

CAPÍTULO

6

Análisis de estructuras

CAPÍTULO 6 ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS

- 6.1 Introducción
- 6.2 Definición de una armadura
- 6.3 Armaduras simples
- 6.4 Análisis de armaduras mediante el método de los nodos
- 6.5 Nodos bajo condiciones especiales de carga
- 6.6 Armaduras en el espacio o espaciales
- 6.7 Análisis de armaduras por el método de secciones
- 6.8 Armaduras formadas por varias armaduras simples
- 6.9 Estructuras que contienen elementos sujetos a fuerzas múltiples
- 6.10 Análisis de un armazón
- 6.11 Armazones que dejan de ser rígidos cuando se separan de sus soportes
- 6.12 Máquinas

6.1. INTRODUCCIÓN

Los problemas considerados en los capítulos anteriores estuvieron relacionados con el equilibrio de un solo cuerpo rígido y todas las fuerzas involucradas eran externas a este último. A continuación se estudian problemas que tratan sobre el equilibrio de estructuras formadas por varias partes que están conectadas entre sí. Estos problemas, además de determinar las fuerzas externas que actúan sobre la estructura, implican calcular las fuerzas que mantienen unidas a las diversas partes que la constituyen. Desde el punto de vista de la estructura como un todo, estas fuerzas son *fuerzas internas*.

Por ejemplo, considérese la grúa mostrada en la figura 6.1a, la cual soporta una carga W . La grúa consta de tres vigas AD , CF y BE que están conectadas por medio de pernos sin fricción; la grúa está apoyada por un perno en A y un cable DG . La figura 6.1b representa el diagrama de cuerpo libre de la grúa. Las fuerzas externas que se muestran en el diagrama incluyen al peso W , a las dos componentes A_x y A_y de la reacción en A y a la fuerza T ejercida por el cable en D . Las fuerzas internas que mantienen unidas las diversas partes de la grúa no aparecen en el diagrama. Sin embargo, si se desarma la grúa y se dibuja un diagrama de cuerpo libre para cada una de las partes que la constituyen, las fuerzas que mantienen unidas a las tres vigas también estarán representadas puesto que dichas fuerzas son externas desde el punto de vista de cada una de las partes que forman la grúa (figura 6.1c).

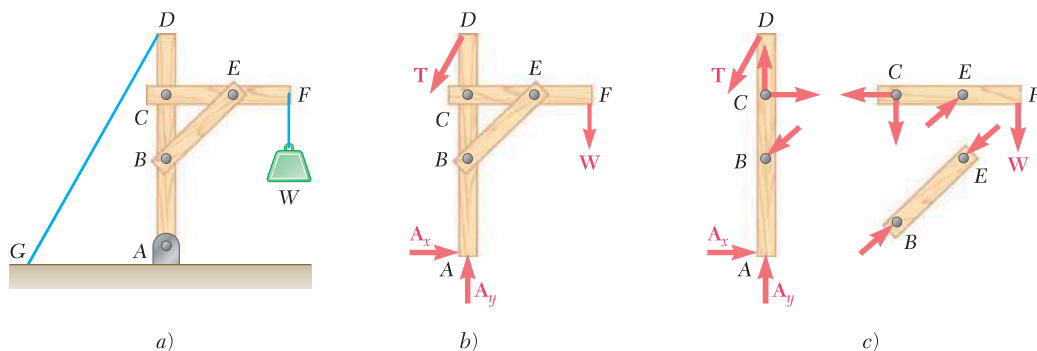


Figura 6.1

Se debe señalar que la fuerza ejercida en B por el elemento BE sobre el elemento AD se ha representado como igual y opuesta a la fuerza ejercida en ese mismo punto por el elemento AD sobre el elemento BE ; la fuerza ejercida en E por el elemento BE sobre el elemento CF se muestra igual y opuesta a la fuerza ejercida por el elemento CF sobre el elemento BE y las componentes de la fuerza ejercida en C por el elemento CF sobre el elemento AD se presentan iguales y opuestas a las componentes de la fuerza ejercida por el elemento AD sobre el elemento CF . Lo anterior está sujeto a la tercera ley de Newton, la cual establece que *las fuerzas de acción y reacción entre cuerpos en contacto tienen la misma magnitud, la misma línea de acción y sentidos opuestos*. Como se señaló en el capítulo 1, esta ley, que está basada en la evidencia experimental, es uno de los seis principios fundamentales de la mecánica elemental y su aplicación es esencial para la solución de problemas que involucran a cuerpos que están conectados entre sí.

En este capítulo se considerarán tres categorías amplias de estructuras de ingeniería.

1. **Armaduras**, las cuales están diseñadas para soportar cargas y por lo general son estructuras estacionarias que están totalmente restringidas. Las armaduras consisten exclusivamente de elementos rectos que están conectados en nodos localizados en los extremos de cada elemento. Por tanto, los elementos de una armadura son *elementos sujetos a dos fuerzas*, esto es, elementos sobre los cuales actúan dos fuerzas iguales y opuestas que están dirigidas a lo largo del elemento.
2. **Armazones**, los cuales están diseñados para soportar cargas, se usan también como estructuras estacionarias que están totalmente restringidas. Sin embargo, como en el caso de la grúa de la figura 6.1, los armazones siempre contienen por lo menos un *elemento sujeto a varias fuerzas*, esto es, un elemento sobre el cual actúan tres o más fuerzas que, en general, no están dirigidas a lo largo del elemento.
3. **Máquinas**, las cuales están diseñadas para transmitir y modificar fuerzas, son estructuras que contienen partes en movimiento. Las máquinas, al igual que los armazones, siempre contienen por lo menos un elemento sujeto a varias fuerzas.



Fotografía 6.1 En la foto se muestra una conexión con juntas de pasador sobre el acceso al puente de la Bahía de San Francisco y Oakland.

ARMADURAS

6.2. DEFINICIÓN DE UNA ARMADURA

La armadura es uno de los principales tipos de estructuras que se usan en la ingeniería. Ésta proporciona una solución práctica y económica para muchas situaciones de ingeniería, en especial para el diseño de puentes y edificios. En la figura 6.2a se muestra una armadura típica. Una armadura consta de elementos rectos que se conectan en nodos. Los elementos de la armadura sólo están conectados en sus extremos; por tanto, ningún elemento continúa más allá de un nodo. Por ejemplo, en la figura 6.2a no existe un elemento AB , en su lugar existen dos elementos distintos AD y DB . La mayoría de las estructuras reales están hechas a partir de varias armaduras unidas entre sí para formar una armadura espacial. Cada armadura está diseñada para soportar aquellas cargas que actúan en su plano y, por tanto, pueden ser tratadas como estructuras bidimensionales.

Los elementos de una armadura, por lo general, son delgados y sólo pueden soportar cargas laterales pequeñas; por eso todas las cargas deben estar aplicadas en los nodos y no sobre los elementos. Cuando se va a aplicar una carga concentrada entre dos nodos o cuando la armadura debe soportar una carga distribuida, como en el caso de la armadura de un puente, debe proporcionarse un sistema de piso, el cual, mediante el uso de travesaños y largueros, transmite la carga a los nodos (figura 6.3).

Los pesos de los elementos de la armadura los cargan los nodos, aplicándose la mitad del peso de cada elemento a cada uno de los nodos a los que éste se conecta. A pesar de que en realidad los elementos están unidos entre sí por medio de conexiones romachadas o soldadas, es común suponer que los elementos están conectados por medio de pernos; por tanto, las fuerzas que actúan en cada uno de los extremos del elemento se reducen a una sola fuerza y no existe un par. De

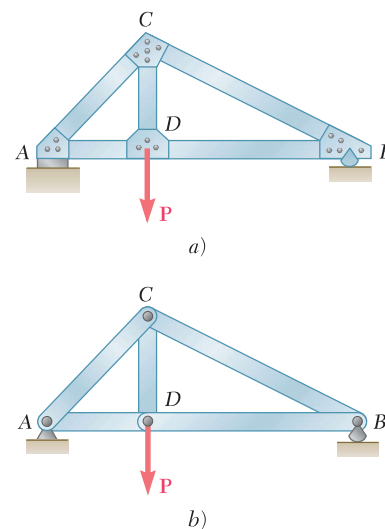


Figura 6.2

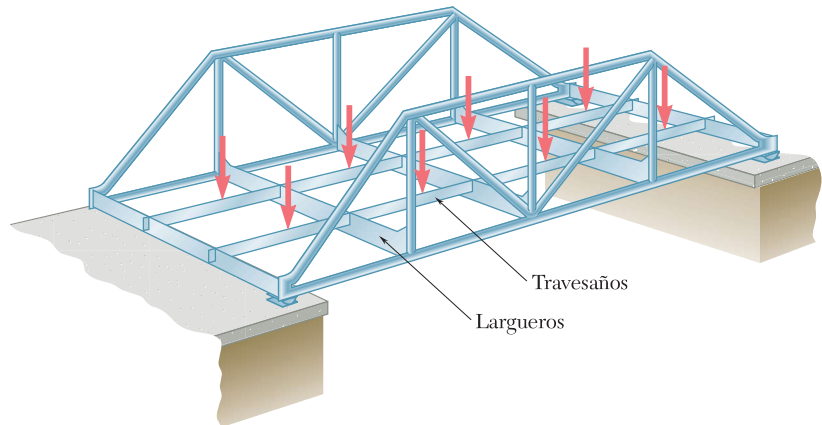


Figura 6.3

esta forma se supone que las únicas fuerzas que actúan sobre un elemento de la armadura son una sola fuerza en cada uno de los extremos del elemento. Entonces, cada elemento puede tratarse como sometido a la acción de dos fuerzas, mientras que la armadura, como un todo, puede considerarse como un grupo de pernos y elementos sujetos a dos fuerzas (figura 6.2b). Sobre un elemento individual pueden actuar fuerzas, como las que se muestran en cualquiera de los croquis de la figura 6.4. En la figura 6.4a las fuerzas tienden a estirar al elemento y éste está en tensión; en la figura 6.4b las fuerzas tienden a comprimir al elemento y el mismo está en compresión. En la figura 6.5 se muestran algunas armaduras típicas.

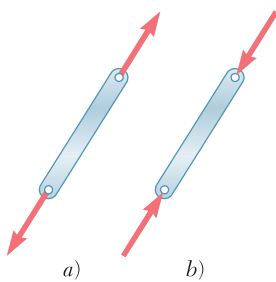


Figura 6.4

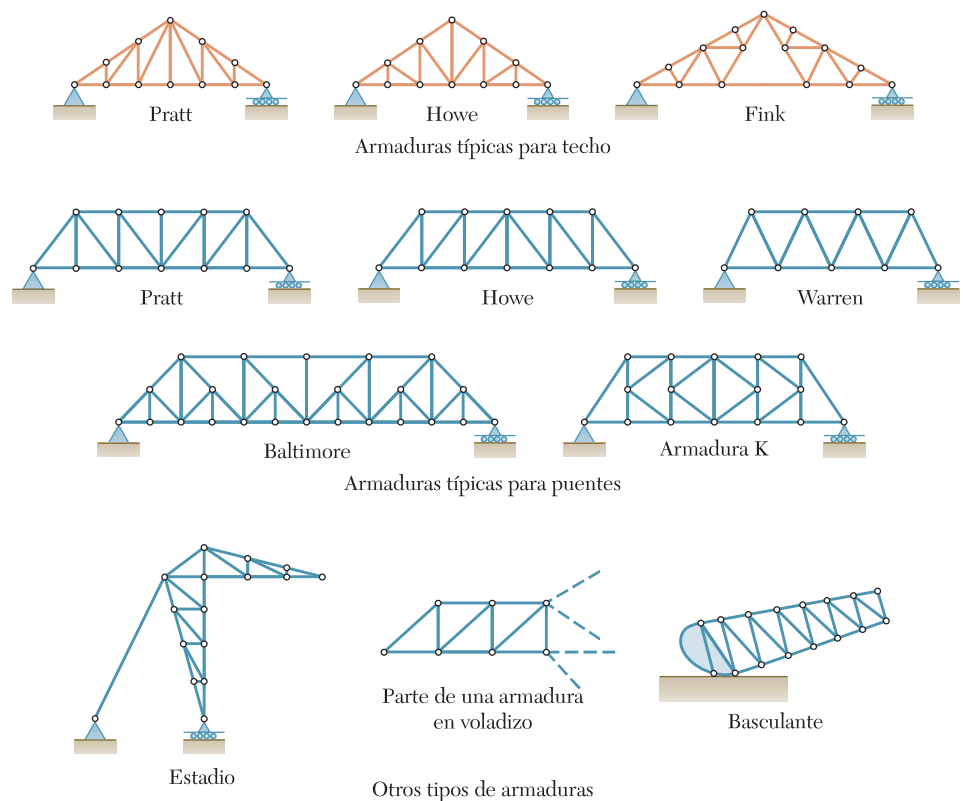


Figura 6.5

Considere la armadura mostrada en la figura 6.6a, la cual está constituida por cuatro elementos conectados por medio de pernos en A , B , C y D . Si se aplica una carga en B , la armadura se deformará hasta perder por completo su forma original. Por el contrario, la armadura de la figura 6.6b, la cual está constituida por tres elementos conectados por medio de pernos en A , B y C , sólo se deformará ligeramente bajo la acción de una carga aplicada en B . La única deformación posible para esta armadura es la que involucra pequeños cambios en la longitud de sus elementos. Por tanto, se dice que la armadura de la figura 6.6b es una *armadura rígida*, aquí el término rígida se ha empleado para indicar que la armadura *no se colapsará*.

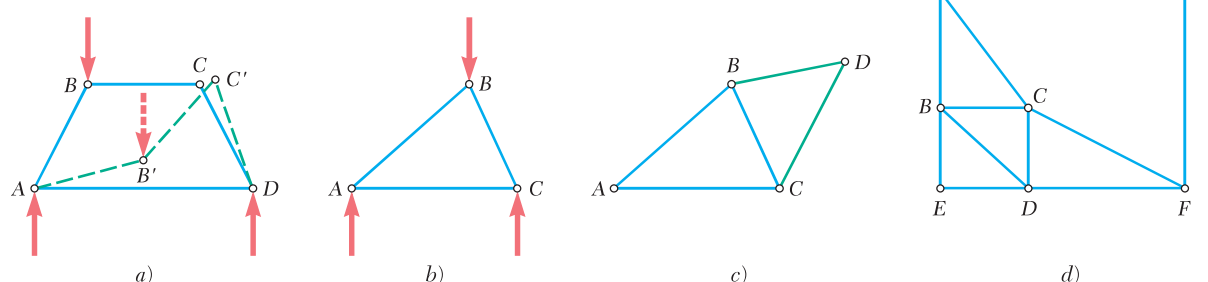


Figura 6.6

Como se muestra en la figura 6.6c, se puede obtener una armadura rígida más grande agregando dos elementos BD y CD a la armadura triangular básica de la figura 6.6b. Este procedimiento se puede repetir tantas veces como se desee y la armadura resultante será rígida si cada vez que se agregan dos nuevos elementos, éstos se unen a dos nodos ya existentes y además se conectan entre sí en un nuevo nodo.[†] Una armadura que se puede construir de esta forma recibe el nombre de *armadura simple*.

Se debe señalar que una armadura simple no está hecha necesariamente a partir de triángulos. Por ejemplo, la armadura de la figura 6.6d es una armadura simple que fue construida a partir del triángulo ABC y se agregaron sucesivamente los nodos D , E , F y G . Por otra parte, las armaduras rígidas no siempre son armaduras simples, incluso cuando parecen estar hechas de triángulos. Por ejemplo, las armaduras de Fink y Baltimore mostradas en la figura 6.5, no son armaduras simples, puesto que no pueden construirse a partir de un solo triángulo en la forma descrita en el párrafo anterior. Todas las demás armaduras que se muestran en la figura 6.5 son armaduras simples, lo cual se puede verificar fácilmente. (Para la armadura K se debe comenzar con uno de los triángulos centrales.)

En la figura 6.6 se observa que la armadura triangular básica de la figura 6.6b tiene tres elementos y tres nodos. La armadura de la figura 6.6c tiene dos elementos y un nodo adicionales, esto es, cinco elementos y cuatro nodos en total. Si se tiene presente que cada vez que se agregan dos nuevos elementos el número de nodos se incrementa en uno, se encuentra que en una armadura simple el número total de elementos es $m = 2n - 3$, donde n es el número total de nodos.

[†]Los tres nodos no deben ser colineales.



Fotografía 6.2 Dos armaduras K se usaron como los principales componentes del puente móvil que se muestra en la foto, el cual se movía por encima de un gran montón de mineral de reserva. El cubo que se encuentra debajo de las armaduras levantaba mineral y lo redepositaba hasta que el mineral estuvo completamente mezclado. Después, el mineral se envió al molino para incorporarlo a un proceso de producción de acero.

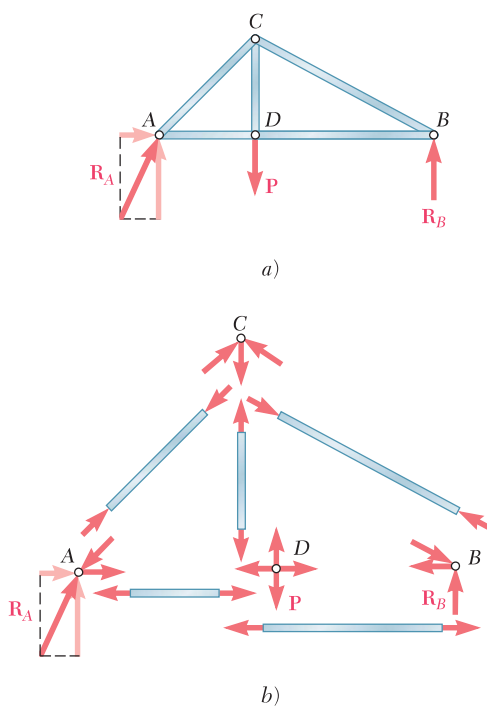


Figura 6.7



Fotografía 6.3 Las armaduras para techo, como las que se muestran en la foto, requieren apoyo sólo en los extremos. Gracias a esto es posible realizar construcciones con grandes áreas libres de obstáculos en el piso.

6.4. ANÁLISIS DE ARMADURAS MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS NODOS

En la sección 6.2 se vio que una armadura puede ser considerada como un grupo de pernos y elementos sometidos a la acción de dos fuerzas. Por tanto, la armadura de la figura 6.2, cuyo diagrama de cuerpo libre se muestra en la figura 6.7a, se puede desarmar y dibujar un diagrama de cuerpo libre para cada perno y para cada elemento (figura 6.7b). Cada elemento está sometido a la acción de dos fuerzas, una en cada uno de sus extremos; estas fuerzas tienen la misma magnitud, la misma línea de acción y sentidos opuestos (sección 4.6). Además, la tercera ley de Newton indica que las fuerzas de acción y reacción entre un elemento y un perno son iguales y opuestas. Por tanto, las fuerzas ejercidas por un elemento sobre los dos pernos a los cuales se conecta deben estar dirigidos a lo largo de ese elemento y deben ser iguales y opuestas. Con frecuencia se hace referencia a la magnitud común de las fuerzas ejercidas por un elemento sobre los dos pernos a los que se conecta como la *fuerza en el elemento* bajo consideración, a pesar de que esta cantidad en realidad es un escalar. Como las líneas de acción de todas las fuerzas internas en una armadura son conocidas, el análisis de una armadura se reduce a calcular las fuerzas en los elementos que la constituyen y a determinar si cada uno de dichos elementos está en tensión o en compresión.

Como la armadura en su totalidad está en equilibrio, cada perno debe estar en equilibrio. El que un perno esté en equilibrio se expresa dibujando su diagrama de cuerpo libre y escribiendo dos ecuaciones de equilibrio (sección 2.9). Por tanto, si una armadura tiene n pernos, habrá $2n$ ecuaciones disponibles, las cuales podrán resolverse para $2n$ incógnitas. En el caso de una armadura simple, se tiene que $m = 2n - 3$, esto es, $2n = m + 3$, y el número de incógnitas que se pueden determinar a partir de los diagramas de cuerpo libre de los pernos es $m + 3$. Esto significa que las fuerzas en todos los elementos, las dos componentes de la reacción $\mathbf{R}_A$ y la reacción $\mathbf{R}_B$ se determinan considerando los diagramas de cuerpo libre de los pernos.

El hecho de que la armadura como un todo sea un cuerpo rígido que está en equilibrio, se puede utilizar para escribir tres ecuaciones adicionales que involucran a las fuerzas mostradas en el diagrama de cuerpo libre de la figura 6.7a. Puesto que estas ecuaciones no contienen ninguna información nueva, son independientes de las ecuaciones asociadas con los diagramas de cuerpo libre de los pernos. Sin embargo, las tres ecuaciones en cuestión se pueden emplear para determinar las componentes de las reacciones en los apoyos. El arreglo de pernos y elementos en una armadura simple es tal que siempre será posible encontrar un nodo que involucre únicamente a dos fuerzas desconocidas. Estas fuerzas se determinan por medio de los métodos de la sección 2.11 y sus valores se transfieren a los nodos adyacentes tratándolos como cantidades conocidas en dichos nodos, este procedimiento se repite hasta determinar todas las fuerzas desconocidas.

Como ejemplo se analiza la armadura de la figura 6.7, en la que se considera sucesivamente el equilibrio de cada perno; se inicia con el nodo en el cual sólo dos fuerzas son desconocidas. En dicha armadura todos los pernos están sujetos a cuando menos tres fuerzas desconocidas. Por tanto, primero se deben determinar las reacciones en los apoyos considerando a toda la armadura como cuerpo libre y utilizando las ecuaciones de equilibrio para un cuerpo rígido. De esta forma, $\mathbf{R}_A$ es vertical y se determinan las magnitudes de $\mathbf{R}_A$ y $\mathbf{R}_B$.

Entonces el número de fuerzas desconocidas en el nodo A se reduce a dos y estas fuerzas se pueden determinar considerando el equilibrio del perno A. La reacción $\mathbf{R}_A$ y las fuerzas $\mathbf{F}_{AC}$ y $\mathbf{F}_{AD}$ ejercidas sobre el perno A por los elementos AC y AD, respectivamente, deben formar un triángulo de fuerzas. Primero se dibuja $\mathbf{R}_A$ (figura 6.8); luego si $\mathbf{F}_{AC}$ y $\mathbf{F}_{AD}$ están dirigidas a lo largo de AC y AD, respectivamente, se completa el triángulo de fuerzas y se determina la magnitud y el sentido de $\mathbf{F}_{AC}$ y $\mathbf{F}_{AD}$. Las magnitudes F_{AC} y F_{AD} representan las fuerzas en los elementos AC y AD. Como $\mathbf{F}_{AC}$ está dirigida hacia abajo y hacia la izquierda, esto es, *hacia* el nodo A, el elemento AC empuja el perno A y, por consiguiente, dicho elemento está en compresión. Como $\mathbf{F}_{AD}$ está dirigida *alejándose* del nodo A, el elemento AD jala al perno A y, por consiguiente, dicho elemento está en tensión.

	Diagrama de cuerpo libre	Polígono de fuerza
Nodo A		
Nodo D		
Nodo C		
Nodo B		

Figura 6.8

Ahora se procede a considerar el nodo D en el cual sólo dos fuerzas, $\mathbf{F}_{DC}$ y $\mathbf{F}_{DB}$, aún son desconocidas. Las otras fuerzas que actúan sobre dicho nodo son la carga $\mathbf{P}$, la cual es un dato y la fuerza $\mathbf{F}_{DA}$ ejercida sobre el perno por el elemento AD. Como se señaló antes, esta última fuerza es igual y opuesta a la fuerza $\mathbf{F}_{AD}$ ejercida por el mismo elemento sobre el perno A. Como se muestra en la figura 6.8, se puede dibujar el polígono de fuerzas correspondiente al nodo D y deter-

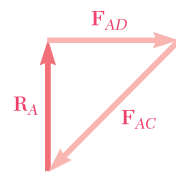


Figura 6.9

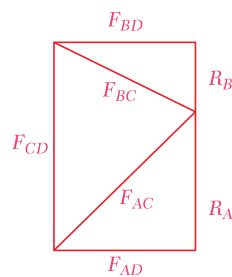


Figura 6.10

minar las fuerzas F_{DC} y F_{DB} a partir de dicho polígono. Sin embargo, cuando están involucradas más de tres fuerzas, es más conveniente resolver las ecuaciones de equilibrio $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$ para las dos fuerzas desconocidas. Como se encuentra que ambas fuerzas se alejan del nodo D , los elementos DC y DB jalan al perno y se concluye que ambos están en tensión.

Después se considera el nodo C , cuyo diagrama de cuerpo libre se muestra en la figura 6.8. Se observa que tanto F_{CD} como F_{CA} son conocidas a partir del análisis de los nodos anteriores y que sólo F_{CB} es desconocida. Como el equilibrio de cada perno proporciona suficiente información para determinar dos incógnitas, se obtiene una comprobación del análisis realizado en este nodo. Se dibuja el triángulo de fuerzas y se determina la magnitud y el sentido de F_{CB} . Como F_{CB} está dirigida hacia el nodo C , el elemento CB empuja al perno C y, por tanto, está en compresión. La comprobación se obtiene al verificar que la fuerza F_{CB} y el elemento CB son paralelos.

En el nodo B todas las fuerzas son conocidas. Puesto que el perno correspondiente está en equilibrio, el triángulo de fuerzas debe cerrar, obteniéndose de esta forma una comprobación adicional del análisis realizado.

Es importante señalar que los polígonos de fuerza mostrados en la figura 6.8 no son únicos. Cada uno de ellos podría reemplazarse por una configuración alterna. Por ejemplo, el triángulo de fuerzas correspondiente al nodo A podría dibujarse como el de la figura 6.9. El triángulo mostrado en la figura 6.8 se obtuvo dibujando las tres fuerzas R_A , F_{AC} y F_{AD} uniendo la parte terminal de una con la parte inicial de otra, en el orden en el que se encuentran sus líneas de acción, al realizar un desplazamiento en el sentido del movimiento de las manecillas del reloj, alrededor del nodo A . Los otros polígonos de fuerzas en la figura 6.8 se dibujaron de la misma forma, por ello se pueden reunir en un solo diagrama, como se ilustra en la figura 6.10. Un diagrama de este tipo, conocido como *diagrama de Maxwell*, facilita en gran medida el análisis gráfico de problemas que involucran armaduras.

*6.5. NODOS BAJO CONDICIONES ESPECIALES DE CARGA

Observe la figura 6.11a, en la cual el nodo conecta a cuatro elementos que están ubicados sobre dos líneas rectas que se intersectan. El diagrama de cuerpo libre de la figura 6.11b muestra que el perno A está sujeto a dos pares de fuerzas directamente opuestas. Por tanto, el polígono de fuerzas debe ser un paralelogramo (figura 6.11c) y las fuerzas en elementos opuestos deben ser iguales.

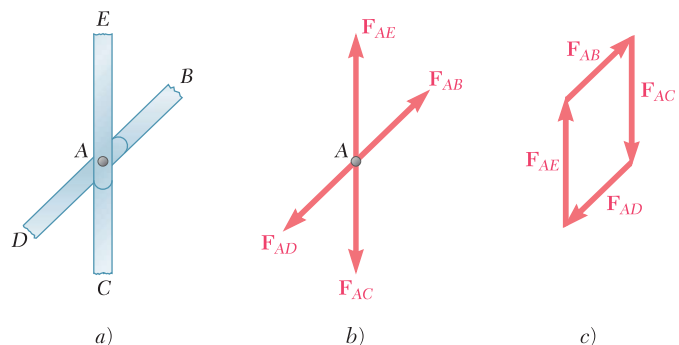


Figura 6.11

A continuación considere la figura 6.12a, en la cual el nodo mostrado conecta tres elementos y soporta una carga P . Dos de los elementos se encuentran ubicados sobre la misma línea y la carga P actúa a lo largo del tercer elemento. El diagrama de cuerpo libre del perno A y el polígono de fuerzas correspondiente serán como se muestran en la figura 6.11b y c, reemplazando a F_{AE} por la carga P . Por tanto, *las fuerzas en los dos elementos opuestos deben ser iguales y la fuerza en el otro elemento debe ser igual a P* . En la figura 6.12b se muestra un caso de especial interés, en el que no hay una fuerza externa aplicada en el nodo, se tiene que $P = 0$, y la fuerza en el elemento AC es igual a cero. Por tanto, se dice que el elemento AC es un *elemento de fuerza cero*.

Considere ahora un nodo que conecta sólo dos elementos. A partir de la sección 2.9 se sabe que una partícula sobre la que actúan dos fuerzas estará en equilibrio si las dos fuerzas tienen la misma magnitud, la misma línea de acción y sentidos opuestos. En el caso del nodo de la figura 6.13a, el cual conecta a dos elementos AB y AD que se encuentran sobre la misma línea, *las fuerzas en los dos elementos deben ser iguales* para que el perno A esté en equilibrio. En el caso del nodo de la figura 6.13b, el perno A no puede estar en equilibrio a menos que las fuerzas en ambos elementos sean iguales a cero. Por tanto, los elementos conectados como se muestra en la figura 6.13b deben ser *elementos de fuerza cero*.

La identificación de los nodos que se encuentran bajo las condiciones especiales de carga mencionadas en los párrafos anteriores, permitirá que el análisis de una armadura se lleve a cabo más rápido. Por ejemplo, considere una armadura tipo Howe cargada, como se muestra en la figura 6.14; todos los elementos representados por líneas en color serán reconocidos como elementos de fuerza cero. El nodo C conecta a tres elementos, dos de los cuales se encuentran sobre la misma línea y no está sujeto a cargas externas; por tanto, el elemento BC es un elemento de fuerza cero. Si se aplica el mismo razonamiento al nodo K, se encuentra que el elemento JK también es un elemento de fuerza cero. Ahora, el nodo J está en la misma situación que los nodos C y K, entonces el elemento IJ debe ser un elemento de fuerza cero. La observación de los nodos C, J y K revela que las fuerzas en los elementos AC y CE son iguales, las fuerzas en los elementos HJ y JL son también iguales, así como las fuerzas en los elementos IK y KL. Regresando la atención al nodo I, donde la carga de 20 kN y el elemento HI son colineales, se observa que la fuerza en el elemento HI es de 20 kN (tensión) y que las fuerzas en los elementos GI e IK son iguales. De esta manera, se concluye que las fuerzas en los elementos GI, IK y KL son iguales.

Se debe observar que las condiciones descritas en el párrafo anterior no pueden aplicarse a los nodos B y D de la figura 6.14 y sería erróneo suponer que la fuerza en el elemento DE es de 25 kN o que las fuerzas en los elementos AB y BD son iguales. Las fuerzas en estos elementos y en los restantes se encuentran con el análisis de los nodos A, B, D, E, F, G, H y L en la forma habitual. Por tanto, hasta que se esté familiarizado con las condiciones que permiten aplicar las reglas establecidas en esta sección, se debe dibujar el diagrama de cuerpo libre de todos los pernos y escribir las ecuaciones de equilibrio correspondientes (o dibujar los polígonos de fuerzas correspondientes) sin importar si los medios considerados se encuentran bajo una de las condiciones especiales de carga que se describieron anteriormente.

Un comentario final en relación con los elementos de fuerza cero: estos elementos no son inútiles. Por ejemplo, a pesar de que los ele-

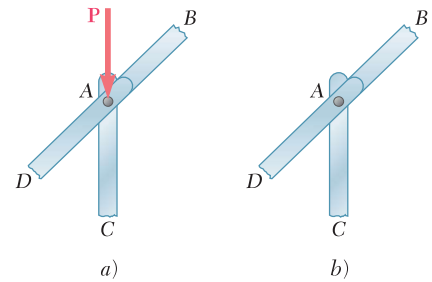


Figura 6.12

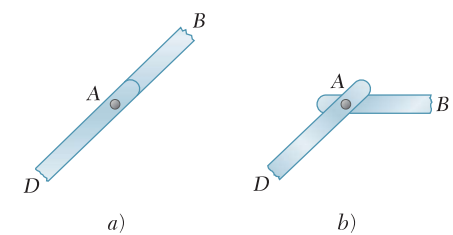


Figura 6.13

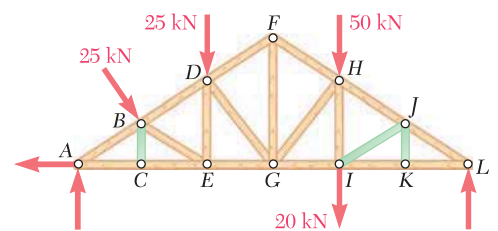


Figura 6.14



Fotografía 6.4 Las armaduras tridimensionales o espaciales se usan para las torres de transmisión de energía eléctrica y señales en estructuras de techo y para aplicaciones a naves espaciales, como en los componentes de la *Estación Espacial Internacional*.

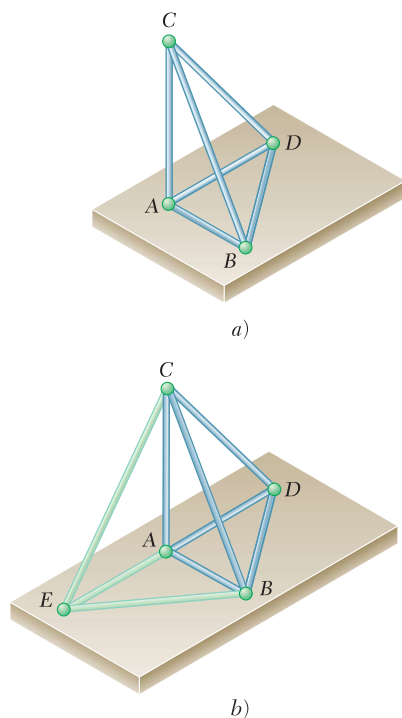


Figura 6.15

mentos de fuerza cero de la figura 6.14 no soportan ninguna carga bajo las condiciones mostradas, es probable que los mismos elementos podrían soportar alguna si se cambiaran las condiciones de carga. Además, incluso en el caso considerado, estos elementos son necesarios para soportar el peso de la armadura y para mantener a esta última con la forma deseada.

*6.6. ARMADURAS EN EL ESPACIO O ESPACIALES

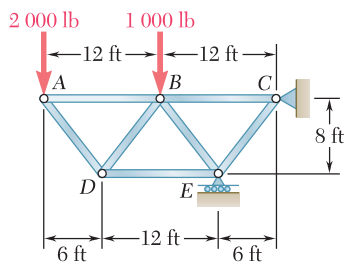
Cuando varios elementos rectos se unen en sus extremos para formar una configuración tridimensional, la estructura obtenida recibe el nombre de *armadura en el espacio* o *espacial*.

En la sección 6.3 se estableció que la mayoría de las armaduras rígidas bidimensionales elementales consistían de tres elementos unidos en sus extremos para formar los lados de un triángulo; al agregar dos elementos a esta configuración básica y conectándolos en un nuevo nodo, se obtiene una estructura rígida más grande, la cual fue definida como una armadura simple. En forma similar, la armadura rígida básica en el espacio está constituida por seis elementos unidos en sus extremos para formar los lados de un tetraedro $ABCD$ (figura 6.15a). Si se agregan tres elementos a esta configuración básica, como los elementos AE , BE y CE , uniéndolos a los tres nodos existentes y conectándolos en un nuevo nodo,[†] se puede obtener una estructura rígida más grande, la cual se define como una *armadura simple en el espacio* (figura 6.15b). Observe que el tetraedro básico tiene seis elementos y cuatro nodos y que cada vez que se agregan tres elementos el número de nodos se incrementa en uno, se concluye que en una armadura espacial simple el número total de elementos es $m = 3n - 6$, donde n es el número total de nodos.

Si una armadura espacial debe tener restricción completa y si las reacciones en sus apoyos deben ser estáticamente determinadas, los apoyos deben consistir en una combinación de bolas, rodillos y rótulas que proporcionen un total de seis reacciones desconocidas (véase sección 4.9). Estas reacciones desconocidas se determinan al resolver las seis ecuaciones que expresan que la armadura tridimensional está en equilibrio.

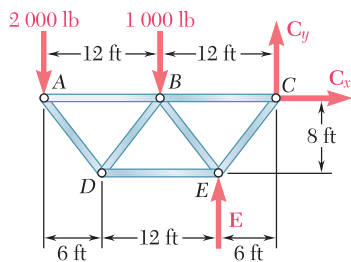
A pesar de que los elementos de una armadura en el espacio están unidos por conexiones soldadas o remachadas, se supone que cada nodo consiste en una conexión tipo rótula. Por tanto, no se aplicará ningún par a los elementos de la armadura y cada elemento puede tratarse como un elemento sometido a la acción de dos fuerzas. Las condiciones de equilibrio para cada nodo estarán expresadas por las tres ecuaciones $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ y $\Sigma F_z = 0$. Entonces, en el caso de una armadura simple en el espacio que contiene n nodos, escribir las condiciones de equilibrio para cada nodo proporcionará un total de $3n$ ecuaciones. Como $m = 3n - 6$, estas ecuaciones serán suficientes para determinar todas las fuerzas desconocidas (las fuerzas en los m elementos y las seis reacciones en los apoyos). Sin embargo, para evitar la necesidad de resolver ecuaciones simultáneas, se debe tener cuidado en seleccionar nodos en un orden tal que ninguno involucre más de tres fuerzas desconocidas.

[†]Los cuatro nodos no deben estar localizados en un plano.



PROBLEMA RESUELTO 6.1

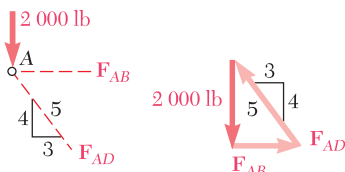
Con el uso del método de los nodos, determine la fuerza en cada uno de los elementos de la armadura mostrada.



