LOGARITMOS Y EXPONENCIALES.

1.- Funciones algebraicas.

Funciones en cuya ecuación funcional intervienen sumas, diferencias, productos, cocientes, potencia y raíces de polinomios. Ejemplos: Polinomios, funciones racionales, funciones con radicales.

2.- Funciones transcendentes.

Funciones cuya ley de asociación no se puede representar mediante términos racionales o algebraicos. Ejemplos: Exponenciales, logarítmicas, trigonométricas, trigonométricas inversas, hiperbólicas e hiperbólicas inversas.

3.- Definición de función logarítmica de base *a* ($\log_a x$).

Si $a > 0$ y $a \neq 1$, entonces $\log_a x = b$ si y sólo si $a^b = x$.

($\log_a x = b$ se lee <<el logaritmo en base *a* del número *x* es *b*>>).

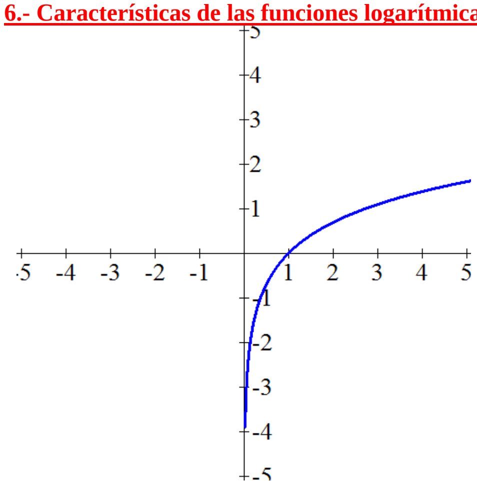
4.- Definición del logaritmo natural.

La función logaritmo cuya base es *e* (el exponencial) se llama función logaritmo natural y se denota por $\log_e x = \ln x$. Por definición: $\ln x = \int_1^x \frac{1}{t}\,dt$

5.- Definición de *e* (El exponencial).

$e = \lim\limits_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ (Con doce dígitos significativos, $e = 2.71828182846$).

6.- Características de las funciones logarítmicas $y = \log_a x$.



Dominio: $(0, \infty)$
Recorrido: $(-\infty, \infty)$
Intersección: $(1, 0)$
Siempre creciente.

$\lim\limits_{x \to +\infty} \log_a x = \infty$

$\lim\limits_{x \to 0} \log_a x = -\infty$ (Asíntota vertical).

Continua.

7.- Propiedades de los logaritmos.

7.1.- $\log_a 1 = 0$

7.2.- $\log_a a = 1$

7.3.- $\log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y$

7.4.- $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

7.5.- $\log_a (x^n) = n \log_a x$

7.6.- $\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$

7.7.- $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ (Cambio de base).

7.8.- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

7.9.- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

(Idénticas propiedades son válidas si $\log_a x$ es sustituido por $\log_e x = \ln x$).

8.- Derivadas de funciones logarítmicas.

8.1.- $\frac{d}{dx}[\log_a x] = (\log_a e)\frac{1}{x}$

$\frac{d}{dx}[\log_a x] = \frac{1}{\ln a}\frac{1}{x}$

8.4.- $\frac{d}{dx}[\log_a u] = (\log_a e)\frac{1}{u}\frac{du}{dx}$

$\frac{d}{dx}[\log_a u] = (\log_a e)\frac{1}{u}u'$

$\frac{d}{dx}[\log_a u] = \frac{1}{\ln a}\frac{1}{u}u'$

8.3.- $\frac{d}{dx}[\ln x] = \frac{1}{x}$

8.4.- $\frac{d}{dx}[\ln u] = \frac{1}{u}\frac{du}{dx}$

$\frac{d}{dx}[\ln u] = \frac{1}{u}u'$

9.- Regla del logaritmo en integración.

Para toda función diferenciable *u*:

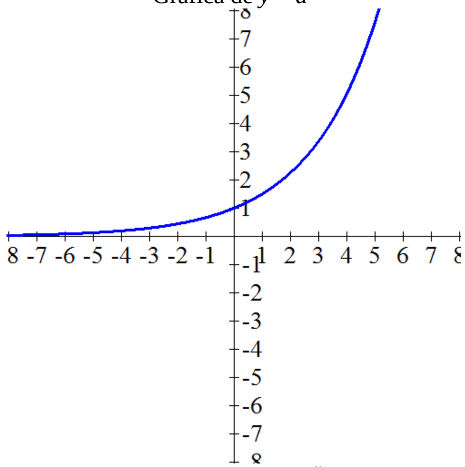
$\int \frac{u'}{u}\,dx = \ln u + C$. En particular, $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln x + C$

10.- Definición de función exponencial de base *a*.

