SUMATORIA, SUCESIONES Y PROGRESIONES

1.- Sumatoria.

La suma $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n$ se abrevia mediante la expresión $\sum_{i=1}^{n} x_i$. Se lee como "la suma de x_i cuando i va desde 1 hasta n". La letra griega Σ (sigma mayúscula) corresponde a nuestra S en el alfabeto castellano y sugiere la palabra *suma*. Entonces:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = \sum_{i=1}^{n} x_i$$

El subíndice i que aparece en el lado derecho de la expresión en la notación sigma se llama el *índice de la sumatoria*. Puede ser reemplazado por cualquier otra letra como j, k, ó r que no se hubiera utilizado para representar otro término, y el valor de la suma no cambiará. Así

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{j=1}^{n} x_j = \sum_{k=1}^{n} x_k$$

En la suma $\sum_{i=1}^{n} x_i$, el índice de la sumatoria (el cual se indica debajo de Σ) toma los valores 1, 2, 3, …, n. El valor inicial (1 en este caso) está indicado debajo de Σ, y el último valor (n en este caso) arriba de Σ. Así, para desarrollar una suma dada en la notación Σ, tomamos todos los posibles valores enteros para el índice de la sumatoria en la expresión que sigue al símbolo Σ y después sumamos todos los términos.

2.- Propiedades de la notación Σ.

2.1.- $\sum_{k=m}^{n} c = c(n-m+1)$

2.2.- $\sum_{k=m}^{n} (x_k \pm y_k) = \sum_{k=m}^{n} x_k \pm \sum_{k=m}^{n} y_k$

2.3.- $\sum_{k=m}^{n} c\, x_k = c \sum_{k=m}^{n} x_k$, c es cualquier constante.

2.4.- $\sum_{k=m}^{n} (x_k - x_{k-1}) = x_n - x_{m-1}$

2.5.- $\sum_{k=m}^{n} x_k = \sum_{k=1}^{n} x_k - \sum_{k=1}^{m-1} x_k$

3.- Fórmulas de suma.

3.1.- $\sum_{i=1}^{n} c = c\,n$

3.2.- $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

3.3.- $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3.4.- $\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

3.5.- $\sum_{i=1}^{n} i^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$

4.- Sucesión.

Una sucesión es un conjunto ordenado de números que se deducen mediante una regla fija. Dicha regla queda resumida matemáticamente en el término general de la sucesión.
Formalmente se llama sucesión de números reales a toda función de N en R, es decir, que a cada número natural le corresponde un número real y nada más que uno.

5.- Término de una sucesión.

A cada uno de los números que forman la sucesión se les llama *término*, siendo el primer término el primer número de la sucesión y último término el último número de la sucesión.

6.- Fórmula del término enésimo.

Generalmente existe una ley de formación de los términos, los cual nos permite calcular el valor de cualquier término cuando conocemos el lugar que ocupa. La fórmula correspondiente a esta ley se conoce como fórmula del término enésimo.

7.- Sucesión limitada o finita e ilimitada o infinita.

Cuando el número de términos que consideramos es finito, decimos que la sucesión es limitada o finita, y cuando el número de términos que consideramos es infinito, decimos que la sucesión es ilimitada o infinita.

8.- Sucesión creciente y decreciente.

Cuando cada término es mayor que el anterior, la sucesión se llama creciente, y cuando cada término es menor que el anterior, se llama decreciente.

9.- Progresión aritmética.

Una progresión aritmética es una sucesión de números reales, tales que, a partir del primer término, cada término se obtiene sumando algebraicamente al término anterior una cantidad constante llamada razón de la progresión.
Los términos de las progresiones aritméticas se denotan así:
$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots, a_n$

9.1.- Término general o término enésimo de una progresión aritmética.

9.1.- $a_n = a_1 + (n-1)\, r$
a_1 es el primer término.
a_n es el último término.
n es el número de términos.
r es la razón de la progresión.
a_1, a_n y r, pueden ser cualquier número real, pero n siempre tiene que ser un número entero y positivo.

Despejes.

9.2.- $a_1 = a_n - (n-1)r$

9.3.- $r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$

9.4.- $n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$

9.2.- Relación entre dos términos cualesquiera de una progresión aritmética.

En las progresiones aritméticas siempre se cumple que un término cualquiera es igual a otro más la diferencia de los subíndices por la razón:
9.5.- $a_p = a_q + (p-q)\, r$

9.3.- Propiedad de los términos equidistantes de los extremos de una progresión aritmética.

La suma de dos términos que son equidistantes de los términos extremos de la progresión aritmética es igual a la suma de dichos extremos, es decir, igual a $a_1 + a_n$.

9.4.- Término central de una progresión aritmética.

Cuando el número de términos de una progresión aritmética es impar, hay el término central, que es igual a la semisuma de los términos extremos:

9.6.- $a_c = \frac{a_1 + a_n}{2}$

a_c es el término central.
a_1 es el primer término.
a_n es el último término.

9.5.- Suma de los *n* términos de una progresión aritmética.

