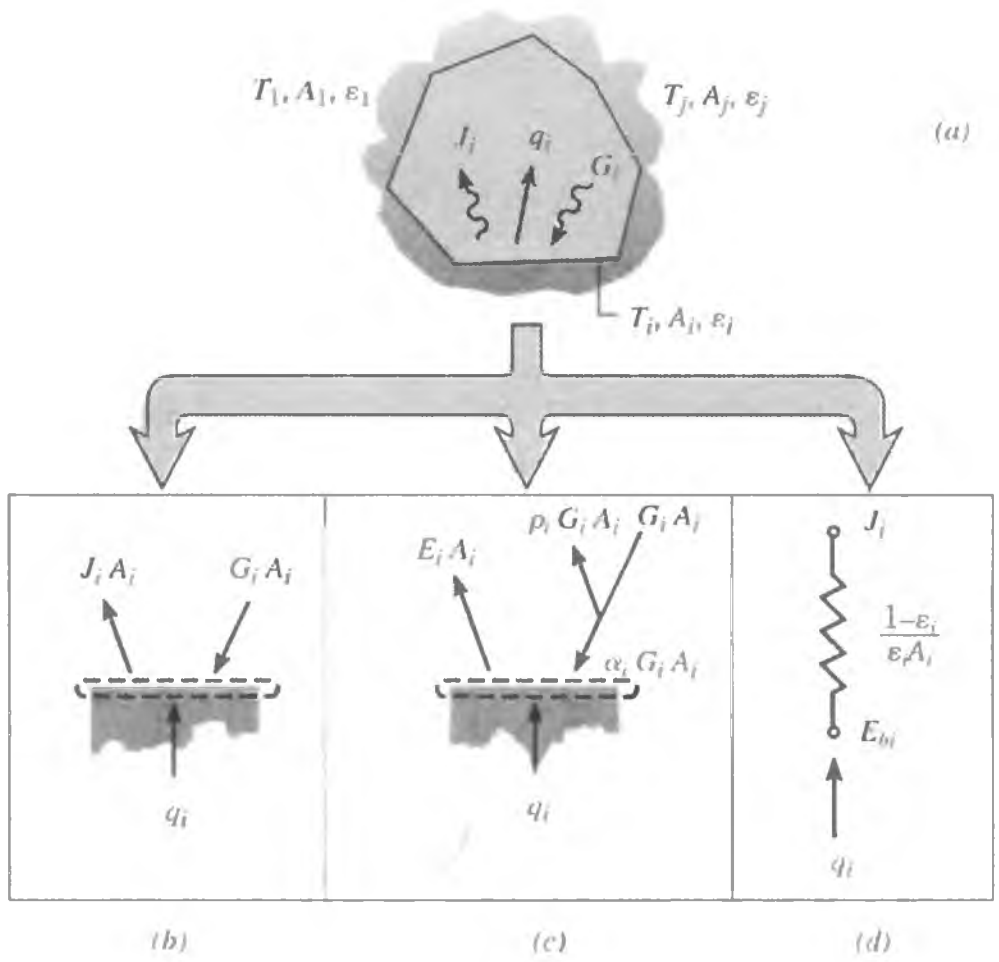


FIGURA 13.9 Intercambio de radiación en un recinto de superficies grises, difusas, con un medio no participativo. (*a*) Esquema del recinto. (*b*) Balance radiativo de acuerdo con la ecuación 13.15. (*c*) Balance radiativo de acuerdo con la ecuación 13.17. (*d*) Elemento de red que representa la transferencia neta de radiación desde una superficie.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

13.3.1 Intercambio neto de radiación en una superficie

El término q_i, que es la transferencia *neta* de radiación que *sale* de la superficie i, representa el efecto neto de las interacciones radiativas que ocurren en la superficie (figura 13.9*b*). Es la rapidez a la que la energía tendría que ser transferida a la superficie por otros medios para mantenerla a una temperatura constante. Es igual a la diferencia entre la radiosidad de la superficie y la irradiación y se puede expresar como

$$q_i = A_i(J_i - G_i) \tag{13.15}$$

De la figura 13.9*c* y la definición de la radiosidad J_i,

$$J_i \equiv E_i + \rho_i G_i \tag{13.16}$$

es evidente que la transferencia neta radiativa de la superficie también se puede expresar como en términos de la potencia emisiva superficial y la irradiación absorbida:

$$q_i = A_i (E_i - \alpha_i G_i) \tag{13.17}$$

Al sustituir de la ecuación 12.37 y reconocer que $\rho_i = 1 - \alpha_i = 1 - \varepsilon_i$ para una superficie gris, difusa, opaca, la radiosidad también se puede expresar como

$$J_i = \varepsilon_i E_{bi} + (1 - \varepsilon_i)G_i \tag{13.18}$$

Al resolver para G_i y sustituir en la ecuación 13.15, se sigue que

$$q_i = A_i\left(J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i E_{bi}}{1 - \varepsilon_i}\right)$$

o

$$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i} \tag{13.19}$$

La ecuación 13.19 proporciona una representación conveniente para la transferencia neta de calor radiativo. Esta transferencia, que se puede representar por el elemento de la red de la figura 13.9*d*, está asociada con el potencial de impulso $(E_{bi} - J_i)$ y una *resistencia radiativa superficial* de la forma $(1 - \varepsilon_i)\ \varepsilon_i\ A_i$. Por consiguiente, si la potencia emisiva que la superficie tendría si fuera negra excede su radiosidad, hay transferencia neta de calor por radiación desde la superficie; si lo inverso es cierto, la transferencia neta es hacia la superficie.

13.3.2 Intercambio de radiación entre superficies

Para usar la ecuación 13.19, la radiosidad superficial J_i se debe conocer. Para determinar esta cantidad, es necesario considerar el intercambio entre las superficies del recinto.

La irradiación de la superficie i se puede evaluar a partir de las radiosidades de todas las superficies en el recinto. En particular, de la definición del factor de forma se sigue que la transferencia total por radiación que alcanza la superficie i desde todas las superficies, incluida i, es

$$A_i G_i = \sum_{j=1}^{N} F_{ji} A_j J_j$$

o de la relación de reciprocidad, ecuación 13.3,

$$A_i G_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} J_j$$

Al cancelar el área A_i y sustituir en la ecuación 13.15 para G_i,

$$q_i = A_i \left(J_i - \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j \right)$$

o, de la regla de la suma, ecuación 13.4,

$$q_i = A_i \left(\sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_i - \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j \right)$$

De aquí,

$$q_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} (J_i - J_j) = \sum_{j=1}^{N} q_{ij} \tag{13.20}$$

Este resultado iguala la transferencia neta de radiación desde la superficie i, q_i, a la suma de componentes q_{ij} relacionados con el intercambio radiativo con las otras superficies. Cada componente se puede representar mediante un elemento de red para el que $(J_i - J_j)$ es el potencial de impulso y $(A_i F_{ij})^{-1}$ es una *resistencia espacial* o *geométrica* (figura 13.10).

Al combinar las ecuaciones 13.19 y 13.20, obtenemos

$$\frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i} = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}} \tag{13.21}$$

Como se muestra en la figura 13.10 esta expresión representa un balance de radiación para el *nodo* de radiosidad asociado con la superficie i. La transferencia de radiación (flujo de corriente) hacia i a través de su resistencia superficial debe ser igual a la trans-

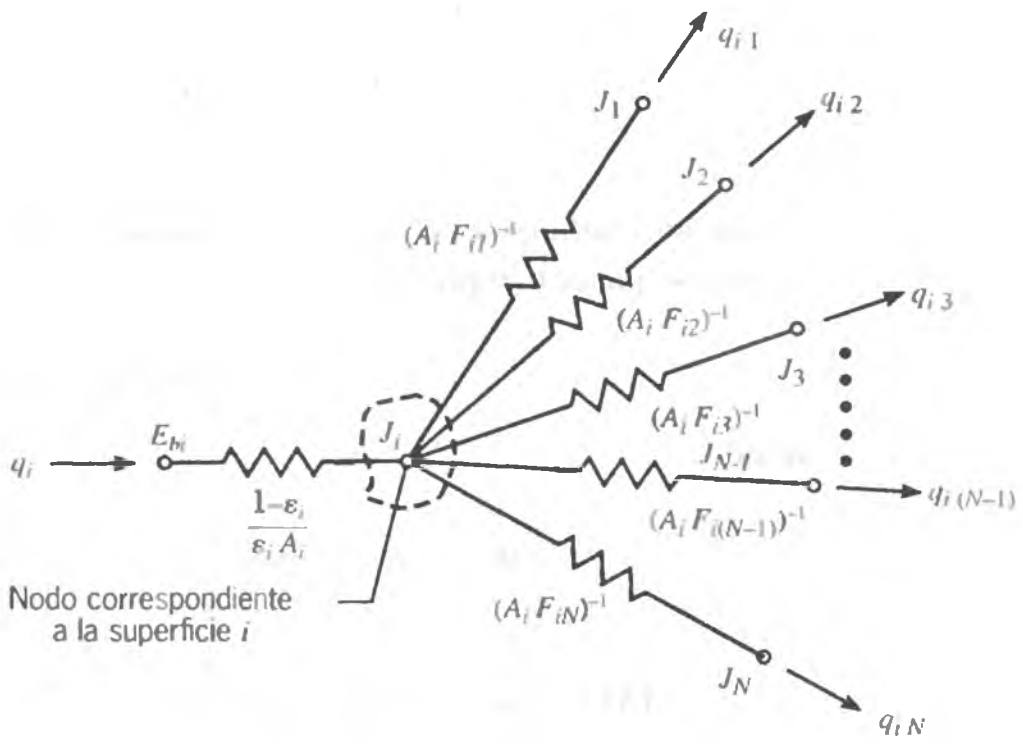


FIGURA 13.10 Representación en red del intercambio radiativo entre la superficie i y las superficies restantes de un recinto.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

ferencia de radiación (flujos de corriente) desde i a todas las otras superficies a través de las resistencias geométricas correspondientes.

Nótese que la ecuación 13.21 es especialmente útil cuando se conoce la temperatura de la superficie T_i (por ello E_{bi}). Aunque esta situación es típica, no siempre se aplica. En particular, pueden surgir situaciones para las que se conoce la transferencia neta de radiación en la superficie q_i, en lugar de la temperatura T_i. En tales casos la forma que se prefiere del balance de radiación es la ecuación 13.20, reacomodada como

$$q_i = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}} \tag{13.22}$$

El uso de representaciones de red para resolver problemas de radiación de recinto lo sugirió por primera vez Oppenheim [5]. El método proporciona una herramienta útil para visualizar el intercambio de radiación en el recinto y, por lo menos para recintos simples, se puede usar como la base para predecir este intercambio. Sin embargo, un enfoque más directo simplemente implica trabajar con las ecuaciones 13.21 y 13.22. La ecuación 13.21 se escribe para cada superficie en la que se conoce T_i, y la ecuación 13.22 se escribe para cada superficie en la que se conoce q_i. El conjunto de N ecuaciones algebraicas lineales que resulta se resuelve para las N incógnitas, $J_1, J_2, \ldots, J_N$. Con el conocimiento de la J_i, la ecuación 13.19 se puede usar para determinar la transferencia neta de calor por radiación q_i en cada superficie de T_i conocida o el valor de T_i en cada superficie de q_i conocida.

Para cualquier número N de superficies en el recinto, el problema anterior se puede resolver de manera fácil por iteración o inversión de matrices. Para cada una de las N superficies la ecuación 13.21 o 13.22 se puede reacomodar para obtener el siguiente sistema de N ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} a_{11}J_1 + \cdots + a_{1i}J_i + \cdots + a_{1N}J_N = C_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{i1}J_1 + \cdots + a_{ii}J_i + \cdots + a_{iN}J_N = C_i \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{N1}J_1 + \cdots + a_{Ni}J_i + \cdots + a_{NN}J_N = C_N \end{bmatrix}$$

donde los coeficientes a_{ij} y C_i son cantidades conocidas. En forma matricial estas ecuaciones se pueden expresar como

$$[A][J] = [C]$$

donde

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} \cdots a_{1i} \cdots a_{1N} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{i1} \cdots a_{ii} \cdots a_{iN} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{N1} \cdots a_{Ni} \cdots a_{NN} \end{bmatrix} \qquad [J] = \begin{bmatrix} J_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ J_i \\ \cdot \\ \cdot \\ J_N \end{bmatrix} \qquad [C] = \begin{bmatrix} C_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ C_i \\ \cdot \\ \cdot \\ C_N \end{bmatrix}$$

Al expresar las radiosidades desconocidas como

$$\begin{bmatrix} J_1 = b_{11}C_1 + \cdots + b_{1i}C_i + \cdots + b_{1N}C_N \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ J_i = b_{i1}C_1 + \cdots + b_{ii}C_i + \cdots + b_{iN}C_N \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ J_N = b_{N1}C_1 + \cdots + b_{Ni}C_i + \cdots + b_{NN}C_N \end{bmatrix}$$

éstas se pueden encontrar al obtener la inversa de $[A]$, $[A]^{-1}$, tal que

$$[J] = [A]^{-1}[C]$$

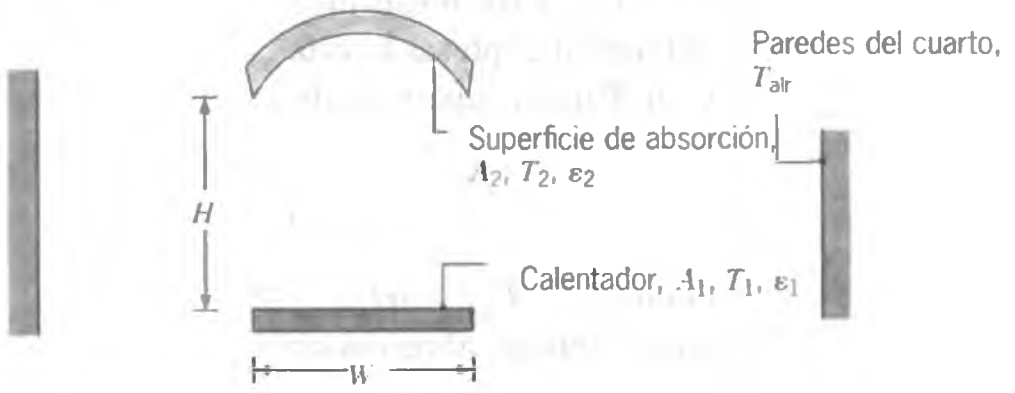
donde

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} b_{11} \cdots b_{1i} \cdots b_{1N} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ b_{i1} \cdots b_{ii} \cdots b_{iN} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ b_{N1} \cdots b_{Ni} \cdots b_{NN} \end{bmatrix}$$

La inversión matricial anterior se puede obtener de forma fácil con el uso de cualquiera de las numerosas rutinas de computadora disponibles para este propósito o, para problemas simples, con una calculadora de mano programable. El sistema de ecuaciones también se puede resolver mediante el método de iteración de Gauss-Seidel que se describe en el capítulo 4.

Ejemplo 13.4

En la fabricación, el recubrimiento especial sobre una superficie curva de absorción solar de área $A_2 = 15$ m^2 se cura mediante su exposición a un calentador infrarrojo de ancho $W = 1$ m. El absorbedor y el calentador son cada uno de longitud $L = 10$ m y están separados por una distancia $H = 1$ m.



El calentador está a $T_1 = 1000$ K y tiene una emisividad de $\varepsilon_1 = 0.9$, mientras el absorbedor está a $T_2 = 600$ K y tiene una emisividad de $\varepsilon_2 = 0.5$. El sistema se encuentra en un cuarto grande cuyas paredes están a 300 K. ¿Cuál es la transferencia neta de calor para la superficie de absorción?

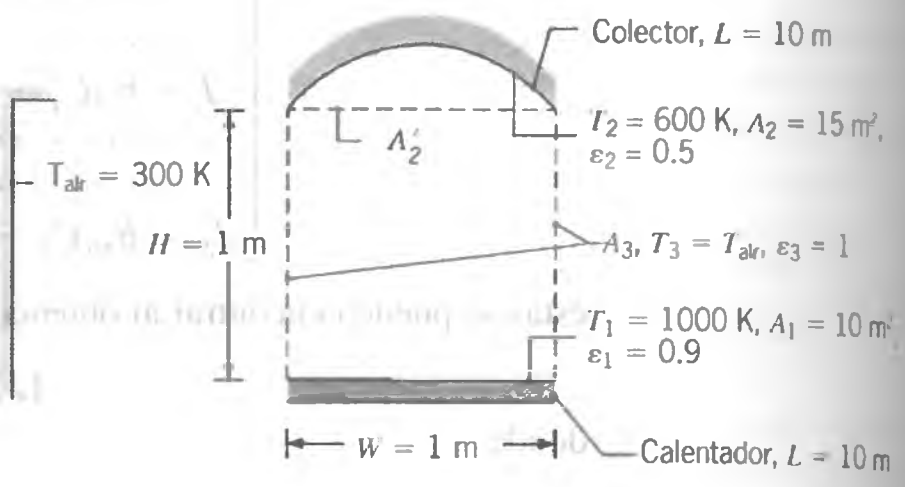
Solución

Se conoce: Una superficie de absorción solar curva con un recubrimiento especial que se cura con el uso de un calentador infrarrojo en un cuarto grande.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Encontrar: Transferencia neta de calor para la superficie de absorción.

Esquema:



Suposiciones:

1. Existen condiciones de estado estable.
2. Los efectos de convección son insignificantes.
3. Las superficies de absorción y de calentamiento son difusas y grises.
4. Los alrededores se pueden representar mediante una superficie hipotética A_3, que completa el recinto y se aproxima como un cuerpo negro de temperatura $T_3 = 300$ K.

Análisis: El sistema se puede ver como un recinto de tres superficies para el cual estamos interesados en obtener la transferencia neta de radiación para la superficie 2. De la ecuación 13.19

$$q_2 = \frac{E_{b2} - J_2}{(1 - \varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2} \tag{0}$$

donde todas las cantidades se conocen excepto J_2. En la mayoría de los problemas de recintos todas las radiosidades desconocidas se deben determinar de manera simultánea, y el procedimiento de inversión de matrices es adecuado para este propósito. En el problema actual, sin embargo, las cosas se simplifican por la aproximación de la superficie hipotética como un cuerpo negro de temperatura conocida. De aquí se conoce $J_3 = E_{b3}$, y las únicas incógnitas son J_1 y J_2. Como T_1 y T_2 se conocen, J_1 y J_2 se pueden obtener al expresar la ecuación 13.21 para las superficies de calentamiento y de absorción. Para la superficie de absorción, se sigue que

$$\frac{E_{b2} - J_2}{(1 - \varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2} = \frac{J_2 - J_1}{1/A_2 F_{21}} + \frac{J_2 - J_3}{1/A_2 F_{23}}$$

donde $J_3 = E_{b3} = \sigma T_3^4 = 459$ W/m² y $E_{b2} = \sigma T_2^4 = 7348$ W/m². La cantidad A_2F_{23} se puede obtener al reconocer que, de la reciprocidad,

$$A_2 F_{21} = A_1 F_{12}$$

donde F_{12} se puede obtener de la figura 13.4. Es decir, $F_{12} = F_{12'}$, donde A_2' es simplemente la base rectangular de la superficie de absorción. De aquí con $Y/L = 10/1 = 10$ y $X/L = 1/1 = 1$,

$$F_{12} = 0.39$$

$$F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{1\text{ m} \times 10\text{ m}}{15\text{ m}^2} \times 0.39 = 0.26$$

De la regla de la suma, también se sigue que

$$F_{13} = 1 - F_{12} = 1 - 0.39 = 0.61$$

y de la reciprocidad

$$F_{31} = \frac{A_1}{A_3} F_{13} = \frac{1\text{ m} \times 10\text{ m}}{2(10 \times 1)\text{ m}^2} \times 0.61 = 0.305$$

Pero de la simetría, $F_{31} = F_{32'} = F_{32}$. De aquí,

$$F_{23} = \frac{A_3}{A_2} F_{32} = \frac{20\text{ m}^2}{15\text{ m}^2} \times 0.305 = 0.41$$

Al cancelar el área A_2, el balance de radiación para la superficie 2 es

$$\frac{7348 - J_2}{(1 - 0.5)/0.5} = \frac{J_2 - J_1}{1/0.26} + \frac{J_2 - 459}{1/0.41}$$

o

$$7348 - J_2 = 0.26J_2 - 0.26J_1 + 0.41J_2 - 188$$

$$0.26J_1 - 1.67J_2 = -7536 \qquad (2)$$

Al expresar la ecuación 13.21 para la superficie de calentamiento, se sigue que

$$\frac{E_{b1} - J_1}{(1 - \varepsilon_1)/\varepsilon_1 A_1} = \frac{J_1 - J_2}{1/A_1 F_{12}} + \frac{J_1 - J_3}{1/A_1 F_{13}}$$

donde $E_{b1} = \sigma T_1^4 = 56{,}700\text{ W/m}^2$. Así al cancelar el área A_1,

$$\frac{56{,}700 - J_1}{(1 - 0.9)/0.9} = \frac{J_1 - J_2}{1/0.39} + \frac{J_1 - 459}{1/0.61}$$

o

$$-10J_1 + 0.39J_2 = -510{,}002 \qquad (3)$$

De la ecuación 3, obtenemos

$$J_1 = 51{,}000 + 0.039J_2$$

Al sustituir en la ecuación 2

$$0.26(51{,}000 + 0.039J_2) - 1.67J_2 = -7536$$

en cuyo caso

$$J_2 = 12{,}528\text{ W/m}^2$$

Al sustituir en la ecuación 1, la transferencia neta de calor para el absorbedor es

$$q_2 = \frac{(7348 - 12{,}528)\text{ W/m}^2}{(1 - 0.5)/0.5 \times 15\text{ m}^2} = -77.7\text{ kW} \qquad \triangleleft$$

Comentarios: Reconozca la utilidad de usar superficies hipotéticas, en un caso para completar el recinto con A_3 y en el otro caso para simplificar la evaluación del factor de forma con A_2'.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar – Sede del Litoral

13.3.3 Recinto de dos superficies

El ejemplo más simple de un recinto es uno que incluye dos superficies que intercambian radiación sólo entre ellas. Tal recinto de dos superficies se muestra de forma esquemática en la figura 13.11*a*. Como sólo hay dos superficies, la transferencia neta de radiación *desde* la superficie 1, q_1, debe ser igual a la transferencia neta a la que se intercambia radiación entre 1 y 2. En consecuencia,

$$q_1 = -q_2 = q_{12}$$

La transferencia de radiación se puede determinar al aplicar la ecuación 13.21 a las superficies 1 y 2 y resolver las dos ecuaciones resultantes para J_1 y J_2. Los resultados se pueden usar entonces con la ecuación 13.19 para determinar q_1 (o q_2). Sin embargo, en este caso el resultado que se desea se obtiene de manera más fácil al trabajar con la representación de red del recinto que se muestra en la figura 13.11*b*.

De la figura 13.11*b* vemos que la resistencia total al intercambio de radiación entre las superficies 1 y 2 se compone de dos resistencias superficiales y la resistencia geométrica. Por tanto, al sustituir de la ecuación 12.28, el intercambio neto de radiación entre las superficies de puede expresar como

$$q_{12} = q_1 = -q_2 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} \tag{13.23}$$

El resultado anterior se puede usar para cualesquier dos superficies grises difusas *que formen un recinto*. En la tabla 13.3 se resumen casos especiales importantes.

13.3.4 Cubiertas de radiación

Las *cubiertas de radiación* construidas de materiales con baja emisividad (alta reflectividad) se pueden usar para reducir la transferencia neta de radiación entre dos superficies. Considere colocar una cubierta de radiación, superficie 3, entre los dos planos paralelos de la figura 13.12*a*. Sin la cubierta de radiación, la transferencia neta de

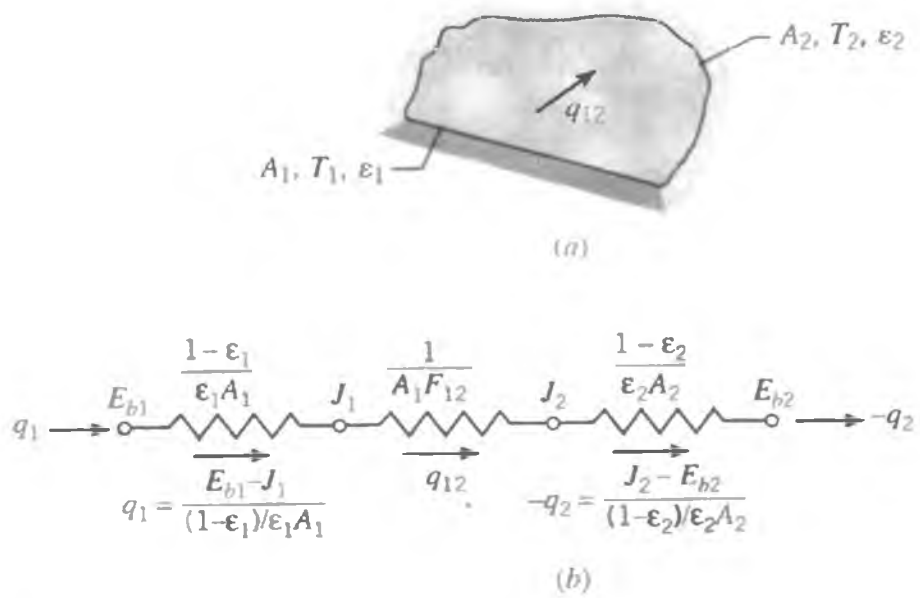
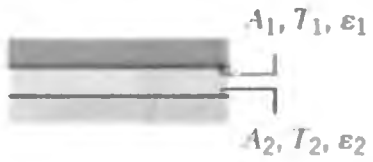


Figura 13.11 Recinto de dos superficies. (*a*) Esquema. (*b*) Representación de red.

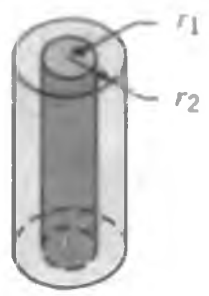
TABLA 13.3 Recintos de dos superficies grises difusas especiales

Planos paralelos grandes (infinitos)



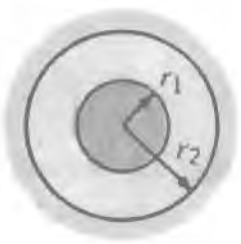
$$A_1 = A_2 = A \qquad F_{12} = 1 \qquad q_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1} \tag{13.24}$$

Cilindros concéntricos largos (infinitos)



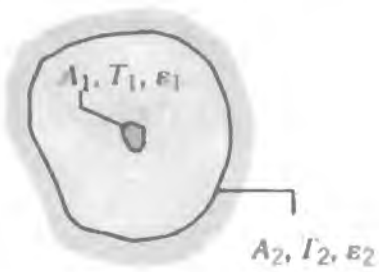
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2} \qquad F_{12} = 1 \qquad q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)} \tag{13.25}$$

Esferas concéntricas



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad F_{12} = 1 \qquad q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2} \tag{13.26}$$

Objeto convexo pequeño en una cavidad grande



$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0 \qquad F_{12} = 1 \qquad q_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4) \tag{13.27}$$

diación entre las superficies 1 y 2 está dada por la ecuación 13.24. Sin embargo, con la cubierta de radiación, se presentan resistencias adicionales, como se muestra en la figura 13.12*b*, y se reduce la transferencia de calor. Observe que la emisividad asociada con un lado de la cubierta ($\varepsilon_{3,1}$) puede diferir de la asociada con el lado opuesto ($\varepsilon_{3,2}$) y las radiosidades siempre diferirán. Al sumar las resistencias y reconocer que $F_{13} = F_{32} = 1$, se sigue que

$$q_{12} = \frac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} + \dfrac{1 - \varepsilon_{3,1}}{\varepsilon_{3,1}} + \dfrac{1 - \varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{3,2}}} \tag{13.28}$$

Nótese que las resistencias asociadas con la cubierta de radiación se hacen muy grandes cuando las emisividades $\varepsilon_{3,1}$ y $\varepsilon_{3,2}$ son muy pequeñas.

La ecuación 13.28 se puede usar para determinar la transferencia neta de calor si se conocen T_1 y T_2. Del conocimiento de q_{12} y del hecho de que $q_{12} = q_{13} = q_{32}$, el valor de T_3 se puede determinar al expresar la ecuación 13.24 para q_{13} o q_{32}.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

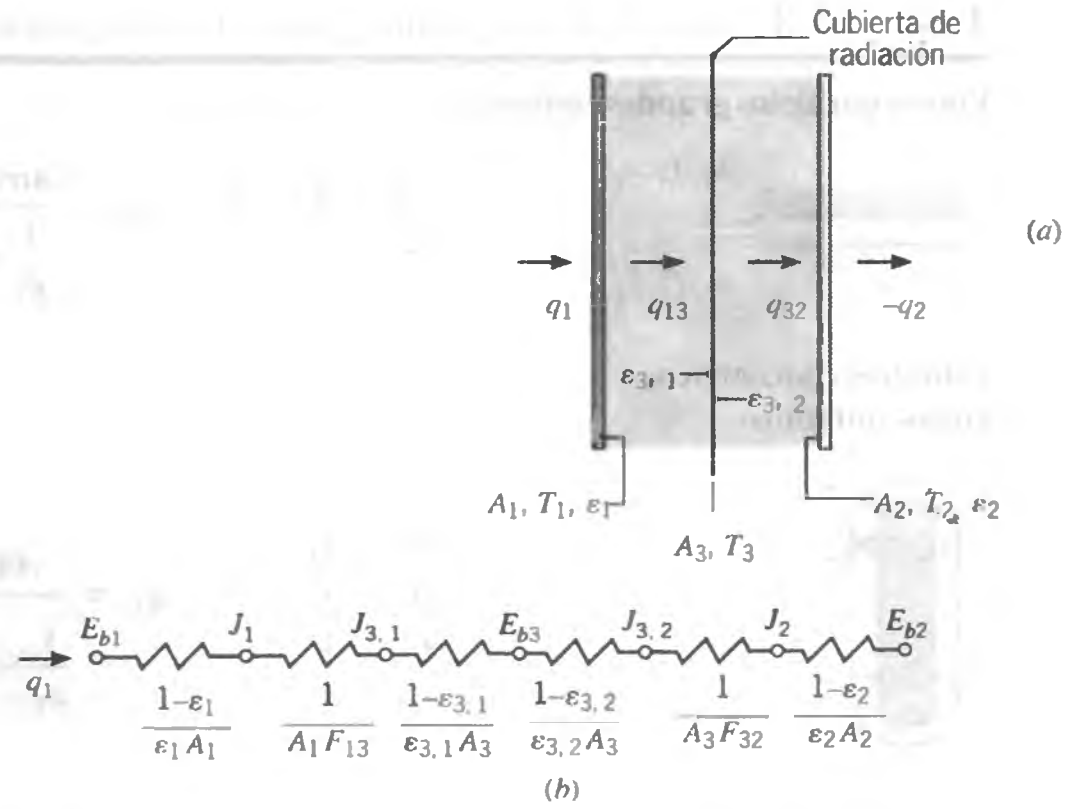


Figura 13.12 Intercambio de radiación entre planos paralelos largos con una cubierta de radiación. (*a*) Esquema. (*b*) Representación de red.

El procedimiento anterior se puede extender de forma fácil a problemas que incluyen múltiples cubiertas de radiación. En el caso especial para el que todas las emisividades son iguales, se puede mostrar que, con N cubiertas,

$$(q_{12})_N = \frac{1}{N+1}(q_{12})_0 \tag{13.29}$$

donde $(q_{12})_0$ es la transferencia de radiación sin cubiertas ($N = 0$).

Ejemplo 13.5

Un fluido criogénico fluye a través de un tubo largo de 20 mm de diámetro cuya superficie exterior es difusa y gris con $\varepsilon_1 = 0.02$ y $T_1 = 77$ K. Este tubo es concéntrico con un tubo más grande de 50 mm de diámetro cuya superficie interna es difusa y gris con $\varepsilon_2 = 0.05$ y $T_2 = 300$ K. El espacio entre las superficies está al vacío. Calcule la ganancia de calor por el fluido criogénico por unidad de longitud de los tubos. Si una cubierta de radiación delgada de 35 mm de diámetro y $\varepsilon_3 = 0.02$ (ambos lados) se inserta a la mitad entre las superficies interna y externa, calcule el cambio (porcentaje) en la ganancia de calor por unidad de longitud de los tubos.

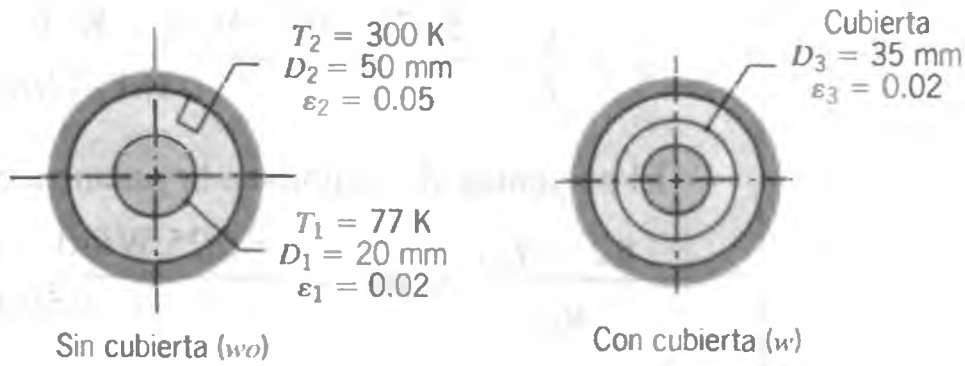
Solución

Se conoce: Arreglo de tubos concéntricos con superficies grises, difusas, de diferentes emisividades y temperaturas.

Encontrar:

1. Ganancia de calor por el fluido criogénico que pasa a través del tubo interior.
2. Porcentaje de cambio en la ganancia de calor con una cubierta de radiación insertada a la mitad entre los tubos interior y exterior.

Esquema:



Suposiciones:

1. Las superficies son difusas y grises.
2. El espacio entre los tubos está al vacío.
3. La resistencia de conducción para la cubierta de radiación es insignificante.
4. Los tubos concéntricos forman un recinto de dos superficies (los efectos de los extremos son insignificantes).

Análisis:

1. La representación de red del sistema sin la cubierta se muestra en la figura 13.11, y la transferencia de calor que se desea se puede obtener de la ecuación 13.25, donde

$$q = \frac{\sigma(\pi D_1 L)(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{D_1}{D_2}\right)}$$

De aquí,

$$q' = \frac{q}{L} = \frac{5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4\,(\pi \times 0.02\ \text{m})[(77\ \text{K})^4 - (300\ \text{K})^4]}{\dfrac{1}{0.02} + \dfrac{1 - 0.05}{0.05}\left(\dfrac{0.02\ \text{m}}{0.05\ \text{m}}\right)}$$

$$q' = -0.50\ \text{W/m} \qquad \triangleleft$$

2. La representación de red del sistema con la cubierta se muestra en la figura 13.12, y la transferencia de calor que se desea es ahora

$$q = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{R_{\text{tot}}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{R_{\text{tot}}}$$

donde

$$R_{\text{tot}} = \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1(\pi D_1 L)} + \frac{1}{(\pi D_1 L)F_{13}} + 2\left[\frac{1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_3(\pi D_3 L)}\right] + \frac{1}{(\pi D_3 L)F_{32}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2(\pi D_2 L)}$$

o

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{L}\left\{\frac{1 - 0.02}{0.02(\pi \times 0.02\ \text{m})} + \frac{1}{(\pi \times 0.02\ \text{m})1} + 2\left[\frac{1 - 0.02}{0.02(\pi \times 0.035\ \text{m})}\right] + \frac{1}{(\pi \times 0.035\ \text{m})1} + \frac{1 - 0.05}{0.05(\pi \times 0.05\ \text{m})}\right\}$$

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{L}(779.9 + 15.9 + 891.3 + 9.1 + 121.0) = \frac{1817}{L}\left(\frac{1}{\text{m}^2}\right)$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar Sede del Litoral

En consecuencia,

$$q' = \frac{q}{L} = \frac{5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4\ [(77\ \text{K})^4 - (300\ \text{K})^4]}{1817\ (1/\text{m})} = -0.25\ \text{W/m}$$

El porcentaje de cambio en la ganancia de calor es

$$\frac{q'_w - q'_{wo}}{q'_{wo}} \times 100 = \frac{(-0.25\ \text{W/m}) - (-0.50\ \text{W/m})}{-0.50\ \text{W/m}} \times 100 = -50\%$$

13.3.5 Superficie rerradiante

La suposición de una *superficie rerradiante* es común para muchas aplicaciones industriales. Esta superficie idealizada se caracteriza por una transferencia neta de radiación *cero* ($q_i = 0$). Se aproxima cercanamente con superficies reales que están bien aisladas en un lado y para las que los efectos de convección se pueden ignorar en el lado opuesto (radiante). Con $q_i = 0$, se sigue de las ecuaciones 13.15 y 13.19 que $G_i = J_i = E_{bi}$. De aquí, si se conoce la radiosidad de una superficie rerradiante, su temperatura se determina con facilidad. En un recinto, la temperatura de equilibrio de una superficie rerradiante se determina por su interacción con las otras superficies, y es *independiente de la emisividad de la superficie rerradiante*.

Un recinto de tres superficies, para el cual la tercera superficie, superficie R, es rerradiante, se muestra en la figura 13.13*a*, y la red correspondiente se muestra en la figura 13.13*b*. La superficie R se supone bien aislada, y los efectos de convección se suponen insignificantes. De aquí, con $q_R = 0$, la *transferencia* neta de radiación de la superficie 1 debe ser igual a la transferencia neta de radiación a la superficie 2. La red es un arreglo serie-paralelo simple, y de su análisis se muestra fácilmente que

$$q_1 = -q_2 = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{12} + [(1/A_1 F_{1R}) + (1/A_2 F_{2R})]^{-1}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} \tag{13.30}$$

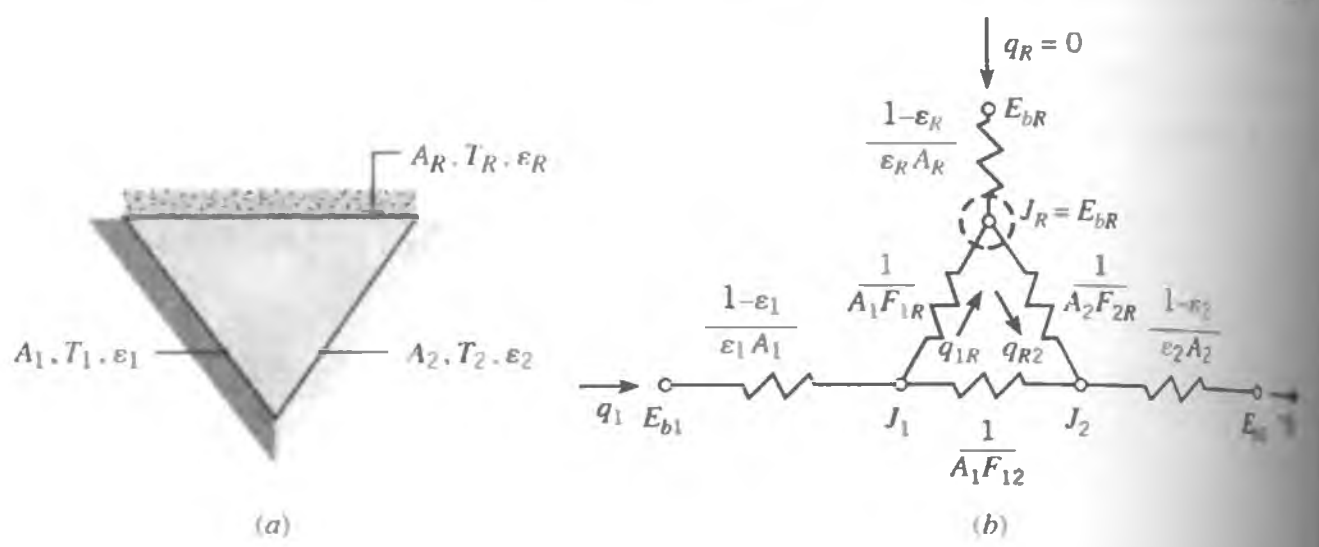


Figura 13.13 Recinto de tres superficies con una superficie rerradiante. (*a*) Esquema. (*b*) Representación de red.

Al saber que $q_1 = -q_2$, la ecuación 13.19 se puede aplicar a las superficies 1 y 2 para determinar sus radiosidades J_1 y J_2. Al conocer J_1, J_2, y las resistencias geométricas, la radiosidad de la superficie rerradiante J_R se puede determinar del balance de radiación

$$\frac{J_1 - J_R}{(1/A_1F_{1R})} - \frac{J_R - J_2}{(1/A_2F_{2R})} = 0 \tag{13.31}$$

La temperatura de la superficie rerradiante se puede determinar entonces del requerimiento de que $\sigma T_R^4 = J_R$.

Advierta que el procedimiento general que se describe en la sección 13.3.2 se puede aplicar a recintos con superficies rerradiantes. Para cada una de tales superficies, es apropiado usar la ecuación 13.22 con $q_i = 0$.

Ejemplo 13.6

Un horno de cocción de pintura consiste en un ducto triangular, largo, en el que una superficie caliente se mantiene a 1200 K y otra superficie está aislada. Paneles pintados, que se mantienen a 500 K, ocupan la tercera superficie. El triángulo es de ancho $W = 1$ m por lado, y las superficies caliente y aislada tienen una emisividad de 0.8. La emisividad de los paneles es de 0.4. Durante la operación de estado estable, ¿a qué rapidez se debe suministrar energía al lado caliente por unidad de longitud del ducto para mantener su temperatura a 1200 K? ¿Cuál es la temperatura de la superficie aislada?

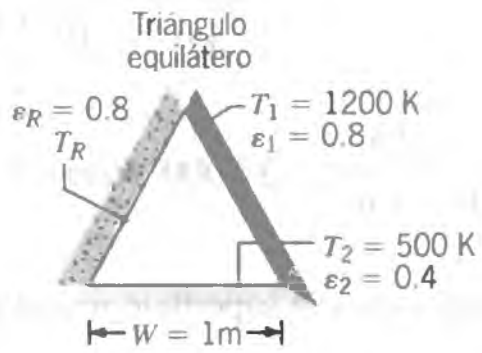
Solución

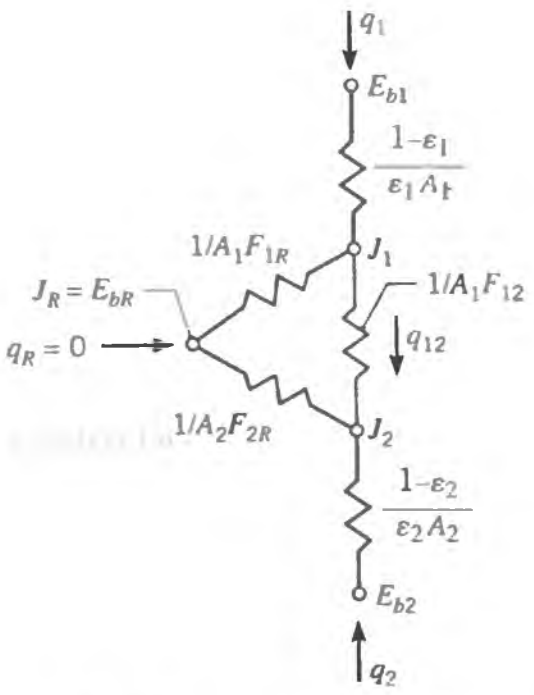
Se conoce: Propiedades superficiales de un ducto triangular, largo, que está aislado en un lado y caliente y frío en los otros lados.

Encontrar:

1. Rapidez a la que se debe suministrar calor por unidad de longitud del ducto.
2. Temperatura de la superficie aislada.

Esquema:





DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Suposiciones:

1. Existen condiciones de estado estable.
2. Todas las superficies son opacas, difusas, grises y de radiosidad uniforme.
3. Los efectos de convección son insignificantes.
4. La superficie R es rerradiante.
5. Los efectos de los extremos son insignificantes.

Análisis:

1. El sistema se puede modelar como un recinto de tres superficies con una superficie rerradiante. La rapidez a la que se debe suministrar energía a la superficie caliente se puede obtener a partir de la ecuación 13.30:

$$q_1 = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{12} + [(1/A_1 F_{1R}) + (1/A_2 F_{2R})]^{-1}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

De la simetría, $F_{12} = F_{1R} = F_{2R} = 0.5$. También, $A_1 = A_2 = W \cdot L$, donde L es la longitud del ducto. De aquí,

$$q'_1 = \frac{q_1}{L} = \frac{5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4\ (1200^4 - 500^4)\ \text{K}^4}{\dfrac{1-0.8}{0.8 \times 1\ \text{m}} + \dfrac{1}{1\ \text{m} \times 0.5 + (2+2)^{-1}\ \text{m}} + \dfrac{1-0.4}{0.4 \times 1\ \text{m}}}$$

o

$$q'_1 = 37\ \text{kW/m} = -q'_2$$

2. La temperatura de la superficie aislada se puede obtener del requerimiento de que $J_R = E_{bR}$, donde J_r se puede obtener de la ecuación 13.31. Sin embargo, para usar esta expresión se deben conocer J_1 y J_2. Al aplicar el balance de energía superficial, ecuación 13.19, a las superficies 1 y 2, se sigue que

$$J_1 = E_{b1} - \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 W} q'_1 = 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4\ (1200\ \text{K})^4 - \frac{1-0.8}{0.8 \times 1\ \text{m}} \times 37{,}000\ \text{W/m} = 108{,}323\ \text{W/m}^2$$

$$J_2 = E_{b2} - \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 W} q'_2 = 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4\ (500\ \text{K})^4 - \frac{1-0.4}{0.4 \times 1\ \text{m}} (-37{,}000\ \text{W/m}) = 59{,}043\ \text{W/m}^2$$

Del balance de energía para la superficie rerradiante, ecuación 13.31, se sigue que

$$\frac{108{,}323 - J_R}{\dfrac{1}{W \times L \times 0.5}} - \frac{J_R - 59{,}043}{\dfrac{1}{W \times L \times 0.5}} = 0$$

De aquí,

$$J_R = 83{,}683 \text{ W/m}^2 = E_{bR} = \sigma T_R^4$$

$$T_R = \left(\frac{83{,}683 \text{ W/m}^2}{5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4} \right)^{1/4} = 1102 \text{ K} \qquad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Advierta que no pueden existir discontinuidades de temperatura y radiosidad en las esquinas, y que las suposiciones de temperatura y radiosidad uniformes son las más débiles en estas regiones.
2. Los resultados son independientes del valor de ε_R.
3. Este problema también se puede resolver con el uso del método de inversión de matrices. La solución implica determinar primero las tres radiosidades desconocidas J_1, J_2, y J_R. Las ecuaciones gobernantes se obtienen al escribir la ecuación 13.21 para las dos superficies de temperatura conocida, 1 y 2, y la ecuación 13.22 para la superficie R. Las tres ecuaciones son

$$\frac{E_{b1} - J_1}{(1 - \varepsilon_1)/\varepsilon_1 A_1} = \frac{J_1 - J_2}{(A_1 F_{12})^{-1}} + \frac{J_1 - J_R}{(A_1 F_{1R})^{-1}}$$

$$\frac{E_{b2} - J_2}{(1 - \varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2} = \frac{J_2 - J_1}{(A_2 F_{21})^{-1}} + \frac{J_2 - J_R}{(A_2 F_{2R})^{-1}}$$

$$0 = \frac{J_R - J_1}{(A_R F_{R1})^{-1}} + \frac{J_R - J_2}{(A_R F_{R2})^{-1}}$$

Al cancelar el área A_1, la primera ecuación se reduce a

$$\frac{117{,}573 - J_1}{0.25} = \frac{J_1 - J_2}{2} + \frac{J_1 - J_R}{2}$$

o

$$10J_1 - J_2 - J_R = 940.584 \tag{1}$$

De manera similar, para la superficie 2,

$$\frac{3544 - J_2}{1.50} = \frac{J_2 - J_1}{2} + \frac{J_2 - J_R}{2}$$

o

$$-J_1 + 3.33J_2 - J_R = 4725 \tag{2}$$

y para la superficie rerradiante

$$0 = \frac{J_R - J_1}{2} + \frac{J_R - J_2}{2}$$

o

$$-J_1 - J_2 + 2J_R = 0 \tag{3}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

De las ecuaciones 1, 2 y 3 la matriz de coeficientes y la del lado derecho son

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1R} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2R} \\ a_{R1} & a_{R2} & a_{RR} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10 & -1 & -1 \\ -1 & 3.33 & -1 \\ -1 & -1 & +2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_R \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 940{,}584 \\ 4725 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Al invertir la matriz de coeficientes, se sigue que

$J_1 = 108{,}328\ \text{W/m}^2$ $\quad J_2 = 59{,}018\ \text{W/m}^2$ y $\quad J_R = 83{,}673\ \text{W/m}^2$

Al reconocer que $J_R = \sigma T_R^4$, se sigue que

$$T_R = \left(\frac{J_R}{\sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{83{,}673\ \text{W/m}^2}{5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4}\right)^{1/4} = 1102\ \text{K}$$

13.4 *Transferencia de calor multimodal*

Hasta aquí, el intercambio de radiación en un recinto se ha considerado bajo condiciones para las que la conducción y convección se podrían ignorar. Sin embargo, en muchas aplicaciones, la convección y/o conducción son comparables a la radiación y se deben considerar en el análisis de transferencia de calor.

Considere la condición superficial general de la figura 13.14*a*. Además de intercambiar energía por radiación con otras superficies del recinto, puede haber una adición externa de calor a la superficie, como, por ejemplo, por calentamiento eléctrico, y transferencia de calor desde la superficie por convección y conducción. De un balance de energía superficial, se sigue que

$$q_{i,\,\text{ext}} = q_{i,\,\text{rad}} + q_{i,\,\text{conv}} + q_{i,\,\text{cond}} \tag{13.32}$$

donde $q_{i,\,\text{rad}}$, la transferencia neta de radiación de la superficie, está determinada por procedimientos estándar para un recinto. De aquí, en general, $q_{i,\,\text{rad}}$ se puede determi-

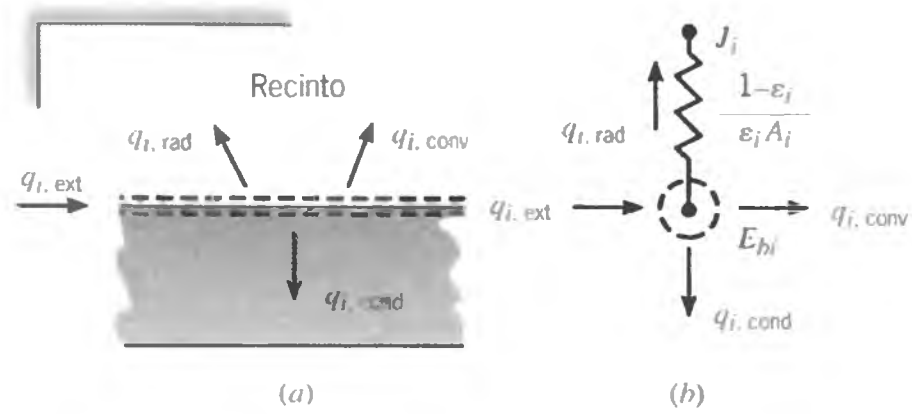


Figura 13.14 Transferencia de calor multimodal de una superficie en un recinto. (*a*) Balance de energía superficial. (*b*) Representación como un circuito.

nar a partir de la ecuación 13.19 o 13.20, mientras que para casos especiales como un recinto de dos superficies y uno de tres superficies con una superficie rerradiante, se puede determinar de las ecuaciones 13.23 y 13.30, respectivamente. El elemento de red superficial del circuito de radiación se modifica de acuerdo con la figura 13.14*b*, donde $q_{i,\,\text{ext}}$, $q_{i,\,\text{cond}}$, y $q_{i,\,\text{conv}}$ representan flujos de corriente hacia o desde el nodo de superficie. Observe, sin embargo, que mientras $q_{i,\,\text{cond}}$ y $q_{i,\,\text{conv}}$ son proporcionales a las diferencias de temperatura, $q_{i,\,\text{rad}}$ es proporcional a la diferencia entre las temperaturas elevadas a la cuarta potencia. Las condiciones se simplifican si la parte posterior de la superficie está aislada, en cuyo caso $q_{i,\,\text{cond}} = 0$. Además, si no hay calentamiento externo y la convección es insignificante, la superficie es rerradiante.

Ejemplo 13.7

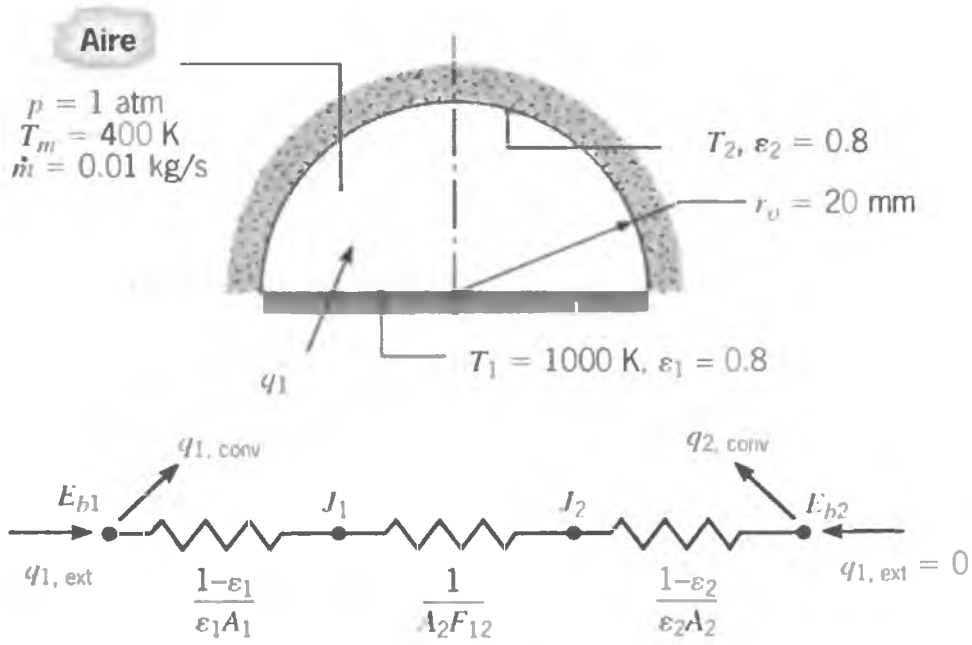
Considere un calentador de aire que consiste en un tubo semicircular para el que la superficie plana se mantiene a 1000 K y la otra superficie está bien aislada. El radio del tubo es 20 mm, y ambas superficies tienen una emisividad de 0.8. Si aire atmosférico fluye a través del tubo a 0.01 kg/s y $T_m = 400$ K, ¿cuál es la rapidez a la que se debe suministrar calor por unidad de longitud para mantener la superficie plana a 1000 K? ¿Cuál es la temperatura de la superficie aislada?

Solución

Se conoce: Condiciones de flujo de aire en un calentador tubular y condiciones de la superficie del calentador.

Encontrar: Rapidez a la que se debe suministrar calor y temperatura de la superficie aislada.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones de estado estable.
2. Superficies grises, difusas.
3. Efectos de los extremos del tubo insignificantes y variaciones axiales en la temperatura del gas.
4. Flujo completamente desarrollado.

Propiedades: Tabla A.4 aire (1 atm, 400 K): $k = 0.0338$ W/m · K, $\mu = 230 \times 10^{-7}$ kg/s · m, $c_p = 1014$ J/kg · K, $Pr = 0.69$.

Análisis: Como la superficie semicircular está bien aislada y no hay adición externa de calor, un balance de energía superficial da

$$q_{2,\,\text{rad}} = q_{2,\,\text{conv}}$$

Dado que el tubo constituye un recinto de dos superficies, la transferencia neta de radiación a la superficie 2 se puede evaluar a partir de la ecuación 13.23. De aquí,

$$\frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = hA_2(T_2 - T_m)$$

donde el factor de forma es $F_{12} = 1$ y, por unidad de longitud, las áreas superficiales son $A_1 = 2r_o$ y $A_2 = \pi\rho_o$. Con

$$Re_D = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} = \frac{\dot{m} D_h}{A_c \mu} = \frac{\dot{m} D_h}{(\pi r_o^2/2)\mu}$$

el diámetro hidráulico es

$$D_h = \frac{4A_c}{P} = \frac{2\pi r_o}{\pi + 2} = \frac{0.04\pi\ \text{m}}{\pi + 2} = 0.0244\ \text{m}$$

Por tanto,

$$Re_D = \frac{0.01\ \text{kg/s} \times 0.0244\ \text{m}}{(\pi/2)(0.02\ \text{m})^2 \times 230 \times 10^{-7}\ \text{kg/s} \cdot \text{m}} = 16{,}900$$

De la ecuación de Dittus-Boelter.

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^{0.4}$$

$$Nu_D = 0.023(16{,}900)^{4/5}(0.69)^{0.4} = 47.8$$

$$h = \frac{k}{D_h} Nu_D = \frac{0.0338\ \text{W/m} \cdot \text{K}}{0.0244\ \text{m}} 47.8 = 66.2\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Al dividir ambos lados del balance de energía entre A_1, se sigue que

$$\frac{5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4\ [(1000)^4 - T_2^4]\ \text{K}^4}{\dfrac{1-0.8}{0.8} + 1 + \dfrac{1-0.8}{0.8}\dfrac{2}{\pi}} = 66.2\,\frac{\pi}{2}\,(T_2 - 400)\ \text{W/m}^2$$

o

$$5.67 \times 10^{-8} T_2^4 + 146.5 T_2 - 115{,}313 = 0$$

Una solución de prueba y error da

$$T_2 = 696\ \text{K}$$

De un balance de energía en la superficie caliente,

$$q_{1,\,\text{ext}} = q_{1,\,\text{rad}} + q_{1,\,\text{conv}} = q_{2,\,\text{conv}} + q_{1,\,\text{conv}}$$

Por consiguiente, en una base de longitud unitaria,

$$q'_{1,\text{ext}} = h\pi r_o(T_2 - T_m) + h2r_o(T_1 - T_m)$$

$$q'_{1,\text{ext}} = 66.2 \times 0.02[\pi(696 - 400) + 2(1000 - 400)]\ \text{W/m}$$

$$q'_{1,\text{ext}} = (1231 + 1589)\ \text{W/m} = 2820\ \text{W/m} \quad \triangleleft$$

Comentarios: Al aplicar un balance de energía a un volumen de control diferencial alrededor del aire, se sigue que

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q'_1}{\dot{m}c_p} = \frac{2820\ \text{W/m}}{0.01\ \text{kg/s}\ (1014\ \text{J/kg} \cdot \text{K})} = 278\ \text{K/m}$$

Así el cambio de temperatura del aire es significativo, y un análisis más representativo subdividiría el tubo en zonas axiales y permitiría variaciones en las temperaturas del aire y de la superficie aislada entre las zonas. Además, un análisis de dos superficies del intercambio de radiación ya no sería apropiado.

13.5
Efectos adicionales

Aunque desarrollamos medios para predecir el intercambio de radiación entre superficies, es importante conocer las limitaciones inherentes. Recuerde que consideramos superficies *grises*, *opacas* e *isotérmicas* que *emiten* y *reflejan difusamente* y que se caracterizan por una *radiosidad* e *irradiación* superficial *uniforme*. Para recintos también consideramos que el medio que separa las superficies es *no participativo*; es decir, ni absorbe ni dispersa la radiación de la superficie, y no emite radiación.

Las condiciones anteriores y las ecuaciones relacionadas se pueden usar a menudo para obtener primeras estimaciones fiables y, en la mayoría de los casos, resultados altamente precisos para la transferencia de radiación en un recinto. Algunas veces, sin embargo, las suposiciones son excesivamente inapropiadas y se necesitan procedimientos de predicción más refinados. Aunque más allá del alcance de este texto, tales métodos se discuten en tratamientos más avanzados de la transferencia de radiación [3, 6−11].

Hemos dicho poco acerca de la radiación gaseosa, al confinar nuestra atención al intercambio de radiación en la superficie de un sólido o líquido opaco. Para gases *no polares*, como O_2 o N_2, tal desatención se justifica, pues los gases no emiten radiación y son esencialmente transparentes a la radiación térmica incidente. Sin embargo, no se puede decir lo mismo de moléculas polares, como CO_2, H_2O (vapor), NH_3, y gases de hidrocarburos, que emiten y absorben en un amplio margen de temperaturas. Para tales gases las cosas se complican por el hecho de que, a diferencia de la radiación de un sólido o un líquido, que se distribuye de forma continua con la longitud de onda, la radiación gaseosa se concentra en *intervalos de longitud de onda* específicos (llamados bandas). Además, la radiación gaseosa no es un fenómeno superficial, sino un fenómeno *volumétrico*.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

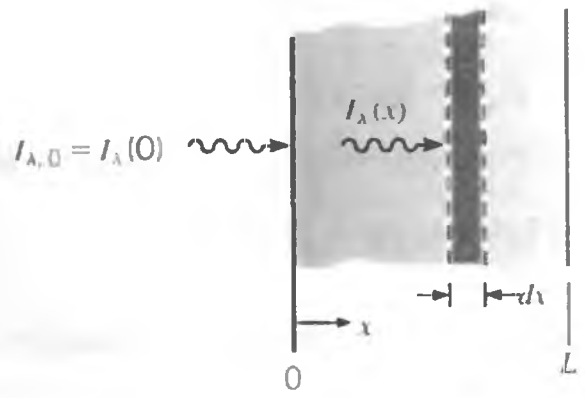


Figura 13.15
Absorción en un gas o en una capa de líquido.

13.5.1 Absorción volumétrica

La absorción de radiación espectral en un gas (o en un líquido o sólido semitransparente) es una función del coeficiente de absorción κ_λ (1/m) y del espesor L del medio (figura 13.5). Si un haz monocromático de intensidad $I_{\lambda,0}$ incide sobre el medio, la intensidad se reduce debido a la absorción, y la reducción que ocurre en una capa infinitesimal de espesor dx se puede expresar como

$$dI_\lambda(x) = \kappa_\lambda I_\lambda(x)\, dx \tag{13.33}$$

Al separar variables e integrar sobre toda la capa, obtenemos

$$\int_{I_{\lambda,0}}^{I_{\lambda,L}} \frac{dI_\lambda(x)}{I_\lambda(x)} = -\kappa_\lambda \int_0^L dx$$

donde κ_λ se supone independiente de x. Se sigue que

$$\frac{I_{\lambda,L}}{I_{\lambda,0}} = e^{-\kappa_\lambda L} \tag{13.34}$$

Esta exponencial que decae, denominada *ley de Beer*, es una herramienta útil en el análisis de radiación aproximado. Puede, por ejemplo, usarse para inferir la absortividad espectral global del medio. En particular, con la transmisividad definida como

$$\tau_\lambda = \frac{I_{\lambda,L}}{I_{\lambda,0}} = e^{-\kappa_\lambda L} \tag{13.35}$$

la absortividad es

$$\alpha_\lambda = 1 - \tau_\lambda = 1 - e^{-\kappa_\lambda L} \tag{13.36}$$

Si la ley de Kirchhoff se supone válida, $\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda$, la ecuación 13.36 también proporciona la emisividad espectral del medio.

13.5.2 Emisión y absorción gaseosas

Un cálculo común de ingeniería es uno que requiere la determinación del flujo de calor radiante de un gas a una superficie contigua. A pesar de los efectos espectrales y direccionales complicados inherentes a tales cálculos, se puede usar un procedimiento simplificado. Hottel [12] desarrolló el método e implica determinar la emisión de radiación de una masa de gas hemisférica de temperatura T_g hacia un elemento de superficie que se localiza en el centro de la base del hemisferio. La emisión de gas por unidad de área de la superficie se expresa como

$$E_g = \varepsilon_g \sigma T_g^4 \tag{13.37}$$

donde la emisividad del gas ε_g se determinó al correlacionar los datos disponibles. En particular, ε_g se correlacionó en términos de la temperatura T_g y la presión total del gas p, la presión parcial p_g de las especies radiantes, y el radio L del hemisferio.

Los resultados para la emisividad del vapor de agua se grafican en la figura 13.16 como función de la temperatura del gas, para una presión total de 1 atm, y para diferentes valores del producto de la presión parcial del vapor y el radio del hemisferio. Para evaluar la emisividad para presiones totales diferentes de 1 atm, la emisividad de la figura 13.16 se debe multiplicar por el factor de corrección C_w de la figura 13.17. Se obtuvieron resultados similares para bióxido de carbono y se presentan en las figuras 13.18 y 13.19.

Los resultados anteriores se aplican cuando aparecen vapor de agua o bióxido de carbono por *separado* en una mezcla con otras especies no radiantes. Sin embargo, los resultados se pueden extender de forma fácil a situaciones en las que el vapor de agua y el bióxido de carbono aparecen *juntos* en una mezcla con otros gases no radiantes. En particular, la emisividad total del gas se puede expresar como

$$\varepsilon_g = \varepsilon_w + \varepsilon_c - \Delta\varepsilon \tag{13.38}$$

donde el factor de corrección $\Delta\varepsilon$ se presenta en la figura 13.20 para diferentes valores de la temperatura del gas. Este factor explica la reducción en la emisión asociada con la absorción mutua de la radiación entre las dos especies.

Recuerde que los resultados anteriores proporcionan la emisividad de una masa de gas hemisférica de radio L que radía a un elemento de área en el centro de su base.

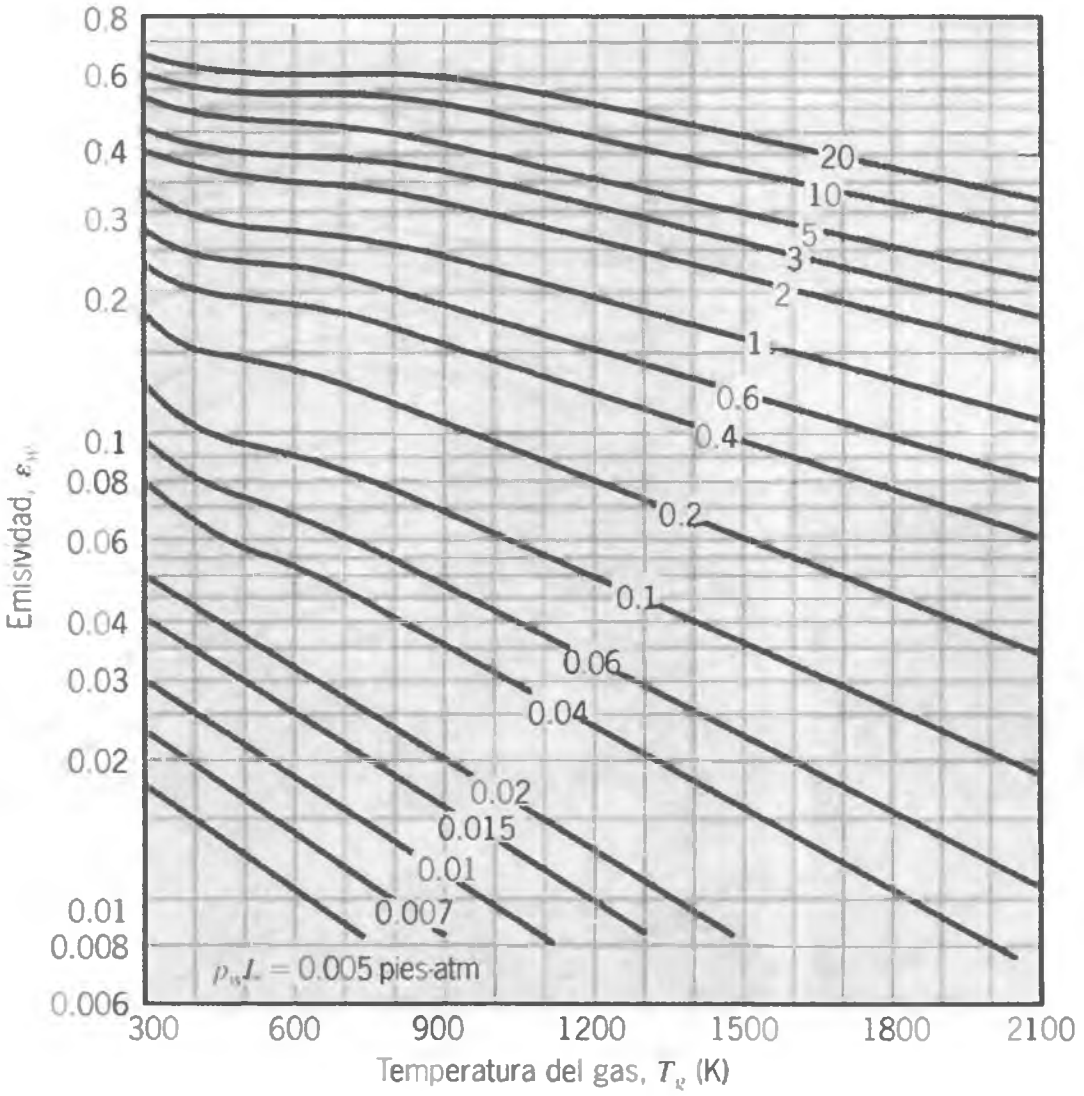


FIGURA 13.16 Emisividad de vapor de agua en una mezcla con gases no radiantes a 1 atm de presión total y de forma hemisférica [12]. Gráfica usada con permiso.

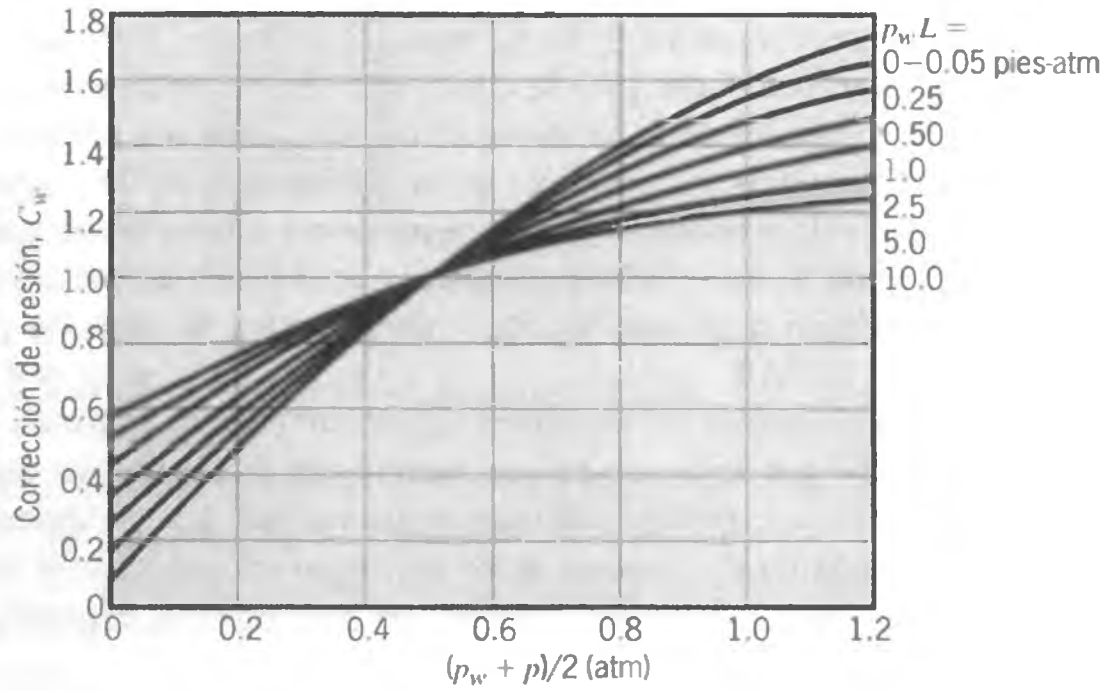


Figura 13.17 Factor de corrección para obtener emisividades de vapor de agua a presiones diferentes de 1 atm ($\varepsilon_{w,\ p \neq 1\ \text{atm}} = C_w \varepsilon_{w,\ p = 1\ \text{atm}}$) [12]. Gráfica usada con permiso.