SOLUCIÓN

Cuerpo libre: armadura completa. Se dibuja un diagrama de cuerpo libre de toda la armadura. Las fuerzas que actúan en este cuerpo libre consisten en las cargas aplicadas y en las reacciones en C y en E. Se escriben las ecuaciones de equilibrio siguientes.

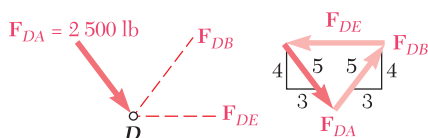
$$\begin{aligned}
 +\uparrow \Sigma M_C &= 0: & (2\,000\text{ lb})(24\text{ ft}) + (1\,000\text{ lb})(12\text{ ft}) - E(6\text{ ft}) &= 0 \\
 & & E &= +10\,000\text{ lb} & \mathbf{E} = 10\,000\text{ lb} \uparrow \\
 \rightarrow \Sigma F_x &= 0: & & & \mathbf{C}_x = 0 \\
 +\uparrow \Sigma F_y &= 0: & -2\,000\text{ lb} - 1\,000\text{ lb} + 10\,000\text{ lb} + C_y &= 0 \\
 & & C_y &= -7\,000\text{ lb} & \mathbf{C}_y = 7\,000\text{ lb} \downarrow
 \end{aligned}$$



Cuerpo libre: nodo A. El nodo sujeto a dos fuerzas desconocidas, esto es, a las fuerzas ejercidas por los elementos AB y AD. Se usa un triángulo de fuerzas para determinar F_{AB} y F_{AD} . Se observa que el elemento AB jala al nodo y, por tanto, dicho elemento está en tensión. Además, el elemento AD empuja al nodo y, por tanto, dicho elemento está en compresión. Las magnitudes de las dos fuerzas se obtienen a partir de la proporción

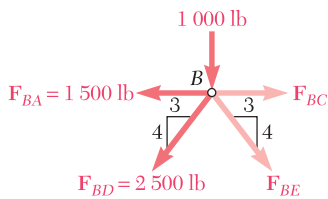
$$\frac{2\,000\text{ lb}}{4} = \frac{F_{AB}}{3} = \frac{F_{AD}}{5}$$

$$\begin{aligned}
 F_{AB} &= 1\,500\text{ lb } T & \blacktriangleleft \\
 F_{AD} &= 2\,500\text{ lb } C & \blacktriangleleft
 \end{aligned}$$



Cuerpo libre: nodo D. Como la fuerza ejercida por el elemento AD ya se determinó, ahora sólo se tienen dos incógnitas involucradas con este nodo. De nuevo se usa un triángulo de fuerzas para determinar las fuerzas desconocidas en los elementos DB y DE.

$$\begin{aligned}
 F_{DB} &= F_{DA} & F_{DB} &= 2\,500\text{ lb } T & \blacktriangleleft \\
 F_{DE} &= 2\left(\frac{3}{5}\right)F_{DA} & F_{DE} &= 3\,000\text{ lb } C & \blacktriangleleft
 \end{aligned}$$



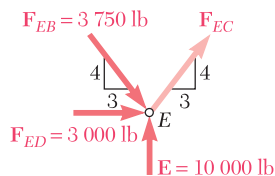
Cuerpo libre: nodo B. Como en este nodo actúan más de tres fuerzas, se determinan las dos fuerzas desconocidas $\mathbf{F}_{BC}$ y $\mathbf{F}_{BE}$ resolviendo las ecuaciones de equilibrio $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$. De manera arbitraria se supone que ambas fuerzas desconocidas actúan hacia fuera del nodo, esto es, que los elementos están en tensión. El valor positivo obtenido para F_{BC} indica que la suposición hecha fue correcta, por tanto, el elemento BC está en tensión. El valor negativo de F_{BE} indica que la suposición hecha fue incorrecta, por tanto, el elemento BE está en compresión.

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0: \quad -1\,000 - \frac{4}{5}(2\,500) - \frac{4}{5}F_{BE} = 0$$

$$F_{BE} = -3\,750 \text{ lb} \quad F_{BE} = 3\,750 \text{ lb C} \quad \blacktriangleleft$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0: \quad F_{BC} - 1\,500 - \frac{3}{5}(2\,500) - \frac{3}{5}(3\,750) = 0$$

$$F_{BC} = +5\,250 \text{ lb} \quad F_{BC} = 5\,250 \text{ lb T} \quad \blacktriangleleft$$



Cuerpo libre: nodo E. Se supone que la fuerza desconocida $\mathbf{F}_{EC}$ actúa hacia fuera del nodo. Si se suman las componentes x , se escribe

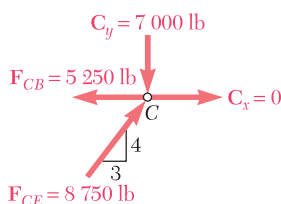
$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0: \quad \frac{3}{5}F_{EC} + 3\,000 + \frac{3}{5}(3\,750) = 0$$

$$F_{EC} = -8\,750 \text{ lb} \quad F_{EC} = 8\,750 \text{ lb C} \quad \blacktriangleleft$$

Al sumar las componentes y , se obtiene una comprobación de los cálculos realizados

$$+\uparrow \Sigma F_y = 10\,000 - \frac{4}{5}(3\,750) - \frac{4}{5}(8\,750)$$

$$= 10\,000 - 3\,000 - 7\,000 = 0 \quad (\text{queda comprobado})$$



Cuerpo libre: nodo C. Con los valores de $\mathbf{F}_{CB}$ y $\mathbf{F}_{CE}$, calculados previamente, se pueden determinar las reacciones $\mathbf{C}_x$ y $\mathbf{C}_y$ considerando el equilibrio de este nodo. Como dichas reacciones ya se determinaron a partir del equilibrio de toda la armadura, se obtendrán dos verificaciones de los cálculos realizados. También se pueden usar los valores calculados de todas las fuerzas que actúan sobre el nodo (fuerzas en los elementos y reacciones) y comprobar que éste se encuentra en equilibrio:

$$+\rightarrow \Sigma F_x = -5\,250 + \frac{3}{5}(8\,750) = -5\,250 + 5\,250 = 0 \quad (\text{queda comprobado})$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = -7\,000 + \frac{4}{5}(8\,750) = -7\,000 + 7\,000 = 0 \quad (\text{queda comprobado})$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN FORMA INDEPENDIENTE

En esta lección se aprendió a utilizar el *método de los nodos* para determinar las fuerzas en los elementos de una *armadura simple*, esto es, en una armadura que se puede construir a partir de una armadura triangular básica a la que se agregan dos nuevos elementos a la vez conectados a un nuevo nodo.

La solución constará de los siguientes pasos:

1. Dibujar un diagrama de cuerpo libre de toda la armadura y utilizarlo para determinar las reacciones en los apoyos.

2. Localizar un nodo que conecte sólo dos elementos y dibujar un diagrama de cuerpo libre de su perno. Este diagrama de cuerpo libre sirve para determinar la fuerza desconocida en cada uno de los elementos. Si sólo están involucradas tres fuerzas (las dos fuerzas desconocidas y una fuerza conocida), probablemente se encontrará que es más conveniente dibujar y resolver el triángulo de fuerzas correspondiente. Si están involucradas más de tres fuerzas, se deben escribir y resolver las ecuaciones de equilibrio para el perno, $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$, suponiendo que los elementos están en tensión. Una respuesta positiva significa que el elemento está en tensión y una respuesta negativa se refiere a que el elemento está en compresión. Una vez que se han encontrado las fuerzas, se deben introducir sus valores en un croquis de la armadura, con una *T* para indicar tensión y una *C* para indicar compresión.

3. Después, se debe localizar un nodo en el cual sólo las fuerzas en dos de los elementos que se conectan a éste aún son desconocidas. Se debe dibujar el diagrama de cuerpo libre del perno y utilizarlo como se indicó en el punto anterior para determinar las dos fuerzas desconocidas.

4. Se debe repetir este procedimiento hasta que las fuerzas en todos los elementos de la armadura hayan sido determinadas. Como previamente se usaron las tres ecuaciones de equilibrio asociadas con el diagrama de cuerpo libre de toda la armadura para determinar las reacciones en los apoyos, se tendrán tres ecuaciones adicionales. Estas ecuaciones sirven para comprobar que los cálculos se realizaron en forma correcta.

5. Es importante señalar que la selección del primer nodo no es única. Una vez que se han determinado las reacciones en los apoyos de la armadura, se selecciona cualquiera de los nodos como punto de partida para el análisis. En el problema resuelto 6.1 se comenzó en el nodo *A* y se procedió, de manera consecutiva, con los nodos *D*, *B*, *E* y *C*; sin embargo, también se pudo haber comenzado en el nodo *C* y proceder después con los nodos *E*, *B*, *D* y *A*. Por otra parte, una vez que se ha seleccionado el primer nodo, en algunos casos se puede llegar a un punto en el análisis a partir del cual ya no es posible continuar. En ese caso se debe comenzar de nuevo a partir de otro nodo para terminar la solución del problema.

Tenga en mente que el análisis de una *armadura simple* siempre se puede realizar mediante el método de los nodos. También recuerde que es útil bosquejar la solución *antes* de iniciar con cualquier cálculo.

Problemas

6.1 a 6.8 Utilice el método de los nodos para determinar la fuerza en cada elemento de las armaduras que se muestran en las figuras. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

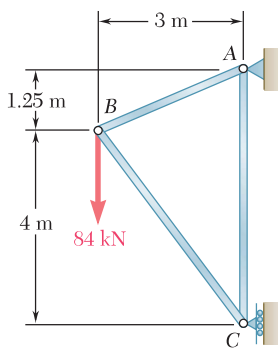


Figura P6.1

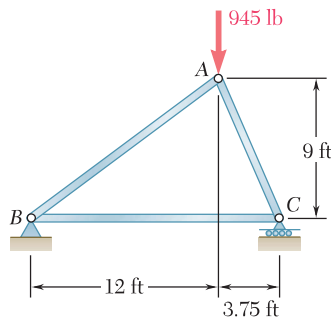


Figura P6.2

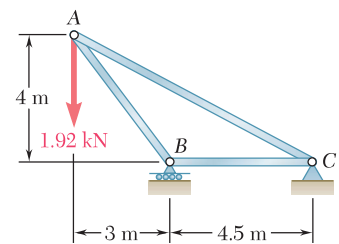


Figura P6.3

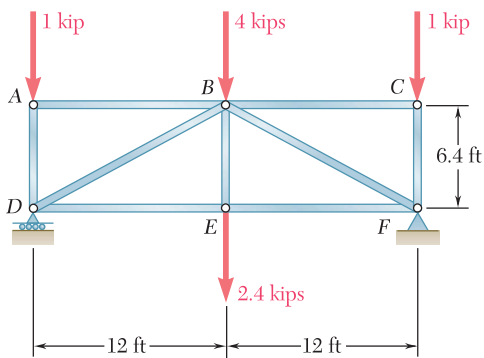


Figura P6.4

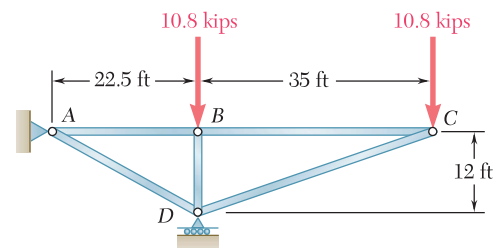


Figura P6.5

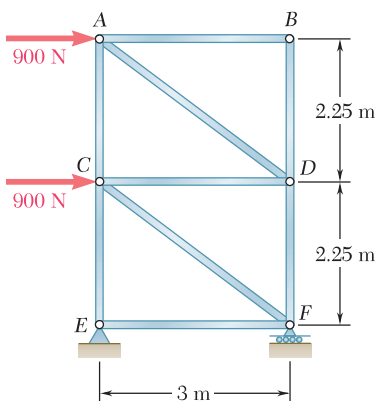


Figura P6.6

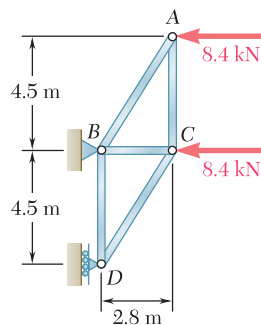


Figura P6.7

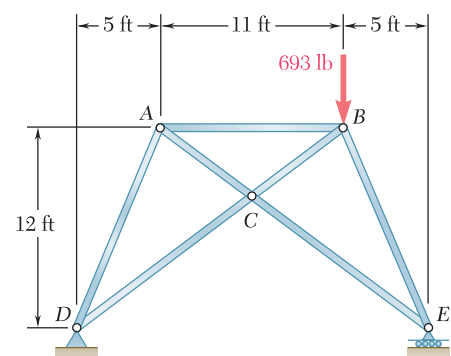


Figura P6.8

6.9 Determine la fuerza en cada elemento de la armadura Pratt para techo que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

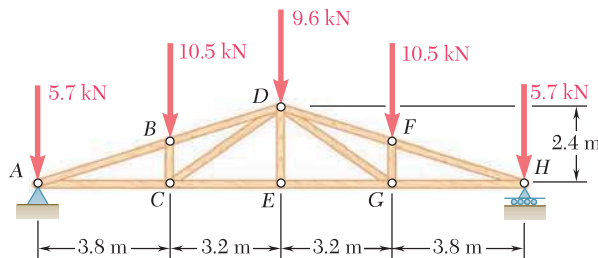


Figura P6.9

6.10 Determine la fuerza en cada elemento de la armadura para ventilador de techo que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

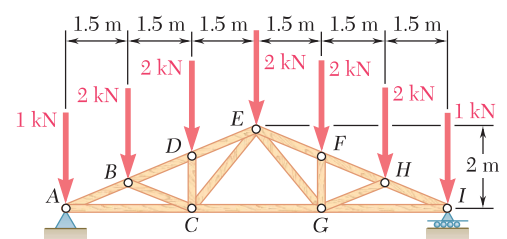


Figura P6.10

6.11 Determine la fuerza en cada elemento de la armadura Howe para techo que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

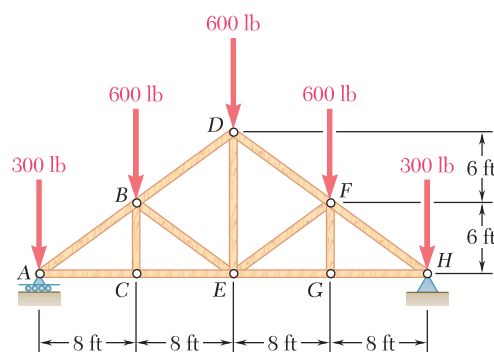


Figura P6.11

6.12 Determine la fuerza en cada elemento de la armadura Gambrel para techo que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

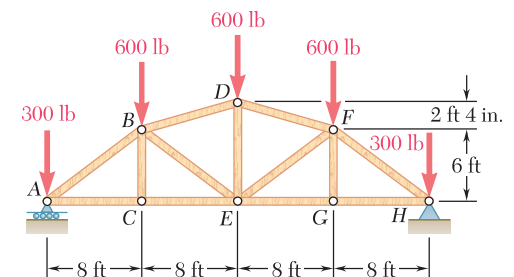


Figura P6.12

6.13 Determine la fuerza en cada elemento de la armadura que se muestra en la figura.

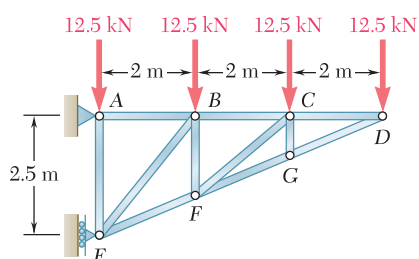


Figura P6.13

6.14 Determine la fuerza en cada elemento de la armadura para techo que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

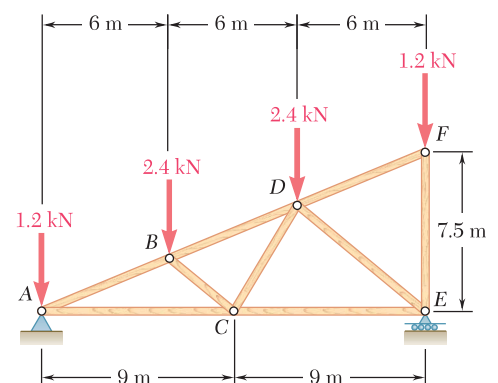


Figura P6.14

6.15 Determine la fuerza en cada elemento de la armadura Warren para puente que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

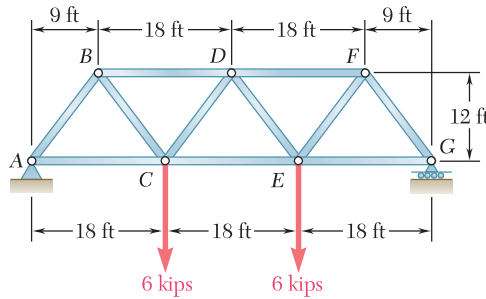


Figura P6.15

6.16 Retome el problema 6.15, y ahora suponga que se elimina la carga aplicada en E.

6.17 En la armadura Howe invertida para techo que se muestra en la figura, determine la fuerza en el elemento DE y en cada uno de los elementos localizados a la izquierda de DE. Además, establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

6.18 En la armadura Howe invertida para techo que se muestra en la figura, determine la fuerza en cada uno de los elementos localizados a la derecha del elemento DE. Además, establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

6.19 En la armadura de tijeras para techo que se muestra en la figura, determine la fuerza en cada uno de los elementos localizados a la izquierda del elemento FG. Además, establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

6.20 En la armadura de tijeras para techo que se muestra en la figura, determine la fuerza en el elemento FG y en cada uno de los elementos localizados a la derecha de FG. Además, establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

6.21 En la armadura para techo de estudio que se muestra en la figura, determine la fuerza en cada uno de los elementos localizados a la izquierda de la línea FGH. Además, establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

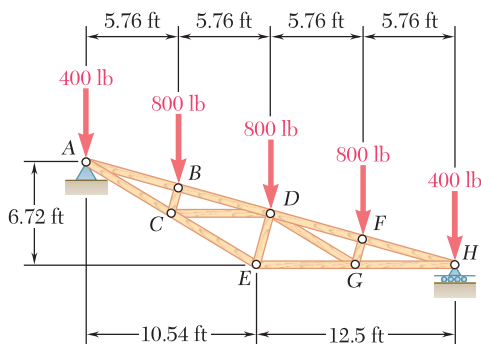


Figura P6.17 y P6.18

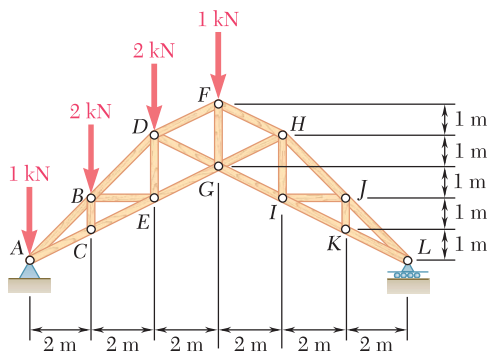


Figura P6.19 y P6.20

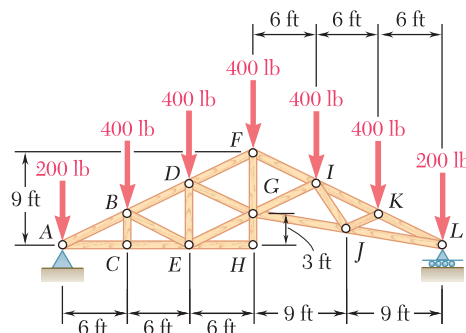


Figura P6.21 y P6.22

6.22 En la armadura para techo de estudio que se muestra en la figura, determine la fuerza en el elemento FG y en cada uno de los elementos localizados a la derecha de FG. Además, establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

6.23 En la armadura abovedada para techo que se muestra en la figura, determine la fuerza en cada uno de los elementos que conectan los nodos del A al F. Además, establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

6.24 La porción de la armadura mostrada representa la parte superior de una torre para líneas de transmisión de energía eléctrica. Para las cargas mostradas, determine la fuerza en cada uno de los elementos localizados por encima de HJ . Además, establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

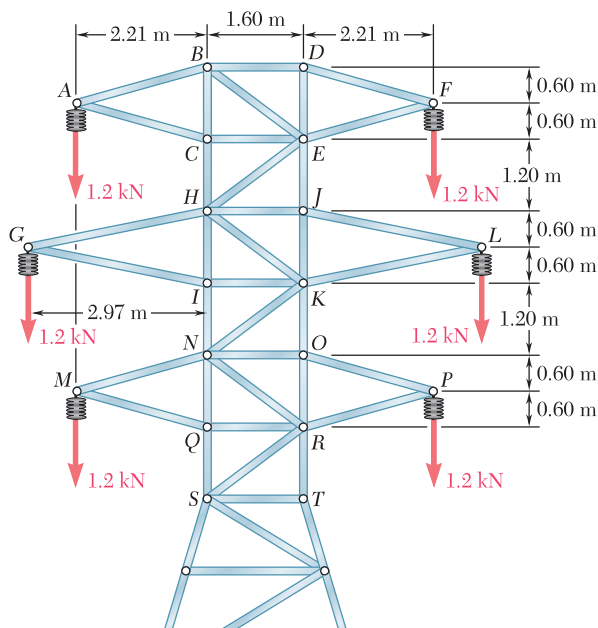


Figura P6.24

6.25 Para la torre y las cargas del problema 6.24, ahora se sabe que $F_{CH} = F_{EJ} = 1.2 \text{ kN C}$ y $F_{EH} = 0$, determine la fuerza en el elemento HJ y en cada uno de los elementos localizados entre HJ y NO . Además, establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

6.26 Retome el problema 6.24, y ahora suponga que los cables que cuelgan del lado derecho de la torre se caen al suelo.

6.27 Determine la fuerza en cada elemento de la armadura que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

6.28 Determine la fuerza en cada elemento de la armadura que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

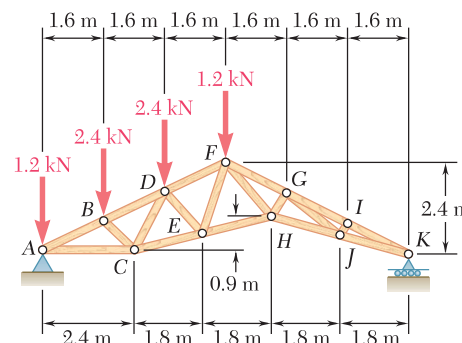


Figura P6.23

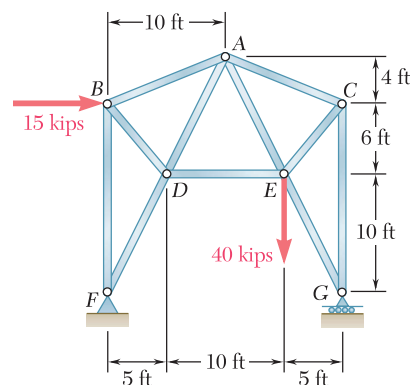


Figura P6.27

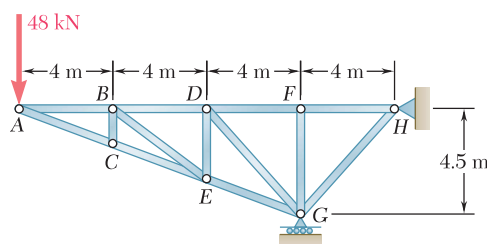


Figura P6.28

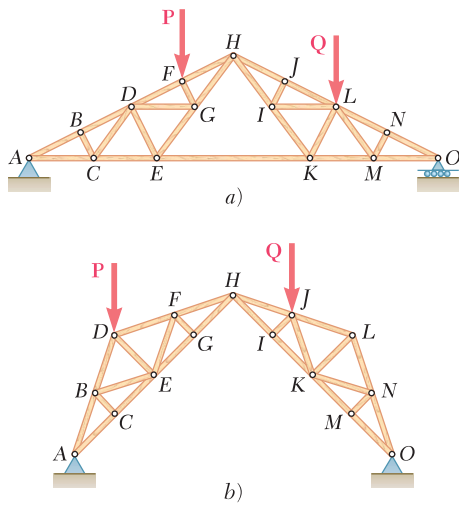


Figura P6.31

6.29 Determine si las armaduras de los problemas 6.31a), 6.32a) y 6.33a) son armaduras simples.)

6.30 Determine si las armaduras de los problemas 6.31b), 6.32b) y 6.33b) son armaduras simples.

6.31 Para las cargas dadas, determine los elementos de fuerza cero en cada una de las dos armaduras que se muestran en la figura.

6.32 Para las cargas dadas, determine los elementos de fuerza cero en cada una de las dos armaduras que se muestran en la figura.

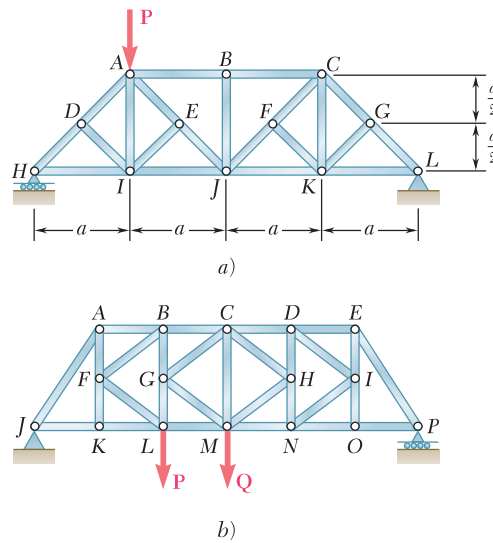


Figura P6.32

6.33 Para las cargas dadas, determine los elementos de fuerza cero en cada una de las dos armaduras que se muestran en la figura.

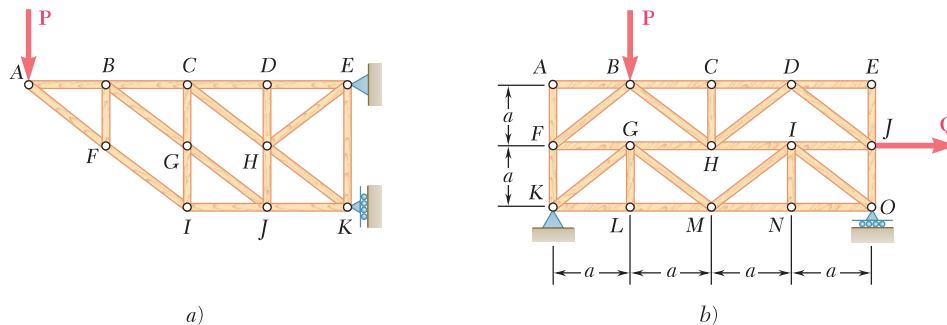


Figura P6.33

6.34 Determine los elementos de fuerza cero en la armadura a) del problema 6.23, b) del problema 6.28.

***6.35** La armadura que se muestra en la figura consta de seis elementos y se sostiene mediante un eslabón corto en A , dos eslabones cortos en B y una rótula D . Determine la fuerza en cada uno de los elementos para la carga dada.

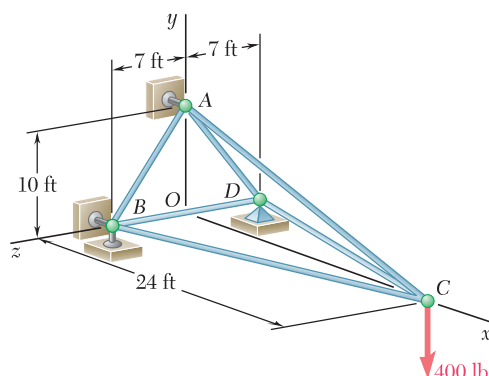


Figura P6.35

***6.36** La armadura que se muestra en la figura consta de seis elementos y se sostiene mediante una rótula en B , un eslabón corto en C y dos eslabones cortos en D . Determine la fuerza en cada uno de los elementos para $\mathbf{P} = (-2\ 184\ \text{N})\mathbf{j}$ y $\mathbf{Q} = 0$.

***6.37** La armadura que se muestra en la figura consta de seis elementos y se sostiene mediante una rótula en B , un eslabón corto en C y dos eslabones cortos en D . Determine la fuerza en cada uno de los elementos para $\mathbf{P} = 0$ y $\mathbf{Q} = (2\ 968\ \text{N})\mathbf{i}$.

***6.38** La armadura que se muestra en la figura consta de nueve elementos y se sostiene mediante una rótula en A , dos eslabones cortos en B y un eslabón corto en C . Para la carga dada, determine la fuerza en cada uno de los elementos.

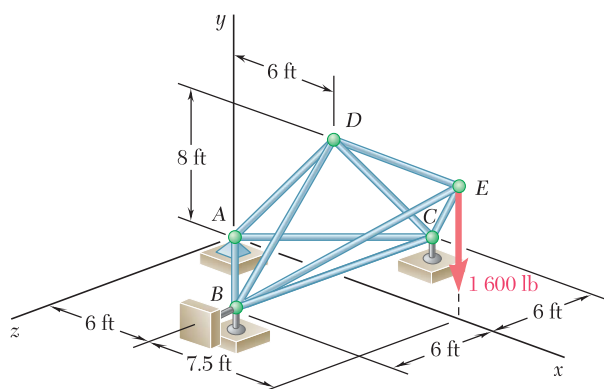


Figura P6.38

***6.39** La armadura que se muestra en la figura consta de nueve elementos y se sostiene mediante una rótula en B , un eslabón corto en C y dos eslabones cortos en D . a) Verifique que es una armadura simple, que está completamente restringida y que las reacciones en sus apoyos son estáticamente determinadas. b) Determine la fuerza en cada uno de los elementos para $\mathbf{P} = (-1\ 200\ \text{N})\mathbf{j}$ y $\mathbf{Q} = 0$.

***6.40** Retome el problema 6.39 para $\mathbf{P} = 0$ y $\mathbf{Q} = (-900\ \text{N})\mathbf{k}$.

www.geocienciasvirtual.blogspot.com.co

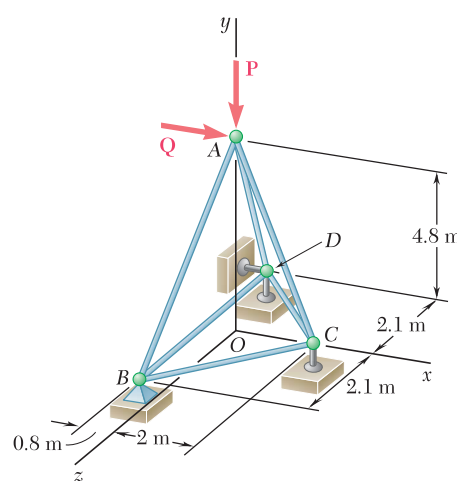


Figura P6.36 y P6.37

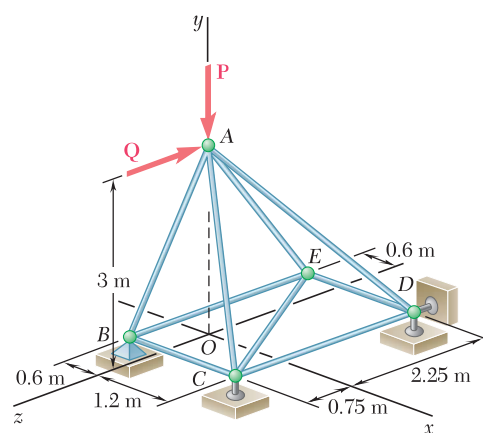


Figura P6.39

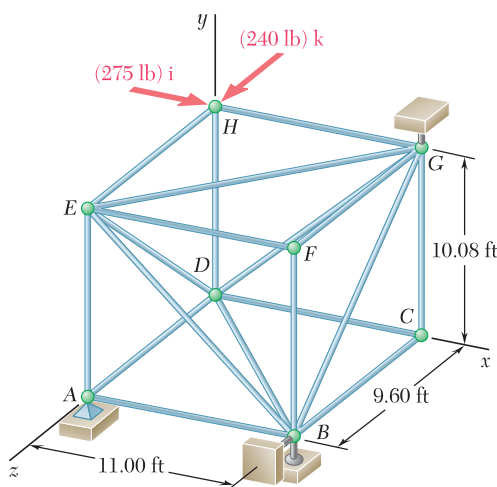


Figura P6.41 y P6.42

***6.41** La armadura que se muestra en la figura consta de 18 elementos y se sostiene mediante una rótula en A, dos eslabones cortos en B y un eslabón corto en G. a) Verifique que la armadura es simple, que está completamente restringida y que las reacciones en sus apoyos son estáticamente determinadas. b) Para las cargas aplicadas determine la fuerza en cada uno de los seis elementos que se unen en el nodo E.

***6.42** La armadura que se muestra en la figura consta de 18 elementos y se sostiene mediante una rótula en A, dos eslabones cortos en B y un eslabón corto en G. a) Verifique que la armadura es simple, que está completamente restringida y que las reacciones en sus apoyos son estáticamente determinadas. b) Para las cargas aplicadas determine la fuerza en cada uno de los seis elementos que se unen en el nodo G.

6.7. ANÁLISIS DE ARMADURAS POR EL MÉTODO DE SECCIONES

El método de los nodos es el más eficiente cuando se deben determinar las fuerzas en todos los elementos de una armadura. Sin embargo, si sólo se desea encontrar la fuerza en un elemento o en un número muy reducido de elementos, el método de secciones es el más eficiente.

Suponga que se desea determinar la fuerza en el elemento BD de la armadura que se muestra en la figura 6.16a. Para llevar a cabo esta tarea, se debe determinar la fuerza con la cual el elemento BD actúa sobre el nodo B o sobre el nodo D. Si se utilizara el método de los nodos, se seleccionaría al nodo B o al nodo D como el cuerpo libre. Sin embargo, también se selecciona como cuerpo libre a una porción más grande de la armadura, compuesta por varios nodos y elementos, siempre y cuando la fuerza deseada sea una de las fuerzas externas que actúan sobre dicha porción. Además, si se selecciona la porción de la armadura de manera que solamente se tenga un total de tres fuerzas desconocidas actuando sobre la misma, la fuerza deseada se puede obtener al resolver las ecuaciones de equilibrio para la porción de la armadura en cuestión. En la práctica, la porción de la armadura que debe utilizarse se obtiene *pasando una sección* a través de tres elementos de la armadura, de los cuales uno debe ser el elemento deseado, esto es, dicha porción se obtiene dibujando una línea que divida a la armadura en dos partes completamente separadas pero que no interseque a más de tres elementos. Cualquiera de las dos porciones de la armadura que se obtenga después de que los elementos intersecados han sido removidos puede utilizarse como el cuerpo libre.[†]

En la figura 6.16a se ha pasado la sección nn a través de los elementos BD, BE y CE y se ha seleccionado la porción ABC de la armadura como el cuerpo libre (figura 6.16b). Las fuerzas que actúan sobre el diagrama de cuerpo libre son las cargas P_1 y P_2 que están aplicadas en los puntos A y B y las tres fuerzas desconocidas F_{BD} , F_{BE} y F_{CE} . Como no se sabe si los elementos removidos estaban en tensión o compresión, de manera arbitraria se dibujaron las tres fuerzas alejándose del cuerpo libre como si los elementos estuvieran en tensión.

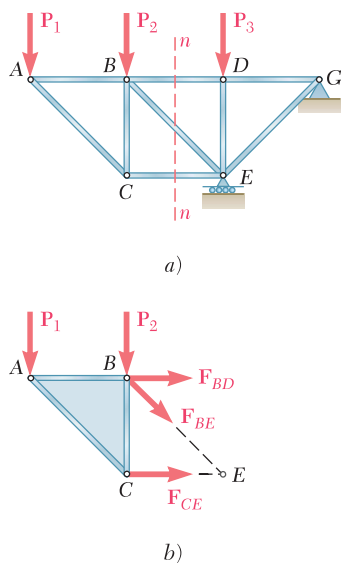


Figura 6.16

[†]En el análisis de ciertas armaduras, se pasan secciones que intersectan a más de tres elementos; entonces se pueden determinar las fuerzas en uno, o posiblemente en dos, de los elementos intersectados si se pueden encontrar ecuaciones de equilibrio que involucren únicamente a una incógnita (véanse los problemas 6.61 a 6.64).

El hecho de que el cuerpo rígido ABC está en equilibrio se puede expresar con tres ecuaciones, las cuales pueden resolverse para encontrar tres fuerzas desconocidas. Si sólo se desea determinar la fuerza $\mathbf{F}_{BD}$, sólo se necesita escribir una ecuación, siempre y cuando dicha ecuación no contenga a las otras incógnitas. Por tanto, la ecuación $\Sigma M_E = 0$ proporciona el valor de la magnitud F_{BD} de la fuerza $\mathbf{F}_{BD}$ (figura 6.16b). Un signo positivo en el resultado indicará que la suposición original en relación con el sentido de $\mathbf{F}_{BD}$ fue correcta y que el elemento BD está en tensión; un signo negativo indicará que la suposición original fue incorrecta y que BD está en compresión.

Por otra parte, si sólo se desea encontrar la fuerza $\mathbf{F}_{CE}$, se debe escribir una ecuación que no involucre a $\mathbf{F}_{BD}$ o a $\mathbf{F}_{BE}$; en este caso, la ecuación apropiada es $\Sigma M_B = 0$. Un signo positivo para la magnitud F_{CE} de la fuerza deseada muestra que la suposición hecha fue correcta, esto es, que el elemento está en tensión y un signo negativo indica que la suposición fue incorrecta, esto es, que el elemento está en compresión.

Si sólo se desea encontrar la fuerza $\mathbf{F}_{BE}$, la ecuación apropiada es $\Sigma F_y = 0$. De nuevo, a partir del signo del resultado se determina si el elemento está en tensión o en compresión.

Cuando se determina únicamente la fuerza de un solo elemento, no se tiene disponible una forma independiente de comprobar los cálculos realizados. Sin embargo, cuando se han determinado todas las fuerzas desconocidas que actúan sobre el cuerpo libre, se pueden verificar los cálculos escribiendo una ecuación adicional. Por ejemplo, si $\mathbf{F}_{BD}$, $\mathbf{F}_{BE}$ y $\mathbf{F}_{CE}$ se determinan de la manera señalada en los párrafos anteriores, los cálculos pueden comprobarse verificando que $\Sigma F_x = 0$.

