ANÁLISIS DE VARIANZA. BLOQUES ALEATORIZADOS Y DISEÑO DE CUADRADOS LATINOS.

I. BLOQUES ALEATORIZADOS.

Número de tratamientos: *t*. Número de bloques: *b*.

El interés se encuentra en probar la igualdad de las medias de los *a* tratamientos y / o la igualdad de las medias de los bloques. Las hipótesis apropiadas son:

1.- Planteamiento de las hipótesis.

Tratamientos.

Hipótesis nula. H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_t$

Hipótesis alternativa. H_1: $\mu_i \neq \mu_j$ para al menos un par (i, j).

Bloques.

Hipótesis nula. H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_b$

Hipótesis alternativa. H_1: $\mu_i \neq \mu_j$ para al menos un par (i, j).

2.- Nivel de significancia.

El nivel de significancia para la prueba es α (Una cola).

3.- Regla de decisión.

Tratamientos: Aceptar H_0 si $F < F_{\alpha, t-1, (t-1)(b-1)}$ Rechazar H_0 si $F > F_{\alpha, t-1, (t-1)(b-1)}$

Bloques: Aceptar H_0 si $F < F_{\alpha, b-1, (t-1)(b-1)}$ Rechazar H_0 si $F > F_{\alpha, b-1, (t-1)(b-1)}$

4.- Estadístico de prueba.

Tratamientos.

$$F = \frac{CM_{Tratamientos}}{CM_E}$$

Bloques.

$$F = \frac{CM_{Bloques}}{CM_E}$$

5.- Datos típicos de un experimento de bloques aleatorizados.

Tratamiento (nivel)	Bloque 1	Bloque 2		Bloque *b*	Totales	Promedios
1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1b}	$y_{1.}$	$\bar{y}_{1.}$
2	y_{21}	y_{22}	...	y_{2b}	$y_{2.}$	$\bar{y}_{2.}$
⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
a	y_{a1}	y_{a2}	...	y_{ab}	$y_{n.}$	$\bar{y}_{n.}$
					$y_{..}$	$\bar{y}_{..}$

$y_{i.} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij}$ Total de las observaciones bajo el tratamiento *i*-ésimo.

$\bar{y}_{i.} = \frac{y_{i.}}{n}$ Promedio de las observaciones bajo el tratamiento *i*-ésimo.

$y_{..} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{n} y_{ij}$ Gran total de todas las observaciones.

$\bar{y}_{..} = \frac{y_{..}}{N}$ Gran promedio de todas las observaciones.

6.- Suma de cuadrados.

Tratamientos

$$SC_{Tratamientos} = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^{t} y_{i.}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

Bloques

$$SC_{Bloques} = \frac{1}{t} \sum_{j=1}^{b} y_{.j}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

Total.

$$SC_T = \sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{b} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

Error.

$$SC_E = SC_T - SC_{Tratamientos}$$

7.- Grados de libertad.

Tratamientos: $t-1$ Bloques: $b-1$ Error: $(t-1)(b-1)$ Total: $tb-1$

8.- Cuadrado medio.

Tratamientos: $$CM_{Tratamientos} = \frac{SC_{Tratamientos}}{t-1}$$

Bloques: $$CM_{Bloques} = \frac{SC_{Bloques}}{b-1}$$

Error: $$CM_E = \frac{SC_E}{(t-1)(b-1)}$$

9.- Tabla ANOVA.

Fuente de Variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F
Tratamientos	$SC_{Tratamientos}$	$t-1$	$CM_{Tratamientos}$	$CM_{Tratamientos}/CM_E$
Bloques	$SC_{Bloques}$	$b-1$	$CM_{Bloques}$	$CM_{Bloques}/CM_E$
Error	SC_E	$(t-1)(b-1)$	CM_E	
Total	SC_T	$tb-1$		

II.- DISEÑO DE CUADRADO LATINO.

El diseño de cuadrado latino se usa para eliminar dos fuentes de variabilidad perturbadora; es decir, permite hacer la formación de bloques sistemática en dos direcciones. Por lo tanto, las filas y las columnas representan en realidad dos restricciones sobre la aleatorización. En general, un cuadrado latino para p factores, o cuadrado latino $p \times p$, es un cuadrado con p filas y p columnas. Cada una de las p celdas resultantes contiene una de las p **letras** que corresponde a los **tratamientos**, y cada letra ocurre una y sólo una vez en cada fila y columna.

El modelo estadístico de un cuadrado latino es

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \tau_j + \beta_k + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \ldots, p \\ j = 1, 2, \ldots, p \\ k = 1, 2, \ldots, p \end{cases}$$

Los cuadrados latinos pueden ser útiles en situaciones en las que los renglones y las columnas representan los factores que el experimentador en realidad quiere estudiar y en las que no hay restricciones sobre la aleatorización. Por lo tanto, los tres factores (renglones, columnas y letras), cada uno con p niveles pueden investigarse en sólo p^2 corridas. En este diseño se supone que no existe interacción entre los factores.