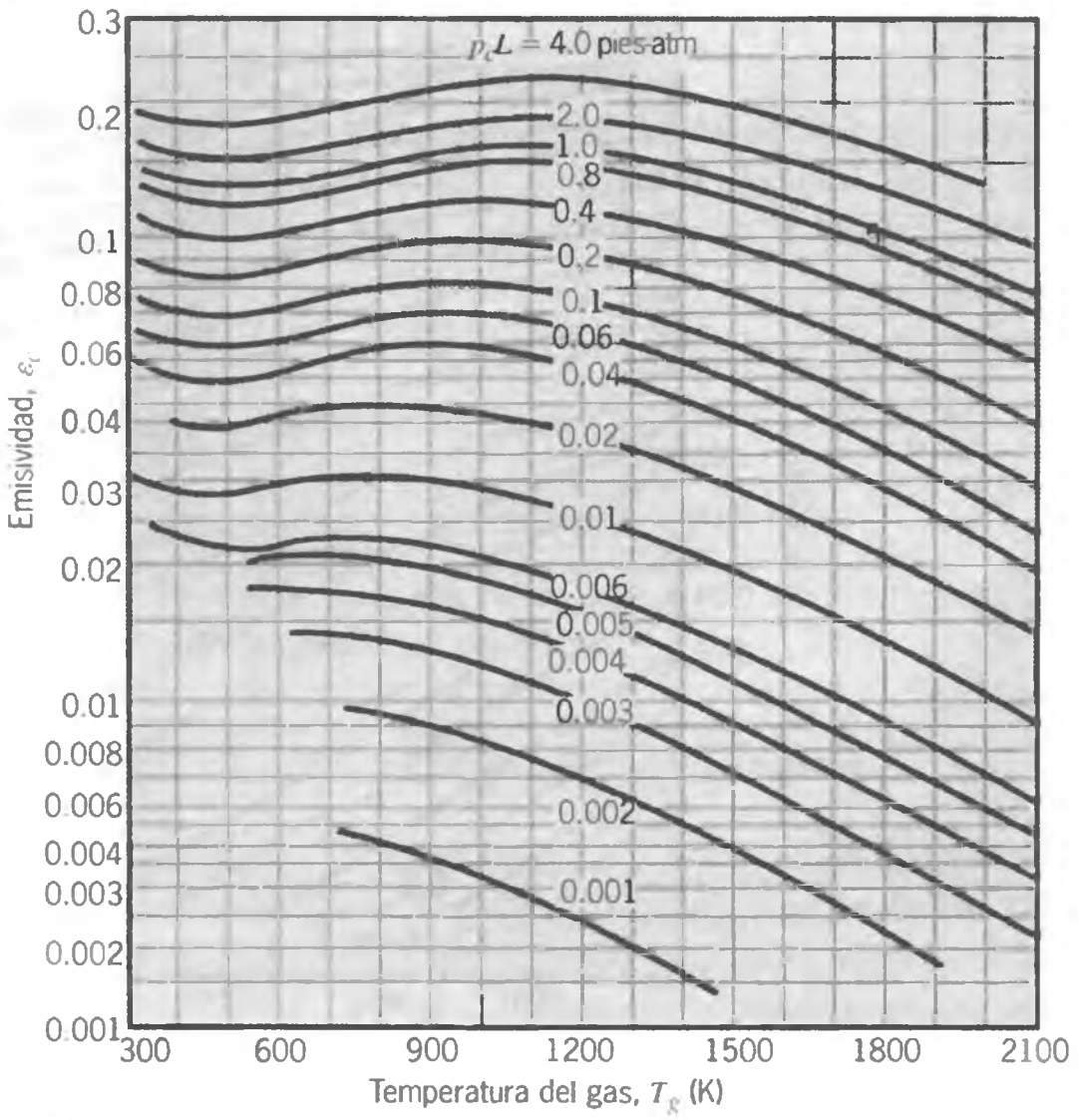


Figura 13.18 Emisividad de bióxido de carbono en una mezcla con gases no radiantes a 1 atm de presión total y de forma hemisférica [12]. Gráfica usada con permiso.

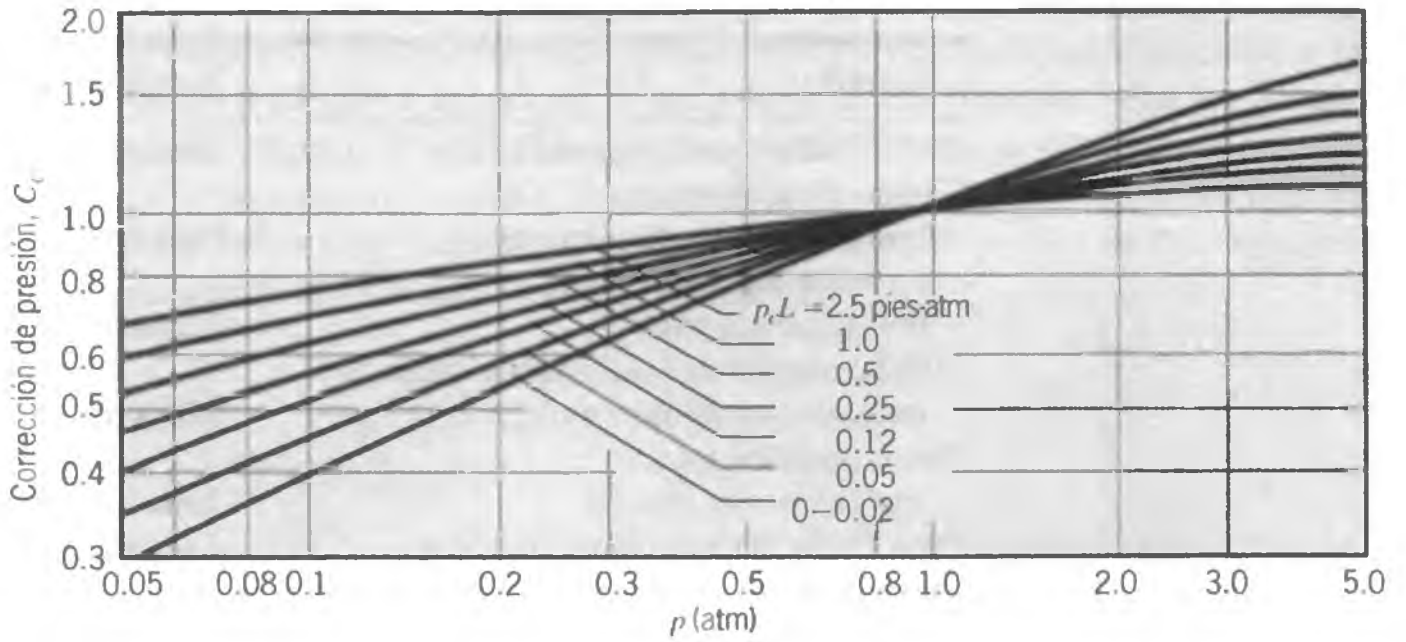


FIGURA 13.19 Factor de corrección para obtener emisividades de bióxido de carbono a presiones diferentes de 1 atm ($\varepsilon_{C,p\neq 1\text{ atm}} = C_c\varepsilon_{C,p} = 1$ atm) [12]. Gráfica usada con permiso.

Sin embargo, los resultados se pueden extender a otras geometrías de gas mediante la introducción del concepto de una *longitud media de haz*, L_e. La cantidad se introdujo para correlacionar, en términos de un solo parámetro, la dependencia de la emisividad del gas respecto del tamaño y la forma de la geometría del gas. Se puede interpretar como el radio de una masa de gas hemisférica cuya emisividad es equivalente a la de la geometría de interés. Su valor se ha determinado para numerosas formas del gas [12], y los resultados representativos se relacionan en la tabla 13.4. Al reemplazar L por L_e en las figuras 13.16 a 13.20, se puede determinar la emisividad asociada con la geometría de interés.

Al usar los resultados de la tabla 13.4 con las figuras 13.16 a 13.20, es posible determinar la transferencia de calor radiante para una superficie debida a la emisión desde un gas contiguo. Esta transferencia de calor se puede expresar como

$$q = \varepsilon_g A_s \sigma T_g^4 \tag{13.39}$$

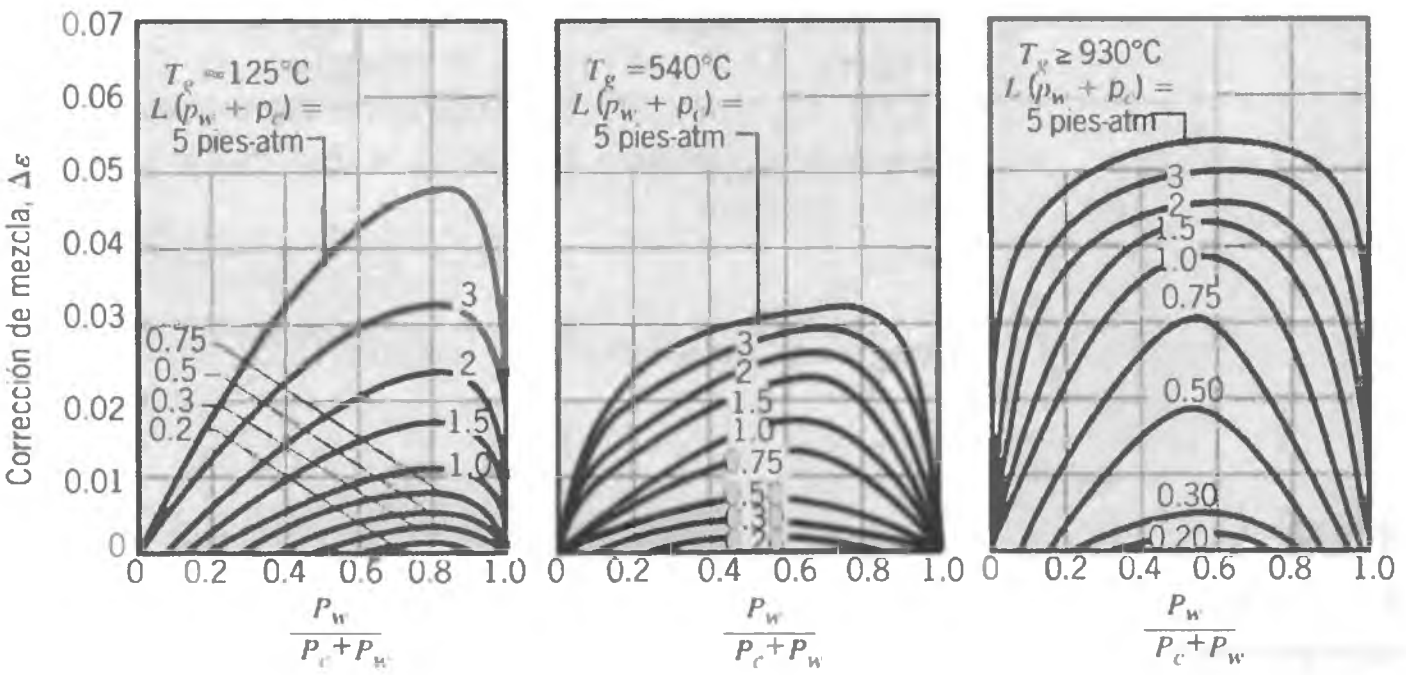


FIGURA 13.20 Factor de corrección asociado con mezclas de vapor de agua y bióxido de carbono [12]. Gráficas usadas con permiso.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

TABLA 13.4 Longitudes medias de haz L_e para varias geometrías de gas

Geometría	Longitud característica	L_e
Esfera (radiación a la superficie)	Diámetro (D)	$0.65D$
Cilindro circular infinito (radiación a superficie curva)	Diámetro (D)	$0.95D$
Cilindro circular semiinfinito (radiación a la base)	Diámetro (D)	$0.65D$
Cilindro circular de igual altura y diámetro (radiación a toda la superficie)	Diámetro (D)	$0.60D$
Planos paralelos infinitos (radiación a los planos)	Espaciado entre planos (L)	$1.80L$
Cubo (radiación a cualquier superficie)	Lado (L)	$0.66L$
Forma arbitraria de volumen V (radiación a una superficie de área A)	Razón volumen al área (V/A)	$3.6V/A$

donde A_s es el área superficial. Si la superficie es negra, absorberá, por supuesto, toda esta radiación. Una superficie negra también emitirá radiación, y la transferencia neta a la que la radiación se intercambia entre la superficie a T_s y el gas a T_g es

$$q_{\text{net}} = A_s\sigma(\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_s^4) \tag{13.40}$$

Para vapor de agua y bióxido de carbono la absortividad del gas que se requiere α_g se puede evaluar a partir de la emisividad mediante expresiones de la forma [12]

Agua:

$$\alpha_w = C_w \left(\frac{T_g}{T_s}\right)^{0.45} \times \varepsilon_w \left(T_s, p_w L_e \frac{T_s}{T_g}\right) \tag{13.41}$$

Bióxido de carbono:

$$\alpha_c = C_c \left(\frac{T_g}{T_s}\right)^{0.65} \times \varepsilon_c \left(T_s, p_c L_e \frac{T_s}{T_g}\right) \tag{13.42}$$

donde ε_w y ε_c se evalúan de las figuras 13.16 y 13.18, respectivamente, y C_w y C_c se evalúan de las figuras 13.17 y 13.19, respectivamente. Nótese, sin embargo, que al usar las figuras 13.16 y 13.18, T_g se reemplaza por T_s y $p_w L_e$ o $p_c L_e$ se reemplaza por $p_w L_e(T_s/T_g)$ o $p_c L_e(T_s/T_g)$, respectivamente. Observe también que, en la presencia de vapor de agua y bióxido de carbono, la absortividad total del gas se puede expresar como

$$\alpha_g = \alpha_w + \alpha_c - \Delta\alpha \tag{13.43}$$

donde $\Delta\alpha = \Delta\varepsilon$ se obtiene de la figura 13.20.

13.6 *Resumen*

En este capítulo nos concentramos en el análisis del intercambio de radiación entre las superficies de un recinto, y al tratar este intercambio introdujimos el concepto de factor

de forma. Como el conocimiento de esta cantidad geométrica es esencial para determinar el intercambio de radiación entre cualesquier dos superficies difusas, se debe familiarizar con los medios con los que se puede determinar. También debe ser experto en llevar a cabo cálculos de radiación para un recinto de superficies *isotérmicas*, *opacas*, *difusas*, y *grises* de *radiosidad* e *irradiación uniformes*. Además se debe familiarizar con los resultados que se aplican a casos simples como el recinto de dos superficies o el de tres superficies con una superficie rerradiante.

Bibliografía

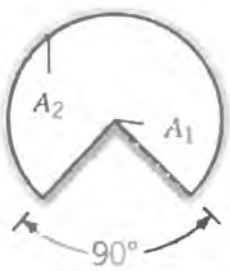
1. Hamilton, D. C. y W. R. Morgan, "Radiant Interchange Configuration Factors", National Advisory Committee for Aeronautics, Nota técnica 2836, 1952.
2. Eckert, E. R. G., "Radiation: Relations and Propeties", en W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett, eds., *Handbook of Heat Transfer*, 2a ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1973.
3. Siegel, R., y J. R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1981.
4. Howell J. R., *A Catalog of Radiation Configuration Factors*, McGraw-Hill, Nueva York, 1982.
5. Oppenheim, A. K., *Trans. ASME*, **65**, 725, 1956.
6. Hottel, H. C., y A. F. Sarofim, *Radiative Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1967.
7. Tien, C. L., "Thermal Radiation Properties of Gases", en J. P. Hartnett y T. F. Irvine, eds., *Advances in Heat Transfer*, vol. 5, Academic Press, Nueva York, 1968.
8. Sparrow, E. M., "Radiant Interchange Between Surfaces Separated by Nonabsorbing and Nonemitting Media", en W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett, eds., *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1973.
9. Dunkle, R. V., "Radiation Exchange in an Eclosure with a Participating Gas", en W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett, eds., *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York 1973.
10. Sparrow, E. M. y R. D. Cess, *Radiation Heat Transfer*, Hemisphere Publishing, Nueva York, 1978.
11. Edwards, D. K., *Radiation Heat Transfer Notes*, Hemisphere Publishing, Nueva York 1981.
12. Hottel, H. C., "Radiant-Heat Transmission", en W. H. McAdams, ed., *Heat Transmission*, 3a ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1954.

Problemas

Factores de forma

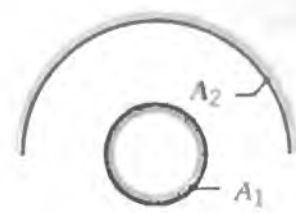
13.1 Determine F_{12} y F_{21} para las siguientes configuraciones con el uso del teorema de reciprocidad y otras relaciones básicas del factor de forma. No use tablas ni gráficas.

(a) Ducto largo



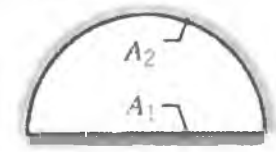
(*a*)

(b) Esfera pequeña de área A_1 bajo un hemisferio concéntrico de área $A_2 = 2A_1$



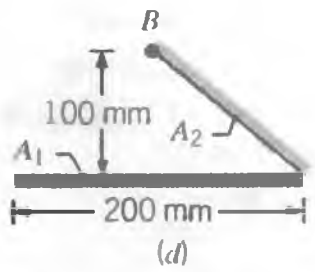
(*b*)

(c) Ducto largo. ¿Cuál es F_{22} para este caso?



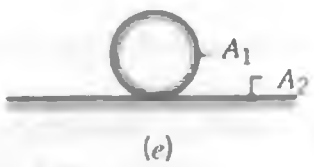
(*c*)

(d) Placas largas inclinadas (el punto B está directamente arriba del centro de A_1)



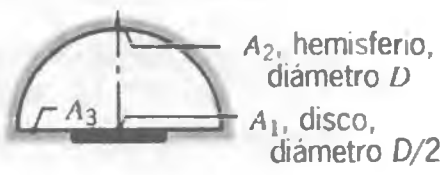
(d)

(e) Esfera sobre un plano infinito



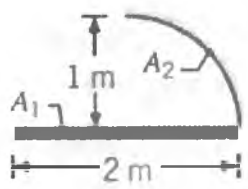
(e)

(f) Arreglo hemisferio-disco



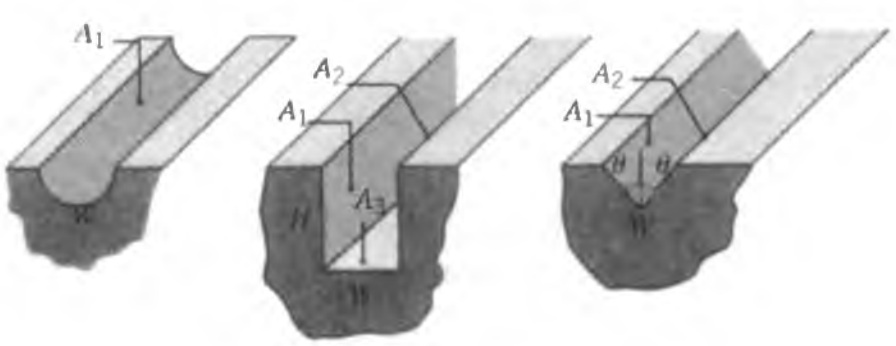
(f)

(g) Canal abierto, largo



(g)

13.2 Considere los siguientes canales, cada uno de longitud W, fabricados en un bloque de material sólido.

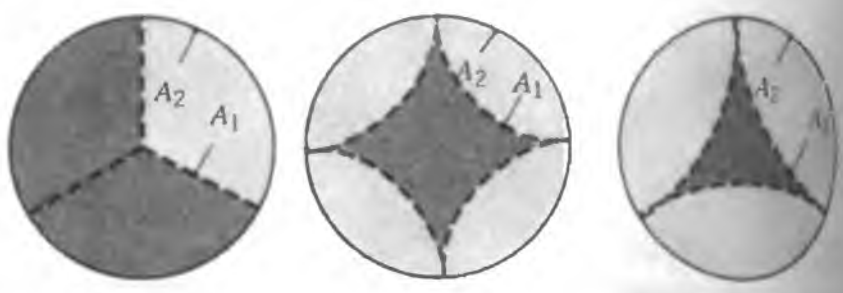


(a) Para cada caso obtenga una expresión para el factor de forma del canal con respecto a los alrededores fuera del canal.

(b) Para el canal en V, obtenga una expresión para el factor de forma F_{12}, donde A_1 y A_2 son superficies opuestas.

(c) Si $H = 2W$ en el canal rectangular, ¿cuál es el factor de forma F_{12}?

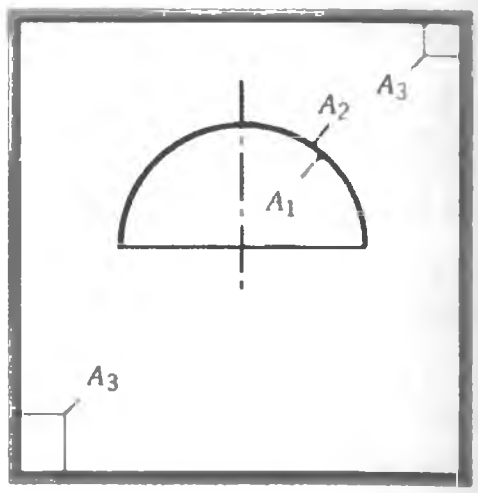
13.3 Considere un tubo cilíndrico grande que tiene un área superficial interna A_2. Las superficies representadas por las líneas punteadas (A_1) en los dibujos están insertadas en el tubo. Las superficies curvas (b, c) están formadas por segmentos cilíndricos tangentes entre ellos en sus puntas.



(a) (b) (c)

Determine los factores de forma F_{12} y F_{21} para cada uno de los arreglos.

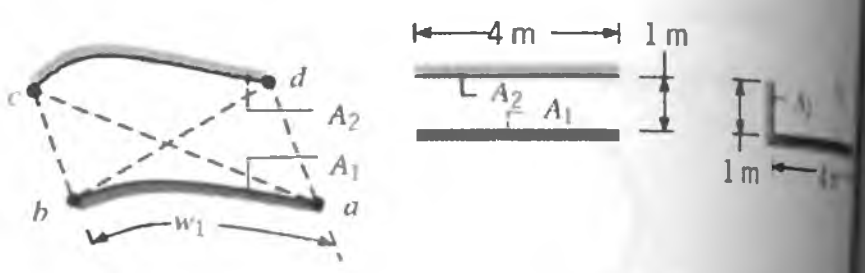
13.4 Una capa metálica hemisférica delgada de diámetro $D = 0.8$ m se suspende dentro de un recinto de 1.5 m cúbicos.



Determine los factores de forma F_{11}, F_{22}, y F_{33}.

13.5 El método de "cuerdas cruzadas" de Hottel [12] proporciona un medio simple para calcular los factores de forma entre superficies que son de extensión infinita en una dirección. Para dos de tales superficies (a) con vistas no obstruidas entre ellas, el factor de forma tiene la configuración

$$F_{12} = \frac{1}{2w_1}[(ac + bd) - (ad + bc)]$$



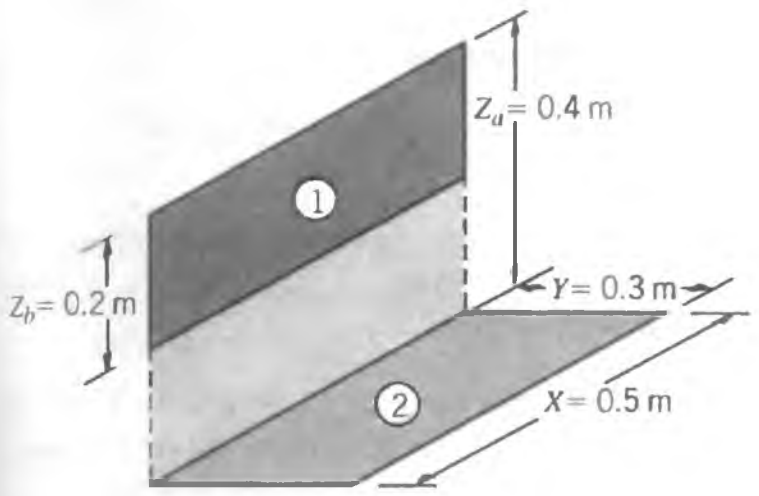
(a) (b)

Use este método para evaluar los factores de forma F_{12} para los dibujos (b) y (c). Compare sus resultados

con los de las gráficas y expresiones analíticas apropiadas.

13.6 Considere las dos superficies difusas que se muestran en el ejemplo 13.1. Comience con la definición general de $F_{ij} = q''_{i\to j}/J_i$, muestre que cuando $L \gg D$, el factor de forma para un elemento de área pequeña (i) a un disco (j) es $F_{ij} = D^2/4L^2$. ¿Cómo se compara esto con el resultado del ejemplo 13.1?

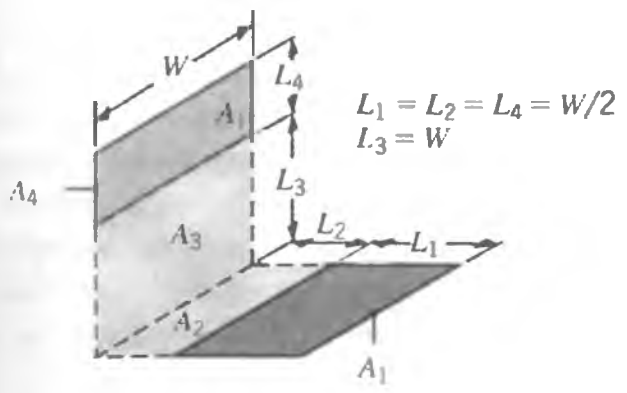
13.7 Considere los rectángulos perpendiculares que se muestran en el esquema.



(a) Determine el factor de forma F_{12}.

(b) Para anchos de rectángulo de $X = 0.5$, 1.5, y 5 m, grafique F_{12} como función de Z_b para $0.05 \le Z_b \le 0.4$ m. Compare sus resultados con el factor de forma que se obtuvo para la relación bidimensional para placas perpendiculares con un extremo común (tabla 13.1).

13.8 La relación de reciprocidad, la regla de la suma, y las ecuaciones 13.5 a 13.7 se pueden usar para desarrollar relaciones del factor de forma que permitan la aplicación de la figura 13.4 y/o la 13.6 a configuraciones más complejas. Considere el factor de forma F_{14} para las superficies 1 a 4 de la siguiente geometría. Estas superficies son perpendiculares pero no comparten un extremo común.

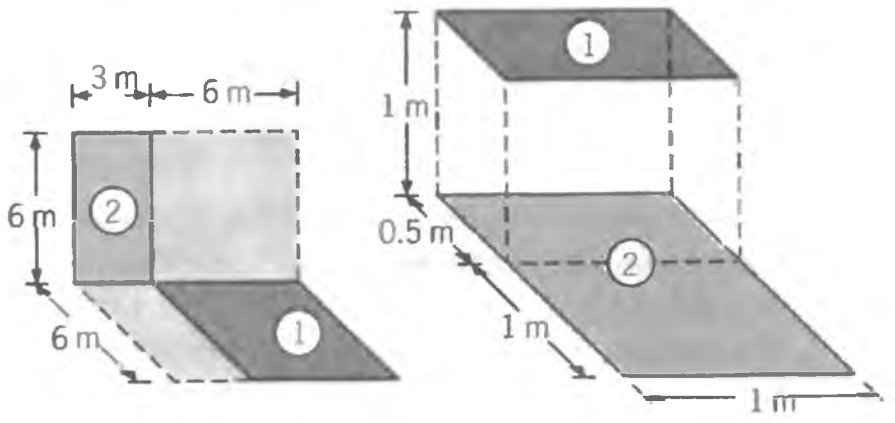


(a) Obtenga la siguiente expresión para el factor de forma F_{14}:

$$F_{14} = \frac{1}{A_1}\left[(A_1 + A_2)F_{(1,2)(3,4)} + A_2F_{23} - (A_1 + A_2)F_{(1,2)3} - A_2F_{2(3,4)}\right]$$

(b) Si $L_1 = L_2 = L_4 = (W/2)$ y $L_3 = W$, ¿cuál es el valor de F_{14}?

13.9 Determine el factor de forma, F_{12}, para los rectángulos que se muestran.



(a) Rectángulos perpendiculares sin una orilla común.

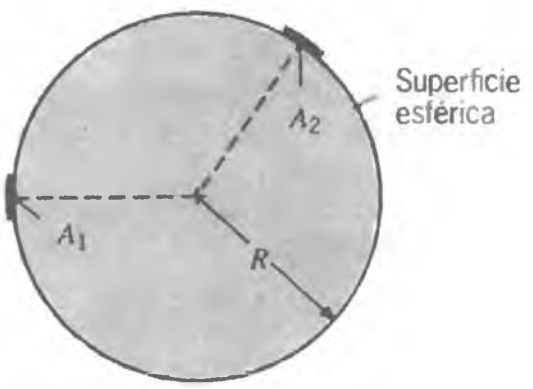
(b) Rectángulos paralelos de áreas desiguales.

13.10 Para una superficie emisora difusa, muestre que F_ω, la razón de la potencia radiante emitida en un ángulo sólido, ω, alrededor de la normal superficial a la potencia emisiva de la superficie, tiene la forma

$$F_\omega = 1 - \cos^2\theta = \frac{\omega}{2\pi}\left(2 - \frac{\omega}{2\pi}\right)$$

donde θ es el ángulo plano medido de la normal a la superficie.

13.11 Considere dos superficies difusas A_1 y A_2 sobre el interior de un recinto esférico de radio R. Con el uso de los siguientes métodos, derive una expresión para el factor de forma F_{12} en términos de A_2 y R.

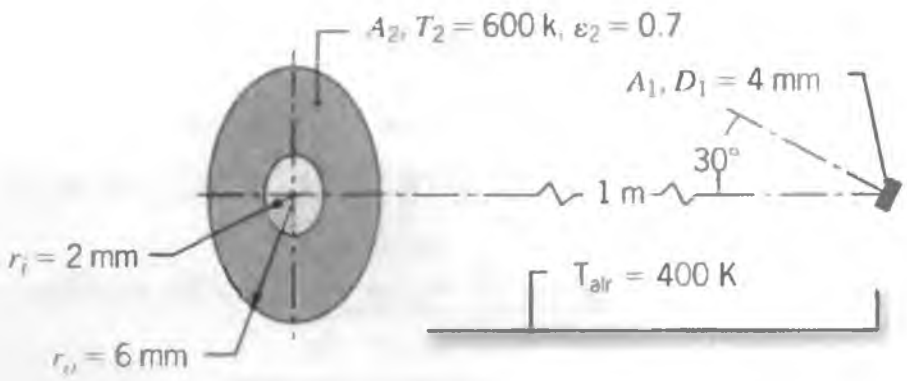


(a) Encuentre F_{12} comenzando con la expresión $F_{ij} = q_{i\to j}/A_i J_i$.

(b) Encuentre F_{12} con el uso del factor de forma integral, ecuación 13.1.

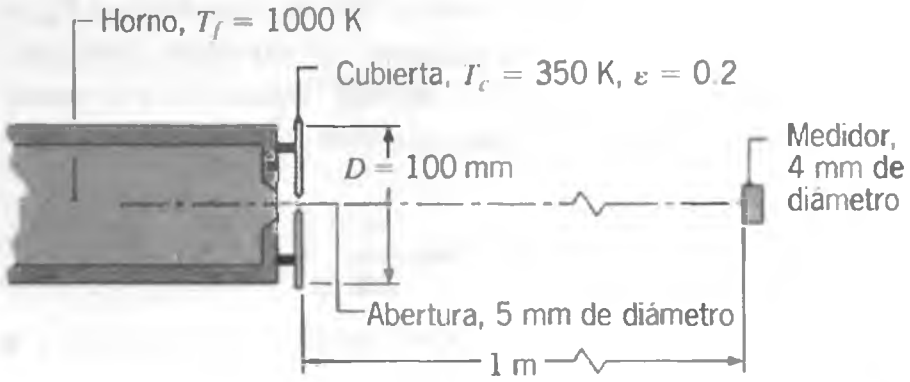
13.12 Como se muestra en el dibujo, considere el disco A_1 que se localiza coaxilamente a 1 m de distancia, pero inclinado 30° respecto a la normal, del disco en forma de anillo A_2.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral



¿Cuál es la irradiación sobre A_1 debido a la radiación desde A_2, que es una superficie gris, difusa, con una emisividad de 0.7?

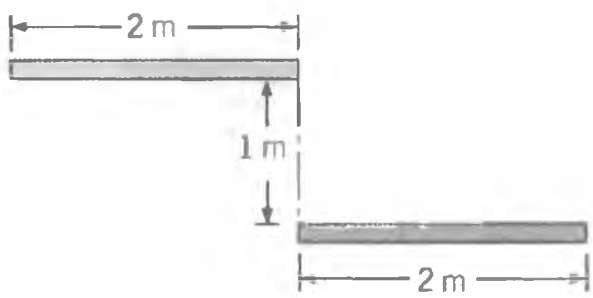
13.13 Un medidor del flujo de calor de 4 mm de diámetro se coloca normal hacia la abertura de 5 mm de diámetro de un horno de cuerpo negro a 1000 K, y a 1 m de dicha abertura. La capa cubierta gris, difusa, ($\varepsilon = 0.2$) del horno tiene un diámetro externo de 100 mm y su temperatura es 350 K. El horno y el medidor se localizan en cuarto grande cuyas paredes tienen una emisividad de 0.8 y están a 300 K.



(a) ¿Cuál es la irradiación sobre el medidor, G_g(W/m^2), considerando únicamente la emisión proveniente de la abertura del horno?

(b) ¿Cuál es la irradiación sobre el medidor debido a la radiación desde la cubierta y la abertura?.

13.14 Considere los planos paralelos de extensión infinita normales a la página con sus extremos alineados como se muestra en el dibujo.

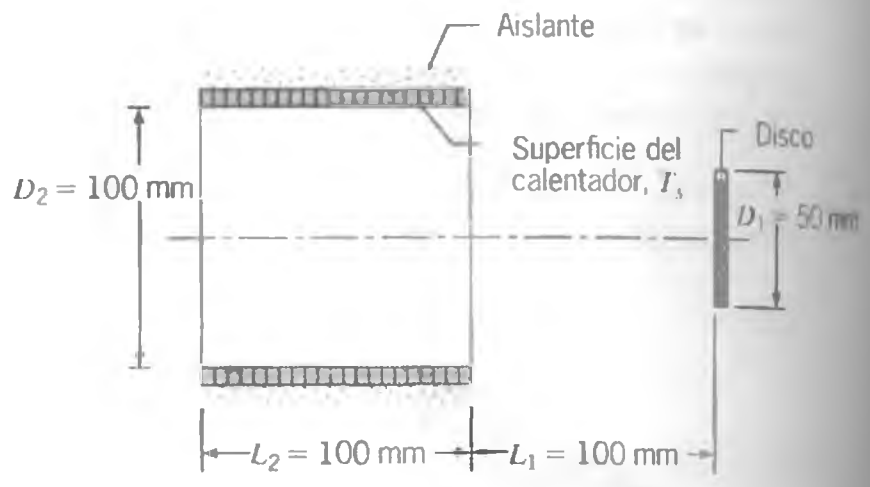


(a) Con el uso de relaciones del factor de forma apropiados y los resultados para planos paralelos opuestos, desarrolle una expresión para el factor de forma F_{12}.

(b) Utilice el método de cuerdas cruzadas de Hottel que se describe en el problema 13.5 para determinar el factor de forma.

Intercambio de radiación de cuerpo negro

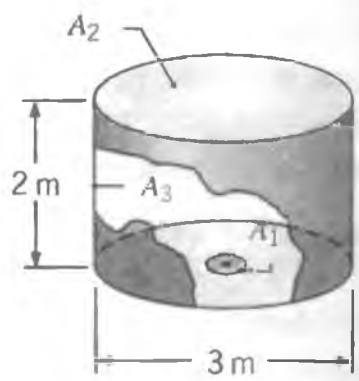
13.15 Un calentador tubular con una superficie interior negra de temperatura uniforme $T_s = 1000$ K, irradia un disco coaxial.



(a) Determine la potencia radiante del calentador que incide sobre el disco, $q_{s \to 1}$. ¿Cuál es la irradiación sobre el disco, G_1?

(b) Para diámetros de disco $D_1 = 25$, 50, y 100 mm, grafique $q_{s \to 1}$ y G_1 como función de la distancia de separación L_1 para $0 \le L_1 \le 200$ mm.

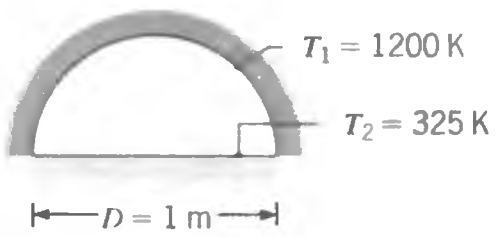
13.16 Considere el arreglo de tres superficies negras que se muestra, donde A_1 es pequeña comparada con A_2 o A_3.



Determine el valor de F_{13}. Calcule la transferencia neta de calor por radiación de A_1 a A_3 si $A_1 = 0.05$ m^2, $T_1 = 1000$ K, y $T_3 = 500$ K.

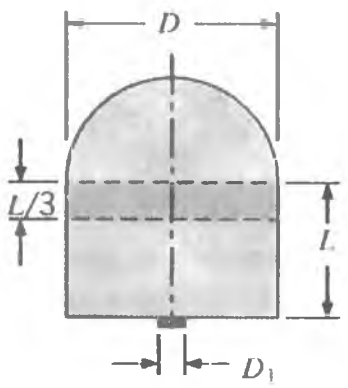
13.17 Dos discos paralelos perfectamente negros de 1 m de diámetro están separados una distancia de 0.25 m. Un disco se mantiene a 60°C y el otro a 20°C. Los discos se colocan en un cuarto grande cuyas paredes están a 40°C. Suponga que las superficies exteriores de los discos (las superficies que no están frente a frente) están muy bien aisladas. Determine el intercambio neto de radiación entre los discos. Determine también el intercambio neto de radiación entre los discos y el cuarto.

13.18 Un horno de secado consiste en un ducto semicircular largo, de diámetro $D = 1$ m.



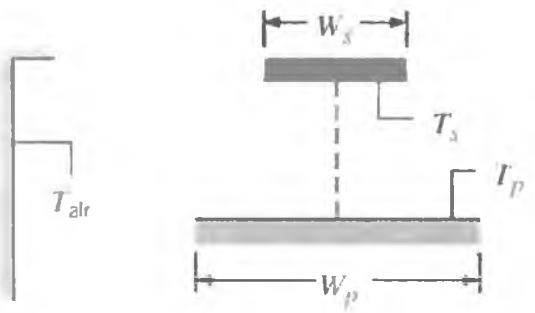
Los materiales a secar cubren la base del horno, mientras que la pared se mantiene a 1200 K. ¿Cuál es el flujo de secado por unidad de longitud del horno (kg/s · m) si una capa de material cubierta de agua se mantiene a 325 K durante el proceso de secado? Se puede suponer comportamiento de cuerpo negro para la superficie de agua y para la pared del horno.

13.19 Un disco circular de diámetro $D_1 = 20$ mm se localiza en la base de un recinto que tiene una pared lateral cilíndrica y un domo hemisférico. El recinto tiene un diámetro $D = 0.5$ m, y la altura de la sección cilíndrica es $L = 0.3$ m. El disco y la superficie del recinto son negros y tienen temperaturas de 1000 y 300 K, respectivamente.



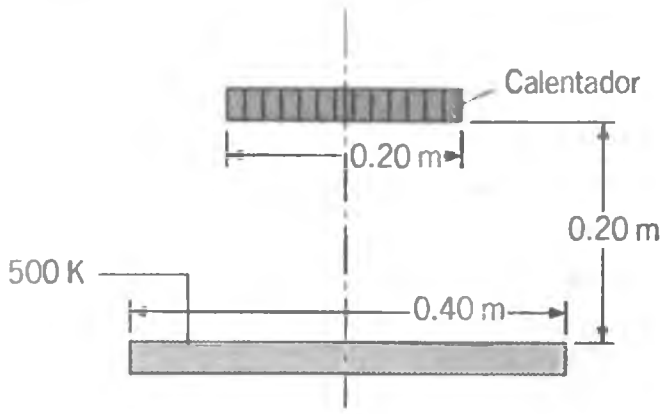
¿Cuál es el intercambio neto de calor por radiación entre el disco y el domo hemisférico? ¿Cuál es el intercambio neto de radiación entre el disco y el tercio superior de la sección cilíndrica?

13.20 Un arreglo para curar el recubrimiento superficial de un panel implica colocar el panel bajo una fuente de radiación plana paralela y a la mitad del panel. El panel y la fuente se pueden aproximar como cuerpos negros a temperaturas $T_p = 600$ K y $T_s = 1000$ K, respectivamente. El panel y la fuente tienen anchos $W_p = 0.30$ m y $W_s = 0.15$ m, son muy largos (en la dirección perpendicular al papel), y están separadas por una distancia $L = 0.15$ m.

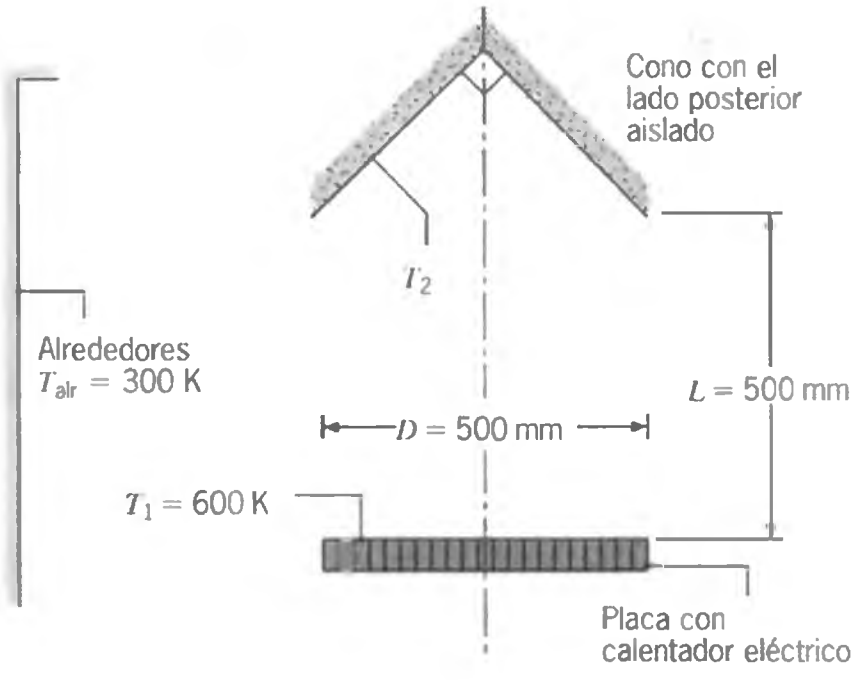


Si la región entre el panel y la fuente no está cerrada, pero se expone a alrededores a 300 K, ¿cuál es la rapidez a la que se debe suministrar potencia eléctrica a la fuente de radiación por unidad de longitud (perpendicular al papel)? Se pueden ignorar los efectos de convección. Si la región entre el panel y la fuente está encerrada por paredes laterales adiabáticas, ¿cuál es el requerimiento de potencia eléctrica por unidad de longitud de la fuente de radiación? Una vez más, se pueden ignorar los efectos de convección.

13.21 Considere discos negros paralelos, coaxiales, separados una distancia de 0.20 m. El disco inferior de diámetro 0.40 m se mantiene a 500 K y los alrededores están a 300 K. ¿Qué temperatura alcanzará el disco superior de diámetro 0.20 m si se suministran 17.5 W de potencia eléctrica al calentador en el lado posterior del disco?



13.22 Una placa circular de 500 mm de diámetro se mantiene a $T_1 = 600$ K y se coloca de forma coaxial a una forma cónica. El lado posterior del cono está bien aislado. La placa y el cono, cuyas superficies son negras, se colocan en un recinto al vacío cuyas paredes están a 300 K.

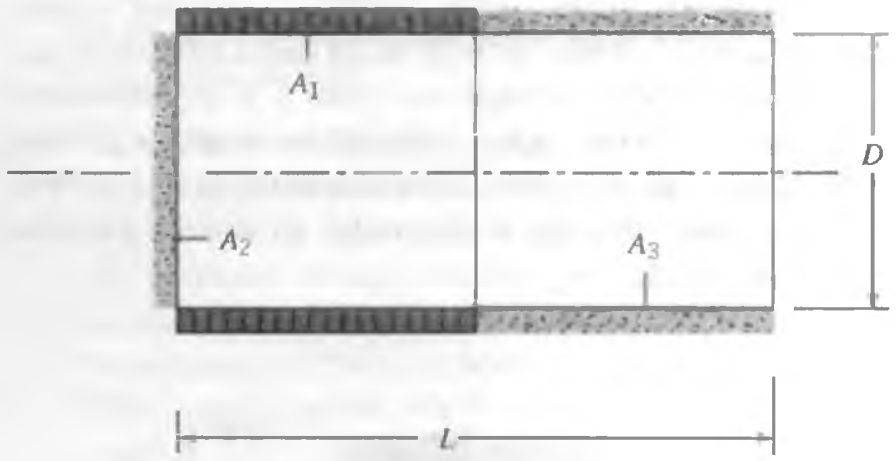


(a) ¿Cuál es la temperatura de la superficie cónica, T_2?

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

(b) ¿Cuál es la potencia eléctrica que se requeriría para mantener la placa circular a 600 K?

13.23 Se construye un horno en tres secciones, que incluyen una sección circular (2) una cilíndrica (3), así como una sección cilíndrica intermedia (1) con calentadores de resistencia eléctrica empotrados. La longitud y diámetro globales son 200 mm y 100 mm, respectivamente, y las secciones cilíndricas son de igual longitud. Los alrededores están a 300 K.

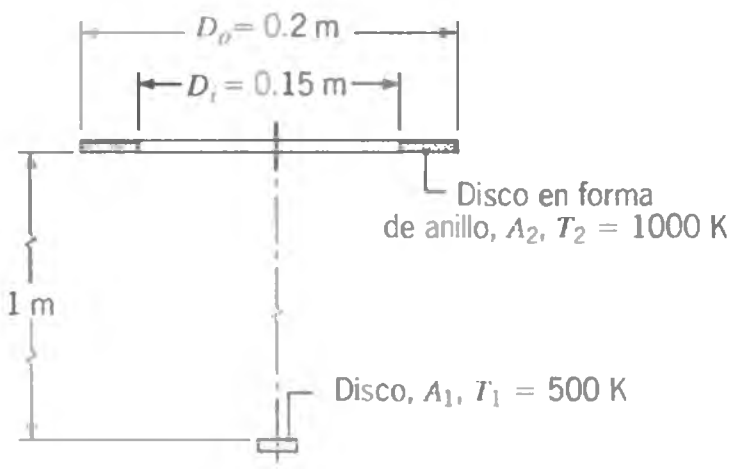


(a) Si todas las superficies son negras, determine la potencia eléctrica, q_1, que se requiere para mantener la sección caliente a 1000 K.

(b) ¿Cuáles son las temperaturas de las secciones aisladas, T_2 y T_3?

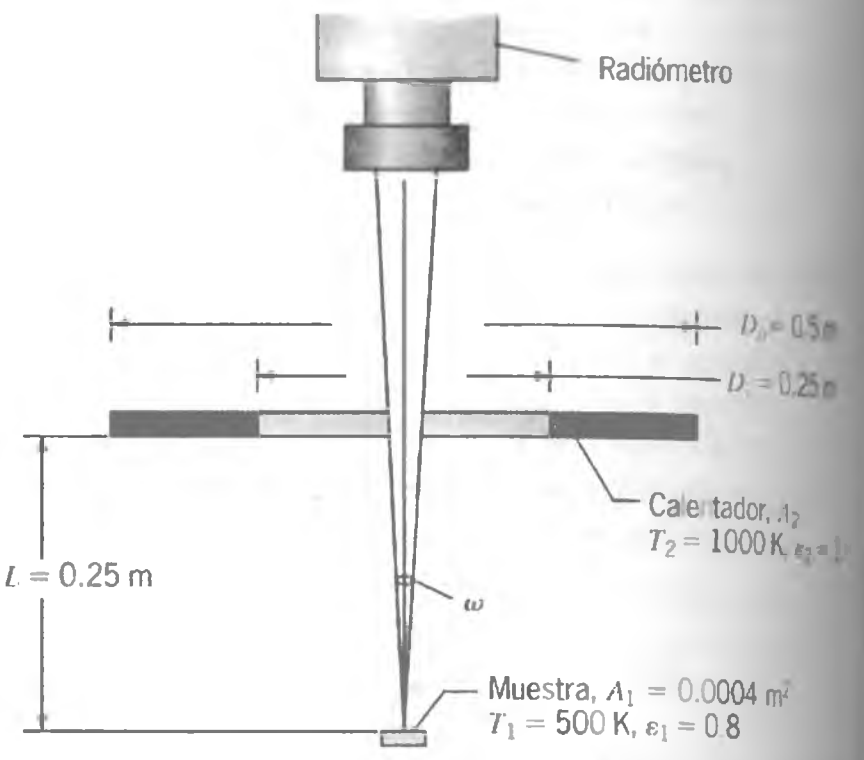
(c) Para $D = 100$ mm, genere una gráfica de q_1, T_2, y T_3 como funciones de la razón longitud a diámetro, con $1 \leq L/D \leq 5$.

13.24 En el arreglo que se muestra, el disco inferior tiene un diámetro de 30 mm y una temperatura de 500 K. La superficie superior, que está a 1000 K, es un disco en forma de anillo con diámetros interior y exterior de 0.15 m y 0.2 m. Esta superficie superior está alineada con el disco inferior, paralela al mismo y separada de él por una distancia de 1 m.



Suponiendo que ambas superficies son cuerpos negros, calcule sus intercambios netos de calor radiativo.

13.25 Un radiómetro ve un pequeño objetivo (1) que se calienta con un calentador de disco en forma de anillo (2). El objetivo tiene un área $A_1 = 0.0004$ m^2, una temperatura $T_1 = 500$ K, y una emisividad gris, difusa, de $\varepsilon_1 = 0.8$. El calentador opera a $T_2 = 1000$ K y tiene una superficie negra. El radiómetro ve el área completa de la muestra con un ángulo sólido $\omega = 0.0008$ sr.



(a) Escriba una expresión para la potencia radiante que sale del objetivo, que el radiómetro colecta, en términos de la radiosidad del objetivo J_1 y de los parámetros geométricos relevantes. Expréselo en forma simbólica.

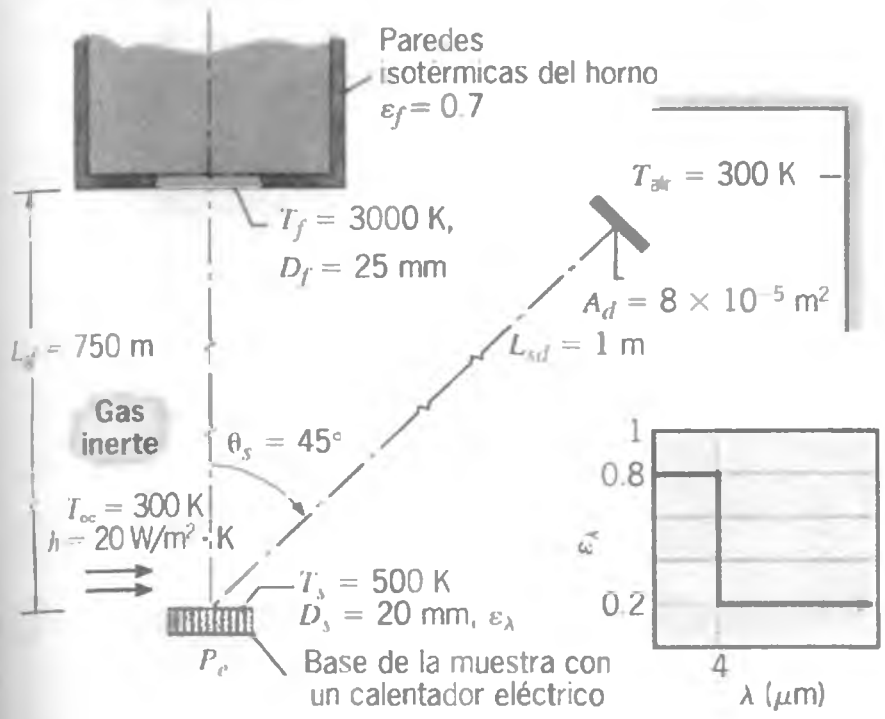
(b) Escriba una expresión para la radiosidad del objetivo J_1 en términos de su irradiación, potencia emisiva y propiedades radiativas apropiadas. Déjela en forma simbólica.

(c) Escriba una expresión para la irradiación sobre el objetivo, G_1, debido a la emisión del calentador en términos de la potencia emisiva del calentador, el área del calentador, y un factor de forma apropiado. Use esta expresión para evaluar G_1 de forma numérica.

(d) Use las expresiones anteriores y los resultados para determinar la potencia radiante colectada por el radiómetro.

13.26 Una muestra calentada eléctricamente se mantiene a una temperatura superficial $T_s = 500$ K. El recubrimiento de la muestra es difuso pero espectralmente selectivo, con la distribución de emisividad espectral que se muestra de forma esquemática. La muestra se irradia con un horno que se localiza coaxialmente a una distancia $L_{sf} = 750$ mm. El horno tiene paredes isotérmicas con una emisividad $\varepsilon_f = 0.7$ y una tempe-

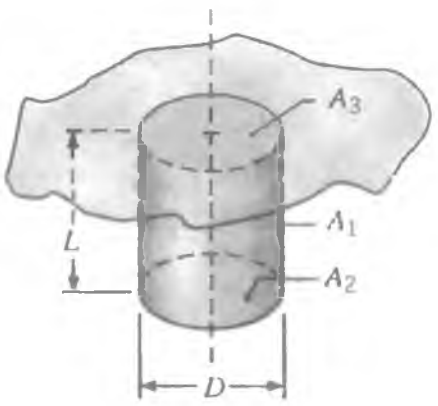
ratura uniforme $T_f = 3000$ K. Un detector de radiación de área $A_d = 8 \times 10^{-5}$ m^2 se coloca a una distancia $L_{sd} = 1.0$ m de la muestra a lo largo de una dirección a 45° de la normal a la nuestra. El detector es sensible a la potencia radiante espectral sólo en la región espectral de 3 a 5 μm. La superficie de la muestra experimenta convección con un gas para el que $T_\infty = 300$ K y $h = 20$ W/m$^2 \cdot$ K. Los alrededores de la base de la muestra son grandes y están a una temperatura uniforme $T_{alr} = 300$ K.



(a) Determine la potencia eléctrica, P_e, que se requiere para mantener la muestra a $T_s = 500$ K.

(b) Considerando la emisión y la irradiación reflejada de la muestra, determine la potencia radiante que incide sobre el detector en la región espectral de 3 a 5 μm.

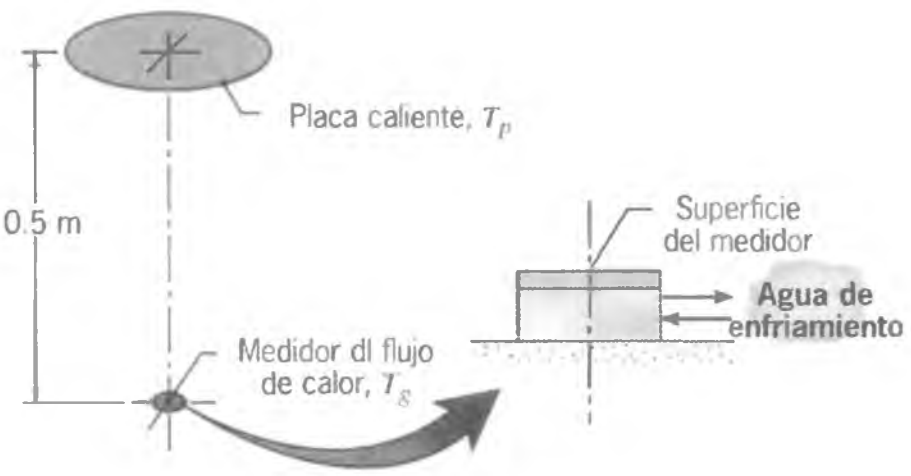
13.27 Considere la cavidad cilíndrica de diámetro D y longitud L que mantiene las superficies lateral (A_1) e inferior (A_2) a las temperaturas T_1 y T_2, respectivamente. Suponiendo que A_1 y A_2 emiten como cuerpos negros, desarrolle una expresión para la potencia emisiva de la abertura de la cavidad A_3 en términos de T_1, T_2, y el factor de forma F_{13}.



13.28 Una cavidad cilíndrica de diámetro D y profundidad L se fabrica en un bloque de metal, y las condiciones son tales que las superficies de la base y lateral de la cavidad se mantienen a $T_1 = 1000$ K y $T_2 = 700$ K, respectivamente. Aproximando las superficies como negras, determine la potencia emisiva de la cavidad si $L = 20$ mm y $D = 10$ mm.

13.29 Dos placas paralelas de 1 × 1 m, aisladas en sus lados posteriores y separadas 1 m, se pueden aproximar como cuerpos negros a 500 y 750 K. Las placas se localizan en un cuarto cuyas paredes se mantienen a 300 K. Determine la transferencia neta de calor radiativa desde cada placa y la transferencia neta de calor radiativa hacia las paredes del cuarto.

13.30 El arreglo que se muestra se usará para calibrar un medidor de flujo de calor, el medidor tiene una superficie negra de 10 mm de diámetro y se mantiene a 17°C por medio de una placa de apoyo enfriada por agua. El calentador de 200 mm de diámetro tiene una superficie negra que se mantiene a 800 K y se localiza a 0.5 m del medidor. Los alrededores y el aire están a 27°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre el medidor y el aire es 15 W/m$^2 \cdot$ K.



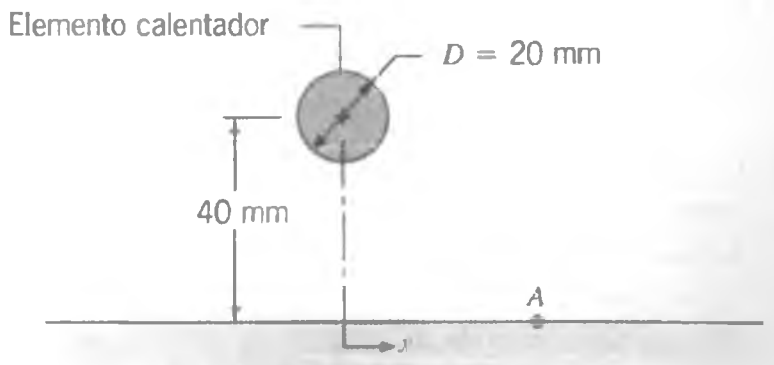
(a) Determine el intercambio neto de radiación entre el calentador y el medidor.

(b) Determine la transferencia neta de radiación hacia el medidor por unidad de área del medidor.

(c) ¿Cuál es la transferencia neta de calor hacia el medidor por unidad de área del medidor?

(d) Si el medidor se construye de acuerdo con la descripción del problema 3.92, ¿qué flujo de calor indicará?

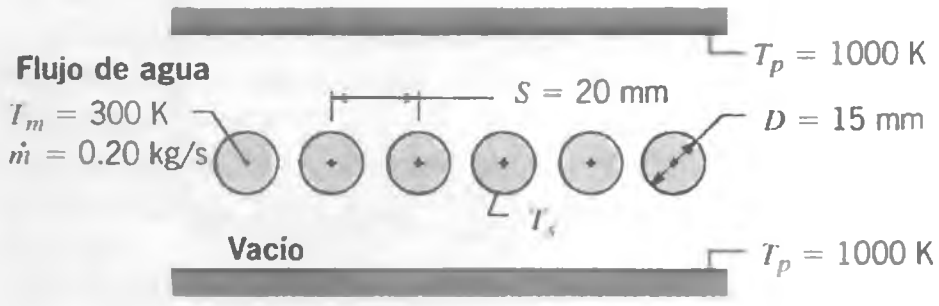
13.31 Un elemento calentador cilíndrico largo de 20 mm de diámetro que opera a 700 K en el vacío se coloca a 40 mm de una pared aislada.



DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Suponga que la conductividad térmica de la pared es muy baja y que el elemento y la pared son negros, estime la temperatura máxima alcanzada por la pared cuando los alrededores están a 300 K. Estime la temperatura de la pared en el punto A, donde $x = 40$ mm.

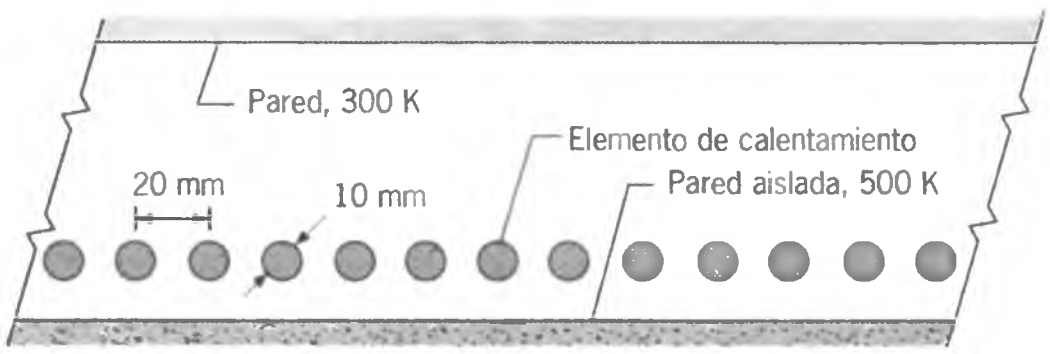
13.32 El agua que fluye a través de un número grande de tubos largos circulares de pared delgada se calienta por medio de placas paralelas calientes arriba y abajo del arreglo de tubos. El espacio entre las placas está al vacío, y las superficies de las placas y tubos se pueden aproximar como cuerpos negros.



(a) Ignore las variaciones axiales, determine la temperatura superficial de los tubos, T_s, si el agua fluye a través de cada tubo a un flujo de masa de $\dot{m} = 0.20$ kg/s y una temperatura media de $T_m = 300$ K.

(b) Calcule y grafique la temperatura superficial como función del flujo másico para $0.05 \leq \dot{m} \leq 0.25$ kg/s.

13.33 Una hilera de elementos cilíndricos de calentamiento regularmente espaciados se usa para mantener una pared de horno aislada a 500 K. La pared opuesta está a una temperatura uniforme de 300 K.



La pared aislada experimenta convección con aire a 450 K y un coeficiente de convección de 200 W/m^2 · K. Suponga que las paredes y elementos son negros, estime la temperatura de operación que se requiere para los elementos.

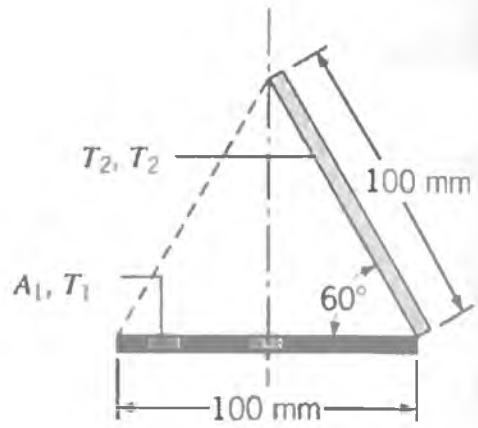
13.34 Un proceso de producción requiere calentar varillas largas de cobre, que están cubiertas con una película delgada con $\varepsilon = 1$, colocándolas en un gran horno al vacío cuya superficie se mantiene a 1650 K. Las varillas son de 10 mm de diámetro y se colocan en el horno con una temperatura inicial de 300 K.

(a) ¿Cuál es la rapidez de cambio inicial de la temperatura de las varillas?

(b) ¿Cuánto tiempo deben permanecer las varillas en el horno para alcanzar una temperatura de 1000 K?

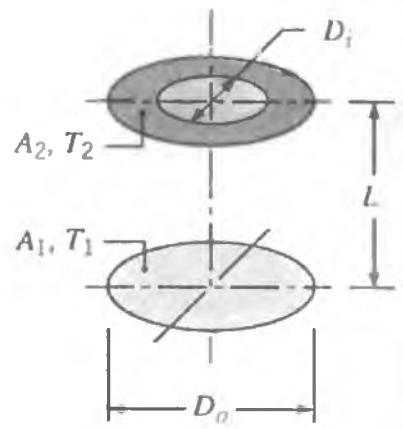
(c) El proceso de calentamiento se puede acelerar al enviar los gases de combustión también a 1650 K a través del horno. Para coeficientes de convección de 10, 100, y 500 W/m^2 · K, determine el tiempo que se requiere para que las varillas alcancen 1000 K.

13.35 Considere las superficies negras inclinadas muy largas (A_1, A_2) que se mantienen a temperaturas uniformes de $T_1 = 1000$ K y $T_2 = 800$ K.



Determine el intercambio neto de radiación entre las superficies por unidad de longitud de las superficies. Considere la configuración cuando una superficie negra (A_3), cuyo lado posterior está aislado, se coloca a lo largo de la línea punteada que se muestra. Calcule la transferencia neta de radiación a la superficie A_2 por unidad de longitud de la superficie y determine la temperatura de la superficie aislada A_3.

13.36 Dos discos planos coaxiales están separados por una distancia $L = 0.20$ m. El disco inferior (A_1) es sólido con un diámetro $D_o = 0.80$ m y una temperatura $T_1 = 300$ K. El disco superior (A_2), a temperatura $T_2 = 1000$ K, tiene el mismo diámetro exterior, pero tiene forma de anillo con un diámetro interior $D_i = 0.40$ m. Suponiendo que los discos son cuerpos negros, calcule el intercambio neto de calor radiativo entre ellos.



13.37 Una pista de patinaje de hielo de 25 m de diámetro está encerrada en un domo hemisférico de 35 m de diá-

metro. Si las superficies del hielo y del domo se pueden aproximar como cuerpos negros y están a 0 y 15°C, respectivamente, ¿cuál es la transferencia neta radiativa del domo a la pista.

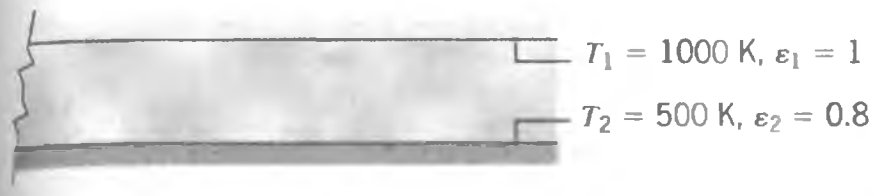
13.38 Un tubo redondo con un diámetro de 0.75 m y longitud de 0.33 m tiene un calentador eléctrico envuelto alrededor del lado externo, y una capa pesada de aislante se envuelve sobre la combinación tubo-calentador. El tubo está abierto en ambos extremos y se suspende en una cámara grande de vacío cuyas paredes están a 27°C. La superficie interior del tubo es negra y se mantiene a una temperatura uniforme de estado estable de 127°C.

(a) Determine la potencia eléctrica P_e que se debe suministrar al calentador.

(b) Para temperaturas del tubo de 127, 177 y 227°C, grafique P_e como función de la longitud del tubo L en un alcance de 25 a 250 mm.

Recintos de superficies grises difusas

13.39 Considere dos placas paralelas muy largas con superficies grises difusas.



Determine la irradiación y radiosidad para la placa superior. ¿Cuál es el intercambio neto de radiación entre las placas por unidad de área de las placas?

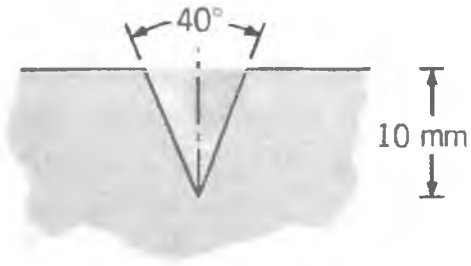
13.40 Un hoyo con fondo plano de 6 mm de diámetro se perfora a una profundidad de 24 mm en un material gris difuso que tiene una emisividad de 0.8 y temperatura uniforme de 1000 K.

(a) Determine la potencia radiante que sale de la abertura de la cavidad.

(b) La emisividad efectiva ε_e de una cavidad se define como la razón de la potencia radiante que sale de la cavidad a la de un cuerpo negro que tiene el área de la abertura de la cavidad y la temperatura de las superficies internas de la cavidad. Calcule la emisividad efectiva de la cavidad que se describe arriba.

(c) Si la profundidad del hoyo aumenta, ¿ε_e aumentaría o disminuiría? ¿Cuál es el límite de ε_e conforme aumenta la profundidad?

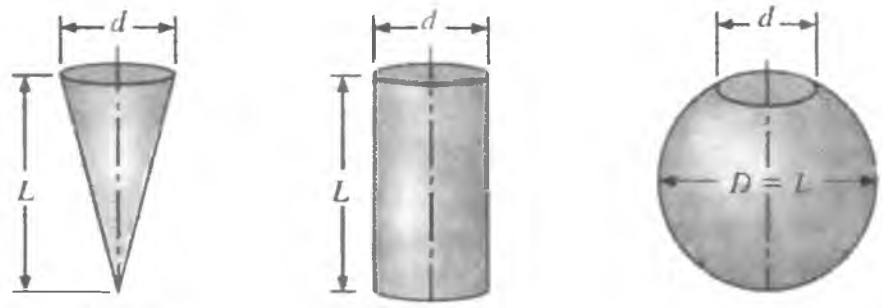
13.41 Considere un canal en V largo de 10 mm de profundidad labrado en un bloque que se mantiene a 1000 K.



Si las superficies del canal son difusas y grises con una emisividad de 0.6, determine el flujo radiante que sale del canal a sus alrededores. También determine la emisividad efectiva de la cavidad, definida en el problema 13.40.

13.42 Considere un hoyo con fondo plano de 10 mm de diámetro, que se perfora a una profundidad de 40 mm en un bloque metálico de emisividad $\varepsilon = 0.7$. Si el bloque se mantiene a 1000 K, ¿cuál es la rapidez a la que sale la radiación del hoyo? ¿Cuál es la emisividad efectiva, o aparente, del hoyo, definida en el problema 13.40?