*6.8. ARMADURAS FORMADAS POR VARIAS ARMADURAS SIMPLES

Considere dos armaduras simples ABC y DEF . Si estas armaduras están conectadas por tres barras BD , BE y CE , como se muestra en la figura 6.17a, entonces formarán en conjunto una armadura rígida $ABDF$. Las armaduras ABC y DEF también se pueden combinar en una sola armadura rígida uniendo los nodos B y D en un solo nodo B y conectando los nodos C y E por medio de una barra CE (figura 6.17b). La armadura que se obtiene de esta forma se conoce como una *armadura Fink*. Se debe señalar que las armaduras de la figura 6.17a y b no son armaduras simples; éstas no se pueden construir a partir de una armadura triangular a la que se agregan sucesivamente pares de elementos en la forma descrita en la sección 6.3. Sin embargo, estas armaduras son rígidas, como se verifica al comparar los sistemas de conexiones empleados para mantener juntas las armaduras simples ABC y DEF (tres barras en la figura 6.17a y un perno y una barra en la figura 6.17b) con los sistemas de apoyos presentados en las secciones 4.4 y 4.5. Las armaduras que están he-

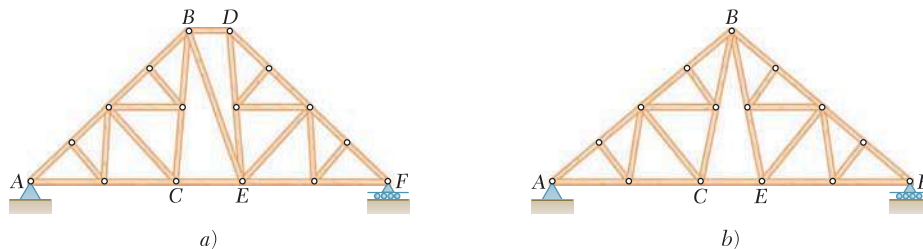


Figura 6.17

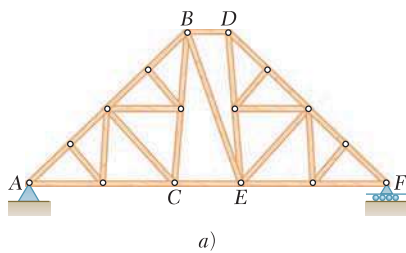


Figura 6.17 (repetida)

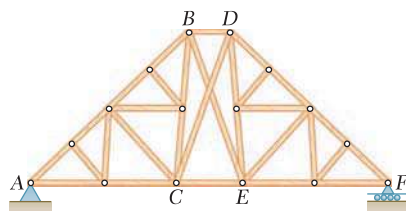


Figura 6.18

chas a partir de varias armaduras simples conectadas rígidamente se conocen como *armaduras compuestas*.

En una armadura compuesta, el número de elementos m y el número de nodos n aún están relacionados por la fórmula $m = 2n - 3$. Esto puede corroborarse observando que, si una armadura compuesta está apoyada por un perno sin fricción y un rodillo (involucrando así tres reacciones desconocidas), el número total de incógnitas es $m + 3$ y dicho número debe ser igual al número $2n$ de ecuaciones que se obtienen al expresar que los n pernos están en equilibrio; por tanto se concluye que $m = 2n - 3$. Las armaduras compuestas que están apoyadas por un perno y un rodillo, o por un sistema equivalente de apoyos, son *estáticamente determinadas, rígidas y completamente restringidas*. Esto se refiere a que todas las reacciones desconocidas y las fuerzas en todos los elementos pueden determinarse mediante los métodos de la estática y que la armadura no se colapsará ni se moverá. Sin embargo, no todas las fuerzas en los elementos se pueden determinar por el método de los nodos, a menos que se resuelva un gran número de ecuaciones simultáneas. Por ejemplo, en el caso de la armadura compuesta de la figura 6.17a, es más eficiente pasar una sección a través de los elementos BD , BE y CE para determinar las fuerzas en los mismos.

Ahora suponga que las armaduras simples ABC y DEF están conectadas por *cuatro* barras BD , BE , CD y CE (figura 6.18). Ahora, el número de elementos m es mayor que $2n - 3$; por tanto, resulta una *armadura hiperestática* y se dice que uno de los cuatro elementos BD , BE , CD o CE es *redundante*. Si la armadura está apoyada por un perno en A y por un rodillo en F , el número total de incógnitas es $m + 3$. Como $m > 2n - 3$, ahora el número $m + 3$ de incógnitas es mayor que el número $2n$ de ecuaciones independientes que se tienen disponibles; en consecuencia, la armadura es *estáticamente indeterminada*.

Por último, supóngase que las dos armaduras simples ABC y DEF están unidas por un perno, como se muestra en la figura 6.19a. El número de elementos m es menor que $2n - 3$. Si la armadura está apoyada por un perno en A y un rodillo en F , el número total de incógnitas es $m + 3$. Como $m < 2n - 3$, ahora el número $m + 3$ de incógnitas es menor que el número $2n$ de ecuaciones de equilibrio que se deben cumplir; por tanto, la armadura *no es rígida* y se colapsará bajo su propio peso. Sin embargo, si se usan dos pernos para apoyarla, la armadura se vuelve *rígida* y no se colapsará (figura 6.19b). Ahora se observa que el número total de incógnitas es $m + 4$ y es igual al número $2n$ de ecuaciones. En términos más generales, si las reacciones en los apoyos involucran r incógnitas, la condición para que una armadura compuesta sea estáticamente determinada, rígida y por completo restringida es $m + r = 2n$. Sin embargo, aunque esta condición es necesaria, no es suficiente para el equilibrio de una estructura que deja de ser rígida cuando se separa de sus apoyos (véase sección 6.11).

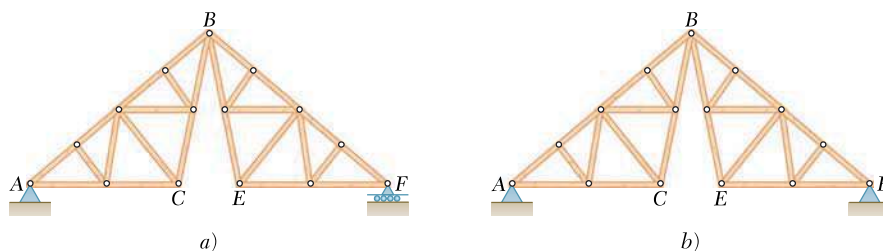
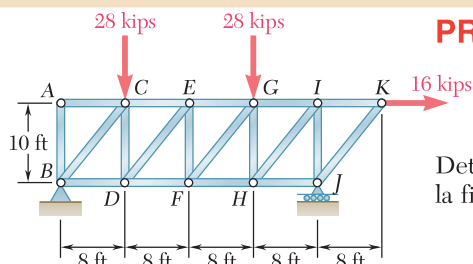
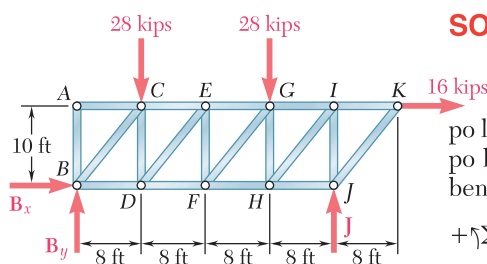


Figura 6.19



PROBLEMA RESUELTO 6.2

Determine la fuerza en los elementos EF y GI de la armadura mostrada en la figura.



SOLUCIÓN

Cuerpo libre: armadura completa. Se dibuja un diagrama de cuerpo libre de toda la armadura; las fuerzas externas que actúan sobre este cuerpo libre consisten en las cargas aplicadas y las reacciones en B y J . Se escriben las siguientes ecuaciones de equilibrio.

$$+\circlearrowleft \Sigma M_B = 0:$$

$$-(28 \text{ kips})(8 \text{ ft}) - (28 \text{ kips})(24 \text{ ft}) - (16 \text{ kips})(10 \text{ ft}) + J(32 \text{ ft}) = 0$$

$$J = +33 \text{ kips} \quad \mathbf{J = 33 \text{ kips} \uparrow}$$

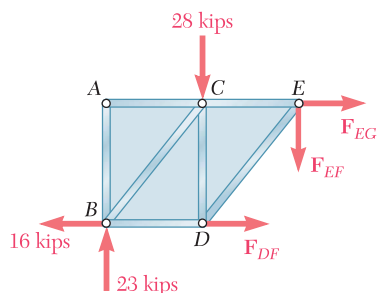
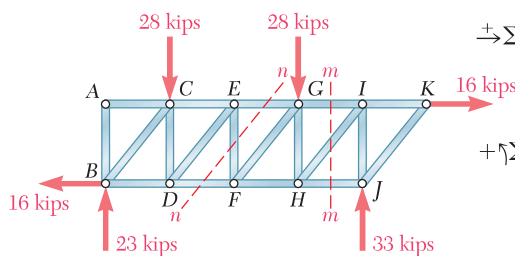
$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0: \quad B_x + 16 \text{ kips} = 0$$

$$B_x = -16 \text{ kips} \quad \mathbf{B_x = 16 \text{ kips} \leftarrow}$$

$$+\uparrow \Sigma M_J = 0:$$

$$(28 \text{ kips})(24 \text{ ft}) + (28 \text{ kips})(8 \text{ ft}) - (16 \text{ kips})(10 \text{ ft}) - B_y(32 \text{ ft}) = 0$$

$$B_y = +23 \text{ kips} \quad \mathbf{B_y = 23 \text{ kips} \uparrow}$$



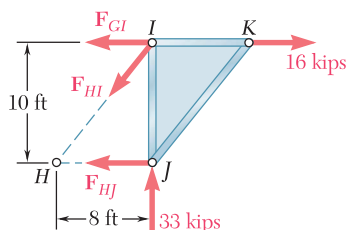
Fuerza en el elemento EF . Se pasa la sección nn a través de la armadura de manera que sólo interseque al elemento EF y a otros dos elementos adicionales. Después de que se han removido los elementos intersecados, la porción del lado izquierdo de la armadura se selecciona como el cuerpo libre. Se observa que están involucradas tres incógnitas; para eliminar las dos fuerzas horizontales, se escribe

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0: \quad +23 \text{ kips} - 28 \text{ kips} - F_{EF} = 0$$

$$F_{EF} = -5 \text{ kips}$$

El sentido de F_{EF} se seleccionó suponiendo que el elemento EF está en tensión; el signo negativo obtenido indica que en realidad el elemento está en compresión.

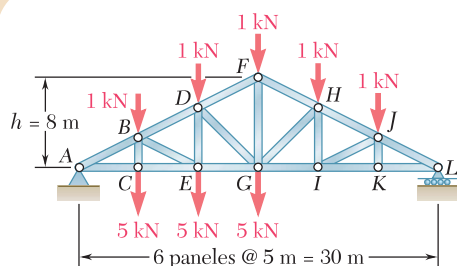
$$\mathbf{F_{EF} = 5 \text{ kips } C \quad \leftarrow}$$



Fuerza en el elemento GI . Se pasa la sección mm a través de la armadura de manera que sólo interseque al elemento GI y a otros dos elementos adicionales. Después de que se han removido los elementos intersecados, se selecciona la porción del lado derecho de la armadura como el cuerpo libre. Otra vez están involucradas tres fuerzas desconocidas; para eliminar las dos fuerzas que pasan a través del punto H se escribe

$$+\circlearrowleft \Sigma M_H = 0: \quad (33 \text{ kips})(8 \text{ ft}) - (16 \text{ kips})(10 \text{ ft}) + F_{GI}(10 \text{ ft}) = 0$$

$$F_{GI} = -10.4 \text{ kips} \quad \mathbf{F_{GI} = 10.4 \text{ kips } C \quad \leftarrow}$$



PROBLEMA RESUELTO 6.3

Determine la fuerza en los elementos FH , GH y GI de la armadura para techo mostrada en la figura.

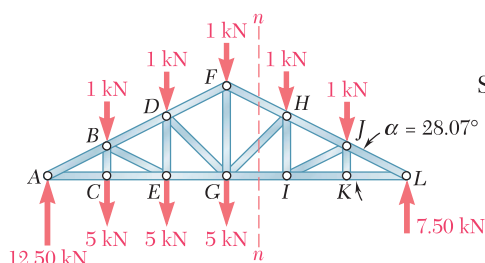
SOLUCIÓN

Cuerpo libre: armadura completa. A partir del diagrama de cuerpo libre para toda la armadura se encuentran las reacciones en A y L:

$$A = 12.50 \text{ kN} \uparrow \quad L = 7.50 \text{ kN} \uparrow$$

Se observa que

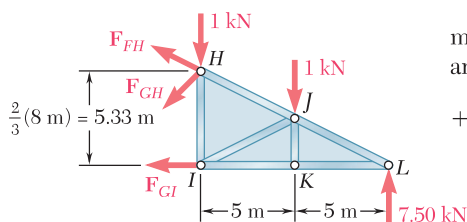
$$\tan \alpha = \frac{FG}{GL} = \frac{8 \text{ m}}{15 \text{ m}} = 0.5333 \quad \alpha = 28.07^\circ$$



Fuerza en el elemento GI . Se pasa la sección nn a través de la armadura, como se muestra en la figura. Con el uso de la porción HLI de la armadura como el cuerpo libre, se obtiene el valor de F_{GI} al escribir

$$+\uparrow \Sigma M_H = 0: \quad (7.50 \text{ kN})(10 \text{ m}) - (1 \text{ kN})(5 \text{ m}) - F_{GI}(5.33 \text{ m}) = 0$$

$$F_{GI} = +13.13 \text{ kN} \quad F_{GI} = 13.13 \text{ kN T} \quad \blacktriangleleft$$

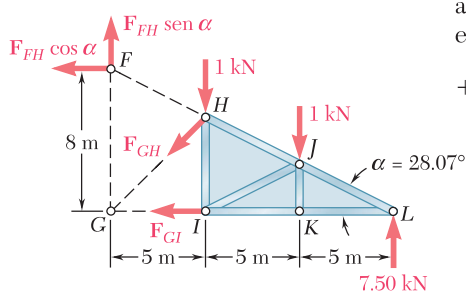


Fuerza en el elemento FH . El valor de F_{FH} se obtiene a partir de la ecuación $\Sigma M_G = 0$. Se mueve F_{FH} a lo largo de su línea de acción hasta que actúe en el punto F, donde se descompone en sus componentes x y y . Ahora, el momento de F_{FH} con respecto al punto G es igual a $(F_{FH} \cos \alpha)(8 \text{ m})$.

$$+\uparrow \Sigma M_G = 0:$$

$$(7.50 \text{ kN})(15 \text{ m}) - (1 \text{ kN})(10 \text{ m}) - (1 \text{ kN})(5 \text{ m}) + (F_{FH} \cos \alpha)(8 \text{ m}) = 0$$

$$F_{FH} = -13.81 \text{ kN} \quad F_{FH} = 13.81 \text{ kN C} \quad \blacktriangleleft$$



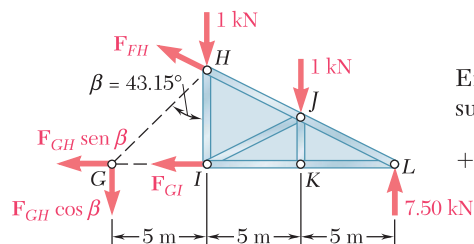
Fuerza en el elemento GH . Primero se observa que

$$\tan \beta = \frac{GI}{HI} = \frac{5 \text{ m}}{\frac{2}{3}(8 \text{ m})} = 0.9375 \quad \beta = 43.15^\circ$$

Entonces, el valor de F_{GH} se determina descomponiendo la fuerza F_{GH} en sus componentes x y y en el punto G y al resolver la ecuación $\Sigma M_L = 0$.

$$+\uparrow \Sigma M_L = 0: \quad (1 \text{ kN})(10 \text{ m}) + (1 \text{ kN})(5 \text{ m}) + (F_{GH} \cos \beta)(15 \text{ m}) = 0$$

$$F_{GH} = -1.371 \text{ kN} \quad F_{GH} = 1.371 \text{ kN C} \quad \blacktriangleleft$$



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN FORMA INDEPENDIENTE

El *método de los nodos* es el mejor método cuando se desean determinar las fuerzas *en todos los elementos* de una armadura simple. Sin embargo, el método de secciones descrito en esta sección es más eficiente cuando se desea encontrar la fuerza *en un solo elemento* o las fuerzas *en pocos elementos* de una armadura simple. El método de secciones también debe emplearse cuando la armadura *no es una armadura simple*.

A. Para determinar la fuerza en un elemento dado de una armadura por el método de secciones, se deben seguir los siguientes pasos:

1. Dibujar un diagrama de cuerpo libre de toda la armadura y utilizar dicho diagrama para determinar las reacciones en los apoyos.

2. Pasar una sección a través de tres elementos de la armadura, de los cuales debe ser el elemento de interés. Después de que se han removido estos elementos, se obtendrán dos porciones separadas de la armadura.

3. Seleccionar una de las dos porciones de la armadura que se han obtenido y dibujar su diagrama de cuerpo libre. Dicho diagrama debe incluir tanto a las fuerzas externas aplicadas sobre la porción seleccionada, como a las fuerzas ejercidas sobre esta última por los elementos intersecados antes de que dichos elementos fueran removidos.

4. Ahora se pueden escribir tres ecuaciones de equilibrio, las cuales se pueden resolver para encontrar las fuerzas en los tres elementos intersecados.

5. Una alternativa consiste en escribir una sola ecuación, la cual pueda resolverse para la fuerza en el elemento de interés. Para esto, primero se debe observar si las fuerzas ejercidas sobre el cuerpo libre por los otros dos elementos son paralelas o si sus líneas de acción se intersecan.

a) Si las fuerzas son paralelas, éstas se pueden eliminar escribiendo una ecuación de equilibrio que involucre *componentes en una dirección perpendicular* a la de estas dos fuerzas.

b) Si sus líneas de acción se intersecan en un punto H , estas fuerzas pueden eliminarse escribiendo una ecuación de equilibrio que involucre *momentos con respecto a H* .

6. Se debe recordar que la sección que se utilice debe intersecar sólo a tres elementos. Esto se debe a que las ecuaciones de equilibrio en el paso 4 sólo se resuelven para tres incógnitas. Sin embargo, se puede pasar una sección a través de más de tres elementos con el fin de encontrar la fuerza en uno de los mismos, siempre y cuando se pueda escribir una ecuación de equilibrio que contenga sólo a dicha fuerza como incógnita. Este tipo de situación especial se encontrará en los problemas del 6.61 a 6.64.

(continúa)

B. En relación con las armaduras que están completamente restringidas y determinadas:

1. Se debe señalar que cualquier armadura simple que está simplemente apoyada es una armadura completamente restringida y determinada.

2. Para determinar si cualquier otra armadura es completamente restringida y determinada o no, primero se debe contar el número m de sus elementos, el número n de sus nodos y el número r de las componentes de reacción en sus apoyos. Entonces, se debe comparar la suma $m + r$, que representa el número de incógnitas, con el producto $2n$, que representa el número de ecuaciones de equilibrio independientes que se tienen disponibles.

a) Si $m + r < 2n$, hay menos incógnitas que ecuaciones. Por tanto, algunas de las ecuaciones no se cumplen; la armadura sólo está *parcialmente restringida*.

b) Si $m + r > 2n$, hay más incógnitas que ecuaciones. Por tanto, no se pueden determinar algunas de las incógnitas; la armadura es *indeterminada*.

c) Si $m + r = 2n$, hay tantas incógnitas como ecuaciones. Sin embargo, esto no significa que pueden determinarse todas las incógnitas y cumplirse todas las ecuaciones. Para establecer si la armadura es *completa* o *impropiamente restringida* se debe tratar de determinar las reacciones en sus apoyos y las fuerzas en sus elementos. Si todas se encuentran, la armadura es *completamente restringida y determinada*.

Problemas

6.43 Una armadura Warren para puentes se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos CE , DE y DF .

6.44 Una armadura Warren para puentes se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos EG , FG y FH .

6.45 Determine la fuerza en los elementos BD y DE de la armadura que se muestra en la figura.

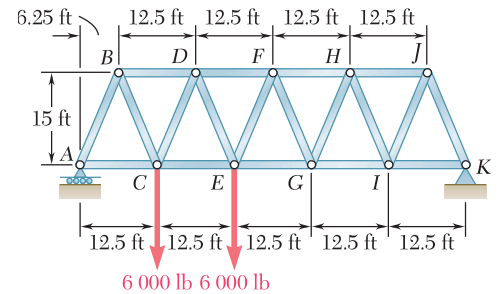


Figura P6.43 y P6.44

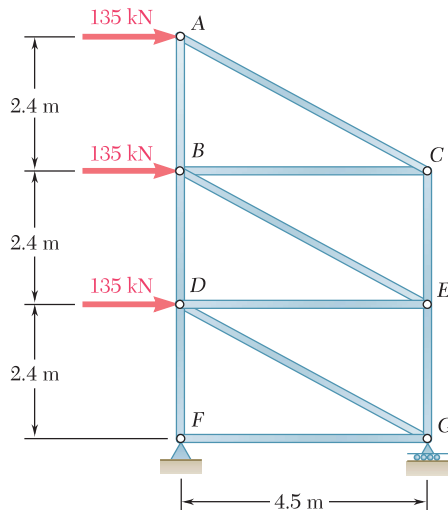


Figura P6.45 y P6.46

6.46 Determine la fuerza en los elementos DG y EG de la armadura que se muestra en la figura.

6.47 Una armadura para piso se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos CF , EF y EG .

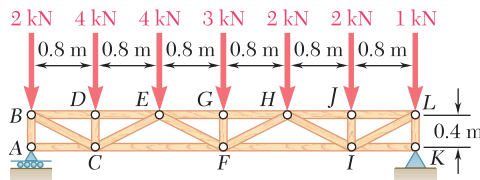


Figura P6.47 y P6.48

6.48 Una armadura para piso se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos FI , HI y HJ .

6.49 Una armadura de tiro plano para techo se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos CE , DE y DF .

6.50 Una armadura de tiro plano para techo se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos EG , GH y HJ .

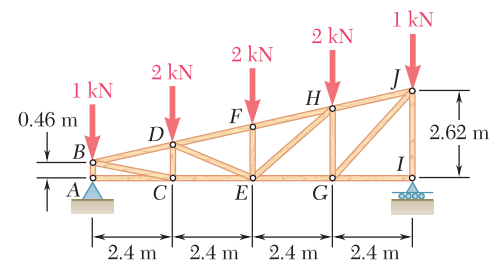


Figura P6.49 y P6.50

6.51 Una armadura Howe tipo tijera para techo se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos DF , DG y EG .

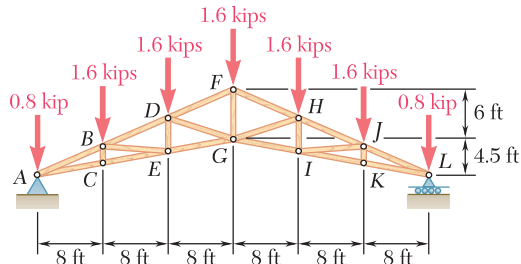


Figura P6.51 y P6.52

6.52 Una armadura Howe tipo tijera para techo se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos GI , HI y HJ .

6.53 Una armadura Pratt para techo se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos CD , DE y DF .

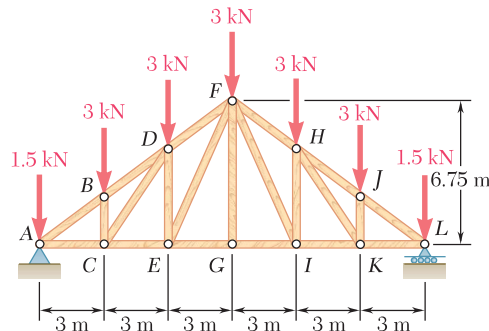


Figura P6.53 y P6.54

6.54 Una armadura Pratt para techo se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos FH , FI y GI .

6.55 Determine la fuerza en los elementos AD , CD y CE de la armadura que se muestra en la figura.

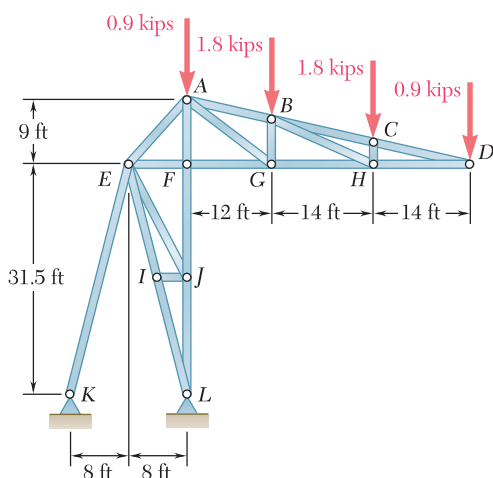


Figura P6.57 y P6.58

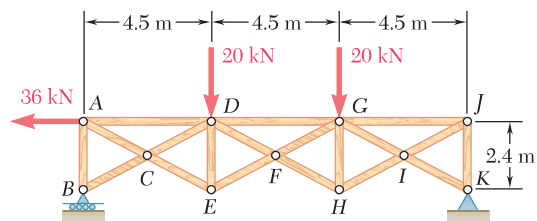


Figura P6.55 y P6.56

6.56 Determine la fuerza en los elementos DG , FG y FH de la armadura que se muestra en la figura.

6.57 Una armadura para techo de estadio se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos AB , AG y FG .

6.58 Una armadura para techo de estadio se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos AE , EF y FJ .

6.59 Una armadura polinesia, o de dos tiros, para techo se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos DF , EF y EG .

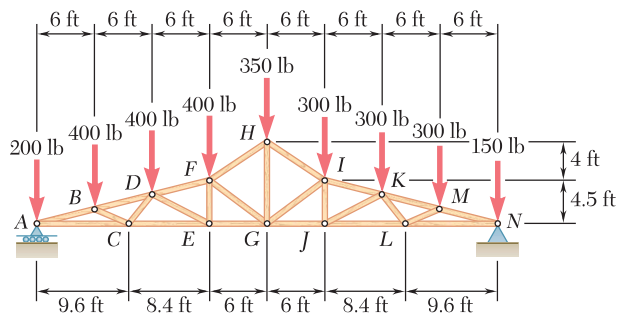


Figura P6.59 y P6.60

6.60 Una armadura polinesia, o de dos tiros, para techo se carga en la forma que muestra la figura. Determine la fuerza en los elementos HI , GI y GJ .

6.61 Determine la fuerza en los elementos AF y EJ de la armadura que se muestra en la figura, cuando $P = Q = 1.2$ kN. (Sugerencia: Use la sección aa .)

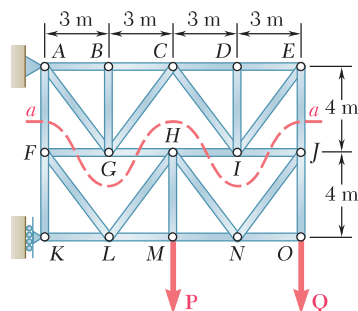


Figura P6.61 y P6.62

6.62 Determine la fuerza en los elementos AF y EJ de la armadura que se muestra en la figura, cuando $P = 1.2$ kN y $Q = 0$. (Sugerencia: Use la sección aa .)

6.63 Determine la fuerza en los elementos EH y GI de la armadura que se muestra en la figura. (Sugerencia: Use la sección aa .)

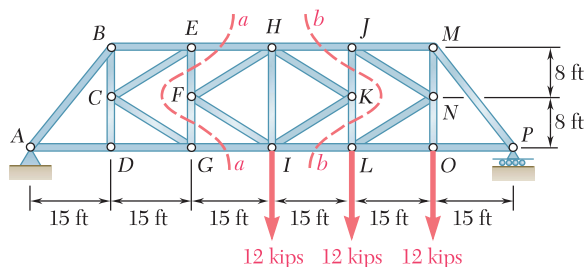


Figura P6.63 y P6.64

6.64 Determine la fuerza en los elementos HJ e IL de la armadura que se muestra en la figura. (Sugerencia: Use la sección bb .)

6.65 y 6.66 Los elementos diagonales en los paneles centrales de la torre de transmisión que se muestra en la figura son muy delgados y sólo pueden actuar en tensión; a tales elementos se les conoce como *contravientos*. Para las cargas dadas, determine *a)* cuál de los dos contravientos mencionados actúa, *b)* la fuerza en ese contraviento.

6.65 Contravientos *CJ* y *HE*.

6.66 Contravientos *IO* y *KN*.

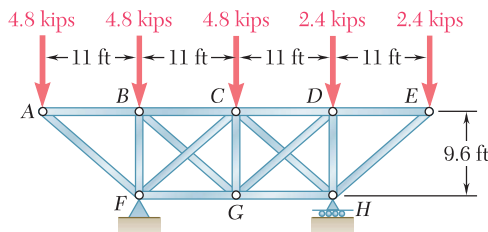


Figura P6.67

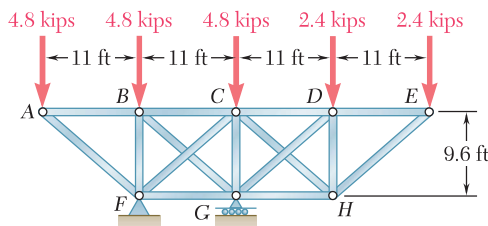


Figura P6.68

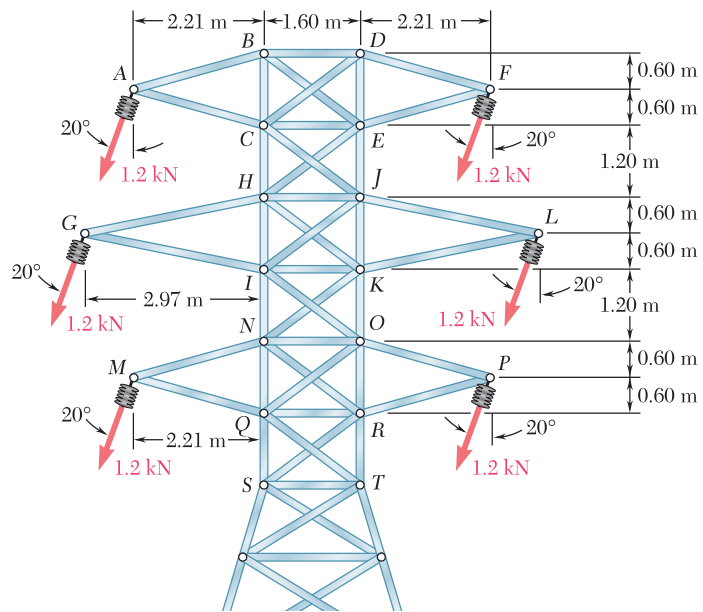


Figura P6.65 y P6.66

6.67 y 6.68 Los elementos diagonales en los paneles centrales de las armaduras que se muestran en las figuras son muy delgados y sólo pueden actuar en tensión; a tales elementos se les conoce como *contravientos*. Determine las fuerzas en los contravientos que actúan bajo las cargas dadas.

6.69 Clasifique cada una de las estructuras mostradas en la figura como completa, parcial o impropriamente restringida; si la estructura está completamente restringida, clasifíquela como estáticamente determinada o indeterminada. (Todos los elementos pueden actuar tanto en tensión como en compresión.)

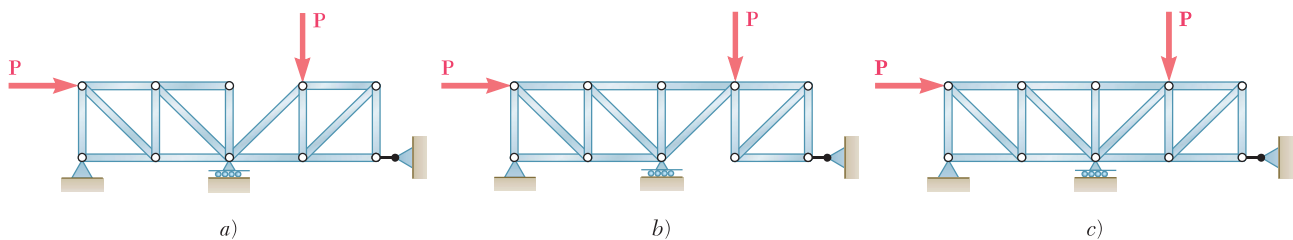


Figura P6.69

6.70 a 6.74 Clasifique cada una de las estructuras mostradas en las figuras como completa, parcial o impropriamente restringida; si la estructura está completamente restringida, clasifíquela como estáticamente determinada o indeterminada. (Todos los elementos pueden actuar tanto en tensión como en compresión.)

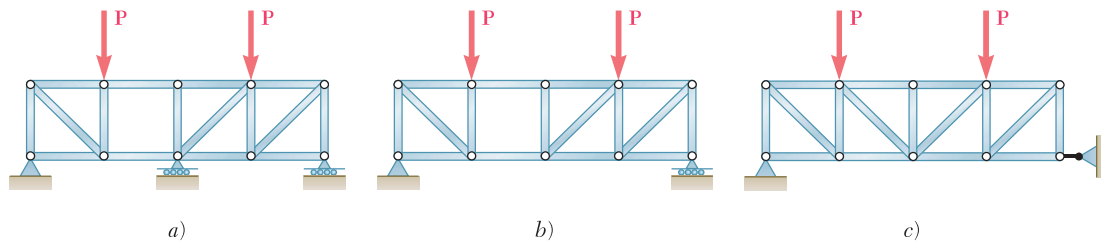


Figura P6.70

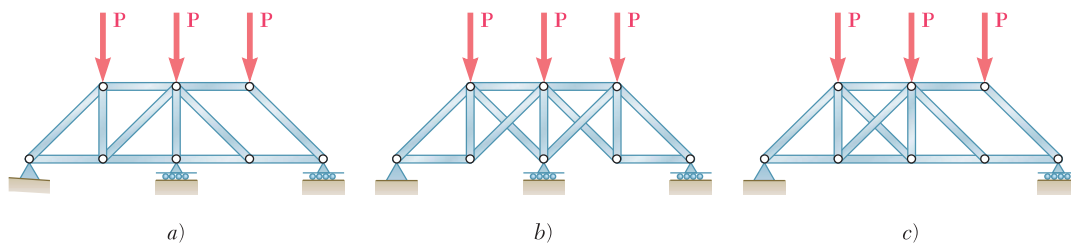


Figura P6.71

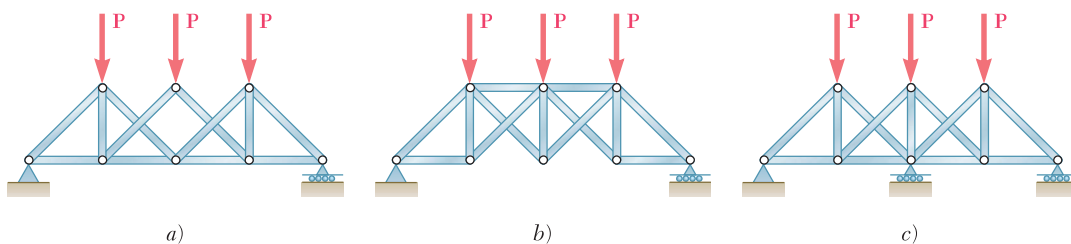


Figura P6.72

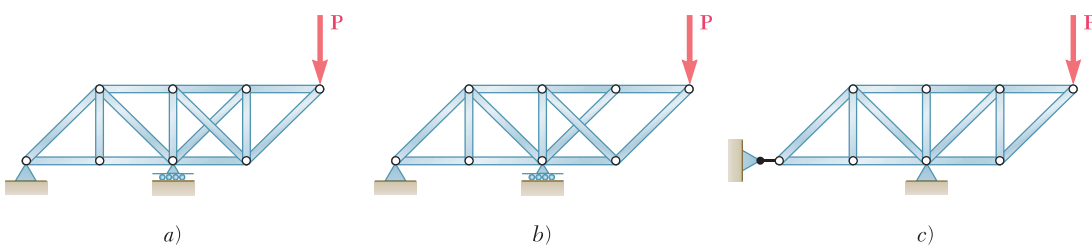


Figura P6.73

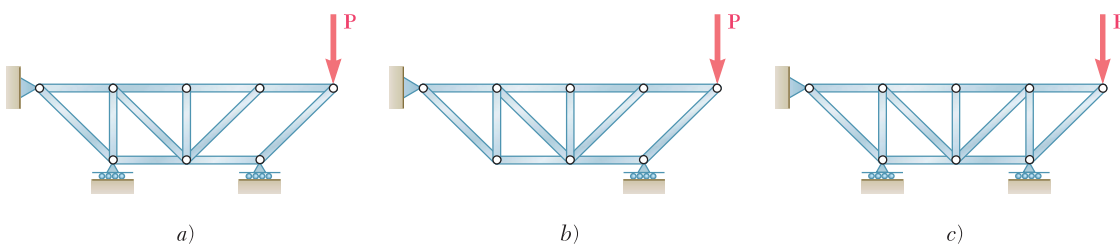


Figura P6.74

ARMAZONES Y MÁQUINAS

6.9. ESTRUCTURAS QUE CONTIENEN ELEMENTOS SUJETOS A FUERZAS MÚLTIPLES

Bajo la denominación de armaduras, bastidores o armazones se consideran estructuras totalmente constituidas por pernos y elementos rectos sujetos a la acción de dos fuerzas. Se sabía que las fuerzas que actuaban sobre los elementos estaban dirigidas a lo largo de los mismos. Ahora se considerarán estructuras en las cuales por lo menos uno de los elementos es un elemento *sujeto a la acción de fuerzas múltiples*, esto es, un elemento sobre el que actúan tres o más fuerzas. En general, dichas fuerzas no estarán dirigidas a lo largo de los elementos sobre los cuales actúan; su dirección es desconocida y, por tanto, se deben representar por dos componentes desconocidas.