Si $a > 0$ y $a \neq 1$, entonces nos referimos a $y = a^x$ como la función exponencial de base *a*.

11.- Características de las funciones exponenciales a^x y a^{-x}.

Gráfica de $y = a^x$



Dominio: (-∝ , ∝)
Recorrido: (0 , ∝)
Intersección: (0 , 1)
Siempre creciente.

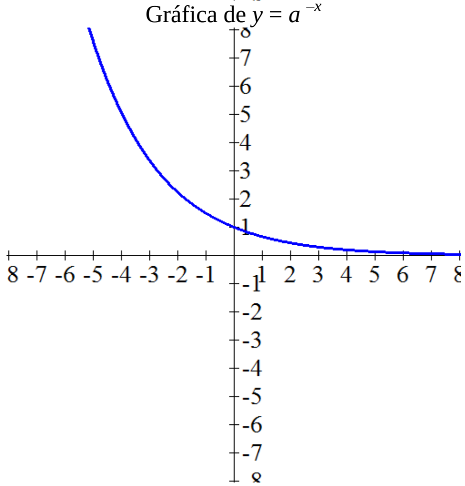
$\lim_{x \to +\infty} a^x = \infty$

$\lim_{x \to -\infty} a^x = 0$ (Asíntota horizontal).

Reflexión de $y = a^{-x}$ en el eje *y*.

Continua.

Gráfica de $y = a^{-x}$



Dominio: (-∝,∝)
Recorrido: (0 , ∝)
Intersección: (0 , 1)
Siempre decreciente.

$\lim_{x \to +\infty} a^{-x} = 0$ (Asíntota horizontal)

$\lim_{x \to -\infty} a^{-x} = \infty$

Reflexión de $y = a^x$ en el eje *y*.

Continua.

12.- Propiedades de los exponentes.

12.1.- $a^0 = 1 \; (a \neq 0)$

12.2.- $a^1 = a$

12.3.- $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$

12.4.- $\dfrac{1}{a^x} = a^{-x}$

12.5.- $a^x . a^y = a^{x+y}$

12.6.- $a^{x+y} = a^x . a^y$

12.7.- $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

12.8.- $a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y}$

12.9.- $(a^x)^y = a^{xy}$

12.10.- $(a.b)^x = a^x . b^x$

12.11.- $a^x . b^x = (a.b)^x$

12.12.- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$

12.13.- $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$

12.14.- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-x} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^x$

13.- Relación entre funciones exponenciales (Cambio de base).

$a^x = e^{x \ln a}$ para todo $a > 0$.

14.- Propiedades inversas de las funciones exponenciales y logarítmicas.

Si $a > 0$ y $a \neq 1$, entonces:

14.1.- $\log_a (a^u) = u$

14.2.- $a^{\log_a u} = u$.

14.3.- $\ln(e^u) = u$

14.4.- $e^{\ln u} = u$.

15.- Propiedades inversas y cambio de base.

15.1.- $\log_b (a^u) = (\log_b a) u$

15.2.- $a^{\log_b u} = u^{\log_b a}$

15.3.- $a^{\ln u} = u^{\ln a}$

16.- Derivadas de funciones exponenciales.

16.1.- $\dfrac{d}{dx}[e^x] = e^x$

16.2.- $\dfrac{d}{dx}[a^x] = (\ln a) a^x$

Si *u* es una función diferenciable de *x*, entonces:

16.3.- $\dfrac{d}{dx}[e^u] = e^u u'$

16.4.- $\dfrac{d}{dx}[a^u] = (\ln a) a^u u'$

17.- Integrales de funciones exponenciales.

17.1.- $\int e^x \, dx = e^x + C$

17.2.- $\int a^x \, dx = \left(\dfrac{1}{\ln a}\right) a^x + C$

17.3.- $\int e^u u' \, dx = e^u + C$

17.4.- $\int a^u u' \, dx = \left(\dfrac{1}{\ln a}\right) a^u + C$

Autor: **MSc. Ing. Willians Medina**.
Teléfono / Whatsapp: **+58-424-9744352**
e-mail: **medinawj@gmail.com**
Twitter: **@medinawj**

El presente formulario está disponible en formato digital en la siguiente dirección:
https://www.tutoruniversitario.com/ Puerto La Cruz, abril de 2026.