13.43 Considere las cavidades formadas por un cono, cilindro, y esfera que tienen el mismo tamaño de abertura (d) y dimensión principal (L), como se muestra en el diagrama.

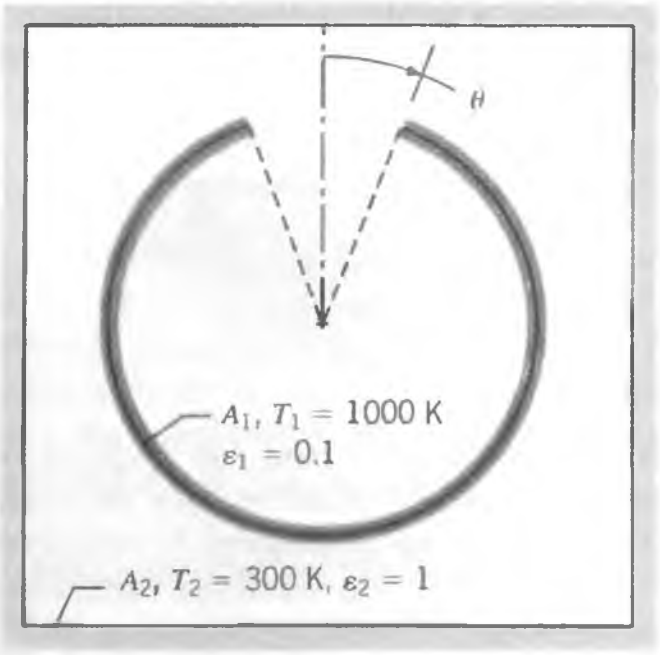


(a) Encuentre el factor de forma entre la superficie interna de cada cavidad y la abertura de la cavidad.

(b) Encuentre la emisividad efectiva de cada cavidad, ε_e, que se define en el problema 13.40; suponga que las paredes internas son difusas y grises con una emisividad de ε_w.

(c) Para cada emisividad de cavidad y pared ε_w = 0.5, 0.7 y 0.9, grafique ε_e como función de la razón de la dimensión principal al tamaño de la abertura, L/d, en un margen de 1 a 10.

13.44 Un tubo muy largo ($L \gg 1$ m), de pared delgada gris difusa de 1 m de radio está contenido dentro de un ducto negro con una sección transversal cuadrada de 3.2 × 3.2 m. La parte superior del tubo está abierta, como se muestra en el esquema.



(a) Para $\theta = 45°$, determine la transferencia neta de calor radiante por unidad de longitud de tubo de la abertura, q_1/L, y la emisividad efectiva de la abertura, ε_{efe}.

(b) Para $0 \leq \theta \leq 180°C$, grafique q_1/L y ε_{efe} como función de θ.

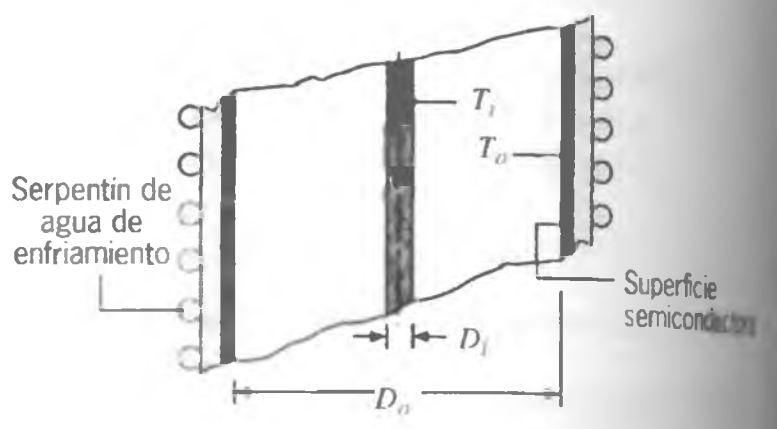
13.45 Considere una cavidad cilíndrica de 100 mm de diámetro y 50 mm de profundidad cuyas paredes son difusas y grises con una emisividad de 0.6 y que tienen una temperatura uniforme de 1500 K. Suponga que los alrededores de la abertura de la cavidad son muy grandes y están a 300 K, calcule la transferencia neta de radiación desde la cavidad.

13.46 Un tubo horizontal de pared delgada de 100 mm de diámetro se mantiene a 120°C mediante el paso de vapor por su interior. Se instala un escudo de radiación alrededor del tubo, lo que proporciona un hueco de aire de 10 mm entre el tubo y el escudo, y alcanza una temperatura superficial de 35°C. El tubo y el escudo son superficies grises, difusas, con emisividades de 0.80 y 0.10, respectivamente. ¿Cuál es la transferencia de calor radiante del tubo por unidad de longitud?

13.47 Un conductor eléctrico muy largo de 10 mm de diámetro es concéntrico con un tubo cilíndrico enfriado de 50 mm de diámetro cuya superficie es gris y difusa con una emisividad de 0.9 y temperatura de 27°C. El conductor eléctrico tiene una superficie gris, difusa, con una emisividad de 0.6 y disipa 6.0 W por metro de longitud. Suponiendo que el espacio entre las dos superficies está al vacío, calcule la temperatura superficial del conductor.

13.48 Bajo la operación de estado estable un bulbo de luz incandescente tiene una temperatura superficial de 135°C cuando el aire ambiente está a una temperatura de 25°C. Si el bulbo se puede aproximar como una esfera de 60 mm de diámetro con una superficie gris, difusa, de emisividad 0.8, ¿cuál es la transferencia de calor radiante de la superficie del bulbo a sus alrededores?

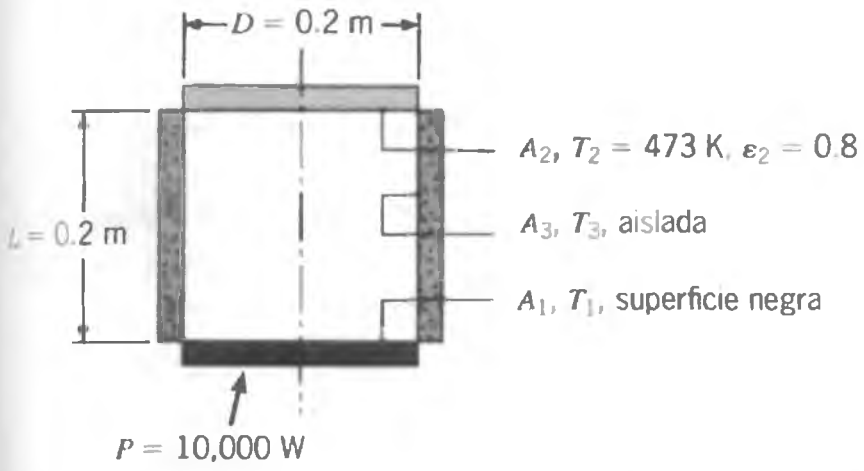
13.49 Se muestra un arreglo para conversión directa de energía térmica a potencia eléctrica. El cilindro interior de diámetro $D_i = 25$ mm se calienta internamente mediante un proceso de combustión que lleva al cilindro cerámico ($\varepsilon_i = 0.9$) a una temperatura superficial $T_i = 1675°C$. El cilindro exterior de diámetro $D_o = 0.38$ m consiste en un material semiconductor ($\varepsilon_o = 0.5$) que convierte la irradiación incidente absorbida a corriente eléctrica; el material de apoyo para el semiconductor es un metal altamente conductor enfriado con agua a 20°C. El convertidor se supone muy largo comparado con el diámetro externo. El espacio entre los dos cilindros concéntricos está al vacío.



Suponga superficies grises, difusas; determine la transferencia de calor por unidad de área del cilindro externo. La producción eléctrica de la superficie semiconductora es 10% de la irradiación absorbida en la región de longitudes de onda de 0.6 a 2.0 μm. Para las condiciones establecidas, determine la generación de potencia en watts por unidad de área de la superficie externa.

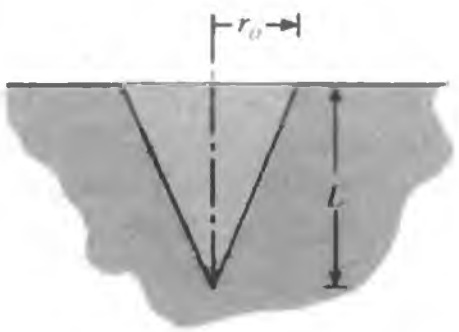
13.50 Oxígeno líquido se almacena en un contenedor esférico de pared delgada de 0.8 m de diámetro, que se encierra en un segundo contenedor esférico de pared delgada de 1.2 m de diámetro. Las superficies grises, difusas opacas de los contenedores tienen una emisividad de 0.05 y están separadas por un espacio al vacío. Si la superficie externa está a 280 K y la superficie interna está a 95 K, ¿cuál es el flujo de masa de oxígeno perdido debido a la evaporación? (El calor latente de vaporización del oxígeno es 2.13×10^5 J/kg.)

13.51 Considere el recinto de tres superficies que se muestra. La placa inferior (A_1) es un disco negro de 200 mm de diámetro y se le suministra calor a razón de 10,000 W. La placa superior (A_2), un disco concéntrico a A_1, es una superficie gris, difusa, con $\varepsilon_2 = 0.8$ y se mantiene a $T_2 = 473$ K. Los lados grises, difusos, entre las placas están perfectamente aislados. Suponga que la transferencia de calor por convección es insignificante.



Determine la temperatura de operación de la placa inferior T_1 y la temperatura del lado aislado T_3.

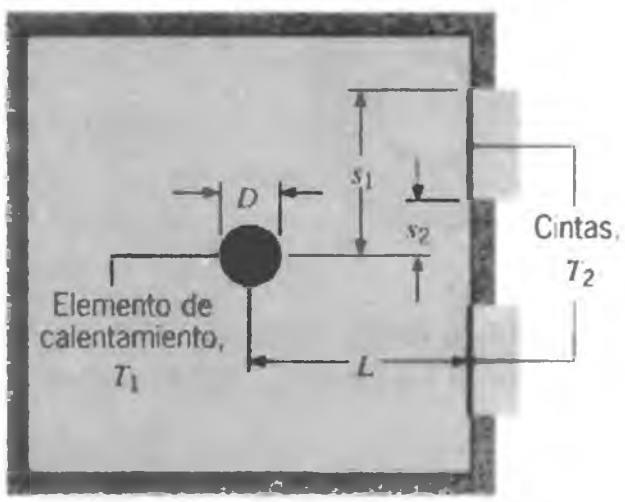
13.52 Considere la cavidad cónica de radio r_o y profundidad L formada en el material isotérmico, gris, difuso, opaco, de emisividad ε que se mantiene a una temperatura T.



Derive una expresión para la potencia radiante que sale de la abertura de la cavidad en términos de T, r_o, ε, y L.

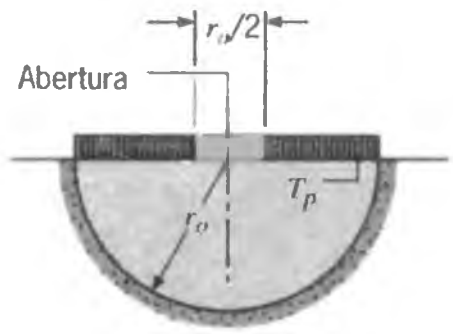
13.53 Determine las temperaturas de estado estable de dos escudos de radiación que se colocan en el espacio al vacío entre dos planos infinitos a temperaturas de 600 y 325 K. Todas las superficies son difusas y grises con emisividades de 0.7.

13.54 Recubrimientos aplicados a cintas metálicas largas se curan al colocar las cintas a lo largo de las paredes de un horno grande de sección transversal cuadrada.



Las condiciones térmicas en el horno se mantienen mediante una varilla larga de carburo de silicio (elemento calentador), de diámetro $D = 20$ mm y que se opera a $T_1 = 1700$ K. Cada una de las dos cintas en una pared lateral tiene la misma orientación en relación con la varilla ($s_1 = 60$ mm, $s_2 = 20$ mm, $L = 80$ mm) y opera a $T_2 = 600$ K. Todas las superficies son difusas y grises con $\varepsilon_1 = 0.9$ y $\varepsilon_2 = 0.4$. Suponiendo que el horno está bien aislado excepto en las superficies de las cintas e ignorando los efectos de convección, determine la potencia de calentamiento que se requiere por unidad de longitud (W/m).

13.55 El diseño propuesto para un simulador de cuerpo negro consiste en una placa circular, gris, difusa, con una emisividad de 0.9 que se mantiene a $T_p = 600$ K y está montada en una cavidad hemisférica bien aislada de radio $r_o = 100$ mm. La abertura en la placa circular es $r_o/2$.



(a) Calcule la potencia radiante que sale de la abertura cuando los alrededores están a 300 K.

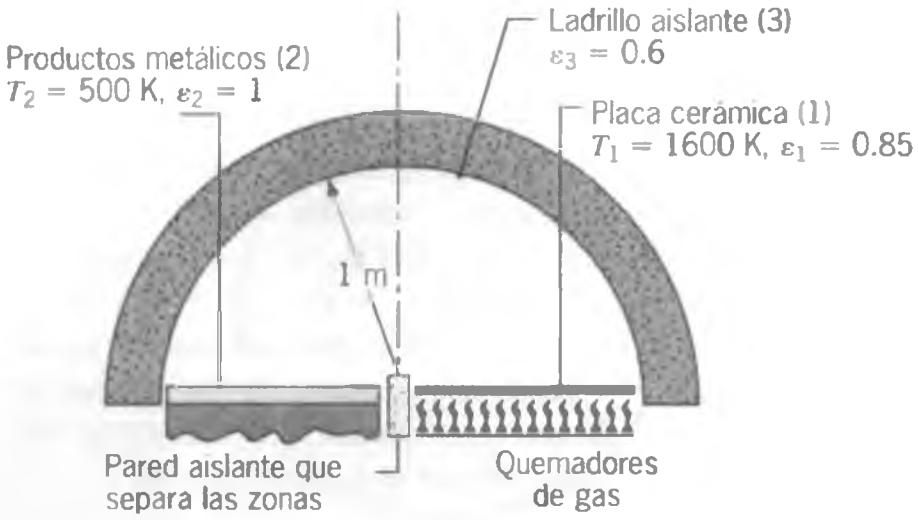
(b) Calcule la emisividad efectiva de la cavidad, ε_e, que se define como la razón de la potencia radiante que sale de la cavidad a la razón a la que la placa circular caliente emitiría radiación si fuera negra.

(c) Determine la temperatura superficial de la cavidad hemisférica, T_{ch}.

(d) Para emisividades de placa $\varepsilon_p = 0.5$, 0.7, y 0.9, grafique ε_e y T_{ch} como función de la abertura en la placa circular en un margen de $r_o/8$ a $r_o/2$. Todas las demás condiciones permaneces iguales.

13.56 Un horno grande de forma hemicilíndrica (1 m de radio) que se usa para tratar térmicamente productos de hoja metálica se compone de tres zonas. La zona de calentamiento (1) consiste en una placa cerámica de emisividad 0.85 y se opera a 1600 K mediante quemadores de gas. La zona de carga (2) consiste en productos de hoja metálica, que se suponen superficies negras, que se mantendrán a 500 K. La zona refractaria (3) se fabrica con ladrillos aislantes que tienen una emisividad de 0.6. Suponga condiciones de estado estable, superficies grises, difusas, y convección insignificante.

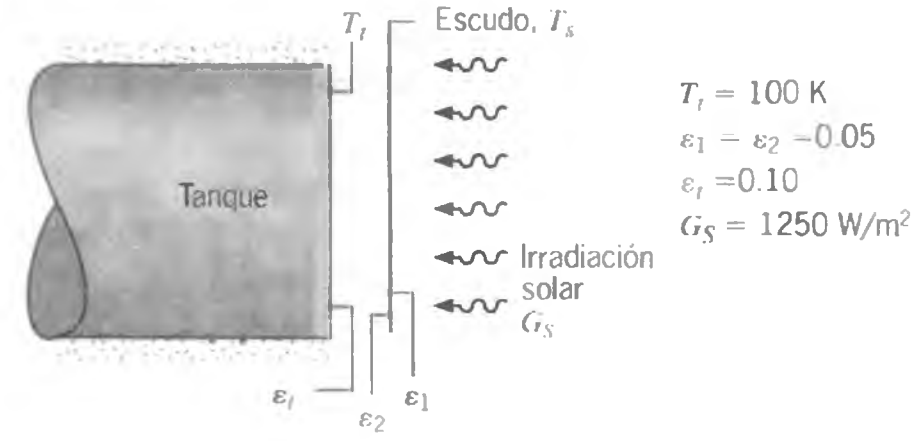
DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Li



(a) ¿Cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud del horno (normal a la página) que deben suministrar los quemadores de gas para las condiciones que se establecen?

(b) ¿Cuál es la temperatura de la superficie de ladrillo aislante para las condiciones establecidas?

13.57 El extremo de un tanque cilíndrico de propulsor líquido criogénico en el espacio libre se va a proteger de la radiación externa (solar) mediante la colocación de un escudo metálico delgado en la parte frontal del tanque. Suponga que el factor de forma F_{ts} entre el tanque y el escudo es la unidad; todas las superficies son difusas y grises, y los alrededores están a 0 K.



Encuentre la temperatura del escudo T_s y el flujo de calor (W/m²) al extremo del tanque.

13.58 Considere dos superficies grandes paralelas, grises, difusas, separadas por una pequeña distancia. Si las emisividades superficiales son 0.8, ¿qué emisividad debe tener un escudo de radiación delgado para reducir la transferencia de calor por radiación entre las dos superficies por un factor de 10?

13.59 Dos esferas concéntricas de diámetros D_1 = 0.8 m y D_2 = 1.2 m están separadas por un espacio de aire y tienen temperaturas superficiales T_1 = 400 K y T_2 = 300 K.

(a) Si las superficies son negras, ¿cuál es la transferencia neta de intercambio de radiación entre las esferas?

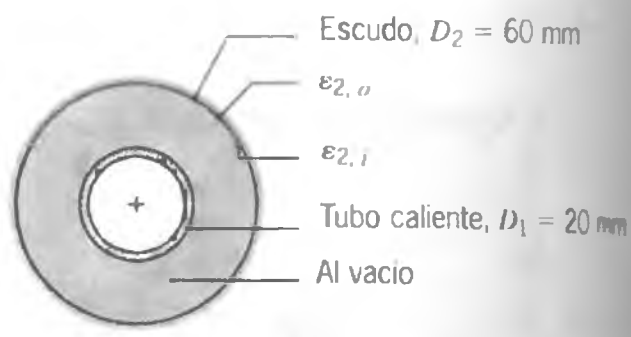
(b) ¿Cuál es la transferencia neta de intercambio de radiación entre las superficies si son difusas y grises con ε_1 = 0.5 y ε_2 = 0.05?

(c) ¿Cuál es la transferencia neta de intercambio de radiación si D_2 aumenta a 20 m, con ε_2 = 0.05, ε_1 = 0.5, y D_1 = 0.8 m? ¿Qué error se introducirá al suponer un comportamiento de cuerpo negro para la superficie externa (ε_2 = 1), con todas las demás condiciones iguales?

(d) Para D_2 = 1.2 m y emisividades de ε_1 = 0.1, 0.5, y 1.0, calcule y grafique la transferencia neta de intercambio de radiación como función de ε_2 para $0.05 \le \varepsilon_2 \le 1.0$.

13.60 Un fluido criogénico fluye a través de un tubo de 20 mm de diámetro cuya superficie externa es difusa y gris, con una emisividad de 0.02 y temperatura de 77 K. Este tubo es concéntrico con un tubo más largo de 50 mm de diámetro, cuya superficie interna es difusa y gris con una emisividad de 0.05 y temperatura de 300 K. El espacio entre las superficies está al vacío. Determine la ganancia de calor por el fluido criogénico por unidad de longitud del tubo interno. Si se inserta un escudo de radiación de pared delgada difusa y gris con una emisividad de 0.02 (ambos lados) entre las superficies interna y externa, calcule el cambio (porcentaje) en la ganancia de calor por unidad de longitud del tubo interno.

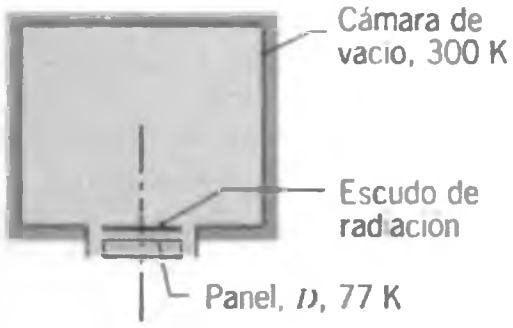
13.61 Un escudo de radiación gris, difuso, de 60 mm de diámetro y emisividades $\varepsilon_{2,i}$ = 0.01 y $\varepsilon_{2,o}$ = 0.1 sobre las superficies interna y externa, respectivamente, es concéntrico con un tubo largo que transporta un fluido de proceso caliente. La superficie del tubo es negra con un diámetro de 20 mm. La región interior al escudo está al vacío. La superficie exterior del escudo se expone a un cuarto grande cuyas paredes están a 17°C y experimenta convección con aire a 27°C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m² · K.



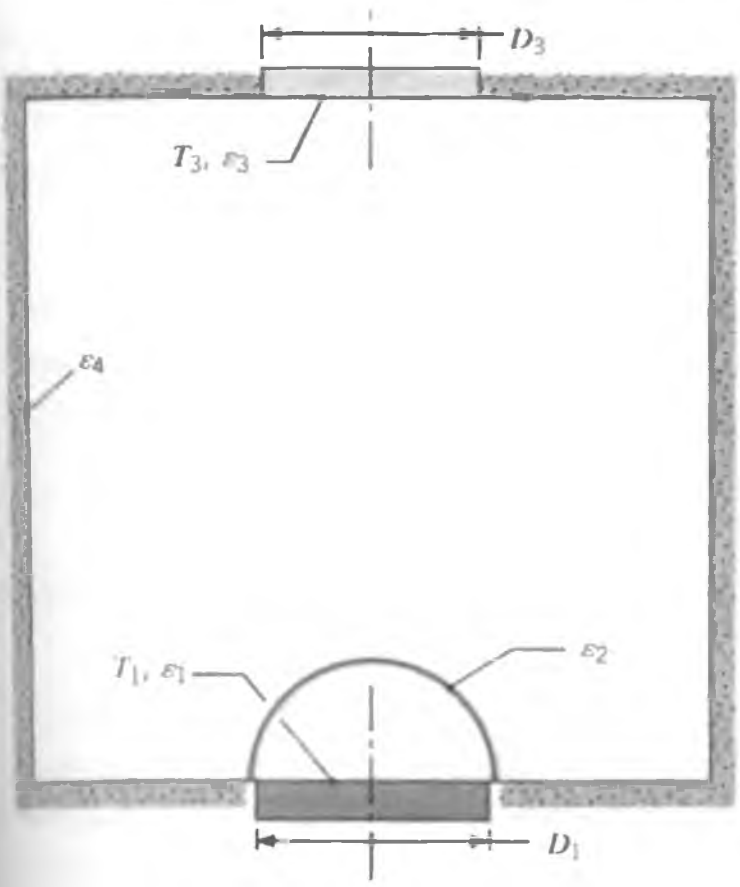
Determine la temperatura de operación para el tubo interno si la temperatura del escudo se mantiene a 42°C.

13.62 En el fondo de una cámara de vacío muy grande cuyas paredes están a 300 K, se mantiene un panel de

0.1 m de diámetro a 77 K. Para reducir la ganancia de calor de este panel, se coloca un escudo de radiación del mismo diámetro D y emisividad de 0.05 muy cerca del panel. Calcule la ganancia neta de calor para el panel.



13.63 Un pequeño disco de diámetro $D_1 = 50$ mm y emisividad $\varepsilon_1 = 0.6$ se mantiene a una temperatura de $T_1 = 900$ K. El disco está cubierto con un escudo de radiación hemisférico del mismo diámetro y una emisividad de $\varepsilon_2 = 0.02$ (ambos lados). El disco y la tapa se colocan en la parte inferior de un contenedor grande refractario al vacío ($\varepsilon_4 = 0.85$), de frente a otro disco de diámetro $D_3 = D_1$, emisividad $\varepsilon_3 = 0.4$, y temperatura $T_3 = 400$ K. El factor de forma F_{23} del escudo con respecto al disco superior es 0.3.



(a) Construya un circuito térmico equivalente para el sistema de arriba. Etiquete todos los nodos, resistencias, y corrientes.

(b) Encuentre la transferencia neta de calor entre el disco caliente y el resto del sistema.

13.64 Transferencia de calor por radiación ocurre entre dos placas paralelas grandes, que se mantienen a temperaturas $T_1 > T_2$. Para reducir la transferencia de calor entre las placas, se propone que se separen mediante un escudo delgado que tenga diferentes emisividades en las superficies opuestas. En particular, una superficie tiene la emisividad $\varepsilon_s < 0.5$, mientras que la superficie opuesta tiene una emisividad de $2\varepsilon_s$.

(a) ¿Cómo se debe orientar el escudo para proporcionar la reducción más grande en transferencia de calor entre las placas? Es decir, ¿la superficie de emisividad ε_s o la de emisividad $2\varepsilon_s$ se debe orientar hacia la placa a T_1?

(b) ¿Qué orientación provocará el valor más grande en la temperatura del escudo T_s?

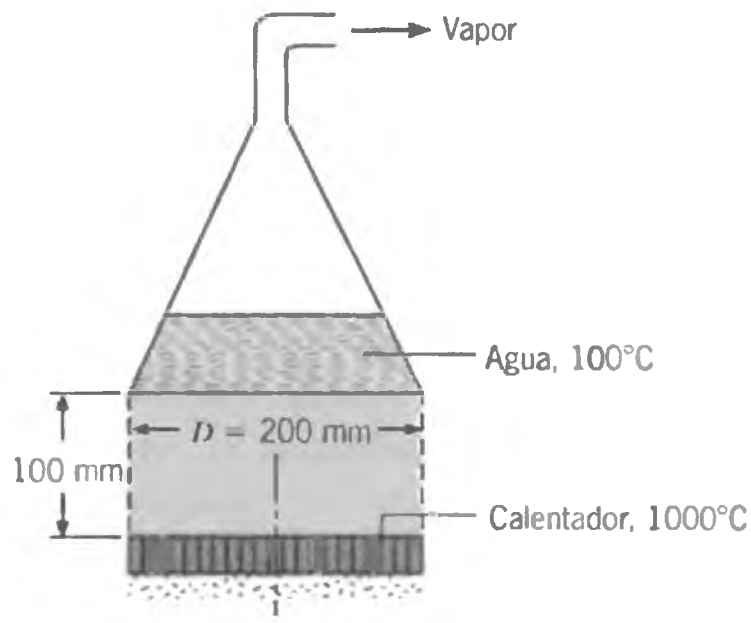
13.65 Una rebanada grande de carne de área 0.15 m por 0.30 m se toma del refrigerador a 4°C y se coloca en una malla de alambre 0.15 m arriba y paralela a un lecho de carbones calientes a 850°C y de aproximadamente la misma área. Suponga que la carne y los carbones son esencialmente negros e ignore la convección.

(a) ¿Cuál es la transferencia de calor inicial entre los carbones y la carne?

(b) ¿En qué porcentaje aumentaría esta transferencia si se colocaran paredes laterales bien aisladas alrededor del perímetro del sistema?

(c) ¿Cuál es la temperatura promedio de la pared aislada?

13.66 La parte inferior de un alambique productor de vapor de 200 mm de diámetro se calienta por radiación. El calentador, que se mantiene a 1000°C y está separado 100 mm del alambique, tiene el mismo diámetro que el fondo del alambique. Las superficies del fondo del alambique y del calentador son negras.

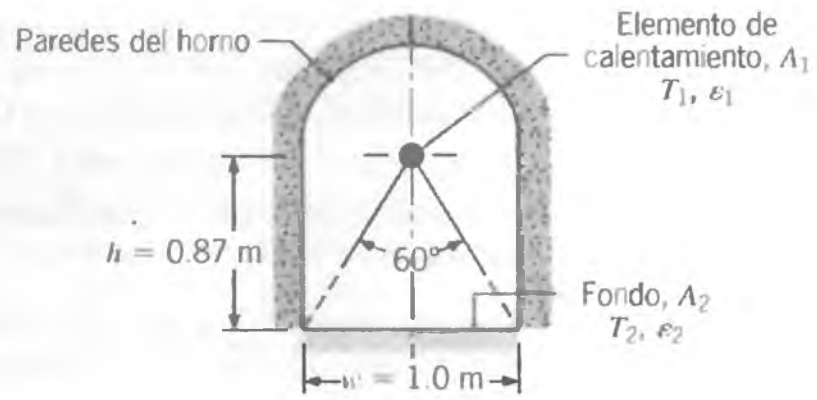


(a) ¿Por qué factor podría aumentar el flujo de vapor si los lados cilíndricos (superficie punteada) estuvieran aislados en lugar de abiertos a los alrededores que se mantienen a 27°C?

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

(b) Para temperaturas del calentador de 600, 800, y 1000°C, grafique la transferencia neta de calor por radiación al alambique como función de la distancia de separación en el dominio de 25 a 100 mm. Considere que los lados cilíndricos están aislados y que todas las demás condiciones permanecen iguales.

13.67 Un elemento cilíndrico grande de calentamiento de diámetro $D = 10$ mm, temperatura $T_1 = 1500$ K, y emisividad $\varepsilon_1 = 1$ se usa en un horno. El área de la parte inferior A_2 es una superficie gris, difusa, con $\varepsilon_2 = 0.6$ y se mantiene a $T_2 = 500$ K. Las paredes lateral y superior están construidas con ladrillo refractario aislante que es difuso y gris con $\varepsilon = 0.9$. La longitud del horno normal a la página es muy larga en comparación con el ancho w y alto h.



Ignore la convección y trate las paredes del horno como isotérmicas, determine la potencia por unidad de longitud que se debe proporcionar al elemento calentador para mantener condiciones de estado estable. Calcule la temperatura de la pared del horno.

13.68 Considere dos planos cuadrados, paralelos, alineados (0.4 × 0.4 m) espaciados 0.8 m y que se mantienen a $T_1 = 500$ K y $T_2 = 800$ K. Calcule la transferencia neta de calor radiativo *desde la superficie 1* para las siguientes condiciones especiales:

(a) Ambos planos son negros y los alrededores están a 0 K.

(b) Ambos planos son negros con paredes rerradiantes conectadas.

(c) Ambos planos son difusos y grises con $\varepsilon_1 = 0.6$, $\varepsilon_2 = 0.8$, y los alrededores están a 0 K.

(d) Ambos planos son difusos y grises ($\varepsilon_1 = 0.6$ y $\varepsilon_2 = 0.8$) con paredes rerradiantes conectadas.

13.69 Dos superficies grises, difusas, paralelas, cada una de 1 × 2 m, de frente una a la otra y separadas por 1 m. Cada superficie tiene una emisividad de 0.2 . Una superficie está a 27°C y la otra a 277°C.

(a) Calcule la transferencia neta de radiación de la superficie más caliente, si los alrededores están a 0 K.

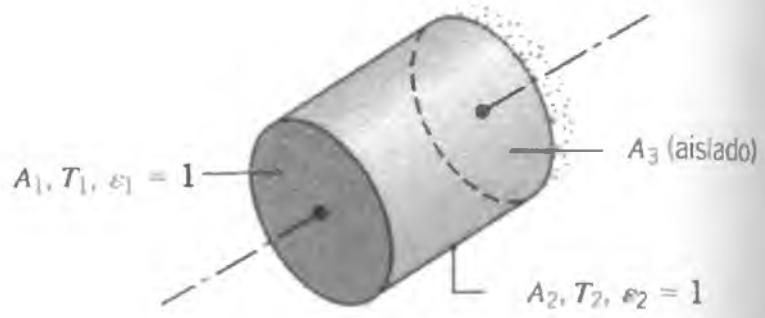
(b) Si se agregan paredes laterales grises, difusas, bien aisladas a esta configuración, ¿cuál será la transferencia neta de calor por radiación de la superficie más caliente?

(c) Revise las suposiciones que hace para llevar a cabo los cálculos y explique brevemente qué efecto podrían tener en la precisión de sus resultados

13.70 Considere un cuarto de 4 m de largo por 3 m de ancho con una distancia piso-techo de 2.5 m. Las cuatro paredes del cuarto están bien aisladas, mientras que la superficie del piso se mantiene a una temperatura uniforme de 30°C por medio de calentadores de resistencia eléctrica. Ocurren pérdidas de calor a través del techo, que tiene una temperatura superficial de 12°C. Si todas las superficies tienen una emisividad de 0.9, ¿cuál es la pérdida de calor por radiación del cuarto?

13.71 Dos discos paralelos de 0.4 m de diámetro y separados por 0.1 m, se localizan en un cuarto grande cuyas paredes se mantienen a 300 K. Uno de los discos se mantiene a una temperatura uniforme de 500 K con una emisividad de 0.6, mientras que el lado posterior del segundo disco está bien aislado. Si los discos son superficies grises difusas, determine la temperatura del disco aislado.

13.72 Considere un horno circular de 0.3 m de longitud y 0.3 m de diámetro. Un extremo (A_1) y la superficie lateral (A_2) son negros y se mantienen a $T_1 = 500$ K y $T_2 = 400$ K, respectivamente. El otro extremo (A_3) está aislado.

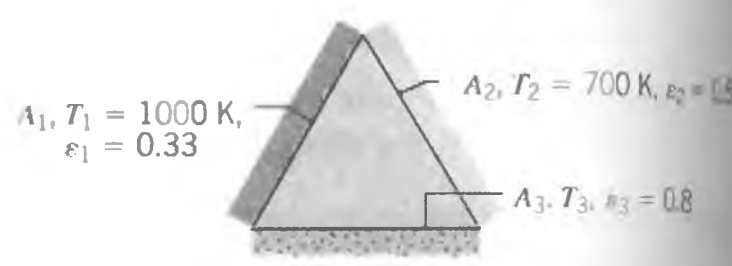


(a) Determine la transferencia neta de calor por radiación de cada una de las superficies.

(b) Determine la temperatura de A_3.

(c) Para el diámetro del tubo de 0.3 m, grafique T_3 como función de la longitud del tubo L en un margen de 0.1 a 0.5 m.

13.73 Considere un ducto largo construido con paredes grises, difusas, de 1 m de ancho.

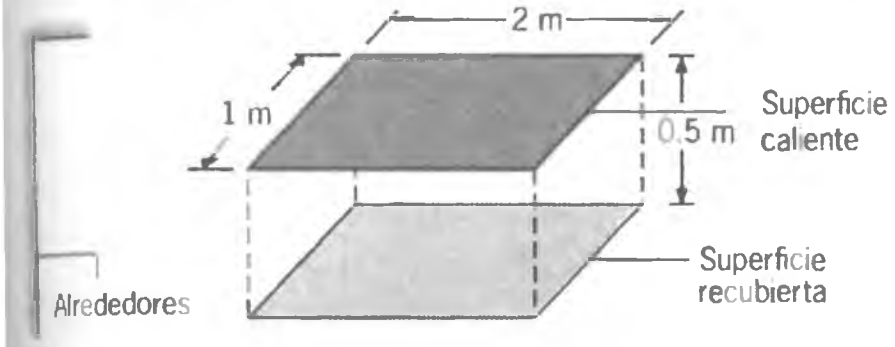


(a) Determine la transferencia neta de radiación de la superficie A_1 por unidad de longitud del ducto.

(b) Determine la temperatura de la superficie aislada A_3.

(c) ¿Qué efecto tendría en su resultado cambiar el valor de ε_3? Después de considerar sus suposiciones, comente si espera que sus resultados sean exactos.

13.74 El recubrimiento sobre una superficie metálica de 1 × 2 m se cura al colocarlo 0.5 m por debajo de una superficie eléctricamente calentada de dimensiones equivalentes, y el ensamble se expone a alrededores grandes a 300 K. El calentador está bien aislado en su lado superior y está alineado con la superficie recubierta. Las superficies del calentador y la cubierta se pueden aproximar como cuerpos negros. Durante el proceso de curado, las superficies del calentador y la recubierta se mantienen a 700 y 400 K, respectivamente. Los efectos de convección se pueden ignorar.



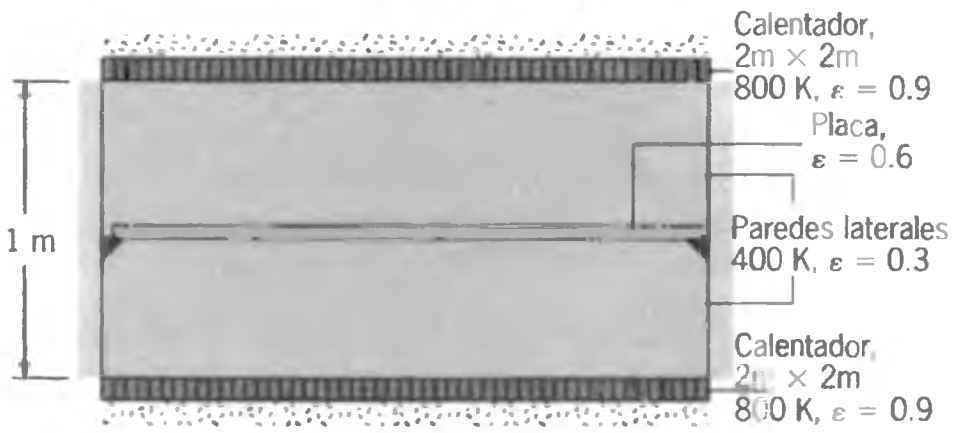
(a) ¿Cuál es la potencia eléctrica, $q_{\text{eléc}}$, que se requiere para operar el calentador?

(b) ¿Cuál es $q_{\text{eléc}}$ si las superficies se conectan con paredes laterales rerradiantes?

(c) La instalación se puede usar para curar diferentes recubrimientos superficiales. Con el calentador aún aproximado como un cuerpo negro, calcule y grafique $q_{\text{eléc}}$ como función de la emisividad del recubrimiento para valores que van de 0.1 a 1.0. Realice los cálculos para lados abiertos y rerradiantes.

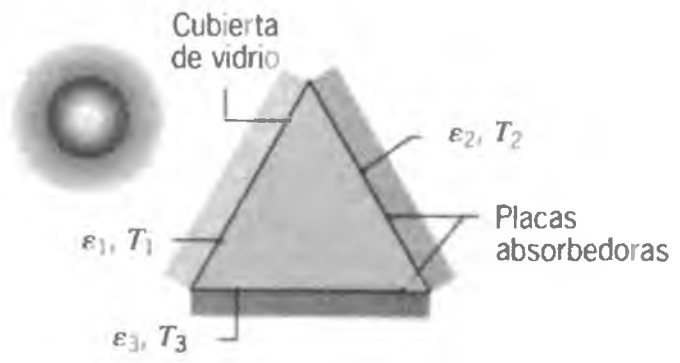
13.75 Un horno cúbico de 2 m por lado se usa para el tratamiento térmico de una placa de acero. La superficie superior del horno consiste en calentadores eléctricos radiantes que tienen una emisividad de 0.8 y una potencia de entrada de 1.5×10^5 W. Las paredes laterales consisten en un material refractario bien aislado, mientras que la parte inferior consiste en la placa de acero, que tiene una emisividad de 0.4. suponga comportamiento de superficie gris difusa para el calentador y la placa, y considere condiciones para las que la placa está a 300 K. ¿Cuáles son las temperaturas correspondientes de la superficie del calentador y de las paredes laterales?

13.76 Un horno eléctrico que consiste en dos secciones de calentamiento, superior e inferior, se usa para tratar térmicamente un recubrimiento que se aplica a ambas superficies de una placa metálica delgada insertada a la mitad entre los calentadores.



Los calentadores y la placa son de 2 × 2 m por lado, y cada calentador está separado de la placa una distancia de 0.5 m. Cada calentador está bien aislado en su lado posterior y tiene una emisividad de 0.9 en su superficie expuesta. La placa y las paredes laterales tienen emisividades de 0.6 y 0.3, respectivamente. Bosqueje la red de radiación equivalente para el sistema y etiquete todas las resistencias y potenciales pertinentes. Para las condiciones establecidas, obtenga la potencia eléctrica que se requiere y la temperatura de la placa.

13.77 Un colector solar consiste en un ducto largo a través del cual se sopla aire; su sección transversal forma un triángulo equilátero de 1 m por lado. Un lado consiste en una cubierta de vidrio de emisividad $\varepsilon_1 = 0.9$, mientras que los otros dos lados son placas de absorción con $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1.0$.

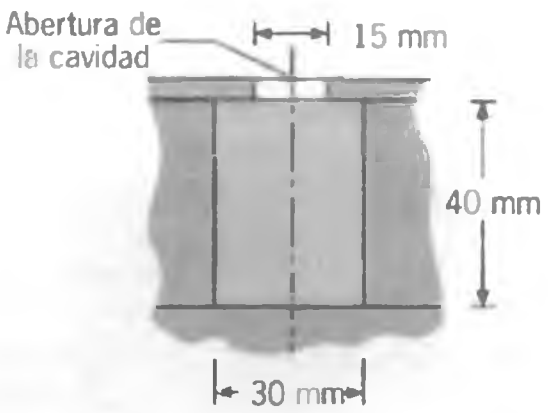


Se sabe que durante la operación las temperaturas superficiales son $T_1 = 25°C$, $T_2 = 60°C$, y $T_3 = 70°C$. ¿Cuál es la transferencia neta de calor por radiación a la cubierta debido al intercambio con las placas absorbedoras?

13.78 Considere un horno circular de 0.3 m de longitud y 0.3 m de diámetro. Los dos extremos tienen superficies grises y difusas que se mantienen a 400 y 500 K con emisividades de 0.4 y 0.5, respectivamente. La superficie lateral también es difusa y gris con una emisividad de 0.8 y una temperatura de 800 K. Determine la transferencia neta de calor radiativa de cada una de las superficies.

13.79 Considere una cavidad cilíndrica cerrada en la parte inferior con una abertura en la parte superior.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral



Para las siguientes condiciones, calcule la transferencia de radiación a través de la abertura de la cavidad cuando la temperatura de los alrededores es 0 K. También determine la emisividad efectiva de la cavidad, ε_e, definida en el problema 13.40.

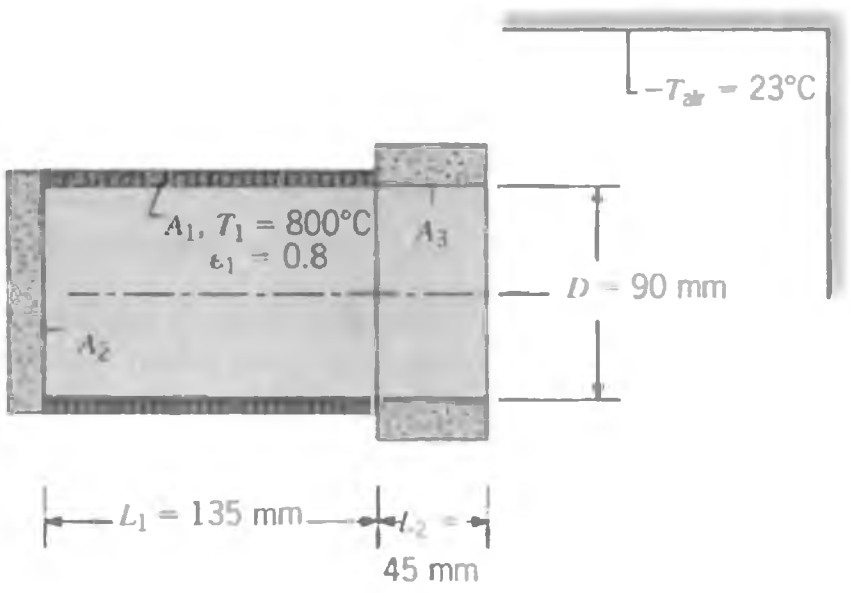
(a) Todas las superficies son negras a 600 K.

(b) La superficie inferior de la cavidad es difusa y gris con una emisividad de 0.6 a 600 K, mientras que todas las superficies interiores son rerradiantes.

(c) Todas las superficies interiores son difusas y grises con una emisividad de 0.6 y una temperatura uniforme de 600 K.

(d) Para las configuraciones de cavidad de las partes (b) y (c) y profundidades de cavidad de 20, 40, y 80 mm, grafique ε_e como función de la emisividad de la superficie interior en un margen de 0.6 a 1.0. Todas las otras condiciones permaneces iguales.

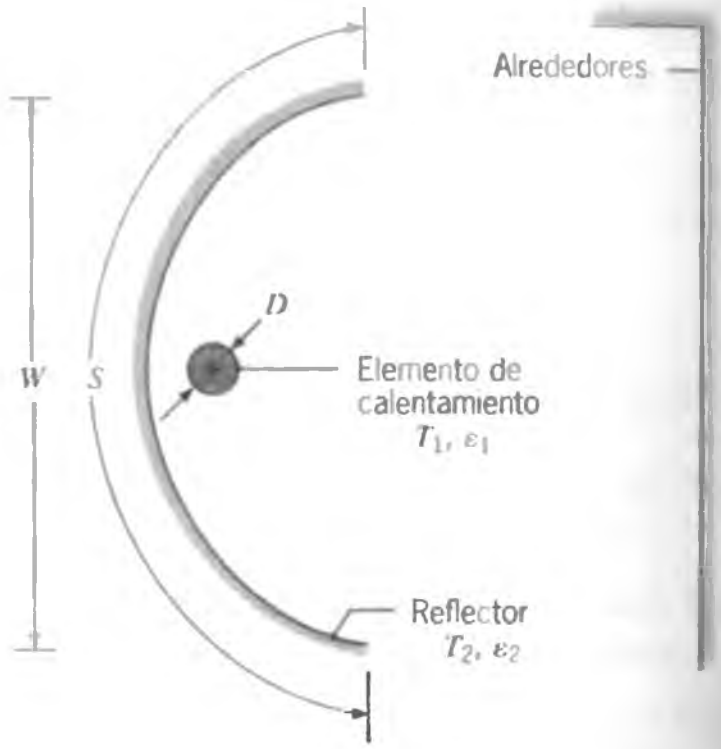
13.80 Un horno cilíndrico para tratamiento térmico de materiales en el medio de una nave espacial tiene 90 mm de diámetro y una longitud global de 180 mm. Elementos de calentamiento en la sección (1) de 135 mm de longitud mantienen un revestimiento refractario de $\varepsilon_1 = 0.8$ a 800°C. Los revestimientos para las secciones inferior (2) y superior (3) están fabricados del mismo material refractario, pero están aislados.



Determine la potencia que se requiere para mantener las condiciones de operación del horno con los alrededores a 23°C.

13.81 Trate el sistema del problema 12.79 como un recinto de tres superficies para evaluar la potencia radiante que sale del hueco de 2 mm de diámetro.

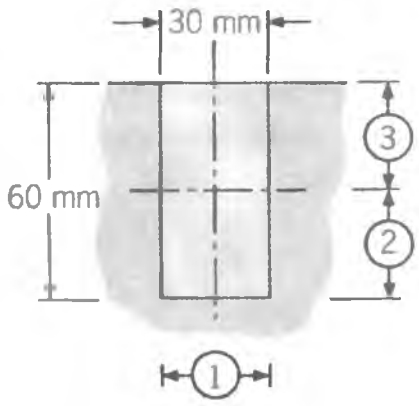
13.82 Un calentador espacial radiante consiste en un elemento de calentamiento cilíndrico gris, difuso, *largo*, de diámetro $D = 30$ mm y está apoyado por un reflector metálico curvo. La temperatura de la superficie y la emisividad del elemento de calentamiento son $T_1 = 945$ K y $\varepsilon_1 = 0.8$, respectivamente, y la temperatura del aire y alrededores es 300 K. La transferencia de calor por convección del elemento es insignificante. Se puede suponer que el reflector es una superficie gris difusa, isotérmica con una emisividad de $\varepsilon_2 = 0.1$ y una longitud de arco de $S = 0.3$ m. La base del reflector tiene un ancho de $W = 0.15$ m. La temperatura de estado estable de la placa del reflector es $T_2 = 385$ K, y el factor de forma del calentador con respecto al reflector es $F_{12} = 0.625$.



(a) Dibuje un circuito equivalente para describir la transferencia de calor por radiación entre el reflector, el elemento de calentamiento, y los alrededores. Omita la parte del circuito que describe la transferencia de calor de la parte posterior del reflector. Por unidad de longitud del calentador, evalúe todas las resistencias y potenciales nodales *conocidos*.

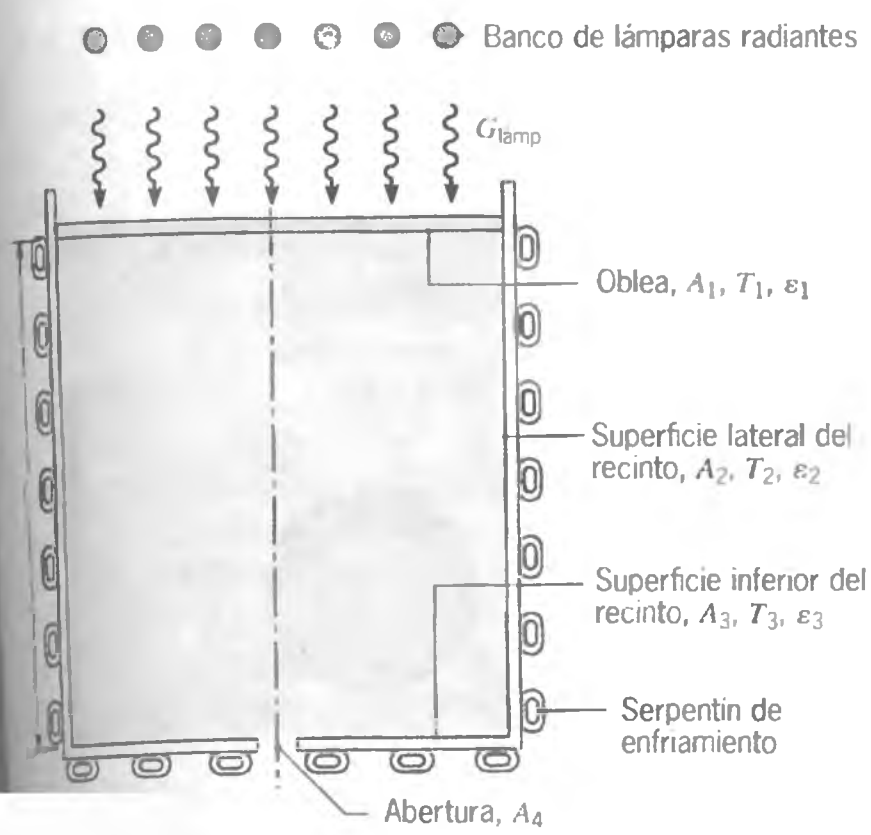
(b) Calcule la potencia eléctrica de entrada al elemento de calentamiento por unidad de longitud.

13.83 El análisis de recinto de superficies grises difusas que se presentó en la sección 13.3 requiere que la irradiación sobre cualquier superficie sea uniforme, cuando la geometría del recinto impide este requisito, es necesario dividir la superficie isotérmica en zonas sobre las cuales la irradiación es aproximadamente uniforme. En la cavidad cilíndrica que se muestra las irradiaciones a lo largo de la superficie lateral y sobre la base son probablemente diferentes.



Divida la cavidad en tres zonas, cada una con la misma temperatura superficial, lleve a cabo un análisis del recinto para determinar la transferencia de calor radiativa que sale de la abertura de la cavidad. Las superficies de la cavidad son difusas y grises con una emisividad de 0.2 y con una temperatura uniforme de 1000 K. Compare su resultado con el cálculo que trata las paredes de la cavidad (base más pared lateral) como una sola superficie.

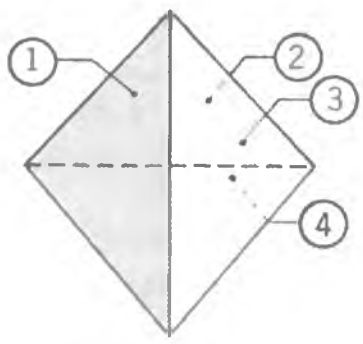
13.84 Al fabricar semiconductores, se usa un proceso térmico rápido (RTP) para calentar rápidamente una oblea de silicio a una temperatura elevada a fin de inducir efectos como difusión de iones, recocido, y oxidación. Un tipo de dispositivo de RTP consiste en un recinto cilíndrico con una oblea colocada coaxialmente. El lado superior de la oblea experimenta una irradiación uniforme de un banco de lámparas, G_{lamp}. Las superficies lateral (A_2) e inferior (A_3) del recinto tienen una baja emisividad $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0.07$ y se mantienen a 300 K mediante el paso de un refrigerante. El diámetro de la oblea (A_1) es $D = 300$ mm y la altura del recinto es $L = 300$ mm. El diámetro de la abertura (A_4) es $D_a = 30$ mm y proporciona acceso óptico a la oblea.



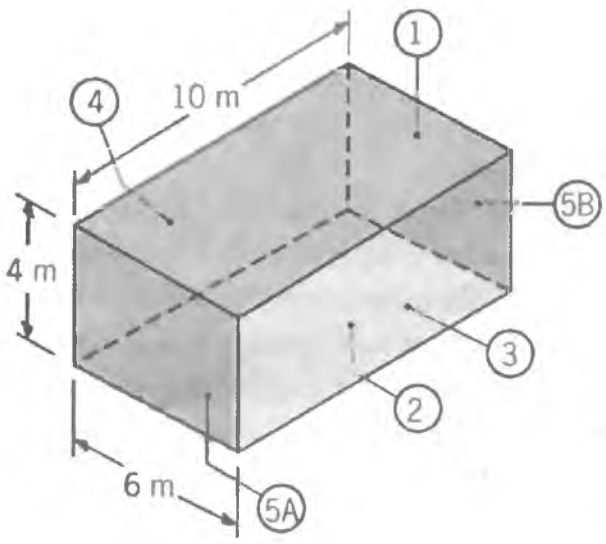
(a) ¿Qué irradiación de lámpara, G_{lamp}, se requiere para mantener la oblea a 1300 K si su emisividad es $\varepsilon_1 = 0.8$? ¿Cuál es la rapidez de eliminación de calor por el serpentín de enfriamiento? Suponga que no hay pérdidas de calor desde el lado superior de la oblea.

(b) Si el recinto fuera perfectamente reflejante, la radiosidad de la oblea, J_1, sería igual a su potencia emisiva de cuerpo negro, $E_{b,1}$. Como tal, la radiosidad sería independiente de la emisividad de la oblea, y por ello minimizaría los efectos debidos a la variación de esa propiedad de oblea a oblea. Para emisividades de oblea de $\varepsilon_1 = 0.75$, 0.8 y 0.85, grafique la diferencia fraccional, $(E_{b,1} - J_1)/E_{b,1}$, como función de la razón de forma para $0.5 \leq L/D \leq 2.5$. ¿Qué tan sensible es este parámetro a la emisividad superficial del recinto, ε_2?

13.85 Considere el recinto de cuatro superficies grises, difusas, con todos los lados iguales como se muestra. Las temperaturas de las tres superficies se especifican, mientras que la cuarta superficie está bien aislada y se puede tratar como una superficie rerradiante. Determine la temperatura de la superficie rerradiante (4).



13.86 Un cuarto representado por el siguiente recinto, donde el techo (1) tiene una emisividad de 0.8 y se mantiene a 40°C mediante elementos de calentamiento eléctrico empotrados. Los calentadores también se usan para mantener el piso (2) de emisividad 0.9 a 50°C. La pared derecha (3) de emisividad 0.7 alcanza una temperatura de 15°C en un día frío de invierno. La pared izquierda (4) y las paredes de los extremos (5A) y (5B) están muy bien aisladas. Para simplificar el análisis, trate las dos paredes extremas como una sola superficie (5).

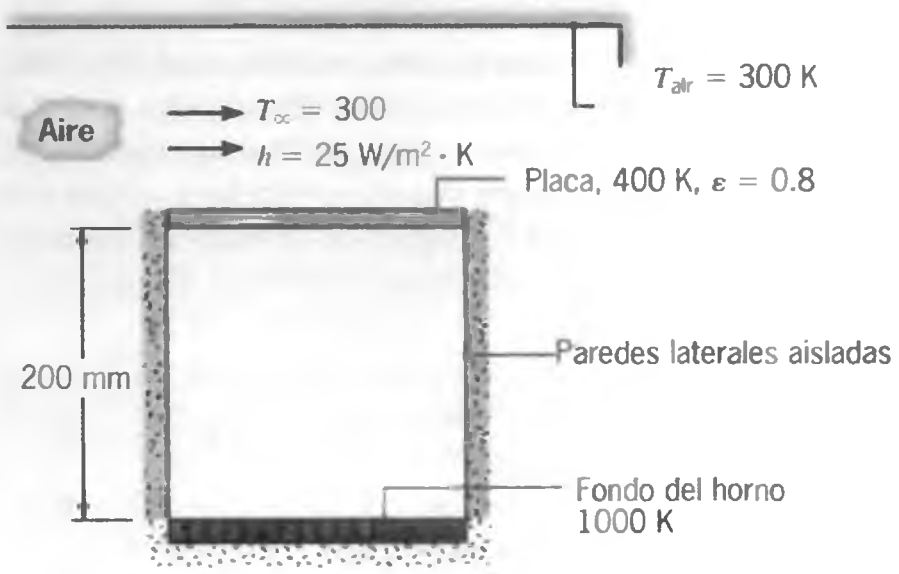


DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Suponga que las superficies son difusas y grises, encuentre la transferencia neta de calor por radiación de cada superficie.

Transferencia de calor multimodal

13.87 Una placa gris, difusa, opaca (200 mm por 200 mm), con una emisividad de 0.8 se coloca en la abertura de un horno y se sabe que está a 400 K en cierto instante. La parte inferior del horno, que tiene las mismas dimensiones que la placa, es negra y opera a 1000 K. Las paredes laterales del horno están bien aisladas. La parte superior de la placa se expone al aire ambiente con un coeficiente de convección de 25 W/m² · K y a los alrededores. El aire y los alrededores están cada uno a 300 K.

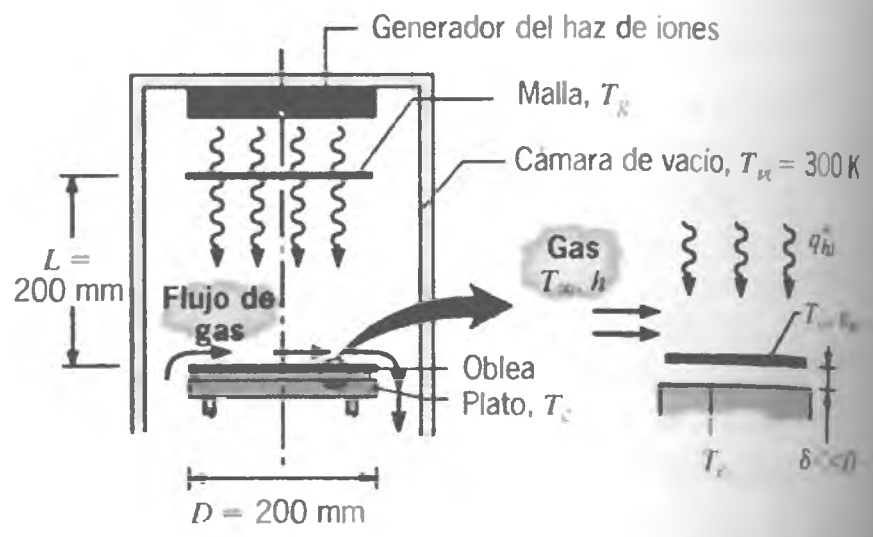


(a) Evalúe la transferencia neta de calor radiativa para la superficie inferior de la placa.

(b) Si la placa tiene una masa y calor específico de 2 kg y 900 J/kg · K, respectivamente, ¿cuál será el cambio en la temperatura de la placa con el tiempo, dT_p/dt? Suponga que la convección en la superficie inferior de la placa es insignificante.

(c) Extienda el análisis de la parte (b), genere una gráfica del cambio en la temperatura de la placa con el tiempo, dT_p/dt, como función de la temperatura de la placa para $350 \leq T_p \leq 900$ K y todas las otras condiciones iguales. ¿Cuál es la temperatura de estado estable de la placa?

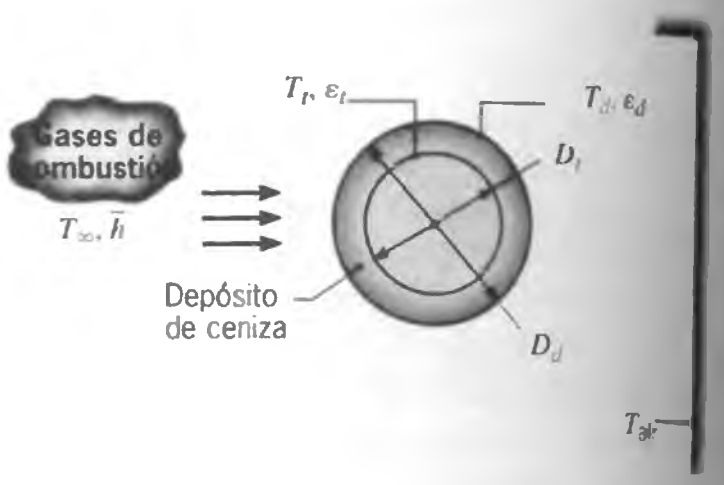
13.88 Una herramienta para procesar obleas de silicio se encierra en una cámara de vacío cuyas paredes son negras y se mantienen con un refrigerante a T_{cv} = 300 K. La oblea delgada de silicio se monta cerca de, pero sin tocar, un plato, que se calienta eléctricamente y se mantiene a una temperatura T_c. La superficie del plato que ve a la oblea es negra. La temperatura de la oblea es T_w = 700 K, y su superficie es gris, difusa, con una emisividad de ε_w = 0.6. La función de la malla, una hoja metálica delgada colocada coaxial con la oblea y del mismo diámetro, es controlar la potencia del haz de iones que alcanza a la oblea. La superficie de la malla es negra con una temperatura de T_g = 500 K. El efecto del haz de iones que golpea la oblea es aplicar un flujo de calor uniforme de q''_{hi} = 600 W/m². La superficie superior de la oblea está sujeta al flujo de un gas de proceso para el que T_∞ = 500 K y h = 10 W/m² · K. Como el espacio entre la oblea y el plato, δ, es muy pequeño, el flujo del gas de proceso en esta región se puede ignorar.



(a) Represente la oblea de forma esquemática, mostrando una superficie de control y todos los procesos térmicos relevantes.

(b) Desarrolle un balance de energía sobre la oblea y determine la temperatura del plato T_c.

13.89 Tubos de una caldera expuestos a los productos de combustión del carbón en una planta de potencia están sujetos al hollín por el contenido de cenizas (mineral) de la combustión del gas. Las cenizas forman un depósito sólido sobre la superficie externa del tubo, que reduce la transferencia de calor a una mezcla de agua/vapor presurizada que fluye a través de los tubos. Considere un tubo de caldera de pared delgada (D_i = 0.05 m) cuya superficie se mantiene a T_i = 600 K mediante el proceso de ebullición. Los gases de combustión que fluyen en el tubo a T_∞ = 1800 K proporcionan un coeficiente de convección $\bar{h}$ = 100 W/m² · K, mientras la radiación del gas y las paredes de la caldera al tubo se pueden aproximar como originadas de grandes alrededores a T_{alr} = 1500 K.

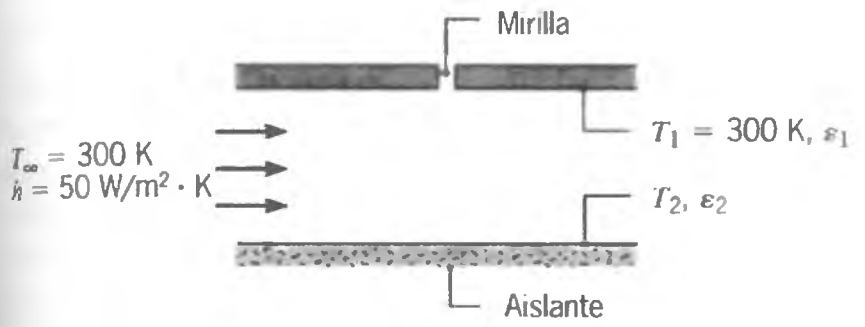


(a) Si la superficie del tubo es difusa y gris, con $\varepsilon_t = 0.8$, y *no* hay una capa de depósitos de cenizas, ¿cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud, q', al tubo de la caldera?

(b) Si una capa de depósito de diámetro $D_d = 0.06$ m y conductividad térmica $k = 1$ W/m · K se forma sobre el tubo, ¿cuál es la temperatura superficial del depósito, T_d? EL depósito es difuso y gris, con $\varepsilon_d = 0.9$, y T_t, T_∞, $\bar{h}$, y T_{alr} permanecen sin cambio? ¿Cuál es la transferencia neta de calor por unidad de longitud, q', al tubo de la caldera?

(c) Explore el efecto de las variaciones en D_d y $\bar{h}$ sobre q', así como en las contribuciones relativas de convección y radiación a la transferencia neta de calor. Represente sus resultados de forma gráfica.

13.90 Considere dos superficies grandes paralelas, grises y difusas. La superficie superior se mantiene a $T_1 = 400$ K. La superficie inferior experimenta convección (T_∞, h) y su lado posterior está aislado.

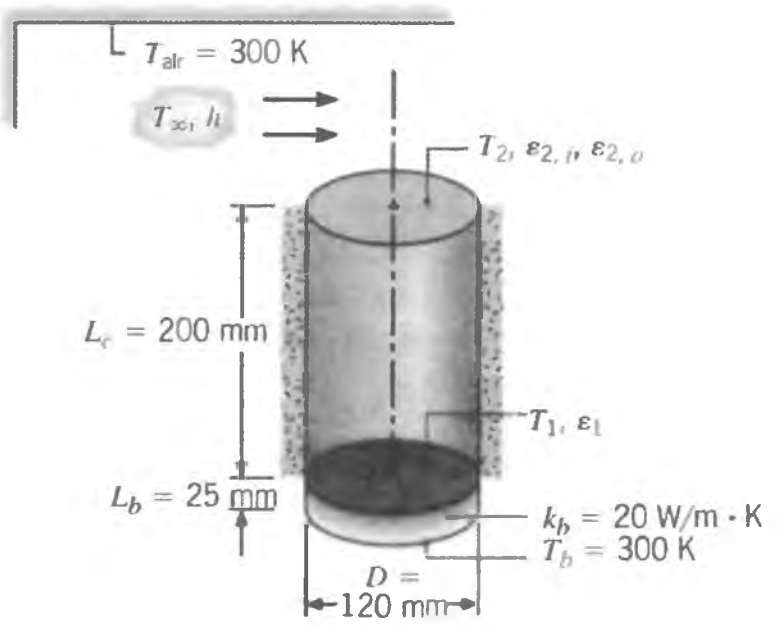


(a) Calcule la temperatura de la superficie inferior, T_2, cuando $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.5$.

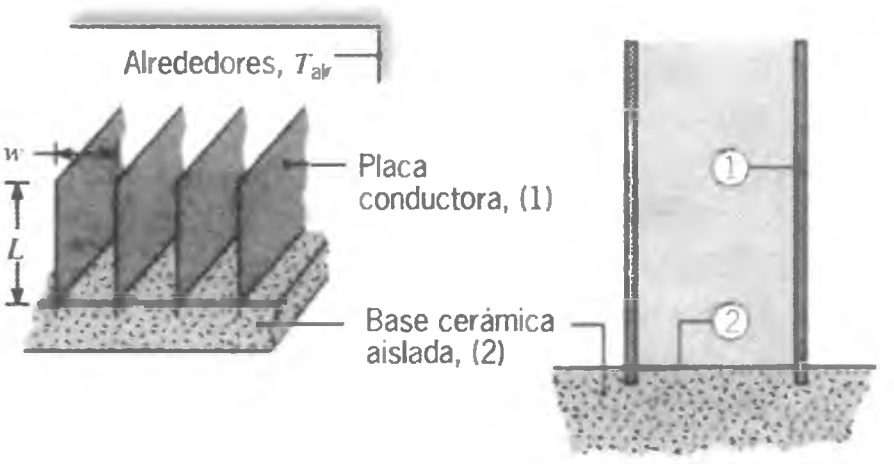
(b) Calcule el flujo radiante que sale de la mirilla.

13.91 Discos metálicos recubiertos se curan al colocarlos en la parte superior de un horno cilíndrico cuya superficie inferior se calienta eléctricamente y cuyas paredes laterales se pueden aproximar con una superficie rerradiante. El curado se lleva a cabo al mantener un disco a $T_1 = 800$ K y está montado en una base de material cerámico de conductividad térmica $k = 20$ W/m · K. La parte inferior del material de la base, así como el aire ambiente y los alrededores sobre el disco, se mantienen a una temperatura de 300 K. Las emisividades del calentador y de las superficies interna y externa del disco son $\varepsilon_1 = 0.9$, $\varepsilon_{2,i} = 0.5$, y $\varepsilon_{2,o} = 0.9$, respectivamente.

Suponiendo operación de estado estable e ignorado la convección dentro de la cavidad cilíndrica, determine la potencia eléctrica que se debe suministrar al calentador y el coeficiente de convección h que se debe mantener en la superficie externa del disco a fin de satisfacer las condiciones establecidas.



13.92 Conductores eléctricos, en la forma de placas paralelas de longitud $L = 40$ mm, tienen un extremo montado en una base cerámica aislada y están espaciados a una distancia $w = 10$ mm. Las placas se exponen a alrededores isotérmicos a $T_{alr} = 300$ K. Las superficies del conductor (1) y cerámica (2) son difusas y grises con emisividades $\varepsilon_1 = 0.8$ y $\varepsilon_2 = 0.6$, respectivamente. Para una corriente de operación establecida en los conductores, su temperatura es $T_1 = 500$ K.

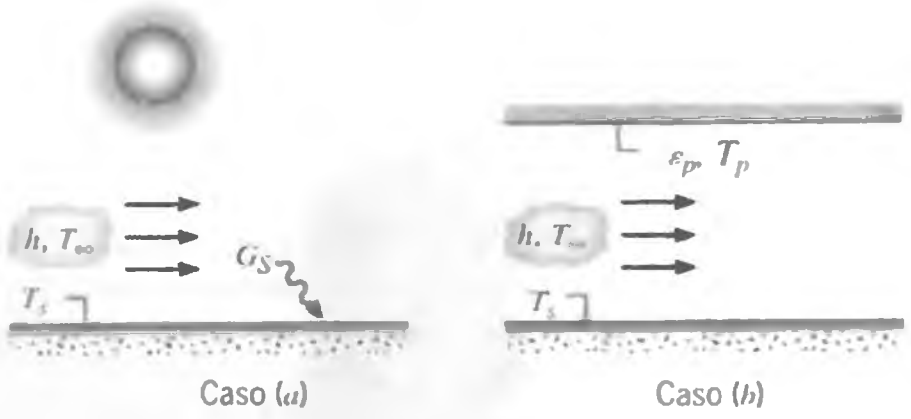


(a) Determine la potencia eléctrica disipada en una placa conductora por unidad de longitud, q'_1, considerando sólo intercambio de radiación. ¿Cuál es la temperatura de la base aislada, T_2?