Los armazones y las máquinas son estructuras que contienen elementos sometidos a la acción de varias fuerzas. Los *armazones* están diseñados para soportar cargas y son estructuras estacionarias totalmente restringidas. Las *máquinas* están diseñadas para transmitir y modificar fuerzas; éstas pueden o no ser estacionarias y siempre tendrán partes móviles.

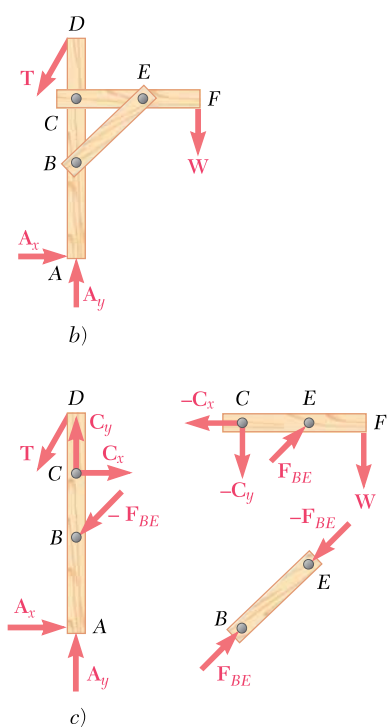
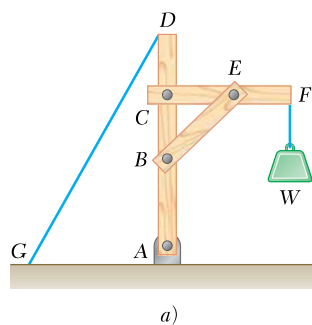


Figura 6.20

6.10. ANÁLISIS DE UN ARMAZÓN

Como un primer ejemplo del análisis de un armazón, se retomará el ejemplo de una grúa que soporta determinada carga W que ya fue descrito en la sección 6.1 (figura 6.20a). El diagrama de cuerpo libre para la estructura completa se muestra en la figura 6.20b. Este diagrama se puede utilizar para determinar las fuerzas externas que actúan sobre la estructura. Primero, al sumar momentos con respecto a A , se determina la fuerza T ejercida por el cable; entonces, si se suman componentes x y y se determinan las componentes A_x y A_y de la reacción en el perno A .

Con el fin de determinar las fuerzas internas que mantienen unidas a las diversas partes del armazón, éste se debe desensamblar y dibujar un diagrama de cuerpo libre para cada una de las partes que la constituyen (figura 6.20c). Primero se deben considerar los elementos sometidos a la acción de dos fuerzas. En este armazón, el elemento BE es el único sobre el que actúan dos fuerzas. Las fuerzas que actúan en cada uno de los extremos de este elemento deben tener la misma magnitud, la misma línea de acción y sentidos opuestos (sección 4.6). Por tanto, dichas fuerzas están dirigidas a lo largo de BE y se representarán, respectivamente, por F_{BE} y $-F_{BE}$. De modo arbitrario, se supondrá que su sentido es como se muestra en la figura 6.20c; después, el signo obtenido para la magnitud común F_{BE} de estas dos fuerzas confirmará o negará esta suposición.

En seguida se consideran los elementos sometidos a la acción de varias fuerzas, los elementos sobre los que actúan tres o más fuerzas. De acuerdo con la tercera ley de Newton, la fuerza ejercida en B por el elemento BE sobre el elemento AD debe ser igual y opuesta a la fuerza F_{BE} ejercida por AD sobre BE . En forma similar, la fuerza ejercida en E por el elemento BE sobre el elemento CF debe ser igual y opuesta a la fuerza $-F_{BE}$ ejercida por CF sobre BE . Por tanto, las fuerzas que el elemento sometido a la acción de dos fuerzas BE ejerce sobre AD y CF son iguales, respectivamente, a $-F_{BE}$ y F_{BE} ; estas fuer-

zas tienen la misma magnitud F_{BE} y sentidos opuestos y deben estar dirigidas como se muestra en la figura 6.20c.

Dos elementos sometidos a la acción de varias fuerzas están conectados en C . Como no se conocen ni la magnitud ni la dirección de las fuerzas que actúan en C , dichas fuerzas se representarán por sus componentes x y y . Las componentes C_x y C_y de la fuerza que actúa sobre el elemento AD serán dirigidas de manera arbitraria hacia la derecha y hacia arriba. De acuerdo con la tercera ley de Newton, las fuerzas ejercidas por el elemento CF sobre AD y las fuerzas ejercidas por el elemento AD sobre CF son iguales y opuestas, las componentes de la fuerza que actúa sobre el elemento CF *deben* estar dirigidas hacia la izquierda y hacia abajo; dichas componentes se representarán, respectivamente, por $-C_x$ y $-C_y$. Si la fuerza C_x en realidad está dirigida hacia la derecha y la fuerza $-C_x$ hacia la izquierda se determinará después, a partir del signo de su magnitud común C_x , un signo positivo indicará que la suposición hecha fue correcta y un signo negativo indicará que la suposición fue incorrecta. Los diagramas de cuerpo libre de los elementos sujetos a la acción de fuerzas múltiples muestran las fuerzas externas que actúan en A , D y F .[†]

Ahora se pueden determinar las fuerzas internas considerando el diagrama de cuerpo libre de cualquiera de los dos elementos sometidos a la acción de varias fuerzas. Por ejemplo, seleccionando el diagrama de cuerpo libre correspondiente al elemento CF , se escriben las ecuaciones $\Sigma M_C = 0$, $\Sigma M_E = 0$ y $\Sigma F_x = 0$, las cuales proporcionan, respectivamente, los valores de las magnitudes F_{BE} , C_y y C_x . Estos valores se pueden comprobar verificando que el elemento AD también se encuentra en equilibrio.

Se debe señalar que en la figura 6.20 se supuso que los pernos formaban una parte integral de uno de los dos elementos que conectaban dichos pernos y, por tanto, no fue necesario dibujar sus diagramas de cuerpo libre. Esta suposición siempre se puede utilizar para simplificar el análisis de los armazones y las máquinas. Sin embargo, cuando un perno conecta a tres o más elementos, o cuando un perno conecta a un apoyo y a dos o más elementos o cuando se aplica una carga en un perno debe tomarse una decisión clara con relación al elemento seleccionado al cual se supondrá que pertenece el perno. (Si son elementos sujetos a la acción de fuerzas múltiples se debe unir el perno a uno de dichos elementos.) Entonces, deben identificarse las diversas fuerzas ejercidas sobre el perno. Esto se ilustra en el problema resuelto 6.6.

6.11. ARMAZONES QUE DEJAN DE SER RÍGIDOS CUANDO SE SEPARAN DE SUS SOPORTES

La grúa analizada en la sección 6.10 estaba construida de manera que podía mantener la misma forma sin la ayuda de sus apoyos; por tanto, se

[†]No es necesario utilizar un signo menos para distinguir a la fuerza ejercida por un elemento sobre otro de fuerza igual y opuesta ejercida por el segundo elemento sobre el primero, puesto que ambas fuerzas pertenecen a diferentes diagramas de cuerpo libre y, por tanto, no pueden confundirse fácilmente. En los problemas resueltos se usa el mismo símbolo para representar a fuerzas iguales y opuestas que están aplicadas sobre distintos cuerpos libres. Se debe señalar que, bajo estas circunstancias, el signo obtenido para una componente de fuerza dada no relaciona directamente el sentido de dicha componente con el sentido del eje coordenado correspondiente. En lugar de esto, un signo positivo indica que el *sentido supuesto para esa componente en el diagrama de cuerpo libre* es correcto y un signo negativo indica que dicho sentido es incorrecto.

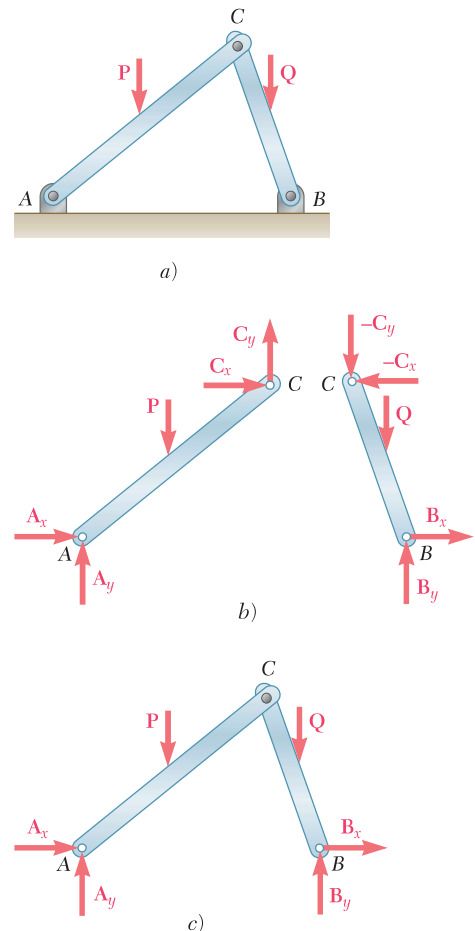


Figura 6.21

consideró a la grúa como un cuerpo rígido. Sin embargo, muchos armazones o estructuras se colapsarían si se separan de sus apoyos; en consecuencia, dichos armazones no pueden considerarse como cuerpos rígidos. Por ejemplo, considere el armazón mostrado en la figura 6.21a, el cual consta de dos elementos AC y CB que soportan, respectivamente, a las cargas P y Q que actúan en los puntos medios de dichos elementos; los elementos están soportados por pernos en A y B y están conectados por medio de un perno en C . Este armazón no mantendrá su forma si se separa de sus apoyos; por tanto, se debe considerar que está hecho de *dos partes rígidas distintas* AC y CB .

Las ecuaciones $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ y $\Sigma M = 0$ (con respecto a cualquier punto dado) expresan las condiciones para el *equilibrio de un cuerpo rígido* (capítulo 4); por tanto, deben utilizarse en conjunto con los diagramas de cuerpo libre correspondientes a cuerpos rígidos, es decir, los diagramas de cuerpo libre para los elementos AC y CB (figura 6.21b). Como los dos elementos en cuestión están sujetos a la acción de fuerzas múltiples, y se emplean pernos en los apoyos y en la conexión, cada una de las reacciones en A y B y las fuerzas en C se deben representar por medio de dos componentes. De acuerdo con la tercera ley de Newton, las componentes de la fuerza ejercida por CB sobre AC y las componentes de la fuerza ejercida por AC sobre CB estarán representadas por vectores que tienen la misma magnitud y sentidos opuestos; por tanto, si el primer par de componentes está constituido por C_x y C_y , el segundo estará representado por $-C_x$ y $-C_y$. Se observa que actúan cuatro componentes de fuerzas desconocidas sobre el cuerpo libre AC , mientras que sólo pueden emplearse tres ecuaciones independientes para expresar que dicho cuerpo está en equilibrio; de manera similar, cuatro incógnitas están asociadas con el cuerpo libre CB , pero sólo se tienen tres ecuaciones independientes. Sin embargo, sólo están involucradas seis incógnitas diferentes en el análisis de los dos elementos y, en conjunto, están disponibles seis ecuaciones para expresar que ambos elementos están en equilibrio. Escribiendo $\Sigma M_A = 0$ para el cuerpo libre AC y $\Sigma M_B = 0$ para el cuerpo libre CB , se obtienen dos ecuaciones simultáneas que pueden resolverse para la magnitud común C_x de las componentes C_x y $-C_x$ y para la magnitud común C_y de las componentes C_y y $-C_y$. En seguida se escribe $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$ para cada uno de los dos cuerpos libres con el fin de obtener, sucesivamente, las magnitudes A_x , A_y , B_x y B_y .

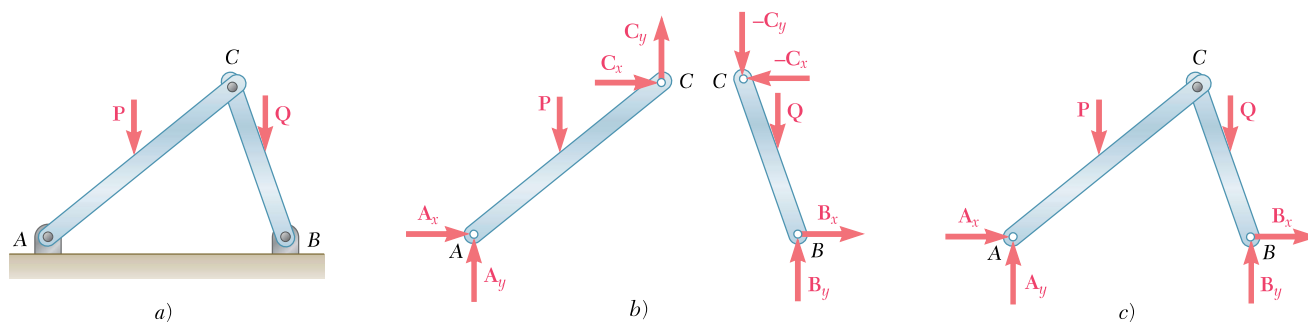


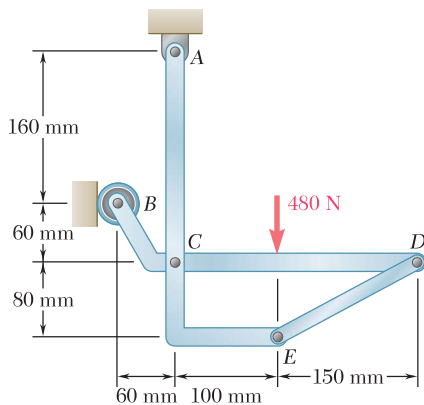
Figura 6.21 (repetida)

Puesto que las fuerzas que actúan sobre el cuerpo libre AC satisfacen las ecuaciones de equilibrio $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ y $\Sigma M = 0$ (con respecto a cualquier punto dado) y debido a que dichas ecuaciones también se satisfacen por las fuerzas que actúan sobre el cuerpo libre CB , ahora se puede observar que las tres ecuaciones de equilibrio también deben cumplirse cuando se consideran simultáneamente las fuerzas que actúan sobre los dos cuerpos libres. Como las fuerzas internas en C se cancelan entre sí, se concluye que las fuerzas externas mostradas en el diagrama de cuerpo libre para el propio armazón ACB (figura 6.21c) deben satisfacer las ecuaciones de equilibrio, a pesar de que el armazón en análisis no es un cuerpo rígido. Dichas ecuaciones se utilizan para determinar algunas de las componentes de las reacciones en A y B . Sin embargo, también se concluye que *no se pueden determinar por completo las reacciones a partir del diagrama de cuerpo libre para el armazón completo*. Por tanto, es necesario desensamblar el armazón y considerar los diagramas de cuerpo libre de las partes que lo constituyen (figura 6.21b), aun cuando sólo se deseen determinar las reacciones externas. Lo anterior se debe a que las ecuaciones de equilibrio obtenidas para el cuerpo libre ACB son *condiciones necesarias, pero no suficientes*, para el equilibrio de una estructura que no es rígida.

El método de solución descrito en el segundo párrafo de la presente sección involucró ecuaciones simultáneas. A continuación se presenta un método más eficiente, el cual utiliza tanto al cuerpo libre ACB como a los cuerpos libres AC y CB . Si se escribe $\Sigma M_A = 0$ y $\Sigma M_B = 0$ para el cuerpo libre ACB , se obtienen B_y y A_y . Escribiendo $\Sigma M_C = 0$, $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$ para el cuerpo libre AC se obtienen, sucesivamente, A_x , C_x y C_y . Por último, al escribir $\Sigma F_x = 0$ para ACB , se obtiene B_x .

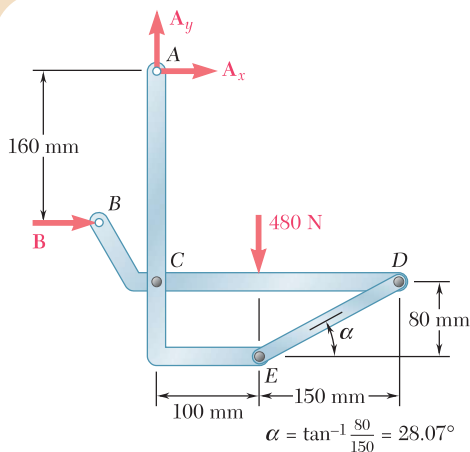
Se señaló con anterioridad que el análisis del armazón de la figura 6.21 involucra seis componentes de fuerzas desconocidas y seis ecuaciones de equilibrio independientes. (Las ecuaciones de equilibrio para el armazón completo se obtuvieron a partir de las seis ecuaciones originales y, por tanto, no son independientes.) Además, se corroboró que en realidad se podían determinar todas las incógnitas y satisfacer todas las ecuaciones. Por tanto, el armazón considerado es *estáticamente determinado y rígido*.[†] En general, para determinar si una estructura es estáticamente determinada y rígida, se debe dibujar un diagrama de cuerpo libre para cada una de las partes que la constituyen y contar el número de reacciones y de fuerzas internas que están involucradas. También se debe determinar el número de ecuaciones de equilibrio independientes (excluyendo las ecuaciones que expresan el equilibrio de la estructura completa o de grupos de partes componentes que ya se han analizado). Si hay más incógnitas que ecuaciones, la estructura es *estáticamente indeterminada*. Si hay menos incógnitas que ecuaciones, la estructura *no es rígida*. Si hay tantas incógnitas como ecuaciones y *si se pueden determinar todas las incógnitas y satisfacer todas las ecuaciones* bajo condiciones generales de carga, la estructura es *estáticamente determinada y rígida*. Sin embargo, si debido a un *arreglo impropio* de los elementos y apoyos no se pueden determinar todas las incógnitas ni satisfacer todas las ecuaciones, la estructura es *estáticamente indeterminada y no es rígida*.

[†]La palabra *rígido* se usa para indicar que el armazón mantendrá su forma mientras permanezca unido a sus apoyos.



PROBLEMA RESUELTO 6.4

En el armazón que se muestra en la figura, los elementos ACE y BCD están conectados por medio de un perno en C y por el eslabón DE . Para la condición de carga mostrada, determine la fuerza en el eslabón DE y las componentes de la fuerza ejercida por los elementos BCD en C .

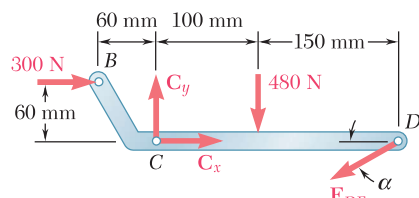


SOLUCIÓN

Cuerpo libre: armazón completo. Como las reacciones externas involucran sólo tres incógnitas, se calculan dichas reacciones considerando el diagrama de cuerpo libre para todo el armazón.

$$\begin{aligned}
 +\uparrow \Sigma F_y = 0: & \quad A_y - 480 \text{ N} = 0 & \quad A_y = +480 \text{ N} & \quad A_y = 480 \text{ N} \uparrow \\
 +\uparrow \Sigma M_A = 0: & \quad -(480 \text{ N})(100 \text{ mm}) + B(160 \text{ mm}) = 0 & \quad B = +300 \text{ N} & \quad B = 300 \text{ N} \rightarrow \\
 \pm \Sigma F_x = 0: & \quad B + A_x = 0 & \quad 300 \text{ N} + A_x = 0 & \quad A_x = -300 \text{ N} & \quad A_x = 300 \text{ N} \leftarrow
 \end{aligned}$$

Elementos. Ahora se desensambla el armazón. Como sólo dos elementos están conectados en C , las componentes de las fuerzas desconocidas que actúan sobre ACE y BCD son, respectivamente, iguales y opuestas y se supone que están dirigidas como se muestra en la figura. Se supone que el eslabón DE está en tensión y ejerce fuerzas iguales y opuestas en D y E , las cuales están dirigidas como muestra la figura.



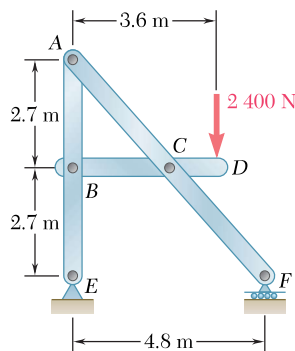
$$\begin{aligned}
 +\uparrow \Sigma M_C = 0: & \quad -(F_{DE} \sin \alpha)(250 \text{ mm}) - (300 \text{ N})(80 \text{ mm}) - (480 \text{ N})(100 \text{ mm}) = 0 \\
 & \quad F_{DE} = -561 \text{ N} & \quad F_{DE} = 561 \text{ N} \text{ C} \quad \blacktriangleleft \\
 \pm \Sigma F_x = 0: & \quad C_x - F_{DE} \cos \alpha + 300 \text{ N} = 0 \\
 & \quad C_x - (-561 \text{ N}) \cos 28.07^\circ + 300 \text{ N} = 0 & \quad C_x = -795 \text{ N} \\
 +\uparrow \Sigma F_y = 0: & \quad C_y - F_{DE} \sin \alpha - 480 \text{ N} = 0 \\
 & \quad C_y - (-561 \text{ N}) \sin 28.07^\circ - 480 \text{ N} = 0 & \quad C_y = +216 \text{ N}
 \end{aligned}$$

A partir de los signos obtenidos para C_x y C_y se concluye que las componentes de fuerza C_x y C_y ejercidas sobre el elemento BCD están dirigidas, respectivamente, hacia la izquierda y hacia arriba. Así se tiene

$$C_x = 795 \text{ N} \leftarrow, C_y = 216 \text{ N} \uparrow \quad \blacktriangleleft$$

Cuerpo libre: elemento ACE (comprobación). Se comprueban los cálculos considerando el cuerpo libre ACE . Por ejemplo,

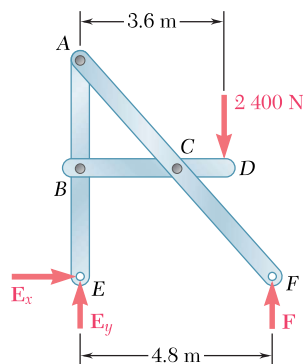
$$\begin{aligned}
 +\uparrow \Sigma M_A = & (F_{DE} \cos \alpha)(300 \text{ mm}) + (F_{DE} \sin \alpha)(100 \text{ mm}) - C_x(220 \text{ mm}) \\
 = & (-561 \cos \alpha)(300) + (-561 \sin \alpha)(100) - (-795)(220) = 0
 \end{aligned}$$



PROBLEMA RESUELTO 6.5

Determine las componentes de las fuerzas que actúan sobre cada elemento del armazón que se muestra en la figura.

SOLUCIÓN



Cuerpo libre: armazón completo. Como las reacciones externas involucran sólo tres incógnitas, se calculan dichas reacciones considerando el diagrama de cuerpo libre para el armazón completo.

$$\begin{aligned}
 +\uparrow \Sigma M_E = 0: & \quad -(2400 \text{ N})(3.6 \text{ m}) + F(4.8 \text{ m}) = 0 & F = +1800 \text{ N} \uparrow \\
 +\uparrow \Sigma F_y = 0: & \quad -2400 \text{ N} + 1800 \text{ N} + E_y = 0 & E_y = +600 \text{ N} \uparrow \\
 \rightarrow \Sigma F_x = 0: & & E_x = 0
 \end{aligned}$$

Elementos. Ahora se desensambla el armazón: como sólo están conectados dos elementos en cada nodo, en la figura se muestran componentes iguales y opuestas sobre cada elemento en cada nodo.

Cuerpo libre: elemento BCD

$$\begin{aligned}
 +\uparrow \Sigma M_B = 0: & \quad -(2400 \text{ N})(3.6 \text{ m}) + C_y(2.4 \text{ m}) = 0 & C_y = +3600 \text{ N} \\
 +\uparrow \Sigma M_C = 0: & \quad -(2400 \text{ N})(1.2 \text{ m}) + B_y(2.4 \text{ m}) = 0 & B_y = +1200 \text{ N} \\
 \rightarrow \Sigma F_x = 0: & \quad -B_x + C_x = 0
 \end{aligned}$$

Se observa que ni B_x ni C_x se obtienen considerando sólo al elemento BCD. Los valores positivos obtenidos para B_y y C_y indican que las componentes de fuerza B_y y C_y están dirigidas como se supuso.

Cuerpo libre: elemento ABE

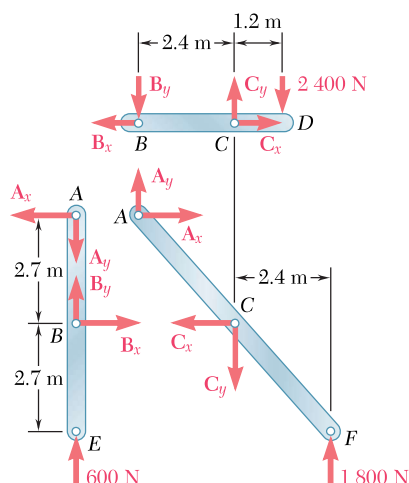
$$\begin{aligned}
 +\uparrow \Sigma M_A = 0: & \quad B_x(2.7 \text{ m}) = 0 & B_x = 0 \\
 \rightarrow \Sigma F_x = 0: & \quad +B_x - A_x = 0 & A_x = 0 \\
 +\uparrow \Sigma F_y = 0: & \quad -A_y + B_y + 600 \text{ N} = 0 & A_y = +1800 \text{ N} \\
 & \quad -A_y + 1200 \text{ N} + 600 \text{ N} = 0
 \end{aligned}$$

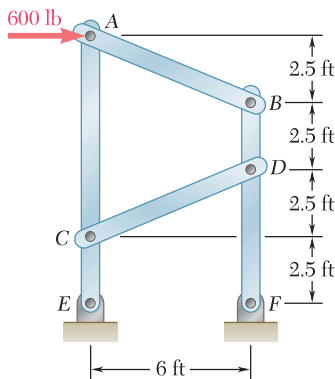
Cuerpo libre: elemento BCD. Ahora, regresando al elemento BCD se escribe

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0: \quad -B_x + C_x = 0 \quad 0 + C_x = 0 \quad C_x = 0$$

Cuerpo libre: elemento ACF (comprobación). Ahora ya se han determinado todas las componentes desconocidas; para comprobar los resultados se verifica que el elemento ACF esté en equilibrio.

$$\begin{aligned}
 +\uparrow \Sigma M_C &= (1800 \text{ N})(2.4 \text{ m}) - A_y(2.4 \text{ m}) - A_x(2.7 \text{ m}) \\
 &= (1800 \text{ N})(2.4 \text{ m}) - (1800 \text{ N})(2.4 \text{ m}) - 0 = 0 \text{ (queda comprobado)}
 \end{aligned}$$





PROBLEMA RESUELTO 6.6

Una fuerza horizontal de 600 lb se aplica sobre el perno A del armazón mostrado en la figura; determine las fuerzas que actúan sobre los dos elementos verticales del armazón.

SOLUCIÓN

Cuerpo libre: armazón completo. Se selecciona al armazón completo en cuerpo libre; a pesar de que las reacciones involucran a cuatro incógnitas, se pueden determinar E_y y F_y escribiendo

$$+\uparrow \Sigma M_E = 0: \quad -(600 \text{ lb})(10 \text{ ft}) + F_y(6 \text{ ft}) = 0$$

$$F_y = +1\,000 \text{ lb} \uparrow \quad \blacktriangleleft$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0: \quad E_y + F_y = 0$$

$$E_y = -1\,000 \text{ lb}$$

$$E_y = 1\,000 \text{ lb} \downarrow \quad \blacktriangleleft$$

Elementos. Las ecuaciones de equilibrio para el armazón completo no son suficientes para determinar E_x y F_x . Ahora se deben considerar los diagramas de cuerpo libre de los distintos elementos que constituyen al armazón para continuar con la solución del problema. Al desensamblar el armazón, se supondrá que el perno A está unido al elemento sujeto a la acción de varias fuerzas ACE y, por tanto, que la fuerza de 600 lb está aplicada sobre dicho elemento. Además, también se debe señalar que AB y CD son elementos sujetos a dos fuerzas.

Cuerpo libre: elemento ACE

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0: \quad -\frac{5}{13}F_{AB} + \frac{5}{13}F_{CD} - 1\,000 \text{ lb} = 0$$

$$+\uparrow \Sigma M_E = 0: \quad -(600 \text{ lb})(10 \text{ ft}) - (\frac{12}{13}F_{AB})(10 \text{ ft}) - (\frac{12}{13}F_{CD})(2.5 \text{ ft}) = 0$$

Si se resuelven simultáneamente estas ecuaciones, se encuentra que

$$F_{AB} = -1\,040 \text{ lb} \quad F_{CD} = +1\,560 \text{ lb} \quad \blacktriangleleft$$

Los signos obtenidos indican que el sentido supuesto para F_{CD} fue correcto y que el sentido supuesto para F_{AB} fue incorrecto. Ahora, sumando componentes x,

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0: \quad 600 \text{ lb} + \frac{12}{13}(-1\,040 \text{ lb}) + \frac{12}{13}(+1\,560 \text{ lb}) + E_x = 0$$

$$E_x = -1\,080 \text{ lb}$$

$$E_x = 1\,080 \text{ lb} \leftarrow \quad \blacktriangleleft$$

Cuerpo libre: armazón completo. Como ya se ha determinado E_x se puede regresar al diagrama de cuerpo libre para el armazón completo y escribir

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0: \quad 600 \text{ lb} - 1\,080 \text{ lb} + F_x = 0$$

$$F_x = +480 \text{ lb}$$

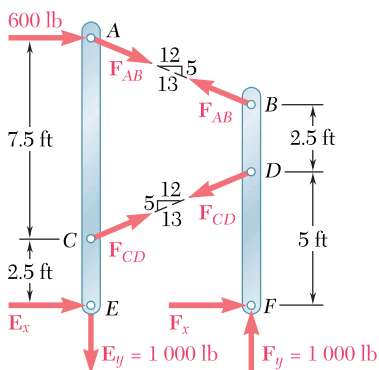
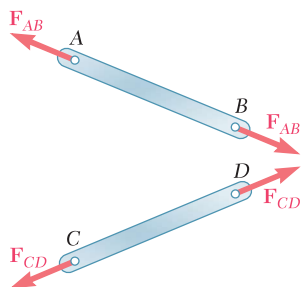
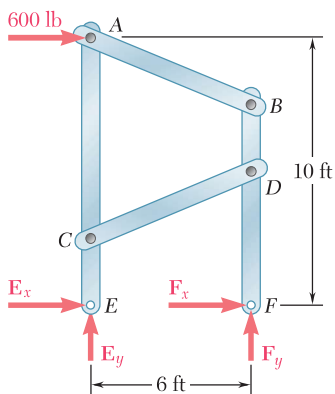
$$F_x = 480 \text{ lb} \rightarrow \quad \blacktriangleleft$$

Cuerpo libre: elemento BDF (comprobación). Se pueden comprobar los cálculos realizados verificando que las fuerzas que actúan sobre el elemento BDF satisfacen la ecuación $\Sigma M_B = 0$.

$$+\uparrow \Sigma M_B = -(\frac{12}{13}F_{CD})(2.5 \text{ ft}) + (F_x)(7.5 \text{ ft})$$

$$= -\frac{12}{13}(1\,560 \text{ lb})(2.5 \text{ ft}) + (480 \text{ lb})(7.5 \text{ ft})$$

$$= -3\,600 \text{ lb} \cdot \text{ft} + 3\,600 \text{ lb} \cdot \text{ft} = 0 \quad (\text{queda comprobado})$$



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN FORMA INDEPENDIENTE

En esta lección se aprendió a analizar *armazones que contienen uno o más elementos sujetos a la acción de fuerzas múltiples*. En los problemas propuestos que aparecen a continuación se pedirá calcular las reacciones externas ejercidas sobre el armazón y las fuerzas internas que mantienen unidos a sus elementos.

Cuando se resuelven problemas que involucren armazones que contienen uno o más elementos sujetos a la acción de fuerzas múltiples, se deben seguir los siguientes pasos:

1. Dibujar un diagrama de cuerpo libre del armazón completo. Se usa este diagrama de cuerpo libre para calcular, en la medida de lo posible, las reacciones en los apoyos. (En el problema resuelto 6.6 sólo se pudieron encontrar dos de las cuatro componentes de reacción a partir del diagrama de cuerpo libre del armazón completo.)

2. Desensamblar el armazón y dibujar un diagrama de cuerpo libre para cada uno de sus elementos.

3. Considerar primero a los elementos sujetos a dos fuerzas, se aplican fuerzas iguales y opuestas a cada uno de los elementos sujetos a dos fuerzas en los puntos en que éstos se conectan a otro elemento. Si el elemento sujeto a dos fuerzas es un elemento recto, dichas fuerzas estarán dirigidas a lo largo del eje del elemento. Si en este momento no se puede decidir si un elemento está en tensión o en compresión, se *supone* que el elemento está en tensión y se *dirigen ambas fuerzas hacia fuera del elemento*. Como estas fuerzas tienen la misma magnitud desconocida, a ambas se les da el *mismo nombre* y, para evitar cualquier confusión posterior, *no se usa un signo positivo o un signo negativo*.

4. Después se consideran los elementos sujetos a fuerzas múltiples. Para cada uno de estos elementos, se muestran todas las fuerzas que actúan sobre el mismo, incluyendo *las cargas aplicadas, las reacciones y las fuerzas internas en las conexiones*. Se debe indicar la magnitud y dirección de cualquier reacción o componente de reacción que se encontró anteriormente a partir del diagrama de cuerpo libre para el armazón completo.

a) Donde un elemento sujeto a fuerzas múltiples está conectado a un elemento sujeto a dos fuerzas, se debe aplicar al elemento sujeto a fuerzas múltiples una fuerza *igual y opuesta* a la fuerza dibujada en el diagrama de cuerpo libre correspondiente al elemento sujeto a dos fuerzas, *asignándole el mismo nombre*.

b) Donde un elemento sujeto a fuerzas múltiples está conectado a otro elemento sujeto a fuerzas múltiples, se usan *componentes horizontales y verticales* para representar a las fuerzas internas que actúan en ese punto, puesto que ni la magnitud ni la dirección de dichas fuerzas es conocida. La dirección que se selecciona para cada una de las dos componentes de fuerza ejercidas sobre el primer

(continúa)

elemento sujeto a fuerzas múltiples es arbitraria, pero *se deben aplicar componentes de fuerza iguales y opuestas representadas con el mismo nombre* del otro elemento sujeto a fuerzas múltiples. *No se debe usar un signo positivo o negativo.*

5. Ahora se pueden determinar las fuerzas internas, al igual que aquellas reacciones que aún no se han determinado.

a) El diagrama de cuerpo libre de cada uno de los elementos sujetos a fuerzas múltiples puede proporcionar *tres ecuaciones de equilibrio*.

b) Para simplificar la solución, se debe buscar una forma de escribir una ecuación que involucre a una sola incógnita. Si se puede localizar *un punto donde se intersequen todas las componentes de fuerza desconocidas excepto una*, se obtendrá una ecuación con una sola incógnita sumando momentos con respecto a dicho punto. Si *todas las fuerzas desconocidas son paralelas excepto una*, se obtendrá una ecuación con una sola incógnita si se suman componentes de fuerza en una dirección perpendicular a la de las fuerzas paralelas.

c) Como la dirección de cada una de las fuerzas desconocidas se seleccionó de manera arbitraria, no se puede determinar si la suposición hecha fue correcta hasta que se haya completado la solución. Para llevar a cabo esto, se debe considerar el *signo* del valor encontrado para cada una de las incógnitas; un signo *positivo* significa que la dirección que se seleccionó fue *correcta*; un signo *negativo* significa que la dirección es opuesta a la dirección que se supuso.

6. Para ser más efectivo y eficiente a medida que se procede con la solución, se deben observar las siguientes reglas:

a) Si se puede encontrar una ecuación que involucre a una sola incógnita, se debe escribir esa ecuación y *resolverla para esa incógnita*. De inmediato se debe *reemplazar* esa incógnita *por el valor que se encontró* en cualquier lugar que aparezca en los otros diagramas de cuerpo libre. Este proceso se debe repetir buscando ecuaciones de equilibrio que involucren a una sola incógnita hasta que se hayan determinado todas las fuerzas internas y todas las reacciones desconocidas.

b) Si no se puede encontrar una ecuación que involucre a una sola incógnita, se tendrá que *resolver un par de ecuaciones simultáneas*. Antes de llevar a cabo esto, se debe verificar que se han mostrado los valores de todas las reacciones que se obtuvieron a partir del diagrama de cuerpo libre para el armazón completo.

c) El número total de ecuaciones de equilibrio para el armazón completo y para los elementos individuales *será mayor que el número de fuerzas y reacciones desconocidas*. Una vez que se han encontrado todas las reacciones y todas las fuerzas internas, se pueden emplear las ecuaciones que no se utilizaron para comprobar la exactitud de los cálculos realizados.

Problemas

6.75 Para el armazón y la carga que se muestran en la figura, determine la fuerza que actúa sobre el elemento ABC a) en B , b) en C .

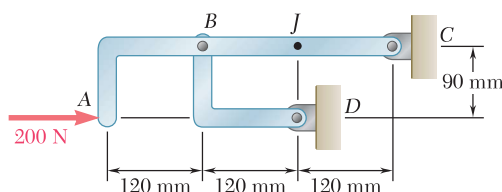


Figura P6.75

6.76 Determine la fuerza que actúa sobre el elemento BD y las componentes de la reacción en C .

6.77 La varilla CD se ajusta a un collarín en D , el cual puede moverse a lo largo de la varilla AB . La varilla AB , está doblada en la forma de un arco circular. Para la posición en la que $\theta = 30^\circ$, determine a) la fuerza en la varilla CD y b) la reacción en B .