9.7.- $S = \frac{(a_1 + a_n)\,n}{2}$

9.8.- $S = \frac{[2a_1 + (n-1)r]\,n}{2}$

S es la suma de los n primeros términos de la progresión.
a_1 es el primer término.
a_n es el último término.
n es el número de términos.

Despejes.

9.9.- $a_1 = \frac{2S}{n} - a_n$

9.10.- $a_1 = \frac{S_n}{n} - \frac{(n-1)r}{2}$

9.11.- $a_n = \dfrac{2S}{n} - a_1$

9.12.- $n^2 r + (2a_1 - r)n - 2S_n = 0$

9.13.- $n = \dfrac{2S}{a_1 + a_n}$

9.14.- $r = \dfrac{2(S_n - a_1 n)}{n(n-1)}$

9.6.- Interpolación aritmética.

Dados dos números a y b, se llama interpolar n elementos entre ellos a formar una progresión aritmética cuyo primer término es a, el último b y el número de términos $n + 2$.

El problema consiste en calcular la razón y después formar la progresión.

A los términos que forman la progresión se les llama medios aritméticos o medios diferenciales.

10.- Progresión geométrica.

Una progresión geométrica es una sucesión de números reales, tales que, a partir del primer término, cada término se obtiene multiplicando el anterior por una cantidad constante llamada razón de la progresión.

Los términos de las progresiones geométricas se denotan así:

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots, a_n$

10.1.- Término general o término enésimo de una progresión geométrica.

10.1.- $a_n = a_1 r^{n-1}$

a_1 es el primer término.
a_n es el último término.
n es el número de términos.
r es la razón de la progresión.

a_1, a_n, pueden ser cualquier número real, r no puede valer ni cero ni uno y n siempre tiene que ser un número entero y positivo.

Despejes.

10.2.- $a_1 = \dfrac{a_n}{r^{n-1}}$

10.3.- $r = \sqrt[n-1]{\dfrac{a_n}{a_1}}$

10.4.- $n = \dfrac{\log\left(\dfrac{a_n}{a_1}\right)}{\log r} + 1$

10.5.- $n = \dfrac{\log(a_n) - \log(a_1)}{\log r} + 1$

10.2.- Relación entre dos términos cualesquiera de una progresión geométrica.

En las progresiones geométricas siempre se cumple que un término cualquiera es igual a otro por la razón elevada a la diferencia de los subíndices:

10.6.- $a_p = a_q r^{p-q}$

10.3.- Propiedad de los términos equidistantes de los extremos de una progresión geométrica.

El producto de dos términos que son equidistantes de los términos extremos de la progresión geométrica es igual al producto de dichos extremos, es decir, igual a $a_1.a_n$.

10.4.- Término central de una progresión geométrica.

Cuando el número de términos de una progresión geométrica es impar, hay el término central, que es igual a la raíz cuadrada del producto de los términos extremos:

10.7.- $a_c = \sqrt{a_1.a_n}$

a_c es el término central.
a_1 es el primer término.
a_n es el último término.

Despejes.

10.8.- $a_1 = \dfrac{a_c^2}{a_n}$

10.9.- $a_n = \dfrac{a_c^2}{a_1}$

10.5.- Suma de los n términos de una progresión geométrica.

10.11.- $S = \dfrac{a_n r - a_1}{r - 1}$

10.12.- $S = \dfrac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$

S es la suma de los n primeros términos de la progresión.
a_1 es el primer término.
a_n es el último término.
n es el número de términos.

Despejes.

10.13.- $a_n = \dfrac{S(r-1) + a_1}{r}$

10.14.- $a_1 = a_n r - S(r-1)$

10.15.- $r = \dfrac{S - a_1}{S - a_n}$

10.16.- $a_1 = \dfrac{(r-1)S_n}{r^n - 1}$

10.17.- $n = \dfrac{\log\left[\dfrac{(r-1)S_n}{a_1} + 1\right]}{\log r}$

10.18.- $r^n - \dfrac{S_n}{a_1} r + \dfrac{S_n}{a_1} - 1 = 0$

10.6.- Producto de los términos de una progresión geométrica.

10.19.- $P = \pm\sqrt{a_1.a_n}$

P es el producto de los términos.
a_1 es el primer término.
a_n es el último término.

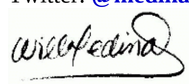
10.7.- Interpolación geométrica.

Dados dos números a y b, se llama interpolar n elementos entre ellos a formar una progresión geométrica cuyo primer término es a, el último b y el número de términos $n + 2$.

El problema consiste en calcular la razón y después formar la progresión.

A los términos que forman la progresión se les llama medios geométricos o medios proporcionales.

Autor: **MSc. Ing. Willians Medina**.
Teléfono / Whatsapp: **+58-424-9744352**
e-mail: **medinawj@gmail.com**
Twitter: **@medinawj**



El presente formulario está disponible en formato digital en la siguiente dirección:
https://www.tutoruniversitario.com/ Puerto La Cruz, abril de 2026