(b) Determine q'_1 y T_2 cuando las superficies experimentan convección con un flujo de aire a 300 K y un coeficiente de convección $h = 25$ W/m² · K.

13.93 La absortividad espectral de una superficie difusa *grande* es $\alpha_\lambda = 0.9$ para $\lambda < 1$ μm y $\alpha_\lambda = 0.3$ para $\lambda_\lambda > 1$ μm. La parte inferior de la superficie está bien aislada, mientras que la superior se puede exponer a una de dos diferentes condiciones.

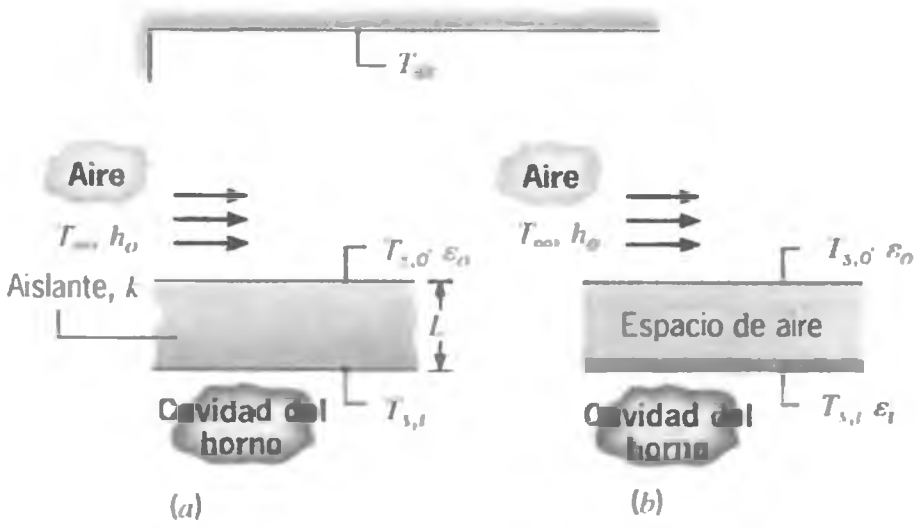
DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA



(a) En el caso (*a*) la superficie se expone al Sol, que proporciona una irradiación de $G_S = 1200$ W/m², y a un flujo de aire para el que $T_\infty = 300$ K. Si la temperatura superficial es $T_s = 320$ K, ¿cuál es el coeficiente de convección asociado con el flujo de aire?

(b) En el caso (*b*) la superficie está protegida del Sol por una placa grande y se mantiene un flujo de aire entre la placa y la superficie. La placa es difusa y gris con una emisividad de $\varepsilon_p = 0.8$. Si $T_\infty = 300$ K y el coeficiente de convección es equivalente al resultado obtenido en la parte (*a*), ¿cuál es la temperatura de la placa T_p que es necesaria para mantener la superficie a $T_s = 320$ K?

13.94 Las opciones para proteger térmicamente la parte superior de un horno grande incluyen el uso de un material aislante de espesor L y conductividad térmica k, caso (*a*), o un espacio de aire de espesor equivalente formado al instalar una hoja de acero sobre el techo, caso (*b*).

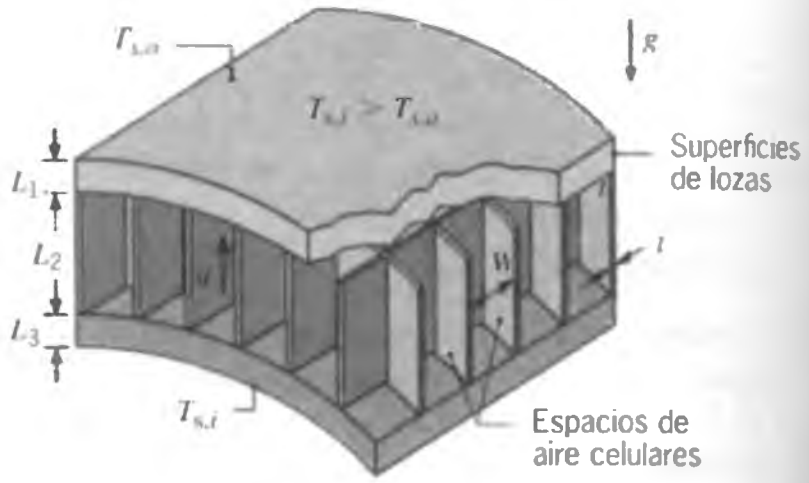


(a) Desarrolle modelos matemáticos que se puedan usar para evaluar cuál de los dos métodos es mejor. En ambos casos la superficie interior se mantiene a la misma temperatura, $T_{s,i}$, y el aire ambiente y los alrededores están a temperaturas equivalentes ($T_\infty = T_{alr}$).

(b) Si $k = 0.090$ W/m · K, $L = 25$ mm, $h_o = 25$ W/m² · K, las superficies son difusas y grises con $\varepsilon_i = \varepsilon_o = 0.50$, $T_{s,i} = 900$ K, y $T_\infty = T_{alr} = 300$ K, ¿cuál es al temperatura superficial $T_{s,o}$, y la pérdida de calor por unidad de área superficial asociada con cada opción?

(c) Para cada caso, evalúe el efecto de las propiedades radiativas superficiales sobre la temperatura de la superficie externa y la pérdida de calor por unidad de área para valores de $\varepsilon_i = \varepsilon_o$ que van de 0.1 a 0.9. Grafique sus resultados.

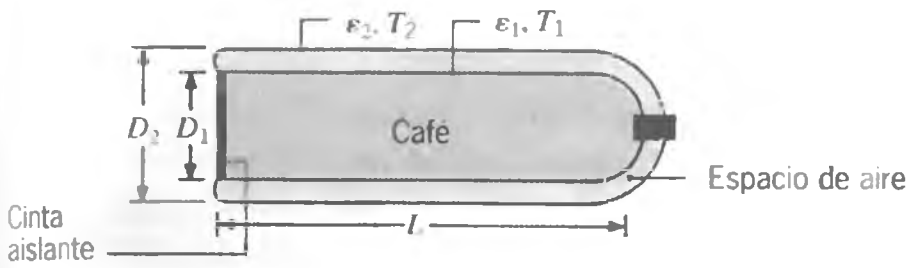
13.95 El aislante compuesto que se muestra, y que se describió en el capítulo 1 (problema 1.52*e*), se considera como un material para revestir un techo.



Se propone que las lozas externa e interna se construyan de tableros de partículas de baja densidad de espesores $L_1 = L_3 = 12.5$ mm y que el núcleo de panal se construya de un tablero de partículas de alta densidad. Las celdas cuadradas del núcleo tendrán longitudes $L_2 = 50$ mm, ancho $W = 10$ mm, y espesor de pared $t = 2$ mm. La emisividad de ambos tableros de partículas es aproximadamente 0.85, y las celdas del panal se llenan con aire a una presión de 1 atm. Para evaluar la efectividad del aislante, se debe evaluar su resistencia térmica total bajo condiciones de operación representativas para las que la superficie inferior (interna) es $T_{s,i} = 25°C$ y la de la superficie superior (externa) es $T_{s,o} = -10°C$. Para evaluar el efecto de la convección libre en el espacio de aire, suponga una diferencia de temperatura de la celda de 20°C y evalúe las propiedades del aire a 7.5°C. Para evaluar el efecto de la radiación a través del espacio de aire, suponga temperaturas de superficie interna de las lozas externa e interna de −5 y 15°C, respectivamente.

13.96 Considere la parte (b) del problema 8.75, pero ahora explique los efectos de la radiación al suponer que las superficies de la varilla y del tubo son difusas y grises y que tienen una emisividad de 0.8. Determine la temperatura de la varilla y la transferencia de calor al agua por unidad de longitud del tubo.

13.97 Una botella térmica cilíndrica de longitud $L = 0.3$ m que yace sobre su costado (horizontalmente) contiene café caliente.



El contenedor de café consiste en un frasco de vidrio de diámetro $D_1 = 0.07$ m, separado de un contenedor de aluminio de diámetro $D_2 = 0.08$ m por aire a presión atmosférica. El superficie externa del frasco y la superficie interna del contenedor está cubierta con plata para proporcionar emisividades de $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.25$. Si estas temperaturas superficiales son $T_1 = 75°C$ y $T_2 = 35°C$, ¿cuál es la pérdida de calor del café?

13.98 Un espacio vertical de aire en la pared de una casa tiene un espesor de 0.1 m y 3 m de altura. El aire separa un ladrillo exterior de una pared de tablero de yeso, cada superficie con una emisividad de 0.9. Considere condiciones para las que las temperaturas de las superficies del ladrillo y del yeso expuestas al aire son -10 y 18°C, respectivamente. ¿Cuál es la pérdida de calor por unidad de área superficial? ¿Cuál sería la pérdida de calor por unidad de área si el espacio se llenara con espuma de uretano?

13.99 Para estimar los ahorros de energía asociados con el uso de una construcción de ventana con doble vidrio (termovidrio) contra un solo vidrio, considere una ventana orientada verticalmente y de 0.6×0.6 m por lado. La superficie interna de la ventana se expone al aire y paredes de un cuarto que se mantienen a una temperatura T_i, mientras la superficie externa se expone a aire ambiental a T_∞ y a alrededores (cielo, tierra, etc.) que tienen una temperatura efectiva T_{alr}. El coeficiente de convección asociado con la superficie y el aire ambiente se denomina como h_o. La ventana se construye de vidrio que es opaco a radiación de onda larga y de emisividad conocida ε_g. La ventana de un solo vidrio tiene espesor t_1, mientras cada vidrio de la ventana térmica es de espesor t_2 con un espacio de aire de espesor t_a.

(a) Suponga condiciones nocturnas de estado estable y gradientes de temperatura insignificantes dentro del vidrio, desarrolle un modelo que se pueda usar para determinar la transferencia de calor a través de la ventana y las temperaturas del vidrio para las construcciones térmica y de un solo vidrio.

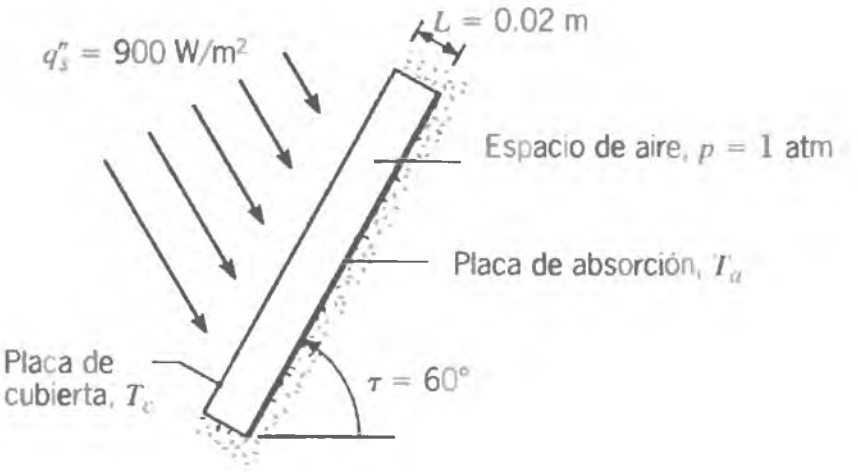
(b) Determine la transferencia de calor y las temperaturas del vidrio cuando $T_i = 18°C$, $T_\infty = -20°C$, $T_{alr} = -30°C$, $h_o = 25$ W/m$^2 \cdot$ K, $\varepsilon_g = 0.9$, $t_1 = 10$ mm, $t_2 = 5$ mm, y $t_a = 15$ mm.

13.100 La radiación generada en un foco de luz al vacío de 60 W se puede aproximar con la distribución espectral de radiación emitida por un cuerpo negro a 2900 K.

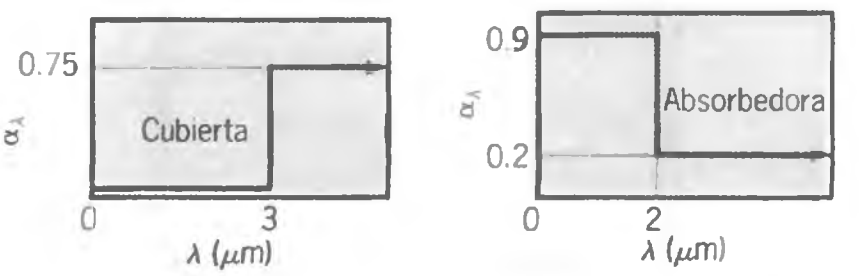
(a) Si las propiedades radiativas de la envoltura de vidrio son $\tau_\lambda = 1$ y $\alpha_\lambda = 0$ para $0 < \lambda < 1$ μm y $\tau_\lambda = 0$ y $\alpha_\lambda = 1$ para 1 μm $< \lambda$, ¿qué fracción de la radiación emitida por el filamento se transmite a los alrededores del foco?

(b) Ignore las pérdidas de conducción a través del enchufe, ¿cuál será la temperatura del bulbo de vidrio, que se puede aproximar como una esfera de diámetro $D = 50$ mm, cuando se coloca en un cuarto cuyas paredes y aire están a 20°C?

13.101 Un colector solar plano consiste en una placa de absorción y una sola placa de cubierta, está inclinado a un ángulo de $\tau = 60°$ en relación con la horizontal.



Considere condiciones para las que la radiación solar incidente está colimada a un ángulo de 60° en relación con la horizontal y el flujo solar es 900 W/m^2. La placa cubierta es perfectamente transparente a la radiación solar ($\lambda \leq 3$ μm) y es opaca a la radiación de longitudes de onda más larga. La placa cubierta y la de absorción son superficies difusas que tienen la absortividad espectral que se muestra.



La longitud de ancho de las placas de absorción y cubierta son mucho más grandes que el espaciado de las placas L. ¿Cuál es la rapidez a la que se absorbe la radiación solar por unidad de área de la placa de absorción? Con la placa de absorción bien aislada por abajo y las temperaturas de la placa de absorción y cubierta

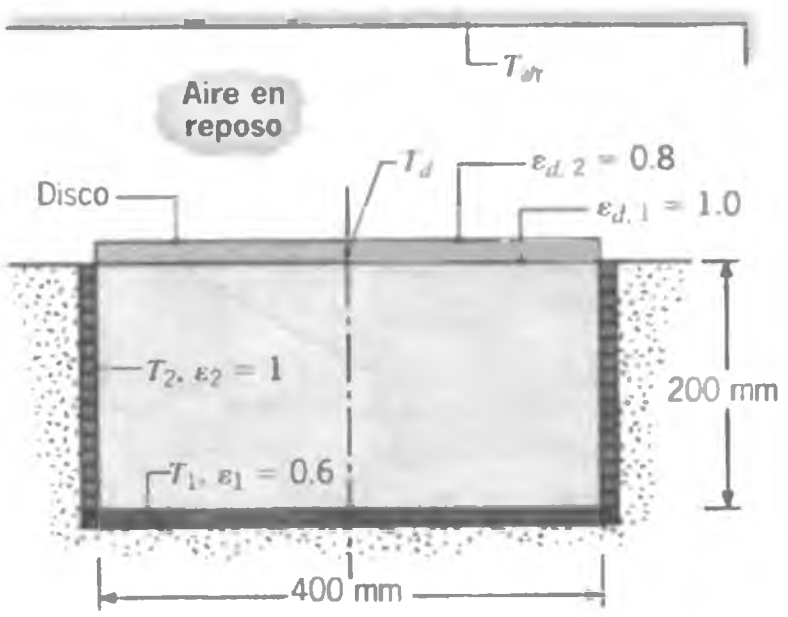
T_a y T_c de 70 y 27°C, respectivamente, ¿cuál es la pérdida de calor por unidad de área de la placa de absorción?

13.102 Considere el colector solar plano del problema 9.86. La placa de absorción tiene un recubrimiento negro para el que $\varepsilon = 0.96$, y la placa cubierta tiene una emisividad $\varepsilon = 0.92$. Con respecto al intercambio de radiación, ambas placas se pueden aproximar como superficies grises y difusas.

(a) Para las condiciones del problema 9.86a, ¿cuál es la transferencia de calor por convección libre de la placa de absorción y la transferencia neta de intercambio de radiación entre las placas?

(b) La temperatura de la placa de absorción varía de acuerdo con el flujo del fluido de trabajo que se dirige a través del tubo enrollado. Con todos los demás parámetros iguales a los establecidos, calcule y grafique las transferencias de calor por convección libre y radiante como función de la temperatura de la placa de absorción para $50 \leq T_1 \leq 100$°C.

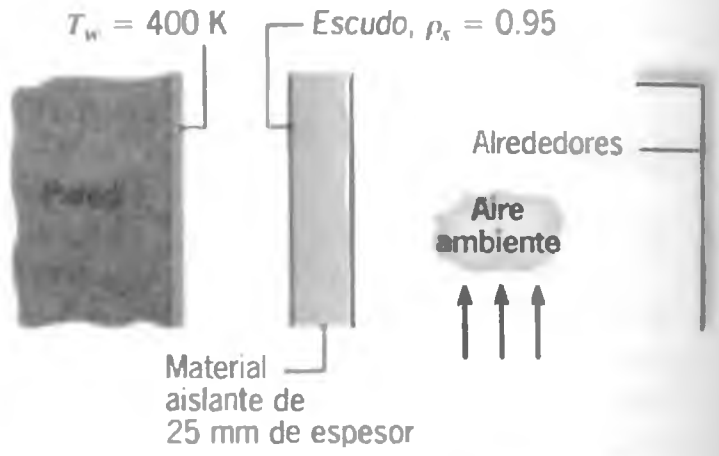
13.103 El lado inferior de un disco de 400 mm de diámetro se calienta con un horno eléctrico, mientras el lado superior se expone a aire ambiental en reposo y alrededores a 300 K. El horno radiante (convección insignificante) es de construcción circular con la superficie inferior ($\varepsilon_1 = 0.6$) y la superficie lateral cilíndrica ($\varepsilon_2 = 1.0$) que se mantienen a $T_1 = T_2 = 500$ K. La superficie del disco orientada al horno radiante es negra ($\varepsilon_{d,1} = 1.0$), mientras la superficie superior tiene una emisividad de $\varepsilon_{d,2} = 0.8$. Suponga que las superficies de la placa y del horno son difusas y grises.



(a) Determine la transferencia neta de calor para el disco, $q_{net,d}$, cuando $T_d = 400$ K.

(b) Grafique $q_{net,d}$ como función de la temperatura del disco para $300 \leq T_d \leq 500$ K, con todas las otras condiciones iguales. ¿Cuál es la temperatura de estado estable del disco?

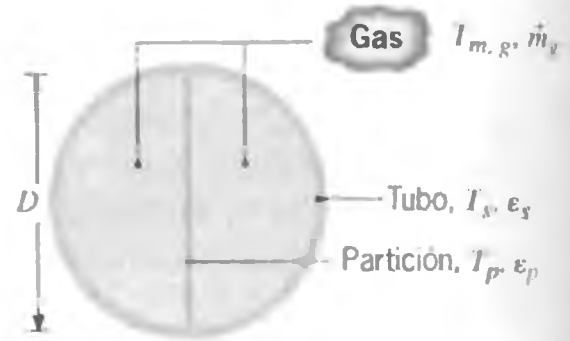
13.104 La superficie de un escudo de radiación frente a una pared caliente negra a 400 K tiene una reflectividad de 0.95. Unida al lado posterior del escudo hay una hoja de 25 mm de espesor de material aislante que tiene una conductividad térmica de 0.016 W/m · K. El coeficiente de transferencia de calor global (convección y radiación) en la superficie expuesta a aire ambiente y alrededores a 300 K es 10 W/m² · K.



(a) Suponiendo convección insignificante en la región entre la pared y el escudo, estime la pérdida de calor por unidad de área de la pared caliente.

(b) Ejecute un análisis de sensibilidad de parámetros sobre el sistema aislante, considerando los efectos de reflectividad del escudo, ρ_s, y conductividad térmica de aislante, k. ¿Qué influencia tendrán estos parámetros en la pérdida de calor de la pared caliente? Muestre los resultados de su análisis en un formato gráfico.

13.105 El tubo de humos de un calentador de agua consiste en un ducto circular largo de diámetro $D = 0.07$ m y temperatura $T_s = 385$ K, a través del cual los gases de combustión fluyen a una temperatura $T_{m,g} = 900$ K. Para aumentar la transferencia de calor del gas al tubo, se inserta una partición delgada a lo largo del plano medio del tubo. Se puede suponer que los gases tienen las propiedades termofísicas del aire y que radiativamente no son participativos.



(a) Sin partición y con un flujo de gas de $\dot{m}_g = 0.05$ kg/s, ¿cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud, q', al tubo?

(b) Para un flujo de gas de $\dot{m}_g = 0.05$ kg/s y emisividades de $\varepsilon_s = \varepsilon_p = 0.5$, determine la temperatura de la partición T_p y la transferencia total de calor q' al tubo.

(c) Para $\dot{m}_g = 0.02$, 0.05, y 0.08 kg/s y emisividades equivalentes $\varepsilon_p = \varepsilon_s \equiv \varepsilon$, calcule y grafique T_p y q' como función de e para $0.1 \leq \varepsilon \leq 1.0$. Para $\dot{m}_g = 0.05$ kg/s y emisividades equivalentes, grafique las contribuciones radiativas y convectivas a q' como función de ε.

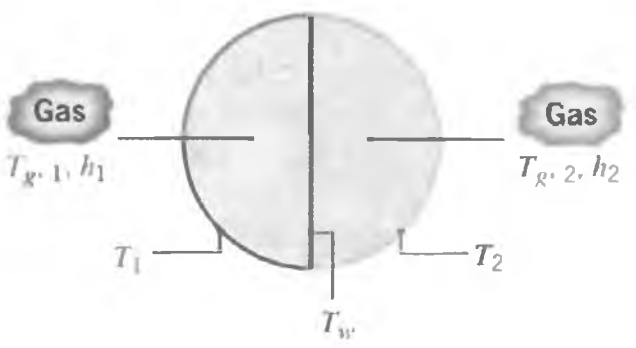
13.106 Una varilla uniforme larga de 50 mm de diámetro con una conductividad térmica de 15 W/m · K se calienta internamente mediante generación de energía volumétrica de 20 kW/m^3. La varilla se coloca coaxialmente dentro de un tubo circular más largo de 60 mm de diámetro cuya superficie se mantiene a 500°C. La región angular entre la varilla y el tubo está al vacío, y sus superficies son difusas y grises con una emisividad de 0.2.

(a) Determine la temperatura del centro y superficial de la varilla.

(b) Determine las temperaturas central y superficial de la varilla si aire atmosférico ocupa el espacio anular.

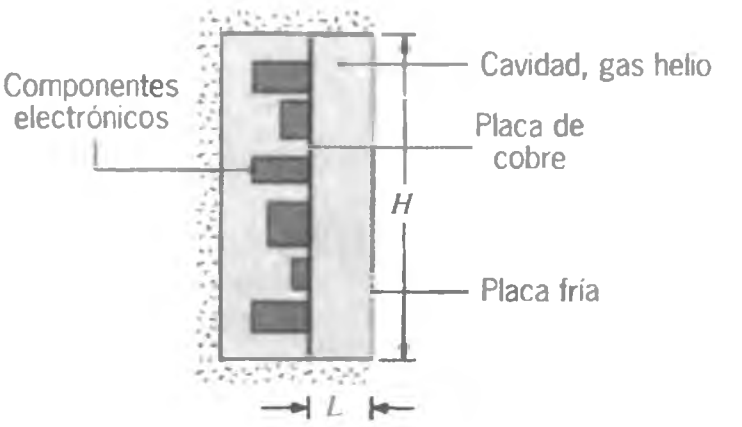
(c) Para diámetros del tubo de 60, 100, y 1000 mm y para las condiciones al vacío y atmosférica, calcule y grafique las temperaturas central y superficial como función de emisividades superficiales equivalentes en el rango de 0.1 a 1.0.

13.107 La sección transversal de un tubo circular largo, que está dividido en dos ductos semicilíndricos con una pared delgada como se muestra abajo.



Los lados 1 y 2 se mantienen a temperaturas $T_1 = 600$ K y $T_2 = 400$ K, respectivamente, mientras que las temperaturas medias del gas que fluye a través de los ductos 1 y 2 con $T_{g,1} = 571$ K y $T_{g,2} = 449$ K, respectivamente. Las temperaturas anteriores son invariantes en la dirección axial. Los gases proporcionan coeficientes de convección superficiales $h_1 = h_2 = 5$ W/m^2 · K, mientras que todas las superficies del ducto se pueden aproximar como cuerpos negros ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_w = 1$). ¿Cuál es la temperatura de la pared del ducto, T_w? Lleve a cabo un balance de energía sobre el gas en el lado 1, para verificar que $T_{g,1}$ es, de hecho, igual a 571 K.

13.108 Un esquema para enfriar componentes electrónicos implica montarlos sobre una placa de cobre que forma una pared vertical de una cavidad rectangular que contiene gas helio a presión atmosférica.



El ancho y el alto de la cavidad son $L = 20$ mm y $H = 160$ mm, respectivamente. La superficie superior e inferior, así como la pared posterior del compartimiento de componentes, están bien aisladas. Bajo condiciones de estado estable, la placa de cobre y la placa fría contigua se mantienen a 75 y 15°C, respectivamente. Cada una de las placas tiene una emisividad de 0.8.

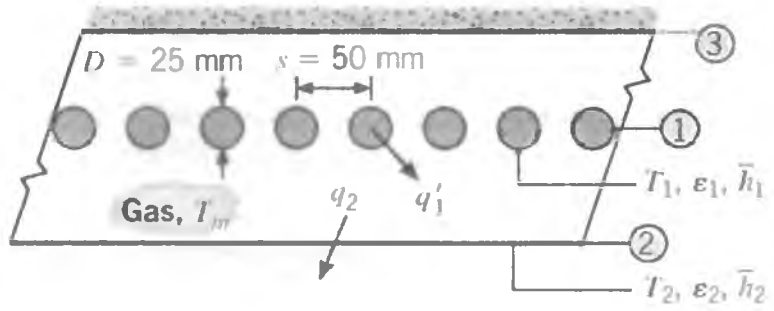
(a) Determine la rapidez a la que los componentes disipan calor por unidad de distancia perpendicular a la sección transversal (W/m).

(b) Evalúe el efecto de variar el espaciado de placas L sobre la tasa de disipación de calor.

13.109 Considere las condiciones del problema 9.90. Explique la radiación así como la convección, a través de la cavidad llena con helio, determine el flujo de masa a la que el nitrógeno gaseoso se ventila del sistema. Las superficies de la calidad son difusas y grises con emisividades $\varepsilon_i = \varepsilon_o = 0.3$. Si la cavidad está al vacío cuántas condiciones superficiales se alterarían para reducir más la evaporación? Apoye su recomendación con los cálculos apropiados.

13.110 Una fila de elementos de calentamiento cilíndricos regularmente espaciados (1) se usa para curar un recubrimiento superficial que se aplica a un panel largo (2) colocado por debajo de los elementos. Un segundo panel (3), cuya superficie superior está bien aislada, se coloca por arriba de los elementos. Los elementos son negros y se mantienen a $T_1 = 600$ K, mientras que el panel tiene una emisividad $\varepsilon_2 = 0.5$ y se mantiene a $T_2 = 400$ K. La cavidad se llena con un gas no participativo y ocurre una transferencia de calor por convección en las superficies 1 y 2, con $\bar{h}_1 = 10$ W/m^2 · K y

$\bar{h}_2 = 2$ W/m$^2 \cdot$ K. (La convección en el panel aislado se puede ignorar.)



(a) Evalúe la temperatura media del gas, T_m.

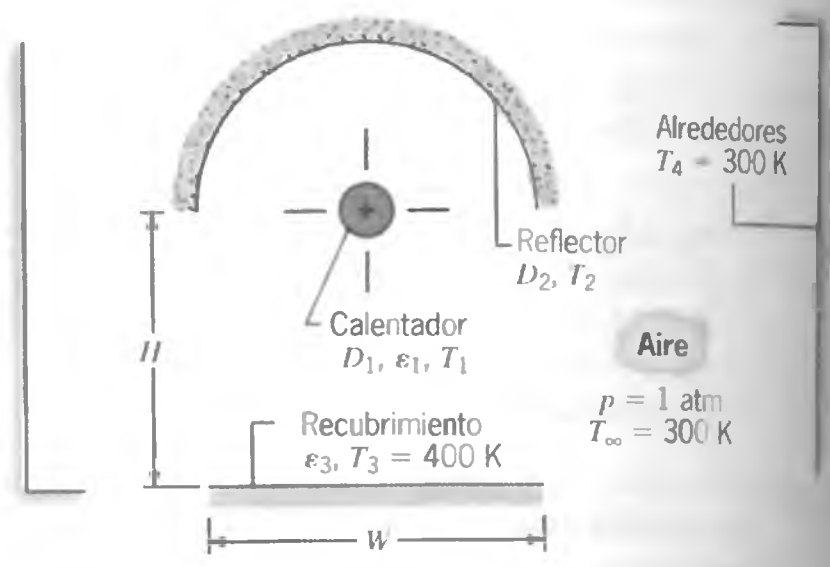
(b) ¿Cuál es la rapidez por unidad de longitud axial a la que se debe suministrar energía eléctrica a cada elemento para mantener su temperatura establecida?

(c) ¿Cuál es la transferencia de calor para una parte del panel recubierto que tiene 1 m de ancho por 1 m de longitud?

13.111 Un recubrimiento superficial especial sobre un panel cuadrado de 5 × 5 m de lado se cura al colocar el panel directamente bajo una fuente de calor radiante que tiene las mismas dimensiones. La fuente de calor es difusa y gris y opera con un consumo de potencia de 75 kW. La superficie superior del calentador, así como la superficie inferior del panel, se pueden suponer bien aisladas, y el arreglo existe en un cuarto muy amplio con temperaturas de aire y pared de 25°C. El recubrimiento superficial es difuso y gris, con una emisividad de 0.30 y un límite superior de temperatura de 400 K. Ignorando los efectos de convección, ¿cuál es el espaciado mínimo que se debe mantener entre el calentador y el panel para asegurar que la temperatura del panel no exceda de 400 K? Al tener en cuenta los efectos de convección en la superficie cubierta del panel, ¿cuál es el espaciado mínimo?

13.112 Un calentador de varilla larga de diámetro $D_1 = 10$ mm y emisividad $\varepsilon_1 = 1.0$ es coaxial con un reflector semicilíndrico bien aislado de diámetro $D_2 = 1$ m. Un panel largo de ancho $W = 1$ m está alineado con el reflector y separado del calentador por una distancia de $H = 1$ m. El panel está cubierto con una pintura especial ($\varepsilon_3 = 0.7$), que se cura al mantenerla a 400 K. El panel está bien aislado en su lado posterior, y todo el sistema se coloca en un cuarto amplio donde las paredes y el aire atmosférico en reposo están a 300 K. Se puede ignorar la transferencia de calor por convección para la superficie del reflector.

(a) Dibuje el circuito térmico equivalente para el sistema y acote todas las resistencias y potenciales pertinentes.



(b) Exprese sus resultados en términos de las variables apropiadas, escriba el sistema de ecuaciones necesario para determinar las temperaturas del calentador y del reflector, T_1 y T_2, respectivamente. Determine estas temperaturas para las condiciones establecidas.

(c) Determine la rapidez a la que se debe suministrar energía eléctrica por unidad de longitud del calentador de varilla.

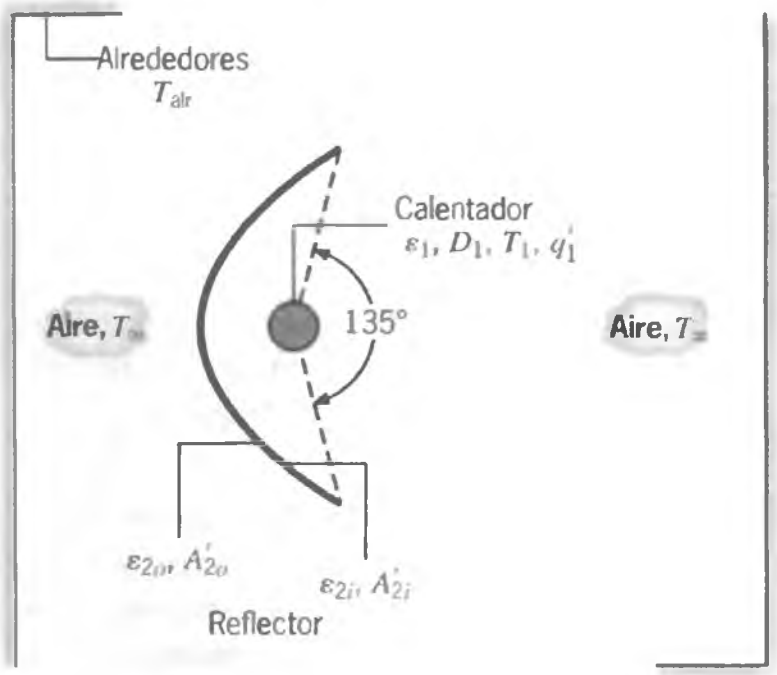
13.113 Un calentador radiante, que se usa para procesos de tratamiento superficial, consiste en un elemento cilíndrico largo de calentamiento de diámetro $D_1 = 0.005$ m y emisividad $\varepsilon_1 = 0.80$. El calentador está parcialmente envuelto por un reflector parabólico delgado largo cuyas emisividades de las superficies interna y externa son $\varepsilon_{2i} = 0.10$ y $\varepsilon_{2o} = 0.80$, respectivamente. Las áreas superficiales interna y externa por unidad de longitud del reflector son cada una $A'_{2i} = A'_{2o} = 0.20$ m, y el coeficiente promedio de convección para las superficies interna y externa combinadas es $\bar{h}_{2(i,o)} = 2$ W/m$^2 \cdot$ K. Se puede suponer que el sistema está en un medio infinito en reposo de aire atmosférico a $T_\infty = 300$ K y se expone a alrededores a $T_{alr} = 300$ K.

(a) Dibuje el circuito de radiación apropiado, y escriba expresiones para cada una de las resistencias de la red.

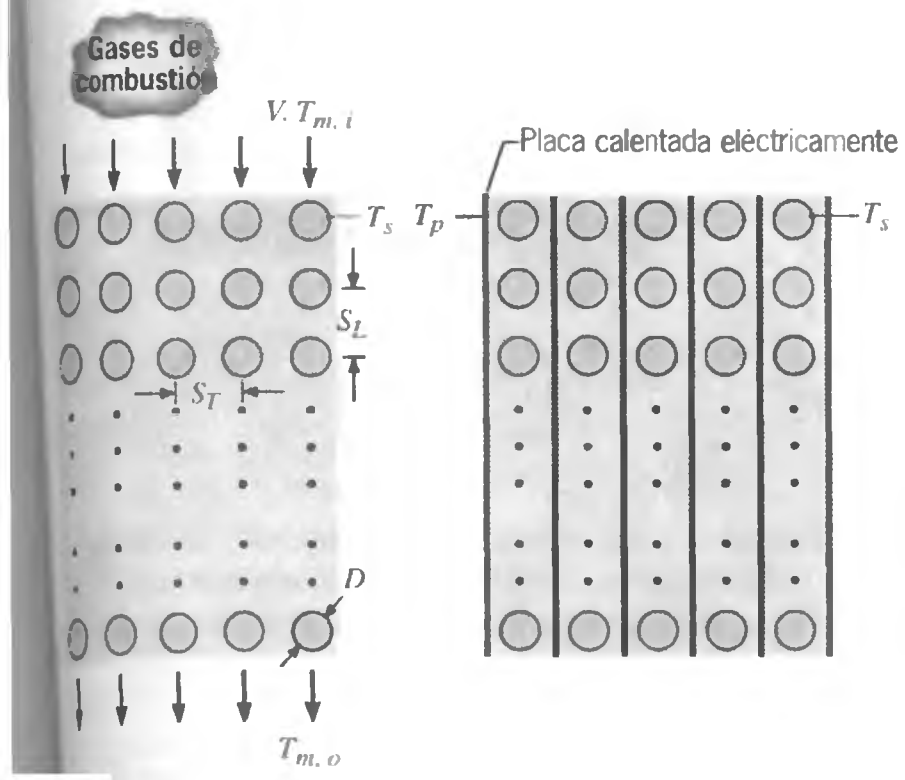
(b) Si bajo condiciones de estado estable la potencia eléctrica se disipa en el calentador a $P'_1 = 1500$ W/m y la temperatura de la superficie del calentador es $T_1 = 1200$ K, ¿cuál es la rapidez *neta* a la que la energía *radiante* se transfiere del calentador?

(c) ¿Cuál es la rapidez neta a la que la energía radiante se transfiere del calentador a los alrededores?

(d) ¿Cuál es la temperatura, T_2, del reflector?



13.114 Un generador de vapor consiste en un arreglo en línea de tubos, cada uno de diámetro externo $D = 10$ mm y longitud $L = 1$ m. Los espaciados longitudinal y transversal son cada uno $S_L = S_T = 20$ mm, mientras los números de filas longitudinales y transversales son $N_L = 20$ y $N_T = 5$. Agua saturada (líquida) entra en los tubos a una presión de 2.5 bar, y su flujo másico se ajusta para asegurar que salga de los tubos como vapor saturado. La ebullición que ocurre en los tubos mantiene una temperatura de la pared del tubo uniforme de 400 K.

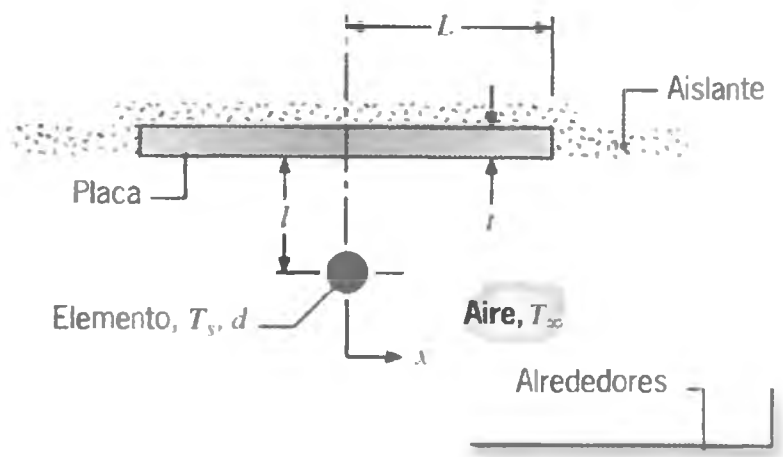


(a) Considere el caso (a) para el que los productos de combustión *ingresan* al banco de tubos con velocidad y temperatura $V = 10$ m/s y $T_{m,i} = 1200$ K, respectivamente. Determine el coeficiente de convección promedio del lado del gas, la temperatura de salida del gas, y la rapidez de producción de vapor en kg/s. Las propiedades del gas se pueden aproximar a las del aire atmosférico a una temperatura de 900 K.

(b) Un diseño alternativo de generador de vapor, caso (*b*), consiste en el mismo arreglo de tubos, pero el gas que fluye se reemplaza por un espacio al vacío con placas calentadas eléctricamente insertadas entre cada línea de tubos. Si las placas se mantienen a una temperatura uniforme $T_p = 1200$ K, ¿cuál es la rapidez de producción de vapor? Las superficies de la placa y el tubo se pueden aproximar como cuerpos negros.

(c) Considere condiciones para las que las placas se instalan, como en el caso (*b*), y los productos de combustión de alta temperatura fluyen sobre los tubos, como en el caso (*a*). Las placas ya no se calientan eléctricamente, pero su conductividad térmica es suficientemente grande para asegurar una temperatura uniforme de placa. Comente sobre los factores que influyen en la temperatura de la placa y la distribución de temperatura del gas. Contraste (cualitativamente) la temperatura de salida del gas y la rapidez de generación de vapor con los resultados del caso (*a*).

13.115 Un elemento de calentamiento de resistencia eléctrica de diámetro d, cuya superficie es negra y está a una temperatura T_s, se localiza muy próximo a una placa metálica de espesor t, conductividad térmica k, y emisividad ε establecidos. La placa se expone a aire a T_∞ y alrededores a T_{alr}. La placa y el elemento calentador son muy largos en la dirección normal a la página.



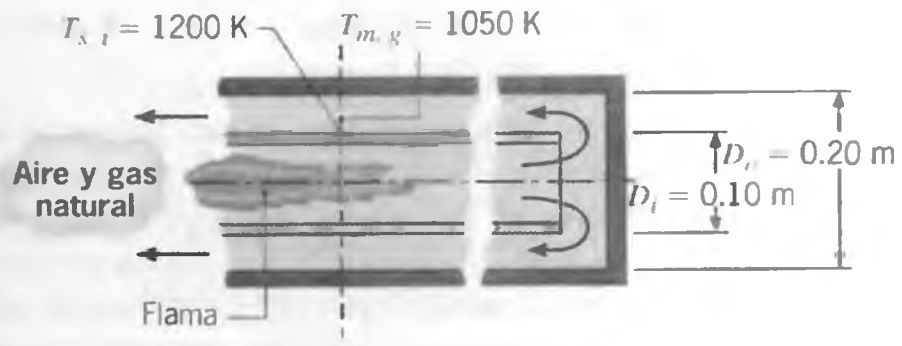
(a) Derive la ecuación diferencial e identifique las condiciones de frontera que determinan la distribución de temperatura en la placa.

(b) ¿Cómo resolvería esta ecuación para obtener la distribución de temperatura?

13.116 El dibujo muestra un tubo radiante a gas del tipo recuperativo de un solo extremo (SER). Se inyecta una mezcla de aire y gas natural en el extremo izquierdo del tubo central, y la combustión es esencialmente completa mientras los gases están aún en el tubo inter-

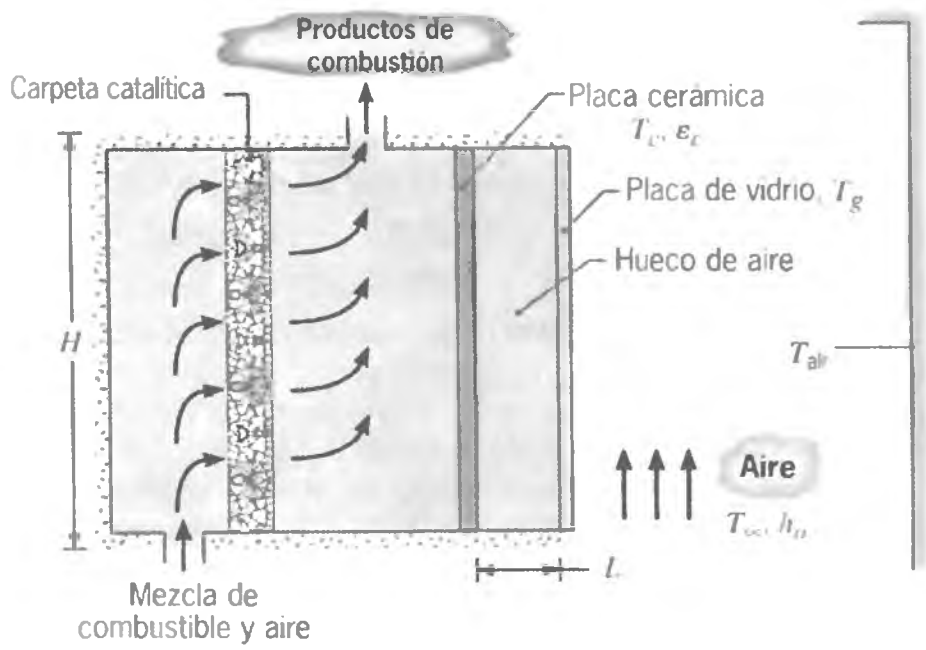
DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litor

no. Los productos de combustión se sacan a través del anillo. Mediciones de un termopar en una posición axial particular indican una temperatura de la pared inferior del tubo de 1200 K y una temperatura del gas de 1050 K en el anillo. El tubo radiante se coloca en un horno, cuyas paredes están a 950 K; la atmósfera del horno está en reposo y también a 950 K. Los tubos de pared delgada son de carburo de silicio con una emisividad de 0.6. El flujo de masa de gas es 0.13 kg/s y la presión del gas es 101.5 kPa.



Calcule la temperatura del tubo exterior y la posición axial donde se hacen las mediciones del termopar. Suponga que el gas es radiativamente no participativo y que tiene las siguientes propiedades termofísicas: ρ = 0.32 kg/m^3, $\nu = 130 \times 10^{-6}$ m^2/s, $k = 70 \times 10^{-3}$ W/m · K, y Pr = 0.72.

13.117 Un calentador de gas natural montado sobre una pared usa la combustión sobre una carpeta catalítica porosa para mantener una placa cerámica de emisividad ε_c = 0.95 a una temperatura uniforme de T_c = 1000 K. La placa cerámica está separada de una placa de vidrio por un hueco de aire de espesor L = 50 mm. la superficie del vidrio es difusa, y su transmitividad espectral y absortividad se pueden aproximar como $\tau_\lambda = 0$ y $\alpha_\lambda = 1$ para $0 \leq \lambda \leq 0.4$ μm. $\tau_\lambda = 1$ y $\alpha_\lambda = 0$ para $0.4 < \lambda \leq 1.6$ μm. y $\tau_\lambda = 0$ y $\alpha_\lambda = 0.9$ para $\lambda > 1.6$ μm. La superficie exterior del vidrio se expone a aire ambiental en reposo y alrededores lejanos para los que $T_\infty = T_{alr}$ = 300 K. La altura y el ancho del calentador son $H = W$ = 2 m.

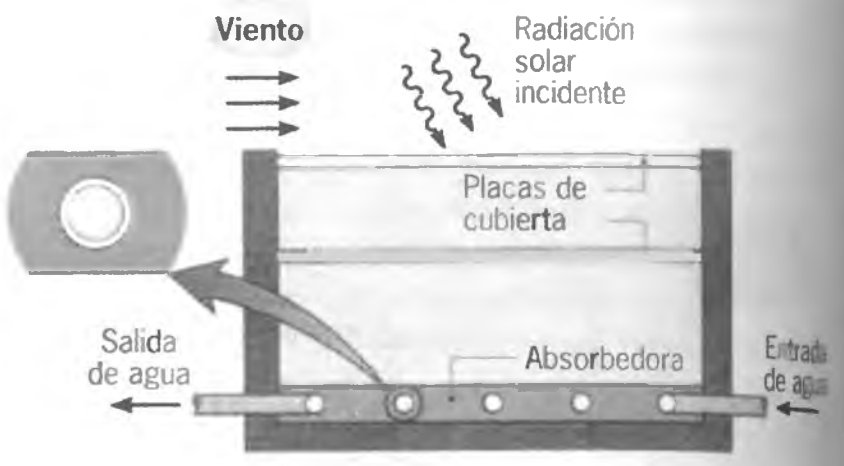


(a) ¿Cuál es la transmitividad total del vidrio a la irradiación de la placa cerámica? ¿Se puede aproximar el vidrio como opaco y gris?

(b) Para las condiciones establecidas, evalúe la temperatura del vidrio, T_g, y la transferencia de calor del calentador, q_h.

(c) Se puede usar un ventilador para controlar el coeficiente de convección h_o en la superficie exterior del vidrio. Calcule y grafique T_g y q_h como función de h_o para $10 \leq h_o \leq 100$ W/m^2 · K.

13.118 En los años recientes ha habido un interés considerable en desarrollar colectores solares planos para necesidades de calentamiento doméstico. La configuración de colector típica consiste en una superficie absorbente térmicamente aislada en sus extremos y en el lado posterior. La radiación solar se transmite a través de una o más *placas de cubierta* de vidrio antes de alcanzar la de absorción. La energía colectada se elimina al hacer circular agua a través de tubos que están en buen contacto térmico con la absorbedora.



Identifique todos los procesos de intercambio de energía que influyen en el funcionamiento del colector. Sugiera características de diseño que aumenten la eficiencia de la colección.

13.119 Considere un colector solar plano, tal como el que se muestra de forma esquemática en el problema 13.118, pero suponga que en lugar de dos placas de cubierta tiene una. Se conocen las siguientes cantidades

G_S	irradiación solar
$\alpha_{pc,S}$	absortividad de la placa cubierta a la radiación solar
$\tau_{cp,S}$	transmisividad de la placa cubierta para la radiación solar
$\alpha_{pa,S}$	absortividad de la placa de absorción a la radiación solar
ε_{pc}, ε_{pa}	emisividades de las placas de cubierta y de absorción, respectivamente

h_i coeficiente de convección del espacio de aire basado en la diferencia de temperaturas, $T_{pa} - T_{pi}$

h_o coeficiente de convección entre la placa cubierta y el aire ambiental

T_{pa} emperatura de la placa de absorción

T_∞ temperatura del aire ambiental

T_{cielo} temperatura efectiva del cielo

Suponiendo que el ensamble tubo-placa de absorción está perfectamente aislado por abajo, desarrolle expresiones que se puedan usar para obtener la rapidez a la que se colecta energía útil por unidad de área de la superficie de la placa de absorción q''_u bajo condiciones de estado estable.

Radiación gaseosa

13.120 Un horno que tiene una cavidad esférica de 0.5 m de diámetro contiene una mezcla de gas a 1 atm y 1400 K. La mezcla consiste en CO_2 con una presión parcial de 0.25 atm y nitrógeno con una presión parcial de 0.75 atm. Si la pared de la cavidad es negra, ¿cuál es la rapidez de enfriamiento necesaria para mantener su temperatura a 500 K?

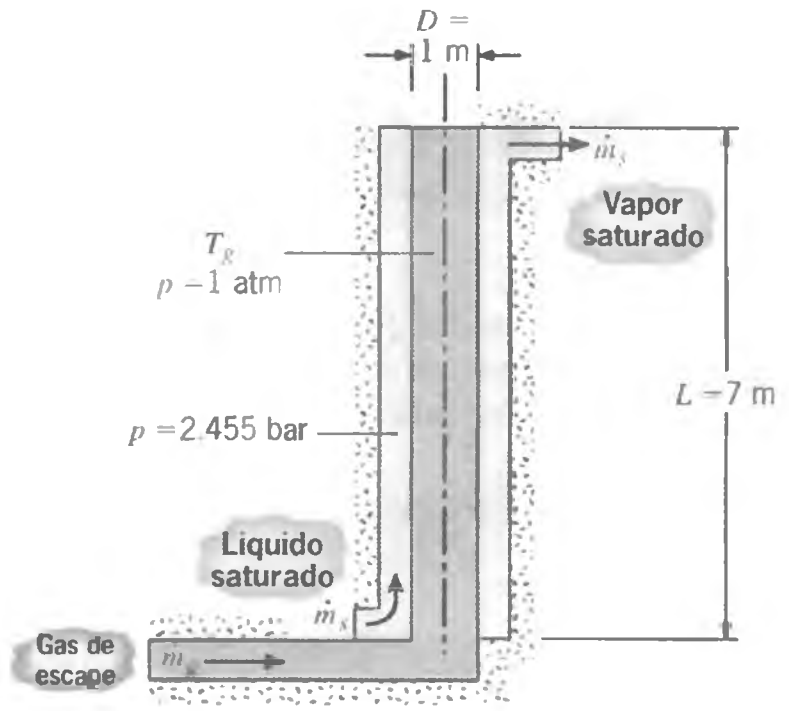
13.121 La cámara de combustión de una turbina a gas se puede aproximar como un tubo largo de 0.4 m de diámetro. El gas de combustión está a una presión y temperatura de 1 atm y 1000°C, respectivamente, mientras que la temperatura de la superficie de la cámara es 500°C. Si el gas de combustión contiene CO_2 y vapor de agua, cada uno con una fracción molar de 0.15, ¿cuál es el flujo neto de calor radiativo entre el gas y la superficie de la cámara, que se puede aproximar como un cuerpo negro?

13.122 Un gas de escape a 1 atm de presión total y una temperatura de 1400 K contiene CO_2 y vapor de agua a presiones parciales de 0.05 y 0.10 atm, respectivamente. Si el gas fluye a través de un escape muy largo de 1 m de diámetro y 400 K de temperatura superficial, determine el flujo neto de calor radiativo del gas a la superficie. Se puede suponer comportamiento de cuerpo negro para la superficie.

13.123 Un horno consiste en dos placas paralelas muy grandes separadas por 0.75 m. Una mezcla de gas compuesta de O_2, N_2, CO_2 y vapor de agua con fracciones molares de 0.20, 0.50, 0.15, y 0.15, respectivamente, fluye entre las placas a una presión total de 2 atm y a una temperatura de 1300 K. Si las placas se pueden aproximar como cuerpos negros y se mantienen a 500 K, ¿cuál es el flujo neto de calor radiativo a las placas?

13.124 En un proceso industrial, los productos de combustión a una temperatura y presión de 2000 K y 1 atm, respectivamente, fluyen a través de un ducto muy largo, de 0.25 m de diámetro cuya superficie interior es negra. El gas de combustión contiene CO_2 y vapor de agua, cada uno a una presión parcial de 0.10 atm. Se puede suponer que el gas tiene las propiedades termofísicas del aire atmosférico y está en un flujo completamente desarrollado con $\dot{m} = 0.25$ kg/s. El ducto se enfría mediante el paso de agua en flujo cruzado sobre su superficie externa. La velocidad de flujo y la temperatura del agua son 0.30 m/s y 300 K, respectivamente. Determine la temperatura de la pared del ducto y el flujo de calor. *Sugerencia*: la emisión de la pared del ducto se puede ignorar.

13.125 La recuperación de calor de desecho del gas de escape de un horno de fundición se lleva a cabo al hacer pasar el gas a través de un tubo metálico vertical e introducir agua saturada (líquida) en la parte inferior de una región anular alrededor del tubo.

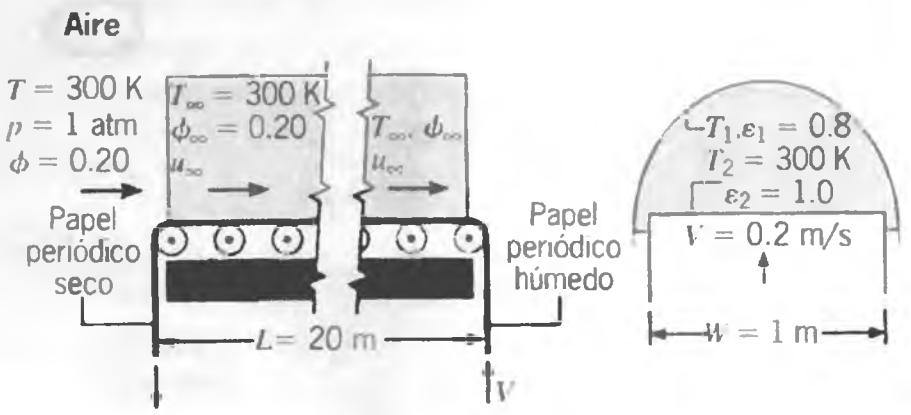


La longitud del tubo y el diámetro interior son 7 y 1 m, respectivamente, y la superficie interna del tubo es negra. El gas en el tubo está a presión atmosférica, con presiones parciales de CO_2 y H_2O (v) de 0.1 y 0.2 atm, respectivamente y su temperatura media se puede aproximar como $T_g = 1400$ K. El flujo de gas es $\dot{m}_g = 2$ kg/s. Si se introduce agua saturada a una presión de 2.455 bar, estime el flujo de agua $\dot{m}_s$ para la que hay convección completa del líquido saturado en la entrada al vapor saturado en la salida. Las propiedades termofísicas del gas se pueden aproximar como $\mu = 530 \times 10^{-7}$ kg/s · m, $k = 0.091$ W/m · K, y $Pr = 0.70$.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

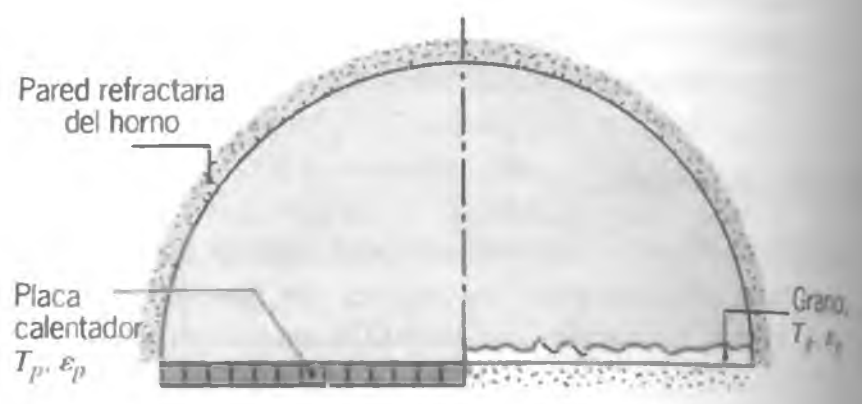
Transferencia de calor y masa

13.126 Un horno radiante para secado de papel periódico consiste en un ducto muy largo (L = 20m) de sección transversal semicircular. El papel periódico se mueve a través del horno en una banda transportadora a una velocidad V = 0.2 m/s. El papel periódico tiene un contenido de agua de 0.02 kg/m^2 cuando entra al horno y está completamente seco a su salida. Para asegurar la calidad, el papel periódico se debe mantener a temperatura ambiente (300 K) durante el secado. Para ayudar a mantener esta condición, todos los componentes del sistema y el aire que fluye a través del horno tienen una temperatura de 300 K. La superficie interna del ducto semicircular, que tiene emisividad 0.8 y temperatura T_1, proporciona el calor radiante que se requiere para llevar a cabo el secado. La superficie húmeda del papel periódico se puede considerar negra. El aire que entra al horno tiene una temperatura de 300 K y una humedad relativa del 20 por ciento.



Como la velocidad del aire es grande, su temperatura y humedad relativa se pueden suponer constantes en toda la longitud del ducto. Calcule el flujo de evaporación, velocidad del aire u_∞, y temperatura T_1 requeridas que aseguren las condiciones de estado estable para el proceso.

13.127 Un secador de granos consiste en un ducto semicircular muy largo de radio R = 1 m. Una mitad de la superficie de la base consiste en una placa calentada eléctricamente de emisividad ε_p = 0.8, mientras la otra mitad sostiene el grano a secar, el cual tiene una emisividad de ε_g = 0.9. En un proceso de secado por lotes para el cual la temperatura del grano es T_g = 330 K, 2.50 kg de agua se eliminan por metro de longitud de ducto en un periodo de una hora.



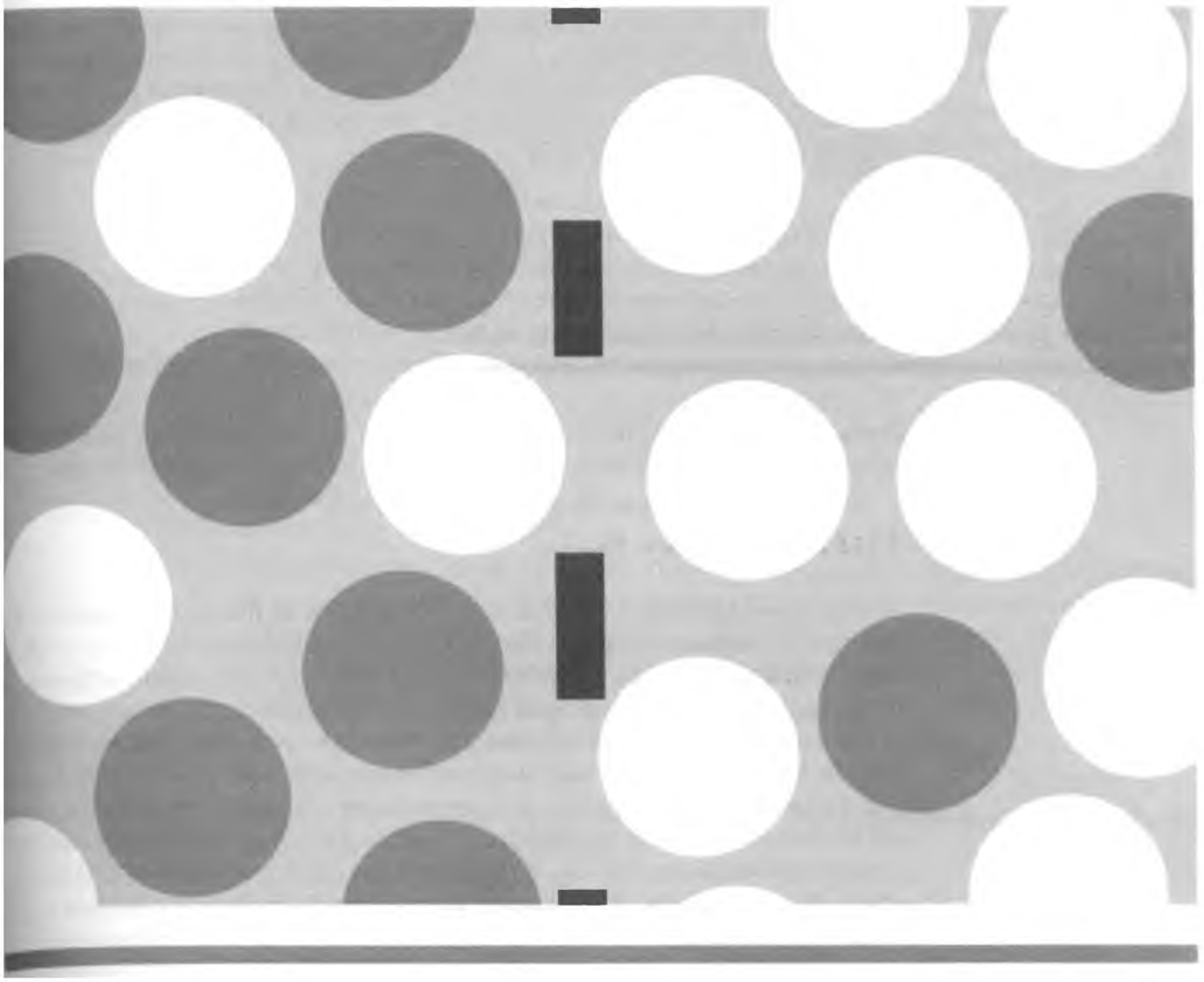
(a) Ignore la transferencia de calor por convección, determine la temperatura requerida T_p de la placa calentadora.

(b) Si el vapor de agua se barre del ducto con el flujo de aire seco, ¿qué coeficiente de transferencia de masa por convección h_m debe mantener el flujo?

(c) Si el aire está a 300 K, ¿se justifica la suposición de convección insignificante?

CAPÍTULO 14

Transferencia de masa por difusión



Hemos aprendido que el calor se transfiere si hay una diferencia de temperaturas en un cuerpo. De manera similar, si hay una diferencia en la concentración de alguna especie o componente químico en una mezcla, debe ocurrir la transferencia de masa.

> *La transferencia de masa es la masa en tránsito como resultado de una diferencia en la concentración de especies en una mezcla.*

Así como un *gradiente de temperaturas* constituye el *potencial de impulso* para la transferencia de calor, un *gradiente de concentración* de especies en una mezcla proporciona el *potencial de impulso* para el transporte de esas especies o componentes.

Es importante comprender con claridad el contexto en el que se utiliza el término *transferencia de masa*. Aunque la masa ciertamente se transfiere siempre que hay un movimiento global de fluido, esto no es lo que tenemos en mente. Por ejemplo, *no* usamos el término *transferencia de masa* para describir el movimiento de aire que se induce mediante un ventilador o el movimiento de agua que se fuerza a través de una tubería. En ambos casos, hay movimiento total o global de fluido debido a trabajo mecánico. Usamos, sin embargo, el término para describir el movimiento relativo de especies en una mezcla debido a la presencia de gradientes de concentración. Un ejemplo es la dispersión de óxidos de azufre liberados al ambiente desde la chimenea por el humo de una planta de generación de potencia. Otro ejemplo es la transferencia de vapor de agua a aire seco, como en un humidificador doméstico.

Hay *modos* de *transferencia de masa* que son similares a los modos de conducción y convección de la transferencia de calor. En los capítulos 6 a 8 consideramos la transferencia de masa por convección, que es *análoga* a la transferencia de calor por convección; en este capítulo consideramos la transferencia de masa por difusión, que es *análoga* a la transferencia de calor por conducción.

14.1 *Orígenes físicos y ecuaciones de conservación*

Desde el punto de vista de los orígenes físicos y las ecuaciones de flujo gobernantes, existen fuertes analogías entre la transferencia de calor y de masa por difusión.

14.1.1 Orígenes físicos

La transferencia de calor por conducción y la difusión de masa son procesos de transporte que se originan en la actividad molecular. Considere una cámara en la que dos especies diferentes de gases, a la misma temperatura y presión, están inicialmente separados por una división. Si se quita la división, ambas especies se transportarán por difusión. La figura 14.1 muestra la situación como debe estar poco después de quitar la división. Una concentración mas alta significa más moléculas por unidad de volumen, y la concentración de la especie A (puntos claros) disminuye al aumentar x, mientras la concentración de B aumenta con x. Como la difusión de masa es en la dirección de la concentración decreciente, hay un transporte neto de la especie A a la derecha y de la especie B a la izquierda. El mecanismo físico se puede explicar al considerar el plano imaginario que se muestra como una línea punteada en x_0. Como el movimiento mo-

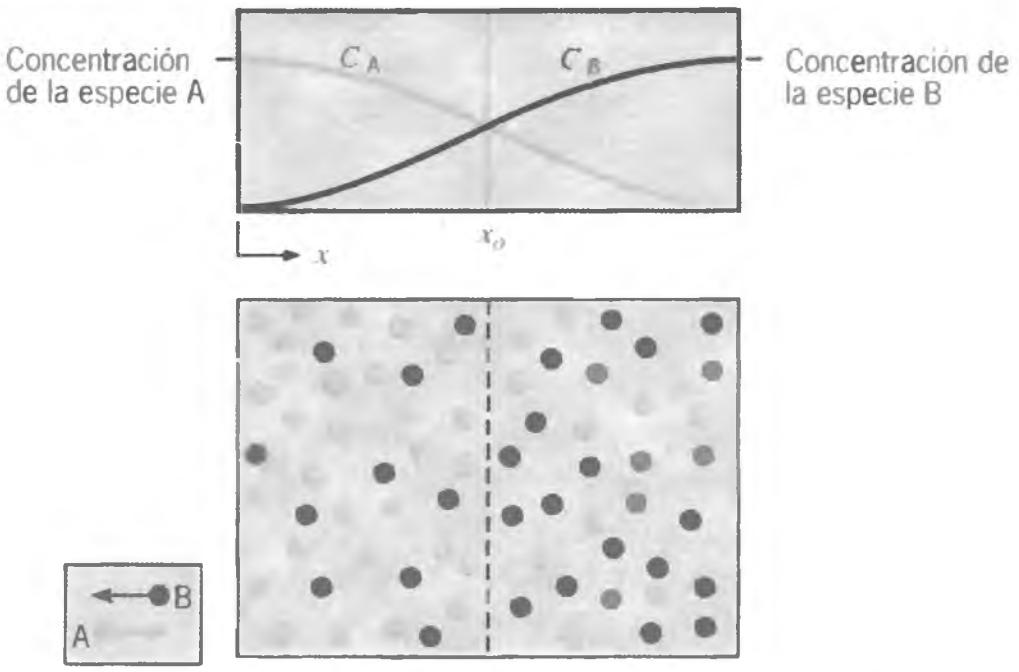


FIGURA 14.1 Transferencia de masa por difusión en una mezcla binaria de gases.

lecular es aleatorio, hay igual probabilidad de que cualquier molécula se mueva a la izquierda o la derecha. En consecuencia, más moléculas de la especie A cruzan el plano desde la izquierda (éste es el lado de concentración más alta de la especie A) que desde la derecha. De manera similar, la concentración de moléculas de B es más alta a la derecha del plano que a la izquierda, y el movimiento aleatorio proporciona la transferencia *neta* de la especie B hacia la izquierda. Por supuesto, después de un tiempo suficiente, se alcanzan concentraciones uniformes de A y B, y no hay un transporte *neto* de la especie A o B a través del plano imaginario.

La difusión de masa ocurre en líquidos y sólidos, así como en gases. Sin embargo, como la transferencia de masa está fuertemente influida por el espaciado molecular, la difusión ocurre más fácilmente en gases que en líquidos y más fácilmente en líquidos que en sólidos. Ejemplos de difusión en gases, líquidos y sólidos, respectivamente, incluyen el óxido nitroso del escape de un automóvil en aire, oxígeno disuelto en agua y helio en Pyrex.

14.1.2 Composición de una mezcla

Una mezcla consiste en dos o más constituyentes químicos (*especies*), y la cantidad de cualquier especie i se puede cuantificar en términos de su *densidad de masa* ρ_i (kg/m^3) o su *concentración molar* C_i (kmol/m^3). La densidad de masa y la concentración molar se relacionan a través del peso molecular de la especie, $\mathcal{M}_i$ (kg/kmol), de modo que

$$\rho_i = \mathcal{M}_i C_i \tag{14.1}$$

Donde ρ_i representa la masa de la especie i por unidad de volumen de la mezcla; la densidad de masa de la mezcla es

$$\rho = \sum_i \rho_i \tag{14.2}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

De manera similar, el número total de moles por unidad de volumen de la mezcla es

$$C = \sum_i C_i \tag{14.3}$$

La cantidad de la especie i en una mezcla también se puede cuantificar en términos de su *fracción de masa*

$$m_i = \frac{\rho_i}{\rho} \tag{14.4}$$

o de su *fracción molar*

$$x_i = \frac{C_i}{C} \tag{14.5}$$

De las ecuaciones 14.2 y 14.3, se sigue que

$$\sum_i m_i = 1 \tag{14.6}$$

y

$$\sum_i x_i = 1 \tag{14.7}$$

Para una mezcla de gases ideales, la densidad de masa y la concentración molar de cualquier constituyente está relacionada con la presión parcial del constituyente a través de la ley del gas ideal. Es decir,

$$\rho_i = \frac{p_i}{R_i T} \tag{14.8}$$

y

$$C_i = \frac{p_i}{\mathcal{R} T} \tag{14.9}$$

donde R_i es la constante de los gases para la especie i y $\mathcal{R}$ es la constante universal de los gases. El uso de las ecuaciones 14.5 y 14.9 con la ley de las presiones parciales de Dalton,

$$p = \sum_i p_i \tag{14.10}$$

se sigue que

$$x_i = \frac{C_i}{C} = \frac{p_i}{p} \tag{14.11}$$

14.1.3 Ley de difusión de Fick

Como se asocia el mismo mecanismo físico con la transferencia de calor y de masa por difusión, no es sorprendente que las ecuaciones de conservación correspondientes sean de la misma forma. El modelo para la difusión de masa se conoce como *ley de Fick*,

para la transferencia de la especie A en una *mezcla binaria* de A y B, se puede expresar en forma vectorial como

$$\mathbf{j}_A = -\rho D_{AB} \nabla m_A \tag{14.12}$$

o

$$\mathbf{J}_A^* = -CD_{AB} \nabla m_A x_A \tag{14.13}$$

Estas expresiones son análogas a la ley de Fourier, ecuación 2.3. Además, así como la ley de Fourier sirve para definir una propiedad importante de transporte, la conductividad térmica, la ley de Fick define una segunda propiedad de transporte importante, a saber, el *coeficiente de difusión binaria* o *difusividad de masa*, D_{AB}.