6.78 Retome el problema 6.77 cuando $\theta = 150^\circ$.

6.79 Determine las componentes de todas las fuerzas que actúan sobre el elemento $ABCD$ cuando $\theta = 0^\circ$.

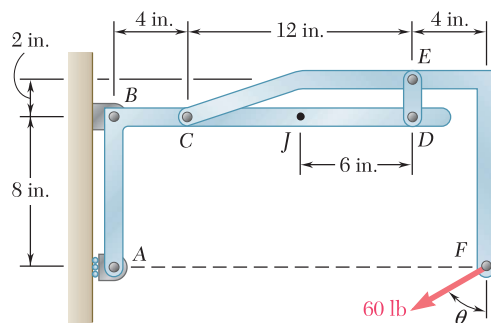


Figura P6.79 y P6.80

6.80 Determine las componentes de todas las fuerzas que actúan sobre el elemento $ABCD$ cuando $\theta = 90^\circ$.

6.81 Para el armazón y la carga que se muestran en la figura, determine las componentes de todas las fuerzas que actúan sobre el elemento ABC .

6.82 Retome el problema 6.81, y ahora suponga que la carga de 18 kN se reemplaza por un par con el sentido de las manecillas del reloj y magnitud de $72 \text{ kN} \cdot \text{m}$, que se aplica al elemento $CDEF$ en el punto D .

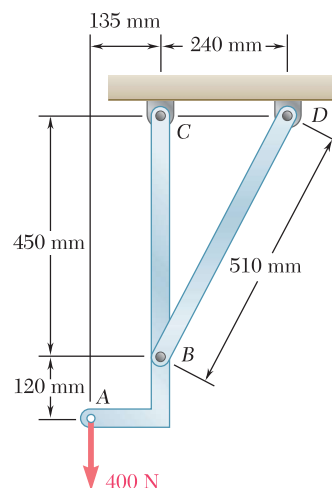


Figura P6.76

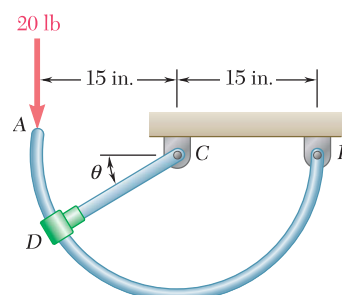


Figura P6.77

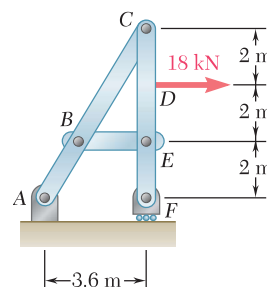


Figura P6.81

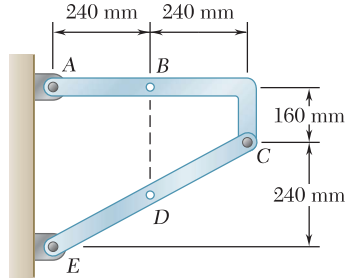


Figura P6.83 y P6.85

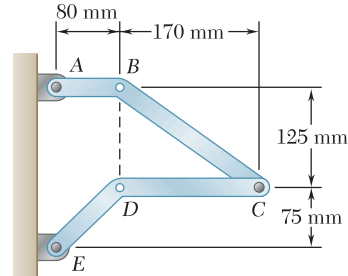


Figura P6.84 y P6.86

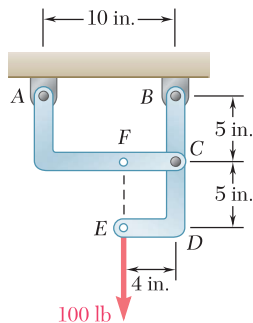


Figura P6.87

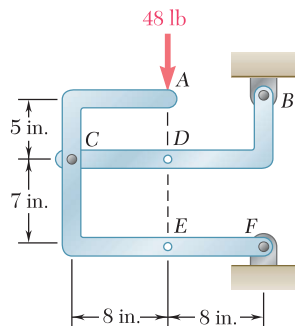


Figura P6.88 y P6.89

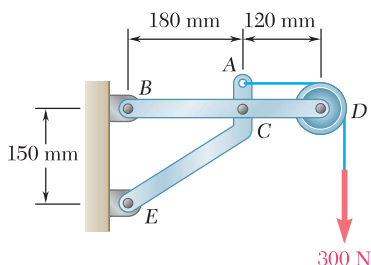


Figura P6.91

6.83 y 6.84 Determine las componentes de las reacciones en A y E si se aplica una fuerza de 750 N dirigida verticalmente hacia abajo a) en B, b) en D.

6.85 y 6.86 Determine las componentes de las reacciones en A y E si el armazón está cargado con un par de $36 \text{ N} \cdot \text{m}$ de magnitud, que actúa en el sentido de las manecillas del reloj y se aplica a) en B, b) en D.

6.87 Determine las componentes de las reacciones en A y B, a) si se aplica una carga de 500 N como se muestra en la figura, b) si la carga de 500 N se mueve a lo largo de su línea de acción y se aplica en F.

6.88 La carga de 48 lb que se muestra en la figura puede moverse a lo largo de su línea de acción y, por tanto, puede aplicarse en A, D o E. Determine las componentes de las reacciones en B y F si la carga de 48 lb se aplica a) en A, b) en D, c) en E.

6.89 La carga de 48 lb se elimina y ahora se aplica, sucesivamente, en A, D y E un par de $288 \text{ lb} \cdot \text{in.}$ que actúa en el sentido de las manecillas del reloj. Determine las componentes de las reacciones en B y F si el par se aplica a) en A, b) en D y c) en E.

6.90 a) Muestre que cuando un armazón sostiene a una polea en A, la carga equivalente del armazón y de cada una de las partes que lo constituyen puede obtenerse quitando la polea y aplicando en A dos fuerzas iguales y paralelas a las fuerzas que ejerce el cable sobre la polea. b) Muestre que si uno de los extremos del cable se fija al armazón en el punto B, también debe aplicarse en B una fuerza de magnitud igual a la tensión en el cable.

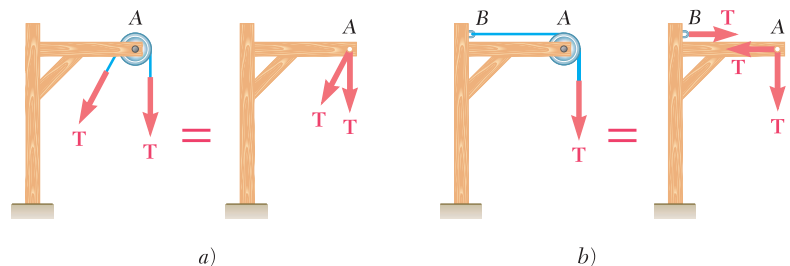


Figura P6.90

6.91 Determine las componentes de las reacciones en B y E si se sabe que el radio de la polea es de 50 mm.

6.92 Determine las componentes de las reacciones en D y E si se sabe que cada polea tiene un radio de 250 mm.

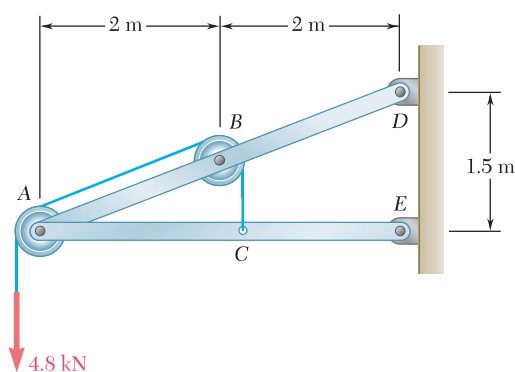


Figura P6.92

6.93 Dos tubos de 9 in. de diámetro (tubo 1 y tubo 2) se sostienen cada 7.5 ft mediante un armazón pequeño como el que se muestra en la figura. Si el peso combinado de cada tubo y su contenido es de 30 lb/ft y se suponen superficies sin fricción, determine las componentes de las reacciones en A y G .

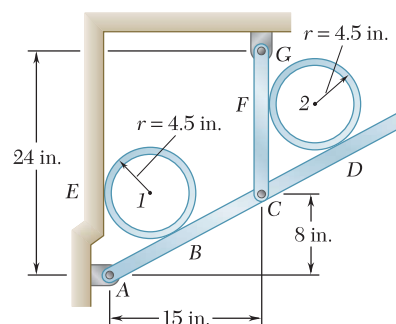


Figura P6.93

6.94 Retome el problema 6.93, y ahora suponga que el tubo 1 se retira y que los armazones sólo sostienen al tubo 2.

6.95 Un remolque que pesa 2 400 lb está enganchado a una camioneta de 2 900 lb mediante un ancla de rótula en D . Determine *a*) las reacciones en cada una de las seis ruedas cuando la camioneta y el remolque están en reposo, *b*) la carga adicional debida al remolque sobre cada una de las ruedas de la camioneta.

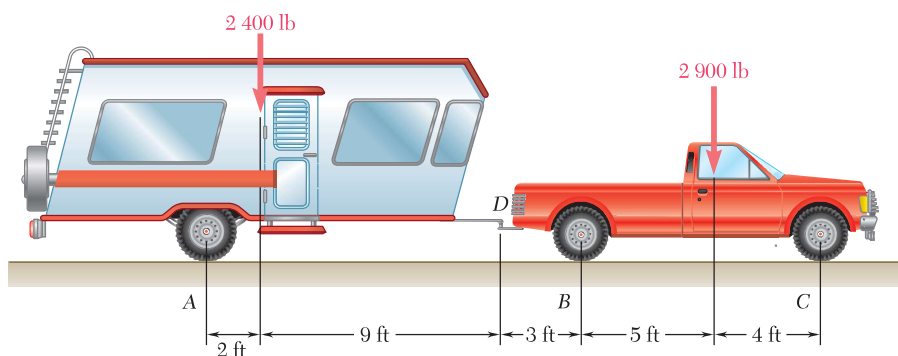


Figura P6.95

6.96 A fin de obtener una mejor distribución de peso sobre las cuatro ruedas de la camioneta del problema 6.95, se utiliza un gancho de compensación como el mostrado en la figura 6.96 para unir el remolque a la camioneta. El gancho consiste en dos resortes de barra (en la figura sólo se muestra uno) que se ajustan a cojinetes dentro de un soporte unido rigidamente a la camioneta. Los resortes también están conectados mediante cadenas al armazón del remolque y ambas cadenas pueden colocarse en tensión por medio de ganchos especialmente diseñados. *a*) Determine la tensión T requerida en cada una de las cadenas si la carga adicional debida al remolque debe estar igualmente distribuida entre las cuatro ruedas de la camioneta. *b*) ¿Cuáles son las reacciones resultantes en cada una de las seis ruedas de la combinación remolque-camioneta?

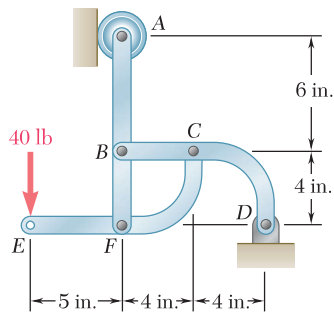


Figura P6.99

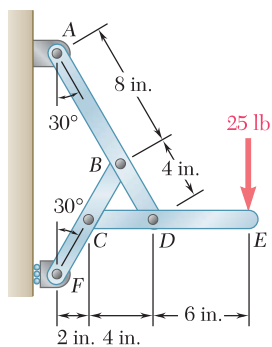


Figura P6.100

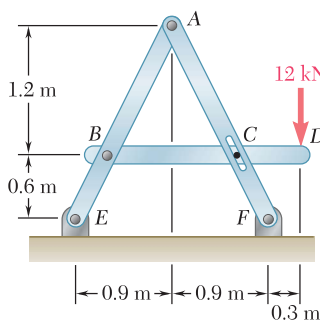


Figura P6.101

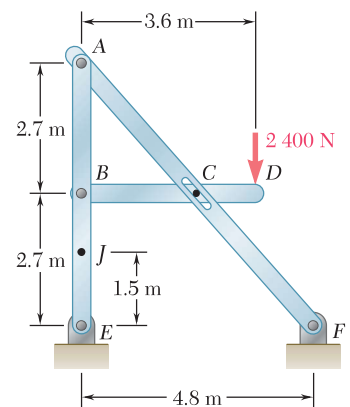


Figura P6.102

6.97 La cabina y la unidad motriz de la retroexcavadora que se muestra en la figura está conectada mediante un perno vertical localizado 2 m detrás de las ruedas de la cabina, y la distancia desde C hasta D es de 1 m. El centro de gravedad de la unidad motriz de 300 kN está localizado en G_m , mientras que los centros de gravedad de la cabina de 100 kN y de la carga de 75 kN se localizan, respectivamente, en G_c y G_l . Si se sabe que el tractor está en reposo sin aplicar sus frenos, determine *a*) las reacciones en cada una de las cuatro ruedas y *b*) las fuerzas ejercidas sobre la unidad motriz en C y en D .

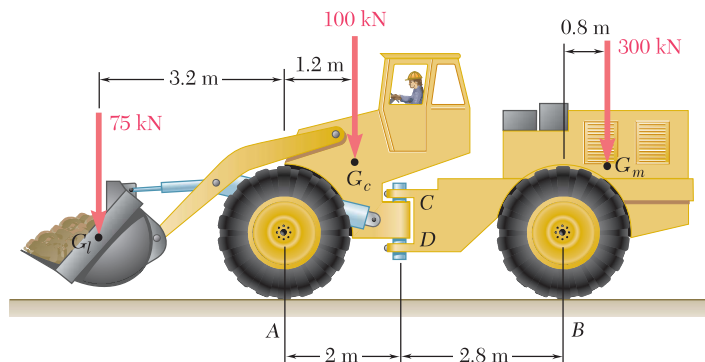


Figura P6.97

6.98 Retome el problema 6.97, y ahora suponga que se elimina la carga de 75 kN.

6.99 Para el armazón y la carga mostrados en la figura, determine las componentes de las fuerzas que actúan sobre el elemento CFE en C y F .

6.100 Para el armazón y la carga mostrados en la figura, determine las componentes de las fuerzas que actúan sobre el elemento CDE en C y D .

6.101 y 6.102 Para el armazón y la carga mostrados en la figura, determine las componentes de todas las fuerzas que actúan sobre el elemento ABE .

6.103 Si se sabe que $P = 15 \text{ lb}$ y $Q = 65 \text{ lb}$, determine las componentes de las fuerzas ejercidas *a)* sobre el elemento $BCDF$ en C y D , *b)* sobre el elemento $ACEG$ en E .

6.104 Si se sabe que $P = 25 \text{ lb}$ y $Q = 55 \text{ lb}$, determine las componentes de las fuerzas ejercidas *a)* sobre el elemento $BCDF$ en C y D , *b)* sobre el elemento $ACEG$ en E .

6.105 Para el armazón y la carga mostrados en la figura, determine las componentes de las fuerzas que actúan sobre el elemento $DABC$ en B y D .

6.106 Retome el problema 6.105, y ahora suponga que la carga de 6 kN ha sido retirada.

6.107 El eje del arco ABC con tres articulaciones es una parábola con vértice en B . Si se sabe que $P = 112 \text{ kN}$ y $Q = 140 \text{ kN}$, determine *a)* las componentes de la reacción en A y *b)* las componentes de la fuerza ejercida sobre el segmento AB en B .

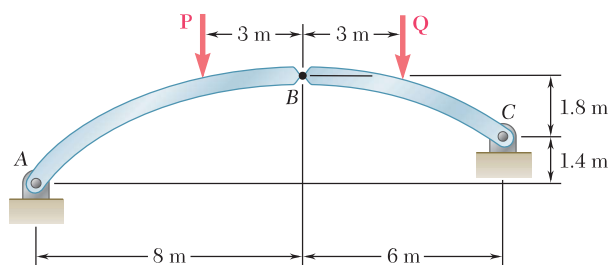


Figura P6.107 y P6.108

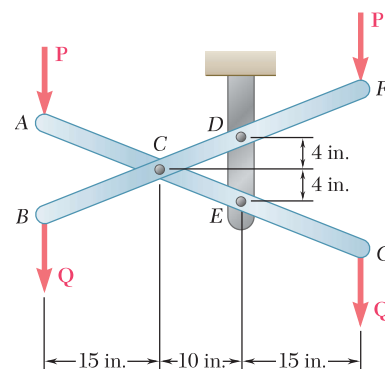


Figura P6.103 y P6.104

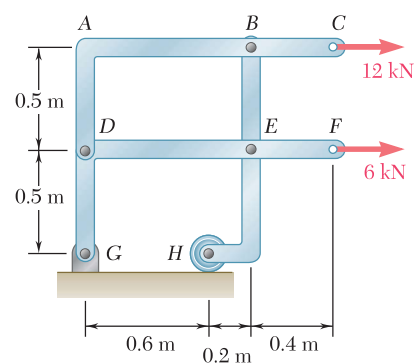


Figura P6.105

6.108 El eje del arco ABC con tres articulaciones es una parábola con vértice en B . Si se sabe que $P = 140 \text{ kN}$ y $Q = 112 \text{ kN}$, determine *a)* las componentes de la reacción en A y *b)* las componentes de la fuerza ejercida sobre el segmento AB en B .

6.109 Si se sabe que las superficies en A y D están libres de fricción, determine las fuerzas ejercidas en B y C sobre el elemento BCE .

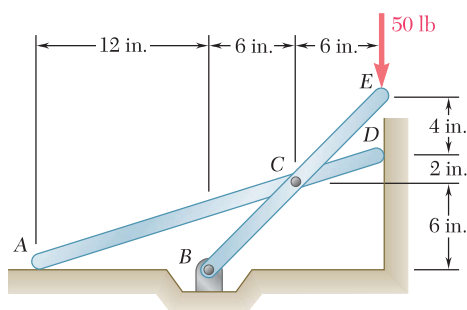


Figura P6.109

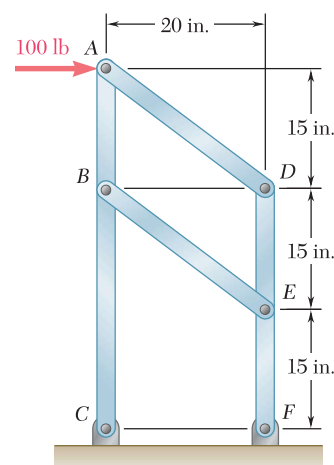


Figura P6.110

6.110 Para el armazón y la carga mostrados en la figura, determine *a)* la reacción en C , *b)* la fuerza en el elemento AD .

6.111, 6.112 y 6.113 Los elementos ABC y CDE están articulados en C y se sostienen mediante cuatro eslabones. Para las cargas mostradas en cada figura, determine la fuerza en cada eslabón.

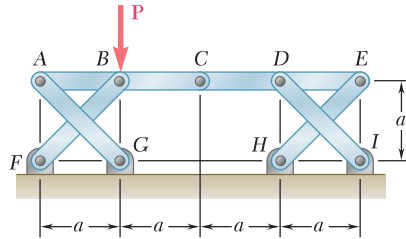


Figura P6.111

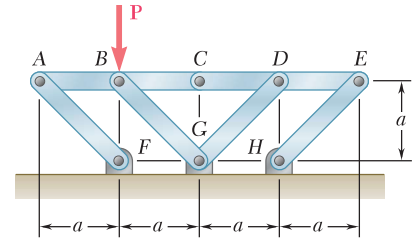


Figura P6.112

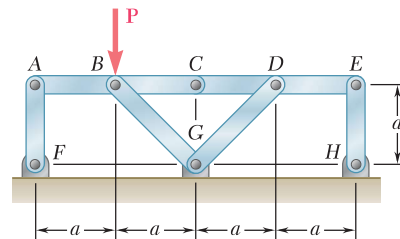


Figura P6.113

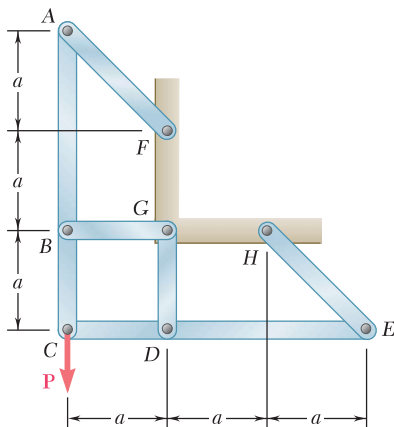


Figura P6.114

6.114 Los elementos ABC y CDE están articulados en C y se sostienen mediante los cuatro eslabones AF , BG , DG y EH . Para la carga mostrada determine la fuerza en cada eslabón.

6.115 Retome el problema 6.113, y ahora suponga que la fuerza P se sustituye por un par de torsión que actúa en el sentido de las manecillas del reloj con un momento M_0 y se aplica sobre el elemento CDE en D .

6.116 Retome el problema 6.114, y ahora suponga que la fuerza P se sustituye por un par de torsión que actúa en el sentido de las manecillas del reloj con un momento M_0 y se aplica sobre el elemento CDE en D .

6.117 Cuatro vigas, cada una de las cuales tiene una longitud de $3a$, se acoplan entre sí mediante clavos simples en A , B , C y D . Cada viga está unida a un apoyo que se encuentra a una distancia a de un extremo de la viga, como se muestra en la figura. Si se supone que en las conexiones sólo se ejercen fuerzas verticales, determine las reacciones verticales en E , F , G y H .

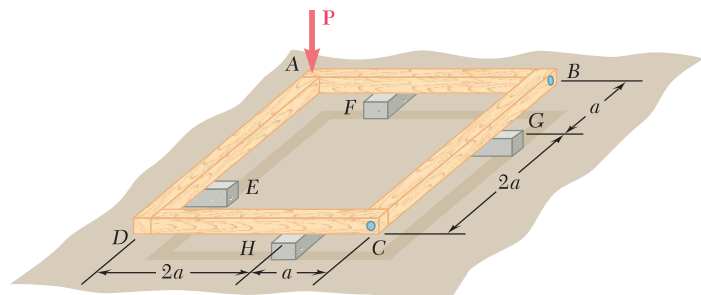


Figura P6.117

6.118 Cuatro vigas de madera, cada una de las cuales tiene una longitud de $2a$, se clavan entre sí en sus puntos medios para formar el sistema de soporte que se muestra en la figura. Si se supone que en las conexiones sólo se ejercen fuerzas verticales, determine las reacciones verticales en A , D , E y H .

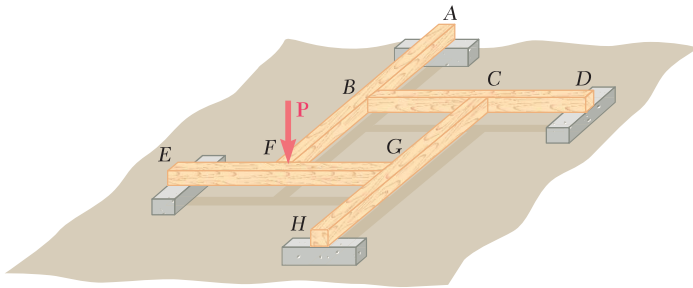


Figura P6.118

6.119 a 6.121 Cada uno de los armazones que se muestran en las figuras consta de dos elementos en forma de L conectados mediante dos eslabones rígidos. Para cada armazón determine las reacciones en los apoyos e indique si el armazón es rígido o no.

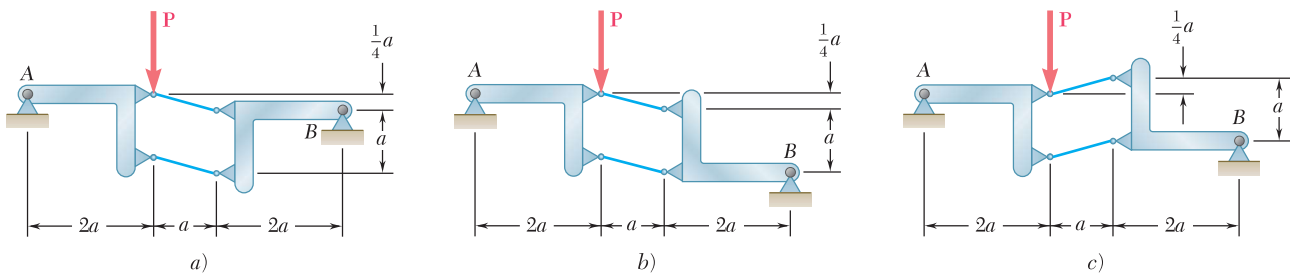


Figura P6.119

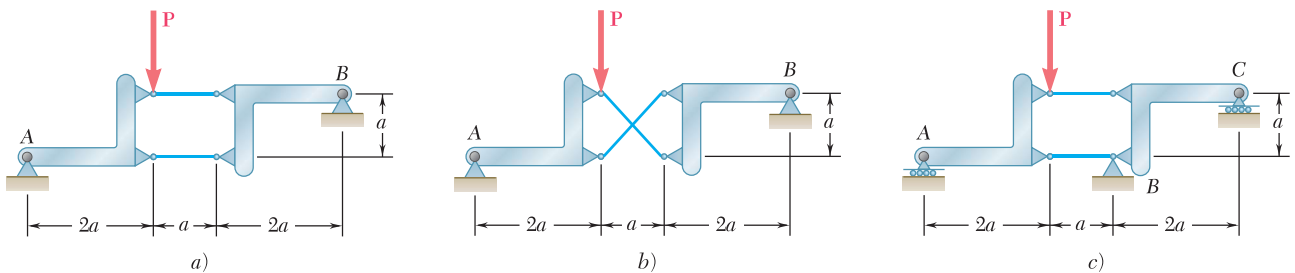


Figura P6.120

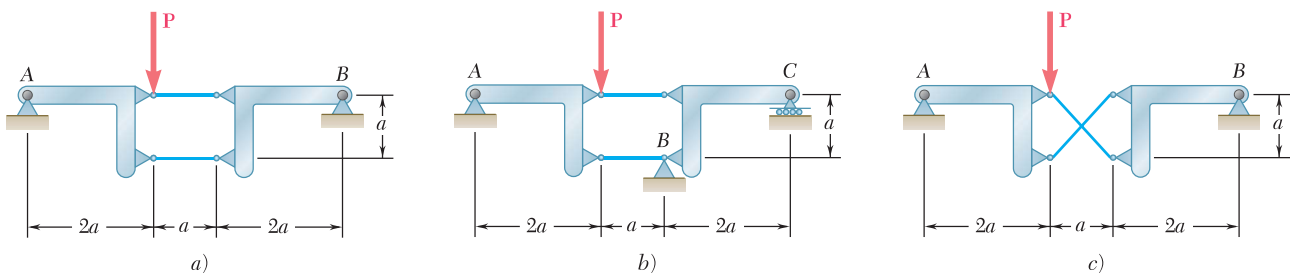


Figura P6.121



Fotografía 6.5 La lámpara que se muestra puede colocarse en muchas posiciones. La fuerza en sus resortes y las fuerzas internas en sus nodos se pueden determinar mediante la consideración de varios cuerpos libres.

6.12. MÁQUINAS

Las máquinas son estructuras diseñadas para transmitir y modificar fuerzas. No importa si éstas son herramientas simples o incluyen mecanismos complicados, su propósito principal es transformar *fuerzas de entrada* en *fuerzas de salida*. Por ejemplo, considere unas pinzas de corte que se emplean para cortar un alambre (figura 6.22a). Si se aplican dos fuerzas iguales y opuestas $\mathbf{P}$ y $-\mathbf{P}$ sobre sus mangos, éstas ejercerán dos fuerzas iguales y opuestas $\mathbf{Q}$ y $-\mathbf{Q}$ sobre el alambre (figura 6.22b).

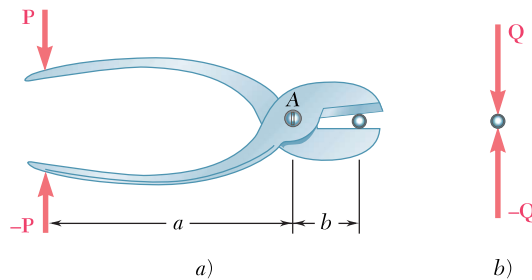


Figura 6.22

Para determinar la magnitud Q de las fuerzas de salida cuando se conoce la magnitud P de las fuerzas de entrada (o a la inversa, para determinar P cuando se conoce Q), se dibuja un diagrama de cuerpo libre de las pinzas *por sí solas*, mostrando las fuerzas de entrada $\mathbf{P}$ y $-\mathbf{P}$ y las reacciones $-\mathbf{Q}$ y $\mathbf{Q}$ que el alambre ejerce sobre las pinzas (figura 6.23).

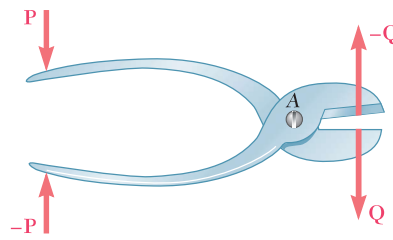


Figura 6.23

Sin embargo, como las pinzas forman una estructura que no es rígida, se debe utilizar una de las partes que la constituyen como un cuerpo libre para poder determinar las fuerzas desconocidas. Por ejemplo, en la figura 6.24a, si se toman momentos con respecto a A, se obtiene la relación $Pa = Qb$, la cual define a la magnitud de Q en términos de P o a la magnitud de P en términos de Q . Se puede emplear el mismo diagrama de cuerpo libre para determinar las componentes de la fuerza interna en A; de esta forma, se encuentra que $A_x = 0$ y $A_y = P + Q$.

En el caso de máquinas más complejas, es necesario utilizar varios diagramas de cuerpo libre y, posiblemente, se tendrán que resolver ecuaciones simultáneas que involucren fuerzas múltiples internas. Los cuerpos libres se deben seleccionar de manera que incluyan a las fuerzas de entrada y a las reacciones de las fuerzas de salida, y el número total de componentes de fuerzas desconocidas involucradas no debe ser mayor que el número de ecuaciones independientes que están disponibles. Antes de tratar de resolver un problema, es recomendable conocer si la estructura considerada es determinada o no. Sin embargo, no tiene caso discutir la rigidez de una máquina puesto que ésta incluye partes móviles y, por ende, *no debe* ser rígida.

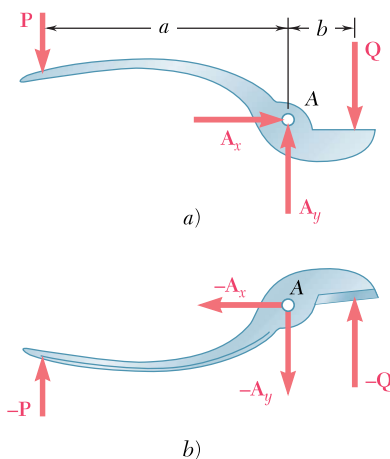
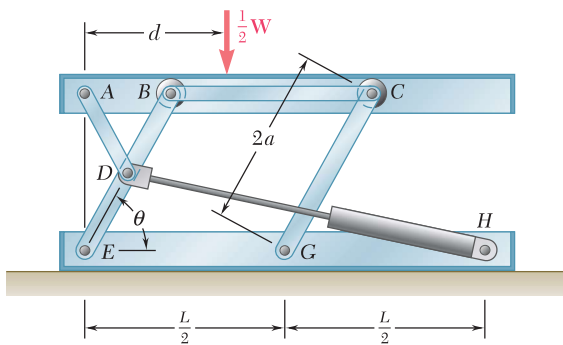


Figura 6.24

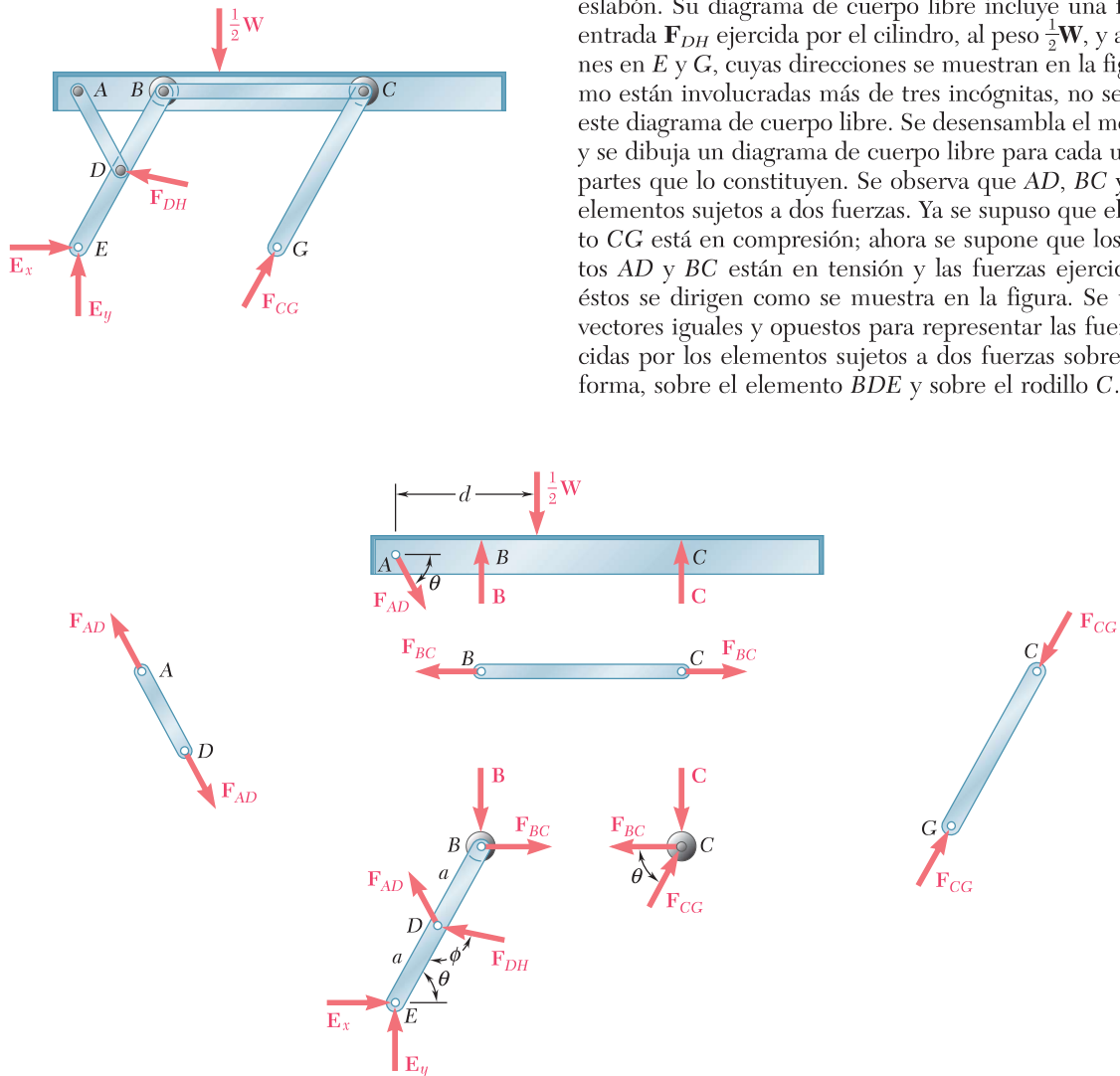


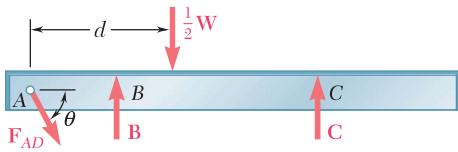
PROBLEMA RESUELTO 6.7

Un elevador hidráulico se emplea para levantar una caja de 1 000 kg. El elevador consta de una plataforma y dos eslabones idénticos sobre los cuales los cilindros hidráulicos ejercen fuerzas iguales. (En la figura sólo se muestra uno de los cilindros y uno de los eslabones.) Cada uno de los elementos EDB y CG tienen una longitud de $2a$ y el elemento AD está sujeto con un perno en el punto medio de EDB . Si la caja se coloca sobre la plataforma de modo que la mitad de su peso sea soportado por el sistema que se muestra, determine la fuerza ejercida por cada cilindro para levantar la caja cuando $\theta = 60^\circ$, $a = 0.70$ m y $L = 3.20$ m. Demuestre que el resultado obtenido es independiente de la distancia d .

SOLUCIÓN

La máquina en consideración consta de la plataforma y del eslabón. Su diagrama de cuerpo libre incluye una fuerza de entrada $\mathbf{F}_{DH}$ ejercida por el cilindro, al peso $\frac{1}{2}\mathbf{W}$, y a reacciones en E y G , cuyas direcciones se muestran en la figura. Como están involucradas más de tres incógnitas, no se utilizará este diagrama de cuerpo libre. Se desensambla el mecanismo y se dibuja un diagrama de cuerpo libre para cada una de las partes que lo constituyen. Se observa que AD , BC y CG son elementos sujetos a dos fuerzas. Ya se supuso que el elemento CG está en compresión; ahora se supone que los elementos AD y BC están en tensión y las fuerzas ejercidas sobre éstos se dirigen como se muestra en la figura. Se utilizarán vectores iguales y opuestos para representar las fuerzas ejercidas por los elementos sujetos a dos fuerzas sobre la plataforma, sobre el elemento BDE y sobre el rodillo C .

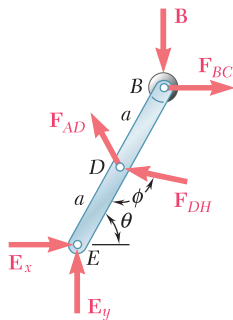




Cuerpo libre: plataforma ABC.

$$\begin{aligned} \rightarrow \Sigma F_x = 0: & \quad F_{AD} \cos \theta = 0 & \quad F_{AD} = 0 \\ + \uparrow \Sigma F_y = 0: & \quad B + C - \frac{1}{2}W = 0 & \quad B + C = \frac{1}{2}W \end{aligned} \quad (1)$$

Cuerpo libre: rodillo C. Se dibuja un triángulo de fuerzas y se obtiene $F_{BC} = C \cot \theta$.