1.- Planteamiento de las hipótesis.

	Hipótesis nula.	Hipótesis alternativa.
Tratamiento	H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_j$	H_1: $\mu_i \neq \mu_j$ para al menos un par (i, j).
Fila	H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_i$	H_1: $\mu_i \neq \mu_j$ para al menos un par (i, j).
Columna	H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$	H_1: $\mu_i \neq \mu_j$ para al menos un par (i, j).

2.- Nivel de significancia.

El nivel de significancia para la prueba es α (Una cola).

3.- Regla de decisión.

Tratamiento: Aceptar H_0 si $F_{Trat} < F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$ Rechazar H_0 si $F_{Trat} > F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$

Fila: Aceptar H_0 si $F_{Fila} < F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$ Rechazar H_0 si $F_{Fila} > F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$

Columna: Aceptar H_0 si $F_{Columna} < F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$ Rechazar H_0 si $F_{Columna} > F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$

4.- Estadístico de prueba.

$$F_{Trat} = \frac{CM_{Tratamiento}}{CM_E} \qquad F_{Fila} = \frac{CM_{Fila}}{CM_E} \qquad F_{Columna} = \frac{CM_{Columna}}{CM_E}$$

5.- Disposición de los datos en un diseño de cuadrado latino.

		Factor B				Totales	Promedios
	1	1	2	...	p		
Factor A	1	A y_{11}	B y_{12}	...	E y_{1p}	$y_{1..}$	$y_{1..}$
	2	B y_{21}	C y_{22}	...	A y_{2p}	$y_{2..}$	$y_{2..}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	p	E y_{p1}	A y_{p2}	...	D y_{pp}	$y_{p..}$	$y_{p..}$
Totales		$y_{.1.}$	$y_{.2.}$	...	$y_{.p.}$	$y_{...}$	
Promedios		$y_{.1.}$	$y_{.2.}$		$y_{.p.}$		$y_{...}$

$y_{.j.} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{k=1}^{p} y_{ijk}$ Total de las observaciones de los tratamientos *j* (Letras latinas).

$y_{i..} = \sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{p} y_{ijk}$ Total de las observaciones en la fila *i*.

$y_{..k} = \sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{p} y_{ijk}$ Total de las observaciones en la columna *k*.

$y_{...} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{p} y_{ijk}$ Gran total de todas las observaciones.

6.-Suma de cuadrados.

Total.

$$SC_T = \sum_{j=1}^{p} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{p^2}$$

Tratamientos.

$$SC_{Trat} = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p} y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{p^2} \quad \text{(Letras)}$$

Filas.

$$SC_{Filas} = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p} y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{p^2}$$

Columnas.

$$SC_{Columnas} = \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p} y_{..k}^2 - \frac{y_{...}^2}{p^2}$$

Error.

$$SC_E = SC_T - SC_{Trat} - SC_{Filas} - SC_{Columnas}$$

7.- Grados de libertad.

Tratamientos: $p-1$ Filas: $p-1$ Columnas: $p-1$

Error: $(p-2)(p-1)$ Total: p^2-1

8.- Cuadrado medio.

Tratamientos: $CM_{Trat} = \frac{SC_{Trat}}{p-1}$ Filas: $CM_{Filas} = \frac{SC_{Filas}}{p-1}$

Columnas: $CM_{Columnas} = \frac{SC_{Columnas}}{p-1}$ Error: $CM_E = \frac{SC_E}{(p-2)(p-1)}$

9.- Tabla ANOVA.

Fuente de Variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F
Tratamiento	SC_{Trat}	$p-1$	CM_{Trat}	CM_{Trat}/CM_E
Fila	SC_{Fila}	$p-1$	CM_{Fila}	CM_{Fila}/CM_E
Columna	$SC_{Columna}$	$p-1$	$CM_{Columna}$	$CM_{Columna}/CM_E$
Error	SC_E	$(p-2)(p-1)$	CM_E	
Total	SC_T	p^2-1		

10.- Cuadrado latino en el que falta un dato.

Ocasionalmente, falta una observación en un cuadrado latino. Para un cuadrado latino $p \times p$, el valor faltante puede estimarse con:

$$y_{ijk} = \frac{p(y'_{i..} + y'_{.j.} + y'_{..k}) - 2y'_{...}}{(p-2)(p-1)}$$

donde las primas indican los totales de la fila, la columna y el tratamiento con el valor faltante, y $y'_{...}$ es el gran total con el valor faltante.

Autor: **MSc. Ing. Willians Medina**.
Teléfono / WhatsApp: **+58-424-9744352**
e-mail: **medinawj@gmail.com**
Twitter: **@medinawj**

El presente formulario está disponible en formato digital en la siguiente dirección:
https://www.tutoruniversitario.com/
Puerto La Cruz, abril de 2026.