La cantidad $\mathbf{j}_A$ (kg/s · m^2) se define como el flujo de masa de la especie A. Es la cantidad de A que se transfiere por unidad de tiempo y por unidad de área perpendicular a la dirección de transferencia, y es proporcional a la densidad de masa de la mezcla, $\rho = \rho_A + \rho_B$ (kg/m^3), y al gradiente en la fracción de masa de la especie, $m_A = \rho_A/\rho$. El flujo de componentes también se puede evaluar en una base molar, donde $\mathbf{J}_A^*$ (kmol/s · m^2) es el flujo molar de la especie A. Es proporcional a la concentración molar total de la mezcla, $C = C_A + C_B$ (kmol/m^3), y al gradiente en la fracción molar de la especie, $x_A = C_A/C$.[1] Las formas anteriores de la ley de Fick se pueden simplificar cuando la densidad total de masa ρ o la concentración molar total C es una constante.

14.1.4 Condiciones restrictivas

A pesar de su comportamiento análogo, la difusión de masa es un poco más complicada que la conducción. Las complicaciones están asociadas con dos condiciones restrictivas inherentes a las ecuaciones 14.12 y 14.13. Primero, aunque la difusión de masa puede resultar de un gradiente de temperatura, un gradiente de presión o una fuerza externa, así como de un gradiente de concentración, suponemos que estos efectos adicionales no están presentes o que son insignificantes. En la mayoría de los problemas, este es el caso, y el potencial de impulso dominante es el gradiente de concentración de especies. Esta condición se denomina *difusión ordinaria*. Bird y otros [1–3] presenta un tratamiento de los otros efectos (de orden más alto). La segunda condición restrictiva es que los flujos se miden en relación con *coordenadas que se mueven con la velocidad promedio de la mezcla*. Si el flujo de masa o molar de una especie se expresa en relación con un *conjunto fijo de coordenadas*, las ecuaciones 14.12 y 14.13 no son por lo general válidas.

Para obtener una expresión del flujo de masa en relación con un sistema fijo de coordenadas, considere la especie A en una mezcla binaria de A y B. El flujo de masa $\mathbf{n}_A''$ relativo a un sistema fijo de coordenadas se relaciona con la velocidad absoluta de la especie mediante

$$\mathbf{n}_A'' = \rho_A \mathbf{v}_A \tag{14.14}$$

Se puede asociar un valor de $\mathbf{v}_A$ con cualquier punto en la mezcla, y se interpreta como la velocidad promedio de todas las partículas de A en un pequeño elemento de volu-

[1]No confunda x_i, la fracción molar de la especie i, con la coordenada espacial x. La primera variable siempre estará con un subíndice que designe a la especie.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

men alrededor del punto. También se puede asociar una velocidad promedio, o agregada, con las partículas de la especie B, en cuyo caso

$$\mathbf{n}''_B \equiv \rho_B \mathbf{v}_B \tag{14.15}$$

Una *velocidad de masa promedio para la mezcla* se puede entonces obtener de la siguiente condición

$$\rho \mathbf{v} = \mathbf{n}'' = \mathbf{n}''_A + \mathbf{n}''_B = \rho_A \mathbf{v}_A + \rho_B \mathbf{v}_B \tag{14.16}$$

lo que da

$$\mathbf{v} = m_A \mathbf{v}_A + m_B \mathbf{v}_B \tag{14.17}$$

Es importante advertir que definimos las velocidades ($\mathbf{v}_A$, $\mathbf{v}_B$, $\mathbf{v}$) y los flujos ($\mathbf{n}''_A$, $\mathbf{n}''_B$, $\mathbf{n}''$) como cantidades *absolutas*. Es decir, se refieren a ejes que son fijos en el espacio. La velocidad de masa promedio $\mathbf{v}$ es un parámetro útil de la mezcla binaria, pues sólo necesita multiplicarse por la densidad total de masa para obtener el flujo total de masa con respecto a ejes fijos. Además, como las velocidades $\mathbf{v}_A$, $\mathbf{v}_B$, y $\mathbf{v}$ son promedios asociados con *agregados* de partículas, los flujos $\mathbf{n}''_A$, $\mathbf{n}''_B$, y $\mathbf{n}''$ se pueden asociar con el transporte debido al movimiento volumétrico o total.

Podemos definir ahora el *flujo de masa de la especie A en relación con la velocidad de masa promedio de la mezcla* como

$$\mathbf{j}_A \equiv \rho_A(\mathbf{v}_A - \mathbf{v}) \tag{14.18}$$

En tanto que $\mathbf{n}''_A$ es el *flujo absoluto* de la especie A, $\mathbf{j}_A$ es el *flujo relativo o difusivo* de la especie. Éste representa el movimiento de la especie en relación con el movimiento promedio de la mezcla. Se sigue de la ecuación 14.14 que

$$\mathbf{n}''_A = \mathbf{j}_A + \rho_A \mathbf{v} \tag{14.19}$$

Esta expresión indica que hay dos contribuciones al flujo absoluto de la especie A: una contribución debida a la *difusión* (es decir, debido al movimiento de A *en relación con el movimiento de masa promedio* de la mezcla) y una contribución debida al movimiento de A *con el movimiento de masa promedio* de la mezcla. Al sustituir de las ecuaciones 14.12 y 14.16, obtenemos

$$\mathbf{n}''_A = -\rho D_{AB} \nabla m_A + m_A (\mathbf{n}''_A + \mathbf{n}''_B) \tag{14.20}$$

En este punto es útil recapitular lo que hemos hecho señalando las formulaciones alternativas para el flujo de masa de la especie A. La forma dada por la ecuación 14.12 determina el transporte de A en relación con la velocidad de masa promedio de la mezcla, mientras que la forma dada por la ecuación 14.20 determina el transporte absoluto de A. Si el segundo término del lado derecho de la ecuación 14.20 no es cero, la expresión para el flujo *absoluto* de la especie A, ecuación 14.20, no es análoga a la del flujo de calor, ecuación 2.3. Identificaremos más tarde situaciones especiales para las que las ecuaciones son análogas.

Las consideraciones anteriores se pueden extender a la especie B. El *flujo de masa de* B *relativo a la velocidad de masa promedio de la mezcla* (*flujo difusivo*) es

$$\mathbf{j}_B \equiv \rho_B(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}) \tag{14.21}$$

donde

$$\mathbf{j}_B = -\rho D_{BA} \Delta m_B \tag{14.22}$$

Se sigue de las ecuaciones 14.16, 14.18, y 14.21 que los flujos difusivos en una mezcla binaria están relacionados por

$$\mathbf{j}_A + \mathbf{j}_B = 0 \tag{14.23}$$

Si las ecuaciones 14.12 y 14.22 se sustituyen en la ecuación 14.23, y se reconoce que $\nabla m_A = -\nabla m_B$, como $m_A + m_B = 1$ para una mezcla binaria, se sigue que

$$D_{BA} = D_{AB} \tag{14.24}$$

Por tanto, como en la ecuación 14.20, el flujo *absoluto* de la especie B se puede expresar como

$$\mathbf{n}''_B = -\rho D_{AB} \nabla m_B + m_B (\mathbf{n}''_A + \mathbf{n}''_B) \tag{14.25}$$

Aunque las expresiones anteriores pertenecen a los flujos de *masa*, se pueden usar los mismos procedimientos para obtener resultados en una base *molar*. Los flujos molares absolutos de las especies A y B se pueden expresar como

$$\mathbf{N}''_A \equiv C_A \mathbf{v}_A \qquad \text{y} \qquad \mathbf{N}''_B \equiv C_B \mathbf{v}_B \tag{14.26}$$

y una *velocidad molar promedio para la mezcla*, $\mathbf{v}^*$, se obtiene del requisito de que

$$\mathbf{N}'' = \mathbf{N}''_A + \mathbf{N}''_B = C\mathbf{v}^* = C_A \mathbf{v}_A + C_B \mathbf{v}_B \tag{14.27}$$

lo que da

$$\mathbf{v}^* = x_A \mathbf{v}_A + x_B \mathbf{v}_B \tag{14.28}$$

La importancia de la velocidad molar promedio es que, cuando se multiplica por la concentración molar total C, proporciona el flujo molar total $\mathbf{N}''$ con respecto a un sistema fijo de coordenadas. La ecuación 14.26 proporciona el *flujo molar absoluto* de las especies A y B. Por el contrario, el flujo molar de A relativo a la velocidad molar promedio de la mezcla $\mathbf{J}^*_A$, denominado *flujo difusivo*, se puede obtener de la ecuación 14.13 o de la expresión

$$\mathbf{J}^*_A \equiv C_A(\mathbf{v}_A - \mathbf{v}^*) \tag{14.29}$$

Para determinar una expresión similar en forma a la ecuación 14.20, combinamos las ecuaciones 14.26 y 14.29 para obtener

$$\mathbf{N}''_A = \mathbf{J}^*_A + C_A \mathbf{v}^* \tag{14.30}$$

o, de las ecuaciones 14.13 y 14.27,

$$\mathbf{N}''_A = -CD_{AB} \nabla x_A + x_A (\mathbf{N}''_A + \mathbf{N}''_B) \tag{14.31}$$

Compare los flujos molares dados por las ecuaciones 14.13 y 14.31. En el primer caso el flujo molar es relativo a la velocidad molar promedio de la mezcla, y en el segundo caso es el flujo molar absoluto. Nótese también que la ecuación 14.31 representa el flujo molar absoluto como la suma de un flujo difusivo y un flujo debido al movimiento global de la mezcla. Para la mezcla binaria, también se sigue que

$$\mathbf{J}^*_A + \mathbf{J}^*_B = 0 \tag{14.32}$$

Un *caso especial* en que el *flujo absoluto* de una especie es *igual* al *flujo difusivo* pertenece a lo que se denomina un medio *estacionario*. En términos de unidades de masa, es un medio para el que $\mathbf{v} = 0$, en cuyo caso $\mathbf{j}_A = \mathbf{n}''_A$. En términos de unidades molares, es un medio para el que $\mathbf{v}^* = 0$, y de aquí $\mathbf{J}^*_A = \mathbf{N}''_A$. Para este caso especial, la

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litc

analogía entre transferencia de calor y de masa está completa, pues las ecuaciones de flujo tienen la misma forma física sin importar el marco de referencia.

Ejemplo 14.1

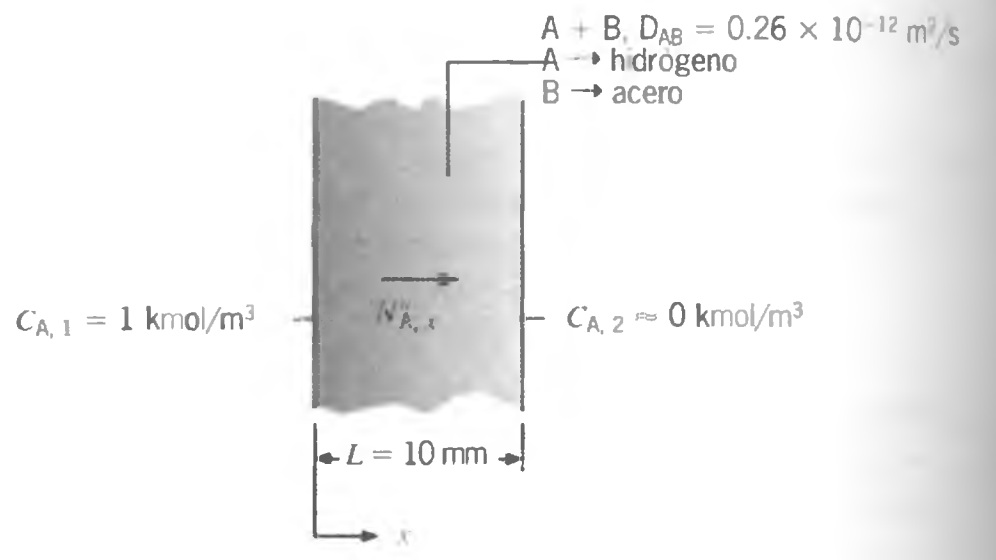
Hidrógeno gaseoso se almacena a presión elevada en un contenedor rectangular que tiene paredes de acero de 10 mm de espesor. La concentración molar de hidrógeno en el acero en su superficie interna es 1 kmol/m^3, mientras que la concentración de hidrógeno en el acero en la superficie externa es insignificante. El coeficiente de difusión binaria para hidrógeno en acero es 0.26×10^{-12} m^2/s. ¿Cuál es el flujo molar difusivo para hidrógeno a través del acero?

Solución

Se conoce: Concentraciones molares de hidrógeno en las superficies interna y externa de una pared de acero.

Encontrar: Flujo molar difusivo de hidrógeno.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones unidimensionales de estado estable.
2. Concentración molar de hidrógeno mucho menor que la del acero ($C_A \ll C_B$); concentración molar total, $C = C_A + C_B$, uniforme.
3. Ninguna reacción química del hidrógeno en el acero.

Análisis: Aunque el flujo molar de hidrógeno con respecto a un marco de referencia fijo está dado por la ecuación 14.31, el segundo término del lado derecho se puede ignorar con una excelente aproximación. En particular $N''_B = 0$, y como $x_A \ll 1$, $(x_A N''_A) \ll N''_A$. De aquí, la ecuación 14.31 se reduce a

$$N''_{A,x} = -CD_{AB}\frac{dx_A}{dx}$$

Además, como la concentración molar total es aproximadamente constante,

$$C\frac{dx_A}{dx} = \frac{dC_A}{dx} \qquad \text{y} \qquad N''_{A,x} = -D_{AB}\frac{dC_A}{dx}$$

Con condiciones unidimensionales de estado estable y sin reacciones químicas, también se sigue del requerimiento de conservación de especies que $N''_{A,x}$ es independiente de x. En consecuencia, dC_A/dx es constante y el flujo de especies se puede expresar como

$$N''_{A,x} = -D_{AB}\frac{C_{A,2} - C_{A,1}}{L} = D_{AB}\frac{C_{A,1}}{L}$$

De aquí,

$$N''_{A,x} = 0.26 \times 10^{-12}\ \text{m}^2/\text{s}\ \frac{1\ \text{kmol/m}^3}{0.01\ \text{m}} = 2.6 \times 10^{-11}\ \text{kmol/s} \cdot \text{m}^2 \qquad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Ésta es la existencia de las condiciones $N''_B = 0$ y $x_A \ll 1$ la que se incluirá en el uso futuro de la *aproximación de medio estacionario*.
2. El flujo de masa de hidrógeno es $n''_{A,x} = \mathcal{M}_A N''_{A,x} = 2\ \text{kg/kmol} \times 2.6 \times 10^{-11}\ \text{kmol/s} \cdot \text{m}^2 = 5.2 \times 10^{-11}\ \text{kg/s} \cdot \text{m}^2$.

14.1.5 Coeficiente de difusión de masa

Se ha dado considerable atención a la predicción del coeficiente de difusión de masa D_{AB} para la mezcla binaria de dos gases, A y B. Al suponer un comportamiento de gas ideal, se puede usar la teoría cinética para mostrar que

$$D_{AB} \sim \rho^{-1} T^{3/2}$$

Esta relación se aplica para márgenes restringidos de presión y temperatura y es útil para estimar valores del coeficiente de difusión en condiciones diferentes de aquellas para las que se dispone de datos. Bird y otros [1–3] proporcionan exposiciones detalladas de los tratamientos teóricos disponibles y comparaciones con el experimento.

Para soluciones líquidas binarias, es necesario depender exclusivamente de mediciones experimentales. En cuanto a pequeñas concentraciones de A (soluto) en B (solvente), se sabe que D_{AB} aumenta al aumentar la temperatura. El mecanismo de difusión de gases, líquidos y sólidos en sólidos es en extremo complicado y no se dispone de teorías generalizadas. Además, en las referencias sólo se cuenta con resultados experimentales limitados.

En la tabla A.8 se presentan datos para difusión binaria en mezclas seleccionadas. Skelland [4] y Ried y Sherwood [5] proporcionan tratamientos más detallados de este tema.

14.2 *Conservación de especies*

Así como la primera ley de la termodinámica (la ley de *conservación de la energía*) juega un papel importante en los análisis de transferencia de calor, la ley de *conserva-*

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral



FIGURA 14.2 Conservación de especies para un volumen de control.

ción de especies juega un papel importante en el análisis de problemas de transferencia de masa. En esta sección consideramos un planteamiento general de esta ley, así como la aplicación de la ley a la difusión de especies en un medio estacionario.

14.2.1 Conservación de especies para un volumen de control

Así como se expresó una formulación general del requerimiento de conservación de la energía, ecuación 1.11, para el volumen de control de la figura 1.7, podemos expresar un requerimiento análogo de conservación de masa de especies para el volumen de control de la figura 14.2.

> *El flujo al que la masa de alguna especie entra a un volumen de control, menos el flujo al que esta masa de la especie sale del volumen de control, debe ser igual al flujo al que la masa de la especie se almacena en el volumen de control.*

Por ejemplo, cualquier especie A puede entrar y salir del volumen de control debido al movimiento del fluido y la difusión a través de la superficie de control; estos procesos son fenómenos *superficiales* representados por $\dot{M}_{A,\,ent}$ y $\dot{M}_{A,\,sale}$. La misma especie A también se puede generar, $\dot{M}_{A,\,g}$, y acumular o almacenar, $\dot{M}_{A,\,alm}$, *dentro* del volumen de control. La ecuación de conservación se puede expresar entonces en una base de flujo como

$$\dot{M}_{A,\,ent} + \dot{M}_{A,\,g} - \dot{M}_{A,\,sale} = \frac{dM_A}{dt} \equiv \dot{M}_{A,\,alm} \tag{14.3}$$

La generación de especies existe cuando ocurren reacciones químicas en el sistema. Habría, por ejemplo, una producción neta de la especie A si estuviera ocurriendo una reacción de disociación de la forma $AB \rightarrow A + B$.

14.2.2 Ecuación de difusión de masa

El resultado anterior se puede usar para obtener una ecuación de difusión de masa, o especies, que es análoga a la ecuación de difusión de calor del capítulo 2. Consideraremos un medio homogéneo que es una mezcla binaria de la especie A y B y es *estacionario*. Es decir, la velocidad de masa promedio o molar promedio de la mezcla es cero en cualquier lugar y la transferencia de masa puede ocurrir sólo por difusión. La ecuación resultante se podría resolver para la distribución de concentración de especies, que podría, a su vez, usarse con la ley de Fick para determinar la rapidez de difusión de especies en cualquier punto en el medio.

Teniendo en cuenta los gradientes de concentración en cada una de las direcciones coordenadas x, y y z, definimos primero un volumen de control diferencial, $dx\,dy\,dz$,

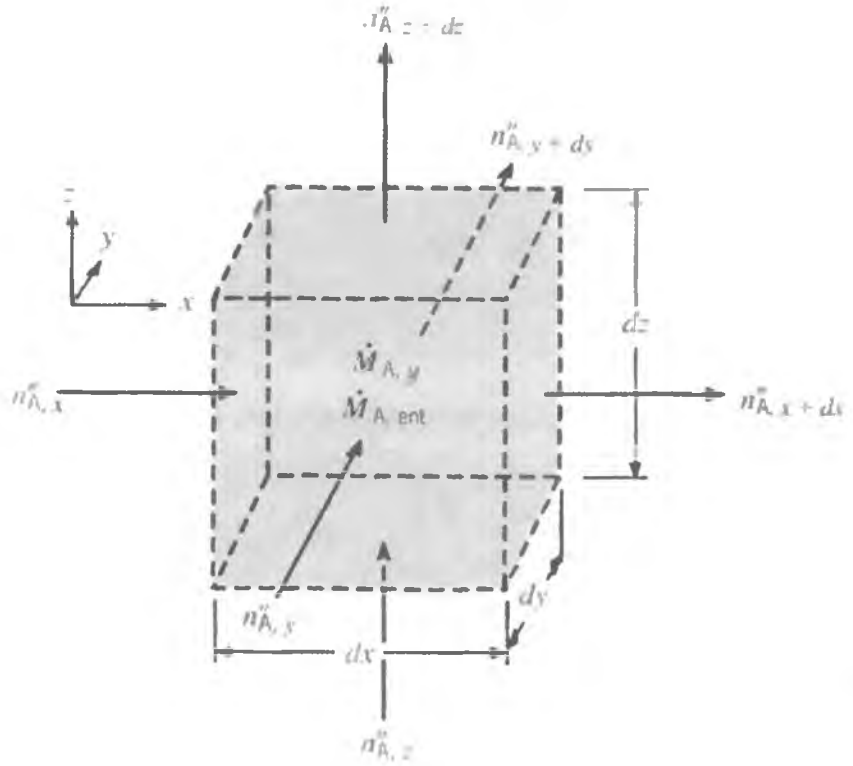


FIGURA 14.3 Volumen de control diferencial, $dx\ dy\ dz$, para el análisis de difusión de especies en coordenadas cartesianas.

dentro del medio (figura 14.3) y consideramos los procesos que influyen en la distribución de la especie A. Con los gradientes de concentración, la difusión debe tener como resultado el transporte de la especie A a través de superficies de control. Por otra parte, en relación con coordenadas estacionarias, las velocidades de transporte de especies en superficies opuestas se deben relacionar por

$$n''_{A,x+dx}\,dy\,dz = n''_{A,x}\,dy\,dz + \frac{\partial[n''_{A,x}\,dy\,dz]}{\partial x}\,dx \tag{14.34a}$$

$$n''_{A,y+dy}\,dx\,dz = n''_{A,y}\,dx\,dz + \frac{\partial[n''_{A,y}\,dx\,dz]}{\partial y}\,dy \tag{14.34b}$$

$$n''_{A,z+dz}\,dx\,dy = n''_{A,z}\,dx\,dy + \frac{\partial[n''_{A,z}\,dx\,dy]}{\partial z}\,dz \tag{14.34c}$$

Además, puede haber reacciones químicas volumétricas (homogéneas) que ocurren a lo largo del medio. La razón a la que se genera la especie A dentro del volumen de control debido a tales reacciones se puede expresar como

$$\dot{M}_{A,g} = \dot{n}_A\,dx\,dy\,dz \tag{14.35}$$

donde $\dot{n}_A$ es la razón de aumento de la masa de la especie A por unidad de volumen de la mezcla (kg/s · m^3). Finalmente, estos procesos pueden cambiar la masa de la especie A almacenada dentro del volumen de control, y la razón de cambio es

$$\dot{M}_{A,alm} = \frac{\partial \rho_A}{\partial t}\,dx\,dy\,dz \tag{14.36}$$

Con flujos de entrada de masa determinadas por $n''_{A,x}$, $n''_{A,y}$, y $n''_{A,z}$ y los flujos de salida determinados por las ecuaciones 14.34, las ecuaciones 14.34 a 14.36 se pueden sustituir en la ecuación 14.33 para obtener

$$-\frac{\partial n''_A}{\partial x} - \frac{\partial n''_A}{\partial y} - \frac{\partial n''_A}{\partial z} + \dot{n}_A = \frac{\partial \rho_A}{\partial t}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Para un medio *estacionario*, la velocidad de masa promedio **v** es cero, y de la ecuación 14.19 se sigue que $\mathbf{n}''_A = \mathbf{j}_A$. Por ello al sustituir las componentes x, y, y z de la ecuación 14.13, obtenemos

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho D_{AB}\frac{\partial m_A}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho D_{AB}\frac{\partial m_A}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho D_{AB}\frac{\partial m_A}{\partial z}\right)+\dot{n}_A=\frac{\partial \rho_A}{\partial t} \tag{14.37a}$$

En términos de la concentración molar, una derivación similar da

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial z}\right)+\dot{N}_A=\frac{\partial C_A}{\partial t} \tag{14.38a}$$

En los tratamientos posteriores de los fenómenos de difusión de especies, trabajaremos con versiones simplificadas de las ecuaciones anteriores. En particular, si D_{AB} y ρ son constantes, la ecuación 14.37a se puede expresar como

$$\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial z^2}+\frac{\dot{n}_A}{D_{AB}}=\frac{1}{D_{AB}}\frac{\partial \rho_A}{\partial t} \tag{14.37b}$$

De manera similar, si D_{AB} y C son constantes, la ecuación 14.38a se puede expresar como

$$\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}+\frac{\dot{N}_A}{D_{AB}}=\frac{1}{D_{AB}}\frac{\partial C_A}{\partial t} \tag{14.38b}$$

Las ecuaciones anteriores son análogas a la ecuación de calor, ecuación 2.15. De aquí se sigue que, para condiciones de frontera análogas, la solución de la ecuación 14.37b para $\rho_A(x, y, z, t)$ o de la ecuación 14.38b para $C_A(x, y, z, t)$ es de la misma forma que la solución de la ecuación 2.15 para $T(x, y, z, t)$.

Las ecuaciones anteriores de difusión de especies también se pueden expresar en coordenadas cilíndricas y esféricas. Estas formas alternativas se pueden inferir de las expresiones análogas para la transferencia de calor, ecuaciones 2.20 y 2.23, y en términos de la concentración molar tienen las siguientes formas:

Coordenadas cilíndricas:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(CD_{AB}\,r\frac{\partial x_A}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial \phi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial z}\right)+\dot{N}_A=\frac{\partial C_A}{\partial t} \tag{14.39}$$

Coordenadas esféricas:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(CD_{AB}r^2\frac{\partial x_A}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\,\mathrm{sen}^2\,\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(CD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial \phi}\right)$$
$$+\frac{1}{r^2\,\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(CD_{AB}\,\mathrm{sen}\,\theta\frac{\partial x_A}{\partial \theta}\right)+\dot{N}_A=\frac{\partial C_A}{\partial t} \tag{14.40}$$

Las formas más simples, por supuesto, se asocian con la ausencia de reacciones químicas ($\dot{n}_A = \dot{N}_A = 0$) y con condiciones unidimensionales de estado estable.

14.3 *Condiciones iniciales y de frontera*

Para determinar la distribución de la concentración de especies en un medio estacionario, es necesario resolver la ecuación de difusión apropiada. Sin embargo, tal solución depende de las condiciones físicas que existen en las *fronteras* del medio y, si la situación depende del tiempo, de las condiciones en un *tiempo inicial*. Se encuentran normalmente dos clases de condiciones de frontera en problemas de difusión de especies y son *análogas* a las dos primeras condiciones de transferencia de calor de la tabla 2.1. La primera condición corresponde a una situación para la que la concentración de especies en la superficie se mantiene a un valor constante, $x_{A,s}$. Al expresar esta condición en una base molar para la superficie en $x = 0$, tenemos

$$x_A(0, t) = x_{A,s} \tag{14.41}$$

La segunda condición corresponde a la existencia de un flujo constante de especies $J^*_{A,s}$ en la superficie y, con el uso de la ley de Fick, ecuación 14.13, se puede expresar como

$$-CD_{AB}\left.\frac{\partial x_A}{\partial x}\right|_{x=0} = J^*_{A,s} \tag{14.42}$$

Un caso especial de esta condición corresponde a la *superficie impermeable* para la que $\partial x_A/\partial x|_{x=0} = 0$.

Al aplicar la ecuación 14.41, a menudo estamos interesados en conocer la concentración de la especie A en un líquido o un sólido (especie B) en la interfaz con un gas que contiene la especie A (figura 14.4). Si la especie A sólo es débilmente soluble en un *líquido*, especie B, se puede usar la *ley de Henry* para relacionar la fracción molar de A *en el líquido* con la presión parcial de A en la fase gaseosa fuera del líquido:

$$x_A(0) = \frac{p_A}{H} \tag{14.43}$$

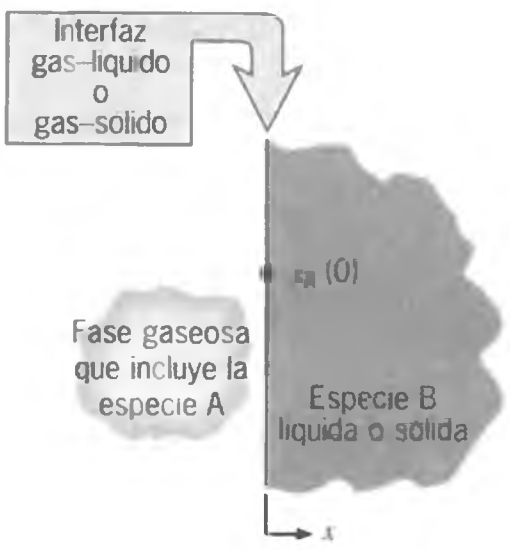


FIGURA 14.4 Concentración de especies en la interfaz gas–líquido o gas–sólido.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

El coeficiente H se conoce como *constante de Henry*, y en la tabla A.9 se enumeran valores para soluciones acuosas. Aunque H depende de la temperatura, su dependencia respecto de la presión por lo general se puede ignorar para valores de p arriba de 5 bar.

Las condiciones en una interfaz gas–sólido también se pueden determinar si el gas, especie A, se disuelve en el sólido, especie B, y se forma una solución homogénea. En tales casos el transporte del gas en el sólido es independiente de la estructura del sólido y se puede tratar como un proceso de difusión. Por el contrario, hay muchas situaciones para las que la porosidad de un sólido influye fuertemente el transporte del gas a través del sólido. El tratamiento de tales casos se deja a textos más avanzados [2, 4].

Al tratar el sólido como una sustancia uniforme, la concentración del gas en el sólido en la interfaz se puede obtener a través del uso de una propiedad que se conoce como *solubilidad*, S, que se define mediante la expresión

$$C_A(0) = Sp_A \tag{14.44}$$

donde p_A es la presión parcial (bar) del gas contiguo a la interfaz. La concentración molar de A en el sólido en la interfaz, $C_A(0)$, está en unidades de kilomoles de A por metro cúbico de sólido, en cuyo caso las unidades de S deben ser *kilomoles de A por metro cúbico de sólido por bar de presión parcial de A*. En la tabla A.10 se dan valores de S para varias combinaciones gas–sólido.

Las consideraciones anteriores se relacionan con la transferencia a través de una interfaz para la que un gas soluto difiere del solvente líquido o sólido. Otra condición interfacial que tiene numerosas aplicaciones, pero que es fundamentalmente diferente de las citadas arriba, implica la transferencia de una especie en un chorro de gas debido a la evaporación o sublimación de una superficie líquida o sólida, respectivamente. En este caso, aunque hay dos fases, ambas incluyen la misma especie. La concentración (o presión parcial) del vapor en la interfaz se puede determinar fácilmente al suponer equilibrio termodinámico. La presión parcial del vapor corresponderá entonces a la saturación a la temperatura de la interfaz y se puede determinar de las tablas termodinámicas estándar.

Ejemplo 14.2

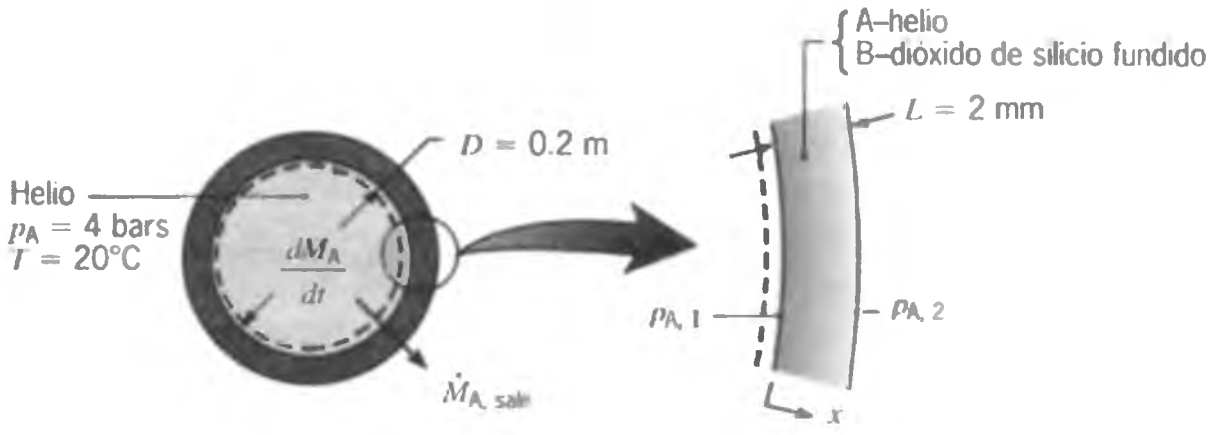
Gas helio almacenado a 20°C en un contenedor esférico de dióxido de silicio fundido (SiO_2), que tiene un diámetro de 0.20 m y una pared de 2 mm de espesor. Si el contenedor se carga a una presión inicial de 4 bar, ¿cuál es la tasa a la que esta presión disminuye con el tiempo?

Solución

Se conoce: Presión inicial de helio en un contenedor esférico de dióxido de silicio de diámetro D y espesor de pared L.

Encontrar: Razón de cambio de la presión del helio, dp_A/dt.

Esquema:



Suposiciones:

1. Como $D \gg L$, la difusión se puede aproximar como unidimensional a través de una pared plana.
2. Difusión *cuasi*estable (la variación de la presión es suficientemente lenta para permitir suponer condiciones de estado estable para difusión a través del dióxido de silicio fundido en cualquier instante).
3. El medio estacionario tiene densidad uniforme ρ.
4. La presión del helio en el aire exterior es insignificante.
5. El helio exhibe comportamiento de gas ideal.

Propiedades: Tabla A.8, helio-dióxido de silicio fundido (293 K): $D_{AB} = 0.4 \times 10^{-13}$ m^2/s. Tabla A.10, helio-dióxido de silicio fundido (293 K): $S = 0.45 \times 10^{-3}$ kmol/m^3 · bar.

Análisis: La razón de cambio de la presión del helio se puede obtener al aplicar el requerimiento de conservación de especies, ecuación 14.33, a un volumen de control alrededor del helio. Se sigue que

$$-\dot{M}_{\text{A, sale}} = \dot{M}_{\text{A, alm}}$$

o, como el flujo de salida del helio se debe a la difusión a través del dióxido de silicio fundido,

$$\dot{M}_{\text{A, sale}} = n''_{A,x} A$$

y el cambio en el almacenamiento de masa es

$$\dot{M}_{\text{A, alm}} = \frac{dM_A}{dt} = \frac{d(\rho_A V)}{dt}$$

el balance de especies de reduce a

$$-n''_{A,x} A = \frac{d(\rho_A V)}{dt}$$

Al reconocer que $\rho_A = \mathcal{M}_A C_A$ y aplicar la ley de gases ideales

$$C_A = \frac{p_A}{\mathcal{R}T}$$

el balance de especies se convierte en

$$\frac{dp_A}{dt} = -\frac{\mathcal{R}T}{\mathcal{M}_A V} A n''_{A,x}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar Sede del Litoral

Para un medio estacionario el flujo absoluto de la especie A a través del dióxido de silicio es igual al flujo de difusión, $n''_{A,x} = j_{A,x}$, en cuyo caso, de la ley de Fick, ecuación 14.12,

$$n''_{A,x} = -\rho D_{AB} \frac{dm_A}{dx} = -D_{AB} \frac{d\rho_A}{dx}$$

o, para las condiciones supuestas,

$$n''_{A,x} = D_{AB} \frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{L}$$

Las densidades de especies $\rho_{A,1}$ y $\rho_{A,2}$ pertenecen a condiciones *dentro* del dióxido de silicio fundido en sus superficies interna y externa, respectivamente, y se puede evaluar a partir del conocimiento de la solubilidad a través de la ecuación 14.44. De aquí, con $\rho_A = \mathcal{M}_A C_A$,

$$\rho_{A,1} = \mathcal{M}_A S p_{A,i} = \mathcal{M}_A S p_A \qquad \text{y} \qquad \rho_{A,2} = \mathcal{M}_A S p_{A,o} = 0$$

donde $p_{A,i}$ y $p_{A,o}$ son las presiones del helio en las superficies interna y externa, respectivamente. Así,

$$n''_{A,x} = \frac{D_{AB} \mathcal{M}_A S p_A}{L}$$

y al sustituir en el balance de especies se sigue que

$$\frac{dp_A}{dt} = -\frac{\mathcal{R}TAD_{AB}S}{LV} p_A$$

o con $A = \pi D^2$ y $V = \pi D^3/6$

$$\frac{dp_A}{dt} = -\frac{6\mathcal{R}TD_{AB}S}{LD} p_A$$

Al sustituir valores numéricos, la razón de cambio de la presión es

$$\frac{dp_A}{dt} = [-6(0.08314\ \text{m}^3 \cdot \text{bar/kmol} \cdot \text{K})\ 293\ \text{K}\ (0.4 \times 10^{-13}\ \text{m}^2/\text{s})$$

$$0.45 \times 10^{-3}\ \text{kmol/m}^3 \cdot \text{bar} \times 4\ \text{bar}] \div [0.002\ \text{m}\ (0.2\ \text{m})]$$

$$\frac{dp_A}{dt} = -2.63 \times 10^{-8}\ \text{bar/s}$$ ◁

Comentarios: El resultado anterior proporciona la rapidez de filtración inicial (máxima) para el sistema. La rapidez de filtración disminuye a medida que la presión interior disminuye.

14.4 *Difusión de masa sin reacciones químicas homogéneas*

Hay numerosas situaciones en las que ocurre la transferencia de especies bajo condiciones unidimensionales de estado estable. Además, hay muchos casos especiales para

los que los resultados son completamente análogos a los que se obtienen en el capítulo 3 para transferencia de calor. En esta sección consideramos algunos de estos casos especiales, restringiéndonos a situaciones que no incluyen reacciones químicas homogéneas. Una reacción *homogénea* es una que ocurre *dentro* del medio. Es un *fenómeno volumétrico* cuya magnitud puede variar de punto a punto en el medio. Las reacciones homogéneas incluyen la *generación de especies* y por tanto son análogas a fuentes internas de generación de calor. Por el contrario, una reacción química *heterogénea* es una que resulta del contacto entre los reactivos y una superficie. Es por tanto un *fenómeno superficial* que se puede tratar como una *condición de frontera*. Las reacciones químicas heterogéneas son análogas a la condición de flujo de calor superficial constante que se encuentra normalmente en la difusión de calor.

En la sección 14.4.1 consideramos transferencia de especies en medios estacionarios para los que las concentraciones de especies se pueden especificar en las fronteras. En la sección 14.4.2 este tratamiento se extiende a situaciones que se caracterizan por reacciones heterogéneas en una superficie frontera. Dos casos especiales, que implican gases no reactivos, se consideran en las secciones 14.4.3 y 14.4.4. Una situación incluye la contradifusión equimolar en una mezcla gaseosa, y la otra implica la evaporación de una superficie líquida en una columna. Las reacciones químicas homogéneas se tratan en la sección 14.5. Para cada caso, estamos interesados en la determinación de la distribución de la concentración de especies y su flujo correspondiente.

14.4.1 Medios estacionarios con concentraciones superficiales específicas

En la sección 14.1.4 definimos un *medio estacionario* como uno para el que la velocidad molar (o de masa) promedio de la mezcla es cero, en cuyo caso $\mathbf{N}''_A = \mathbf{J}^*_A$ (o $\mathbf{n}''_A = \mathbf{j}_A$). Es decir, el flujo absoluto de la especie A es equivalente al flujo difusivo, y de las ecuaciones 14.12 y 14.13 tenemos

$$\mathbf{n}''_A = -\rho D_{AB} \nabla m_A \tag{14.45}$$

$$\mathbf{N}''_A = -C D_{AB} \nabla x_A \tag{14.46}$$

De la es 14.20 es evidente que la ecuación 14.45 se aplicará con una buena aproximación en medios no estacionarios para los que $m_A \ll 1$ y $\mathbf{n}''_B \approx 0$. (Recuerde el ejemplo 14.1). De manera similar, de la ecuación 14.31 vemos que la ecuación 14.46 es una buena aproximación en medios para los que $x_A \ll 1$ y $\mathbf{N}''_B \approx 0$. Tales condiciones a menudo caracterizan mezclas de gases diluidos y soluciones líquidas (m_A o x_A es pequeña) en los que el movimiento del solvente es insignificante ($\mathbf{n}''_B$ o $\mathbf{N}''_B$ es pequeña). Ambas condiciones se deben satisfacer para que el flujo de especies debido al movimiento global de la mezcla sea insignificante comparado con el flujo difusivo. Esta situación también puede ocurrir para la difusión de especies en un sólido, y se pueden obtener resultados satisfactorios a partir de la ecuación 14.45 o 14.46.

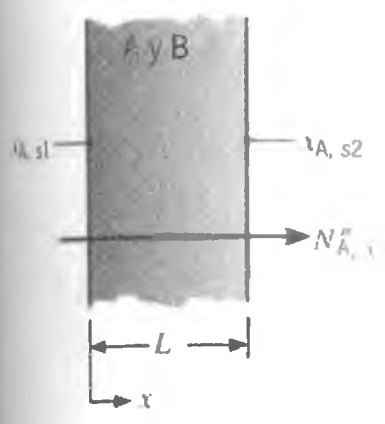


FIGURA 14.5
Transferencia de masa en un medio plano estacionario.

Considere la difusión unidimensional de la especie A a través de un medio plano de A y B, como se muestra en la figura 14.5. Para condiciones de estado estable con reacciones químicas no homogéneas, la forma molar de la ecuación de difusión de especies (14.38a) se reduce a

$$\frac{d}{dx}\left(C D_{AB} \frac{dx_A}{dx}\right) = 0 \tag{14.47}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Al suponer que la concentración molar total y el coeficiente de difusión son constantes, se puede resolver la ecuación 14.47 y aplicar las condiciones superficiales para obtener

$$x_A(x) = (x_{A,s2} - x_{A,s1})\frac{x}{L} + x_{A,s1} \tag{14.48}$$

De la ecuación 14.46, se sigue que

$$N''_{A,x} = -CD_{AB}\frac{x_{A,s2} - x_{A,s1}}{L} \tag{14.49}$$

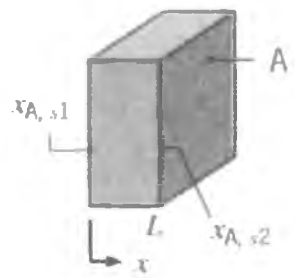
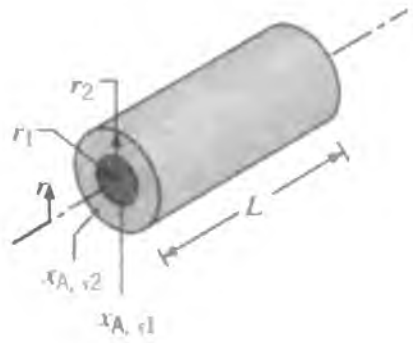
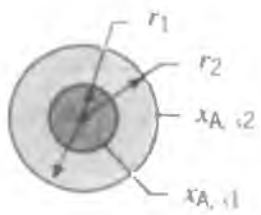
Al multiplicar por el área superficial A y sustituir para $x_A \equiv C_A/C$, el flujo molar es

$$N_{A,x} = \frac{D_{AB}A}{L}(C_{A,s1} - C_{A,s2}) \tag{14.50}$$

De estas expresiones podemos definir una resistencia a la transferencia de especies por difusión en un medio plano como

$$R_{m,\,dif} = \frac{C_{A,s1} - C_{A,s2}}{N_{A,x}} = \frac{L}{D_{AB}A} \tag{14.51}$$

Tabla 14.1 Resumen de soluciones de difusión de especies para medios estacionarios con concentraciones superficiales específicas[a]

Geometría	Distribución de la concentración de especies, $x_A(x)$ o $x_A(r)$	Resistencia a la difusión de especies, $R_{m,\,dif}$
	$x_A(x) = (x_{A,s2} - x_{A,s1})\dfrac{x}{L} + x_{A,s1}$	$R_{m,\,dif} = \dfrac{L}{D_{AB}A}$ [b]
	$x_A(r) = \dfrac{x_{A,s1} - x_{A,s2}}{\ln(r_1/r_2)}\ln\left(\dfrac{r}{r_2}\right) + x_{A,s2}$	$R_{m,\,dif} = \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi LD_{AB}}$ [c]
	$x_A(r) = \dfrac{x_{A,s1} - x_{A,s2}}{1/r_1 - 1/r_2}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{r_2}\right) + x_{A,s2}$	$R_{m,\,dif} = \dfrac{1}{4\pi D_{AB}}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$ [c]

[a] Se supone que C y D_{AB} son constantes.
[b] $N_{A,x} = (C_{A,s1} - C_{A,s2})/R_{m,\,dif}$.
[c] $N_{A,r} = (C_{A,s1} - C_{A,s2})/R_{m,\,dif}$.

Al comparar los resultados anteriores con los que se obtienen para la conducción unidimensional de estado estable en una pared plana sin generación (sección 3.1), es evidente que existe una analogía directa entre transferencia de calor y de masa por difusión.

La analogía también se aplica a sistemas cilíndricos y esféricos. Para difusión unidimensional estable en un medio cilíndrico no reactivo, la ecuación 14.39 se reduce a

$$\frac{d}{dr}\left(rCD_{AB}\frac{dx_A}{dr}\right) = 0 \tag{14.52}$$

De manera similar, para un medio esférico,

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2CD_{AB}\frac{dx_A}{dr}\right) = 0 \tag{14.53}$$

Las ecuaciones 14.52 y 14.53, así como la ecuación 14.47, dictan que la transferencia molar, $N_{A,r}$ o $N_{A,x}$, es constante en la dirección de transferencia (r o x). Al suponer que C y D_{AB} son constantes, es simple obtener soluciones generales a las ecuaciones 14.52 y 14.53. Para las concentraciones superficiales de especies establecidas, las soluciones y resistencias a la difusión correspondientes se resumen en la tabla 14.1.

Ejemplo 14.3

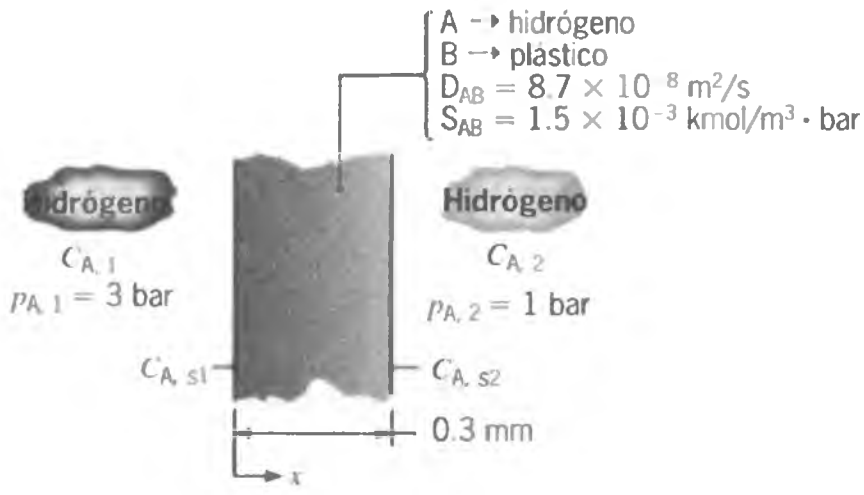
Gas hidrógeno se mantiene a 3 bar y 1 bar en los lados opuestos de una membrana plástica, de 0.3 mm de espesor. La temperatura es 25°C, y el coeficiente de difusión binaria del hidrógeno en plástico es 8.7×10^{-8} m^2/s. La solubilidad del hidrógeno en la membrana es 1.5×10^{-3} kmol/m^3 · bar. ¿Cuál es el flujo de masa difusivo de hidrógeno a través de la membrana?

Solución

Se conoce: Presión de hidrógeno en lados opuestos de una membrana.

Encontrar: Flujo difusivo de masa de hidrógeno $n''_{A,x}$ (kg/s · m^2).

Esquema:



Suposiciones:

1. Existen condiciones unidimensionales de estado estable.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede del Litoral

2. La membrana es un medio estacionario no reactivo de concentración molar total uniforme.

Análisis: Para las condiciones establecidas, la ecuación 14.46 se reduce a la ecuación 14.49, que se puede expresar como

$$N''_{A,x} = CD_{AB}\frac{x_{A,s1} - x_{A,s2}}{L} = \frac{D_{AB}}{L}(C_{A,s1} - C_{A,s2})$$

Las concentraciones molares del hidrógeno se pueden obtener de la ecuación 14.44, donde

$$C_{A,s1} = 1.5 \times 10^{-3}\ \text{kmol/m}^3 \cdot \text{bar} \times 3\ \text{bars} = 4.5 \times 10^{-3}\ \text{kmol/m}^3$$

$$C_{A,s2} = 1.5 \times 10^{-3}\ \text{kmol/m}^3 \cdot \text{bar} \times 1\ \text{bar} = 1.5 \times 10^{-3}\ \text{kmol/m}^3$$

Por tanto,

$$N''_{A,x} = \frac{8.7 \times 10^{-8}\ \text{m}^2/\text{s}}{0.3 \times 10^{-3}\ \text{m}}(4.5 \times 10^{-3} - 1.5 \times 10^{-3})\ \text{kmol/m}^3$$

$$N''_{A,x} = 8.7 \times 10^{-7}\ \text{kmol/s} \cdot \text{m}^2$$

En una base de masa,

$$n''_{A,x} = N''_{A,x}\mathcal{M}_A$$

donde el peso molecular del hidrógeno es 2 kg/kmol. De aquí,

$$n''_{A,x} = 8.7 \times 10^{-7}\ \text{kmol/s} \cdot \text{m}^2 \times 2\ \text{kg/kmol} = 1.74 \times 10^{-6}\ \text{kg/s} \cdot \text{m}^2$$

Comentarios: Las concentraciones molares del hidrógeno en la fase gaseosa, $C_{A,1}$ y $C_{A,2}$, difieren de las concentraciones superficiales en la membrana y se pueden calcular a partir de la ecuación de estado del gas ideal

$$C_A = \frac{p_A}{\mathcal{R}T}$$

donde $\mathcal{R} = 8.314 \times 10^{-2}\ \text{m}^3 \cdot \text{bar/kmol} \cdot \text{K}$. Se sigue que $C_{A,1} = 0.121\ \text{kmol/m}^3$ y $C_{A,2} = 0.040\ \text{kmol/m}^3$. Aunque $C_{A,s2} < C_{A,2}$, ocurrirá el transporte de hidrógeno de la membrana al gas a $p_{A,2} = 1$ bar. Este resultado aparentemente anómalo se puede explicar al reconocer que las dos concentraciones se basan en volúmenes *diferentes*, en un caso la concentración es por unidad de volumen de la membrana y en el otro por unidad de volumen de la fase gaseosa contigua. Por esta razón no es posible inferir la dirección de transporte del hidrogeno a partir de una simple comparación de los valores numéricos de $C_{A,s2}$ y $C_{A,2}$.

14.4.2 Medios estacionarios con reacciones superficiales catalíticas

Muchos problemas de transferencia de masa implican la especificación del flujo de especies, en lugar de la concentración de especies, en la superficie. Uno de tales problemas se relaciona con el proceso de catálisis, que implica el uso de superficies

especiales para promover reacciones químicas. A menudo se puede usar un análisis de difusión unidimensional para *aproximar* el funcionamiento de un reactor catalítico.

Considere el sistema de la figura 14.6. Se coloca una superficie catalítica en un chorro de gas para promover una reacción química heterogénea que involucra a la especie A. Suponga que la reacción produce la especie A a una razón N''_A, que se define como la razón molar de producción por unidad de área superficial del catalizador. Para mantener condiciones de estado estable, la transferencia de especies desde la superficie, $N''_{A,x}$, debe ser igual a la razón de reacción superficial:

$$N''_{A,x}(0) = \dot{N}''_A \tag{14.54}$$

Aunque el movimiento global influye la transferencia de A a través de la película, es razonable, como primera estimación, que el efecto sea insignificante y que la transferencia ocurra exclusivamente por difusión. Se supone también que la especie A sale de la superficie como resultado de la transferencia unidimensional a través de una película delgada de espesor L y que no ocurren reacciones dentro de la película misma. La fracción molar de A en $x = L$, $x_{A,L}$, corresponde a las condiciones en el flujo de la mezcla y se supone conocida. Al representar las especies restantes de la mezcla como una sola especie B y suponer que el medio es estacionario, la ecuación 14.38a se reduce a

$$\frac{d}{dx}\left(CD_{AB}\frac{dx_A}{dx}\right) = 0 \tag{14.55}$$

donde D_{AB} es el coeficiente de difusión binario para A en B y B puede ser una mezcla multicomponente. Suponga que C y D_{AB} son constantes, la ecuación 14.55 se puede resolver sujeta a las condiciones

$$x_A(L) = x_{A,L}$$

y

$$N''_{A,x}(0) = -CD_{AB}\left.\frac{dx_A}{dx}\right|_{x=0} = \dot{N}''_A \tag{14.56}$$

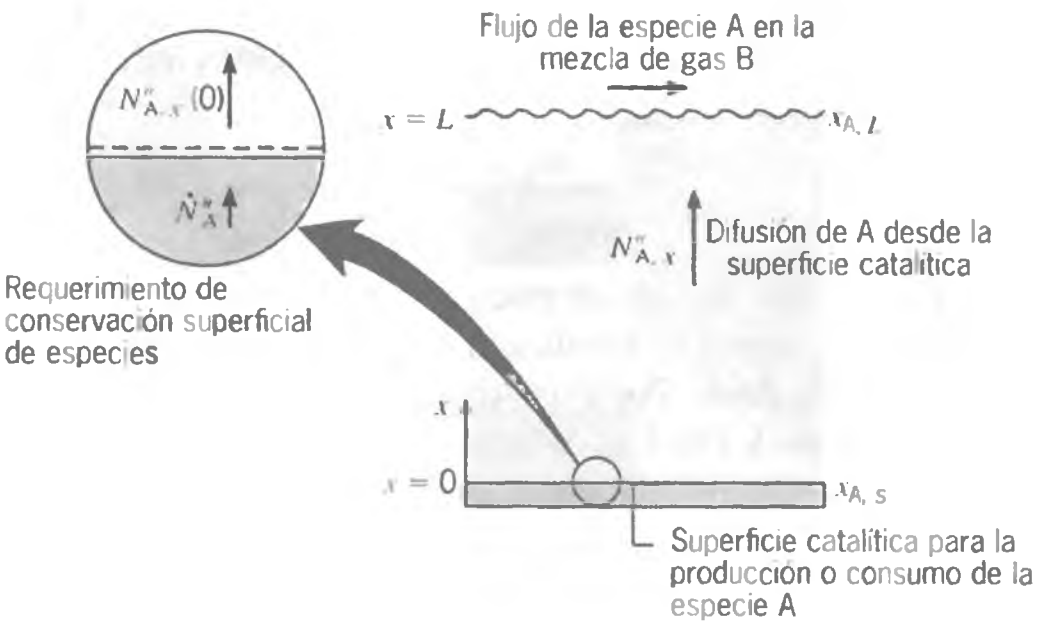


FIGURA 14.6 Difusión unidimensional con catálisis heterogénea.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Esta expresión se sigue de la ecuación 14.54 y de la sustitución de la ley de Fick, ecuación 14.46.

Para una superficie catalítica, la razón de reacción superficial N''_A por lo general depende de la concentración superficial $C_A(0)$. Para una *reacción de primer orden* que tiene como resultado el consumo de especies en la superficie, la razón de reacción es de la forma

$$\dot{N}''_A = -k''_1 C_A(0) \tag{14.57}$$

donde k''_1 (m/s) es la constante de la razón de reacción. En consecuencia, la condición de frontera de la superficie, ecuación 14.56, se reduce a

$$-D_{AB}\frac{dx_A}{dx}\bigg|_{x=0} = -k''_1 x_A(0) \tag{14.58}$$

Al resolver la ecuación 14.55 sujeta a las condiciones anteriores, se verifica fácilmente que la distribución de concentración es lineal y de la forma

$$\frac{x_A(x)}{x_{A,L}} = \frac{1 + (xk''_1/D_{AB})}{1 + (Lk''_1/D_{AB})} \tag{14.59}$$

En la superficie catalítica este resultado se reduce a

$$\frac{x_A(0)}{x_{A,L}} = \frac{1}{1 + (Lk''_1/D_{AB})} \tag{14.60}$$

y el flujo molar es

$$N''_A(0) = -CD_{AB}\frac{dx_A}{dx}\bigg|_{x=0} = -k''_1 C x_A(0)$$

o

$$N''_A(0) = -\frac{k''_1 C x_{A,L}}{1 + (Lk''_1/D_{AB})} \tag{14.61}$$

El signo negativo implica transferencia de masa *hacia* la superficie.

Son de especial interés dos casos límite de los resultados anteriores. Para el límite $k''_1 \to 0$, $(Lk''_1/D_{AB}) \ll 1$ y las ecuaciones 14.60 y 14.61 se reducen a

$$\frac{x_{A,s}}{x_{A,L}} \approx 1 \qquad \text{y} \qquad N''_A(0) \approx -k''_1 C x_{A,L}$$

En tales casos la razón de reacción está controlada por la constante de la razón de reacción, y la limitación debida a la difusión es insignificante. Se dice que el proceso es de *reacción limitada*. Por el contrario, para el límite $k''_1 \to \infty$, $(Lk''_1/D_{AB}) \gg 1$ y las ecuaciones 14.60 y 14.61 se reducen a

$$x_{A,s} \approx 0 \qquad \text{y} \qquad N''_{A,s} \approx -\frac{CD_{AB}x_{A,L}}{L}$$

En este caso la reacción está controlada por la rapidez de difusión hacia la superficie, y se dice que el proceso es de *difusión limitada*.

14.4.3 Contradifusión equimolar

Un caso especial de las condiciones que se consideran en la sección 14.4.1 se muestra en la figura 14.7. Un canal que conecta dos depósitos grandes contiene una mezcla de gases ideales de las especies A y B. Las concentraciones de especies se mantienen constantes en cada uno de los depósitos, de modo que $x_{A,0} > x_{A,L}$ y $x_{B,0} < x_{B,L}$, mientras que la presión total $p = p_A + p_B$ es uniforme. Los gradientes de concentración de especies ocasionan la difusión de moléculas de A en la dirección de x creciente y la difusión de las moléculas de B en la dirección opuesta. Bajo condiciones de estado estable, la difusión de especies ocurre a tasas iguales y opuestas, en cuyo caso el flujo molar total debe ser cero en relación con coordenadas estacionarias. Este requerimiento se expresa como

$$N''_{A,x} + N''_{B,x} = 0 \tag{14.62}$$

y se necesita por el hecho de que, con p y T uniformes, la concentración molar de C también debe ser uniforme. Esta condición sólo se puede mantener si los flujos molares de A y B están balanceados, y el proceso se denomina *contradifusión equimolar*. De las ecuaciones 14.27 y 14.62, la velocidad molar promedio de la mezcla $\mathbf{v}^*_t$ es cero, y la mezcla es *estacionaria*. De la ecuación 14.31 se sigue que

$$N''_{A,x} = -CD_{AB}\frac{dx_A}{dx} \tag{14.63}$$

De manera similar,

$$N''_{B,x} = -CD_{BA}\frac{dx_B}{dx} \tag{14.64}$$

De las ecuaciones 14.24 y 14.62 también es evidente que

$$\frac{dx_A}{dx} = -\frac{dx_B}{dx} \tag{14.65}$$

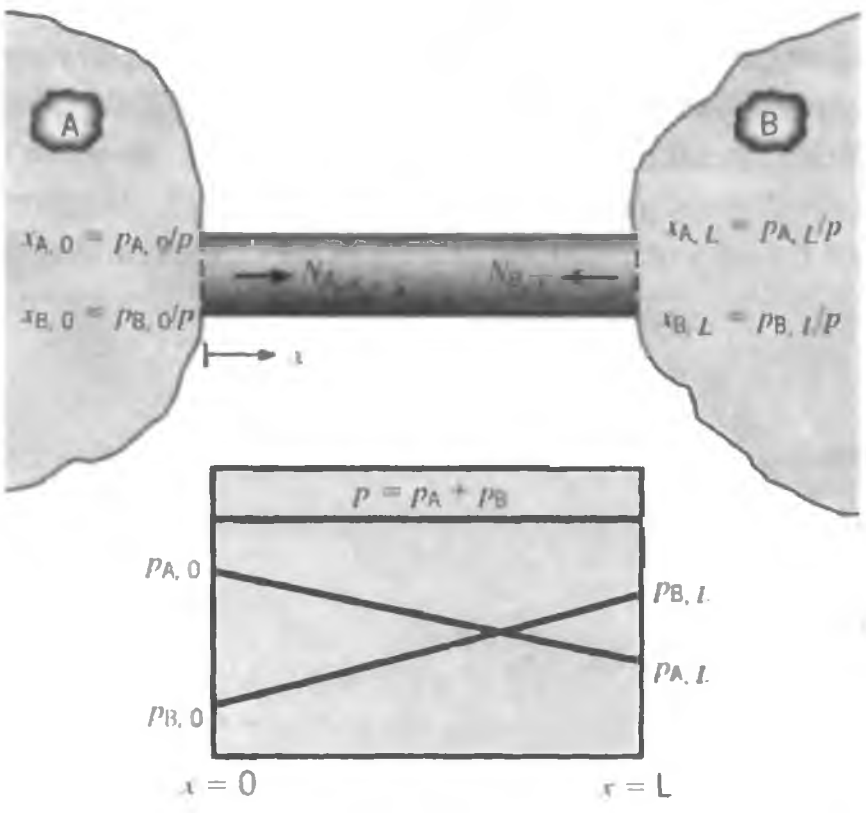


FIGURA 14.7 Contradifusión equimolar en una mezcla isotérmica y binaria de gases ideales.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Como la fracción molar de cada especie es la razón de su presión parcial a la presión total, la ecuación 14.65 da

$$\frac{dp_A}{dx} = -\frac{dp_B}{dx} \tag{14.66}$$

Dado que tratamos con condiciones unidimensionales de estado estable que implican reacciones químicas no homogéneas, las razones de difusión de especies son independientes de x. Al suponer que D_{AB} es constante y recordar que C es independiente de x, la ecuación 14.63 se puede expresar como

$$N_{A,x} \int_0^L \frac{dx}{A} = -CD_{AB} \int_{x_{A,0}}^{x_{A,L}} dx_A \tag{14.67}$$

Si el área de la sección transversal es uniforme, la razón de difusión molar de la especie A es entonces

$$N_{A,x} = CD_{AB}A \frac{x_{A,0} - x_{A,L}}{L} = D_{AB}A \frac{C_{A,0} - C_{A,L}}{L} \tag{14.68}$$

De manera alternativa, al sustituir de la ecuación de estado,

$$p_A = C_A \mathcal{R}T \tag{14.69}$$

obtenemos

$$N_{A,x} = \frac{D_{AB}A}{\mathcal{R}T} \frac{p_{A,0} - p_{A,L}}{L} \tag{14.70}$$

Se pueden obtener resultados similares para la especie B. Advierta que los resultados anteriores implican que los gradientes de la fracción molar de especies, y por tanto los gradientes de presión de especies, son lineales y de signo opuesto (figura 14.7).

Ejemplo 14.4

Para mantener una presión cercana a 1 atm, una tubería industrial que contiene gas de amoniaco se desahoga al aire ambiente. La descarga se consigue al taladrar la tubería e insertar un tubo de 3 mm de diámetro, que se extiende 20 m en la atmósfera. Con todo el sistema en operación a 25°C, determine el flujo de masa de pérdida de amoniaco a la atmósfera y el flujo de masa de contaminación de la tubería con aire. ¿Cuáles son las fracciones molar y de masa de aire en la tubería cuando el flujo de amoniaco es 5 kg/h?

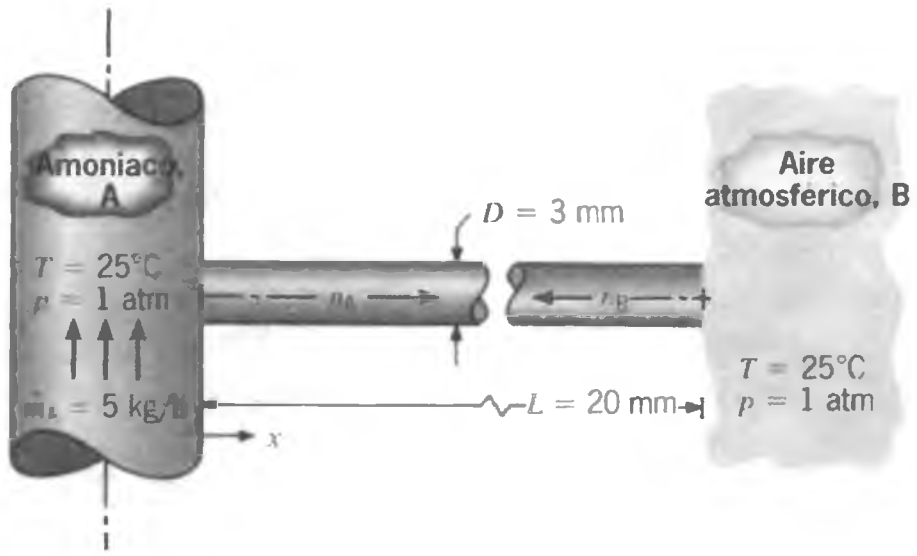
Solución

Se conoce: Condiciones en una tubería de amoniaco que se desahoga a la atmósfera.

Encontrar:

1. Flujo de masa de pérdida de amoniaco a través del tubo de alivio, n_A.
2. Flujo de masa de contaminación por aire en la tubería, n_B.
3. Fracciones molar y de masa del aire en la tubería.

Esquema:



Suposiciones:

1. Difusión unidimensional de estado estable en el tubo.
2. Propiedades constantes.
3. Temperatura y presión total uniformes, $p = p_A + p_B$, en la tubería.
4. Fracción molar de aire en la tubería insignificante, $x_{B,0} \ll 1$, y fracción molar de amoniaco en la atmósfera insignificante, $x_{A,L} \ll 1$.
5. Ninguna reacción química, y comportamiento de gas ideal.

Propiedades: Tabla A.8, amoniaco–aire (298 K): $D_{AB} = 0.28 \times 10^{-4}$ m^2/s.

Análisis:

1. Las condiciones establecidas son precisamente las que proporcionan la contradifusión equimolar. De aquí, el flujo de masa de pérdida de amoniaco a la atmósfera se puede obtener a partir de la ecuación 14.70, donde $n_A = \mathcal{M}_A N_A$ y

$$N_A = \frac{D_{AB}A}{\mathcal{R}T}\,\frac{p_{A,0} - p_{A,L}}{L}$$

De la suposición 4, $p_{A,0} = p$ y $p_{A,L} = 0$. Por tanto,

$$N_A = \frac{0.28 \times 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s} \times \dfrac{\pi}{4}(0.003\ \text{m})^2}{8.205 \times 10^{-2}\ \text{m}^3 \cdot \text{atm/kmol} \cdot \text{K}\ (298\ \text{K})} \times \frac{(1 - 0)\ \text{atm}}{20\ \text{m}} \times 3600\ \text{s/h}$$

o

$$N_A = 1.46 \times 10^{-9}\ \text{kmol/h}$$

De aquí, con un peso molecular para el amoniaco de $\mathcal{M}_A = 17$ kg/kmol,

$$n_A = 17\ \text{kg/kmol} \times 1.46 \times 10^{-9}\ \text{kmol/h} = 2.48 \times 10^{-8}\ \text{kg/h} \quad \triangleleft$$

2. El flujo de masa de contaminación de la tubería por aire se determina a partir del requisito de difusión equimolar

$$N_B = -N_A = -1.46 \times 10^{-9}\ \text{kmol/h}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar Sede del Litoral

De aquí, con el peso molecular del aire dado por $\mathcal{M}_B = 28.97$ kg/kmol,

$$n_B = \mathcal{M}_B N_B = -28.97 \text{ kg/kmol} \times 1.46 \times 10^{-9} \text{ kmol/h}$$

$$n_B = -4.23 \times 10^{-8} \text{ kg/h}$$

3. Para un flujo de amoniaco de $\dot{m}_A = 5$ kg/h, la fracción de masa de aire en la tubería es

$$m_{B,0} = \frac{-n_B}{\dot{m}_A} = \frac{4.23 \times 10^{-8} \text{ kg/h}}{5 \text{ kg/h}} = 0.85 \times 10^{-8}$$

Con un flujo molar de amoniaco en la tubería de $\dot{m}_A/\mathcal{M}_A = (5 \text{ kg/h})/(17 \text{ kg/kmol})$, la fracción molar de aire en la tubería es

$$x_{B,0} = \frac{-N_B}{\dot{m}_A/\mathcal{M}_A} = \frac{1.46 \times 10^{-9} \text{ kmol/h}}{(5 \text{ kg/h})/(17 \text{ kg/kmol})} = 4.96 \times 10^{-9}$$

Comentarios: Los resultados anteriores para $m_{B,0}$ y $x_{B,0}$ se basan en la suposición 4, que estima que $C \approx C_A$ (para $\rho \approx \rho_A$) en la tubería. La validez de esta suposición se confirma con el valor pequeño de $x_{B,0}$ (o $m_{B,0}$).

14.4.4 Evaporación en una columna

Consideremos ahora la difusión en la mezcla binaria de gas de la figura 14.8. Se mantienen concentraciones fijas de especies $x_{A,L}$ y $x_{B,L}$ en la parte superior de un tazón que contiene una capa líquida de la especie A, y el sistema está a presión y temperatura constantes. Como existe equilibrio entre las fases de vapor y líquido en la interfaz líquida, la concentración de vapor corresponde a condiciones saturadas. Con $x_{A,0} > x_{A,L}$, la especie A se *evapora* de la interfaz líquida y se transfiere hacia arriba por difusión.

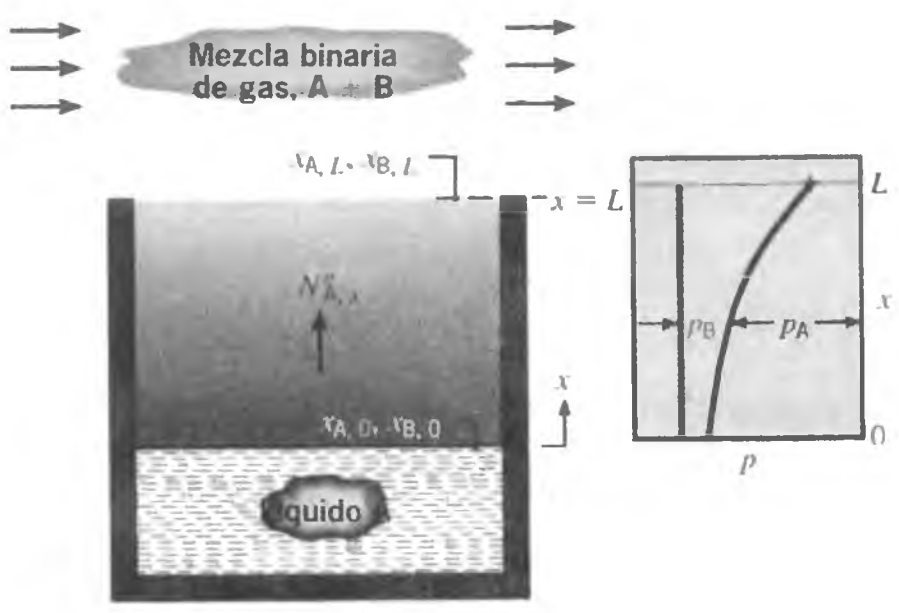


Figura 14.8 Evaporación del líquido A en una mezcla binaria de gas, A + B.