Cuerpo libre: elemento BDE. Recordando que $F_{AD} = 0$,

$$\begin{aligned} + \uparrow \Sigma M_E = 0: & \quad F_{DH} \cos(\phi - 90^\circ)a - B(2a \cos \theta) - F_{BC}(2a \sin \theta) = 0 \\ & \quad F_{DH}a \sin \phi - B(2a \cos \theta) - (C \cot \theta)(2a \sin \theta) = 0 \\ & \quad F_{DH} \sin \phi - 2(B + C) \cos \theta = 0 \end{aligned}$$

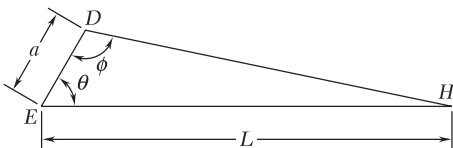
Recordando la ecuación (1), se tiene que

$$F_{DH} = W \frac{\cos \theta}{\sin \phi} \quad (2)$$

y se observa que *el resultado obtenido es independiente de d.* ◀

Primero se aplica la ley de los senos al triángulo EDH, se escribe

$$\frac{\sin \phi}{EH} = \frac{\sin \theta}{DH} \quad \sin \phi = \frac{EH}{DH} \sin \theta \quad (3)$$



Ahora, con la ley de los cosenos se tiene que

$$\begin{aligned} (DH)^2 &= a^2 + L^2 - 2aL \cos \theta \\ &= (0.70)^2 + (3.20)^2 - 2(0.70)(3.20) \cos 60^\circ \\ (DH)^2 &= 8.49 \quad DH = 2.91 \text{ m} \end{aligned}$$

También se observa que

$$W = mg = (1\,000 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 9\,810 \text{ N} = 9.81 \text{ kN}$$

Sustituyendo en (2) el valor de $\sin \phi$ obtenido en (3) y con los datos numéricos, se escribe

$$F_{DH} = W \frac{DH}{EH} \cot \theta = (9.81 \text{ kN}) \frac{2.91 \text{ m}}{3.20 \text{ m}} \cot 60^\circ$$

$$F_{DH} = 5.15 \text{ kN} \quad \blacktriangleleft$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN FORMA INDEPENDIENTE

Esta lección estuvo dedicada al análisis de *máquinas*. Como éstas están diseñadas para transmitir o modificar fuerzas, siempre contienen partes móviles. Sin embargo, las máquinas que se considerarán aquí siempre estarán en reposo y se estará trabajando con el conjunto de *fuerzas requeridas para mantener el equilibrio de la máquina*.

Las fuerzas conocidas que actúan sobre una máquina reciben el nombre de *fuerzas de entrada*. Una máquina transforma las fuerzas de entrada en fuerzas de salida, como las fuerzas de corte aplicadas por las pinzas de la figura 6.22. Las fuerzas de salida se determinan encontrando las fuerzas iguales y opuestas a las fuerzas de salida que se deben aplicar sobre la máquina para mantener su equilibrio.

En la lección previa se analizaron armazones; ahora se utilizará casi el mismo procedimiento para analizar máquinas:

1. Dibujar un diagrama de cuerpo libre de la máquina completa y utilizarlo para determinar tantas fuerzas desconocidas ejercidas sobre la máquina como sea posible.

2. Desensamblar la máquina y dibujar un diagrama de cuerpo libre para cada uno de los elementos que la constituyen.

3. Considere primero a los elementos sujetos a dos fuerzas, se aplican fuerzas iguales y opuestas a cada uno de los elementos sujetos a dos fuerzas en aquellos puntos donde éstos se conectan a otros elementos. Si en este momento no se puede establecer si el elemento está en tensión o en compresión, sólo se supone que el elemento está en tensión y se dirigen ambas fuerzas hacia afuera del elemento. Como estas fuerzas tienen la misma magnitud desconocida, a ambas se les asigna el mismo nombre.

4. Después se consideran los elementos sujetos a fuerzas múltiples. Para cada uno de estos elementos se deben mostrar todas las fuerzas que actúan sobre el mismo, incluyendo cargas y fuerzas aplicadas, reacciones y fuerzas internas en las conexiones.

a) Donde un elemento sujeto a fuerzas múltiples está conectado a un elemento sujeto a dos fuerzas, se aplica a aquella fuerza igual y opuesta a la fuerza dibujada en el diagrama de cuerpo libre de éste, asignándole el mismo nombre.

b) Donde un elemento sujeto a fuerzas múltiples está conectado a otro elemento sujeto a fuerzas múltiples, se usan componentes horizontales y verticales para representar a las fuerzas internas en dicho punto. Las direcciones que se seleccionan para cada una de las dos componentes de fuerza ejercidas sobre el primer elemento sujeto a fuerzas múltiples son arbitrarias, pero se deben aplicar componentes de fuerza iguales y opuestas y con el mismo nombre al otro elemento.

5. Se pueden escribir ecuaciones de equilibrio después de que se han terminado los diagramas de cuerpo libre.

a) Para simplificar la solución, siempre que sea posible se deben escribir y resolver ecuaciones de equilibrio que involucren a una sola incógnita.

b) Como la dirección de cada una de las fuerzas desconocidas se seleccionó de manera arbitraria, al final de la solución se debe determinar si la suposición fue correcta o no. Para esto se considera el signo del valor encontrado para cada una de las incógnitas. Un signo *positivo* indica que la suposición fue correcta y un signo *negativo* indica que la suposición fue incorrecta.

6. Por último, se debe verificar la solución sustituyendo los resultados obtenidos en una ecuación de equilibrio que no se haya utilizado previamente.

Problemas

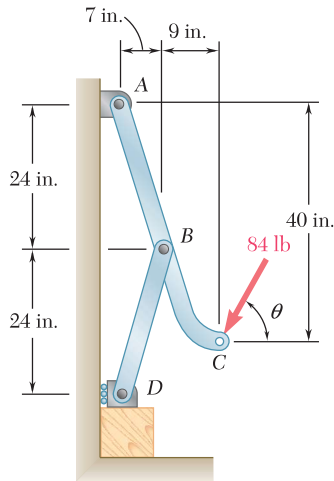


Figura P6.122

6.122 Se aplica una fuerza de 84 lb sobre la prensa de fiador en C. Si se sabe que $\theta = 90^\circ$, determine *a*) la fuerza vertical ejercida sobre el bloque en D, *b*) la fuerza ejercida sobre el elemento ABC en B.

6.123 Retome el problema 6.122 cuando $\theta = 0^\circ$.

6.124 La varilla de control CE pasa a través de un orificio horizontal en el cuerpo del sistema de fiador que se muestra en la figura. Si se sabe que el eslabón BD tiene 250 mm de largo, determine la fuerza Q requerida para mantener al sistema en equilibrio cuando $\beta = 20^\circ$.

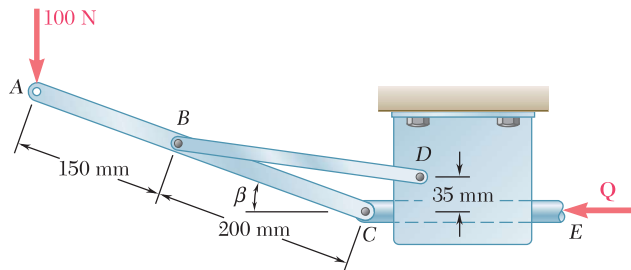


Figura P6.124

6.125 Retome el problema 6.124 cuando *a*) $\beta = 0^\circ$, *b*) $\beta = 6^\circ$.

6.126 La prensa que se muestra en la figura se utiliza para grabar un sello pequeño en E. Si se sabe que $P = 250$ N, determine *a*) la componente vertical de la fuerza ejercida sobre el sello y *b*) la reacción en A.

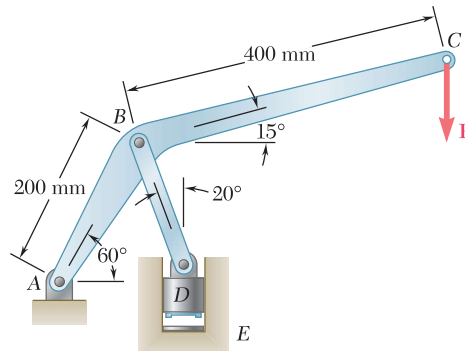


Figura P6.126 y P6.127

6.127 La prensa que se muestra en la figura se utiliza para grabar un sello pequeño en E. Si se sabe que la componente vertical de la fuerza ejercida sobre el sello debe ser de 900 N, determine *a*) la fuerza vertical P requerida y *b*) la reacción correspondiente en A.

6.128 En el sistema de suministro mostrado en la figura, el agua a presión ejerce una fuerza hacia abajo de 135 N sobre la conexión vertical en A. Determine la tensión en el eslabón fusible DE y la fuerza ejercida sobre el elemento BCE en B.

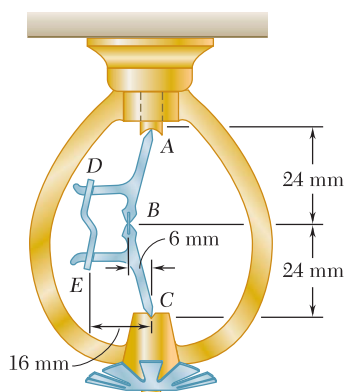


Figura P6.128

6.129 Un par M de $1.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$ de magnitud se aplica en la manivela del sistema motriz mostrado en la figura. Para cada una de las dos posiciones mostradas, determine la fuerza P necesaria para mantener el equilibrio del sistema.

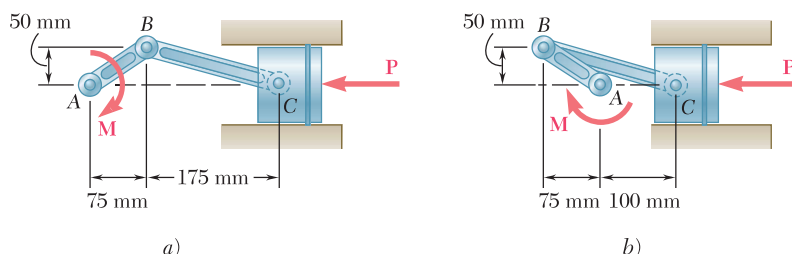


Figura P6.129 y P6.130

6.130 Una fuerza P de 16 kN de magnitud se aplica en el pistón del sistema motriz mostrado en la figura. Para cada una de las dos posiciones mostradas, determine el par M necesario para mantener el equilibrio del sistema.

6.131 El pasador en B se une al elemento ABC y puede deslizarse libremente a lo largo de una ranura en la placa fija que se muestra en la figura. Sin tomar en cuenta el efecto de la fricción, determine el par M requerido para mantener el equilibrio del sistema cuando $\theta = 30^\circ$.

6.132 El pasador en B se une al elemento ABC y puede deslizarse libremente a lo largo de una ranura en la placa fija que se muestra en la figura. Sin tomar en cuenta el efecto de la fricción, determine el par M requerido para mantener el equilibrio del sistema cuando $\theta = 60^\circ$.

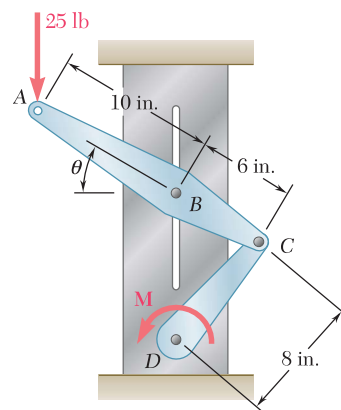


Figura P6.131 y P6.132

6.133 El brazo ABC se conecta mediante pernos a un collar en B y a la manivela CD en C . Sin tomar en cuenta el efecto de la fricción, determine el par M necesario para mantener al sistema en equilibrio cuando $\theta = 0^\circ$.

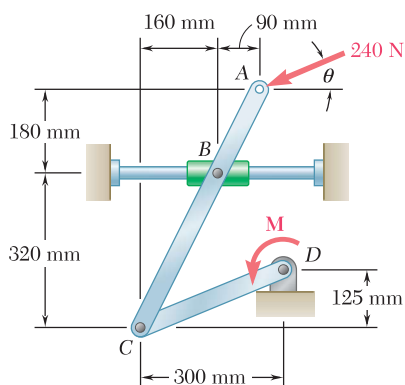


Figura P6.133 y P6.134

6.134 El brazo ABC se conecta mediante pernos a un collar en B y a la manivela CD en C . Sin tomar en cuenta el efecto de la fricción, determine el par M necesario para mantener al sistema en equilibrio cuando $\theta = 90^\circ$.

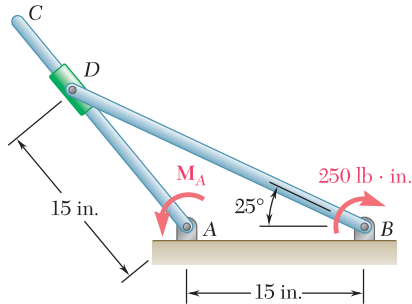


Figura P6.135

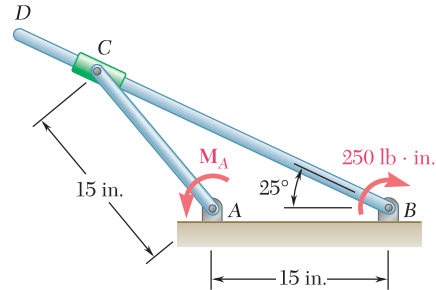


Figura P6.136

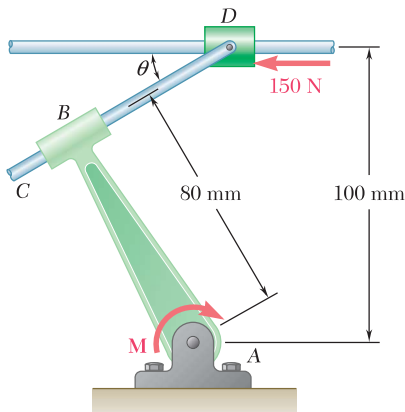


Figura P6.138

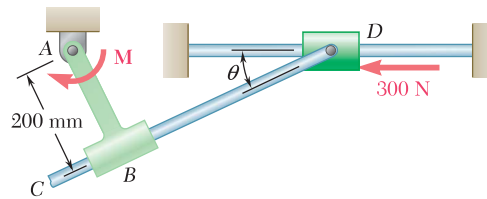


Figura P6.137

6.135 y 6.136 Dos barras se conectan mediante un bloque deslizando como se muestra en las figuras. Sin tomar en cuenta el efecto de la fricción, determine el par M_A necesario para mantener al sistema en equilibrio.

6.137 y 6.138 La barra CD que está unida al collarín D y pasa a través de un collarín soldado en el extremo B de la palanca AB . Sin tomar en cuenta el efecto de la fricción, determine el par M necesario para mantener al sistema en equilibrio cuando $\theta = 30^\circ$.

6.139 Dos cilindros hidráulicos controlan la posición del brazo robótico ABC . Si se sabe que en la posición mostrada los cilindros están paralelos, determine la fuerza ejercida por cada cilindro cuando $P = 160 \text{ N}$ y $Q = 80 \text{ N}$.

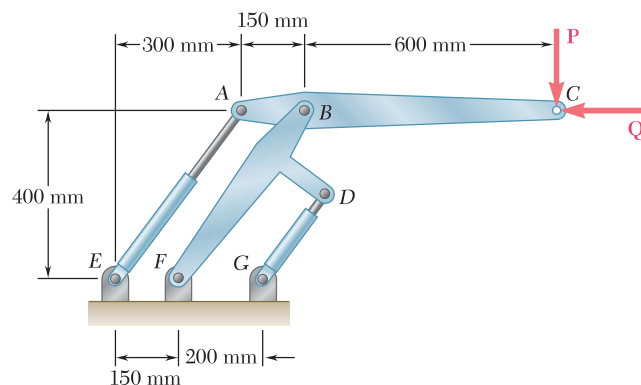


Figura P6.139 y P6.140

6.140 Dos cilindros hidráulicos controlan la posición del brazo robótico ABC . En la posición mostrada los cilindros están paralelos y ambos se encuentran en tensión. Si se sabe que $F_{AE} = 600 \text{ N}$ y $F_{DG} = 50 \text{ N}$, determine las fuerzas P y Q que se aplican sobre el brazo ABC en C .

6.141 Un tronco que pesa 800 lb de peso se levanta mediante un par de tenazas como se muestra en la figura. Determine las fuerzas ejercidas sobre la tenaza DEF en E y en F .

6.142 Un riel de ferrocarril con 39 ft de longitud y 44 lb/ft de peso se levanta mediante las tenazas que se muestran en la figura. Determine las fuerzas ejercidas sobre la tenaza BDF en D y en F .

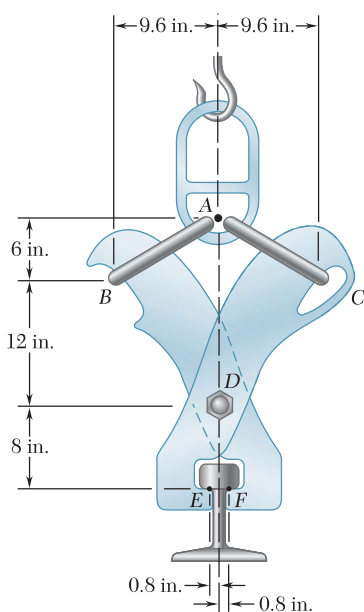


Figura P6.142

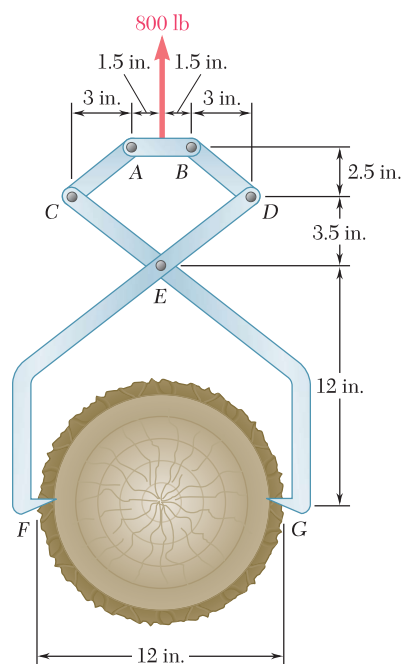


Figura P6.141

6.143 Las tenazas que se muestran en la figura se usan para aplicar una fuerza total hacia arriba de 45 kN sobre el tapón de un tubo. Determine las fuerzas ejercidas sobre la tenaza ADF en D y en F .

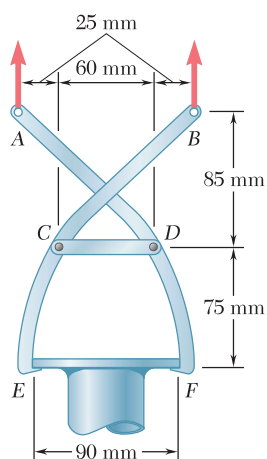


Figura P6.143

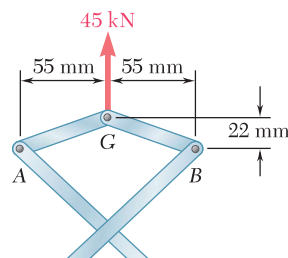


Figura P6.144

6.144 Si el fiador mostrado en la figura se agrega a las tenazas del problema 6.143 y se aplica una sola fuerza vertical en G , determine las fuerzas ejercidas sobre la tenaza ADF en D y en F .

6.145 Las pinzas que se muestran en la figura se usan para apretar una varilla de 0.3 in. de diámetro. Si se aplican dos fuerzas de 60 lb sobre los mangos, determine *a*) la magnitud de las fuerzas ejercidas sobre la varilla, *b*) la fuerza ejercida por el pasador en A sobre la porción AB de las pinzas.

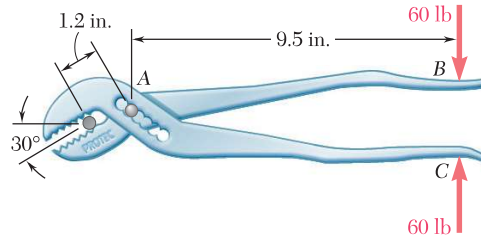


Figura P6.145

6.146 Al usar las pinzas cortadoras para pernos que se muestran en la figura, un trabajador aplica dos fuerzas de 300 N sobre sus mangos. Determine la magnitud de las fuerzas ejercidas por las pinzas cortadoras sobre el perno.

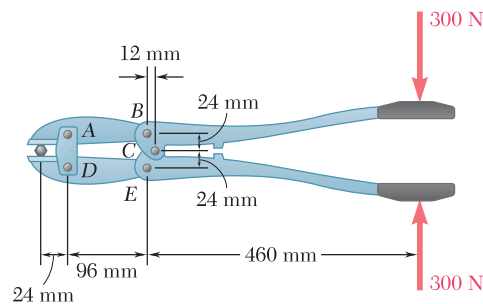


Figura P6.146

6.147 Determine la magnitud de las fuerzas de apriete ejercidas sobre la tuerca a lo largo de la línea *aa*, cuando se aplican dos fuerzas de 50 lb sobre los mangos, como se muestra en la figura. Suponga que los pernos A y D se deslizan libremente en las ranuras de las mandíbulas.

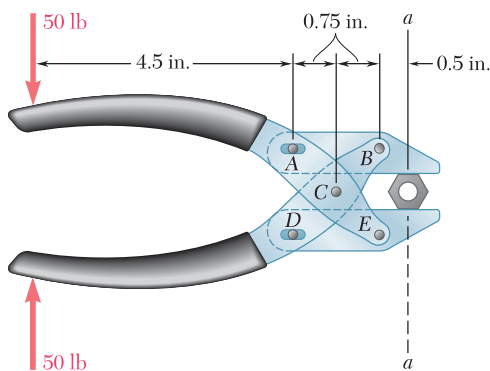


Figura P6.147

6.148 Determine la magnitud de las fuerzas de apriete generadas cuando dos fuerzas de 300 N se aplican como se muestra en la figura.

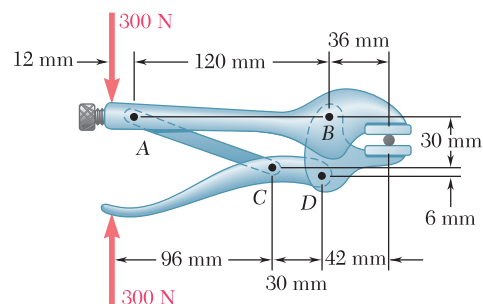


Figura P6.148

6.149 Si se sabe que el armazón mostrado en la figura tiene una desviación $a = 1$ in. en B, determine la fuerza **P** requerida para mantener el equilibrio en la posición mostrada.

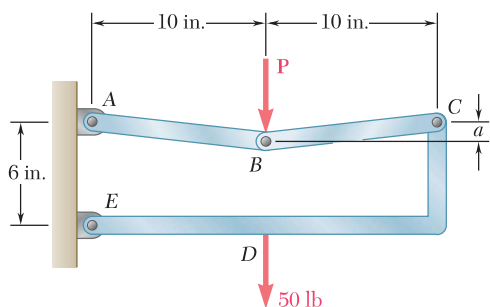


Figura P6.149 y P6.150

6.150 Si se sabe que el armazón mostrado en la figura tiene una desviación $a = 0.5$ in. en B, determine la fuerza **P** requerida para mantener el equilibrio en la posición mostrada.

6.151 Las tijeras para jardín mostradas en la figura constan de dos cuchillas y dos mangos. Los dos mangos están unidos por medio del perno C y las dos cuchillas mediante el perno D . La cuchilla de la izquierda y el mango de la derecha están unidos por medio del perno A y la cuchilla de la derecha y el mango de la izquierda mediante el perno B . Determine la magnitud de las fuerzas ejercidas sobre una rama pequeña en E cuando se aplican dos fuerzas de 80 N en los mangos de las tijeras, como se muestra en la figura.

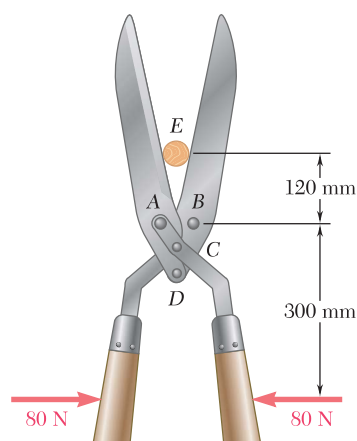
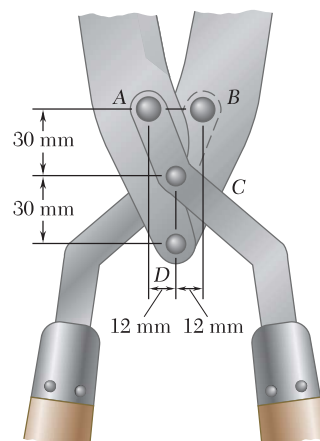


Figura P6.151



6.152 El brazo de extensión telescópica ABC se emplea para levantar una plataforma con trabajadores de la construcción. La masa conjunta de los trabajadores y de la plataforma es de 200 kg y su centro de gravedad compuesto se localiza directamente por encima de C . Para la posición en la cual $\theta = 20^\circ$, determine *a*) la fuerza ejercida en B por el cilindro hidráulico simple BD y *b*) la fuerza ejercida sobre el soporte del sistema en A .

6.153 El brazo de extensión telescópica ABC puede descender hasta que el extremo C esté próximo al suelo, de forma que los trabajadores puedan abordar con facilidad la plataforma. Para la posición en la cual $\theta = -20^\circ$, determine *a*) la fuerza ejercida en B por el cilindro hidráulico simple BD y *b*) la fuerza ejercida sobre el soporte del sistema en A .

6.154 La posición del elemento ABC se controla mediante el cilindro hidráulico CD . Si se sabe que $\theta = 30^\circ$, determine para la carga mostrada, *a*) la fuerza ejercida por el cilindro hidráulico sobre el pasador C , *b*) la reacción en B .

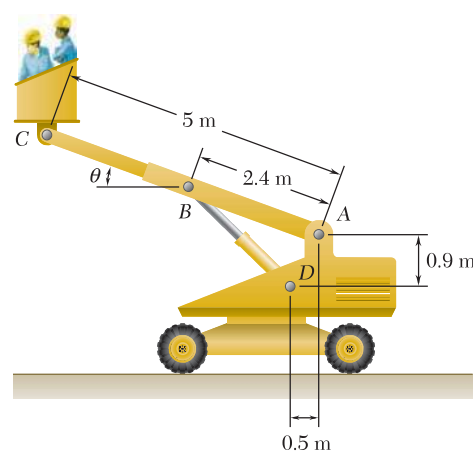


Figura P6.152 y P6.153

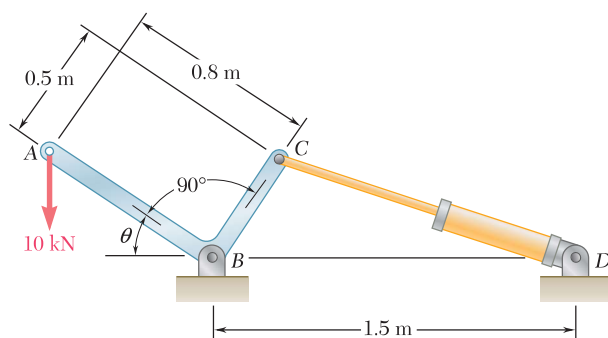


Figura P6.154

6.155 El movimiento del cubo de la retroexcavadora que se muestra en la figura se controla mediante dos brazos y un eslabón articulado en D . Los brazos están colocados simétricamente respecto de los planos central, vertical y longitudinal de la retroexcavadora; en la figura sólo se muestra el brazo AFJ y su cilindro de control EF . El eslabón simple $GHBD$ y su cilindro de control BC se encuentran localizados en el plano de simetría. Para la posición y la carga mostradas en la figura, determine la fuerza ejercida por a) el cilindro BC y b) el cilindro EF .

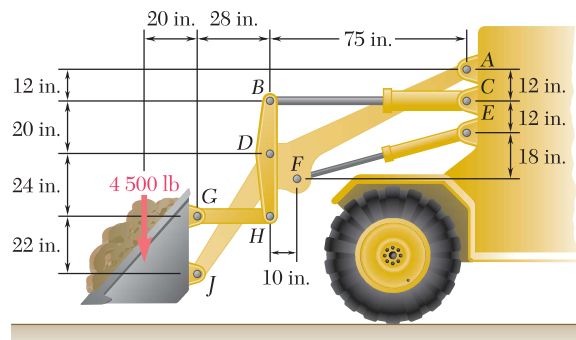


Figura P6.155

6.156 El cubo de la retroexcavadora que se muestra en la figura transporta una carga de 3 200 lb. El movimiento del cubo se controla mediante dos mecanismos idénticos, uno de los cuales se muestra en la figura. Si se sabe que el mecanismo mostrado sostiene la mitad de las 3 200 lb de carga, determine la fuerza ejercida por a) el cilindro CD y b) el cilindro FH .

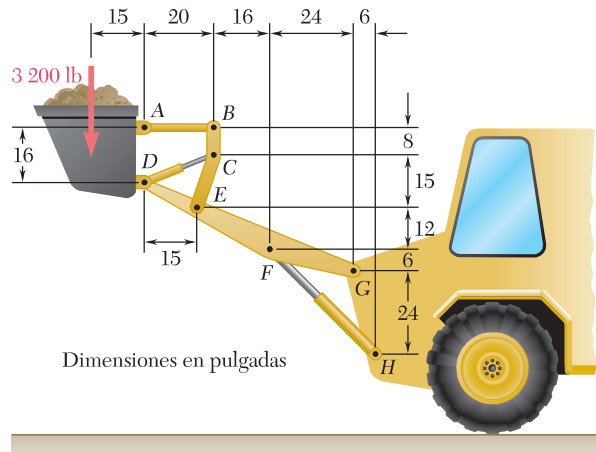


Figura P6.156

6.157 El movimiento del cubo de la retroexcavadora que se muestra en la figura se controla mediante los cilindros hidráulicos AD , CG y EF . Debido a un intento por sacar de su posición una porción de losa, se ejerce una fuerza $\mathbf{P}$ de 2 kips sobre los dientes del cubo en J . Si se sabe que $\theta = 45^\circ$, determine la fuerza ejercida por cada cilindro.

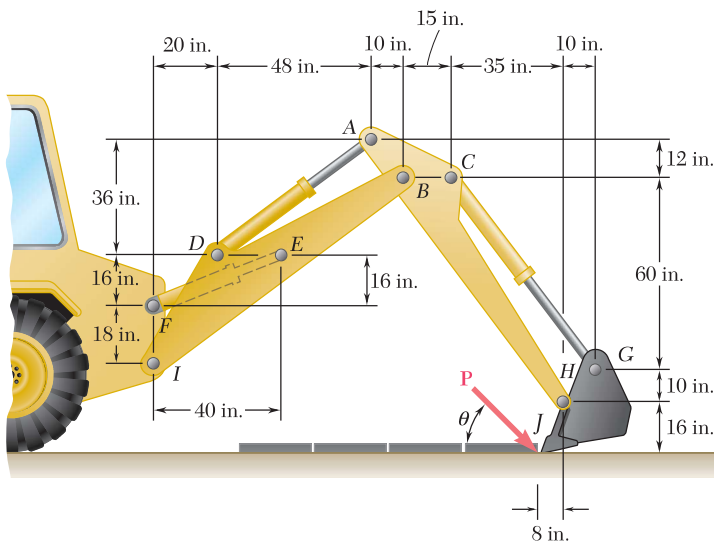


Figura P6.157

6.158 Retome el problema 6.157, y ahora suponga que la fuerza $\mathbf{P}$ de 2 kips actúa en forma horizontal hacia la derecha ($\theta = 0^\circ$).

6.159 Los engranes D y G mostrados en la figura están rígidamente unidos a los ejes, los cuales se sostienen mediante cojinetes sin fricción. Si $r_D = 90$ mm y $r_G = 30$ mm, determine *a*) el par $\mathbf{M}_0$ que debe aplicarse para mantener el equilibrio y *b*) las reacciones en A y B .

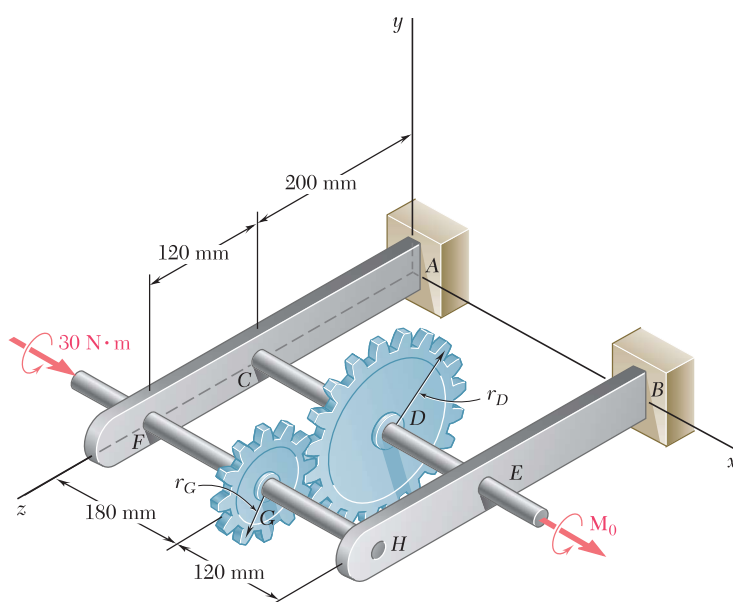


Figura P6.159

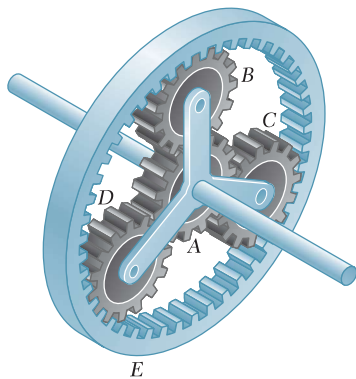


Figura P6.160

6.160 En el sistema de engranes planetarios mostrado en la figura, el radio del engrane central A es $a = 18 \text{ mm}$, el radio de cada engrane planetario es b y el radio del engrane exterior E es $(a + 2b)$. Se aplica un par de magnitud $M_A = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$ en el sentido del movimiento de las manecillas del reloj en el engrane central A, y se aplica un par de magnitud $M_S = 50 \text{ N} \cdot \text{m}$ en un sentido contrario al de las manecillas del reloj en el brazo BCD. Si el sistema está en equilibrio, determine *a*) el radio b que deben tener los engranes planetarios y *b*) la magnitud del par M_E que debe aplicarse sobre el engrane exterior E.

***6.161** Dos ejes AC y CF, los cuales están contenidos en el plano vertical xy , se conectan mediante una junta universal en C. Los cojinetes en B y D no ejercen ninguna fuerza axial. Un par con magnitud de $500 \text{ lb} \cdot \text{in.}$ (el cual actúa en el sentido de las manecillas del reloj cuando se ve desde el eje positivo x) se aplica sobre el eje CF en F. En el instante en que el brazo de la pieza transversal unida al eje CF está en posición horizontal, determine *a*) la magnitud del par que debe aplicarse al eje AC en A para mantener el equilibrio y *b*) las reacciones en B, D y E. (*Sugerencia:* La suma de los pares ejercidos sobre la pieza transversal debe ser igual a cero.)

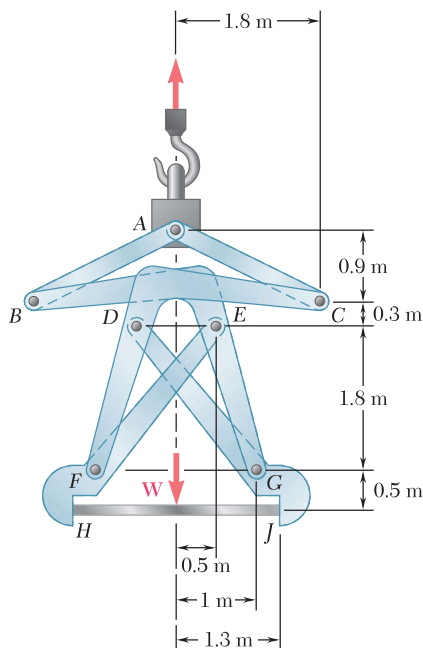


Figura P6.163

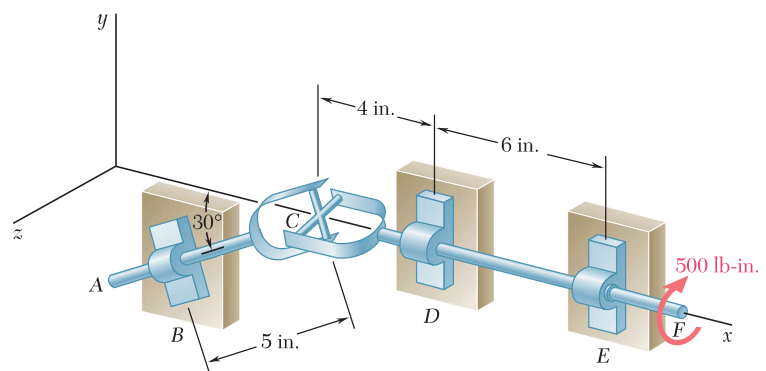


Figura P6.161

***6.162** Retome el problema 6.161, y ahora suponga que el brazo de la pieza transversal unida al eje CF está en posición vertical.

***6.163** Las tenazas mecánicas de gran tamaño que se muestran en la figura se emplean para asir una placa gruesa de metal HJ de $7\,500 \text{ kg}$. Si se sabe que no existe deslizamiento entre las asideras de las tenazas y la placa en H y J, determine las componentes de todas las fuerzas que actúan sobre el elemento EFH. (*Sugerencia:* Considere la simetría de las tenazas para establecer las relaciones entre las componentes de la fuerza que actúa sobre EFH en E y las componentes de la fuerza que actúa sobre CDF en D.)

