SOLUCIÓN DE ECUACIONES DE UNA VARIABLE.

1.- DEFINICIÓN DE ERROR.

1.1.- Error absoluto verdadero. $\varepsilon_t = \left| \text{Valor verdadero} - \text{Valor aproximado} \right|$

1.2.- Error relativo porcentual verdadero.

$$\varepsilon_t(\%) = \left| \frac{\text{Valor verdadero} - \text{Valor aproximado}}{\text{Valor verdadero}} \right| \times 100$$

1.3.- Error absoluto de aproximación.

$$\varepsilon_a = \left| \text{Aproximación presente} - \text{Aproximación anterior} \right|$$

$$\varepsilon_a = \left| x_i - x_{i-1} \right|$$

1.4.- Error relativo porcentual aproximado.

$$\varepsilon_a = \left| \frac{\text{Aproximación presente} - \text{Aproximación anterior}}{\text{Aproximación presente}} \right| \times 100$$

$$\varepsilon_a = \left| \frac{x_i - x_{i-1}}{x_i} \right| \times 100$$

1.5.- Criterio de paro.

Terminar los cálculos cuando $\varepsilon_a < \varepsilon_s$, donde ε_s es el error relativo porcentual deseado ó cuando se alcance el número de iteraciones indicadas en el planteamiento del problema.

1.6.- Número de cifras significativas en los cálculos.

$N = 2 - \log_{10}(2\,\varepsilon_s)$

2.- MÉTODO DE BISECCIÓN.

Requiere: a) La función o expresión a determinar la raíz, y b) Un intervalo [a_i , b_i] que contenga a la raíz, y c) El criterio de paro.

2.1.- Condición necesaria.

$f(a_i)\, f(b_i) < 0$

2.2.- Número mínimo de iteraciones requeridas para un ε_s dado.

$$n \geq \frac{\ln\left(\dfrac{a+b}{\varepsilon}\right)}{\ln 2}$$

2.3.- Fórmula iterativa.

$$x_i = \frac{a_i + b_i}{2}$$

2.4.- Algoritmo del Método de Bisección.

Para encontrar una solución de $f(x) = 0$ dada la función continua f en el intervalo [a_1 , b_1] donde $f(a_i)$ y $f(b_i)$ tienen signos opuestos.

ENTRADA: Extremos a_1, b_1; Tolerancia TOL; máximo número de iteraciones N.

SALIDA: Solución aproximada x_i o mensaje de fracaso.

Paso 1. Tomar $i = 1$

Paso 2. Mientras que $i \leq N$, seguir Pasos 3 – 6.

Paso 3. Tomar $x_i = \dfrac{a_i + b_i}{2}$. (Calcular x_i)

Paso 4. Determinar $f(x_i)$. Si $f(x_i) = 0$ ó $\varepsilon_a < TOL$ entonces SALIDA (x_i); (Procedimiento completado satisfactoriamente). PARAR

Paso 5. Si $f(a_i)\, f(x_i) > 0$ entonces tomar $a_{i+1} = x_i$ (Calcular a_{i+1}, b_{i+1}), si no, tomar $b_{i+1} = x_i$.

Paso 6. Tomar $i = i + 1$.

Paso 7. Salida ("El método fracasó después de N iteraciones"). Procedimiento completado sin éxito.

PARAR

3.- MÉTODO DE FALSA POSICIÓN (REGLA FALSA O REGULA FALSI)

Requiere: a) La función o expresión a determinar la raíz, y b) Un intervalo [a_i , b_i] que contenga a la raíz, y c) El criterio de paro.

3.1.- Condición necesaria.

$f(a_i)\, f(b_i) < 0$

3.2.- Fórmulas iterativas.

$$x_i = b_i - \frac{f(b_i)(b_i - a_i)}{f(b_i) - f(a_i)}$$

3.3.- Algoritmo del Método de Falsa Posición.

Para encontrar una solución de $f(x) = 0$, dada la función continua f en el intervalo [a_1 , b_1] donde $f(a_i)$ y $f(b_i)$ tienen signos opuestos.

ENTRADA: Extremos a_1, b_1; Tolerancia TOL; máximo número de iteraciones N.

SALIDA: Solución aproximada x_i o mensaje de fracaso.

Paso 1. Tomar $i = 1$

Paso 2. Mientras que $i \leq N$, seguir Pasos 3 – 6.

Paso 3. Tomar $x_i = b_i - \dfrac{f(b_i)(b_i - a_i)}{f(b_i) - f(a_i)}$. (Calcular x_i)

Paso 4. Determinar $f(x_i)$. Si $f(x_i) = 0$ ó $\varepsilon_a < TOL$ entonces SALIDA (x_i); (Procedimiento completado satisfactoriamente). PARAR

Paso 5. Si $f(a_i)\, f(x_i) > 0$ entonces tomar $a_{i+1} = x_i$ (Calcular a_{i+1}, b_{i+1}), si no, tomar $b_{i+1} = x_i$.

Paso 6. Tomar $i = i + 1$.

Paso 7. Salida ("El método fracasó después de N iteraciones"). Procedimiento completado sin éxito.

PARAR

4.- MÉTODO DE LA SECANTE.