Para condiciones unidimensionales estables sin reacciones químicas, el flujo molar absoluto de A debe ser constante a lo largo de la columna. De aquí,

$$\frac{dN''_{A,x}}{dx} = 0 \tag{14.71}$$

Como p y T son constantes, se sigue que la concentración molar total $C = C_A + C_B$, también es constante en cuyo caso $x_A + x_B = 1$ a lo largo de la columna. Después de suponer que $x_{A,0} > x_{A,L}$, concluimos que $x_{B,L} > x_{B,0}$ y por tanto que la especie B se debe difundir de la parte superior de la columna hacia la interfaz líquida. Sin embargo, si la especie B es insoluble en el líquido A, se pueden mantener condiciones de estado estable sólo si la difusión hacia abajo de B está balanceada por un movimiento volumétrico hacia arriba. Es decir, el flujo absoluto de la especie B debe ser cero ($N''_{B,x} = 0$). Una implicación importante de esta condición es que ya no tratamos con un medio estacionario; por ello la ecuación 14.46 no se aplica. Sin embargo, una expresión apropiada para $N''_{A,x}$ se puede obtener al sustituir el requisito de que $N''_{B,x} = 0$ en la ecuación 14.31, lo que da

$$N''_{A,x} = -CD_{AB}\frac{dx_A}{dx} + x_A N''_{A,x} \tag{14.72}$$

o, de la ecuación 14.27,

$$N''_{A,x} = -CD_{AB}\frac{dx_A}{dx} + C_A v^*_x \tag{14.73}$$

De esta ecuación es evidente que el transporte difuso de la especie A $[-CD_{AB}(dx_A/dx)]$ aumenta debido al movimiento volumétrico ($C_A v^*_x$). Al reacomodar la ecuación 14.72, obtenemos

$$N''_{A,x} = -\frac{CD_{AB}}{1 - x_A}\frac{dx_A}{dx} \tag{14.74}$$

Para p y T constantes, C y D_{AB} también son constantes. Al sustituir la ecuación 14.74 en la ecuación 14.71, obtenemos

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{1 - x_A}\frac{dx_A}{dx}\right) = 0$$

Al integrar dos veces, tenemos

$$-\ln(1 - x_A) = C_1 x + C_2$$

Al aplicar las condiciones $x_A(0) = x_{A,0}$ y $x_A(L) = x_{A,L}$, las constantes de integración se pueden evaluar y la distribución de concentración se vuelve

$$\frac{1 - x_A}{1 - x_{A,0}} = \left(\frac{1 - x_{A,L}}{1 - x_{A,0}}\right)^{x/L} \tag{14.75}$$

Como $1 - x_A = x_B$, también obtenemos

$$\frac{x_B}{x_{B,0}} = \left(\frac{x_{B,L}}{x_{B,0}}\right)^{x/L} \tag{14.76}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede ...toral

Para determinar el flujo de evaporación de la especie A, se usa primero la ecuación 14.75 para evaluar el gradiente de concentración (dx_A/dx). Al sustituir el resultado en la ecuación 14.74, se sigue que

$$\dot{N}_{A,x} = \frac{CD_{AB}}{L} \ln\left(\frac{1 - x_{A,L}}{1 - x_{A,0}}\right) \tag{14.77}$$

14.5 *Difusión de masa con reacciones químicas homogéneas*

Así como la difusión de calor puede estar influida por las fuentes internas de energía, la transferencia de especies por difusión se puede influir por reacciones químicas homogéneas. Restringimos nuestra atención a medios estacionarios, en cuyo caso la ecuación 14.45 o 14.46 determina el flujo absoluto de especies. Si también suponemos transferencia unidimensional estable en la dirección x y que D_{AB} y C son constantes, la ecuación 14.38b se reduce a

$$D_{AB}\frac{d^2C_A}{dx^2} + \dot{N}_A = 0 \tag{14.78}$$

Si no hay reacciones químicas homogéneas que incluyan la especie A, la razón de *producción* volumétrica de especies, $\dot{N}_A$, es cero. Cuando ocurren reacciones, a menudo son de la forma

Reacción de orden cero:

$$\dot{N}_A = k_0$$

Reacción de primer orden:

$$\dot{N}_A = k_1 C_A$$

Es decir, la reacción puede ocurrir a una razón constante (orden cero) o a una razón que es proporcional a la concentración local (primer orden). Las unidades de k_0 y k_1 son kmol/s · m^3 y s^{-1}, respectivamente. Si $\dot{N}_A$ es positiva, la reacción tiene como resultado la generación de la especie A; si es negativa, tiene como resultado el consumo de A.

En muchas aplicaciones la especie de interés se convierte en otra forma a través de una reacción química de primer orden, y la ecuación 14.78 se vuelve

$$D_{AB}\frac{d^2C_A}{dx^2} - k_1 C_A = 0 \tag{14.79}$$

Esta ecuación diferencial, lineal y homogénea tiene la solución general

$$C_A(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \tag{14.80}$$

donde $m = (k_1/D_{AB})^{1/2}$ y las constantes C_1 y C_2 dependen de las condiciones de frontera establecidas. La forma de esta ecuación es idéntica a la que caracteriza la conducción de calor en una superficie extendida.

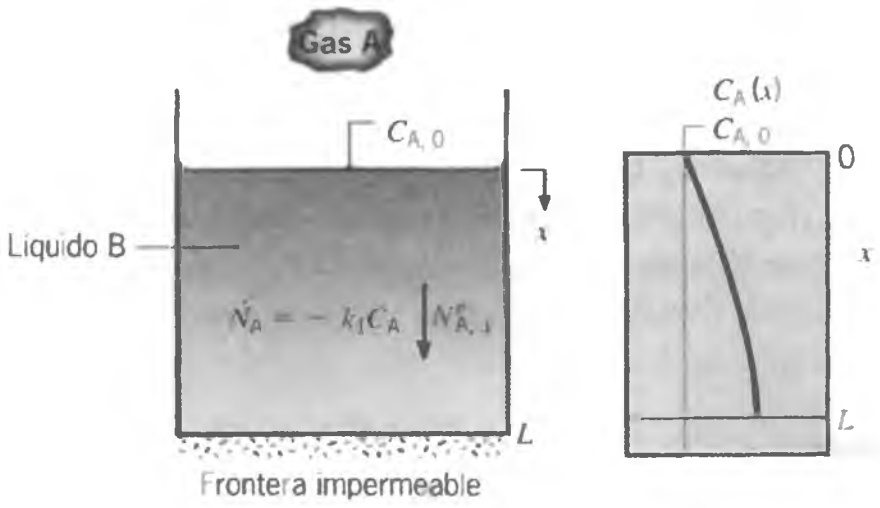


FIGURA 14.9 Difusión y reacción homogénea del gas A en el líquido B.

Considere la situación que se ilustra en la figura 14.9. El gas A es soluble en el líquido B, donde se transfiere por difusión y experimenta una reacción química de primer orden. La solución se diluye, y la concentración de A en el líquido en la interfaz es una constante conocida $C_{A,0}$. Si el fondo del contenedor es impermeable a A, las condiciones de frontera son

$$C_A(0) = C_{A,0} \qquad \text{y} \qquad \left.\frac{dC_A}{dx}\right|_{x=L} = 0$$

Al usar estas condiciones de frontera con la ecuación 14.80, se puede mostrar, después de alguna manipulación, que

$$C_A(x) = C_{A,0}(\cosh mx - \tanh mL \operatorname{senh} mx) \tag{14.81}$$

Cantidades de interés especial son la concentración en el fondo y el flujo de A a través de la interfaz gas–líquido. Al aplicar la ecuación 14.18 en $x = L$, obtenemos

$$C_A(L) = C_{A,0}\frac{(\cosh^2 mL - \operatorname{senh}^2 mL)}{\cosh mL} = \frac{C_{A,0}}{\cosh mL} \tag{14.82}$$

Además,

$$N''_{A,x}(0) = -D_{AB}\left.\frac{dC_A}{dx}\right|_{x=0}$$

$$= -D_{AB}C_{A,0}\,m(\operatorname{senh} mx - \tanh mL \cosh mx)\big|_{x=0}$$

o

$$N''_{A,x}(0) = D_{AB}C_{A,0}\,m \tanh mL \tag{14.83}$$

EJEMPLO 14.5

Un sistema de tratamiento de desechos sólidos opera sobre el principio de fermentación aeróbica para descomponer materia orgánica en sus constituyentes químicos básicos. Bacterias distribuidas dentro de la materia orgánica usan el oxígeno de la atmósfera en el proceso de descomposición. Considere una capa plana de materia orgánica que tiene un espesor L y está sostenida por una losa de concreto. La parte superior de la capa está expuesta al aire atmosférico que mantiene una concentración molar fija de oxígeno $C_{A,0}$ en la capa (sobre la superficie expuesta). El coeficiente de difusión D_{AB} del oxígeno en la materia orgánica se conoce, así como el flujo volumétrico al que las

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

reacciones bioquímicas consumen el oxígeno. Este consumo depende de la concentración local de oxígeno y se puede expresar como $\dot{N}_A = -k_1 C_A$ (kmol/s · m^3). A partir de la consideración de un volumen de control diferencial dentro de la materia orgánica, derive una ecuación diferencial que se pueda resolver para la concentración local de oxígeno $C_A(x)$. Suponga condiciones unidimensionales de estado estable. Escriba la solución general para esta ecuación. Mediante la aplicación de las condiciones de frontera apropiadas, determine la forma específica de $C_A(x)$.

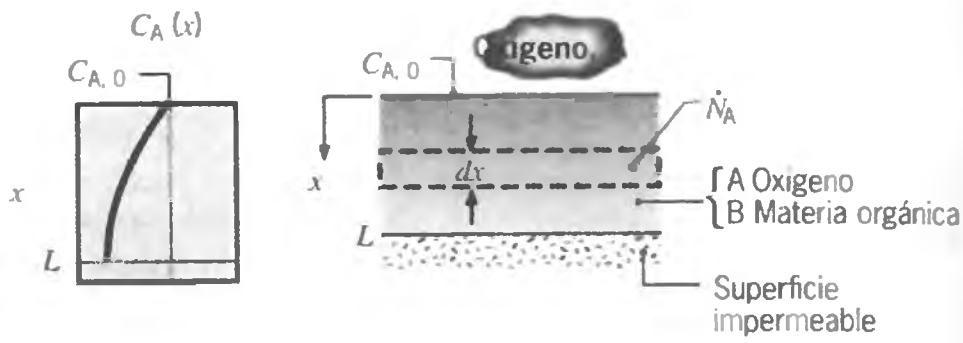
Solución

Se conoce: Transporte de oxígeno por difusión con una reacción química de primer orden homogénea.

Encontrar:

1. Ecuación diferencial para la distribución de concentración $C_A(x)$ y solución general.
2. Condiciones de frontera apropiadas y forma final de la solución.

Esquema:



Suposiciones:

1. Condiciones unidimensionales de estado estable.
2. Medio estacionario ($x_A \ll 1$) de concentración uniforme y propiedades constantes.
3. Reacción química homogénea.
4. Fondo impermeable.

Análisis:

1. Al aplicar un balance de masa de especies al volumen de control diferencial del esquema, se sigue de la forma molar de la ecuación 14.33 que

$$\dot{N}_{A,entra} + \dot{N}_{A,g} - \dot{N}_{A,sale} = \dot{N}_{A,alm}$$

donde

$$\dot{N}_{A,entra} = N_{A,x} = -D_{AB} A \frac{dC_A}{dx}$$

$$\dot{N}_{A,sale} = N_{A,x} + \frac{dN_{A,x}}{dx} dx = -D_{AB} A \frac{dC_A}{dx} - D_{AB} A \frac{d^2 C_A}{dx^2} dx$$

$$\dot{N}_{A,g} = \dot{N}_A A \, dx$$

$$\dot{N}_{A,alm} = 0$$

Al sustituir las ecuaciones de flujo en el balance de especies y dividir entre el área A, se sigue que

$$D_{AB}\frac{d^2C_A}{dx^2} - k_1C_A = 0 \qquad \triangleleft$$

La solución general es

$$C_A(x) = C_1e^{-mx} + C_2e^{mx} \qquad \triangleleft$$

donde $m \equiv (k_1/D_{AB})^{1/2}$.

2. Las condiciones de frontera apropiadas son de la forma

$$C_A(0) = C_{A,0} \qquad \triangleleft$$

$$\left.\frac{dC_A}{dx}\right|_{x=L} = 0 \qquad \triangleleft$$

Al aplicar estas condiciones a la solución general, obtenemos

$$C_{A,0} = C_1 + C_2$$

$$\left.\frac{dC_A}{dx}\right|_{x=L} = -mC_1e^{-mL} + mC_2e^{mL} = 0$$

Por ello, de la segunda condición,

$$C_1 = C_2e^{2mL}$$

y, de la primera condición,

$$C_{A,0} = C_2(e^{2mL} + 1)$$

Por consiguiente,

$$C_2 = \frac{C_{A,0}}{e^{2mL} + 1} \qquad \text{y} \qquad C_1 = \frac{C_{A,0}e^{2mL}}{e^{2mL} + 1}$$

$$C_A(x) = \frac{C_{A,0}}{e^{2mL} + 1}[e^{m(2L-x)} + e^{mx}] \qquad \triangleleft$$

14.6 *Difusión transitoria*

Se pueden obtener resultados análogos a los del capítulo 5 para la difusión transitoria de una especie A diluida en un medio estacionario. Al suponer que no hay reacciones homogéneas, que D_{AB} y C son constantes, y una transferencia unidmensional en la dirección x, la ecuación 14.38b se reduce a

$$D_{AB}\frac{\partial^2C_A}{\partial x^2} = \frac{\partial C_A}{\partial t} \qquad (14.84)$$

Al suponer una concentración inicial uniforme

$$C_A(x, 0) = C_{A,i} \tag{14.85}$$

La ecuación 14.84 se puede resolver para condiciones de frontera que dependen de la geometría particular y de las condiciones superficiales. Si, por ejemplo, la geometría es una pared plana de espesor $2L$ con convección superficial, las condiciones de frontera son

$$\left.\frac{\partial C_A}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \tag{14.86}$$

$$C_A(L, t) = C_{A,s} \tag{14.87}$$

La ecuación 14.86 describe el requerimiento de geometría en el plano medio. La ecuación 14.87 representa la condición de convección superficial si el *número de Biot de transferencia de masa*, $Bi_m = h_m L/D_{AB}$, es mucho mayor que la unidad. En este caso la resistencia a la transferencia de especies por difusión en el medio es mucho mayor que la resistencia a la transferencia de especies por convección en la superficie. Si esta situación se toma en el límite de $Bi_m \longrightarrow \infty$, o $Bi_m^{-1} \longrightarrow 0$, se sigue que la concentración de especies de flujo libre $C_{A,\infty}$ se puede reemplazar por la concentración superficial $C_{A,s}$. Advierta, sin embargo, que $C_{A,s}$ representa la concentración de especies en el medio, y por ello se debe determinar mediante el uso de la ecuación 14.43 o 14.44.

La analogía entre transferencia de calor y de masa se puede aplicar de modo conveniente si hacemos adimensionales las ecuaciones anteriores. Introducimos una concentración y un tiempo adimensional, como sigue,

$$\gamma^* \equiv \frac{\gamma}{\gamma_i} = \frac{C_A - C_{A,s}}{C_{A,i} - C_{A,s}} \tag{14.88}$$

$$t_m^* \equiv \frac{D_{AB}t}{L^2} \equiv Fo_m \tag{14.89}$$

y al sustituir en la ecuación 14.84, obtenemos

$$\frac{\partial^2 \gamma^*}{\partial x^{*2}} = \frac{\partial \gamma^*}{\partial Fo_m} \tag{14.90}$$

donde $x^* = x/L$. De manera similar, las condiciones inicial y de frontera son

$$\gamma^*(x^*, 0) = 1 \tag{14.91}$$

$$\left.\frac{\partial \gamma^*}{\partial x^*}\right|_{x^*=0} = 0 \tag{14.92}$$

y

$$\gamma^*(1, t_m^*) = 0 \tag{14.93}$$

Sólo se necesita comparar las ecuaciones 14.90 a 14.93 con las ecuaciones 5.34 a 5.36 y la ecuación 5.37 para el caso de $Bi \longrightarrow \infty$ para confirmar la existencia de la analogía. Nótese que para $Bi \longrightarrow \infty$, la ecuación 5.37 se reduce a $\theta^*(1, t^*) = 0$, que es análoga a la ecuación 14.93. Por tanto, los dos sistemas de ecuaciones deben tener soluciones equivalentes.

La correspondencia entre variables para difusión transitoria de calor y de masa se resume en la tabla 14.2. a partir de esta correspondencia es posible usar muchos de los

TABLA 14.2 Correspondencia entre variables de transferencia de calor y de masa para difusión transitoria

Transferencia de calor	Transferencia de masa
$\theta^* = \dfrac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty}$	$\gamma^* = \dfrac{C_A - C_{A,s}}{C_{A,i} - C_{A,s}}$
$1 - \theta^* = \dfrac{T - T_i}{T_\infty - T_i}$	$1 - \gamma^* = \dfrac{C_A - C_{A,i}}{C_{A,s} - C_{A,i}}$
$Fo = \dfrac{\alpha t}{L^2}$	$Fo_m = \dfrac{D_{AB} t}{L^2}$
$Bi = \dfrac{hL}{k}$	$Bi_m = \dfrac{h_m L}{D_{AB}}$
$\dfrac{x}{2\sqrt{\alpha t}}$	$\dfrac{x}{2\sqrt{D_{AB} t}}$

resultados de transferencia de calor anteriores para resolver problemas de difusión transitoria de masa. Por ejemplo, al reemplazar θ_o^* y Fo por γ_o^* y Fo_m, se pueden usar la figura D.1 y la ecuación 5.41, para $Bi^{-1} = 0$, para determinar la concentración en el plano medio $C_{A,o}$. Las cartas de Heisler y ecuaciones restantes se pueden aplicar en una forma similar, junto con los resultados obtenidos para el sólido semiinfinito.

EJEMPLO 14.6

Una losa de sal (NaCl) de espesor L se usa para sostener una capa profunda de agua. La sal se disuelve en el agua, lo que mantiene una densidad de masa fija $\rho_{A,s}$ (kg/m^3) en la interfaz agua–sal. Si la densidad de sal en el agua es inicialmente cero, ¿cómo varía esta densidad con la posición y el tiempo después de que ocurre el contacto entre la sal sólida y el agua? ¿Cuál es la razón de recesión superficial dL/dt y cómo varía la recesión superficial con el tiempo? Si la densidad de masa de la sal sólida es $\rho_A(S) = 2165$ kg/m^3 y su densidad en solución en la superficie es $\rho_{A,s} = 380$ kg/m^3, ¿en cuánto retrocederá la superficie después de 24 h? El coeficiente de difusión de agua salada es $D_{AB} = 1.2 \times 10^{-9}$ m^2/s.

SOLUCIÓN

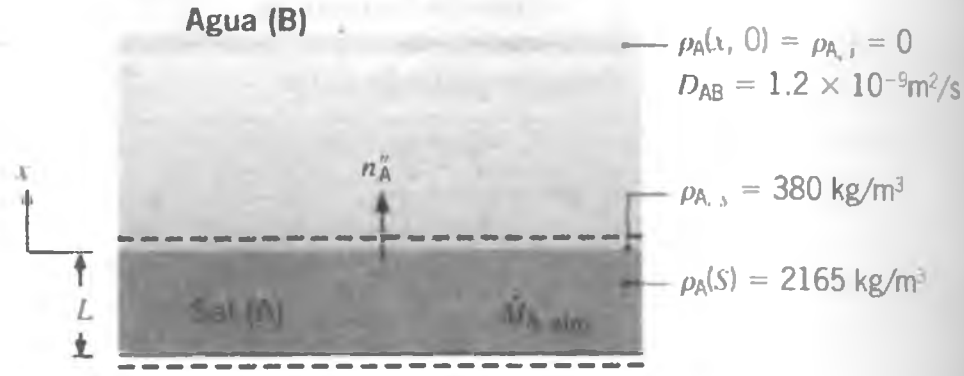
Se conoce: Sal de una losa de espesor L se difunde en una capa profunda de agua bajo condiciones transitorias.

Encontrar:

1. Distribución de densidad de sal en agua, $\rho_A(x, t)$.
2. Razón de recesión de la superficie dL/dt, y recesión superficial como función del tiempo.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ... oral

Esquema:



Suposiciones:

1. Difusión unidimensional de especies en x.
2. No hay reacciones químicas.
3. Solución estacionaria y semiinfinita.
4. Propiedades constantes, incluida la densidad total ρ de la solución.

Análisis:

1. Con las suposiciones anteriores, $n''_A = j_A$, y la ecuación 14.37b se hace

$$\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial x^2} = \frac{1}{D_{AB}} \frac{\partial \rho_A}{\partial t}$$

que es análoga a la ecuación 5.26. Además, la condición inicial

$$\rho_A(x, 0) = \rho_{A,i} = 0$$

y las condiciones de frontera

$$\rho_A(\infty, t) = \rho_{A,i} = 0 \quad \text{y} \quad \rho_A(0, t) = \rho_{A,s}$$

son análogas a las ecuaciones 5.27, 5.53, y la condición del caso 1 de la figura 5.7. Por analogía con la ecuación 5.57, la distribución de densidad de sal en agua es

$$\frac{\rho_A(x, t) - \rho_{A,s}}{\rho_{A,i} - \rho_{A,s}} = \text{erf}\left[\frac{x}{2(D_{AB}t)^{1/2}}\right]$$

o

$$\rho_A(x, t) = \rho_{A,s}\left\{1 - \text{erf}\left[\frac{x}{2(D_{AB}t)^{1/2}}\right]\right\}$$

2. Al realizar un balance de masa sobre un volumen de control alrededor de la losa, se sigue de la ecuación 14.33 que

$$-\dot{M}_{A,\text{sale}} = \dot{M}_{A,\text{alm}}$$

o, para una unidad de área superficial,

$$-n''_{A,s} = \frac{d[\rho_A(S)L]}{dt}$$

donde, por analogía con la ecuación 5.58, el flujo de masa de especies en la superficie es

$$n''_{A,s} = \frac{D_{AB}\rho_{A,s}}{(\pi D_{AB}t)^{1/2}} = \left(\frac{D_{AB}}{\pi t}\right)^{1/2}\rho_{A,s}$$

De aquí,

$$\frac{dL}{dt} = -\left(\frac{D_{AB}}{\pi t}\right)^{1/2}\frac{\rho_{A,s}}{\rho_A(S)}$$

Al integrar

$$\int_0^{\Delta L} dL = -\left(\frac{D_{AB}}{\pi}\right)^{1/2}\frac{\rho_{A,s}}{\rho_A(S)}\int_0^t \frac{dt}{t^{1/2}}$$

La recesión de la superficie ocurrida después del tiempo t es entonces

$$\Delta L = -2\,\frac{\rho_{A,s}}{\rho_A(S)}\left(\frac{D_{AB}t}{\pi}\right)^{1/2} \quad \triangleleft$$

Para las condiciones establecidas, se sigue que

$$\Delta L = -2\,\frac{380\ \text{kg/m}^3}{2165\ \text{kg/m}^3}\left(\frac{1.2\times10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}\times 24\ \text{h}\times 3600\ \text{s/h}}{\pi}\right)^{1/2}$$

$$\Delta L = 2.02\times10^{-3}\ \text{m} = 2.02\ \text{mm} \quad \triangleleft$$

Comentarios:

1. Reconozca que D_{AB} es análoga a α a través de su aparición en las ecuaciones de difusión. Por el contrario, D_{AB} es análoga a k a lo largo de su aparición en las ecuaciones de flujo (leyes de Fick y de Fourier). Advierta como D_{AB} se sustituye por α y k en la implementación anterior de la analogía.
2. Estos resultados se aplican sólo a una primera aproximación, pues la gran concentración de sal cerca de la superficie impide la existencia de una solución diluida en esta región.

Bibliografía

1. Bird, R. B., *Adv. Chem. Eng.*, **1**, 170, 1956.
2. Bird, R. B., W. E. Stewart y E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, Wiley, Nueva York, 1960.
3. Hirschfelder, J. O., C. F. Curtiss y R. B. Bird, *Molecular Theory of Gases and Liquids*, Wiley, Nueva York, 1954.
4. Skelland, A. H. P., *Diffusional Mass Transfer*, Wiley, Nueva York, 1974.
5. Ried, R. C. y T. K. Sherwood, The *Properties of Gases and Liquids*, McGraw-Hill, Nueva York, 1966.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ...

Problemas

Composición de mezclas

14.1 Suponiendo que el aire se compone de manera exclusiva de O_2 y N_2, con sus presiones parciales en la razón 0.21:0.79, ¿cuáles son sus fracciones de masa?

14.2 Una mezcla de CO_2 y N_2 está en un contenedor a 25°C, con cada especie a una presión parcial de 1 bar. Calcule la concentración molar, la densidad de masa, la fracción molar, y la fracción de masa de cada una de las especies.

14.3 Considere una mezcla de gas ideal de *n* especies.

(a) Derive una ecuación para determinar la fracción de masa de la especie *i* a partir del conocimiento de la fracción molar y del peso molecular de cada una de las *n* especies. Derive una ecuación para determinar la fracción molar de la especie *i* a partir del conocimiento de la fracción de masa y del peso molecular de cada una de las *n* especies.

(b) En una mezcla que contiene iguales fracciones molares de O_2, N_2, y CO_2, ¿cuál es la fracción de masa de cada una de las especies? En una mezcla que contiene fracciones de masa iguales de O_2, N_2, y CO_2, ¿cuál es la fracción molar de cada especie?

Ley de Fick

14.4 Considere aire en un contenedor cilíndrico cerrado con su eje vertical y con sus extremos opuestos mantenidos a diferentes temperaturas. Suponga que la presión total del aire es uniforme en todo el contenedor.

(a) Si la superficie inferior es más fría que la superior, ¿cuál es la naturaleza de las condiciones dentro del contenedor? Por ejemplo, ¿habrá gradientes verticales de concentraciones de especies (O_2 y N_2)? ¿Hay algún movimiento del aire? ¿Ocurre transferencia de masa?

(b) ¿Cuál es la naturaleza de las condiciones dentro del contenedor si se invierte (es decir, que la superficie caliente ahora sea el fondo)?

14.5 En un tanque esférico de 100 mm de diámetro que tiene una pared de acero de 2 mm de espesor se almacena hidrógeno gaseoso a 10 bar y 27°C. La concentración molar de hidrógeno en el acero es 1.50 kmol/m^3 en la superficie interna e insignificante en la superficie externa, mientras que el coeficiente de difusión del hidrógeno en acero es aproximadamente 0.3×10^{-12} m^2/s. ¿Cuál es el flujo inicial de pérdida de masa del hidrógeno por difusión a través de la pared del tanque? ¿Cuál es la razón inicial de caída de presión dentro del tanque?

14.6 Se usa una membrana de plástico delgada para separar helio de un chorro de gas. Bajo condiciones de estado estable se sabe que la concentración de helio en la membrana es 0.02 y 0.005 kmol/m^3 en las superficies interna y externa, respectivamente. Si la membrana tiene un espesor de 1 mm y el coeficiente de difusión binaria del helio con respecto al plástico es 10^{-9} m^2/s, ¿cuál es el flujo difusivo?

14.7 Estime valores del coeficiente de difusión de masa D_{AB} para mezclas binarias de los siguientes gases a 350 K y 1 atm: amoniaco–aire e hidrógeno–aire.

Ecuación de difusión de masa

14.8 Comenzando con un volumen de control diferencial, derive la ecuación de difusión, en una base molar, para la especie A en un medio estacionario tridimensional (coordenadas cartesianas), considerando generación de especies con propiedades constantes. Compare su resultado con la ecuación 14.38b.

14.9 Considere la difusión radial de una especie gaseosa (A) a través de la pared de un tubo de plástico (B), y tenga en cuenta las reacciones químicas que mantienen el agotamiento de A a una razón $\dot{N}_A$ (kmol/s · m^3). Derive una ecuación diferencial que gobierne la concentración molar de la especie A en el plástico.

14.10 Comenzando con un volumen de control diferencial, derive la ecuación de difusión, en una base molar, para la especie A en un medio estacionario, esférico, unidimensional, considerando la generación de especies. Compare su resultado con la ecuación 14.40.

Difusión estable unidimensional

14.11 Se mantiene gas oxígeno a presiones de 2 y 1 bar en los lados opuestos de una membrana de caucho de 0.5 mm de espesor, y todo el sistema está a 25°C. ¿Cuál es el flujo difusivo molar de O_2 a través de la membrana? ¿Cuáles son las concentraciones molares de O_2 en ambos lados de la membrana (fuera del caucho)?

14.12 Un aislante se degrada (experimenta un aumento en la conductividad térmica) si se sujeta a la condensación del vapor de agua. El problema puede ocurrir en el aislamiento doméstico durante periodos fríos, cuando el vapor en un cuarto húmedo se difunde a través de la pared seca (tablero de yeso) y se condensa en el aislante contiguo. Estime la razón de difusión de masa para

una pared de 3 × 5 m, bajo condiciones en las que la presión de vapor es 0.03 bar en el aire del cuarto y 0.0 bar en el aislante. La pared seca tiene 10 mm de espesor, y la solubilidad del vapor de agua en el material de la pared es aproximadamente 5×10^{-3} kmol/m^3 · bar. El coeficiente de difusión binaria para vapor de agua en la pared seca es aproximadamente 10^{-9} m^2/s.

14.13 Un tapón de caucho de 20 mm de espesor y área superficial de 300 mm^2 se usa para contener CO_2 a 25°C y 5 bar en una vasija de 10 litros. ¿Cuál es el flujo de pérdida de masa de CO_2 desde la vasija? ¿Cuál es la reducción en presión que experimentaría en un periodo de 24 h?

14.14 Se contiene gas helio a 25°C y 4 bar en un cilindro de vidrio de 100 mm de diámetro interior y 5 mm de espesor. ¿Cuál es el flujo de pérdida de masa por unidad de longitud del cilindro?

14.15 Se almacena gas helio a 25°C y 4 bar en un contenedor esférico de Pyrex de 200 mm de diámetro interior y 10 mm de espesor. ¿Cuál es el flujo de pérdida de masa del contenedor?

14.16 Hidrógeno a una presión de 2 atm fluye dentro de un tubo de 40 mm de diámetro y una pared de espesor de 0.5 mm. La superficie externa se expone a un chorro de gas para el que la presión parcial del hidrógeno es 0.1 atm. La difusividad de masa y la solubilidad del hidrógeno en el material del tubo son 1.8×10^{-11} m^2/s y 160 kmol/m^3 · atm, respectivamente. Cuando el sistema está a 500 K, ¿cuál es el flujo de transferencia de hidrógeno a través del tubo por unidad de longitud (kg/s · m)?

14.17 Emisiones de óxido nítrico (NO) del escape de automóviles se puede reducir con el uso de un convertidor catalítico, y ocurre la siguiente reacción en la superficie catalítica:

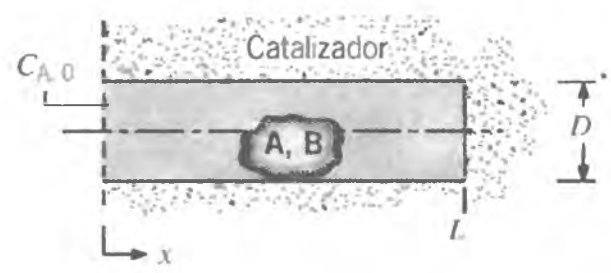
$$NO + CO \rightarrow \tfrac{1}{2} N_2 + CO_2$$

La concentración de NO se reduce al hacer pasar los gases de escape sobre la superficie, y el flujo de reducción en el catalizador está gobernado por una reacción de primer orden de la forma dada por la ecuación 14.57. Como primera aproximación se puede suponer que el NO alcanza la superficie por difusión unidimensional a través de un película delgada de gas de espesor L que está unida a la superficie. Con referencia a la figura 14.6, considere una situación para la que el gas de escape está a 500°C y 1.2 bar y la fracción molar del NO es $x_{A,L} = 0.15$. Si $D_{AB} = 10^{-4}$ m^2/s, $k_1'' = 0.05$ m/s, y el espesor de la película es $L = 1$ mm, ¿cuál es la fracción molar del NO en la superficie catalítica y cuál es el flujo de remoción del NO para una superficie de área $A = 200$ cm^2?

14.18 Granos de carbón pulverizados, que se pueden aproximar como esferas de carbón de radio $r_o = 1$mm, se queman en una atmósfera de oxígeno puro a 1450 K y 1 atm. El oxígeno se transfiere a la superficie de la partícula por difusión, donde se consume en la reacción $C + O_2 \rightarrow CO_2$. La razón de reacción es de primer orden y de la forma $\dot{N}_{O_2}'' = -k_1'' C_{O_2}(r_o)$, donde $k_1'' = 0.1$ m/s. Ignorando los cambios en r_o, determine el flujo de consumo molar de O_2 de estado estable en kmol/s. A 1450 K, el coeficiente de difusión binaria para O_2 y CO_2 es 1.71×10^{-4} m^2/s.

14.19 Carbón pulverizado que se puede aproximar como esferas de carbón puro de radio $r = 1$ mm, se quema en oxígeno puro a 1450 K y 1 atm. El oxígeno se transfiere a la superficie de la partícula por difusión donde se consume en una reacción de la forma $C + O_2 \rightarrow CO_2$. Suponiendo que la razón de reacción superficial es infinita e ignorando el cambio en r_o, obtenga expresiones para las distribuciones radiales de las concentraciones de CO_2 y O_2. ¿Cuál es el flujo de consumo molar de O_2?

14.20 Para aumentar la superficie efectiva, y con ello la rapidez de reacción química, a menudo las superficies catalíticas toman la forma de sólidos porosos. Uno de tales sólidos se puede visualizar como constituido por un número grande de poros cilíndricos, cada uno de diámetro D y longitud L.



Considere condiciones que incluyan una mezcla gaseosa de A y B para la que la especie A se consume químicamente en la superficie catalítica. Se sabe que la reacción es de primer orden, y que la rapidez a la que ocurre por unidad de área de la superficie se puede expresar como $k_1'' C_A$, donde k_1'' (m/s) es la constante de la rapidez de reacción y C_A (kmol/m^3) es la concentración molar local de la especie A. Bajo condiciones de estado estable, se sabe que el flujo sobre el sólido poroso mantiene un valor fijo de la concentración molar $C_{A,0}$ en la boca del poro. Comience con los fundamentos, obtenga la ecuación diferencial que gobierna la variación de C_A con la distancia x a lo largo del poro. Con la aplicación de las condiciones de frontera apropiadas, resuelva la ecuación para obtener una expresión para $C_A(x)$.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede ... Litoral

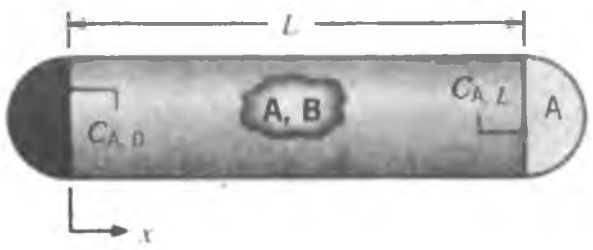
Contradifusión equimolar y evaporación de columna

14.21 Bióxido de carbono y nitrógeno experimentan contradifusión equimolar en un tubo circular cuya longitud y diámetro son 1 m y 50 mm, respectivamente. El sistema está a una presión total de 1 atm y a una temperatura de 25°C. Los extremos de los tubos se conectan a cámaras grandes en las que las concentraciones de especies se mantienen a valores fijos, y la presión parcial de CO_2 en un extremo es 100 mm de Hg, mientras que en el otro extremo es 50 mm de Hg. ¿Cuál es la rapidez de transferencia de masa del CO_2 a través del tubo?

14.22 Considere evaporación en una columna, donde el vapor A se transfiere a través de un gas B. ¿Cuál de los siguientes casos límite se caracteriza por la mayor rapidez de evaporación? (a) El gas B tiene solubilidad ilimitada en el líquido A. (b) El gas B es completamente insoluble en el líquido A. ¿Cuál es la razón de la rapidez de evaporación en la parte (a) a la de la parte (b) si la presión de vapor es cero en la parte superior de la columna y la presión de vapor saturado es un décimo de la presión total?

14.23 Un cazo abierto de 0.2 m de diámetro y 80 mm de altura (sobre agua a 27°C) se expone a aire ambiente a 27°C y 25% de humedad relativa. Determine la rapidez de evaporación, suponiendo que sólo ocurre difusión de masa. Determine la rapidez de evaporación, considerando movimiento global o volumétrico.

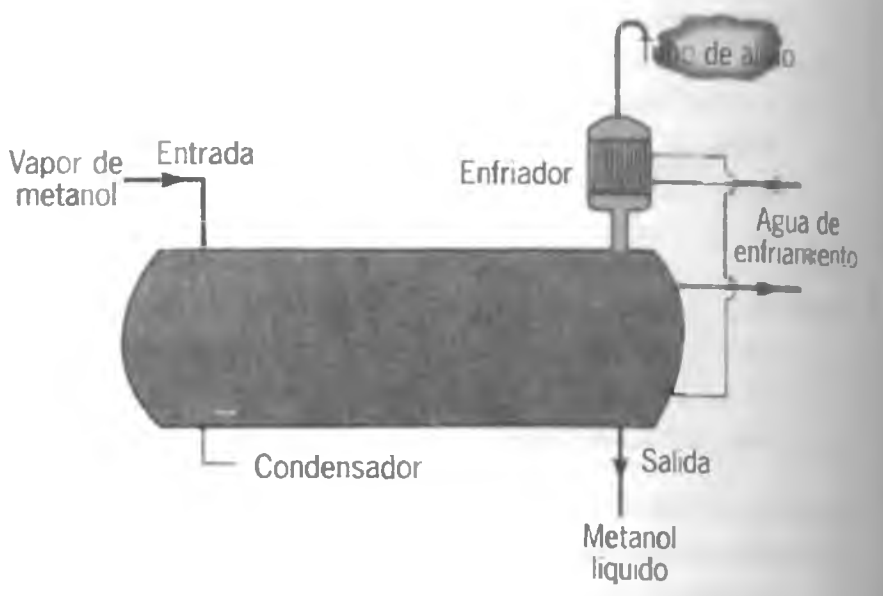
14.24 Una técnica para provocar crecimiento en cristales implica vaporizar el material del cristal (A) en un extremo de un tubo cilíndrico horizontal ($x = 0$) y depositarlo en el otro extremo ($x = L$). El tubo también contiene un gas inerte B, para el cual la fuente de vapor y el cristal son impermeables.



Suponiendo condiciones isotérmicas, obtenga expresiones para el flujo molar de vapor y la distribución espacial de la concentración molar de vapor. ¿Cuál es la localización del gradiente de concentración máximo?

14.25 Una gota esférica del líquido A y radio r_o se evapora en una capa estancada del gas B. Derive una expresión para la rapidez de evaporación de la especie A en términos de la presión de saturación de la especie A, $p_A(r_o) = p_{A,\,sat}$, la presión parcial de la especie A en un radio arbitrario r, $p_A(r)$, la presión total p, y otras cantidades pertinentes. Suponga que la gota y la mezcla están a una presión uniforme p y temperatura T.

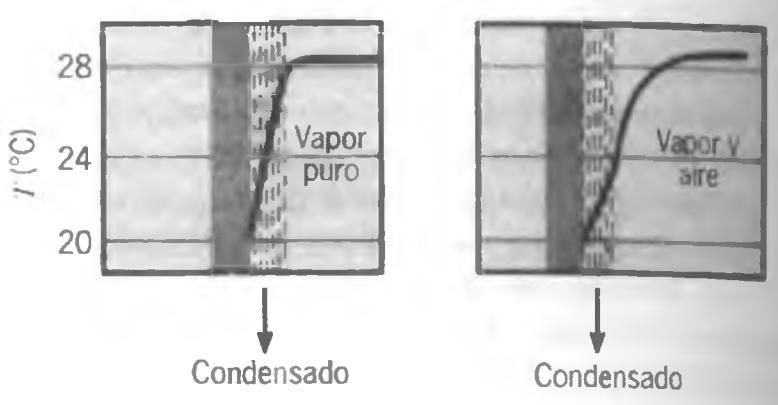
14.26 El condensador en un sistema de destilación de metanol tiene un pequeño enfriador antes del tubo de alivio. El volumen de vapor del enfriador es 0.005 m^3, mientras que el tubo de alivio que descarga a la atmósfera a una presión de 1 bar tiene un diámetro de 35 mm y una longitud de 0.5 m. La temperatura en el enfriador y en el tubo de alivio es 21°C, y la presión parcial del metanol en el enfriador es 100 mm Hg. El coeficiente de difusión binaria para una mezcla metanol–aire es 0.13×10^{-4} m^2/s a 273 K, y el peso molecular del metanol es 32.



(a) Suponga que no puede salir aire del condensador a través de sus puertos de entrada y de salida, estime la pérdida semanal de vapor de metanol (kg/sem) debido a la difusión a través del tubo de alivio a la atmósfera.

(b) Una vez cada hora se hace variar la transferencia de calor para el proceso de destilación, lo que ocasiona que se expulse el vapor del enfriador. Estime la pérdida semanal adicional de metanol.

14.27 La presencia de una pequeña cantidad de aire puede ocasionar una reducción significativa en la transferencia de calor para la superficie de un condensador de vapor enfriado por agua. Para una superficie limpia con vapor puro y las condiciones que se establecen, el flujo de condensación por unidad de área es 0.020 $kg/m^2 \cdot s$. Con la presencia de aire estancado en el vapor, la temperatura de la superficie del condensado cae de 28 a 24°C y el flujo de condensación se reduce por un factor de 2.



Para la mezcla aire-vapor, determine la presión parcial del aire como función de la distancia desde la película de condensado.

Reacciones químicas homogéneas

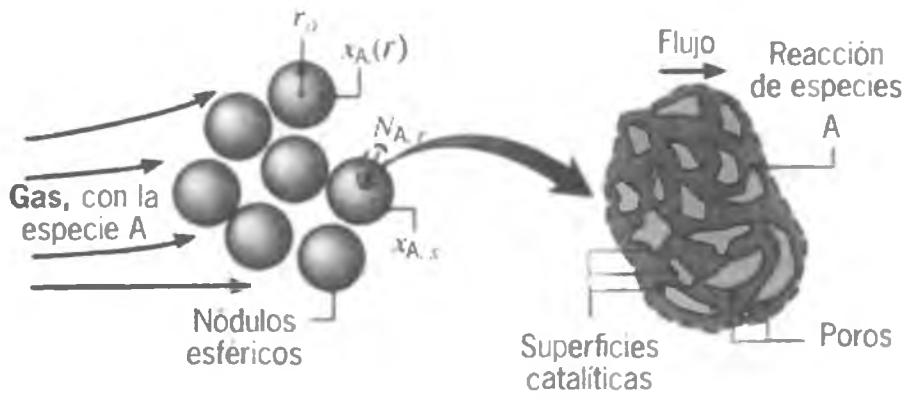
14.28 Como empleado de la Comisión de Calidad del Aire de Los Ángeles, se le pide desarrollar un modelo para calcular la distribución de NO_2 en la atmósfera. El flujo molar de NO_2 a nivel del suelo, $N''_{A,0}$, se supone conocido. Este flujo se atribuye a las emisiones de automóviles y chimeneas. También se sabe que la concentración de NO_2 a una distancia muy por arriba del nivel del suelo es cero y que el NO_2 reacciona químicamente en la atmósfera. En particular, el NO_2 reacciona con hidrocarburos no quemados (en un proceso activado por la luz solar) para producir PAN (peroxiacetilnitrato), el producto final del smog fotoquímico. La reacción es de primer orden, y la razón local a la que ocurre se puede expresar como $\dot{N}_A = -k_1 C_A$.

(a) Suponiendo condiciones de estado estable y una atmósfera en reposo, obtenga una expresión para la distribución vertical $C_A(x)$ de la concentración molar de NO_2 en la atmósfera.

(b) Si una presión parcial del NO_2 de $p_A = 2 \times 10^{-6}$ bar es suficiente para ocasionar daño pulmonar, ¿cuál es el valor del flujo molar a nivel del suelo para el que emitiría una alerta de smog? Puede suponer una atmósfera isotérmica a $T = 300$ K, un coeficiente de reacción de $k_1 = 0.03\ s^{-1}$, y un coeficiente de difusión NO_2–aire $D_{AB} = 0.15 \times 10^{-4}$ m^2/s.

14.29 El proceso de catálisis normalmente se lleva a cabo en un reactor de lecho fijo que consiste en muchos nódulos porosos de forma esférica. La estructura porosa interna de los nódulos está destinada a proporcionar un área superficial catalítica por unidad de volumen del reactor. Normalmente, los nódulos se sumergen en un flujo de gas, y su superficie cataliza una reacción química que incluye una de las especies (A) del gas.

Aunque el proceso que gobierna el transporte de la especie A dentro del nódulo es en extremo complejo, se pueden obtener resultados razonables mediante el uso de la ley de Fick con un *coeficiente de difusión efectivo*. Es decir, el flujo molar en cualquier posición radial dentro de un nódulo se puede expresar como $J^*_{A,r} = -C d_{efe}(dx_A/dr)$, donde x_A es la fracción molar de la especie A en fase gaseosa. Además, aunque la reacción real es heterogénea, es razonable aproximar condiciones dentro del nódulo en términos de una reacción homogénea que es una función continua del radio. La rapidez a la que se consume la especie A por unidad de volumen del nódulo se expresa entonces como $\dot{N}_A = -k'_1 A_v C_A$, donde A_v es el área de la superficie catalítica por unidad de volumen del nódulo. La constante de la rapidez de reacción modificada k'_1 tiene unidades de metro por segundo. También es razonable suponer condiciones isotérmicas de presión constante para el gas en el nódulo.



(a) Mediante la suposición de condiciones de estado estable en un medio estacionario, obtenga una expresión para la distribución radial de la fracción molar de la especie x_A en un nódulo esférico. Para obtener este resultado, puede querer hacer uso de la transformación $y = rx_A$. Obtenga expresiones para la rapidez total a la que A es consumida por un nódulo y la efectividad del nódulo e, que se define como la razón de la rapidez real de consumo a la rapidez de consumo que existiría si D_{efe} fuera infinita. Si D_{efe} fuera infinita, dx_A/dr sería cero en el nódulo, en cuyo caso x_A sería constante a lo largo del nódulo. Exprese sus resultados en términos de funciones hiperbólicas que incluyan r_o, k'_1, D_{efe}, A_v, C (concentración molar total de gases en el nódulo), y $x_{A,s}$ (fracción molar de A en la superficie externa del nódulo).

(b) Se usa un reactor catalítico para convertir CO, especie A, en escapes de automóviles a CO_2. El reactor se compone de nódulos de alúmina recubiertas de CuO de 5 mm de diámetro y $A_v = 10^8$ m^2/m^3. El gas de escape está a 550°C y 1.2 atm, y la fracción molar superficial de A es 0.04. Si $D_{efe} = 2 \times 10^{-5}$ m^2/s y $k'_1 = 10^{-3}$ m/s, ¿cuál es el flujo de consumo de CO y la efectividad del nódulo?

14.30 Considere el problema de transferencia de oxígeno del interior de la cavidad de un pulmón, a través del tejido pulmonar, a la red de vasos sanguíneos en el lado opuesto. El tejido del pulmón (especie B) se puede aproximar como una pared plana de espesor L. También es factible suponer que el proceso de inhalación mantiene una concentración molar constante $C_A(0)$ de oxígeno (especie A) en el tejido de su superficie interna ($x = 0$), y la asimilación de oxígeno por la sangre se puede suponer que mantiene una concentración molar constante $C_A(L)$ de oxígeno en el tejido de su super-

ficie externa ($x = L$). Hay consumo de oxígeno en el tejido debido a procesos metabólicos, y la reacción es de orden cero, con $\dot{N}_A = -k_0$. Obtenga expresiones para la distribución de la concentración de oxígeno en el tejido y para la rapidez de asimilación del oxígeno por la sangre por unidad de área superficial de tejido.

14.31 Considere la combustión de gas hidrógeno en una mezcla de hidrógeno y oxígeno adyacente a la pared metálica de una cámara de combustión. La combustión ocurre a temperatura y presión constantes de acuerdo con la reacción química $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$. Mediciones bajo condiciones de estado estable a una distancia de 10 mm de la pared indican que las concentraciones molares de hidrógeno, oxígeno, y vapor de agua son 0.10, 0.10, y 0.20 kmol/m^3, respectivamente. La rapidez de generación de vapor de agua es 0.96×10^{-2} kmol/m$^3 \cdot$ s a lo largo de la región de interés. El coeficiente de difusión binaria para cada una de las especies (H_2, O_2, y H_2O) en las especies restantes es 0.6×10^{-5} m^2/s.

(a) Determine una expresión para C_{H_2} como función de la distancia de la pared , y haga una gráfica cualitativa de ello.

(b) Determine el valor de C_{H_2} en la pared.

(c) En las mismas coordenadas que se usan en la parte (a), dibuje curvas para las concentraciones de oxígeno y vapor de agua.

(d) ¿Cuál es el flujo molar de vapor de agua en $x =$ 10 mm?

Difusión transitoria

14.32 En el problema 14.28, el transporte de NO_2 por difusión en una atmósfera en reposo se consideró para condiciones de estado estable. Sin embargo, el problema es realmente dependiente del tiempo, y un enfoque más realista tendría en cuenta los efectos transitorios. Considere que la emisión a nivel de suelo de NO_2 comienza en la mañana (en $t = 0$), cuando la concentración de NO_2 en la atmósfera es cero en cualquier sitio. La emisión ocurre a lo largo del día a un flujo constante $N''_{A,0}$, y el NO_2 de nuevo experimenta una reacción fotoquímica de primer orden en la atmósfera ($\dot{N}_A = -k_1 C_A$).

(a) Para un elemento diferencial en la atmósfera, derive una ecuación diferencial que se pueda usar para determinar la concentración molar $C_A(x, t)$. Establezca las condiciones inicial y de frontera apropiadas.

(b) Obtenga una expresión para $C_A(x, t)$ bajo la condición especial en que las reacciones fotoquímicas se pueden ignorar. ¿Para esta condición cuáles son las concentraciones molares de NO_2 a nivel de suelo y a 100 m de elevación 3 h después del inicio de las emisiones, si $N''_{A,0} = 3 \times 10^{-11}$ kmol/s $\cdot$ m^2 y $D_{AB} = 0.15 \times 10^{-4}$ m^2/s?

14.33 La presencia de CO_2 en solución es esencial para el crecimiento de vida de plantas acuáticas, con el uso de CO_2 como reactante en la fotosíntesis. Considere un cuerpo de agua estancada en el que la concentración de CO_2 (ρ_A) es cero en todo lugar. Al tiempo $t = 0$, el agua se expone a una fuente de CO_2 que mantiene la concentración superficial ($x = 0$) a un valor fijo $\rho_{A,0}$. Para el tiempo $t > 0$, el CO_2 se comienza a acumular en el agua, pero la acumulación se inhibe por el consumo de CO_2 debido a la fotosíntesis. La rapidez respecto al tiempo a la que ocurre este consumo por unidad de volumen es igual al producto de una constante de la rapidez de reacción k_1 y la concentración local de CO_2, $\rho_A(x, t)$.

(a) Escriba (no derive) una ecuación diferencial que se pueda usar para determinar $\rho_A(x, t)$ en el agua. ¿Qué representa físicamente cada término de la ecuación?

(b) Escriba condiciones de frontera apropiadas que se puedan usar para obtener una solución particular, suponiendo un cuerpo de agua "profundo". ¿Cuál sería la forma de esta solución para el caso especial de un consumo de CO_2 insignificante ($k_1 \approx 0$)?

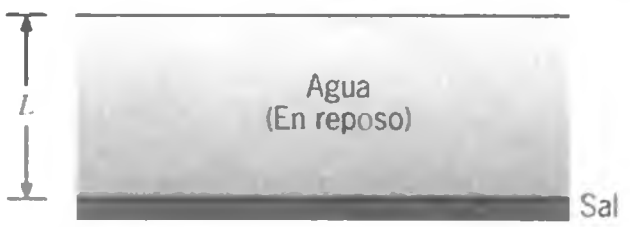
14.34 Una hoja grande de material de 40 mm de espesor contiene hidrógeno disuelto (H_2) que tiene una concentración uniforme de 3 kmol/m^3. La hoja se expone a un chorro fluido que ocasiona que la concentración del hidrógeno disuelto se reduzca súbitamente a cero en ambas superficies. Esta condición superficial se mantiene constante de allí en adelante. Si la difusividad de masa del hidrógeno es 9×10^{-7} m^2/s, ¿cuánto tiempo se requiere para llevar la densidad del hidrógeno disuelto a un valor de 1.2 kg/m^3 en el centro de la hoja?

14.35 Un procedimiento común para aumentar el contenido de humedad del aire es hacerlo burbujear a través de una columna de agua. Suponga que las burbujas de aire son esferas de radio $r_o = 1$ mm y que están en equilibrio térmico con el agua a 25°C. ¿Cuánto tiempo deben permanecer las burbujas en el agua para alcanzar una concentración de vapor en el centro de 99% de la concentración máxima posible (saturada)? El aire está seco cuando entra al agua.

14.36 Se carburiza acero en un proceso de alta temperatura que depende de la transferencia de carbón por difusión. El valor del coeficiente de difusión es fuertemente dependiente de la temperatura y se puede aproximar como $D_{c-s}(\text{m}^2/\text{s}) \approx 2 \times 10^{-5} \exp[-17{,}000/T(\text{K})]$. Si

el proceso se efectúa a 1000°C y se mantiene una fracción molar de carbón de 0.02 en la superficie del acero, ¿cuánto tiempo se requiere para elevar el contenido de carbón en el acero de un valor inicial de 0.1% a un valor del 1.0% a una profundidad de 1 mm?

14.37 Un estanque solar opera sobre el principio de que las pérdidas de calor de una capa poco profunda de agua, que actúa como un absorbedor solar, se pueden minimizar al establecer un gradiente de salinidad vertical estable en el agua. En la práctica tal condición se puede lograr mediante la aplicación de una capa de sal pura al fondo y agregar una capa superpuesta de agua pura. La sal entra en la solución en el fondo y se transfiere a través de la capa de agua por difusión, con lo que se establecen condiciones de sal estratificada.



Como primera aproximación, la densidad total de masa ρ y el coeficiente de difusión para sal en agua (D_{AB}) se pueden suponer constantes, con $D_{AB} = 1.2 \times 10^{-9}$ m²/s.

(a) Si se mantiene una densidad saturada de $\rho_{A,s}$ para sal en solución en el fondo de la capa de agua de espesor $L = 1$ m, ¿cuánto tiempo transcurrirá para que la densidad de masa de la sal en la parte superior de la capa alcance 25% de saturación?

(b) En el tiempo que se requiere para alcanzar 25% de saturación en la parte superior de la capa, ¿cuánta sal se transfiere del fondo al agua por unidad de área superficial (kg/m²)? La densidad de saturación de la sal en solución es $\rho_{A,s} = 380$ kg/m³.

(c) Si el fondo se vacía de sal en el momento en que la densidad de sal alcanza el 25% de la saturación en la parte superior, ¿cuál es la densidad final (estado estable) de la sal en el fondo? ¿Cuál es la densidad final en la parte superior?

APÉNDICE A

Propiedades termofísicas de la materia[1]

Tabla		*Página*
A.1	Propiedades termofísicas de sólidos metálicos seleccionados	827
A.2	Propiedades termofísicas de sólidos no metálicos seleccionados	831
A.3	Propiedades termofísicas de materiales comunes	
	Materiales estructurales de construcción	833
	Materiales y sistemas de aislamiento	834
	Aislamiento industrial	835
	Otros materiales	837
A.4	Propiedades termofísicas de gases a presión atmosférica	839
A.5	Propiedades termofísicas de fluidos saturados	
	Líquidos saturados	844
	Líquido-vapor saturado, 1 atm	845
A.6	Propiedades termofísicas de agua saturada	846
A.7	Propiedades termofísicas de metales líquidos	848
A.8	Coeficientes de difusión binaria a una atmósfera	849
A.9	Constante de Henry para gases seleccionados en agua a presión moderada	850
A.10	Solubilidad de gases y sólidos seleccionados	850

[1] La convención que se usa para presentar valores numéricos de las propiedades se ilustra con este ejemplo:

T (K)	$v \cdot 10^7$ (m^2/s)	$k \cdot 10^3$ (W/m · K)
300	0.349	521

donde $v = 0.349 \times 10^{-7}$ m^2/s y $k = 521 \times 10^{-3} = 0.521$ W/m · K a 300 K.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede Litoral

A.11 Emisividad total, normal (n) o hemisférica (h) de superficies seleccionadas
Sólidos metálicos y sus óxidos 851
Sustancias no metálicas 852
A.12 Propiedades solares radiativas para materiales seleccionados 853
Referencias 854

Tabla A.1 Propiedades termofísicas de sólidos metálicos seleccionados[a]

Composición	Punto de fusión (K)	Propiedades a 300 K				Propiedades a varias temperaturas (K)									
						k (W/m · K)/c_p (J/kg · K)									
		ρ (kg/m^3)	c_p (J/kg · K)	k (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m^2/s)	100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Acero puro	1810	7870	447	80.2	23.1	134 216	94.0 384	69.5 490	54.7 574	43.3 680	32.8 975	28.3 609	32.1 654		
Aceros al carbón															
Carbón ordinario ($Mn \leq 1\%$, $Si \leq 0.1\%$)		7854	434	60.5	17.7			56.7 487	48.0 559	39.2 685	30.0 1169				
AISI 1010		7832	434	63.9	18.8			58.7 487	48.8 559	39.2 685	31.3 1168				
Carbón-silicio ($Mn \leq 1\%$, $0.1\% < Si \leq 0.6\%$)		7817	446	51.9	14.9			49.8 501	44.0 582	37.4 699	29.3 971				
Carbón-manganeso-silicio ($1\% < Mn \leq 1.65\%$, $0.1\% < Si \leq 0.6\%$)		8131	434	41.0	11.6			42.2 487	39.7 559	35.0 685	27.6 1090				
Aceros con cromo (bajo)															
½Cr−½Mo−Si (0.18% C, 0.65% Cr, 0.23% Mo, 0.6% Si)		7822	444	37.7	10.9			38.2 492	36.7 575	33.3 688	26.9 969				
1 Cr−½Mo (0.16% C, 1% Cr, 0.54% Mo, 0.39% Si)		7858	442	42.3	12.2			42.0 492	39.1 575	34.5 688	27.4 969				
1 Cr−V (0.2% C, 1.02% Cr, 0.15% V)		7836	443	48.9	14.1			46.8 492	42.1 575	36.3 688	28.2 969				
Aceros inoxidables															
AISI 302		8055	480	15.1	3.91			17.3 512	20.0 559	22.8 585	25.4 606				
AISI 304	1670	7900	477	14.9	3.95	9.2 272	12.6 402	16.6 515	19.8 557	22.6 582	25.4 611	28.0 640	31.7 682		
AISI 316		8238	468	13.4	3.48			15.2 504	18.3 550	21.3 576	24.2 602				
AISI 347		7978	480	14.2	3.71			15.8 513	18.9 559	21.9 585	24.7 606				

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede

TABLA A.1 *Continuación*

Composición	Punto de fusión (K)	Propiedades a 300 K				Propiedades a varias temperaturas (K)									
						k (W/m · K)/c_p (J/kg · K)									
		ρ (kg/m³)	c_p (J/kg · K)	k (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m²/s)	100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Aluminio puro	933	2702	903	237	97.1	302 482	237 798	240 949	231 1033	218 1146					
Aleación 2024-T6 (4.5% Cu, 1.5% Mg, 0.6% Mn)	775	2770	875	177	73.0	65 473	163 787	186 925	186 1042						
Aleación 195, vaciado (4.5% Cu)		2790	883	168	68.2			174 —	185 —						
Armco (99.75% puro)		7870	447	72.7	20.7	95.6 215	80.6 384	65.7 490	53.1 574	42.2 680	32.3 975	28.7 609	31.4 654		
Berilio	1550	1850	1825	200	59.2	990 203	301 1114	161 2191	126 2604	106 2823	90.8 3018	78.7 3227	3519		
Bismuto	545	9780	122	7.86	6.59	16.5 112	9.69 120	7.04 127							
Boro	2573	2500	1107	27.0	9.76	190 128	55.5 600	16.8 1463	10.6 1892	9.60 2160	9.85 2338				
Cadmio	594	8650	231	96.8	48.4	203	99.3	94.7							
Cinc	693	7140	389	116	41.8	117 297	118 367	111 402	103 436						
Circonio	2125	6570	278	22.7	12.4	33.2 205	25.2 264	21.6 300	20.7 322	21.6 342	23.7 362	26.0 344	28.8 344	33.0 344	
Cromo	2118	7160	449	93.7	29.1	159 192	111 384	90.9 484	80.7 542	71.3 581	65.4 616	61.9 682	57.2 779	49.4 937	
Cobalto	1769	8862	421	99.2	26.6	167 236	122 379	85.4 450	67.4 503	58.2 550	52.1 628	49.3 733	42.5 674		
Cobre puro	1358	8933	385	401	117	482 252	413 356	393 397	379 417	366 433	352 451	339 480			
Bronce comercial (90% Cu, 10% Al)	1293	8800	420	52	14		42 785	52 460	59 545						

TABLA A.1 *Continuación*

Composición	Punto de fusión (K)	Propiedades a 300 K				Propiedades a varias temperaturas (K)									
						k (W/m · K)/c_p (J/kg · K)									
		ρ (kg/m^3)	c_p (J/kg · K)	k (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m^2/s)	100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Bronce fosforoso (89% Cu, 11% Sn)	1104	8780	355	54	17		41 —	65 —	74 —						
Cartucho de latón (70% Cu, 30% Zn)	1188	8530	380	110	33.9	75	95 360	137 395	149 425						
Constantan (55% Cu, 45% Ni)	1493	8920	384	23	6.71	17 237	19 362								
Estaño	505	7310	227	66.6	40.1	85.2 188	73.3 215	62.2 243							
Germanio	1211	5360	322	59.9	34.7	232 190	96.8 290	43.2 337	27.3 348	19.8 357	17.4 375	17.4 395			
Iridio	2720	22500	130	147	50.3	172 90	153 122	144 133	138 138	132 144	126 153	120 161	111 172		
Magnesio	923	1740	1024	156	87.6	169 649	159 934	153 1074	149 1170	146 1267					
Molibdeno	2894	10240	251	138	53.7	179 141	143 224	134 261	126 275	118 285	112 295	105 308	98 330	90 380	86 459
Níquel															
puro	1728	8900	444	90.7	23.0	164 232	107 383	80.2 485	65.6 592	67.6 530	71.8 562	76.2 594	82.6 616		
Nicromio (80% Ni, 20% Cr)	1672	8400	420	12	3.4			14 480	16 525	21 545					
Inconel X-750 (73% Ni, 15% Cr, 6.7% Fe)	1665	8510	439	11.7	3.1	8.7 —	10.3 372	13.5 473	17.0 510	20.5 546	24.0 626	27.6 —	33.0 —		
Niobio	2741	8570	265	53.7	23.6	55.2 188	52.6 249	55.2 274	58.2 283	61.3 292	64.4 301	67.5 310	72.1 324	79.1 347	
Oro	1336	19300	129	317	127	327 109	323 124	311 131	298 135	284 140	270 145	255 155			
Paladio	1827	12020	244	71.8	24.5	76.5 168	71.6 227	73.6 251	79.7 261	86.9 271	94.2 281	102 291	110 307		

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

Tabla A.1 *Continuación*

Composición	Punto de fusión (K)	Propiedades a 300 K				Propiedades a varias temperaturas (K)									
						k (W/m · K)/c_p (J/kg · K)									
		ρ (kg/m³)	c_p (J/kg · K)	k (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m²/s)	100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Plata	1235	10500	235	429	174	444 187	430 225	425 239	412 250	396 262	379 277	361 292			
Platino puro	2045	21450	133	71.6	25.1	77.5 100	72.6 125	71.8 136	73.2 141	75.6 146	78.7 152	82.6 157	89.5 165	99.4 179	
Aleación 60Pt–40Rh (60% Pt, 40% Rh)	1800	16630	162	47	17.4			52 —	59 —	65 —	69 —	73 —	76 —		
Plomo	601	11340	129	35.3	24.1	39.7 118	36.7 125	34.0 132	31.4 142						
Renio	3453	21100	136	47.9	16.7	58.9 97	51.0 127	46.1 139	44.2 145	44.1 151	44.6 156	45.7 162	47.8 171	51.9 186	
Rodio	2236	12450	243	150	49.6	186 147	154 220	146 253	136 274	127 293	121 311	116 327	110 349	112 376	
Silicio	1685	2330	712	148	89.2	884 259	264 556	98.9 790	61.9 867	42.2 913	31.2 946	25.7 967	22.7 992		
Tantalio	3269	16600	140	57.5	24.7	59.2 110	57.5 133	57.8 144	58.6 146	59.4 149	60.2 152	61.0 155	62.2 160	64.1 172	65.6 189
Titanio	1953	4500	522	21.9	9.32	30.5 300	24.5 465	20.4 551	19.4 591	19.7 633	20.7 675	22.0 620	24.5 686		
Torio	2023	11700	118	54.0	39.1	59.8 99	54.6 112	54.5 124	55.8 134	56.9 145	56.9 156	58.7 167			
Tungsteno	3660	19300	132	174	68.3	208 87	186 122	159 137	137 142	125 145	118 148	113 152	107 157	100 167	95 176
Uranio	1406	19070	116	27.6	12.5	21.7 94	25.1 108	29.6 125	34.0 146	38.8 176	43.9 180	49.0 161			
Vanadio	2192	6100	489	30.7	10.3	35.8 258	31.3 430	31.3 515	33.3 540	35.7 563	38.2 597	40.8 645	44.6 714	50.9 867	

[a] Adaptada de las referencias 1–7.

Tabla A.2 Propiedades termofísicas de sólidos no metálicos seleccionados[a]

Composición	Punto de fusión (K)	Propiedades a 300 K				Propiedades a varias temperaturas (K)									
						k (W/m · K)/c_p (J/kg · K)									
		ρ (kg/m^3)	c_p (J/kg · K)	k (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m^2/s)	100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Azufre	392	2070	708	0.206	0.141	0.165 403	0.185 606								
Bióxido de torio	3573	9110	235	13	6.1			10.2 255	6.6 274	4.7 285	3.68 295	3.12 303	2.73 315	2.5 330	
Bióxido de titanio, policristalino	2133	4157	710	8.4	2.8			7.01 805	5.02 880	3.94 910	3.46 930	3.28 945			
Bióxido de silicio, cristalino (cuarzo)	1883	2650													
k, ∥ al eje c				10.4		39	16.4	7.6	5.0	4.2					
k, ⊥ al eje c				6.21		20.8	9.5	4.70	3.4	3.1					
c_p			745			—	—	885	1075	1250					
Bióxido de silicio, policristalino (óxido de silicio fundido)	1883	2220	745	1.38	0.834	0.69 —	1.14 —	1.51 905	1.75 1040	2.17 1105	2.87 1155	4.00 1195			
Boro	2573	2500	1105	27.6	9.99	190 —	52.5 —	18.7 1490	11.3 1880	8.1 2135	6.3 2350	5.2 2555			
Carbón amorfo	1500	1950	—	1.60	—	0.67 —	1.18 —	1.89 —	2.19 —	2.37 —	2.53 —	2.84 —	3.48 —		
Diamante, tipo IIa aislante	—	3500	509	2300	—	0000 21	4000 194	1540 853							
Carburo de silicio	3100	3160	675	490	230			—	—	—	87	58	30		
								880	1050	1135	1195	1243	1310		
Compuesto epóxico de fibra de boro (30% vol)	590	2080													
k, ∥ a las fibras				2.29		2.10	2.23	2.28							
k, ⊥ a las fibras				0.59		0.37	0.49	0.60							
c_p			1122			364	757	1431							

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

TABLA A.2 *Continuación*

Composición	Punto de fusión (K)	Propiedades a 300 K ρ (kg/m³)	c_p (J/kg · K)	k (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m²/s)	Propiedades a varias temperaturas (K) k (W/m · K)/c_p (J/kg · K) 100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
Compuesto epóxico de fibra de grafito (25% vol)	450	1400													
k, flujo de calor ∥ a las fibras				11.1		5.7	8.7	13.0							
k, flujo de calor ⊥ a las fibras				0.87		0.46	0.68	1.1							
c_p			935			337	642	1216							
Grafito, pirolítico	2273	2210													
k, ∥ a las capas				1950		4970	3230	1390	892	667	534	448	357	262	
k, ⊥ a las capas				5.70		16.8	9.23	4.09	2.68	2.01	1.60	1.34	1.08	0.81	
c_p			709			136	411	992	1406	1650	1793	1890	1974	2043	
Óxido de aluminio, zafiro	2323	3970	765	46	15.1	450	82	32.4	18.9	13.0	10.5				
						—	—	940	1110	1180	1225				
Óxido de aluminio, policristalino	2323	3970	765	36.0	11.9	133	55	26.4	15.8	10.4	7.85	6.55	5.66	6.00	
						—	—	940	1110	1180	1225	—	—	—	
Óxido de berilio	2725	3000	1030	272	88.0			196	111	70	47	33	21.5	15	
								1350	1690	1865	1975	2055	2145	2750	
Pirocerámica, Granulada 9606	1623	2600	808	3.98	1.89	5.25	4.78	3.64	3.28	3.08	2.96	2.87	2.79		
						—	—	908	1038	1122	1197	1264	1498		
Nitruro de silicio	2173	2400	691	16.0	9.65	—	—	13.9	11.3	9.88	8.76	8.00	7.16	6.20	
						—	578	778	937	1063	1155	1226	1306	1377	

[a] Adaptada de las referencias 1, 2, 3, y 6.