REPASO Y RESUMEN DEL CAPÍTULO 6

En este capítulo se aprendió a determinar las *fuerzas internas* que mantienen unidas a las distintas partes de una estructura.

La primera mitad del capítulo estuvo dedicada al análisis de *armaduras*, es decir, el análisis de estructuras constituidas por *elementos rectos que están conectados únicamente en sus extremos*. Como los elementos son delgados e incapaces de soportar cargas laterales, todas las cargas deben estar aplicadas en las uniones o nodos; por tanto, una armadura está constituida por *pernos y por elementos sujetos a dos fuerzas* [sección 6.2].

Se dice que una armadura es *rígida* si está diseñada de modo que no se deformará mucho o se colapsará bajo la acción de una carga pequeña. Una armadura triangular constituida por tres elementos conectados en tres nodos es una armadura rígida (figura 6.25a). De la misma forma, también será una armadura rígida la que se obtiene agregándole a dicha armadura triangular dos nuevos elementos y conectándolos en un nuevo nodo (figura 6.25b). Las armaduras que se obtienen repitiendo este procedimiento reciben el nombre de *armaduras simples*. Se puede comprobar que en una armadura simple el número total de elementos es $m = 2n - 3$, donde n es el número total de nodos [sección 6.3].

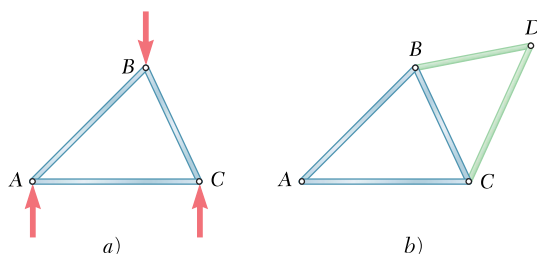


Figura 6.25

Por el *método de los nodos* [sección 6.4] se pueden determinar las fuerzas en los distintos elementos de una armadura simple. Primero, se obtienen las reacciones en los apoyos considerando a toda la armadura como un cuerpo libre. Después se dibuja el diagrama de cuerpo libre para cada perno, mostrando las fuerzas ejercidas sobre el mismo por los elementos o apoyos que éste conecta. Como los elementos que constituyen a la armadura son elementos rectos sujetos a dos fuerzas, la fuerza ejercida por un elemento sobre el perno está dirigida a lo largo de dicho elemento y, por tanto, sólo se desconoce su magnitud. En el caso de una armadura simple, siempre se pueden dibujar los diagramas de cuerpo libre de los pernos en un orden tal que únicamente se incluyen dos incógnitas en cada diagrama. Estas fuerzas se obtienen a partir de las dos ecuaciones de equilibrio correspondientes o —si sólo están involucradas tres fuerzas— a partir

Análisis de armaduras

Armaduras simples

Método de los nodos

Método de secciones

del triángulo de fuerzas correspondiente. Si la fuerza ejercida por un elemento sobre un perno está dirigida hacia el perno, dicho elemento está en *compresión*; si la fuerza ejercida por un elemento sobre un perno está dirigida hacia fuera de éste, dicho elemento está en *tensión* [problema resuelto 6.1]. Algunas veces se simplifica el análisis de una armadura si se identifican primero los *nodos que se encuentran bajo condiciones especiales de carga* [sección 6.5]. El método de los nodos también se extiende para el análisis de *armaduras espaciales* o tridimensionales [sección 6.6].

El *método de secciones* es más eficaz que el método de los nodos cuando únicamente se desea determinar la fuerza en un solo elemento —o en muy pocos elementos— [sección 6.7]. Por ejemplo, para determinar la fuerza en el elemento BD de la armadura de la figura 6.26a, se *pasa una sección* a través de los elementos BD , BE y CE , se remueven dichos elementos y se usa la porción ABC de la armadura como un cuerpo libre (figura 6.26b). Si se escribe $\Sigma M_E = 0$, se determina la magnitud de la fuerza F_{BD} , la cual representa la fuerza en el elemento BD . Un signo positivo indica que el elemento está en *tensión*; un signo negativo indica que el elemento está en *compresión* [problemas resueltos 6.2 y 6.3].

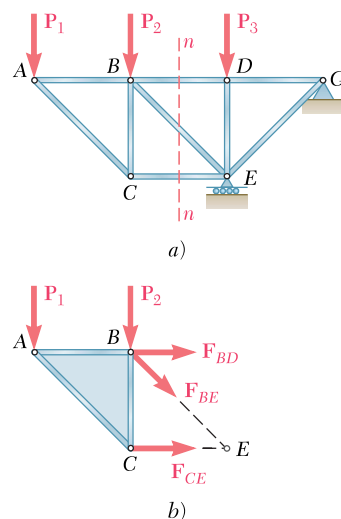


Figura 6.26

Armaduras compuestas

El método de secciones es útil para el análisis de *armaduras compuestas*, esto es, armaduras que no se pueden construir a partir de la armadura triangular básica de la figura 6.25a, pero que se obtienen conectando rígidamente varias armaduras simples [sección 6.8]. Si las armaduras simples que constituyen a la armadura compuesta han sido conectadas en forma apropiada (por medio de un perno y un eslabón o por medio de tres eslabones que no son concurrentes ni paralelos) y si la estructura resultante está bien apoyada (por medio de un perno y un rodillo), la armadura compuesta será *estáticamente determinada, rígida y completamente restringida*. Entonces se satisface la siguiente condición necesaria —pero no suficiente—: $m + r = 2n$, donde m es el número de elementos, r es el número de incógnitas que representan a las reacciones en los apoyos y n es el número de nodos.

La segunda parte del capítulo estuvo dedicada al análisis de *armazones y máquinas*. Ambas son estructuras que contienen *elementos sujetos a fuerzas múltiples*, sobre los cuales actúan tres o más fuerzas. Los armazones están diseñados para soportar cargas y usualmente son estructuras estacionarias totalmente restringidas. Las máquinas están diseñadas para transmitir o modificar fuerzas y siempre contienen partes móviles [sección 6.9].

Para *analizar un armazón*, primero se considera al *armazón completo como un cuerpo libre* y se escriben tres ecuaciones de equilibrio [sección 6.10]. Si el armazón permanece rígido cuando se separa de sus apoyos, las reacciones involucran sólo tres incógnitas y se pueden determinar a partir de dichas ecuaciones de equilibrio [problemas resueltos 6.4 y 6.5]. Por otra parte, si el armazón deja de ser rígido cuando se separa de sus apoyos, las reacciones involucran más de tres incógnitas y no pueden determinarse todas las incógnitas a partir de las ecuaciones de equilibrio para el armazón completo [sección 6.11; problema resuelto 6.6].

Cuando se *desensambla el armazón* y se identifican los diversos elementos que lo constituyen como elementos sujetos a dos fuerzas o elementos sujetos a fuerzas múltiples, se supone que los pernos forman una parte integral de uno de los elementos que éstos conectan. Se dibuja el diagrama de cuerpo libre de cada uno de los elementos sujetos a fuerzas múltiples, observando que cuando dos elementos sujetos a fuerzas múltiples están conectados al mismo elemento sujeto a dos fuerzas, este último actúa sobre los elementos sujetos a fuerzas múltiples con *fuerzas iguales y opuestas de magnitud desconocida pero cuya dirección es conocida*. Cuando dos elementos sujetos a fuerzas múltiples están conectados por un perno, éstos ejercen entre sí *fuerzas iguales y opuestas cuya dirección es desconocida*, las cuales se deben representar por *dos componentes desconocidas*. Entonces se pueden resolver las ecuaciones de equilibrio obtenidas a partir de los diagramas de cuerpo libre de los elementos sujetos a fuerzas múltiples para determinar las distintas fuerzas internas [problemas resueltos 6.4 y 6.5]. También pueden emplearse las ecuaciones de equilibrio para completar la determinación de las reacciones en los apoyos [problema resuelto 6.6]. De hecho, si el armazón es *estáticamente determinado y rígido*, los diagramas de cuerpo libre de los elementos sujetos a fuerzas múltiples pueden proporcionar un número de ecuaciones igual al número de fuerzas desconocidas (incluyendo las reacciones) [sección 6.11]. Sin embargo, como se sugirió, es conveniente considerar primero el diagrama de cuerpo libre para el armazón completo con el fin de minimizar el número de ecuaciones que se deben resolver de manera simultánea.

Para *analizar una máquina*, ésta se desensambla y con el mismo procedimiento empleado para un armazón, se dibuja el diagrama de cuerpo libre de cada uno de los elementos sujetos a fuerzas múltiples. Las ecuaciones de equilibrio correspondientes proporcionan las *fuerzas de salida* ejercidas por la máquina en términos de las *fuerzas de entrada* que se le aplican, así como las *fuerzas internas* en cada una de las conexiones [sección 6.12; problema resuelto 6.7].

Armazones y máquinas

Análisis de un armazón

Elementos sujetos a fuerzas múltiples

Análisis de una máquina

Problemas de repaso

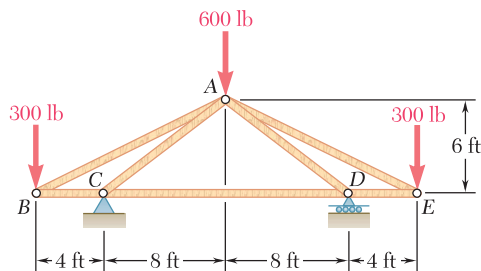


Figura P6.164

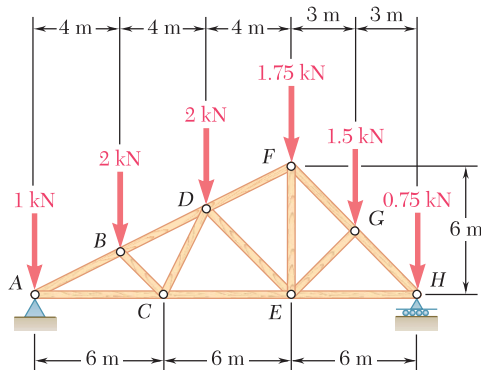


Figura P6.165

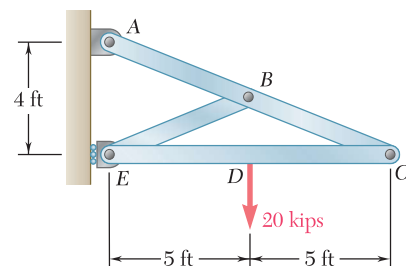


Figura P6.168

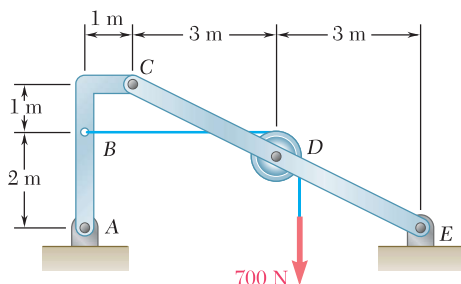


Figura P6.170

6.164 Utilice el método de los nodos para determinar la fuerza en cada elemento de la armadura que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

6.165 Utilice el método de los nodos para determinar la fuerza en cada elemento de la armadura de doble tiro para techo que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

6.166 La armadura que se muestra en la figura está diseñada para sostener el techo de un mercado de alimentos. Para las cargas dadas, determine la fuerza en los elementos FG , EG y EH .

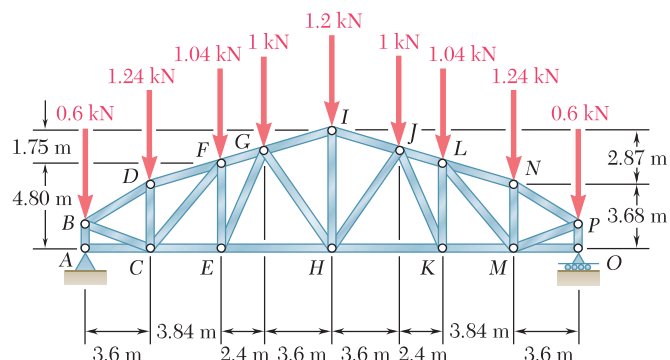


Figura P6.166 y P6.167

6.167 La armadura que se muestra en la figura está diseñada para sostener el techo de un mercado de alimentos. Para las cargas dadas, determine la fuerza en los elementos KM , LM y LN .

6.168 Para el armazón y la carga que se muestran en la figura, determine las componentes de todas las fuerzas que actúan sobre el elemento ABC .

6.169 Retome el problema 6.168, y ahora suponga que la carga de 20 kips se reemplaza por un par con $100 \text{ kip} \cdot \text{ft}$ de magnitud, que actúa en el sentido de las manecillas del reloj y que se aplica al elemento EDC en el punto D .

6.170 Si se sabe que la polea tiene un radio de 0.5 m, determine las componentes de las reacciones en A y E .

6.171 Para el armazón y la carga mostrados en la figura, determine las reacciones en A , B , D y E . Suponga que la superficie en cada apoyo está libre de fricción.

6.172 Para el sistema y la carga que se muestran en la figura, determine *a*) la fuerza P requerida para mantener el equilibrio, *b*) la fuerza correspondiente en el elemento BD y *c*) la reacción correspondiente en C .

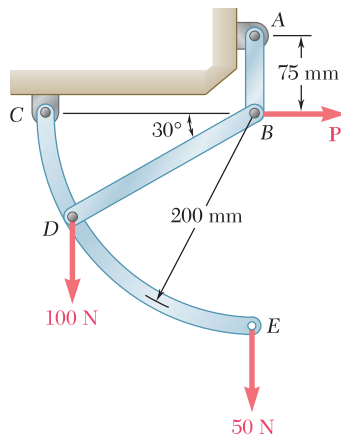


Figura P6.172

6.173 Un barril pequeño que tiene un peso de 60 lb se levanta mediante un par de tenazas como se muestra en la figura. Si se sabe que $a = 5$ in., determine las fuerzas ejercidas sobre la tenaza ABD en B y D .

6.174 Un estante de 20 kg se mantiene en posición horizontal mediante un brazo autoasegurable que consta de dos partes EDC y CDB , articuladas en C y apoyadas una contra la otra en D . Determine la fuerza P requerida para aflojar el brazo.

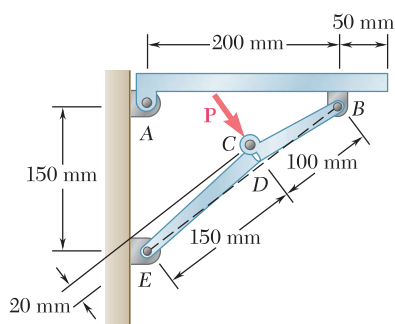


Figura P6.174

6.175 La llave de torsión especial para plomeros que se muestra en la figura es utilizada en áreas confinadas (por ejemplo, bajo un lavabo o tina). Consiste esencialmente en una quijada BC articulada en B a una varilla larga. Si se sabe que las fuerzas ejercidas sobre la tuerca son equivalentes a un par en el sentido de las manecillas del reloj (cuando se ve desde arriba) con magnitud de $135 \text{ lb} \cdot \text{in.}$, determine *a*) la magnitud de la fuerza ejercida por el pasador B en la quijada BC , *b*) el par M_0 que se aplica a la llave de torsión.

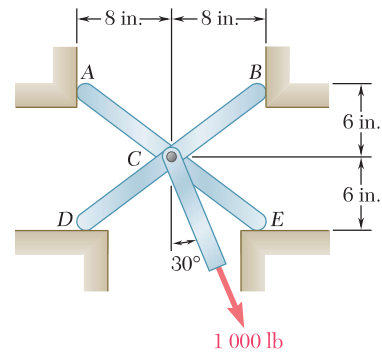


Figura P6.171

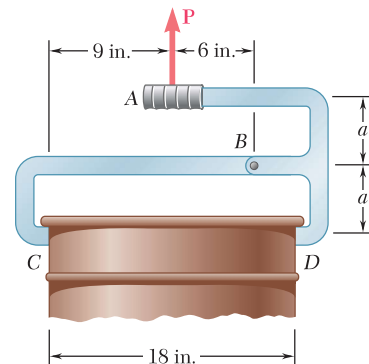


Figura P6.173

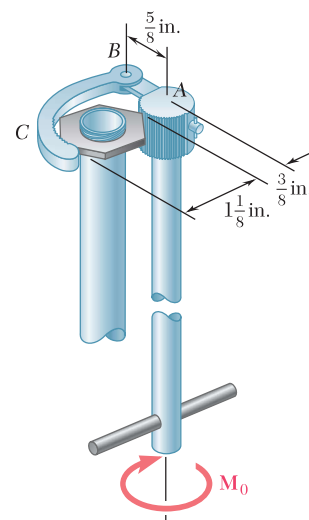


Figura P6.175

Problemas de computadora

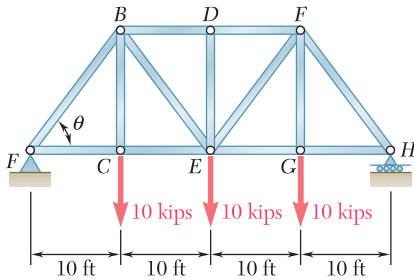


Figura P6.C1

6.C1 Se debe diseñar una armadura Pratt de acero para soportar tres cargas de 10 kips, como se muestra en la figura. La longitud de la armadura debe ser de 40 ft. La altura de la armadura, y por ende el ángulo θ , así como las áreas de las secciones transversales de los diferentes elementos, deben seleccionarse para obtener el diseño más económico. En específico, el área de la sección transversal de cada elemento se debe elegir de manera que el esfuerzo (fuerza dividida entre el área) en ese elemento sea igual a 20 kips/in.². El esfuerzo permisible para el acero utilizado, el peso total del acero y, por tanto, su costo, deben ser tan pequeños como sea posible. *a)* Si se sabe que el peso específico del acero usado es de 0.284 lb/in.³, utilice software para calcular el peso de la armadura y el área de la sección transversal de cada elemento que soporta carga, localizado a la izquierda de *DE*, para valores de θ que van de 20° a 80° con incrementos de 5°. *b)* Utilice incrementos más pequeños y adecuados para determinar el valor óptimo de θ y los valores correspondientes del peso de la armadura y de las áreas de las secciones transversales de los diferentes elementos. Para sus cálculos no tome en cuenta el peso de ningún elemento de fuerza cero.

6.C2 El piso de un puente se apoya sobre largueros soportados por vigas transversales de piso como se muestra en la figura 6.3. Los extremos de las vigas se unen a los nodos superiores de dos armaduras, una de las cuales se muestra en la figura P6.C2. Como parte del diseño del puente, se desea simular el comportamiento de la armadura cuando pasa un camión de 12 kN sobre el puente. Si se sabe que la distancia entre los ejes del camión es $b = 2.25$ m y se supone que el peso del camión se distribuye de igual forma sobre sus cuatro ruedas, use software para calcular las fuerzas generadas por el camión en los elementos *BH* y *GH* para valores de x desde 0 hasta 17.25 m, con incrementos de 0.75 m. A partir de los resultados obtenidos, determine *a)* la fuerza de tensión máxima en *BH*, *b)* la fuerza de compresión máxima en *BH* y *c)* la fuerza de tensión máxima en *GH*. En cada caso indique el valor correspondiente de x . (Nota: Los incrementos se seleccionaron de forma que los valores deseados estuvieran entre aquellos que se van a tabular.)

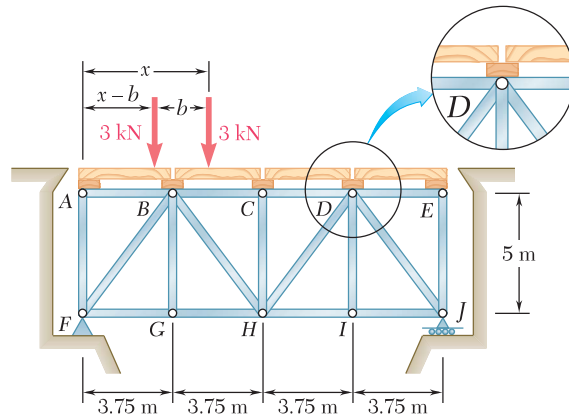


Figura P6.C2

6.C3 Para el mecanismo mostrado en la figura, la posición de la barra AC se controla mediante el brazo BD . Para la carga aplicada utilice software para calcular la reacción en A y el par M , necesario para mantener al sistema en equilibrio, para valores de θ desde -30° hasta 90° , con incrementos de 10° . Como parte del proceso de diseño del mecanismo utilice incrementos más pequeños adecuados para determinar *a)* el valor de θ para el cual M es máxima y el valor correspondiente de M y *b)* el valor de θ para el cual la reacción en A es máxima y la magnitud correspondiente de esta reacción.

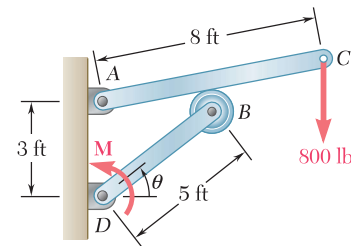


Figura P6.C3

6.C4 El diseño de un sistema robótico necesita del mecanismo de dos barras que se muestra en la figura. Las barras AC y BD se conectan mediante un bloque deslizante en D , como se muestra en la figura. Sin tomar en cuenta el efecto de la fricción, use software para calcular el par M_A necesario para mantener las barras en equilibrio, considerando valores de θ desde 0 hasta 120° , con incrementos de 10° . Para los mismos valores de θ , determine la magnitud de la fuerza F ejercida por la barra AC sobre el bloque deslizante.

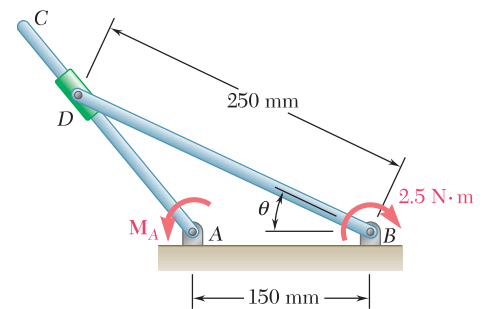


Figura P6.C4

6.C5 Las tijeras podadoras de palanca compuesta que se muestran en la figura, pueden ajustarse mediante el perno A en varias posiciones de trinquete sobre la cuchilla ACE . Si se sabe que la longitud AB es de 0.85 in., utilice software para determinar la magnitud de las fuerzas verticales aplicadas a la pequeña rama para valores de d entre 0.4 in. y 0.6 in., con incrementos de 0.025 in. Como parte del diseño de las tijeras, utilice incrementos más pequeños adecuados para determinar el valor mínimo permisible de d si la fuerza en el eslabón AB no debe exceder 500 lb.

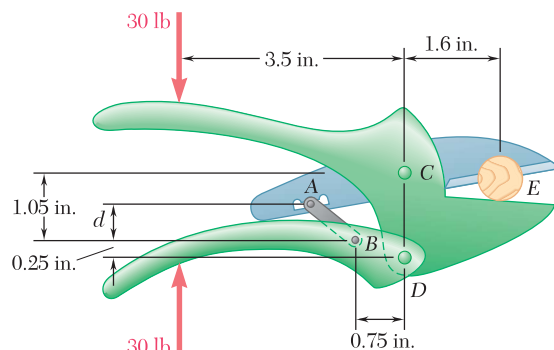


Figura P6.C5

6.C6 La barra CD está unida al collarín D y pasa a través de un collarín soldado en el extremo B de la palanca AB . Como un paso inicial en el diseño de la palanca AB , use software a fin de calcular la magnitud M del par necesario para mantener el equilibrio del sistema, usando valores de θ entre 15° y 90° con incrementos de 5° . Utilice incrementos más pequeños adecuados a fin de determinar el valor de θ para el cual M es mínima y el valor correspondiente de M .

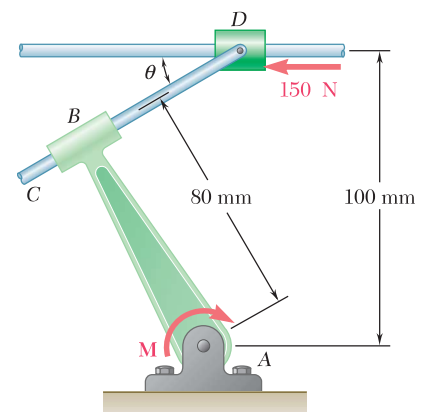


Figura P6.C6

- 5.56 $V = 3\,470\text{ mm}^3$; $A = 2\,320\text{ mm}^2$.
 5.58 $V = 0.0900\text{ in}^3$.
 5.59 $V = 31.9\text{ litros}$.
 5.61 $m = 0.0305\text{ kg}$.
 5.63 22.0 galones
 5.64 66.5%
 5.66 a) $\mathbf{R} = 1\,215\text{ lb} \downarrow$, $\bar{x} = 4.33\text{ ft}$.
 b) $\mathbf{A} = 630\text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{B} = 585\text{ lb} \uparrow$
 5.67 a) $\mathbf{R} = 2\,400\text{ N} \downarrow$, 2.33 m a la derecha de A .
 b) $\mathbf{A} = 1\,000\text{ N} \uparrow$; $\mathbf{B} = 1\,400\text{ N} \uparrow$.
 5.68 $\mathbf{A} = 32.0\text{ kN}$; $\mathbf{M}_A = 124.0\text{ kN} \cdot \text{m} \uparrow$.
 5.69 $\mathbf{B} = 1\,360\text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{C} = 2\,360\text{ lb} \uparrow$.
 5.71 $\mathbf{A} = 480\text{ N} \uparrow$; $\mathbf{B} = 840\text{ N} \downarrow$.
 5.73 $\mathbf{A} = 3\,000\text{ N} \uparrow$; $\mathbf{M}_A = 12.60\text{ kN} \cdot \text{m} \uparrow$.
 5.74 a) $a = 0.536\text{ m}$. b) $\mathbf{A} = \mathbf{B} = 761\text{ N} \uparrow$.
 5.76 $\mathbf{B} = 150.0\text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{C} = 5\,250\text{ lb} \uparrow$.
 5.77 a) $w_0 = 100.0\text{ lb/ft}$. b) $\mathbf{C} = 4\,950\text{ lb} \uparrow$.
 5.78 $w_A = 10.00\text{ kN/m}$; $w_B = 50.0\text{ kN/m}$.
 5.80 a) $\mathbf{H} = 254\text{ kN} \rightarrow$; $\mathbf{V} = 831\text{ kN} \uparrow$.
 b) $x = 3.25\text{ m}$ a la derecha de A .
 c) $\mathbf{R} = 268\text{ kN} \nearrow 18.4^\circ$.
 5.81 a) $\mathbf{H} = 13.76\text{ kips} \rightarrow$; $\mathbf{V} = 113.0\text{ kips} \uparrow$.
 b) 22.4 ft a la derecha de A .
 c) $\mathbf{R} = 25.6\text{ kips} \nearrow 57.5^\circ$.
 5.82 $d = 2.64\text{ m}$.
 5.83 $\mathbf{T} = 67.2\text{ kN} \leftarrow$; $\mathbf{A} = 141.2\text{ kN} \leftarrow$.
 5.84 $\mathbf{T} = 3.70\text{ kips} \uparrow$.
 5.85 $d = 5.88\text{ ft}$.
 5.88 $\mathbf{A} = 1\,197\text{ N} \searrow 53.1^\circ$; $\mathbf{B} = 1\,511\text{ N} \searrow 53.1^\circ$.
 5.89 $T = 3\,570\text{ N}$.
 5.90 $T = 208\text{ lb}$
 5.91 $d = 6.00\text{ ft}$.
 5.93 $d = 0.683\text{ m}$
 5.94 $h = 0.0711\text{ m}$
 5.96 a) $b/10$ a la izquierda de la base del cono.
 b) $0.01136b$ a la derecha de la base del cono.
 5.97 $\bar{Y} = -(2h^2 - 3b^2)/2(4h - 3b)$.
 5.98 $\bar{Z} = -a(4h - 2b)/\pi(4h - 3b)$.
 5.99 a) $\bar{Y} = -0.402a$. b) $h/a = 2/5$ o $2/3$.
 5.100 $\bar{X} = 46.8\text{ mm}$.
 5.101 $\bar{Z} = 26.2\text{ mm}$.
 5.103 $\bar{Y} = -0.1403\text{ in}$.
 5.104 $\bar{Z} = 3.47\text{ in}$.
 5.106 $\bar{X} = 0.295\text{ m}$, $\bar{Y} = 0.423\text{ m}$, $\bar{Z} = 1.703\text{ m}$.
 5.107 $\bar{X} = 125.0\text{ mm}$, $\bar{Y} = 167.0\text{ mm}$, $\bar{Z} = 33.5\text{ mm}$.
 5.108 $\bar{X} = \bar{Z} = 4.21\text{ in}$, $\bar{Y} = 7.03\text{ in}$.
 5.110 $\bar{X} = 46.5\text{ mm}$, $\bar{Y} = 27.2\text{ mm}$, $\bar{Z} = 30.0\text{ mm}$
 5.111 $\bar{X} = 17.00\text{ in}$, $\bar{Y} = 15.68\text{ in}$, $\bar{Z} = 14.16\text{ in}$.
 5.112 $\bar{X} = 180.2\text{ mm}$, $\bar{Y} = 38.0\text{ mm}$, $\bar{Z} = 193.5\text{ mm}$.
 5.114 $\bar{X} = 0.1452\text{ m}$, $\bar{Y} = 0.396\text{ m}$, $\bar{Z} = 0.370\text{ m}$.
 5.115 $\bar{X} = 0.410\text{ m}$, $\bar{Y} = 0.510\text{ m}$, $\bar{Z} = 0.1500\text{ m}$.
 5.117 $\bar{X} = 1.750\text{ ft}$, $\bar{Y} = 4.14\text{ ft}$, $\bar{Z} = 1.355\text{ ft}$.
 5.118 $\bar{X} = 61.6\text{ mm}$ desde el extremo del mango.
 5.119 $\bar{Y} = 0.526\text{ in}$. arriba de la base.
 5.121 $\bar{Y} = 421\text{ mm}$. arriba del piso.
 5.122 $(\bar{x})_1 = 21a/88$; $(\bar{x})_2 = 27a/40$.
 5.123 $(\bar{x})_1 = 21h/88$; $(\bar{x})_2 = 27h/40$.
 5.124 $(\bar{x})_1 = 2h/9$; $(\bar{x})_2 = 2h/3$.
 5.125 $\bar{x} = h/6$; $\bar{y} = \bar{z} = 0$.
 5.128 $\bar{x} = 1.297a$, $\bar{y} = \bar{z} = 0$.
 5.129 $\bar{x} = \bar{z} = 0$, $\bar{y} = 0.374h$.
 5.132 a) $\bar{x} = \bar{z} = 0$, $\bar{y} = -121.9\text{ mm}$.
 b) $\bar{x} = \bar{z} = 0$, $\bar{y} = -90.2\text{ mm}$.

- 5.133 $V = 688\text{ ft}^3$; $\bar{x} = 15.91\text{ ft}$.
 5.134 $\bar{x} = a/2$, $\bar{y} = 8h/25$, $\bar{z} = b/2$.
 5.136 $\bar{x} = 0$, $\bar{y} = 5h/16$, $\bar{z} = -b/4$.
 5.137 $\bar{X} = 19.27\text{ mm}$, $\bar{Y} = 26.6\text{ mm}$.
 5.138 $\bar{X} = 3.20\text{ in}$, $\bar{Y} = 2.00\text{ in}$.
 5.140 $\bar{x} = a/2$, $\bar{y} = 3h/5$.
 5.141 $\bar{x} = 3a/8$, $\bar{y} = b$.
 5.143 $\mathbf{A} = 1\,300\text{ N} \uparrow$; $\mathbf{B} = 1\,850\text{ N} \uparrow$.
 5.146 a) $\bar{x} = 0.548L$. b) $h/L = 2\sqrt{3}$.
 5.147 $\bar{X} = 0.1402\text{ m}$, $\bar{Y} = 0.0944\text{ m}$, $\bar{Z} = 0.0959\text{ m}$.
 5.148 $\bar{x} = 2.34\text{ m}$, $\bar{y} = \bar{z} = 0$.
 5.C1 b) $\mathbf{A} = 1\,220\text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{B} = 1\,830\text{ lb} \uparrow$.
 c) $\mathbf{A} = 1\,265\text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{B} = 1\,601\text{ lb} \uparrow$.
 5.C2 a) $\bar{X} = 0$, $\bar{Y} = 0.278\text{ m}$, $\bar{Z} = 0.0878\text{ m}$.
 b) $\bar{X} = 0.0487\text{ mm}$, $\bar{Y} = 0.1265\text{ mm}$, $\bar{Z} = 0.0997\text{ mm}$.
 c) $\bar{X} = -0.0372\text{ m}$, $\bar{Y} = 0.1659\text{ m}$, $\bar{Z} = 0.1043\text{ m}$.
 5.C3 $d = 1.00\text{ m}$: $\mathbf{F} = 5.66\text{ kN} \searrow 30^\circ$;
 $d = 3.00\text{ m}$: $\mathbf{F} = 49.9\text{ kN} \searrow 27.7^\circ$.
 5.C4 a) $\bar{X} = 5.80\text{ in}$, $\bar{Y} = 1.492\text{ in}$. b) $\bar{X} = 9.11\text{ in}$, $\bar{Y} = 2.78\text{ in}$.
 c) $\bar{X} = 8.49\text{ in}$, $\bar{Y} = 0.375\text{ in}$.
 5.C5 With $n = 40$: a) $\bar{X} = 60.2\text{ mm}$, $\bar{Y} = 23.4\text{ mm}$.
 b) $\bar{X} = 60.2\text{ mm}$, $\bar{Y} = 146.2\text{ mm}$.
 c) $\bar{X} = 68.7\text{ mm}$, $\bar{Y} = 20.4\text{ mm}$.
 d) $\bar{X} = 68.7\text{ mm}$, $\bar{Y} = 127.8\text{ mm}$.
 5.C6 With $n = 40$: a) $\bar{X} = 60.0\text{ mm}$, $\bar{Y} = 24.0\text{ mm}$.
 b) $\bar{X} = 60.0\text{ mm}$, $\bar{Y} = 150.0\text{ mm}$.
 c) $\bar{X} = 68.6\text{ mm}$, $\bar{Y} = 21.8\text{ mm}$.
 d) $\bar{X} = 68.6\text{ mm}$, $\bar{Y} = 136.1\text{ mm}$.
 5.C7 a) $V = 628\text{ ft}^3$. b) $\bar{X} = 8.65\text{ ft}$, $\bar{Y} = -4.53\text{ ft}$,
 $\bar{Z} = 9.27\text{ ft}$.

CAPÍTULO 6

- 6.1 $F_{AB} = 52.0\text{ kN T}$; $F_{AC} = 64.0\text{ kN T}$; $F_{BC} = 80.0\text{ kN C}$.
 6.2 $F_{AB} = 375\text{ lb C}$; $F_{AC} = 780\text{ lb C}$; $F_{BC} = 300\text{ lb T}$.
 6.3 $F_{AB} = 4.00\text{ kN C}$; $F_{AC} = 2.72\text{ kN T}$; $F_{BC} = 2.40\text{ kN C}$.
 6.5 $F_{AB} = F_{BC} = 31.5\text{ kips T}$; $F_{AD} = 35.7\text{ kips C}$;
 $F_{BD} = 10.80\text{ kips C}$; $F_{CD} = 33.3\text{ kips C}$.
 6.6 $F_{AB} = F_{BD} = 0$; $F_{AC} = 675\text{ N T}$; $F_{AD} = 1\,125\text{ N C}$;
 $F_{CD} = 900\text{ N T}$; $F_{CE} = 2025\text{ N T}$; $F_{CF} = 2\,250\text{ N C}$;
 $F_{DF} = 675\text{ N C}$; $F_{EF} = 1\,800\text{ N T}$.
 6.7 $F_{AB} = 15.90\text{ kN C}$; $F_{AC} = 13.50\text{ kN T}$; $F_{BC} = 16.80\text{ kN C}$;
 $F_{BD} = 13.50\text{ kN C}$; $F_{CD} = 15.90\text{ kN T}$.
 6.9 $F_{AB} = 47.2\text{ kN C}$; $F_{AC} = 44.6\text{ kN T}$; $F_{BC} = 10.50\text{ kN C}$;
 $F_{BD} = 47.2\text{ kN C}$; $F_{CD} = 17.50\text{ kN T}$; $F_{CE} = 30.6\text{ kN T}$;
 $F_{DE} = 0$.
 6.10 $F_{AB} = F_{HI} = 12.31\text{ kN C}$; $F_{AC} = F_{GI} = 11.25\text{ kN T}$;
 $F_{BC} = F_{CH} = 2.46\text{ kN C}$; $F_{BD} = F_{DE} = F_{EF} = F_{FH} = 9.85\text{ kN C}$;
 $F_{CD} = F_{FG} = 2.00\text{ kN C}$; $F_{CE} = F_{EG} = 3.75\text{ kN T}$;
 $F_{CG} = 6.75\text{ kN T}$.
 6.11 $F_{AB} = F_{FH} = 1\,500\text{ lb C}$; $F_{AC} = F_{CE} = F_{EG} = F_{GH} = 1200\text{ lb T}$;
 $F_{BC} = F_{FG} = 0$; $F_{BD} = F_{DF} = 1\,000\text{ lb C}$;
 $F_{BE} = F_{EF} = 500\text{ lb C}$; $F_{DE} = 600\text{ lb T}$.
 6.12 $F_{AB} = F_{FH} = 1\,500\text{ lb C}$; $F_{AC} = F_{CE} = F_{EG} = F_{GH} = 1200\text{ lb T}$;
 $F_{BC} = F_{FG} = 0$; $F_{BD} = F_{DF} = 1\,200\text{ lb C}$;
 $F_{BE} = F_{EF} = 60.0\text{ lb C}$; $F_{DE} = 72.0\text{ lb T}$.
 6.15 $F_{AB} = 7.50\text{ kips C}$; $F_{AC} = 4.50\text{ kips T}$; $F_{BC} = 7.50\text{ kips T}$;
 $F_{BD} = 9.00\text{ kips C}$; $F_{CD} = 0$; $F_{CE} = 9.00\text{ kips T}$.
 6.16 $F_{AB} = 5.00\text{ kips C}$; $F_{AC} = 3.00\text{ kips T}$; $F_{BC} = 5.00\text{ kips T}$;
 $F_{BD} = 6.00\text{ kips C}$; $F_{CD} = F_{EF} = 2.50\text{ kips T}$; $F_{CE} = 4.50\text{ kips T}$;
 $F_{DE} = F_{FG} = 2.50\text{ kips C}$; $F_{DF} = 3.00\text{ kips C}$;
 $F_{EG} = 1.500\text{ kips T}$.

