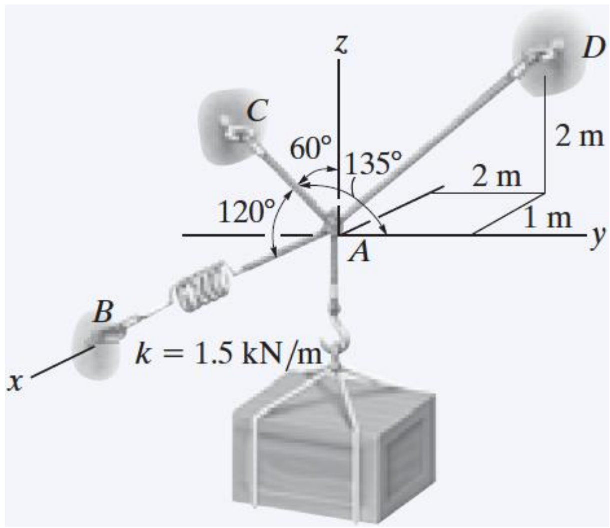
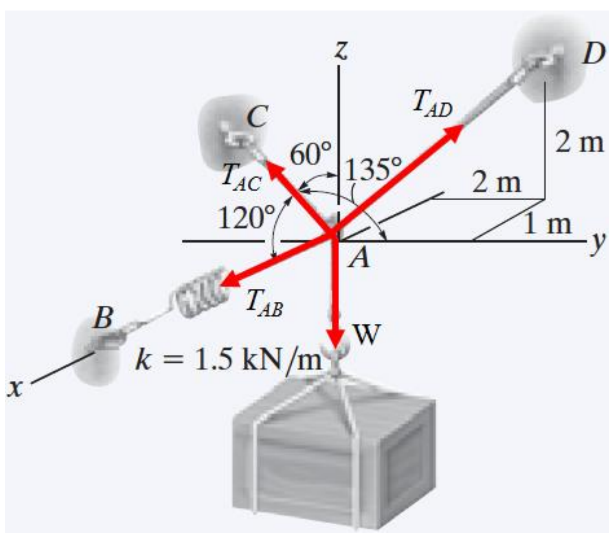
Ejemplo 1.84. Ejemplo 3.8 del Hibbeler. Décima Edición. Página 103. Ejemplo 3.8 del Hibbeler. Decimosegunda Edición. Página 107.

El cajón de 100 kg mostrado en la figura está soportado por tres cuerdas, una de las cuales se conecta a un resorte. Determine la tensión en las cuerdas *AC* y *AD*, así como el alargamiento del resorte.



Solución.

En la figura siguiente se muestran las fuerzas involucradas:



Condición de equilibrio: $\sum F = 0$

$$T_{AB} + T_{AC} + T_{AD} + W = 0$$

Fuerzas individuales.

$W = (-90k)$ lb

Tensión en la cuerda AB.

$$T_{AB} = \| T_{AB} \| i$$

Tensión en la cuerda AC.

$$T_{AC} = \| T_{AC} \| u_{AC}$$

u_{AC}: vector unitario de la dirección de la fuerza.

u_{AC} = (cos 120°) i + (cos 135°) j + (cos 60°) k

$u_{AC} = -0.5\ i - 0.7071\ j + 0.5\ k$

$$T_{AC} = \| T_{AC} \| (-0.5i - 0.7071j + 0.5k)$$

$$T_{AC} = -0.5\| T_{AC} \| i - 0.7071\| T_{AC} \| j + 0.5\| T_{AC} \| k$$

Tensión en la cuerda AD.

$$T_{AD} = \| T_{AD} \| u_{AD}$$

u_{AD}: vector unitario de la dirección de la fuerza.

Coordenadas del punto A: A (0 , 0 , 0)

Coordenadas del punto D: D (–1 , 2 , 2)

Vector AD.

$AD = (-1 - 0)\ i + (2 - 0)\ j + (2 - 0)\ k$

$AD = -\ i + 2\ j + 2\ k$

Módulo del vector AD:

$$\| AD \| = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2 + (2)^2}$$

$$\| AD \| = \sqrt{1 + 4 + 4}$$

$$\| AD \| = \sqrt{9}$$

$$\| AD \| = 3$$

$$u_{AD} = \frac{-i + 2j + 2k}{3}$$

$u_{AD} = -0.3333\, i + 0.6667\, j + 0.6667\, k$

$T_{AD} = \| T_{AD} \| (-0.3333 i + 0.6667\, j + 0.6667\, k)$

$T_{AD} = -0.3333 \| T_{AD} \| j + 0.6667 \| T_{AD} \| j + 0.6667 \| T_{AD} \| k$

Al sustituir las fuerzas en la condición de equilibrio:

Fuerza	i	j	k
T_{AB} :	$\| T_{AB} \|$		
T_{AC} :	$-0.5000 \| T_{AC} \|$	$-0.7071 \| T_{AC} \|$	$+0.5000 \| T_{AC} \|$
T_{AD} :	$-0.3333 \| T_{AD} \|$	$+0.6667 \| T_{AD} \|$	$+0.6667 \| T_{AD} \|$
W :			-981

Se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\| T_{AB} \| - 0.5000 \| T_{AC} \| - 0.3333 \| T_{AD} \| = 0 \quad (1)$$

$$-0.7071 \| T_{AC} \| + 0.6667 \| T_{AD} \| = 0 \quad (2)$$

$$0.5000 \| T_{AC} \| + 0.6667 \| T_{AD} \| = 981 \quad (3)$$

De la ecuación (2):

$$0.6667 \| T_{AD} \| = 0.7071 \| T_{AC} \|$$

$$\| T_{AD} \| = \frac{0.7071}{0.6667} \| T_{AC} \|$$

$$\| T_{AD} \| = 1.0606 \| T_{AC} \| \quad (4)$$

Al sustituir la ecuación (4) en la ecuación (3):

$$0.5000 \| T_{AC} \| + 0.6667 (1.0606 \| T_{AC} \|) = 981$$

$$0.5000 \| T_{AC} \| + 0.7071 \| T_{AC} \| = 981$$

$$1.2071 \| T_{AC} \| = 981$$

$$\| T_{AC} \| = \frac{981}{1.2071}$$

$$\| T_{AC} \| = 812.69 \text{ N}$$

De la ecuación (4):

$$\| T_{AD} \| = 1.0606 (812.69 \text{ N})$$

$\|T_{AD}\| = 861.94\ \text{N}$

De la ecuación (1):

$\|T_{AB}\| = 0.5000\|T_{AC}\| + 0.3333\|T_{AD}\|$

$\|T_{AB}\| = 0.5000(812.69\ \text{N}) + 0.3333(861.94\ \text{N})$

$\|T_{AB}\| = 693.63\ \text{N}$

Alargamiento del resorte.

$\|T_{AB}\| = k\,\Delta l$

$$\Delta l = \frac{\|T_{AB}\|}{k}$$

$$\Delta l = \frac{693.63\ \text{N}}{1500\ \text{N/m}}$$

$\Delta l = 0.4624\ \text{m}$