TABLA A.3 Propiedades termofísicas de materiales comunes[a]

Materiales estructurales de construcción

Descripción/composición	Propiedades típicas a 300 K: Densidad, ρ (kg/m³)	Conductividad térmica, k (W/m · K)	Calor específico, c_p (J/kg · K)
Tableros de construcción			
Tablero de asbesto-cemento	1920	0.58	—
Tablero de yeso	800	0.17	—
Madera contraplacada	545	0.12	1215
Revestimiento, densidad regular	290	0.055	1300
Teja acústica	290	0.058	1340
Madera prensada	640	0.094	1170
Madera prensada, alta densidad	1010	0.15	1380
Tablero de partículas, baja densidad	590	0.078	1300
Tablero de partículas, alta densidad	1000	0.170	1300
Maderas			
Maderas duras (roble, arce)	720	0.16	1255
Maderas suaves (abeto, pino)	510	0.12	1380
Materiales de mampostería			
Mortero de cemento	1860	0.72	780
Ladrillo, común	1920	0.72	835
Ladrillo, frente	2083	1.3	—
Teja de arcilla, hueca			
1 celda de profundidad,			
10 cm de espesor	—	0.52	—
3 celdas de profundidad,			
30 cm de espesor	—	0.69	—
Bloque de concreto, 3 núcleos ovales			
Arena/grava, 20 cm de espesor	—	1.0	—
Ceniza agregada, 20 cm de espesor	—	0.67	—
Bloque de concreto, núcleo rectangular			
2 núcleos, 20 cm de espesor	—	1.1	—
El mismo con núcleos llenos	—	0.60	—
Materiales de emplasto			
Emplasto de cemento, arena agregada	1860	0.72	—
Revoque de yeso, arena agregada	1680	0.22	1085
Revoque de eso, vermiculita agregada	720	0.25	—

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolivar - Sede del Litoral

TABLA A.3 *Continuación*

Materiales y sistemas de aislamiento

Descripción/composición	Propiedades típicas a 300 K: Densidad, ρ (kg/m³)	Conductividad térmica, k (W/m · K)	Calor específico, c_p (J/kg · K)
Manta y fibra			
Fibra de vidrio, revestida de papel	16	0.046	—
	28	0.038	—
	40	0.035	—
Fibra de vidrio, recubierta; forro de tubo	32	0.038	835
Tablero y losa			
Vidrio celular	145	0.058	1000
Fibra de vidrio, unión orgánica	105	0.036	795
Poliestireno, expandido			
Estirado (R-12)	55	0.027	1210
Lechos moldeados	16	0.040	1210
Lámina de fibra mineral; material de techado	265	0.049	—
Madera, triturada/encementada	350	0.087	1590
Corcho	120	0.039	1800
Relleno suelto			
Corcho, granulado	160	0.045	—
Óxido de silicio diatomáceo, polvo grueso	350	0.069	—
	400	0.091	—
Óxido de silicio diatomáceo, polvo fino	200	0.052	—
	275	0.061	—
Fibra de vidrio, vaciado o soplado	16	0.043	835
Vermiculita, hojuelas	80	0.068	835
	160	0.063	1000
Formado/espumado de origen			
Granos de lana mineral con aglomerantes de asbestos/ orgánicos, pulverizados	190	0.046	—
Mástique de corcho de acetato polivinilo; pulverizado o fratasado	—	0.100	—
Uretano, mezcla de dos partes; espuma rígida	70	0.026	1045
Reflectivo			
Hoja de aluminio que separa capas de vidrio harinosas; 10–12 capas, al vacío; para aplicaciones criogénicas (150 K)	40	0.00016	—
Hoja de aluminio y papel de vidrio laminado; 75–150 capas; al vacío; para aplicación criogénica (150 K)	120	0.000017	—
Polvo de óxido de silicio típico, al vacío	160	0.0017	—

Tabla A.3 *Continuación*

Aislamiento industrial

Descripción/ composición	Temperatura máxima de servicio (K)	Densidad típica (kg/m³)	Conductividad térmica típica, k (W/m · K), a varias temperaturas (K)												
			200	215	230	240	255	270	285	300	310	365	420	530	645	750
Mantas																
Manta, fibra mineral	920	96–192									0.038	0.046	0.056	0.078		
de metal reforzada	815	40–96									0.035	0.045	0.058	0.088		
Manta, fibra mineral,	450	10				0.036	0.038	0.040	0.043	0.048	0.052	0.076				
vidrio; fibra fina,																
unión orgánica		12				0.035	0.036	0.039	0.042	0.046	0.049	0.069				
		16				0.033	0.035	0.036	0.039	0.042	0.046	0.062				
		24				0.030	0.032	0.033	0.036	0.039	0.040	0.053				
		32				0.029	0.030	0.032	0.033	0.036	0.038	0.048				
		48				0.027	0.029	0.030	0.032	0.033	0.035	0.045				
Manta, fibra de óxido																
de silicio-alúmina	1530	48												0.071	0.105	0.150
		64												0.059	0.087	0.125
		96												0.052	0.076	0.100
		128												0.049	0.068	0.091
Fieltro, semirrígido;	480	50–125						0.035	0.036	0.038	0.039	0.051	0.063			
fieltro de unión orgánica	730	50	0.023	0.025	0.026	0.027	0.029	0.030	0.032	0.033	0.035	0.051	0.079			
laminado;																
sin unión	920	120											0.051	0.065	0.087	
Aislantes de bloques,																
tableros y tubería																
Papel asbestino,																
laminado y corrugado																
4-pliegues	420	190								0.078	0.082	0.098				
6-pliegues	420	255								0.071	0.074	0.085				
8-pliegues	420	300								0.068	0.071	0.082				
Óxido de magnesio,	590	185									0.051	0.055	0.061			
Silicato de calcio	920	190									0.055	0.059	0.063	0.075	0.089	0.104

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTE
Universidad Simón Bolívar - Sede del L

TABLA A.3 *Continuación*

Aislamiento industrial

Descripción/ composición	Temperatura máxima de servicio (K)	Densidad típica (kg/m³)	Conductividad térmica típica, k (W/m · K), a varias temperaturas (K)													
			200	215	230	240	255	270	285	300	310	365	420	530	645	750
Vidrio celular	700	145			0.046	0.048	0.051	0.052	0.055	0.058	0.062	0.069	0.079			
Óxido de silicio	1145	345												0.092	0.098	0.104
diatomáceo	1310	385												0.101	0.100	0.115
Poliestireno, rígido																
Extruido (R-12)	350	56	0.023	0.023	0.022	0.023	0.023	0.025	0.026	0.027	0.029					
Extruido (R-12)	350	35	0.023	0.023	0.023	0.025	0.025	0.026	0.027	0.029						
Lechos moldeados	350	16	0.026	0.029	0.030	0.033	0.035	0.036	0.038	0.040						
Goma, espumada rígida	340	70						0.029	0.030	0.032	0.033					
Cemento aislante																
Fibra mineral (roca, escoria o vidrio)																
Con aglomerante de arcilla	1255	430									0.071	0.079	0.088	0.105	0.123	
Con aglomerante de fijación hidráulica	922	560									0.108	0.115	0.123	0.137		
Relleno suelto																
Celulosa, madera, o pulpa de papel	—	45							0.038	0.039	0.042					
Perlita, expandida	—	105	0.036	0.039	0.042	0.043	0.046	0.049	0.051	0.053	0.056					
Vermiculita, expandida	—	122			0.056	0.058	0.061	0.063	0.065	0.068	0.071					
		80			0.049	0.051	0.055	0.058	0.061	0.063	0.066					

Tabla A.3 *Continuación*

Otros materiales

Descripción/ composición	Temperatura (K)	Densidad ρ (kg/m^3)	Conductividad térmica, k (W/m · K)	Calor específico, c_p (J/kg · K)
Asfalto	300	2115	0.062	920
Baquelita	300	1300	1.4	1465
Ladrillo refractario				
Carborundo	872	—	18.5	—
	1672	—	11.0	—
Ladrillo de cromita	473	3010	2.3	835
	823		2.5	
	1173		2.0	
Óxido de silicio	478	—	0.25	—
diatomáceo, refractario	1145	—	0.30	
Arcilla refractaria,	773	2050	1.0	960
cocida a 1600 K	1073	—	1.1	
	1373	—	1.1	
Arcilla refractaria,	773	2325	1.3	960
cocida a 1725 K	1073		1.4	
	1373		1.4	
Ladrillo de arcilla	478	2645	1.0	960
refractaria	922		1.5	
	1478		1.8	
Magnesita	478	—	3.8	1130
	922	—	2.8	
	1478		1.9	
Arcilla	300	1460	1.3	880
Carbón, antracita	300	1350	0.26	1260
Concreto (piedra mezclada)	300	2300	1.4	880
Algodón	300	80	0.06	1300
Productos alimenticios				
Plátano (75.7% de contenido de agua)	300	980	0.481	3350
Manzana, roja (75% de contenido de agua)	300	840	0.513	3600
Pan, batido	300	720	0.223	—
Pan, completamente horneado	300	280	0.121	—
Carne de pollo, blanca	198	—	1.60	—
(74.4% de contenido	233	—	1.49	
de agua)	253		1.35	
	263		1.20	
	273		0.476	
	283		0.480	
	293		0.489	
Vidrio				
Plata (cal de sosa)	300	2500	1.4	750
Pyrex	300	2225	1.4	835

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede ...ltoral

Tabla A.3 *Continuación*

Otros materiales (Continuación)

Descripción/ composición	Temperatura (K)	Densidad ρ (kg/m^3)	Conductividad térmica, k (W/m · K)	Calor específico, c_p (J/kg · K)
Hielo	273	920	1.88	2040
	253	—	2.03	1945
Cuero (suela)	300	998	0.159	—
Papel	300	930	0.180	1340
Parafina	300	900	0.240	2890
Roca				
Granito, Barre	300	2630	2.79	775
Caliza, Salem	300	2320	2.15	810
Mármol, Halston	300	2680	2.80	830
Cuarcita, Sioux	300	2640	5.38	1105
Arenisca, Berea	300	2150	2.90	745
Caucho, vulcanizado				
Suave	300	1100	0.13	2010
Duro	300	1190	0.16	—
Arena	300	1515	0.27	800
Tierra vegetal	300	2050	0.52	1840
Nieve	273	110	0.049	—
		500	0.190	—
Teflón	300	2200	0.35	—
	400		0.45	—
Tejido, humano				
Piel	300	—	0.37	—
Capa de grasa, (adiposo)	300	—	0.2	—
Músculo	300	—	0.41	—
Madera, hilos cruzados				
Balsa	300	140	0.055	—
Ciprés	300	465	0.097	—
Abeto	300	415	0.11	2720
Roble	300	545	0.17	2385
Pino amarillo	300	640	0.15	2805
Pino blanco	300	435	0.11	—
Madera, radial				
Roble	300	545	0.19	2385
Ciprés	300	420	0.14	2720

[a] Adaptada de las referencias 1 y 8–13

TABLA A.4 Propiedades termofísicas de gases a presión atmosférica[a]

T (K)	ρ (kg/m³)	c_p (kJ/kg · K)	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m²)	$\nu \cdot 10^6$ (m²/s)	$k \cdot 10^3$ (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m²/s)	Pr
Aire							
100	3.5562	1.032	71.1	2.00	9.34	2.54	0.786
150	2.3364	1.012	103.4	4.426	13.8	5.84	0.758
200	1.7458	1.007	132.5	7.590	18.1	10.3	0.737
250	1.3947	1.006	159.6	11.44	22.3	15.9	0.720
300	1.1614	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	0.9950	1.009	208.2	20.92	30.0	29.9	0.700
400	0.8711	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.690
450	0.7740	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.686
500	0.6964	1.030	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	0.6329	1.040	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683
600	0.5804	1.051	305.8	52.69	46.9	76.9	0.685
650	0.5356	1.063	322.5	60.21	49.7	87.3	0.690
700	0.4975	1.075	338.8	68.10	52.4	98.0	0.695
750	0.4643	1.087	354.6	76.37	54.9	109	0.702
800	0.4354	1.099	369.8	84.93	57.3	120	0.709
850	0.4097	1.110	384.3	93.80	59.6	131	0.716
900	0.3868	1.121	398.1	102.9	62.0	143	0.720
950	0.3666	1.131	411.3	112.2	64.3	155	0.723
1000	0.3482	1.141	424.4	121.9	66.7	168	0.726
1100	0.3166	1.159	449.0	141.8	71.5	195	0.728
1200	0.2902	1.175	473.0	162.9	76.3	224	0.728
1300	0.2679	1.189	496.0	185.1	82	238	0.719
1400	0.2488	1.207	530	213	91	303	0.703
1500	0.2322	1.230	557	240	100	350	0.685
1600	0.2177	1.248	584	268	106	390	0.688
1700	0.2049	1.267	611	298	113	435	0.685
1800	0.1935	1.286	637	329	120	482	0.683
1900	0.1833	1.307	663	362	128	534	0.677
2000	0.1741	1.337	689	396	137	589	0.672
2100	0.1658	1.372	715	431	147	646	0.667
2200	0.1582	1.417	740	468	160	714	0.655
2300	0.1513	1.478	766	506	175	783	0.647
2400	0.1448	1.558	792	547	196	869	0.630
2500	0.1389	1.665	818	589	222	960	0.613
3000	0.1135	2.726	955	841	486	1570	0.536
Amoniaco (NH_3)							
300	0.6894	2.158	101.5	14.7	24.7	16.6	0.887
320	0.6448	2.170	109	16.9	27.2	19.4	0.870
340	0.6059	2.192	116.5	19.2	29.3	22.1	0.872
360	0.5716	2.221	124	21.7	31.6	24.9	0.872
380	0.5410	2.254	131	24.2	34.0	27.9	0.869

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ... Litoral

TABLA A.4 *Continuación*

T (K)	ρ (kg/m³)	c_p (kJ/kg · K)	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m²)	$\nu \cdot 10^6$ (m²/s)	$k \cdot 10^3$ (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m²/s)	Pr
Amoniaco (NH_3) (*continuación*)							
400	0.5136	2.287	138	26.9	37.0	31.5	0.853
420	0.4888	2.322	145	29.7	40.4	35.6	0.833
440	0.4664	2.357	152.5	32.7	43.5	39.6	0.826
460	0.4460	2.393	159	35.7	46.3	43.4	0.822
480	0.4273	2.430	166.5	39.0	49.2	47.4	0.822
500	0.4101	2.467	173	42.2	52.5	51.9	0.813
520	0.3942	2.504	180	45.7	54.5	55.2	0.827
540	0.3795	2.540	186.5	49.1	57.5	59.7	0.824
560	0.3708	2.577	193	52.0	60.6	63.4	0.827
580	0.3533	2.613	199.5	56.5	63.8	69.1	0.817
Bióxido de carbono (CO_2)							
280	1.9022	0.830	140	7.36	15.20	9.63	0.765
300	1.7730	0.851	149	8.40	16.55	11.0	0.766
320	1.6609	0.872	156	9.39	18.05	12.5	0.754
340	1.5618	0.891	165	10.6	19.70	14.2	0.746
360	1.4743	0.908	173	11.7	21.2	15.8	0.741
380	1.3961	0.926	181	13.0	22.75	17.6	0.737
400	1.3257	0.942	190	14.3	24.3	19.5	0.737
450	1.1782	0.981	210	17.8	28.3	24.5	0.728
500	1.0594	1.02	231	21.8	32.5	30.1	0.725
550	0.9625	1.05	251	26.1	36.6	36.2	0.721
600	0.8826	1.08	270	30.6	40.7	42.7	0.717
650	0.8143	1.10	288	35.4	44.5	49.7	0.712
700	0.7564	1.13	305	40.3	48.1	56.3	0.717
750	0.7057	1.15	321	45.5	51.7	63.7	0.714
800	0.6614	1.17	337	51.0	55.1	71.2	0.716
Monóxido de carbono (CO)							
200	1.6888	1.045	127	7.52	17.0	9.63	0.781
220	1.5341	1.044	137	8.93	19.0	11.9	0.753
240	1.4055	1.043	147	10.5	20.6	14.1	0.744
260	1.2967	1.043	157	12.1	22.1	16.3	0.741
280	1.2038	1.042	166	13.8	23.6	18.8	0.733
300	1.1233	1.043	175	15.6	25.0	21.3	0.730
320	1.0529	1.043	184	17.5	26.3	23.9	0.730
340	0.9909	1.044	193	19.5	27.8	26.9	0.725
360	0.9357	1.045	202	21.6	29.1	29.8	0.725
380	0.8864	1.047	210	23.7	30.5	32.9	0.729
400	0.8421	1.049	218	25.9	31.8	36.0	0.719
450	0.7483	1.055	237	31.7	35.0	44.3	0.714
500	0.67352	1.065	254	37.7	38.1	53.1	0.710
550	0.61226	1.076	271	44.3	41.1	62.4	0.710
600	0.56126	1.088	286	51.0	44.0	72.1	0.707

TABLA A.4 *Continuación*

T (K)	ρ (kg/m³)	c_p (kJ/kg · K)	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m²)	$\upsilon \cdot 10^6$ (m²/s)	$k \cdot 10^3$ (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m²/s)	Pr
Monoxido de carbono (CO) (*continuación*)0							
650	0.51806	1.101	301	58.1	47.0	82.4	0.705
700	0.48102	1.114	315	65.5	50.0	93.3	0.702
750	0.44899	1.127	329	73.3	52.8	104	0.702
800	0.42095	1.140	343	81.5	55.5	116	0.705
Helio (He)							
100	0.4871	5.193	96.3	19.8	73.0	28.9	0.686
120	0.4060	5.193	107	26.4	81.9	38.8	0.679
140	0.3481	5.193	118	33.9	90.7	50.2	0.676
160	—	5.193	129	—	99.2	—	—
180	0.2708	5.193	139	51.3	107.2	76.2	0.673
200	—	5.193	150	—	115.1	—	—
220	0.2216	5.193	160	72.2	123.1	107	0.675
240	—	5.193	170	—	130	—	—
260	0.1875	5.193	180	96.0	137	141	0.682
280	—	5.193	190	—	145	—	—
300	0.1625	5.193	199	122	152	180	0.680
350	—	5.193	221	—	170	—	—
400	0.1219	5.193	243	199	187	295	0.675
450	—	5.193	263	—	204	—	—
500	0.09754	5.193	283	290	220	434	0.668
550	—	5.193	—	—	—	—	—
600	—	5.193	320	—	252	—	—
650	—	5.193	332	—	264	—	—
700	0.06969	5.193	350	502	278	768	0.654
750	—	5.193	364	—	291	—	—
800	—	5.193	382	—	304	—	—
900	—	5.193	414	—	330	—	—
1000	0.04879	5.193	446	914	354	1400	0.654
Hidrógeno (H_2)							
100	0.24255	11.23	42.1	17.4	67.0	24.6	0.707
150	0.16156	12.60	56.0	34.7	101	49.6	0.699
200	0.12115	13.54	68.1	56.2	131	79.9	0.704
250	0.09693	14.06	78.9	81.4	157	115	0.707
300	0.08078	14.31	89.6	111	183	158	0.701
350	0.06924	14.43	98.8	143	204	204	0.700
400	0.06059	14.48	108.2	179	226	258	0.695
450	0.05386	14.50	117.2	218	247	316	0.689
500	0.04848	14.52	126.4	261	266	378	0.691
550	0.04407	14.53	134.3	305	285	445	0.685

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede ural

TABLA A.4 *Continuación*

T (K)	ρ (kg/m³)	c_p (kJ/kg · K)	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m²)	$\nu \cdot 10^6$ (m²/s)	$k \cdot 10^3$ (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m²/s)	Pr
Hidrógeno (H_2) (*continuación*)							
600	0.04040	14.55	142.4	352	305	519	0.678
700	0.03463	14.61	157.8	456	342	676	0.675
800	0.03030	14.70	172.4	569	378	849	0.670
900	0.02694	14.83	186.5	692	412	1030	0.671
1000	0.02424	14.99	201.3	830	448	1230	0.673
1100	0.02204	15.17	213.0	966	488	1460	0.662
1200	0.02020	15.37	226.2	1120	528	1700	0.659
1300	0.01865	15.59	238.5	1279	568	1955	0.655
1400	0.01732	15.81	250.7	1447	610	2230	0.650
1500	0.01616	16.02	262.7	1626	655	2530	0.643
1600	0.0152	16.28	273.7	1801	697	2815	0.639
1700	0.0143	16.58	284.9	1992	742	3130	0.637
1800	0.0135	16.96	296.1	2193	786	3435	0.639
1900	0.0128	17.49	307.2	2400	835	3730	0.643
2000	0.0121	18.25	318.2	2630	878	3975	0.661
Nitrógeno (N_2)							
100	3.4388	1.070	68.8	2.00	9.58	2.60	0.768
150	2.2594	1.050	100.6	4.45	13.9	5.86	0.759
200	1.6883	1.043	129.2	7.65	18.3	10.4	0.736
250	1.3488	1.042	154.9	11.48	22.2	15.8	0.727
300	1.1233	1.041	178.2	15.86	25.9	22.1	0.716
350	0.9625	1.042	200.0	20.78	29.3	29.2	0.711
400	0.8425	1.045	220.4	26.16	32.7	37.1	0.704
450	0.7485	1.050	239.6	32.01	35.8	45.6	0.703
500	0.6739	1.056	257.7	38.24	38.9	54.7	0.700
550	0.6124	1.065	274.7	44.86	41.7	63.9	0.702
600	0.5615	1.075	290.8	51.79	44.6	73.9	0.701
700	0.4812	1.098	321.0	66.71	49.9	94.4	0.706
800	0.4211	1.22	349.1	82.90	54.8	116	0.715
900	0.3743	1.146	375.3	100.3	59.7	139	0.721
1000	0.3368	1.167	399.9	118.7	64.7	165	0.721
1100	0.3062	1.187	423.2	138.2	70.0	193	0.718
1200	0.2807	1.204	445.3	158.6	75.8	224	0.707
1300	0.2591	1.219	466.2	179.9	81.0	256	0.701
Oxigeno (O_2)							
100	3.945	0.962	76.4	1.94	9.25	2.44	0.796
150	2.585	0.921	114.8	4.44	13.8	5.80	0.766
200	1.930	0.915	147.5	7.64	18.3	10.4	0.737
250	1.542	0.915	178.6	11.58	22.6	16.0	0.723
300	1.284	0.920	207.2	16.14	26.8	22.7	0.711

TABLA A.4 *Continuación*

T (K)	ρ (kg/m^3)	c_p (kJ/kg · K)	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m^2)	$\nu \cdot 10^6$ (m^2/s)	$k \cdot 10^3$ (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m^2/s)	Pr
Oxígeno (O_2) (*continuación*)							
350	1.100	0.929	233.5	21.23	29.6	29.0	0.733
400	0.9620	0.942	258.2	26.84	33.0	36.4	0.737
450	0.8554	0.956	281.4	32.90	36.3	44.4	0.741
500	0.7698	0.972	303.3	39.40	41.2	55.1	0.716
550	0.6998	0.988	324.0	46.30	44.1	63.8	0.726
600	0.6414	1.003	343.7	53.59	47.3	73.5	0.729
700	0.5498	1.031	380.8	69.26	52.8	93.1	0.744
800	0.4810	1.054	415.2	86.32	58.9	116	0.743
900	0.4275	1.074	447.2	104.6	64.9	141	0.740
1000	0.3848	1.090	477.0	124.0	71.0	169	0.733
1100	0.3498	1.103	505.5	144.5	75.8	196	0.736
1200	0.3206	1.115	532.5	166.1	81.9	229	0.725
1300	0.2960	1.125	588.4	188.6	87.1	262	0.721
Vapor de agua (vapor)							
380	0.5863	2.060	127.1	21.68	24.6	20.4	1.06
400	0.5542	2.014	134.4	24.25	26.1	23.4	1.04
450	0.4902	1.980	152.5	31.11	29.9	30.8	1.01
500	0.4405	1.985	170.4	38.68	33.9	38.8	0.998
550	0.4005	1.997	188.4	47.04	37.9	47.4	0.993
600	0.3652	2.026	206.7	56.60	42.2	57.0	0.993
650	0.3380	2.056	224.7	66.48	46.4	66.8	0.996
700	0.3140	2.085	242.6	77.26	50.5	77.1	1.00
750	0.2931	2.119	260.4	88.84	54.9	88.4	1.00
800	0.2739	2.152	278.6	101.7	59.2	100	1.01
850	0.2579	2.186	296.9	115.1	63.7	113	1.02

"Adaptada de las referencias 8, 14 y 15.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede del Litoral

Tabla A.5 Propiedades termofísicas de fluidos saturados[a]

Líquidos saturados

T (K)	ρ (kg/m^3)	c_p (kJ/kg · K)	$\mu \cdot 10^2$ (N · s/m^2)	$\upsilon \cdot 10^6$ (m^2/s)	$k \cdot 10^3$ (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^7$ (m^2/s)	Pr	$\alpha \cdot 10^7$ (K^{-1})
Aceite de motor (sin usar)								
273	899.1	1.796	385	4,280	147	0.910	47,000	0.70
280	895.3	1.827	217	2,430	144	0.880	27,500	0.70
290	890.0	1.868	99.9	1,120	145	0.872	12,900	0.70
300	884.1	1.909	48.6	550	145	0.859	6,400	0.70
310	877.9	1.951	25.3	288	145	0.847	3,400	0.70
320	871.8	1.993	14.1	161	143	0.823	1,965	0.70
330	865.8	2.035	8.36	96.6	141	0.800	1,205	0.70
340	859.9	2.076	5.31	61.7	139	0.779	793	0.70
350	853.9	2.118	3.56	41.7	138	0.763	546	0.70
360	847.8	2.161	2.52	29.7	138	0.753	395	0.70
370	841.8	2.206	1.86	22.0	137	0.738	300	0.70
380	836.0	2.250	1.41	16.9	136	0.723	233	0.70
390	830.6	2.294	1.10	13.3	135	0.709	187	0.70
400	825.1	2.337	0.874	10.6	134	0.695	152	0.70
410	818.9	2.381	0.698	8.52	133	0.682	125	0.70
420	812.1	2.427	0.564	6.94	133	0.675	103	0.70
430	806.5	2.471	0.470	5.83	132	0.662	88	0.70
Etilenglicol [$C_2H_4(OH)_2$]								
273	1,130.8	2.294	6.51	57.6	242	0.933	617	0.65
280	1,125.8	2.323	4.20	37.3	244	0.933	400	0.65
290	1,118.8	2.368	2.47	22.1	248	0.936	236	0.65
300	1,114.4	2.415	1.57	14.1	252	0.939	151	0.65
310	1,103.7	2.460	1.07	9.65	255	0.939	103	0.65
320	1,096.2	2.505	0.757	6.91	258	0.940	73.5	0.65
330	1,089.5	2.549	0.561	5.15	260	0.936	55.0	0.65
340	1,083.8	2.592	0.431	3.98	261	0.929	42.8	0.65
350	1,079.0	2.637	0.342	3.17	261	0.917	34.6	0.65
360	1,074.0	2.682	0.278	2.59	261	0.906	28.6	0.65
370	1,066.7	2.728	0.228	2.14	262	0.900	23.7	0.65
373	1,058.5	2.742	0.215	2.03	263	0.906	22.4	0.65
Glicerina [$C_3H_5(OH)_3$]								
273	1,276.0	2.261	1,060	8,310	282	0.977	85,000	0.47
280	1,271.9	2.298	534	4,200	284	0.972	43,200	0.47
290	1,265.8	2.367	185	1,460	286	0.955	15,300	0.48
300	1,259.9	2.427	79.9	634	286	0.935	6,780	0.48
310	1,253.9	2.490	35.2	281	286	0.916	3,060	0.49
320	1,247.2	2.564	21.0	168	287	0.897	1,870	0.50

TABLA A.5 *Continuación*

Líquidos saturados (Continuación)

T (K)	ρ (kg/m³)	c_p (kJ/kg · K)	$\mu \cdot 10^2$ (N · s/m²)	$\upsilon \cdot 10^6$ (m²/s)	$k \cdot 10^3$ (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^7$ (m²/s)	Pr	$\alpha \cdot 10^7$ (K⁻¹)
Freón (refrigerante-12) (CCl_2F_2)								
230	1,528.4	0.8816	0.0457	0.299	68	0.505	5.9	1.85
240	1,498.0	0.8923	0.0385	0.257	69	0.516	5.0	1.90
250	1,469.5	0.9037	0.0354	0.241	70	0.527	4.6	2.00
260	1,439.0	0.9163	0.0322	0.224	73	0.554	4.0	2.10
270	1,407.2	0.9301	0.0304	0.216	73	0.558	3.9	2.25
280	1,374.4	0.9450	0.0283	0.206	73	0.562	3.7	2.35
290	1,340.5	0.9609	0.0265	0.198	73	0.567	3.5	2.55
300	1,305.8	0.9781	0.0254	0.195	72	0.564	3.5	2.75
310	1,268.9	0.9963	0.0244	0.192	69	0.546	3.4	3.05
320	1,228.6	1.0155	0.0233	0.190	68	0.545	3.5	3.5
Mercurio (Hg)								
273	13,595	0.1404	0.1688	0.1240	8,180	42.85	0.0290	0.181
300	13,529	0.1393	0.1523	0.1125	8,540	45.30	0.0248	0.181
350	13,407	0.1377	0.1309	0.0976	9,180	49.75	0.0196	0.181
400	13,287	0.1365	0.1171	0.0882	9,800	54.05	0.0163	0.181
450	13,167	0.1357	0.1075	0.0816	10,400	58.10	0.0140	0.181
500	13,048	0.1353	0.1007	0.0771	10,950	61.90	0.0125	0.182
550	12,929	0.1352	0.0953	0.0737	11,450	65.55	0.0112	0.184
600	12,809	0.1355	0.0911	0.0711	11,950	68.80	0.0103	0.187

Líquido-vapor saturado, 1 atm[b]

Fluido	T_{sat} (K)	h_{fg} (kJ/kg)	ρ_f (kg/m³)	ρ_g (kg/m³)	$\alpha \cdot 10^7$ (N/m)
Etanol	351	846	757	1.44	17.7
Etilenglicol	470	812	1,111[c]	—	32.7
Glicerina	563	974	1,260[c]	—	63.0[c]
Mercurio	630	301	12,740	3.90	417
Refrigerante R-12	243	165	1,488	6.32	15.8
Refrigerante R-113	321	147	1,511	7.38	15.9

[a]Adaptada de las referencias 15 y 16.
[b]Adaptada de las referencias 8, 17 y 18.
[c]Valor de la propiedad correspondiente a 300 K.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

TABLA A.6 Propiedades termofísicas de agua saturada[a]

Temperatura, T (K)	Presión P (bars)[b]	Volumen específico (m^3/kg) $v_f \cdot 10^3$	v_g	Entalpía de vaporización h_{fg} (kJ/kg)	Calor específico (kJ/kg · K) $c_{p,f}$	$c_{p,g}$	Viscosidad (N · s/m²) $\mu_f \cdot 10^6$	$\mu_f \cdot 10^6$	Conductividad térmica (W/m · K) $k_f \cdot 10^3$	$k_g \cdot 10^3$	Número de Prandtl Pr_f	Pr_g	Tensión superficial $\alpha_f \cdot 10^3$ (N/m)	Coeficiente de expansión $\beta_f \cdot 10^6$ (K^{-1})	Temperatura T(K)
273.15	0.00611	1.000	206.3	2502	4.217	1.854	1750	8.02	569	18.2	12.99	0.815	75.5	−68.05	273.15
275	0.00697	1.000	181.7	2497	4.211	1.855	1652	8.09	574	18.3	12.22	0.817	75.3	−32.74	275
280	0.00990	1.000	130.4	2485	4.198	1.858	1422	8.29	582	18.6	10.26	0.825	74.8	46.04	280
285	0.01387	1.000	99.4	2473	4.189	1.861	1225	8.49	590	18.9	8.81	0.833	74.3	114.1	285
290	0.01917	1.001	69.7	2461	4.184	1.864	1080	8.69	598	19.3	7.56	0.841	73.7	174.0	290
295	0.02617	1.002	51.94	2449	4.181	1.868	959	8.89	606	19.5	6.62	0.849	72.7	227.5	295
300	0.03531	1.003	39.13	2438	4.179	1.872	855	9.09	613	19.6	5.83	0.857	71.7	276.1	300
305	0.04712	1.005	29.74	2426	4.178	1.877	769	9.29	620	20.1	5.20	0.865	70.9	320.6	305
310	0.06221	1.007	22.93	2414	4.178	1.882	695	9.49	628	20.4	4.62	0.873	70.0	361.9	310
315	0.08132	1.009	17.82	2402	4.179	1.888	631	9.69	634	20.7	4.16	0.883	69.2	400.4	315
320	0.1053	1.011	13.98	2390	4.180	1.895	577	9.89	640	21.0	3.77	0.894	68.3	436.7	320
325	0.1351	1.013	11.06	2378	4.182	1.903	528	10.09	645	21.3	3.42	0.901	67.5	471.2	325
330	0.1719	1.016	8.82	2366	4.184	1.911	489	10.29	650	21.7	3.15	0.908	66.6	504.0	330
335	0.2167	1.018	7.09	2354	4.186	1.920	453	10.49	656	22.0	2.88	0.916	65.8	535.5	335
340	0.2713	1.021	5.74	2342	4.188	1.930	420	10.69	660	22.3	2.66	0.925	64.9	566.0	340
345	0.3372	1.024	4.683	2329	4.191	1.941	389	10.89	668	22.6	2.45	0.933	64.1	595.4	345
350	0.4163	1.027	3.846	2317	4.195	1.954	365	11.09	668	23.0	2.29	0.942	63.2	624.2	350
355	0.5100	1.030	3.180	2304	4.199	1.968	343	11.29	671	23.3	2.14	0.951	62.3	652.3	355
360	0.6209	1.034	2.645	2291	4.203	1.983	324	11.49	674	23.7	2.02	0.960	61.4	697.9	360
365	0.7514	1.038	2.212	2278	4.209	1.999	306	11.69	677	24.1	1.91	0.969	60.5	707.1	365
370	0.9040	1.041	1.861	2265	4.214	2.017	289	11.89	679	24.5	1.80	0.978	59.5	728.7	370
373.15	1.0133	1.044	1.679	2257	4.217	2.029	279	12.02	680	24.8	1.76	0.984	58.9	750.1	373.15
375	1.0815	1.045	1.574	2252	4.220	2.036	274	12.09	681	24.9	1.70	0.987	58.6	761	375
380	1.2869	1.049	1.337	2239	4.226	2.057	260	12.29	683	25.4	1.61	0.999	57.6	788	380
385	1.5233	1.053	1.142	2225	4.232	2.080	248	12.49	685	25.8	1.53	1.004	56.6	814	385

390	1.794	1.058	0.980	2212	4.239	2.104	237	12.69	686	26.3	1.47	1.013	55.6	841	390
400	2.455	1.067	0.731	2183	4.256	2.158	217	13.05	688	27.2	1.34	1.033	53.6	896	400
410	3.302	1.077	0.553	2153	4.278	2.221	200	13.42	688	28.2	1.24	1.054	51.5	952	410
420	4.370	1.088	0.425	2123	4.302	2.291	185	13.79	688	29.8	1.16	1.075	49.4	1010	420
430	5.699	1.099	0.331	2091	4.331	2.369	173	14.14	685	30.4	1.09	1.10	47.2		430
440	7.333	1.110	0.261	2059	4.36	2.46	162	14.50	682	31.7	1.04	1.12	45.1		440
450	9.319	1.123	0.208	2024	4.40	2.56	152	14.85	678	33.1	0.99	1.14	42.9		450
460	11.71	1.137	0.167	1989	4.44	2.68	143	15.19	673	34.6	0.95	1.17	40.7		460
470	14.55	1.152	0.136	1951	4.48	2.79	136	15.54	667	36.3	0.92	1.20	38.5		470
480	17.90	1.167	0.111	1912	4.53	2.94	129	15.88	660	38.1	0.89	1.23	36.2		480
490	21.83	1.184	0.0922	1870	4.59	3.10	124	16.23	651	40.1	0.87	1.25	33.9	—	490
500	26.40	1.203	0.0766	1825	4.66	3.27	118	16.59	642	42.3	0.86	1.28	31.6	—	500
510	31.66	1.222	0.0631	1779	4.74	3.47	113	16.95	631	44.7	0.85	1.31	29.3	—	510
520	37.70	1.244	0.0525	1730	4.84	3.70	108	17.33	621	47.5	0.84	1.35	26.9	—	520
530	44.58	1.268	0.0445	1679	4.95	3.96	104	17.72	608	50.6	0.85	1.39	24.5	—	530
540	52.38	1.294	0.0375	1622	5.08	4.27	101	18.1	594	54.0	0.86	1.43	22.1	—	540
550	61.19	1.323	0.0317	1564	5.24	4.64	97	18.6	580	58.3	0.87	1.47	19.7	—	550
560	71.08	1.355	0.0269	1499	5.43	5.09	94	19.1	563	63.7	0.90	1.52	17.3	—	560
570	82.16	1.392	0.0228	1429	5.68	5.67	91	19.7	548	76.7	0.94	1.59	15.0	—	570
580	94.51	1.433	0.0193	1353	6.00	6.40	88	20.4	528	76.7	0.99	1.68	12.8	—	580
590	108.3	1.482	0.0163	1274	6.41	7.35	84	21.5	513	84.1	1.05	1.84	10.5	—	590
600	123.5	1.541	0.0137	1176	7.00	8.75	81	22.7	497	92.9	1.14	2.15	8.4	—	600
610	137.3	1.612	0.0115	1068	7.85	11.1	77	24.1	467	103	1.30	2.60	6.3	—	610
620	159.1	1.705	0.0094	941	9.35	15.4	72	25.9	444	114	1.52	3.46	4.5	—	620
625	169.1	1.778	0.0085	858	10.6	18.3	70	27.0	430	121	1.65	4.20	3.5	—	625
630	179.7	1.856	0.0075	781	12.6	22.1	67	28.0	412	130	2.0	4.8	2.6	—	630
635	190.9	1.935	0.0066	683	16.4	27.6	64	30.0	392	141	2.7	6.0	1.5	—	635
640	202.7	2.075	0.0057	560	26	42	59	32.0	367	155	4.2	9.6	0.8	—	640
645	215.2	2.351	0.0045	361	90	—	54	37.0	331	178	12	26	0.1	—	645
647.3[c]	221.2	3.170	0.0032	0	∞	∞	45	45.0	238	238	∞	∞	0.0	—	647.3[c]

[a]Adaptada de la referencia 19.
[b]1 bar = 10^5 N/m^2.
[c]Temperatura crítica.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar · Sede del Litoral

TABLA A.7 Propiedades termofísicas de metales líquidos[a]

Composición	Punto de fusión (K)	T (K)	ρ (kg/m^3)	c_p (kJ/kg · K)	$\nu \cdot 10^7$ (m^2/s)	k (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^5$ (m^2/s)	Pr
Bismuto	544	589	10,011	0.1444	1.617	16.4	0.138	0.0142
		811	9,739	0.1545	1.133	15.6	1.035	0.0110
		1033	9,467	0.1645	0.8343	15.6	1.001	0.0083
Plomo	600	644	10,540	0.159	2.276	16.1	1.084	0.024
		755	10,412	0.155	1.849	15.6	1.223	0.017
		977	10,140	—	1.347	14.9	—	—
Potasio	337	422	807.3	0.80	4.608	45.0	6.99	0.0066
		700	741.7	0.75	2.397	39.5	7.07	0.0034
		977	674.4	0.75	1.905	33.1	6.55	0.0029
Sodio	371	366	929.1	1.38	7.516	86.2	6.71	0.011
		644	860.2	1.30	3.270	72.3	6.48	0.0051
		977	778.5	1.26	2.285	59.7	6.12	0.0037
NaK, (45%/55%)	292	366	887.4	1.130	6.522	25.6	2.552	0.026
		644	821.7	1.055	2.871	27.5	3.17	0.0091
		977	740.1	1.043	2.174	28.9	3.74	0.0058
Nak, (22%/78%)	262	366	849.0	0.946	5.797	24.4	3.05	0.019
		672	775.3	0.879	2.666	26.7	3.92	0.0068
		1033	690.4	0.883	2.118	—	—	—
PbBi, (44.5%/55.5%)	398	422	10,524	0.147	—	9.05	0.586	—
		644	10,236	0.147	1.496	11.86	0.790	0.189
		922	9,835	—	1.171	—	—	—
Mercurio	234	Véase tabla A.5						

[a]Adaptada de *Liquid Materials Handbook*, 23a. ed., Atomic Energy Commission, Departament of Navy, Washington, DC, 1952.

TABLA A.8 Coeficientes de difusión binaria a una atmósfera[a, b]

Sustancia A	Sustancia B	T (K)	D_{AB} (m^2/s)
Gases			
NH_3	Aire	298	0.28×10^{-4}
H_2O	Aire	298	0.26×10^{-4}
CO_2	Aire	298	0.16×10^{-4}
H_2	Aire	298	0.41×10^{-4}
O_2	Aire	298	0.21×10^{-4}
Acetona	Aire	273	0.11×10^{-4}
Benceno	Aire	298	0.88×10^{-5}
Naftalina	Aire	300	0.62×10^{-5}
Ar	N_2	293	0.19×10^{-4}
H_2	O_2	273	0.70×10^{-4}
H_2	N_2	273	0.68×10^{-4}
H_2	CO_2	273	0.55×10^{-4}
CO_2	N_2	293	0.16×10^{-4}
CO_2	O_2	273	0.14×10^{-4}
O_2	N_2	273	0.18×10^{-4}
Soluciones diluidas			
Cafeína	H_2O	298	0.63×10^{-9}
Etanol	H_2O	298	0.12×10^{-8}
Glucosa	H_2O	298	0.69×10^{-9}
Glicerol	H_2O	298	0.94×10^{-9}
Acetona	H_2O	298	0.13×10^{-8}
CO_2	H_2O	298	0.20×10^{-8}
O_2	H_2O	298	0.24×10^{-8}
H_2	H_2O	298	0.63×10^{-8}
N_2	H_2O	298	0.26×10^{-8}
Sólidos			
O_2	Caucho	298	0.21×10^{-9}
N_2	Caucho	298	0.15×10^{-9}
CO_2	Caucho	298	0.11×10^{-9}
He	SiO_2	293	0.4×10^{-13}
H_2	Fe	293	0.26×10^{-12}
Cd	Cu	293	0.27×10^{-18}
Al	Cu	293	0.13×10^{-33}

[a]Adaptado con permiso de las referencias 20, 21 y 22.

[b]Suponiendo el comportamiento de gas ideal, la dependencia respecto de la presión y temperatura del coeficiente de difusión para una mezcla binaria de gases se puede estimar de la relación

$$D_{AB} \alpha p^{-1} T^{3/2}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar Sede del Litoral

Tabla A.9 Constante de Henry para gases seleccionados en agua a presión moderada[a]

	$H = p_{A,i}/x_{A,i}$ (bars)							
T (K)	NH_3	Cl_2	H_2S	SO_2	CO_2	CH_4	O_2	H_2
273	21	265	260	165	710	22,880	25,500	58,000
280	23	365	335	210	960	27,800	30,500	61,500
290	26	480	450	315	1300	35,200	37,600	66,500
300	30	615	570	440	1730	42,800	45,700	71,600
310	—	755	700	600	2175	50,000	52,500	76,000
320	—	860	835	800	2650	56,300	56,800	78,600
323	—	890	870	850	2870	58,000	58,000	79,000

[a]Adaptada de la referencia 23.

Tabla A.10 Solubilidad de gases y sólidos seleccionados[a]

Gas	Sólido	T (K)	$S = C_{A,i}/p_{A,i}$ (kmol/m^3 · bar)
O_2	Caucho	298	3.12×10^{-3}
N_2	Caucho	298	1.56×10^{-3}
CO_2	Caucho	298	40.15×10^{-3}
He	SiO_2	293	0.45×10^{-3}
H_2	Ni	358	9.01×10^{-3}

[a]Adaptada con permiso de la referencia 22.

TABLA A.11 Emisividad total, normal (n) o hemisférica (h) de superficies seleccionadas

Sólidos metálicos y sus óxidos[a]

		Emisividad, ε_n o ε_h, a varias temperaturas (K)										
Descripción/composición		**100**	**200**	**300**	**400**	**600**	**800**	**1000**	**1200**	**1500**	**2000**	**2500**
Aluminio												
Altamente pulido, película	(h)	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06						
Hoja, brillante	(h)	0.06	0.06	0.07								
Anodizado	(h)			0.82	0.76							
Cromo												
Pulido o plateado	(h)	0.05	0.07	0.10	0.12	0.14						
Cobre												
Altamente pulido	(h)			0.03	0.03	0.04	0.04	0.04				
Establemente oxidado	(h)					0.50	0.58	0.80				
Oro												
Altamente pulido o película	(h)	0.01	0.02	0.03	0.03	0.04	0.05	0.06				
Hoja, brillante	(h)	0.06	0.07	0.07								
Molibdeno												
Pulido	(h)					0.06	0.08	0.10	0.12	0.15	0.21	0.26
Limpiado con chorro de perdigones, áspero	(h)					0.25	0.28	0.31	0.35	0.42		
Establemente oxidado	(h)					0.80	0.82					
Níquel												
Pulido	(h)					0.09	0.11	0.14	0.17			
Establemente oxidado	(h)					0.40	0.49	0.57				
Platino												
Pulido	(h)						0.10	0.13	0.15	0.18		
Plata												
Pulida	(h)			0.02	0.02	0.03	0.05	0.08				
Aceros inoxidables												
Típico, pulido	(h)			0.17	0.17	0.19	0.23	0.30				
Típico, limpio	(h)			0.22	0.22	0.24	0.28	0.35				
Típico, ligeramente oxidado	(h)						0.33	0.40				
Típico, altamente oxidado	(h)						0.67	0.70	0.76			
AISI 347, establemente oxidado	(h)					0.87	0.88	0.89	0.90			
Tantalio												
Pulido	(h)								0.11	0.17	0.23	0.28
Tungsteno												
Pulido	(h)							0.10	0.13	0.18	0.25	0.29

TABLA A.11 *Continuación*

***Sustancias no metálicas*[b]**

Descripción/composición		Temperatura (K)	Emisividad ε
Óxido de aluminio	(*n*)	600	0.69
		1000	0.55
		1500	0.41
Pavimento de asfalto	(*h*)	300	0.85–0.93
Materiales de construcción			
Hoja de asbesto	(*h*)	300	0.93–0.96
Ladrillo, rojo	(*h*)	300	0.93–0.96
Yeso o cartón de yeso	(*h*)	300	0.90–0.92
Madera	(*h*)	300	0.82–0.92
Tela	(*h*)	300	0.75–0.90
Concreto	(*h*)	300	0.88–0.93
Vidrio, ventana	(*h*)	300	0.90–0.95
Hielo	(*h*)	273	0.95–0.98
Pinturas			
Negro (Parsons)	(*h*)	300	0.98
Blanco, acrílico	(*h*)	300	0.90
Blanco, óxido de cinc	(*h*)	300	0.92
Papel, blanco	(*h*)	300	0.92–0.97
Pyrex	(*h*)	300	0.82
		600	0.80
		1000	0.71
		1200	0.62
Pirocerámica	(*n*)	300	0.85
		600	0.78
		1000	0.69
		1500	0.57
Refractarios (revestimientos de horno)			
Ladrillo de alúmina	(*n*)	800	0.40
		1000	0.33
		1400	0.28
		1600	0.33
Ladrillo de óxido de magnesio	(*n*)	800	0.45
		1000	0.36
		1400	0.31
		1600	0.40
Ladrillo aislante de caolín	(*n*)	800	0.70
		1200	0.57
		1400	0.47
		1600	0.53
Arena	(*h*)	300	0.90
Carburo de silicio	(*h*)	600	0.87
		1000	0.87
		1500	0.85
Piel	(*h*)	300	0.95
Nieve	(*h*)	273	0.82–0.90

TABLA A.11 *Continuación*

Sustancias no metálicas[b]

Descripción/composición		Temperatura (K)	Emisividad ε
Tierra vegetal	(*h*)	300	0.93–0.96
Rocas	(*h*)	300	0.88–0.95
Teflón	(*h*)	300	0.85
		400	0.87
		500	0.92
Vegetación	(*h*)	300	0.92–0.96
Agua	(*h*)	300	0.96

[a]Adaptada de la referencia 1.

[b]Adaptada de las referencias 1, 9, 24 y 25.

TABLA A.12 Propiedades solares radiativas para materiales seleccionados[a]

Descripción/composición	α_s	ε^b	α_s/ε	τ_s
Aluminio				
Pulido	0.09	0.03	3.0	
Anodizado	0.14	0.84	0.17	
Recubierto de cuarzo	0.11	0.37	0.30	
Hoja	0.15	0.05	3.0	
Ladrillo, rojo (Purdue)	0.63	0.93	0.68	
Concreto	0.60	0.88	0.68	
Hoja metálica galvanizada				
Limpia, nueva	0.65	0.13	5.0	
Oxidada, desgastada	0.80	0.28	2.9	
Vidrio, 3.2 mm de espesor				
Aplanado o templado				0.79
Tipo bajo en óxido de hierro				0.88
Metal, plateado				
Sulfuro negro	0.92	0.10	9.2	
Óxido de cobalto negro	0.93	0.30	3.1	
Óxido de níquel negro	0.92	0.08	11	
Cromo negro	0.87	0.09	9.7	
Mylar, 0.13 mm de espesor				0.87
Pinturas				
Negro (Parsons)	0.98	0.98	1.0	
Blanco, acrílico	0.26	0.90	0.29	
Blanco, óxido de cinc	0.16	0.93	0.17	
Plexiglas, 3.2 mm de espesor				0.90
Nieve				
Partículas finas, frescas	0.13	0.82	0.16	
Granos de hielo	0.33	0.89	0.37	
Tedlar, 0.10 mm de espesor				0.92
Teflón, 0.13 mm de espesor				0.92

[a]Adaptada con permiso de la referencia 25.

[b]Los valores de emisividad en esta tabla corresponden a una temperatura superficial de aproximadamente 300 K.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Bibliografía

1. Touloukian, Y. S., and C. Y. Ho, Eds., *Thermophysical Properties of Matter*, Vol. 1, *Thermal Conductivity of Metallic Solids;* Vol. 2, *Thermal Conductivity of Nonmetallic Solids;* Vol. 4, *Specific Heat of Metallic Solids;* Vol. 5, *Specific Heat of Nonmetallic Solids;* Vol. 7, *Thermal Radiative Properties of Metallic Solids;* Vol. 8, *Thermal Radiative Properties of Nonmetallic Solids;* Vol. 9, *Thermal Radiative Properties of Coatings*, Plenum Press, New York, 1972.
2. Touloukian, Y. S., and C. Y. Ho, Eds., *Thermophysical Properties of Selected Aerospace Materials*, Part I: Thermal Radiative Properties; Part II: Thermophysical Properties of Seven Materials. Thermophysical and Electronic Properties Information Analysis Center, CINDAS, Purdue University, West Lafayette, IN, 1976.
3. Ho, C. Y., R. W. Powell, and P. E. Liley, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **3**, Supplement 1, 1974.
4. Desai, P. D., T. K. Chu, R. H. Bogaard, M. W. Ackermann, and C. Y. Ho, Part I: Thermophysical Properties of Carbon Steels. Part II: Thermophysical Properties of Low Chromium Steels, Part III: Thermophysical Properties of Nickel Steels, Part IV: Thermophysical Properties of Stainless Steels, CINDAS Special Report, Purdue University, West Lafayette, IN, September 1976.
5. American Society for Metals, *Metals Handbook*, Vol. 1, *Properties and Selection of Metals*, 8th ed., ASM, Metals Park, OH, 1961.
6. Hultgren, R., P. D. Desai, D. T. Hawkins, M. Gleiser, K. K. Kelley, and D. D. Wagman, *Selected Values of the Thermodynamic Properties of the Elements*, American Society of Metals, Metals Park, OH, 1973.
7. Hultgren, R., P. D. Desai, D. T. Hawkins, M. Gleiser, and K. K. Kelley, *Selected Values of the Thermodynamic Properties of Binary Alloys*, American Society of Metals, Metals Park, OH, 1973.
8. American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers, *ASHRAE Handbook of Fundamentals*, ASHRAE, New York, 1981.
9. Mallory, J. F., *Thermal Insulation*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1969.
10. Hanley, E. J., D. P. DeWitt, and R. E. Taylor, "The Thermal Transport Properties at Normal and Elevated Temperature of Eight Representative Rocks," *Proceedings of the Seventh Symposium on Thermophysical Properties*, American Society of Mechanical Engineers, New York, 1977.
11. Sweat, V. E., "A Mimature Thermal Conductivity Probe for Foods," American Society of Mechanical Engineers, Paper 76-HT-60, August 1976.
12. Kothandaraman, C. P., and S. Subramanyan, *Heat and Mass Transfer Data Book*, Halsted Press/Wiley, New York, 1975.
13. Chapman, A. J., *Heat Transfer*, 4th ed., Macmillan, New York, 1984.
14. Vargaftik, N. B., *Tables of Thermophysical Properties of Liquids and Gases*, 2nd ed., Hemisphere Publishing, New York, 1975.
15. Eckert, E. R. G., and R. M. Drake, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1972.
16. Vukalovich, M. P., A. I. Ivanov, L. R. Fokin, and A. T. Yakovelev, *Thermophysical Properties of Mercury*, State Committee on Standards, State Service for Standards and Handbook Data, Monograph Series No. 9, Izd. Standartov, Moscow, 1971.
17. Bolz, R. E., and G. L. Tuve, Eds., CRC Handbook of Tables for Applied Engineering Science, 2nd ed., CRC Press, Boca Raton, FL, 1979.
18. Liley, P. E., private communication, School of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN, May 1984.
19. Liley, P. E., Steam Tables in SI Units, private communication, School of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN, March 1984.
20. Perry, J. H., Ed., *Chemical Engineer's Handbook*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, 1963.
21. Geankoplis, C. J., *Mass Transport Phenomena*, Holt, Rinehart & Winston, New York, 1972.
22. Barrer, R. M., *Diffusion In and Through Solids*, Macmillan, New York, 1941.
23. Spalding, D. B., *Convective Mass Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1963.
24. Gubareff, G. G., J. E. Janssen, and R. H. Torborg, *Thermal Radiation Properties Survey*, Minneapolis-Honeywell Regulator Company, Minneapolis, MN, 1960.
25. Kreith, F. and J. F. Kreider, *Principles of Solar Energy*, Hemisphere Publishing, New York, 1978.

APÉNDICE B

Relaciones y funciones matemáticas

Sección		*Página*
B.1	Funciones hiperbólicas	856
B.2	Función gaussiana de error	857
B.3	Primeras cuatro raíces de la ecuación trascendental, $\xi_n \tan \xi_n = \text{Bi}$, para conducción transitoria en una pared plana	858
B.4	Funciones de Bessel de primera clase	859
B.5	Funciones de Bessel modificadas de primera y segunda clases	860

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

B.1
Funciones hiperbólicas[1]

x	senh x	cosh x	tanh x	x	senh x	cosh x	tanh x
0.00	0.0000	1.0000	0.00000	2.00	3.6269	3.7622	0.96403
0.10	0.1002	1.0050	0.09967	2.10	4.0219	4.1443	0.97045
0.20	0.2013	1.0201	0.19738	2.20	4.4571	4.5679	0.97574
0.30	0.3045	1.0453	0.29131	2.30	4.9370	5.0372	0.98010
0.40	0.4108	1.0811	0.37995	2.40	5.4662	5.5569	0.98367
0.50	0.5211	1.1276	0.46212	2.50	6.0502	6.1323	0.98661
0.60	0.6367	1.1855	0.53705	2.60	6.6947	6.7690	0.98903
0.70	0.7586	1.2552	0.60437	2.70	7.4063	7.4735	0.99101
0.80	0.8881	1.3374	0.66404	2.80	8.1919	8.2527	0.99263
0.90	1.0265	1.4331	0.71630	2.90	9.0596	9.1146	0.99396
1.00	1.1752	1.5431	0.76159	3.00	10.018	10.068	0.99505
1.10	1.3356	1.6685	0.80050	3.50	16.543	16.573	0.99818
1.20	1.5095	1.8107	0.83365	4.00	27.290	27.308	0.99933
1.30	1.6984	1.9709	0.86172	4.50	45.003	45.014	0.99975
1.40	1.9043	2.1509	0.88535	5.00	74.203	74.210	0.99991
1.50	2.1293	2.3524	0.90515	6.00	201.71	201.72	0.99999
1.60	2.3756	2.5775	0.92167	7.00	548.32	548.32	1.0000
1.70	2.6456	2.8283	0.93541	8.00	1490.5	1490.5	1.0000
1.80	2.9422	3.1075	0.94681	9.00	4051.5	4051.5	1.0000
1.90	3.2682	3.4177	0.95624	10.000	11013	11013	1.0000

[1] Las funciones hiperbólicas se definen como

$$\text{senh}\, x = \tfrac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \qquad \cosh x = \tfrac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \qquad \tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{\text{senh}\, x}{\cosh x}$$

Las derivadas de las funciones hiperbólicas de la variable u están dadas como

$$\frac{d}{dx}(\text{senh}\, u) = (\cosh u)\frac{du}{dx} \qquad \frac{d}{dx}(\cosh u) = (\text{senh}\, u)\frac{du}{dx} \qquad \frac{d}{dx}(\tanh u) = \left(\frac{1}{\cosh^2 u}\right)\frac{du}{dx}$$

B.2
Función gaussiana de error[1]

w	erf w	w	erf w	w	erf w
0.00	0.00000	0.36	0.38933	1.04	0.85865
0.02	0.02256	0.38	0.40901	1.08	0.87333
0.04	0.04511	0.40	0.42839	1.12	0.88679
0.06	0.06762	0.44	0.46622	1.16	0.89910
0.08	0.09008	0.48	0.50275	1.20	0.91031
0.10	0.11246	0.52	0.53790	1.30	0.93401
0.12	0.13476	0.56	0.57162	1.40	0.95228
0.14	0.15695	0.60	0.60386	1.50	0.96611
0.16	0.17901	0.64	0.63459	1.60	0.97635
0.18	0.20094	0.68	0.66378	1.70	0.98379
0.20	0.22270	0.72	0.69143	1.80	0.98909
0.22	0.24430	0.76	0.71754	1.90	0.99279
0.24	0.26570	0.80	0.74210	2.00	0.99532
0.26	0.28690	0.84	0.76514	2.20	0.99814
0.28	0.30788	0.88	0.78669	2.40	0.99931
0.30	0.32863	0.92	0.80677	2.60	0.99976
0.32	0.34913	0.96	0.82542	2.80	0.99992
0.34	0.36936	1.00	0.84270	3.00	0.99998

[1] La función gaussiana de error se define como

$$\text{erf } w = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^w e^{-v^2}\, dv$$

La función de error complementaria se define como

$$\text{erf } w = 1 - \text{erf } w$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

B.3
Primeras cuatro raíces de la ecuación trascendental, $\xi_n \tan \xi_n = \text{Bi}$, para conducción transitoria en una pared plana

$Bi = \frac{hL}{k}$	ξ_1	ξ_1	ξ_1	ξ_1
0	0	3.1416	6.2832	9.4248
0.001	0.0316	3.1419	6.2833	9.4249
0.002	0.0447	3.1422	6.2835	9.4250
0.004	0.0632	3.1429	6.2838	9.4252
0.006	0.0774	3.1435	6.2841	9.4254
0.008	0.0893	3.1441	6.2845	9.4256
0.01	0.0998	3.1448	6.2848	9.4258
0.02	0.1410	3.1479	6.2864	9.4269
0.04	0.1987	3.1543	6.2895	9.4290
0.06	0.2425	3.1606	6.2927	9.4311
0.08	0.2791	3.1668	6.2959	9.4333
0.1	0.3111	3.1731	6.2991	9.4354
0.2	0.4328	3.2039	6.3148	9.4459
0.3	0.5218	3.2341	6.3305	9.4565
0.4	0.5932	3.2636	6.3461	9.4670
0.5	0.6533	3.2923	6.3616	9.4775
0.6	0.7051	3.3204	6.3770	9.4879
0.7	0.7506	3.3477	6.3923	9.4983
0.8	0.7910	3.3744	6.4074	9.5087
0.9	0.8274	3.4003	6.4224	9.5190
1.0	0.8603	3.4256	6.4373	9.5293
1.5	0.9882	3.5422	6.5097	9.5801
2.0	1.0769	3.6436	6.5783	9.6296
3.0	1.1925	3.8088	6.7040	9.7240
4.0	1.2646	3.9352	6.8140	9.8119
5.0	1.3138	4.0336	6.9096	9.8928
6.0	1.3496	4.1116	6.9924	9.9667
7.0	1.3766	4.1746	7.0640	10.0339
8.0	1.3978	4.2264	7.1263	10.0949
9.0	1.4149	4.2694	7.1806	10.1502
10.0	1.4289	4.3058	7.2281	10.2003
15.0	1.4729	4.4255	7.3959	10.3898
20.0	1.4961	4.4915	7.4954	10.5117
30.0	1.5202	4.5615	7.6057	10.6543
40.0	1.5325	4.5979	7.6647	10.7334
50.0	1.5400	4.6202	7.7012	10.7832
60.0	1.5451	4.6353	7.7259	10.8172
80.0	1.5514	4.6543	7.7573	10.8606
100.0	1.5552	4.6658	7.7764	10.8871
∞	1.5708	4.7124	7.8540	10.9956

B.4
Funciones de Bessel de primera clase

x	$J_0(x)$	$J_1(x)$
0.0	1.0000	0.0000
0.1	0.9975	0.0499
0.2	0.9900	0.0995
0.3	0.9776	0.1483
0.4	0.9604	0.1960
0.5	0.9385	0.2423
0.6	0.9120	0.2867
0.7	0.8812	0.3290
0.8	0.8463	0.3688
0.9	0.8075	0.4059
1.0	0.7652	0.4400
1.1	0.7196	0.4709
1.2	0.6711	0.4983
1.3	0.6201	0.5220
1.4	0.5669	0.5419
1.5	0.5118	0.5579
1.6	0.4554	0.5699
1.7	0.3980	0.5778
1.8	0.3400	0.5815
1.9	0.2818	0.5812
2.0	0.2239	0.5767
2.1	0.1666	0.5683
2.2	0.1104	0.5560
2.3	0.0555	0.5399
2.4	0.0025	0.5202

B.5
Funciones de Bessel[1] modificadas de primera y segunda clases

x	$e^{-x}I_0(x)$	$e^{-x}I_1(x)$	$e^{x}K_0(x)$	$e^{x}K_1(x)$
0.0	1.0000	0.0000	∞	∞
0.2	0.8269	0.0823	2.1407	5.8334
0.4	0.6974	0.1368	1.6627	3.2587
0.6	0.5993	0.1722	1.4167	2.3739
0.8	0.5241	0.1945	1.2582	1.9179
1.0	0.4657	0.2079	1.1445	1.6361
1.2	0.4198	0.2152	1.0575	1.4429
1.4	0.3831	0.2185	0.9881	1.3010
1.6	0.3533	0.2190	0.9309	1.1919
1.8	0.3289	0.2177	0.8828	1.1048
2.0	0.3085	0.2153	0.8416	1.0335
2.2	0.2913	0.2121	0.8056	0.9738
2.4	0.2766	0.2085	0.7740	0.9229
2.6	0.2639	0.2046	0.7459	0.8790
2.8	0.2528	0.2007	0.7206	0.8405
3.0	0.2430	0.1968	0.6978	0.8066
3.2	0.2343	0.1930	0.6770	0.7763
3.4	0.2264	0.1892	0.6579	0.7491
3.6	0.2193	0.1856	0.6404	0.7245
3.8	0.2129	0.1821	0.6243	0.7021
4.0	0.2070	0.1787	0.6093	0.6816
4.2	0.2016	0.1755	0.5953	0.6627
4.4	0.1966	0.1724	0.5823	0.6453
4.6	0.1919	0.1695	0.5701	0.6292
4.8	0.1876	0.1667	0.5586	0.6142
5.0	0.1835	0.1640	0.5478	0.6003
5.2	0.1797	0.1614	0.5376	0.5872
5.4	0.1762	0.1589	0.5279	0.5749
5.6	0.1728	0.1565	0.5188	0.5633
5.8	0.1696	0.1542	0.5101	0.5525
6.0	0.1666	0.1520	0.5019	0.5422
6.4	0.1611	0.1479	0.4865	0.5232
6.8	0.1561	0.1441	0.4724	0.5060
7.2	0.1515	0.1405	0.4595	0.4905
7.6	0.1473	0.1372	0.4476	0.4762
8.0	0.1434	0.1341	0.4366	0.4631
8.4	0.1398	0.1312	0.4264	0.4511
8.8	0.1365	0.1285	0.4168	0.4399
9.2	0.1334	0.1260	0.4079	0.4295
9.6	0.1305	0.1235	0.3995	0.4198
10.0	0.1278	0.1213	0.3916	0.4108

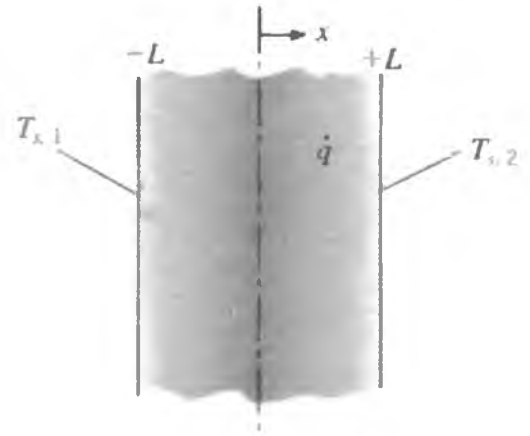
APÉNDICE **C**

Condiciones térmicas asociadas con la generación uniforme de energía en sistemas unidimensionales de estado estable

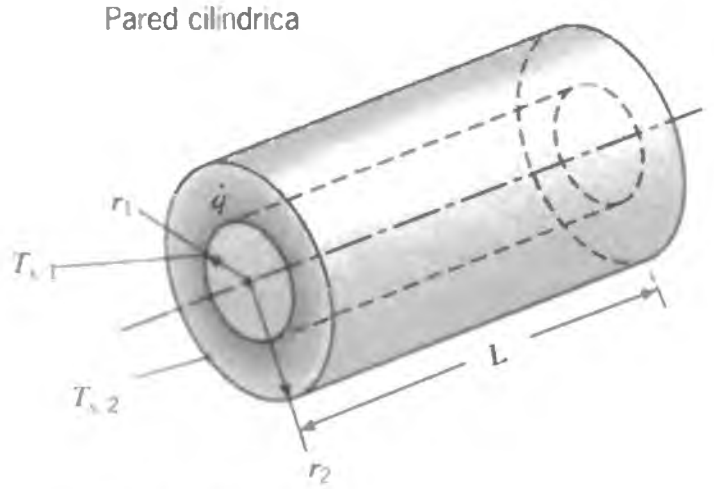
En la sección 3.5 el problema de conducción con generación de energía térmica se considera para condiciones unidimensionales de estado estable. La forma de la ecuación de calor difiere según el sistema sea una pared plana, una capa cilíndrica o una capa esférica (figura C.1). En cada caso, hay varias opciones para la condición de frontera en cada superficie, y por tanto un gran número de posibilidades para las formas específicas de la distribución de temperaturas y la transferencia de calor (o flujo de calor).

Una alternativa para resolver la ecuación de calor para cada combinación posible de las condiciones de frontera implica obtener una solución estableciendo *condiciones de frontera de primera clase*, ecuación 2.24, en ambas superficies y después aplicando un balance de energía a cada superficie en la que la temperatura es desconocida. Para las geometrías de la figura C.1, con temperaturas uniformes $T_{s,1}$ y $T_{s,2}$ establecidas en cada superficie, se obtienen con facilidad soluciones para formas apropiadas de la ecuación de calor y se resumen en la tabla C.1. Las distribuciones de temperatura se pueden usar con la ley de Fourier para obtener las distribuciones correspondientes para el flujo de calor y la transferencia de calor. Si se conocen $T_{s,1}$ y $T_{s,2}$ para un problema particular, las expresiones de la tabla C.1 proporcionan todo lo necesario para determinar por completo las condiciones térmicas relacionadas. Si no se conocen $T_{s,1}$ y/o $T_{s,2}$, los resultados aún se pueden usar con balances superficiales de energía para determinar las condiciones térmicas que se desean.

Pared plana



Pared cilíndrica



Pared esférica

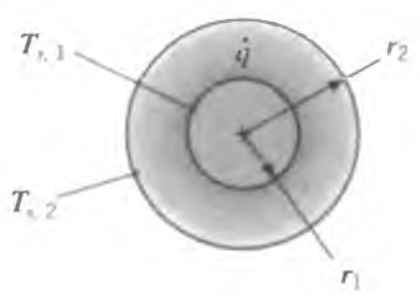


FIGURA C.1 Sistemas de conducción unidimensional con generación de energía térmica uniforme: pared plana con condiciones superficiales asimétricas, capa cilíndrica y capa esférica.

TABLA C.1 Soluciones de estado estable unidimensionales de la ecuación de calor para paredes plana, cilíndrica y esférica con generación uniforme y condiciones superficiales asimétricas

Distribución de temperaturas

Pared plana
$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2}\frac{x}{L} + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2} \tag{C.1}$$

Pared cilíndrica
$$T(r) = T_{s,2} + \frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r^2}{r_2^2}\right) - \left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]\frac{\ln(r_2/r)}{\ln(r_2/r_1)} \tag{C.2}$$

Pared esférica
$$T(r) = T_{s,2} + \frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r^2}{r_2^2}\right) - \left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]\frac{(1/r) - (1/r_2)}{(1/r_1) - (1/r_2)} \tag{C.3}$$

Flujo de calor

Pared plana
$$q''(x) = \dot{q}x - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1}) \tag{C.4}$$

Pared cilíndrica
$$q''(r) = \frac{\dot{q}r}{2} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r\ln(r_2/r_1)} \tag{C.5}$$

Pared esférica
$$q''(r) = \frac{\dot{q}r}{3} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r^2[(1/r_1) - (1/r_2)]} \tag{C.6}$$

Transferencia de calor

Pared plana
$$q(x) = \left[\dot{q}x - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1})\right]A_x \tag{C.7}$$

Pared cilíndrica
$$q(r) = \dot{q}\pi Lr^2 - \frac{2\pi Lk}{\ln(r_2/r_1)} \cdot \left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right] \tag{C.8}$$

Pared esférica
$$q(r) = \frac{\dot{q}4\pi r^3}{3} - \frac{4\pi k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{(1/r_1) - (1/r_2)} \tag{C.9}$$

Las condiciones superficiales alternativas podrían implicar la especificación de un flujo de calor superficial uniforme (*condición de frontera de segunda clase*, ecuación 2.25 o 2.26) o una condición de convección (*condición de frontera de tercera clase*, ecuación 2.27). En cada caso, la temperatura superficial no se conocería pero podría determinarse mediante la aplicación de un balance de energía superficial. Las formas que pueden adoptar tales balances se resumen en la tabla C.2. Nótese que, para adaptar situaciones en las que una superficie de interés se puede unir a una pared compuesta en la que no hay generación, se aplica la condición de frontera de tercera clase mediante el uso del coeficiente global de transferencia de calor U en lugar del coeficiente de convección h.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

Tabla C.2 Condiciones superficiales alternativas y balances de energía para soluciones de estado estable unidimensionales a la ecuación de calor para paredes planas, cilíndricas y esféricas con generación uniforme

Pared plana

Flujo de calor superficial uniforme

$$x = -L: \qquad q''_{s,1} = -\dot{q}L - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1}) \tag{C.10}$$

$$x = +L: \qquad q''_{s,2} = \dot{q}L - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1}) \tag{C.11}$$

Coeficiente de transporte y temperatura ambiente establecidos

$$x = -L: \qquad U_1(T_{\infty,1} - T_{s,1}) = -\dot{q}L - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1}) \tag{C.12}$$

$$x = +L: \qquad U_2(T_{s,2} - T_{\infty,2}) = \dot{q}L - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1}) \tag{C.13}$$

Pared cilíndrica

Flujo de calor superficial uniforme

$$r = r_1: \qquad q''_{s,1} = \frac{\dot{q}r_1}{2} - \frac{k\left[\dfrac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \dfrac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_1 \ln(r_2/r_1)} \tag{C.14}$$

$$r = r_2: \qquad q''_{s,2} = \frac{\dot{q}r_2}{2} - \frac{k\left[\dfrac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \dfrac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_2 \ln(r_2/r_1)} \tag{C.15}$$

Coeficiente de transporte y temperatura ambiente establecidos

$$r = r_1: \qquad U_1(T_{\infty,1} - T_{s,1}) = \frac{\dot{q}r_1}{2} - \frac{k\left[\dfrac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \dfrac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_1 \ln(r_2/r_1)} \tag{C.16}$$

$$r = r_2: \qquad U_2(T_{s,2} - T_{\infty,2}) = \frac{\dot{q}r_2}{2} - \frac{k\left[\dfrac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \dfrac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_2 \ln(r_2/r_1)} \tag{C.17}$$

Pared esférica

Flujo de calor superficial uniforme

$$r = r_1: \qquad q''_{s,1} = \frac{\dot{q}r_1}{3} - \frac{k\left[\dfrac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \dfrac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_1^2[(1/r_1) - (1/r_2)]} \tag{C.18}$$

$$r = r_2: \qquad q''_{s,2} = \frac{\dot{q}r_2}{3} - \frac{k\left[\dfrac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \dfrac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_2^2[(1/r_1) - (1/r_2)]} \tag{C.19}$$

TABLA C.2 *Continuación*

Coeficiente de transporte y temperatura ambiente establecidos

$$r = r_1: \qquad U_1(T_{\infty,1} - T_{s,1}) = \frac{\dot{q}r_1}{3} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_1^2[(1/r_1) - (1/r_2)]} \tag{C.20}$$

$$r = r_2: \qquad U_2(T_{s,2} - T_{\infty,2}) = \frac{\dot{q}r_2}{3} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r_2^2[(1/r_1) - (1/r_2)]} \tag{C.21}$$

Como ejemplo considere una pared plana para la que se establece una temperatura superficial uniforme (conocida) $T_{s,1}$ en $x = -L$ y se prescribe un flujo de calor uniforme $q''_{s,2}$ en $x = +L$. La ecuación C.11 se puede usar para evaluar $T_{s,2}$, y las ecuaciones C.1, C.4 y C.7 se pueden usar para determinar las distribuciones de temperatura, flujo de calor, y transferencia de calor, respectivamente.