- 6.19 $F_{AB} = 9.90 \text{ kN C}$; $F_{AC} = 7.83 \text{ kN T}$; $F_{BC} = 0$;
 $F_{BD} = 7.07 \text{ kN C}$; $F_{BE} = 2.00 \text{ kN C}$; $F_{CE} = 7.83 \text{ kN T}$;
 $F_{DE} = 1.000 \text{ kN T}$; $F_{DF} = 5.03 \text{ kN C}$; $F_{DG} = 0.559 \text{ kN C}$;
 $F_{EG} = 5.59 \text{ kN T}$.
- 6.20 $F_{FC} = 3.50 \text{ kN T}$; $F_{FH} = 5.03 \text{ kN C}$; $F_{GH} = 1.677 \text{ kN T}$;
 $F_{GI} = F_{IK} = F_{KL} = 3.35 \text{ kN T}$; $F_{HI} = F_{IJ} = F_{JK} = 0$;
 $F_{HJ} = F_{JL} = 4.42 \text{ kN C}$.
- 6.21 $F_{AB} = 2\,240 \text{ lb C}$; $F_{AC} = F_{CE} = 2\,000 \text{ lb T}$; $F_{BC} = F_{EH} = 0$;
 $F_{BD} = 1\,789 \text{ lb C}$; $F_{BE} = 447 \text{ lb C}$; $F_{DE} = 600 \text{ lb C}$;
 $F_{DF} = 2\,010 \text{ lb C}$; $F_{DG} = 224 \text{ lb T}$; $F_{EG} = 1\,789 \text{ lb T}$.
- 6.22 $F_{FC} = 1\,400 \text{ lb T}$; $F_{FI} = 2\,010 \text{ lb C}$; $F_{GI} = 671 \text{ lb C}$;
 $F_{GJ} = 2\,430 \text{ lb T}$; $F_{IJ} = 361 \text{ lb T}$; $F_{IK} = 2\,910 \text{ lb C}$;
 $F_{JK} = 447 \text{ lb C}$; $F_{JL} = 3\,040 \text{ lb T}$; $F_{KL} = 3\,350 \text{ lb C}$.
- 6.23 $F_{AB} = 9.39 \text{ kN C}$; $F_{AC} = 8.40 \text{ kN T}$; $F_{BC} = 2.26 \text{ kN C}$;
 $F_{BD} = 7.60 \text{ kN C}$; $F_{CD} = 0.128 \text{ kN C}$; $F_{CE} = 7.07 \text{ kN T}$;
 $F_{DE} = 2.14 \text{ kN C}$; $F_{DF} = 6.10 \text{ kN C}$; $F_{EF} = 2.23 \text{ kN T}$.
- 6.24 $F_{AB} = F_{DF} = 2.29 \text{ kN T}$; $F_{AC} = F_{EF} = 2.29 \text{ kN C}$;
 $F_{BC} = F_{DE} = 0.600 \text{ kN C}$; $F_{BD} = 2.21 \text{ kN T}$; $F_{BE} = F_{EH} = 0$;
 $F_{CE} = 2.21 \text{ kN C}$; $F_{CH} = F_{EJ} = 1.200 \text{ kN C}$.
- 6.27 $F_{AB} = 31.0 \text{ kips C}$; $F_{AC} = 28.3 \text{ kips C}$; $F_{AD} = 15.09 \text{ kips T}$;
 $F_{AE} = 9.50 \text{ kips T}$; $F_{BD} = 21.5 \text{ kips T}$; $F_{BF} = 28.0 \text{ kips C}$;
 $F_{CE} = 41.0 \text{ kips T}$; $F_{CG} = 42.0 \text{ kips C}$; $F_{DE} = 22.0 \text{ kips T}$;
 $F_{DF} = 33.5 \text{ kips T}$; $F_{EG} = 0$.
- 6.28 $F_{AB} = 128.0 \text{ kN T}$; $F_{AC} = 136.7 \text{ kN C}$; $F_{BD} = F_{DF} = F_{FH} = 128.0 \text{ kN T}$;
 $F_{CE} = F_{EG} = 136.7 \text{ kN C}$; $F_{GH} = 192.7 \text{ kN C}$.
- 6.29 La armadura del problema 6.33a es la única armadura simple.
- 6.30 La armadura del problema 6.32b es la única armadura simple.
- 6.31 a) BC , CD , IJ , IL , LM , MN . b) BC , BE , DE , EF , FG , IJ , KN , MN .
- 6.32 a) AI , BJ , CK , DI , EL , FK , GK . b) FK , IO .
- 6.35 $F_{AB} = F_{AD} = 244 \text{ lb C}$; $F_{AC} = 1\,040 \text{ lb T}$; $F_{BC} = F_{CD} = 500 \text{ lb C}$;
 $F_{BD} = 280 \text{ lb T}$.
- 6.36 $F_{AB} = F_{AD} = 861 \text{ N C}$; $F_{AC} = 676 \text{ N C}$; $F_{BC} = F_{CD} = 162.5 \text{ N T}$;
 $F_{BD} = 244 \text{ N T}$.
- 6.37 $F_{AB} = F_{AD} = 2\,810 \text{ N T}$; $F_{AC} = 5\,510 \text{ N C}$; $F_{BC} = F_{CD} = 1\,325 \text{ N T}$;
 $F_{BD} = 1\,908 \text{ N C}$.
- 6.38 $F_{AB} = F_{AC} = 1\,061 \text{ lb C}$; $F_{AD} = 2\,500 \text{ lb T}$; $F_{BC} = 2\,100 \text{ lb T}$;
 $F_{BD} = F_{CD} = 1\,250 \text{ lb C}$; $F_{BE} = F_{CE} = 1\,250 \text{ lb C}$;
 $F_{DE} = 1\,500 \text{ lb T}$.
- 6.39 $F_{AB} = 840 \text{ N C}$; $F_{AC} = 110.6 \text{ N C}$; $F_{AD} = 394 \text{ N C}$;
 $F_{AE} = 0$; $F_{BC} = 160.0 \text{ N T}$; $F_{BE} = 200 \text{ N T}$; $F_{CD} = 225 \text{ N T}$;
 $F_{CE} = 233 \text{ N C}$; $F_{DE} = 120.0 \text{ N T}$.
- 6.40 $F_{AB} = 0$; $F_{AC} = 995 \text{ N T}$; $F_{AD} = 1\,181 \text{ N C}$; $F_{AE} = F_{BC} = 0$;
 $F_{BE} = 600 \text{ N T}$; $F_{CD} = 375 \text{ N T}$; $F_{CE} = 700 \text{ N C}$;
 $F_{DE} = 360 \text{ N T}$.
- 6.43 $F_{CE} = 8\,000 \text{ lb T}$; $F_{DE} = 2\,600 \text{ lb T}$; $F_{DF} = 9\,000 \text{ lb C}$
- 6.44 $F_{EG} = 7\,500 \text{ lb T}$; $F_{FG} = 3\,900 \text{ lb C}$; $F_{FH} = 6\,000 \text{ lb C}$
- 6.45 $F_{BD} = 216 \text{ kN T}$; $F_{DE} = 270 \text{ kN T}$.
- 6.46 $F_{DG} = 459 \text{ kN C}$; $F_{EG} = 216 \text{ kN C}$.
- 6.49 $F_{CE} = 7.20 \text{ kN T}$; $F_{DE} = 1.047 \text{ kN C}$; $F_{DF} = 6.39 \text{ kN C}$.
- 6.50 $F_{EG} = 3.46 \text{ kN T}$; $F_{GH} = 3.78 \text{ kN C}$; $F_{HJ} = 3.55 \text{ kN C}$.
- 6.51 $F_{DF} = 10.48 \text{ kips C}$; $F_{DG} = 3.35 \text{ kips C}$; $F_{EG} = 13.02 \text{ kips T}$.
- 6.52 $F_{OI} = 13.02 \text{ kips T}$; $F_{HI} = 0.800 \text{ kips T}$; $F_{HJ} = 13.97 \text{ kips C}$.
- 6.53 $F_{CE} = 8.00 \text{ kN T}$; $F_{DE} = 4.50 \text{ kN C}$; $F_{DF} = 10.00 \text{ kN C}$.
- 6.54 $F_{FH} = 10.00 \text{ kN C}$; $F_{FI} = 4.92 \text{ kN T}$; $F_{GI} = 6.00 \text{ kN T}$.
- 6.55 $F_{AD} = 13.5 \text{ kN C}$; $F_{CD} = 0$; $F_{CE} = 56.1 \text{ kN T}$.
- 6.56 $F_{DG} = 75.0 \text{ kN C}$; $F_{FG} = 56.1 \text{ kN T}$; $F_{FH} = 69.7 \text{ kN T}$.
- 6.57 $F_{AB} = 8.20 \text{ kips T}$; $F_{AG} = 4.50 \text{ kips T}$; $F_{FG} = 11.60 \text{ kips C}$.
- 6.58 $F_{AE} = 17.46 \text{ kips T}$; $F_{EF} = 11.60 \text{ kips C}$; $F_{FJ} = 18.45 \text{ kips C}$.
- 6.61 $F_{AF} = 1.500 \text{ kN T}$; $F_{EJ} = 0.900 \text{ kN T}$.
- 6.62 $F_{AF} = 0.900 \text{ kN T}$; $F_{EJ} = 0.300 \text{ kN T}$.
- 6.65 a) CJ . b) 1.026 kN T .
- 6.66 a) IO . b) 2.05 kN T .
- 6.67 $F_{BG} = 5.48 \text{ kips T}$; $F_{DG} = 1.825 \text{ kips T}$.
- 6.68 $F_{CF} = 3.65 \text{ kips T}$; $F_{CH} = 7.30 \text{ kips T}$.
- 6.69 a) impropriamente restringida. b) completamente restringida, determinada. c) completamente restringida, indeterminada.
- 6.70 a) completamente restringida, determinada. b) parcialmente restringida. c) impropriamente restringida.
- 6.71 a) completamente restringida, determinada. b) completamente restringida, indeterminada. c) impropriamente restringida.
- 6.72 a) parcialmente restringida. b) completamente restringida, determinada. c) completamente restringida, indeterminada.
- 6.75 a) $125 \text{ N} \searrow 36.9^\circ$. b) $125 \text{ N} \nearrow 36.9^\circ$.
- 6.76 $F_{BD} = 255 \text{ N C}$; $\mathbf{C}_x = 120.0 \text{ N} \rightarrow$; $\mathbf{C}_y = 625 \text{ N} \uparrow$.
- 6.77 a) 80.0 lb T . b) $72.1 \text{ lb} \nearrow 16.1^\circ$.
- 6.78 a) 80.0 lb T . b) $72.1 \text{ lb} \nwarrow 16.1^\circ$.
- 6.81 $\mathbf{A}_x = 18.00 \text{ kN} \leftarrow$; $\mathbf{A}_y = 20.0 \text{ kN} \downarrow$; $\mathbf{B} = 9.00 \text{ kN} \rightarrow$;
 $\mathbf{C}_x = 9.00 \text{ kN} \rightarrow$; $\mathbf{C}_y = 20.0 \text{ kN} \uparrow$.
- 6.82 $\mathbf{A} = 20.0 \text{ kN} \downarrow$; $\mathbf{B} = 18.00 \text{ kN} \leftarrow$; $\mathbf{C}_x = 18.00 \text{ kN} \rightarrow$;
 $\mathbf{C}_y = 20.0 \text{ kN} \uparrow$.
- 6.83 a) $\mathbf{A}_x = 450 \text{ N} \leftarrow$, $\mathbf{A}_y = 525 \text{ N} \uparrow$; $\mathbf{E}_x = 450 \text{ N} \rightarrow$,
 $\mathbf{E}_y = 225 \text{ N} \uparrow$; b) $\mathbf{A}_x = 450 \text{ N} \leftarrow$, $\mathbf{A}_y = 150.0 \text{ N} \uparrow$;
 $\mathbf{E}_x = 450 \text{ N} \rightarrow$, $\mathbf{E}_y = 600 \text{ N} \uparrow$.
- 6.84 a) $\mathbf{A}_x = 300 \text{ N} \leftarrow$, $\mathbf{A}_y = 660 \text{ N} \uparrow$; $\mathbf{E}_x = 300 \text{ N} \rightarrow$,
 $\mathbf{E}_y = 90.0 \text{ N} \uparrow$. b) $\mathbf{A}_x = 300 \text{ N} \leftarrow$, $\mathbf{A}_y = 150.0 \text{ N} \uparrow$;
 $\mathbf{E}_x = 300 \text{ N} \rightarrow$, $\mathbf{E}_y = 600 \text{ N} \uparrow$.
- 6.87 a) $\mathbf{A}_x = 80.0 \text{ lb} \leftarrow$, $\mathbf{A}_y = 40.0 \text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{B}_x = 80.0 \text{ lb} \rightarrow$,
 $\mathbf{B}_y = 60.0 \text{ lb} \uparrow$. b) $\mathbf{A}_x = 0$, $\mathbf{A}_y = 40.0 \text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{B}_x = 0$,
 $\mathbf{B}_y = 60.0 \text{ lb} \uparrow$.
- 6.88 a) y c) $\mathbf{B}_x = 32.0 \text{ lb} \rightarrow$, $\mathbf{B}_y = 10.00 \text{ lb} \uparrow$;
 $\mathbf{F}_x = 32.0 \text{ lb} \leftarrow$, $\mathbf{F}_y = 38.0 \text{ lb} \uparrow$. b) $\mathbf{B}_x = 32.0 \text{ lb} \rightarrow$,
 $\mathbf{B}_y = 34.0 \text{ lb} \uparrow$, $\mathbf{F}_x = 32.0 \text{ lb} \leftarrow$, $\mathbf{F}_y = 14.00 \text{ lb} \uparrow$.
- 6.89 a) y c) $\mathbf{B}_x = 24.0 \text{ lb} \leftarrow$, $\mathbf{B}_y = 7.5 \text{ lb} \downarrow$; $\mathbf{F}_x = 24.0 \text{ lb} \rightarrow$,
 $\mathbf{F}_y = 7.50 \text{ lb} \uparrow$. b) $\mathbf{B}_x = 24.0 \text{ lb} \leftarrow$, $\mathbf{B}_y = 10.50 \text{ lb} \uparrow$;
 $\mathbf{F}_x = 24.0 \text{ lb} \rightarrow$, $\mathbf{F}_y = 10.50 \text{ lb} \downarrow$.
- 6.91 $\mathbf{B}_x = 700 \text{ N} \leftarrow$, $\mathbf{B}_y = 200 \text{ N} \downarrow$; $\mathbf{E}_x = 700 \text{ N} \rightarrow$,
 $\mathbf{E}_y = 500 \text{ N} \uparrow$.
- 6.92 $\mathbf{D}_x = 13.60 \text{ kN} \rightarrow$, $\mathbf{D}_y = 7.50 \text{ kN} \uparrow$; $\mathbf{E}_x = 13.60 \text{ kN} \leftarrow$,
 $\mathbf{E}_y = 2.70 \text{ kN} \downarrow$.
- 6.93 $\mathbf{A}_x = 176.3 \text{ lb} \leftarrow$, $\mathbf{A}_y = 60.0 \text{ lb} \downarrow$; $\mathbf{G}_x = 56.3 \text{ lb} \rightarrow$,
 $\mathbf{G}_y = 510 \text{ lb} \uparrow$.
- 6.94 $\mathbf{A}_x = 56.3 \text{ lb} \leftarrow$, $\mathbf{A}_y = 157.5 \text{ lb} \downarrow$; $\mathbf{G}_x = 56.3 \text{ lb} \rightarrow$,
 $\mathbf{G}_y = 383 \text{ lb} \uparrow$.
- 6.95 a) $\mathbf{A} = 982 \text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{B} = 935 \text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{C} = 733 \text{ lb} \uparrow$.
b) $\Delta B = +291 \text{ lb}$; $\Delta C = -72.7 \text{ lb}$.
- 6.96 a) $\mathbf{A} = 572 \text{ lb}$. b) $\mathbf{A} = 1070 \text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{B} = 709 \text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{C} = 870 \text{ lb} \uparrow$.
- 6.99 $\mathbf{C}_x = 78.0 \text{ lb} \rightarrow$, $\mathbf{C}_y = 28.0 \text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{F}_x = 78.0 \text{ lb} \leftarrow$,
 $\mathbf{F}_y = 12.00 \text{ lb} \uparrow$.
- 6.100 $\mathbf{C}_x = 21.7 \text{ lb} \rightarrow$, $\mathbf{C}_y = 37.5 \text{ lb} \downarrow$; $\mathbf{D}_x = 21.7 \text{ lb} \leftarrow$,
 $\mathbf{D}_y = 62.5 \text{ lb} \uparrow$.
- 6.101 $\mathbf{A}_x = 13.00 \text{ kN} \leftarrow$, $\mathbf{A}_y = 4.00 \text{ kN} \downarrow$; $\mathbf{B}_x = 36.0 \text{ kN} \rightarrow$,
 $\mathbf{B}_y = 6.00 \text{ kN} \uparrow$; $\mathbf{E}_x = 23.0 \text{ kN} \leftarrow$, $\mathbf{E}_y = 2.00 \text{ kN} \downarrow$.
- 6.102 $\mathbf{A}_x = 2\,025 \text{ N} \leftarrow$, $\mathbf{A}_y = 1\,800 \text{ N} \downarrow$; $\mathbf{B}_x = 4\,050 \text{ N} \rightarrow$,
 $\mathbf{B}_y = 1\,200 \text{ N} \uparrow$; $\mathbf{E}_x = 2\,025 \text{ N} \leftarrow$, $\mathbf{E}_y = 600 \text{ N} \uparrow$.
- 6.103 a) $\mathbf{C}_x = 100.0 \text{ lb} \leftarrow$, $\mathbf{C}_y = 100.0 \text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{D}_x = 100.0 \text{ lb} \rightarrow$,
 $\mathbf{D}_y = 20.0 \text{ lb} \downarrow$. b) $\mathbf{E}_x = 100.0 \text{ lb} \leftarrow$, $\mathbf{E}_y = 180.0 \text{ lb} \uparrow$.
- 6.104 a) $\mathbf{C}_x = 100.0 \text{ lb} \leftarrow$, $\mathbf{C}_y = 60.0 \text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{D}_x = 100.0 \text{ lb} \rightarrow$,
 $\mathbf{D}_y = 20.0 \text{ lb} \uparrow$. b) $\mathbf{E}_x = 100.0 \text{ lb} \leftarrow$, $\mathbf{E}_y = 140.0 \text{ lb} \uparrow$.
- 6.107 a) $\mathbf{A}_x = 200 \text{ kN} \rightarrow$, $\mathbf{A}_y = 122 \text{ kN} \uparrow$. b) $\mathbf{B}_x = 200 \text{ kN} \leftarrow$,
 $\mathbf{B}_y = 10.00 \text{ kN} \downarrow$.
- 6.108 a) $\mathbf{A}_x = 205 \text{ kN} \rightarrow$, $\mathbf{A}_y = 134.5 \text{ kN} \uparrow$. b) $\mathbf{B}_x = 205 \text{ kN} \leftarrow$,
 $\mathbf{B}_y = 5.50 \text{ kN} \uparrow$.

- 6.109 $\mathbf{B} = 98.5 \text{ lb} \nearrow 24.0^\circ$; $\mathbf{C} = 90.6 \text{ lb} \searrow 6.3^\circ$.
- 6.110 a) $301 \text{ lb} \searrow 48.4^\circ$; b) $375 \text{ lb } T$.
- 6.111 $F_{AG} = \sqrt{2} P/6 \text{ C}$; $F_{BF} = 2\sqrt{2} P/3 \text{ C}$; $F_{DI} = \sqrt{2} P/3 \text{ C}$;
 $F_{EH} = \sqrt{2} P/6 \text{ T}$.
- 6.113 $F_{AF} = P/4 \text{ C}$; $F_{BG} = F_{DG} = P/\sqrt{2} \text{ C}$; $F_{EH} = P/4 \text{ T}$.
- 6.115 $F_{AF} = M_0/4a \text{ C}$; $F_{BG} = F_{DG} = M_0/\sqrt{2}a \text{ T}$; $F_{EH} = 3M_0/4a \text{ C}$.
- 6.116 $F_{AF} = \sqrt{2} M_0/3a \text{ C}$; $F_{BG} = M_0/a \text{ T}$; $F_{DG} = M_0/a \text{ C}$;
 $F_{EH} = 2\sqrt{2} M_0/3a \text{ T}$.
- 6.117 $\mathbf{E} = P/5 \downarrow$; $\mathbf{F} = 8P/5 \uparrow$; $\mathbf{G} = 4P/5 \downarrow$; $\mathbf{H} = 2P/5 \uparrow$.
- 6.118 $\mathbf{A} = P/15 \uparrow$; $\mathbf{D} = 2P/15 \uparrow$; $\mathbf{E} = 8P/15 \uparrow$; $\mathbf{H} = 4P/15 \uparrow$.
- 6.119 a) $\mathbf{A} = 2.06P \nearrow 14.0^\circ$; $\mathbf{B} = 2.06P \searrow 14.0^\circ$; el armazón es rígido. b) El armazón no es rígido. c) $\mathbf{A} = 1.25P \searrow 36.9^\circ$;
 $\mathbf{B} = 1.031P \nearrow 14.0^\circ$; el armazón es rígido.
- 6.122 a) $(F_{BD})_y = 96.0 \text{ lb} \downarrow$ b) $F_{BD} = 100.0 \text{ lb} \nearrow 73.7^\circ$.
- 6.123 a) $(F_{BD})_y = 240 \text{ lb} \downarrow$ b) $F_{BD} = 250 \text{ lb} \nearrow 73.7^\circ$.
- 6.126 a) $746 \text{ N} \downarrow$; b) $565 \text{ N} \searrow 61.3^\circ$.
- 6.127 a) $302 \text{ N} \downarrow$; b) $682 \text{ N} \searrow 61.3^\circ$.
- 6.128 $T_{DE} = 81.0 \text{ N}$; $\mathbf{B} = 216 \text{ N} \downarrow$.
- 6.129 a) $21.0 \text{ kN} \leftarrow$; b) $52.5 \text{ kN} \leftarrow$.
- 6.130 a) $1\ 143 \text{ N} \cdot \text{m} \downarrow$; b) $457 \text{ N} \cdot \text{m} \downarrow$.
- 6.131 $832 \text{ lb} \cdot \text{in.} \uparrow$.
- 6.132 $360 \text{ lb} \cdot \text{in.} \uparrow$.
- 6.133 $195.0 \text{ kN} \cdot \text{m} \downarrow$.
- 6.134 $40.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \uparrow$.
- 6.137 $208 \text{ N} \cdot \text{m} \downarrow$.
- 6.138 $18.43 \text{ N} \cdot \text{m} \downarrow$.
- 6.139 $F_{AE} = 800 \text{ N } T$; $F_{DG} = 100.0 \text{ N } C$.
- 6.140 $\mathbf{P} = 120.0 \text{ N} \downarrow$; $\mathbf{Q} = 110.0 \text{ N} \leftarrow$.
- 6.142 $\mathbf{F} = 3\ 290 \text{ lb} \searrow 15.12^\circ$; $\mathbf{D} = 4\ 450 \text{ lb} \leftarrow$.
- 6.143 $\mathbf{D} = 30.0 \text{ kN} \leftarrow$; $\mathbf{F} = 37.5 \text{ kN} \searrow 36.9^\circ$.
- 6.144 $\mathbf{D} = 150.0 \text{ kN} \leftarrow$; $\mathbf{F} = 96.4 \text{ kN} \searrow 13.50^\circ$.
- 6.145 a) 475 lb ; b) $528 \text{ lb} \searrow 63.3^\circ$.
- 6.146 44.8 kN .
- 6.148 8.45 kN .
- 6.149 $25.0 \text{ lb} \downarrow$.
- 6.150 $10.00 \text{ lb} \downarrow$.
- 6.151 240 N .
- 6.154 a) $14.11 \text{ kN} \searrow 19.10^\circ$; b) $19.79 \text{ kN} \searrow 47.6^\circ$.
- 6.155 a) $4.91 \text{ kips } C$; b) $10.69 \text{ kips } C$.
- 6.156 a) $2.86 \text{ kips } C$; b) $9.43 \text{ kips } C$.
- 6.159 a) $M_0 = (90.0 \text{ N} \cdot \text{m})\mathbf{i}$; b) $\mathbf{A} = 0$; $\mathbf{B} = 0$;
 $\mathbf{M}_B = -(72.0 \text{ N} \cdot \text{m})\mathbf{i}$
- 6.160 a) 27.0 mm ; b) $40.0 \text{ N} \cdot \text{m} \downarrow$.
- 6.163 $\mathbf{E}_x = 100.0 \text{ kN} \rightarrow$; $\mathbf{E}_y = 154.9 \text{ kN} \uparrow$; $\mathbf{F}_x = 26.5 \text{ kN} \rightarrow$;
 $\mathbf{F}_y = 118.1 \text{ kN} \downarrow$; $\mathbf{H}_x = 126.5 \text{ kN} \leftarrow$; $\mathbf{H}_y = 36.8 \text{ kN} \downarrow$.
- 6.164 $F_{AB} = F_{AE} = 671 \text{ lb } T$; $F_{AC} = F_{AD} = 1\ 000 \text{ lb } C$;
 $F_{BC} = F_{DE} = 600 \text{ lb } C$; $F_{CD} = 200 \text{ lb } T$.
- 6.166 $F_{FG} = 5.23 \text{ kN } C$; $F_{EG} = 0.1476 \text{ kN } C$; $F_{EH} = 5.08 \text{ kN } T$.
- 6.167 $F_{KM} = 5.02 \text{ kN } T$; $F_{LM} = 1.963 \text{ kN } C$; $F_{LN} = 3.95 \text{ kN } C$.
- 6.168 $\mathbf{A}_x = 25.0 \text{ kips} \leftarrow$; $\mathbf{A}_y = 20.0 \text{ kips} \uparrow$; $\mathbf{B}_x = 25.0 \text{ kips} \leftarrow$;
 $\mathbf{B}_y = 190.00 \text{ kips} \downarrow$; $\mathbf{C}_x = 50.0 \text{ kips} \rightarrow$; $\mathbf{C}_y = 10.00 \text{ kips} \downarrow$.
- 6.170 $\mathbf{A}_x = 150.0 \text{ N} \leftarrow$; $\mathbf{A}_y = 250 \text{ N} \uparrow$; $\mathbf{E}_x = 150.0 \text{ N} \rightarrow$;
 $\mathbf{E}_y = 450 \text{ N} \uparrow$.
- 6.171 $\mathbf{A} = 327 \text{ lb} \rightarrow$; $\mathbf{B} = 827 \text{ lb} \leftarrow$; $\mathbf{D} = 621 \text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{E} = 246 \text{ lb} \uparrow$.
- 6.172 a) $\mathbf{P} = 109.8 \text{ N} \rightarrow$; b) $126.8 \text{ N } T$; c) $139.8 \text{ N} \searrow 38.3^\circ$.
- 6.175 a) 312 lb ; b) $135.0 \text{ lb} \cdot \text{in.} \downarrow$.
- 6.C1 a) $\theta = 30^\circ$; $W = 472 \text{ lb}$; $A_{AB} = 1.500 \text{ in.}^2$; $A_{AC} = A_{CE} = 1.299 \text{ in.}^2$; $A_{BC} = A_{BE} = 0.500 \text{ in.}^2$; $A_{BD} = 1.732 \text{ in.}^2$;
b) $\theta_{\text{opt}} = 56.8^\circ$; $W = 312 \text{ lb}$; $A_{AB} = 0.896 \text{ in.}^2$; $A_{AC} = A_{CE} = 0.491 \text{ in.}^2$; $A_{BC} = 0.500 \text{ in.}^2$; $A_{BE} = 0.299 \text{ in.}^2$;
 $A_{BD} = 0.655 \text{ in.}^2$
- 6.C2 a) Para $x = 9.75 \text{ m}$, $F_{BH} = 3.19 \text{ kN } T$; b) Para $x = 3.75 \text{ m}$,
 $F_{BH} = 1.313 \text{ kN } C$; c) Para $x = 6 \text{ m}$, $F_{CH} = 3.04 \text{ kN } T$.

- 6.C3 $\theta = 30^\circ$; $\mathbf{M} = 5\ 860 \text{ lb} \cdot \text{ft} \uparrow$; $\mathbf{A} = 670 \text{ lb} \nearrow 75.5^\circ$.
a) $M_{\text{máx}} = 8\ 680 \text{ lb} \cdot \text{ft}$ cuando $\theta = 65.9^\circ$.
b) $A_{\text{máx}} = 1\ 436 \text{ lb}$ cuando $\theta = 68.5^\circ$.
- 6.C4 $\theta = 30^\circ$; $\mathbf{M}_A = 1.669 \text{ N} \cdot \text{m} \uparrow$; $F = 11.79 \text{ N}$. $\theta = 80^\circ$;
 $\mathbf{M}_A = 3.21 \text{ N} \cdot \text{m} \uparrow$; $F = 11.98 \text{ N}$.
- 6.C5 $d = 0.40 \text{ in.}$: $634 \text{ lb } C$; $d = 0.55 \text{ in.}$: $286 \text{ lb } C$;
 $d = 0.473 \text{ in.}$: $F_{AB} = 500 \text{ lb } C$.
- 6.C6 $\theta = 20^\circ$: $M = 31.8 \text{ N} \cdot \text{m}$; $\theta = 75^\circ$: $M = 12.75 \text{ N} \cdot \text{m}$;
 $\theta = 60.0^\circ$: $M_{\text{mín}} = 12.00 \text{ N} \cdot \text{m}$.

CAPÍTULO 7

- 7.1 $\mathbf{F} = 0$; $\mathbf{V} = 80.0 \text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{M} = 480 \text{ lb} \cdot \text{in.} \uparrow$.
- 7.2 $\mathbf{F} = 0$; $\mathbf{V} = 40.0 \text{ lb} \uparrow$; $\mathbf{M} = 240 \text{ lb} \cdot \text{in.} \uparrow$.
- 7.3 $\mathbf{F} = 4.80 \text{ kN} \leftarrow$; $\mathbf{V} = 1.400 \text{ kN} \downarrow$; $\mathbf{M} = 1.380 \text{ kN} \cdot \text{m} \downarrow$.
- 7.4 $\mathbf{F} = 3.00 \text{ kN} \leftarrow$; $\mathbf{V} = 0$; $\mathbf{M} = 0.600 \text{ kN} \cdot \text{m} \downarrow$.
- 7.7 (Sobre AJ) $\mathbf{F} = 103.9 \text{ N} \searrow$; $\mathbf{V} = 60.0 \text{ N} \nearrow$;
 $\mathbf{M} = 18.71 \text{ N} \cdot \text{m} \downarrow$.
- 7.8 (Sobre BK) $\mathbf{F} = 60.0 \text{ N} \swarrow$; $\mathbf{V} = 103.9 \text{ N} \searrow$;
 $\mathbf{M} = 10.80 \text{ N} \cdot \text{m} \uparrow$.
- 7.9 (Sobre CJ) $\mathbf{F} = 23.6 \text{ lb} \searrow$; $\mathbf{V} = 29.1 \text{ lb} \swarrow$; $\mathbf{M} = 540 \text{ lb} \cdot \text{in.} \uparrow$.
- 7.10 a) 30.0 lb en C ; b) 33.5 lb en B y D ; c) $960 \text{ lb} \cdot \text{in.}$ en C .
- 7.13 (Sobre AJ) $\mathbf{F} = 194.6 \text{ N} \searrow 60^\circ$; $\mathbf{V} = 257 \text{ N} \nearrow 30^\circ$;
 $\mathbf{M} = 24.7 \text{ N} \cdot \text{m} \downarrow$.
- 7.14 $45.2 \text{ N} \cdot \text{m}$ para $\theta = 82.9^\circ$.
- 7.15 a) $\mathbf{F} = 500 \text{ N} \leftarrow$; $\mathbf{V} = 500 \text{ N} \uparrow$; $\mathbf{M} = 300 \text{ N} \cdot \text{m} \downarrow$.
b) $\mathbf{F} = 970 \text{ N} \uparrow$; $\mathbf{V} = 171.0 \text{ N} \leftarrow$; $\mathbf{M} = 446 \text{ N} \cdot \text{m} \downarrow$.
- 7.16 a) $\mathbf{F} = 500 \text{ N} \leftarrow$; $\mathbf{V} = 500 \text{ N} \uparrow$; $\mathbf{M} = 300 \text{ N} \cdot \text{m} \downarrow$.
b) $\mathbf{F} = 933 \text{ N} \uparrow$; $\mathbf{V} = 250 \text{ N} \leftarrow$; $\mathbf{M} = 375 \text{ N} \cdot \text{m} \downarrow$.
- 7.17 (Sobre BJ) $\mathbf{F} = 200 \text{ N} \searrow$; $\mathbf{V} = 120.0 \text{ N} \nearrow$; $\mathbf{M} = 120.0 \text{ N} \cdot \text{m} \uparrow$.
- 7.18 (Sobre AK) $\mathbf{F} = 520 \text{ N} \leftarrow$; $\mathbf{V} = 120.0 \text{ N} \downarrow$; $\mathbf{M} = 96.0 \text{ N} \cdot \text{m} \downarrow$.
- 7.19 $150.0 \text{ lb} \cdot \text{in.}$ en D .
- 7.20 $105.0 \text{ lb} \cdot \text{in.}$ en E .
- 7.23 (Sobre BJ) $0.289 \text{ Wr} \uparrow$.
- 7.24 (Sobre BJ) $0.417 \text{ Wr} \uparrow$.
- 7.27 0.1009 Wr para $\theta = 57.3^\circ$.
- 7.28 0.357 Wr para $\theta = 49.3^\circ$.
- 7.29 b) $|V|_{\text{máx}} = 2P$; $|M|_{\text{máx}} = 3Pa$.
- 7.30 b) $|V|_{\text{máx}} = 2P/3$; $|M|_{\text{máx}} = 2PL/9$.
- 7.31 b) $wL/4$; $3 \text{ } wL^2/32$.
- 7.32 b) $wL/2$; $3 \text{ } wL^2/8$.
- 7.35 b) $|V|_{\text{máx}} = 35.0 \text{ kN}$; $|M|_{\text{máx}} = 12.50 \text{ kN} \cdot \text{m}$.
- 7.36 b) $|V|_{\text{máx}} = 50.5 \text{ kN}$; $|M|_{\text{máx}} = 39.8 \text{ kN} \cdot \text{m}$.
- 7.39 b) $|V|_{\text{máx}} = 64.0 \text{ kN}$; $|M|_{\text{máx}} = 92.0 \text{ kN} \cdot \text{m}$.
- 7.40 b) $|V|_{\text{máx}} = 60.0 \text{ kN}$; $|M|_{\text{máx}} = 72.0 \text{ kN} \cdot \text{m}$.
- 7.41 b) $|V|_{\text{máx}} = 18.00 \text{ kips}$; $|M|_{\text{máx}} = 48.5 \text{ kip} \cdot \text{ft}$.
- 7.42 b) $|V|_{\text{máx}} = 15.30 \text{ kips}$; $|M|_{\text{máx}} = 46.8 \text{ kip} \cdot \text{ft}$.
- 7.43 b) $|V|_{\text{máx}} = 1.800 \text{ kN}$; $|M|_{\text{máx}} = 0.225 \text{ kN} \cdot \text{m}$.
- 7.44 b) $|V|_{\text{máx}} = 2.00 \text{ kN}$; $|M|_{\text{máx}} = 0.500 \text{ kN} \cdot \text{m}$.
- 7.45 a) $M \leq 0$ en cualquier punto.
b) $|V|_{\text{máx}} = 4.50 \text{ kips}$; $|M|_{\text{máx}} = 13.50 \text{ kip} \cdot \text{ft}$.
- 7.46 a) $M \geq 0$ en cualquier punto.
b) $|V|_{\text{máx}} = 4.50 \text{ kips}$; $|M|_{\text{máx}} = 13.50 \text{ kip} \cdot \text{ft}$.
- 7.49 a) $+400 \text{ N}$; $+160.0 \text{ N} \cdot \text{m}$; b) -200 N ; $+40.0 \text{ N} \cdot \text{m}$.
- 7.52 $|V|_{\text{máx}} = 7.50 \text{ kips}$; $|M|_{\text{máx}} = 7.20 \text{ kip} \cdot \text{ft}$.
- 7.53 $|V|_{\text{máx}} = 165 \text{ lb}$; $|M|_{\text{máx}} = 1\ 625 \text{ lb} \cdot \text{in.}$.
- 7.54 $|V|_{\text{máx}} = 800 \text{ N}$; $|M|_{\text{máx}} = 180.0 \text{ N} \cdot \text{m}$.
- 7.55 a) 54.5° ; b) $675 \text{ N} \cdot \text{m}$.
- 7.56 a) 0.311 m ; b) $193.0 \text{ N} \cdot \text{m}$.
- 7.57 a) 1.236 ; b) $0.1180 \text{ } wa^2$.
- 7.58 $a = 0.207 \text{ L}$.