Requiere: a) La función o expresión a determinar la raíz, y b) dos estimaciones iniciales x_{-1} y x_0, y c) El criterio de paro.

4.1.- Fórmula iterativa.

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})(x_{i-1} - x_{i-2})}{f(x_{i-1}) - f(x_{i-2})}$$

4.2.- Algoritmo del Método de la Secante.

Para encontrar una solución de $f(x) = 0$, dadas las aproximaciones iniciales x_{-1} y x_0.

ENTRADA: Aproximaciones iniciales x_{-1}, x_0; Tolerancia TOL; máximo número de iteraciones N.

SALIDA: Solución aproximada x_i o mensaje de fracaso.

Paso 1. Tomar $i = 1$. Determinar $f(x_{-1})$ y $f(x_0)$.

Paso 2. Mientras que $i \leq N$, seguir Pasos 3 – 5.

Paso 3. Tomar $x_i = x_{i-1} - \dfrac{f(x_{i-1})(x_{i-1} - x_{i-2})}{f(x_{i-1}) - f(x_{i-2})}$. (Calcular x_i)

Paso 4. Determinar $f(x_i)$. Si $f(x_i) = 0$ ó $\varepsilon_a < TOL$ entonces

SALIDA (x_i); (Procedimiento completado satisfactoriamente).

PARAR

Paso 5. Tomar $i = i + 1$.

Paso 6. Salida ("El método fracasó después de N iteraciones"). Procedimiento completado sin éxito.

PARAR

5.- MÉTODO DE NEWTON - RAPHSON.

Requiere: a) La función o expresión a determinar la raíz, y b) Una estimación inicial x_0, y c) El criterio de paro.

5.1.- Fórmula iterativa.

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}$$

5.2.- Algoritmo del Método de Newton - Raphson.

Para encontrar una solución de $f(x) = 0$ dada una aproximación inicial x_0.

ENTRADA: Aproximación inicial p_0; Tolerancia TOL; máximo número de iteraciones N.

SALIDA: Solución aproximada x_i o mensaje de fracaso.

Paso 1. Tomar $i = 1$. Determinar $f(x_0)$ y $f'(x_0)$.

Paso 2. Mientras que $i \leq N$, seguir Pasos 3 – 6.

Paso 3. Tomar $x_i = x_{i-1} - \dfrac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}$. (Calcular x_i)

Paso 4. Determinar $f(x_i)$. Si $f(x_i) = 0$ ó $\varepsilon_a < TOL$ entonces

SALIDA (x_i); (Procedimiento completado satisfactoriamente).

PARAR

Paso 5. Determinar $f'(x_i)$.

Paso 6. Tomar $i = i + 1$.

Paso 7. Salida ("El método fracasó después de N iteraciones"). Procedimiento completado sin éxito.

PARAR

6.- MÉTODO DE PUNTO FIJO.

Requiere: a) La función o expresión a determinar la raíz, y b) Una estimación inicial x_0, y c) El criterio de paro.

6.1.- Fórmula iterativa.

$x_i = g(x_{i-1})$

6.2.- Algoritmo del Método de Punto Fijo.

Para encontrar una solución de $x = g(x)$ dada una aproximación inicial x_0.

ENTRADA: Aproximación inicial x_0; Tolerancia TOL; máximo número de iteraciones N.

SALIDA: Solución aproximada x_i o mensaje de fracaso.

Paso 1. Tomar $i = 1$

Paso 2. Mientras que $i \leq N$, seguir Pasos 3 – 5.

Paso 3. Tomar $x_i = g(x_{i-1})$. (Calcular x_i)

Paso 4. Si $\varepsilon_a < TOL$ entonces

SALIDA (x_i); (Procedimiento completado satisfactoriamente).

PARAR

Paso 5. Tomar $i = i + 1$.

Paso 6. Salida ("El método fracasó después de N iteraciones"). Procedimiento completado sin éxito.

PARAR

Recomendaciones.

1.- Disponer de una calculadora científica que permita:

a) Determinar el valor de la raíz de una ecuación, b) Evaluar una función en un punto, y c) Evaluar la derivada de la función en un punto (Aplicación del Método de Newton – Raphson).

2.- Una vez conocido el valor de la raíz aplicando 1a, verificar durante la aplicación del algoritmo que éste conducirá a la solución correcta del problema.

3.- Llevar al examen dos calculadoras, una para ser utilizada según el punto 1, y la otra para efectuar los cálculos rutinarios.

4.- Utilizando los paréntesis en la calculadora ó la función apropiada (fracción), realizar los cálculos de las estimaciones sucesivas en un solo paso. Esto es, evitar cálculos intermedios o por pasos.

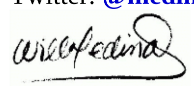
5.- Verificar que la calculadora se encuentre en el modo radián si se efectúan cálculos que involucren funciones trigonométricas.

Autor: **MSc. Ing. Willians Medina**.

Teléfono / Whatsapp: **+58-424-9744352**

e-mail: **medinawj@gmail.com**

Twitter: **@medinawj**



El presente formulario está disponible en formato digital en la siguiente dirección:

https://www.tutoruniversitario.com/ Puerto La Cruz, abril de 2026