Casos especiales de las configuraciones anteriores incluyen una pared plana con una superficie adiabática, un cilindro sólido (varilla circular), y una esfera (figura C.2). Sujetas a los requerimientos de que $dT/dx|_{x=0} = 0$ y $dT/dr|_{r=0} = 0$, las formas correspondientes de la ecuación de calor se pueden resolver para obtener las ecuaciones C.22 a C.24 de la tabla C.3. Las soluciones se basan en el establecimiento de una temperatura uniforme

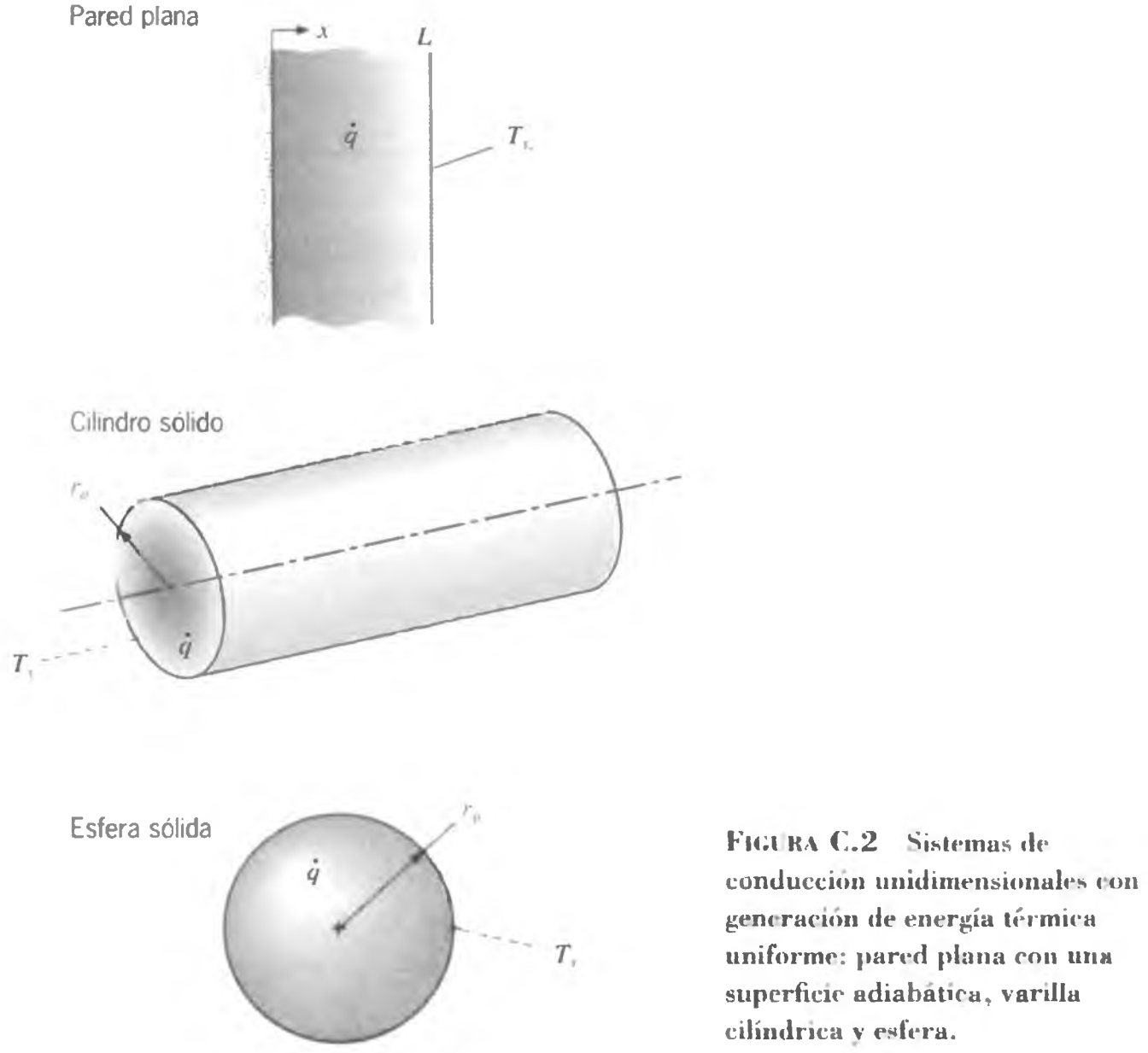


FIGURA C.2 **Sistemas de conducción unidimensionales con generación de energía térmica uniforme: pared plana con una superficie adiabática, varilla cilíndrica y esfera.**

TABLA C.3 Soluciones de estado estable unidimensionales de la ecuación de calor para generación uniforme en una pared plana con una superficie adiabática, un cilindro sólido y una esfera sólida

	Distribución de temperaturas	
Pared plana	$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_s$	(C.22)
Varilla circular	$T(r) = \frac{\dot{q}r_o^2}{4k}\left(1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right) + T_s$	(C.23)
Esfera	$T(r) = \frac{\dot{q}r_o^2}{6k}\left(1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right) + T_s$	(C.24)
	Flujo de calor	
Pared plana	$q''(x) = \dot{q}x$	(C.25)
Varilla circular	$q''(r) = \frac{\dot{q}r}{2}$	(C.26)
Esfera	$q''(r) = \frac{\dot{q}r}{3}$	(C.27)
	Transferencia de calor	
Pared plana	$q(x) = \dot{q}xA_x$	(C.28)
Varilla circular	$q(r) = \dot{q}\pi Lr^2$	(C.29)
Esfera	$q(r) = \frac{\dot{q}4\pi r^3}{3}$	(C.30)

T_s en $x = L$ y $r = r_o$. Utilizando la ley de Fourier con las distribuciones de temperatura, también se pueden obtener el flujo de calor (ecuaciones C.25 a C.27) y la transferencia de calor (ecuaciones C.28 a C.30). Si no se conoce T_s, se puede determinar al aplicar un balance de energía superficial, del que se resumen formas apropiadas en la tabla C.4.

TABLA C.3 Soluciones de estado estable unidimensionales de la ecuación de calor para generación uniforme en una pared plana con una superficie adiabática, un cilindro sólido y una esfera sólida

	Distribución de temperaturas	
Pared plana	$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_s$	(C.22)
Varilla circular	$T(r) = \frac{\dot{q}r_o^2}{4k}\left(1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right) + T_s$	(C.23)
Esfera	$T(r) = \frac{\dot{q}r_o^2}{6k}\left(1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right) + T_s$	(C.24)
	Flujo de calor	
Pared plana	$q''(x) = \dot{q}x$	(C.25)
Varilla circular	$q''(r) = \frac{\dot{q}r}{2}$	(C.26)
Esfera	$q''(r) = \frac{\dot{q}r}{3}$	(C.27)
	Transferencia de calor	
Pared plana	$q(x) = \dot{q}xA_x$	(C.28)
Varilla circular	$q(r) = \dot{q}\pi Lr^2$	(C.29)
Esfera	$q(r) = \frac{\dot{q}4\pi r^3}{3}$	(C.30)

T_s en $x = L$ y $r = r_o$. Utilizando la ley de Fourier con las distribuciones de temperatura, también se pueden obtener el flujo de calor (ecuaciones C.25 a C.27) y la transferencia de calor (ecuaciones C.28 a C.30). Si no se conoce T_s, se puede determinar al aplicar un balance de energía superficial, del que se resumen formas apropiadas en la tabla C.4.

TABLA C.4 Condiciones superficiales alternativas, y balances de energía para soluciones de estado estable unidimensionales, de la ecuación de calor para generación uniforme en una pared plana con una superficie adiabática, un cilindro sólido y una esfera sólida

Coeficiente de transporte y temperatura ambiente establecidos

Pared plana

$$x = L: \qquad \dot{q}L = U(T_s - T_\infty) \tag{C.31}$$

Varilla circular

$$r = r_o: \qquad \frac{\dot{q}r_o}{2} = U(T_s - T_\infty) \tag{C.32}$$

Esfera

$$r = r_o: \qquad \frac{\dot{q}r_o}{3} = U(T_s - T_\infty) \tag{C.33}$$

APÉNDICE **D**

Representación gráfica de conducción transitoria unidimensional en una pared plana, cilindro largo y esfera

En las secciones 5.4 y 5.5, se desarrollaron aproximaciones de un término para la conducción transitoria unidimensional en una pared plana (con condiciones de convección simétricas) y en sistemas radiales (cilindro largo y esfera). Los resultados se aplican para $Fo > 0.2$ y se pueden representar de manera conveniente en formas gráficas que ilustran la dependencia funcional de la distribución de temperatura transitoria sobre los números de Biot y de Fourier.

Los resultados para la pared plana (figura 5.6*a*) se presentan en las figuras D.1 a D.3. La figura D.1 se puede usar para obtener la temperatura del *plano medio* de la pared $T(0, t) \equiv T_o(t)$, en cualquier tiempo durante el proceso transitorio. Si se conoce T_o para valores particulares de Fo y Bi, la figura D.2 se puede usar para determinar la temperatura correspondiente en cualquier posición *fuera del plano medio*. De aquí, la figura D.2 se debe usar junto con la figura D.1. Por ejemplo, si se desea determinar la temperatura superficial ($x^* = \pm 1$) en algún tiempo t, se usaría primero la figura D.1 para determinar T_o en t. La figura D.2 se usaría después para determinar la temperatura superficial a partir del conocimiento de T_o. El procedimiento de invertiría si el problema fuera el de determinar el tiempo que se requiere para que la superficie alcance una temperatura establecida.

Los resultados gráficos para la energía transferida de una pared plana en el intervalo de tiempo t se presentan en la figura D.3. Estos resultados se generaron a partir de las ecuaciones 5.46. La transferencia de calor adimensional Q/Q_o se expresa exclusivamente en términos de Fo y Bi.

Los resultados para el cilindro infinito se presentan en las figuras D.4 a D.6, y los de la esfera se presentan en las figuras D.7 a D.9, donde el número de Biot se define en términos del radio r_o.

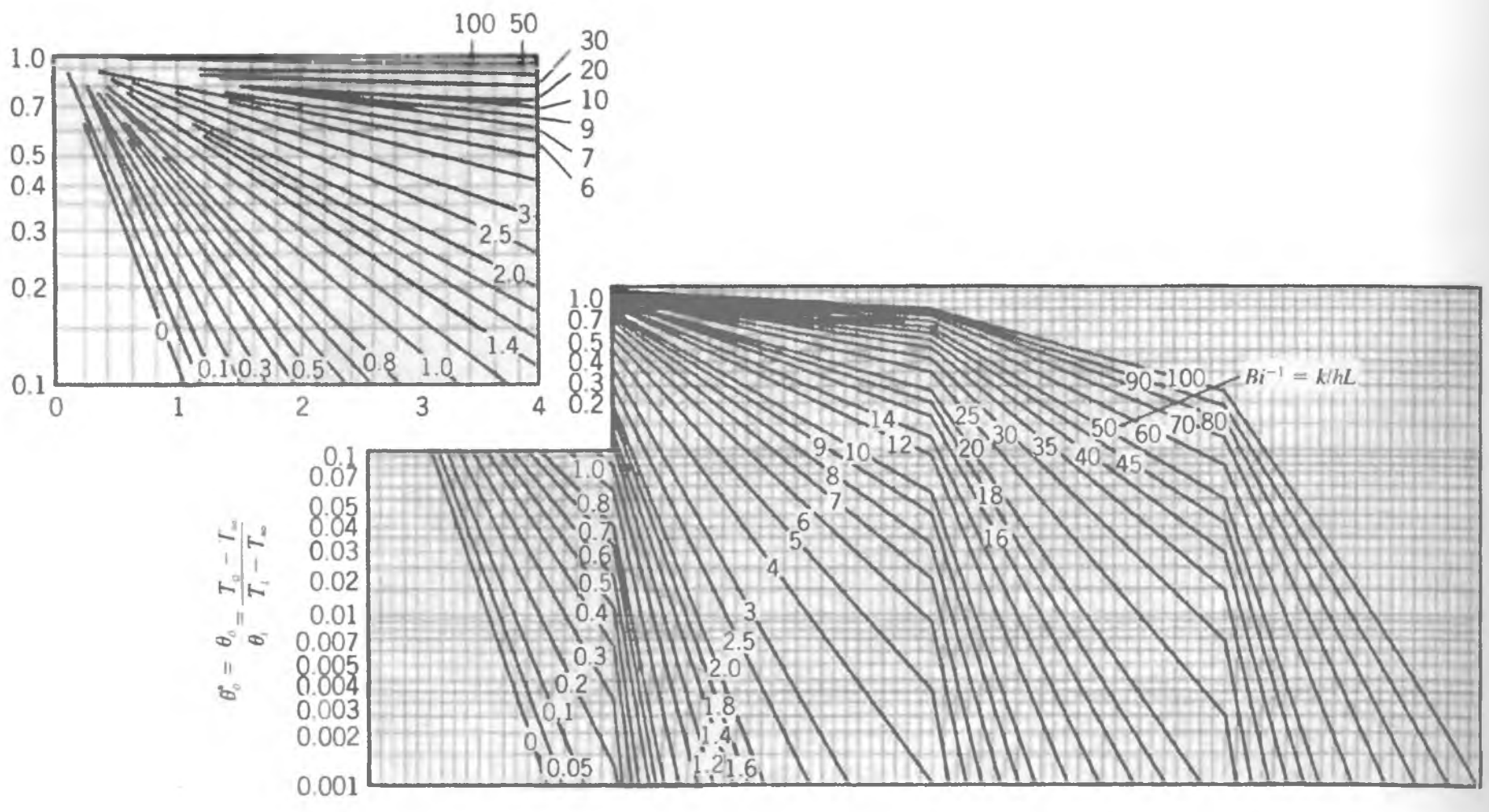


Figura D.1 Temperatura del plano medio como función del tiempo para una pared plana de espesor $2L$ [1]. Gráfica usada con permiso.

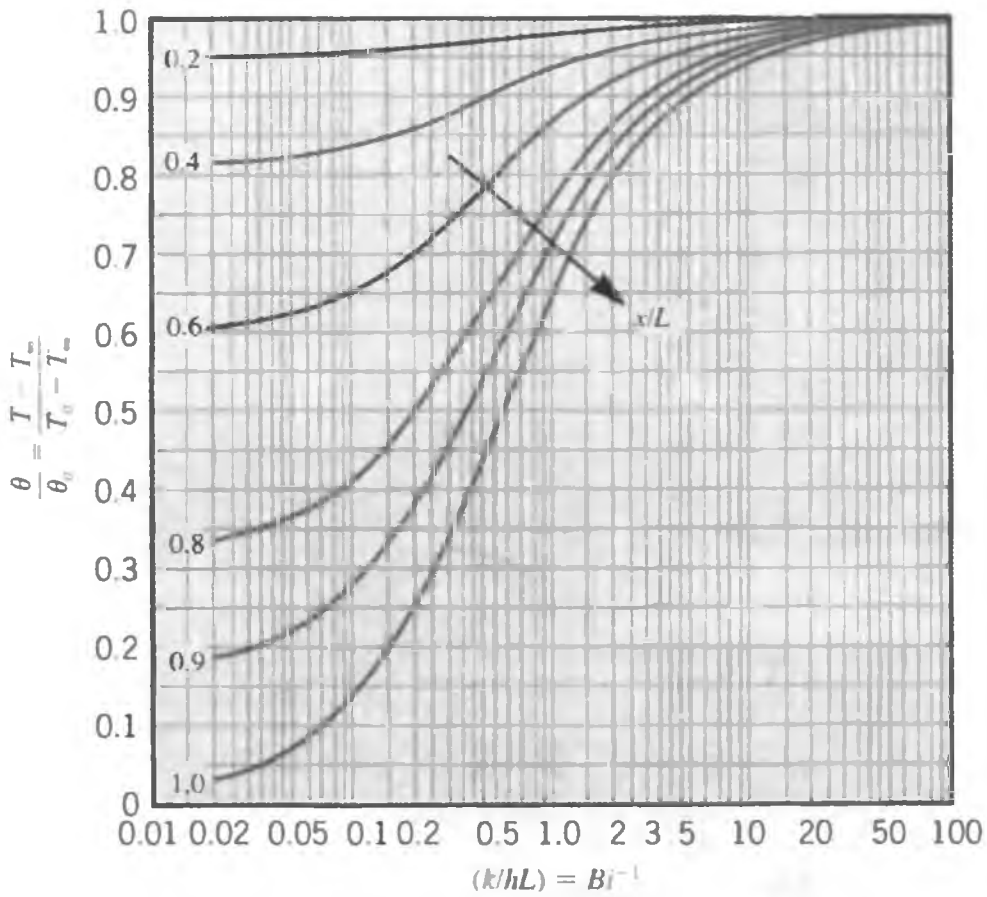


FIGURA D.2 Distribución de temperatura en una pared plana de espesor $2L$ [1]. Gráfica usada con permiso.

Las gráficas anteriores también se pueden usar para determinar la respuesta transitoria de una pared plana, un cilindro infinito o una esfera sujeta a un *cambio súbito en la temperatura superficial*. Para tal condición sólo es necesario reemplazar T_∞ con la temperatura superficial establecida T_s y fijar Bi^{-1} igual a cero. Al hacer esto, tácitamente se supone infinito el coeficiente de convección, en cuyo caso $T_\infty = T_s$.

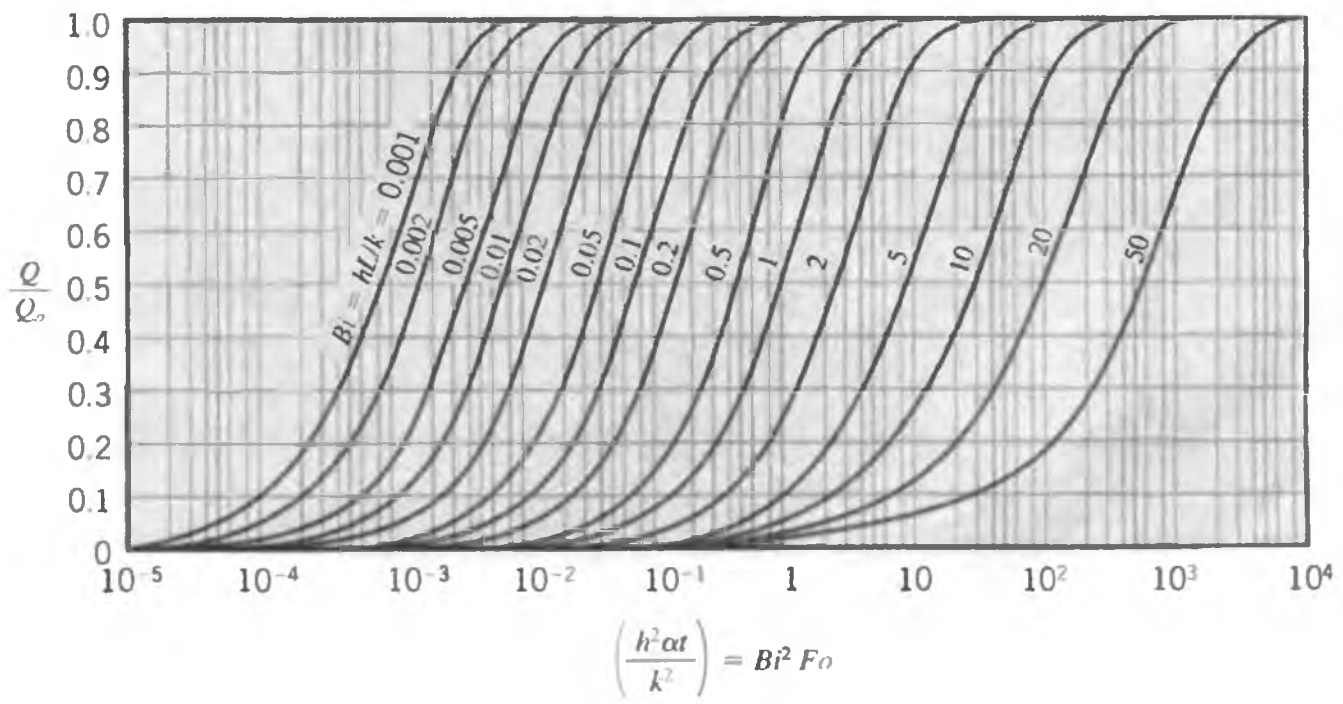


FIGURA D.3 Cambio de la energía interna como función del tiempo para una pared plana de espesor $2L$ [2]. Gráfica adaptada con permiso.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede del Litoral

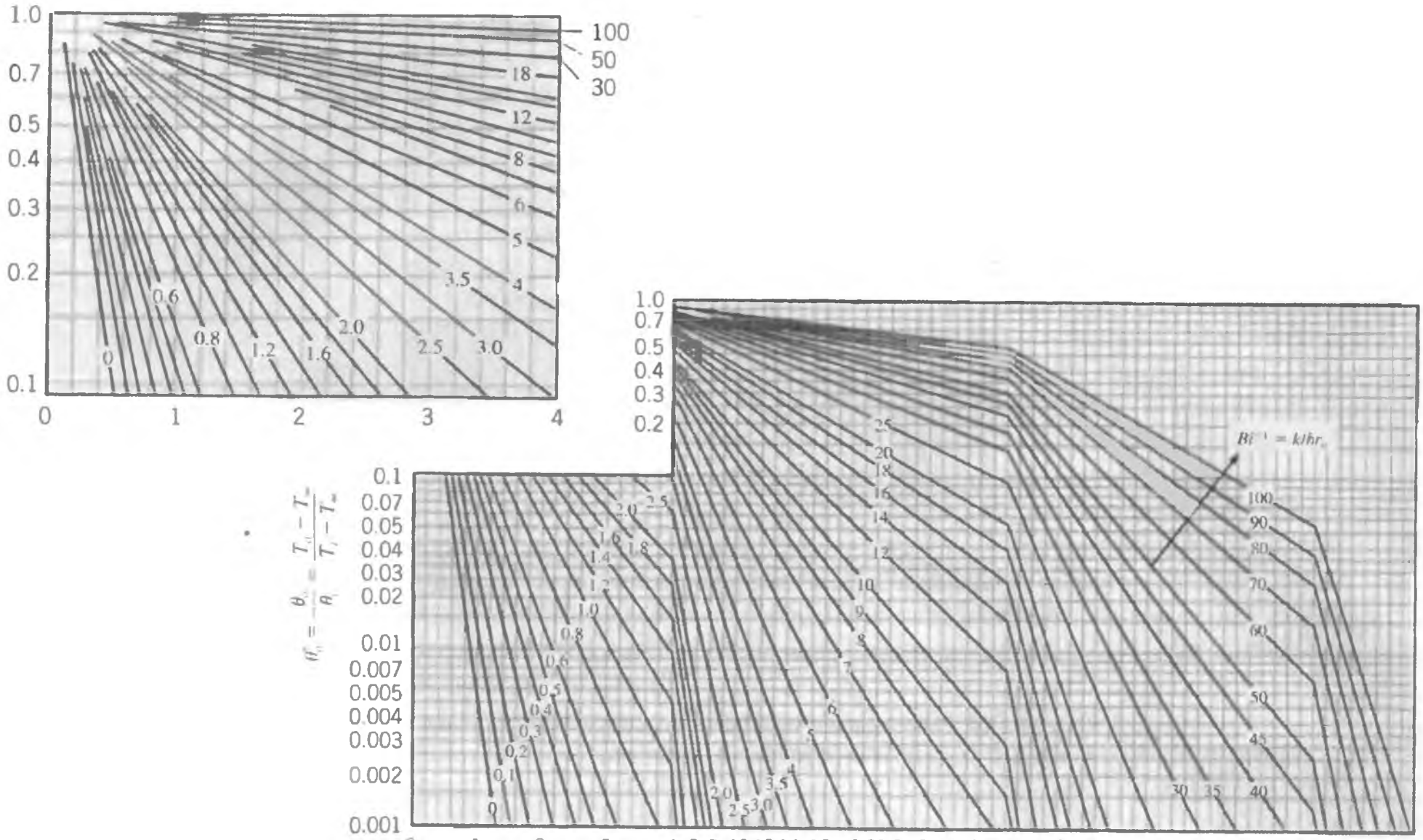


FIGURA D.4 Temperaturas de la línea central como función del tiempo para un cilindro infinito de radio r_o [1]. Gráfica usada con permiso.

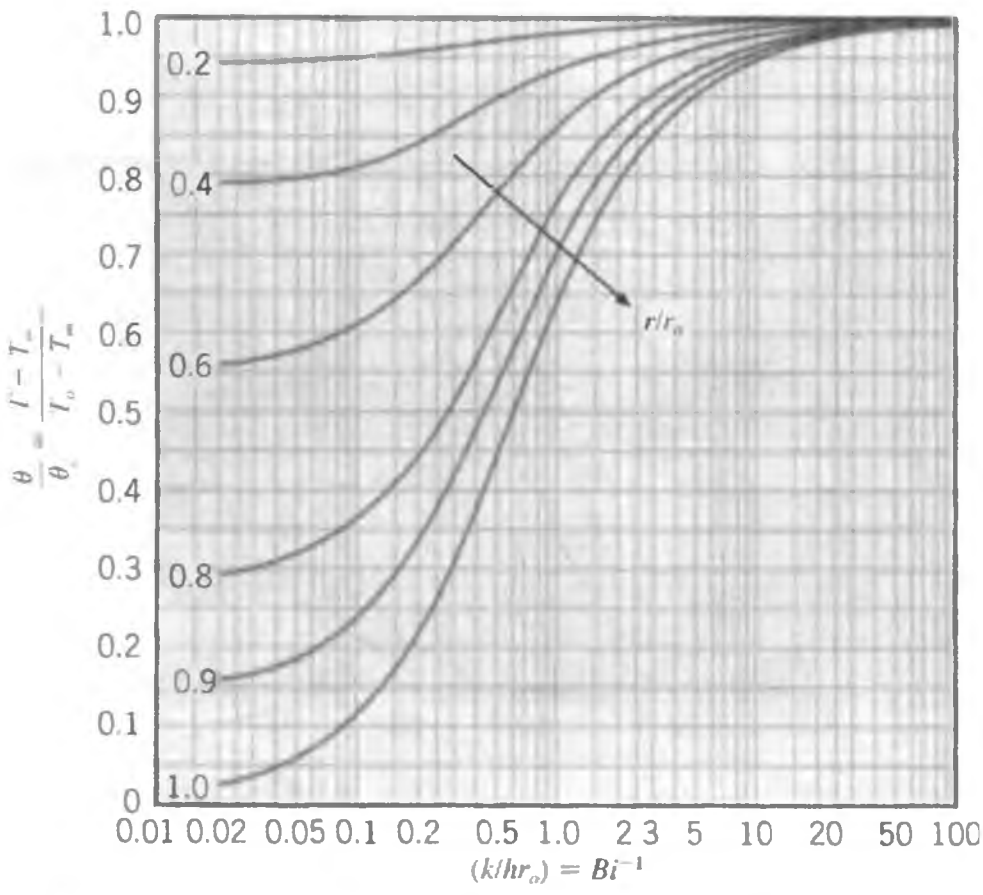


FIGURA D.5 Distribución de temperaturas en un cilindro infinito de radio r_o [1]. Gráfica usada con permiso.

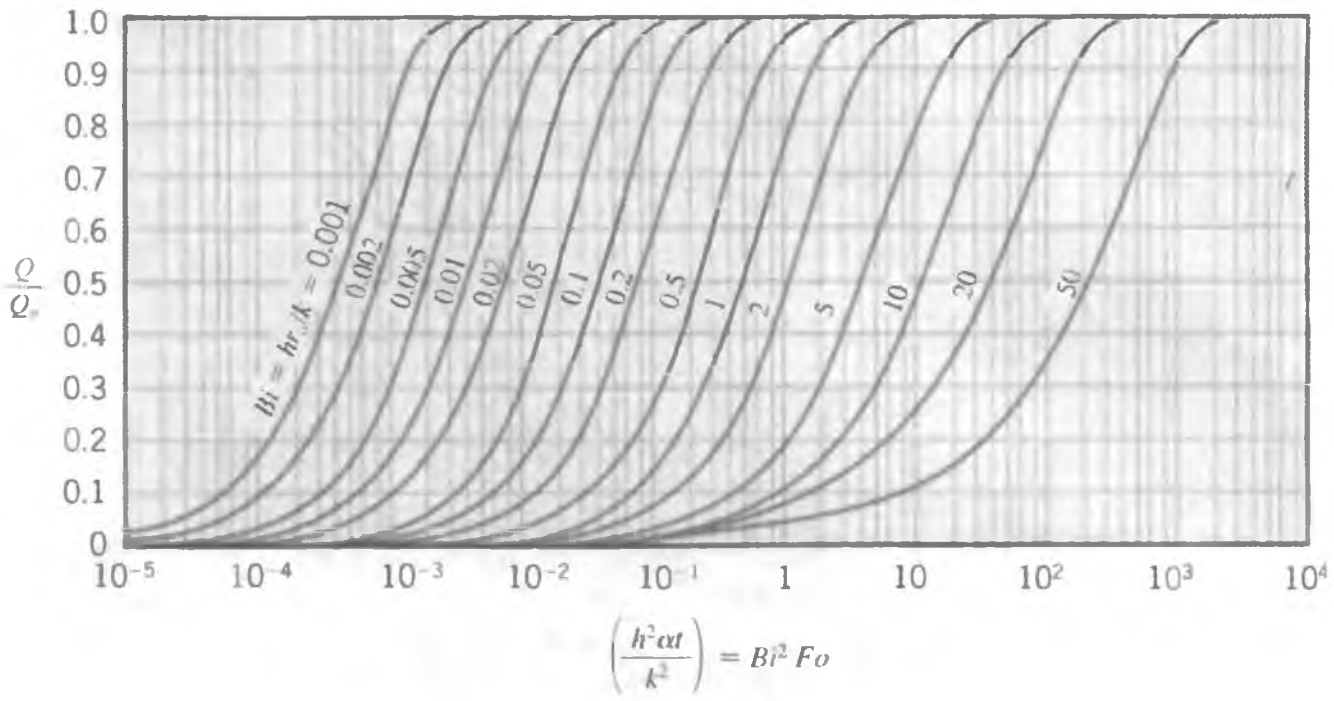


Figura D.6 Cambio de energía interna como función del tiempo para un cilindro infinito de radio r_o [2]. Gráfica adaptada con permiso.

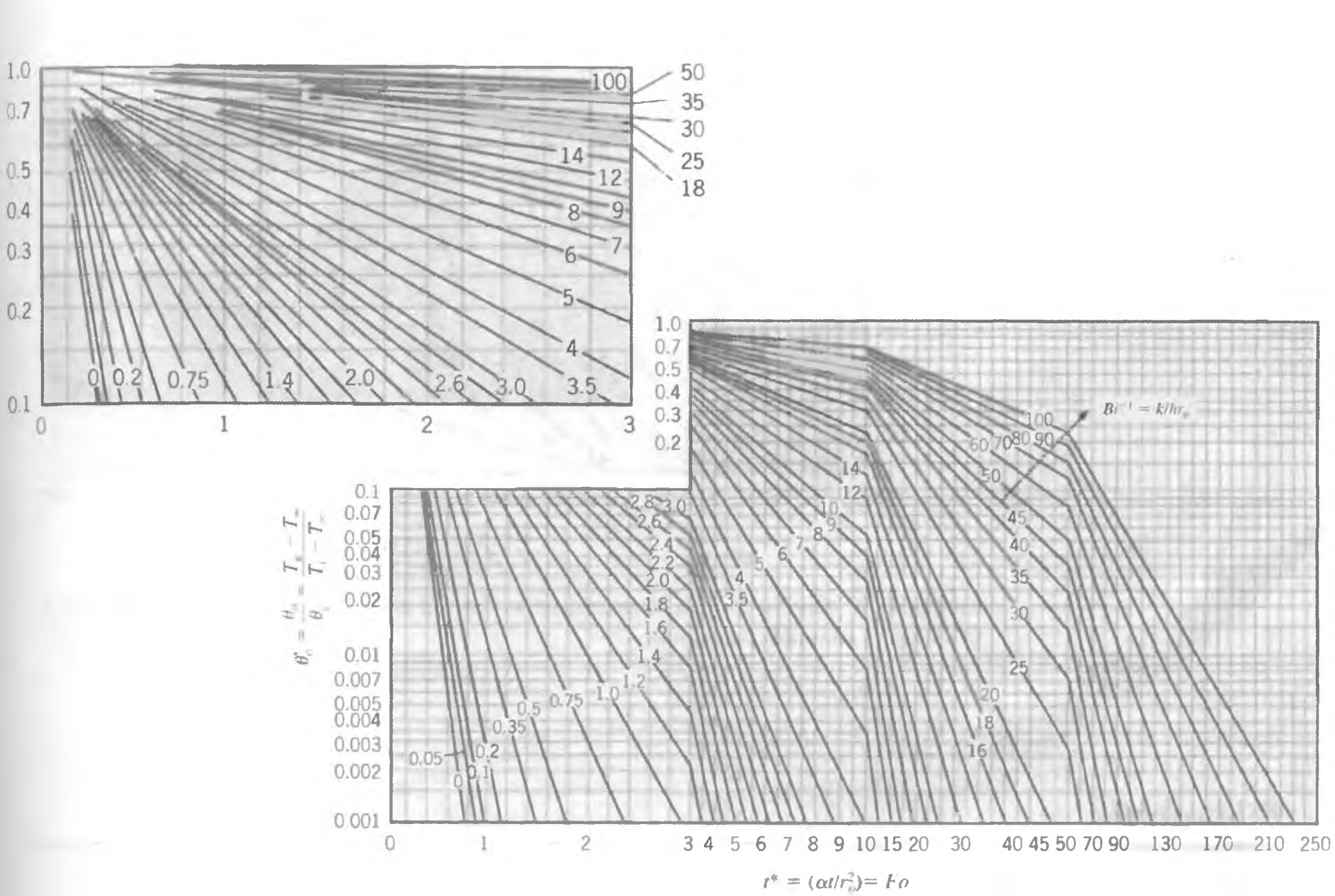


Figura D.7 Temperatura del centro como función del tiempo en una esfera de radio r_o [1]. Gráfica usada con permiso.

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede del Litoral

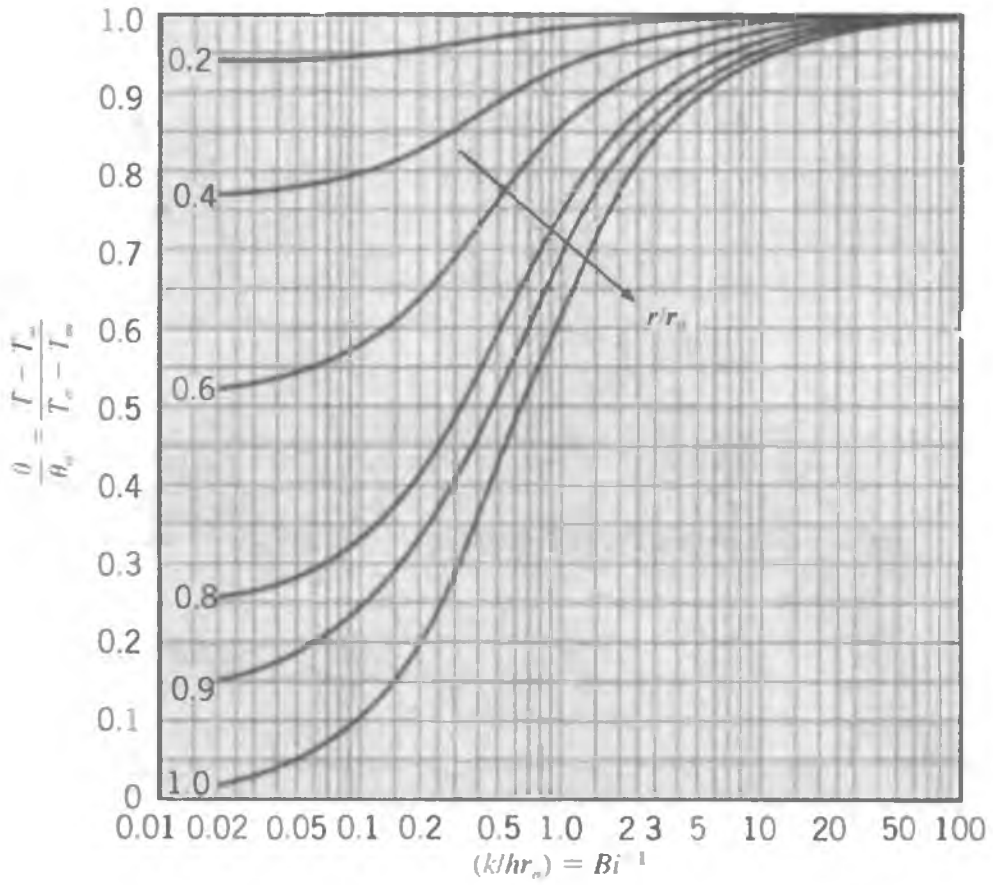


Figura D.8 Distribución de temperaturas en una esfera de radio r_o [1]. Gráfica usada con permiso.

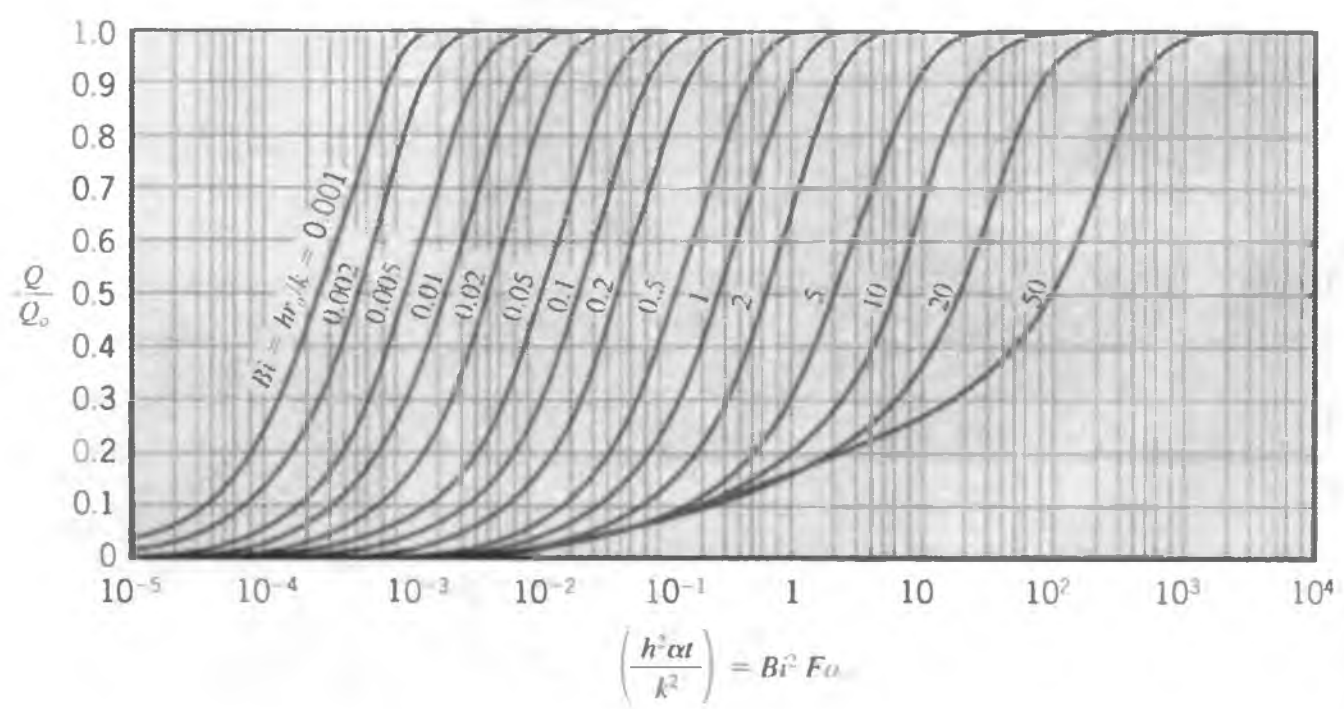


Figura D.9 Cambio de energía interna como función del tiempo para una esfera de radio r_o [2]. Gráfica adaptada con permiso.

Bibliografía

1. Heisler, M. P., *Trans. SME*, **69,** 227–236, 1947.
2. Gröber, H., S. Erk, y U. Grigull, *Fundamentals of Heat Trasfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1961.

APÉNDICE E

Solución integral de capa límite laminar para flujo paralelo en una placa plana

Un método alternativo para resolver las ecuaciones de capa límite implica el uso de un método *integral* aproximado. El procedimiento fue originalmente propuesto por von Kárman [1] en 1921 y aplicado por primera vez por Pohlhausen [2]. No tiene las complicaciones matemáticas inherentes al método *exacto* (*de similitud*) de la sección 7.2.1, pero se puede usar para obtener resultados razonablemente precisos de los parámetros de capa límite clave (δ, δ_t, δ_c, C_f, h, y h_m). Aunque el método se ha utilizado con algún éxito para una variedad de condiciones de flujo, restringimos nuestra atención al flujo paralelo sobre una placa plana, sujeto a las mismas restricciones enumeradas en la sección 7.2.1, es decir, *flujo laminar incompresible* con *propiedades de fluido constantes* y *disipación viscosa insignificante*.

Para usar el método, las ecuaciones de capa límite, ecuaciones 7.4 a 7.7, se deben presentar en forma integral. Estas formas se obtienen al integrar las ecuaciones en la dirección y a lo largo de la capa límite. Por ejemplo, al integrar la ecuación 7.4, obtenemos

$$\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\,dy + \int_0^\delta \frac{\partial v}{\partial y}\,dy = 0 \tag{E.1}$$

o, como $v = 0$ en $y = 0$,

$$v(y = \delta) = -\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\,dy \tag{E.2}$$

De manera similar, de la ecuación 7.5, obtenemos

$$\int_0^\delta u\frac{\partial u}{\partial x}\,dy + \int_0^\delta v\frac{\partial u}{\partial y}\,dy = \nu\int_0^\delta \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)dy$$

o, al integrar el segundo término del lado izquierdo por partes,

$$\int_0^\delta u\frac{\partial u}{\partial x}\,dy + uv\Big|_0^\delta - \int_0^\delta u\frac{\partial v}{\partial y}\,dy = \nu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_0^\delta$$

Al sustituir de las ecuaciones 7.4 y E.2, obtenemos

$$\int_0^\delta u\frac{\partial u}{\partial x}\,dy - u_\infty\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\,dy + \int_0^\delta u\frac{\partial u}{\partial x}\,dy = -\nu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

o

$$u_\infty\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\,dy - \int_0^\delta 2u\frac{\partial u}{\partial x}\,dy = \nu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

Por tanto,

$$\int_0^\delta \frac{\partial}{\partial x}(u_\infty \cdot u - u \cdot u)\,dy = \nu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

Al reacomodar, obtenemos

$$\frac{d}{dx}\left[\int_0^\delta (u_\infty - u)u\,dy\right] = \nu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} \tag{E.3}$$

La ecuación E.3 es la forma integral de la ecuación de momento de capa límite. De forma similar, se pueden obtener las siguientes formas integrales de las ecuaciones de continuidad de especies y de energía de capa límite:

$$\frac{d}{dx}\left[\int_0^{\delta_t}(T_\infty - T)u\,dy\right] = \alpha\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \tag{E.4}$$

$$\frac{d}{dx}\left[\int_0^{\delta_c}(\rho_{A,\infty} - \rho_A)u\,dy\right] = D_{AB}\left.\frac{\partial \rho_A}{\partial y}\right|_{y=0} \tag{E.5}$$

Las ecuaciones E.3 a E.5 satisfacen los requerimientos de conservación del momento x, de la energía, y de conservación de especies en forma *integral* (o *promedio*) sobre toda la capa límite. En contraste, las ecuaciones de conservación originales, (7.5) a (7.7), satisfacen los requisitos de conservación de forma *local*, es decir, en cada punto de la capa límite.

Las ecuaciones integrales se pueden usar para obtener soluciones de capa límite *aproximadas*. El procedimiento implica primero *suponer* formas funcionales razonables para las incógnitas u, T, y ρ_A en términos de los espesores de capa límite (*desconocidos*) correspondientes. Las formas supuestas deben satisfacer las condiciones de frontera apropiadas. Al sustituir estas formas en las ecuaciones integrales, se pueden determinar expresiones para los espesores de la capa límite y las formas funcionales supuestas se pueden entonces especificar por completo. Aunque este método es aproximado, con frecuencia conduce a resultados precisos para los parámetros de la superficie.

Considere la capa límite hidrodinámica, para la cual las condiciones de frontera apropiadas son

$$u(y=0) = \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=\delta} = 0 \qquad \text{y} \qquad u(y=\delta)_{\infty} = u_\infty$$

De la ecuación 7.5 también se sigue que, como $u = v = 0$ en $y = 0$,

$$\left.\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right|_{y=0} = 0$$

Con las condiciones anteriores, podemos aproximar el perfil de velocidad como un polinomio de tercer grado de la forma

$$\frac{u}{u_\infty} = a_1 + a_2\left(\frac{y}{\delta}\right) + a_3\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + a_4\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

y aplicar las condiciones para determinar los coeficientes a_1 a a_4. Se verifica con facilidad que $a_1 = a_3 = 0$, $a_2 = \frac{3}{2}$ y $a_4 = -\frac{1}{2}$, en cuyo caso

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \tag{E.6}$$

El perfil de velocidad se especifica entonces en términos del espesor δ de la capa límite desconocido. Esta incógnita se puede determinar al sustituir la ecuación E.6 en E.3 e integrar sobre y para obtener

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{39}{280}u_\infty^2\,\delta\right) = \frac{3}{2}\frac{\nu u_\infty}{\delta}$$

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simon Bolivar - Sede del Litoral

Al separar variables e integrar sobre x, obtenemos

$$\frac{\delta^2}{2} = \frac{140}{13}\frac{\upsilon x}{u_\infty} + \text{constante}$$

Sin embargo, como $\delta = 0$ en la primera orilla de la placa ($x = 0$), la constante de integración debe ser cero y

$$\delta = 4.64\left(\frac{\upsilon x}{u_\infty}\right)^{1/2} = \frac{4.64x}{Re_x^{1/2}} \tag{E.7}$$

Al sustituir la ecuación E.7 en la ecuación E.6 y evaluar $\tau_s = \mu(\partial u/\partial y)_s$, también obtenemos

$$C_{f,x} = \frac{\tau_s}{\rho u_\infty^2/2} = \frac{0.646}{Re_x^{1/2}} \tag{E.8}$$

A pesar de la naturaleza aproximada del procedimiento anterior, las ecuaciones E.7 y E.8 se comparan bastante bien con los resultados que se obtienen a partir de la solución exacta, ecuaciones 7.19 y 7.20.

De manera similar se puede suponer un perfil de temperaturas de la forma

$$T^* = \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = b_1 + b_2\left(\frac{y}{\delta_t}\right) + b_3\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^2 + b_4\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3$$

y determinar los coeficientes a partir de las condiciones

$$T^*(y = 0) = \left.\frac{\partial T^*}{\partial y}\right|_{y=\delta_t} = 0$$

$$T^*(y = \delta_t) = 1$$

así como

$$\left.\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^2}\right|_{y=0} = 0$$

que se infiere de la ecuación de energía (7.6). Obtenemos entonces

$$T^* = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta_t} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3 \tag{E.9}$$

Al sustituir las ecuaciones E.6 y E.9 en la ecuación E.4, obtenemos, después de alguna manipulación y de suponer que $Pr \geq 1$,

$$\frac{\delta_t}{\delta} = \frac{Pr^{-1/3}}{1.026} \tag{E.10}$$

Este resultado concuerda bien con el que se obtiene de la solución exacta, ecuación 7.24. Además, el coeficiente convectivo de transferencia de calor se puede calcular entonces de

$$h = \frac{-k\,\partial T/\partial y|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = \frac{3}{2}\frac{k}{\delta_t}$$

Índice

A

absortividad (o absorbencia), 664-665, 667
  gaseosa, 754
adiabática, 60, 61, 101
advección, 6, 28, 297, 301, 303
aislante, 48
  espesor óptimo, 93-96
aleta:
  balance de energía, 113-114, 115
  efectividad, 120-122
  eficiencia, 122, 123, 124-126
  eficiencia global, 126, 127
  resistencia térmica, 121, 125, 127
  sección transversal constante, 114
  tipos, 112
alrededores, 10
análisis de Nusselt, 556-560
analogía:
  calor-masa, 321-322
  calor-momento (Reynolds), 327-328
ángulo acimutal, 637
ángulo cenital, 637, 749
ángulo sólido, 637
aproximación de Boussinesq, 485
arrastre de forma, 368
arrastre por fricción, 368

B

balance de especies:
  capa frontera de concentración, 291-292
  ecuación de difusión, 792-794
balance de masa:
  capa límite de concentración, *véase* balance de especies
  velocidad en la capa límite, 296-297
banco de tubos, 377

C

calor específico, 50
capa límite:
  aproximaciones, 308
  concentración, 289, 303, 308
  convección libre, 484
  ecuaciones, 309-310
  espesor, 289, 290, 291, 296, 351
  laminar, 294
  separación, 367
  similitud, 311-313, 486
  soluciones:
    integral, 876-879
    similitud, 349-354
  térmica, 6, 290, 301, 308
  transición, 295
  turbulenta, 294-295, 328-331
  velocidad, 6, 289, 294-296, 308
capacidad calorífica, 589, 599
capacitancia térmica, 214
cilindro:
  conducción en estado estable, 90-93
  flujo cruzado, 366-371
  generación interna de energía, 106-107, 862-867
  gráficas de Heisler y Gröber, 872-873
circuitos térmicos, 75, 78, 79, 91, 92, 128
coeficiente (volumétrico) de expansión térmica, 485
coeficiente de arrastre, 368
coeficiente de fricción, 290, 313, 320
  flujo interno, 424
  placa plana, 351, 353, 354, 355, 357
coeficientes de convección de transferencia de masa, 292, 516
  local, 286

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA
Universidad Simón Bolívar - Sede Litoral

promedio, 286
coeficientes de transferencia de calor:
convección, 8, 28
local, 284, 291
promedio, 285
global, 78, 92-93, 584-586
radiación, 10, 28
valores típicos, 8
concentración (especies):
masa, 285
molar, 286
condensación, 7, 536, 554
de película, 555, 556-562
en gotas, 554-556, 568
condición inicial, 60, 223
condiciones de frontera, 60, 223-224
punta de aleta, 118
sólido semiinfinito, 236-237
transferencia de masa, 795-796
condiciones unidimensionales, 55, 74
conducción, 2, 3, 28, 44
análisis alternativo, 86-87, 96
análisis de aleta, 113-114
factor de forma, 169, 170
conductividad térmica, 4, 46-49
valores típicos, 46, 47, 49
conservación de energía, 12, 21. *Véase también* energía, balance
conservación de especies, 791-792. *Véase también* balance de especies
constante de Henry, 796, 850
constante térmica de tiempo, 214
contradifusión equimolar, 805
convección, 2, 5, 28, 284
capa límite, 296-304
coeficientes, *véase* coeficientes de transferencia de calor; coeficientes de convección de transferencia de masa
combinada libre y forzada, 487, 515-516
condición de frontera, 60
convección libre, 484-486
ecuaciones de transferencia:
flujo interno, 439-441
convección forzada, 6
convección libre, 6, 482
convección natural, *véase* convección libre
correlaciones de transferencia de calor:
banco de tubos, 378-380
cilindro en flujo cruzado, 369, 370
condensación, 560-562, 565, 568
convección libre:
canal de placas paralelas, 506-508
cilindro horizontal, 502
esferas, 504
placa horizontal, 498
placa inclinada, 496-497
placa vertical, 489, 490, 493
recintos, 509-513
tabla de, 505
choque de chorro, 390-392
ebullición, 543-547, 553
esfera, 374
flujo externo, tabla de, 394, 395
flujo interno, tabla de, 460
placa plana, 352-358
tubo circular, 440, 444-447
tubo no circular, 449-450
tubos concéntricos, 455
correlaciones de transferencia de masa:
banco de tubos, 382
cilindro en flujo cruzado, 371
esfera, 374
flujo interno, 458
placa plana, 353, 354, 355, 356
correlaciones empíricas, 347-348. *Véase también* correlaciones de transferencia de calor; correlaciones de transferencia de masa
cuadrados curvilíneos, 168
cuerpo negro, 9. *Véase también* radiación
choque de chorro, 387-393

D

densidad, 50
diagrama de Moody, 424
diferencia de temperatura media aritmética, 436
diferencia de temperaturas media logarítmica, 382, 436, 590, 591
factor de corrección de un intercambiador de calor, 592
difusión, 3, 5, 28, 44
coeficiente, *véase* difusividad de masa
transferencia de masa, 784-785
generación de especies, 810
transitoria, 813-815
unidimensional en estado estable, 798-801, 802-806
difusividad de Eddy, 330
difusividad de masa, 291-292, 787, 791, 849
difusividad térmica, 50, 55
disipación viscosa, 302
dispersión, 681-683
distribución de temperatura, 52, 74, 91
bidimensional en estado estable, 163-167
campo, 52
capa límite, 314
generación interna de energía, 101, 107
gradiente, 45
gráficas de Heisler, 870-874

sólido semiinfinito, 236-240
superficie extendida, 114-118, 124
unidimensional en estado estable, 74, 91

E
ebullición, 7, 536
convección forzada, 538, 552-554
convección libre, 540
correlaciones, *véase* correlaciones de transferencia de calor
crisis, 543
curva, 538-540
de película, 541
flujo crítico, 541
nucleada, 541
pileta (de estanque), 537
punto de Leidenfrost, 541
saturada, 538
transición, 541
ecuación de calor, 52-57
bidimensional en estado estable, 162
coordenadas cilíndricas, 56
coordenadas esféricas, 57
coordenadas rectangulares, 53-55
discretización, 174-175, 248-249
generación interna de energía, 100, 106
unidimensional en estado estable, 74, 90
transitoria, 223
ecuación de continuidad, 297
ecuaciones de flujo, 4, 28
ecuaciones de transferencia, *véase* convección
efectividad
aleta, 120-122
intercambiador de calor, 599, 600
emisión, 634, 654
emisividad, 9, 28, 654-658
gaseosa, 750-754
energía:
almacenamiento, 13, 14, 54, 214, 226
balance, 12
capa límite térmica, 301-303
diferencias finitas, 175, 250
en un instante, 13, 54
flujo interno, 431-433
generación, 102, 107
intercambiador de calor, 587
intervalo de tiempo, 13
metodología, 21
resistencia interna despreciable, 213, 219
superficie extendida, 113-114
superficie, 19
cinética, 301
generación, 13, 14, 54, 100
interna o sensible, 7, 301
latente, 7, 536-537
trabajo, 301
unidades, 26
enfriamiento evaporativo, 325
esfera:
conducción en estado estable, 96
convección, 374
gráficas de Heisler y Gröber, 873, 874
esfuerzo:
cortante, 298-300
normal, 298-300
unidades, 27-28
viscoso, 297-300
esfuerzo cortante, 290, 313
estado estable, 4, 20, 55, 74, 87
estado saturado, 286
evaporación en una columna, 808
expansión en series de Taylor, 53

F
factor de forma:
integral, 718
reciprocidad, 719
regla de recinto, 720
relaciones, 719-726
resultados gráficos, 724, 725
factor de fricción, 320
banco de tubos, 377
flujo interno, 424-425
factor de impureza, 585
factor *j* de Colburn, 320, 328, 613
fluido estático, 484
fluido extensivo, 484
fluido newtoniano, 300
flujo de calor, 4, 8, 45, 76, 91, 284, 291
flujo de especies:
masa, 286, 292
molar, 286, 292
flujo de frontera libre, 483
flujo de momento, 298
flujo externo, 346
flujo interno, 420
formas de transferencia de calor, 2, 5, 28
fotones, 8, 635
fuerza de flotación, 482, 485
fuerzas de cuerpo, 297
función de error, 238, 857
funciones de Bessel, 229, 859, 860
funciones hiperbólicas, 116-118, 856

G
gráficas de Gröber, 871, 873, 874
gráficas de Heisler, 870-874

I
intensidad, 637-639
intercambiadores de calor:
  análisis:
    diferencia de temperaturas media logarítmica, 587-594
    efectividad-NTU, 599-604
  compacto, 584, 613-615
  contraflujo, 590-591
  coraza y tubos, 582, 583
  flujo cruzado, 582, 583
  flujo paralelo, 588-590
  NUT (número de unidades de transferencia), 600
  relaciones de efectividad-NUT, 601, 602
  tipos, 582-584
  tubos concéntricos, 582
inversión de matrices:
  análisis de diferencias finitas, 181
  intercambio de radiación superficial, 734
irradiación, 643, 662
isoterma, 5, 162, 166, 168
isotrópico, 45

L
lechos empacados, 393
ley de Beer, 750
ley de enfriamiento de Newton, 8
ley de Fick, 291, 292, 786-787
ley de Fourier, 4, 44-46, 52, 56, 57, 90, 96
  forma integrada, 87, 96
ley de Kirchhoff, 672
ley de Ohm, 76
ley de Planck, 647
ley de Wien, 647
línea adiabática, 167, 168
líneas de flujo de calor, 162, 168
longitud característica:
  gráficas de Heisler, 870
  resistencia interna despreciable, 216
longitud de entrada no calentada, 357
longitud de entrada, 420, 426
longitud media del haz, 753-754

M
mecanismos, 3, 5, 28, 284
mecanismos físicos, 3, 5, 28
medio no participante, 718
medio semitransparente, 662, 750
método de resistencia interna despreciable, 212-214, 218-221
método iterativo de Gauss-Seidel, 182
metodología:
  balance de energía, 21-22
  cálculo de intercambiador de calor, 607-608
  cálculo de la convección, 359
  solución de problemas, 22-23
métodos de diferencias finitas:
  criterio de estabilidad, 250, 256
  diferencia central, 248
  diferencias hacia adelante, 249
  diferencias hacia atrás, 256
  directo, 181
  estado estable, 173-180
  explícito, 249
  Gauss-Seidel, 182
  implícito, 256
  inversión de matrices, 181
  iterativo, 181, 182
  transitorio, 248-252
movimiento aleatorio, 3, 5, 284
movimiento global, 5, 284

N
número de Biot, 215, 225, 320
número de Bond, 320, 537
número de Eckert, 320
número de Fourier, 217, 224, 320
número de Graetz, 443
número de Grashof, 320, 487
número de Jakob, 320, 537
número de Lewis, 319, 320
número de Nusselt, 314, 320
número de Peclet, 320
número de Prandtl, 312, 318, 320, 537
número de Rayleigh, 490
número de Reynold, 312, 318, 320, 420
  crítico, 295, 421
número de Schmidt, 312, 319, 320
número de Sherwood, 315, 320, 330
número de Stanton, 320, 328
número de Weber, 321, 553

O
ondas electromagnéticas, 2, 8, 28, 635
  espectro, 636
opaco, 663, 667

P
parámetros adimensionales:
  capa límite, 311-313
  conducción transitoria, 224-225
  convección libre, 486-487, 490
  difusión transitoria, 815
  ebullición, 536-537
  tabla de, 312, 320, 322
pared compuesta, 77-79, 92-93
pared plana:

Conducción en estado estable, 74
conducción transitoria, 225-228
generación interna de energía, 100
gráficas de Heisler, 870-871
patrón de flujo, 167-168
placa plana, 348-358
pluma, 483
potencia emisiva, 640
presión:
caída:
banco de tubos, 383
flujo interno, 424
unidades, 27
propiedades de transporte, 4, 28, 46, 50
propiedades termofísicas, 49-51, 825
punto nodal, 173

R

radiación, 2, 9, 28, 634
absorción, 662-663
ambiental, 680-684
capas protectoras, 738-740
cielo, 683-684
circuitos, 731-734, 738, 740, 742
cuerpo negro, 9, 646-651
cavidad, 646, 672
funciones de radiación, 650
ley de Planck, 647
ley de Stefan-Boltzmann, 648
ley de Wien, 647
difusa, 640, 644, 645, 656, 666, 673
direccional, 636-637
emisión, 634
espectral, 635-636
glosario, 687-688
hemisférica, 639-640
intensidad, 638
intercambio, 718
cuerpo negro, 728-729
superficie gris difusa, 731-735, 738-740, 742-743
Ley de Beer, 750
ley de Kirchhoff, 672
reflexión, 662-663
difusa, 666
especular, 666
solar, 680-683
absorbencia, 664, 684
espectro, 682
irradiación, 681
total, 640, 643, 645
transmisión, 662-663
radiosidad, 645
razón de flujo de masa, 421
reacciones químicas, 304, 810
heterogéneas, 799, 802-804
homogéneas, 799, 810-811
red nodal, 173
reflectancia, 665-666
región completamente desarrollada, 421, 427-429
región de entrada, 420
resistencia:
calentamiento, 100
eléctrica, 76
masa, 800
térmica:
aleta, 121, 127
conducción, 76, 92, 96
contacto, 79-81
convección, 77
limitación, 110
radiación, 77
resistencia eléctrica, *véase* resistencia
resistencia térmica, *véase* resistencia

S

segunda ley del movimiento de Newton, 297-301
velocidad dentro de la capa límite, 297-301
separación de variables, 163
separación, 126, 377, 383
sistemas multidimensionales, 242-244
sólido semiinfinito, 236-240
solubilidad, 796, 850
solución de Blasius, 350
solución integral para la capa límite, 876-879
soluciones de semejanza en capas límite, 349, 488
Stefan-Boltzmann:
constante, 9, 648
ley, 9, 648
superficie extendida, 110
superficie gris, 673-675
superficie rerradiante, 742-743

T

tasa de calor, 4, 45, 76, 91
temperatura de una película, 348
temperatura media, 427
tensión superficial, 536
teorema pi de Buckingham, 315, 536
termodinámica, 2, 12
primera ley, *véase* balance de energía
propiedades, 50
tiempo:
instantáneo, 13
intervalo, 13
trabajo de flujo, 431
transferencia de calor, 2
transferencia de masa, 784

DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECA

transmisividad, 666
tubos concéntricos, 454, 512
turbulencia, 328

U
unidades, 25-28
  inglesas, 26
  SI, 26

V
velocidad media, 421
viscosidad:
  cinemática, 50
  dinámica, 290
volumen de control, 12
  diferencial, 22, 52-53
  finito, 22, 175

Factores de conversión

Aceleración	1 m/s^2	= 4.2520×10^7 pie/h^2
Área	1 m^2	= 1550.0 $pulg^2$
		= 10.764 pie^2
Energía	1 J	= 9.4787×10^{-4} Btu
Fuerza	1 N	= 0.22481 lb_f
Transferencia de calor	1 W	= 3.4123 Btu/h
Flujo de calor	1 W/m^2	= 0.3171 Btu/h · pie^2
Generación de calor	1 W/m^3	= 0.09665 Btu/h · pie^3
Coeficiente de transferencia de calor	1 $W/m^2 \cdot K$	= 0.17612 Btu/h·pie^2 · °F
Viscosidad cinemática y coeficiente de difusión	1 m^2/s	= 3.875×10^4 pie^2/h
Calor latente	1 J/kg	= 4.2995×10^{-4} Btu/lb_m
Longitud	1 m	= 39.370 pulg
		= 3.2808 pies
	1 km	= 0.62137 millas
Masa	1 kg	= 2.2046 lb_m
Densidad de masa	1 kg/m^3	= 0.062428 lb_m/pie^3
Flujo de masa	1 kg/s	= 7936.6 lb_m/h
Coeficiente de transferencia de masa	1 m/s	= 1.1811×10^4 pie/h
Presión y tensión[1]	1 N/m^2	= 0.020886 lb_f/pie^2
		= 1.4504×10^{-4} $lb_f/pulg^2$
		= 4.015×10^{-3} pulg de agua
		= 2.953×10^{-4} pulg de Hg
	1.0133×10^5 N/m^2	= 1 atmósfera estándar
	1×10^5 N/m^2	= 1 bar
Calor específico	1 J/kg · K	= 2.3886×10^{-4} Btu/lb_m · °F
Temperatura	K	= (5/9)°R
		= (5/9)(°F + 459.67)
		= °C + 273.15
Diferencia de temperatura	1 K	= 1°C
		= (9/5)°R = (9/5)°F
Conductividad térmica	1 W/m · K	= 0.57782 Btu/h · pie · °F
Resistencia térmica	1 K/W	= 0.52750 °F/h · Btu
Viscosidad (dinámica)[2]	1 N · s/m^2	= 2419.1 $lb_m/pie \cdot h$
		= 5.8016×10^{-6} $lb_f \cdot h/pie^2$
Volumen	1 m^3	= 6.1023×10^4 $pulg^3$
		= 35.314 pie^3
		= 264.17 galones
Flujo de volumen	1 m^3/s	= 1.2713×10^5 pie^3/h
		= 2.1189×10^3 pie^3/min
		= 1.5850×10^4 galón/min

[1] El nombre SI para la cantidad de presión es Pascal (Pa) con unidades N/m^2 o $kg/m \cdot s^2$.

[2] También se expresa en unidades equivalentes de kg/s · m.

Constantes físicas

Constante universal de los gases:

$$\mathcal{R} = 8.205 \times 10^{-2}\ \text{m}^3 \cdot \text{atm/kmol} \cdot \text{K}$$
$$= 8.314 \times 10^{-2}\ \text{m}^3 \cdot \text{bar/kmol} \cdot \text{K}$$
$$= 8.315\ \text{kJ/kmol} \cdot \text{K}$$
$$= 1545\ \text{pie} \cdot \text{lb}_f/\text{lbmol} \cdot {}^\circ\text{R}$$
$$= 1.986\ \text{Btu/lbmol} \cdot {}^\circ\text{R}$$

Número de Avogadro:

$$\mathcal{N} = 6.024 \times 10^{23}\ \text{moléculas/mol}$$

Constante de Planck:

$$h = 6.625 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s/molécula}$$

Constante de Boltzmann:

$$k = 1.380 \times 10^{-23}\ \text{J/K} \cdot \text{molécula}$$

Velocidad de la luz en el vacío:

$$c_0 = 2.998 \times 10^8\ \text{m/s}$$

Constante de Stefan-Boltzmann:

$$\sigma = 5.670 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$
$$= 0.1714 \times 10^{-8}\ \text{Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot {}^\circ\text{R}^4$$

Constantes de radiación de cuerpo negro:

$$C_1 = 3.7420 \times 10^8\ \text{W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2$$
$$= 1.187 \times 10^8\ \text{Btu} \cdot \mu\text{m}^4/\text{h} \cdot \text{pie}^2$$
$$C_2 = 1.4388 \times 10^4\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$$
$$= 2.5897 \times 10^4\ \mu\text{m} \cdot {}^\circ\text{R}$$
$$C_3 = 2897.8\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$$
$$= 5215.6\ \mu\text{m} \cdot {}^\circ\text{R}$$

Aceleración gravitacional (nivel del mar):

$$g = 9.807\ \text{m/s}^2$$

Presión atmosférica normal:

$$p = 101.325\ \text{N/m}^2$$

PROGRAMAS EDUCATIVOS S A DE C V
CALZ CHABACANO NO 65
COL ASTURIAS DELG CUAUHTEMOC
C P 06850 MEXICO, D F

EMPRESA CERTIFICADA POR EL
INSTITUTO MEXICANO DE NORMALIZACIÓN
Y CERTIFICACION A C BAJO LAS NORMAS
ISO-9002 1994/NMX-CC-004 1995
CON EL NO DE REGISTRO RSC-048
E ISO-14001 1996/NMX-SAA-001 1998 IMNC/
CON EL NO DE REGISTRO RSAA-003



Fundamentos de Transferencia de Calor

CUARTA EDICIÓN

A través de aproximadamente quince años, desde la publicación de la primera edición, este texto ha llegado a ser una representación clara y madura de la enseñanza de la transferencia de calor.
Un primer curso de transferencia de calor debe, sobre todo, propiciar dos cosas: lograr una apreciación de los orígenes físicos del tema y, establecer la relación de estos orígenes con el comportamiento de los sistemas térmicos. Para llevarlo a cabo son necesarias metodologías que faciliten la aplicación del tema a una amplia gama de problemas prácticos, y fomentarse la facilidad para realizar la clase de análisis de ingeniería que, aunque no exacto, proporcione información útil con respecto al diseño y/o funcionamiento de un sistema o proceso. Los requisitos de este tipo de análisis incluyen la capacidad de distinguir procesos de transporte relevantes, simplificar suposiciones, identificar las variables dependientes e independientes adecuadas, desarrollar las expresiones apropiadas a partir de los principios fundamentales, así como emplear las herramientas necesarias a partir de la base del conocimiento de la transferencia de calor.

Contenido

- Introducción a la conducción
- Conducción unidimensional de estado estable
- Conducción bidimensional en estado estable
- Conducción en estado transitorio
- Introducción a la convección
- Flujo externo
- Flujo interno
- Convección libre
- Ebullición y condensación
- Intercambiadores de calor
- Radiación: procesos y propiedades
- Intercambio de radiación entre superficies
- Transferencia de masa por difusión

ISBN-970-17-0170-4

9 789701 701706 90000

Visítenos en:
www.pearsonedlatino.com

Pearson Educación